



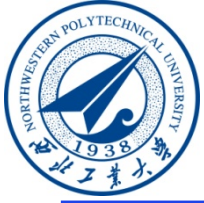
西北工业大学

NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY



# 离散数学

李秀春

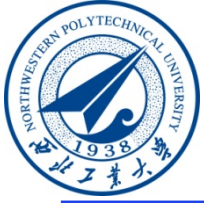


# 特 点

## 离散数学

---

- 是以研究离散量的结构和相互间的关系为主要目标的
- 研究的对象一般为有限或可数个元素
- 抽象，更具有通适性
- 更注重过程的推导与规则



# 参考书

## 离散数学

---

- 离散数学导论 （第**5**版） 徐洁磐
- 离散数学 （第**3**版） 方世昌
- 离散数学 （第**5**版） 耿素云
- 离散数学及其应用 （第**7**版） **Rosen**



# 作业

## 离散数学

- 一周提交一次
- 准备两个作业本





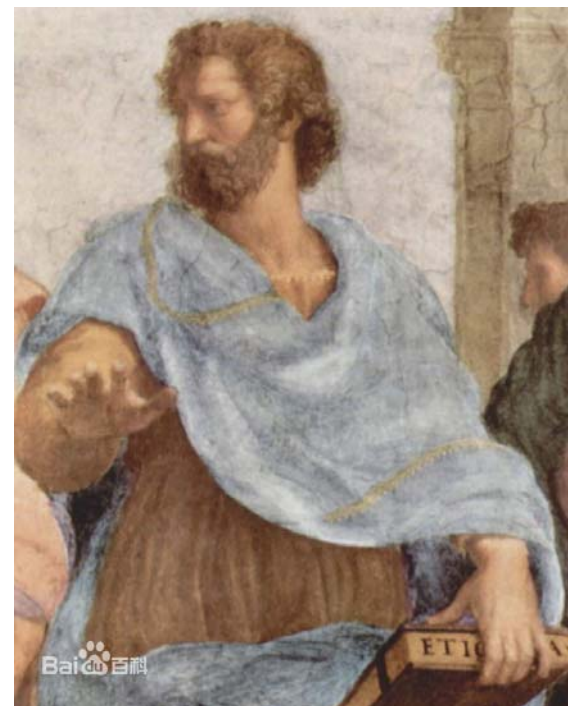
# 离散数学的内容及应用

离散数学

- 数理逻辑  
设计数字逻辑电路 专家系统 程序简化
- 集合（关系）
- 代数系统  
数据库管理系统（删除，插入，两表的合并等） 信息安全
- 图论  
计算机网络



- 逻辑：形式逻辑和辩证逻辑
- 形式逻辑 亚里士多德
- 百科全书式的科学家





- 命题与命题联结词
- 命题变元与命题公式
- 重言式
- 范式
- 命题联结词的扩充与归约
- 命题逻辑的基本等式及等式推理
- 命题逻辑的基本蕴涵式及蕴涵推理



## 10.1命题

离散数学

- 命题与真值

**命题：**判断结果**唯一**的陈述句

**命题的真值：**判断的结果

**真值的取值：**真与假

- 真命题与假命题

**注意：**

感叹句、祈使句、疑问句都不是命题  
陈述句中的悖论，判断结果不唯一确定的不是命题





# 例：判定是否是命题

## 离散数学

- (1)  $\sqrt{2}$  是有理数.  $\longrightarrow$  假命题
- (2)  $2 + 5 = 7$ .  $\longrightarrow$  真命题
- (3) 你去教室吗?  $\longrightarrow$  不是命题
- (4) 这个苹果真大呀!  $\longrightarrow$  不是命题
- (5) 请不要讲话!  $\longrightarrow$  不是命题
- (6) 这盘菜太咸.  $\longrightarrow$  命题
- (7)  $1+1=10$ .  $\longrightarrow$  命题
- (8) 我正在说假话.

视语境、条件、标准等来判断。区分“已知其真假”和“本身能分辨真假”，凡是能分辨真假均为命题。

若真，即“我正在说假话”为真，则我正在说真话，因而(8)的真值为假，矛盾，反之亦然。



# 命题的分类

离散数学

- **原子命题**：由不能再分解为更简单的陈述句构成。
  - **复合命题**：由原子命题通过联结词联结而成的陈述句。
  - 命题和原子命题常用大写字母  $P, Q, R$  表示，用“1”、“0”分别表示命题真值的真、假。
- 例：
- 小王贫穷但快乐。
- 只要明天天气好，我们就去春游。



# 否定联结词

离散数学

- **定义** 设  $P$  为命题，复合命题“非 $P$ ”(或“ $P$ 的否定”)称为 $P$ 的**否定式**，记作 $\neg P$ ，符号 $\neg$ 称作**否定联结词**. 规定 $\neg P$  为真当且仅当 $P$ 为假.

$P$	$\neg P$
0	1
1	0



# 合取联结词

离散数学

- **定义** 设 $P, Q$ 为两个命题，复合命题“ $P$ 并且 $Q$ ”(或“ $P$ 与 $Q$ ”)称为 $P$ 与 $Q$ 的**合取式**，记作 $P \wedge Q$ ， $\wedge$ 称作**合取联结词**。规定 $P \wedge Q$ 为真当且仅当 $P$ 与 $Q$ 同时为真。

$P$	$Q$	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# 练习

## 离散数学

**例** 将下列命题符号化.

- (1) 吴颖既用功又聪明.
- (2) 吴颖不仅用功而且聪明.
- (3) 吴颖虽然聪明, 但不用功.
- (4) 张辉与王丽都是三好生.
- (5) 张辉与王丽是同学.

解 令  $P$ : 吴颖用功,  $Q$ : 吴颖聪明

- (1)  $P \wedge Q$
- (2)  $P \wedge Q$
- (3)  $\neg P \wedge Q$

合取:

既....又、  
不仅....而且、  
虽然....但是、  
不是....而是  
.....



# 析取联结词

离散数学

- 定义 设 $P, Q$ 为两个命题，复合命题“ $P$ 或 $Q$ ”称作 $P$ 与 $Q$ 的析取式，记作 $P \vee Q$ ， $\vee$ 称作析取联结词. 规定 $P \vee Q$ 为假当且仅当 $P$ 与 $Q$ 同时为假.

$P$	$Q$	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



# 蕴涵联结词

离散数学

- **定义** 设 $P, Q$ 为两个命题，复合命题“如果 $P$ ，则 $Q$ ”称作 $P$ 与 $Q$ 的**蕴涵式**，记作 $P \rightarrow Q$ ，并称 $P$ 是蕴涵式的**前件**， $Q$ 为蕴涵式的**后件**， $\rightarrow$ 称作**蕴涵联结词**。规定： $P \rightarrow Q$ 为假当且仅当 $P$ 为真 $Q$ 为假。

$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



# 蕴含联结词

离散数学

- 真值表的理解（善意的规定）
- 李同学考试取得第一名，就请大家吃大餐。

$P$	$Q$	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1





## 蕴含联结词 (2)

离散数学

- 蕴涵运算  $P \rightarrow Q$  表示的逻辑关系是：  $Q$  是  $P$  的必要条件，  $P$  是  $Q$  的充分条件；
- 日常语言中可用  $P \rightarrow Q$  蕴涵式表述命题格式有：“只要  $P$ ，就  $Q$ ”、“因为  $P$ ，所以  $Q$ ”、“ $P$  仅当  $Q$ ”、“ $Q$  每当  $P$ ”等；
- 命题的真值有真值表唯一确定，不是由句子的具体含义确定；
- 在数学中，如果  $P$ , 则  $Q$  表达的仅仅是  $P$  为真， $Q$  也为真的推理关系。



## 蕴含： $P \rightarrow Q$

离散数学

- 只要P，就Q；P仅当Q；Q每当P；只有Q才P；除非Q，才P；除非Q，否则非P等

**例：** P:天冷      Q:小王穿羽绒服

- 只要天冷，小王就穿羽绒服。  $P \rightarrow Q$
- 只有天冷，小王才穿羽绒服。  
 $Q \rightarrow P$     (  $\neg P \rightarrow \neg Q$  )
- 除非天冷，小王才穿羽绒服。  $Q \rightarrow P$
- 除非天冷，否则小王不穿羽绒服。  $Q \rightarrow P$



## 等值词 $\leftrightarrow$

## 离散数学

- 如果P和Q是命题, 那么 “P等值于Q” 也是命题, 记为 $P \leftrightarrow Q$ , 称为等值式, 读做 “P等值于Q”。

$P$	$Q$	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



## 练习（符号化）

离散数学

**P**: 明天下雨, **Q**: 明天下雪, **R**: 我去学校

- 如果明天不是雨夹雪则我去学校;

$$\neg (P \wedge Q) \rightarrow R$$

- 如果明天不下雨并且不下雪则我去学校;

$$\neg P \wedge \neg Q \rightarrow R$$



- 如果明天下雨或下雪则我不去学校;

$$P \vee Q \rightarrow \neg R$$

- 明天, 我将雨雪无阻一定去学校;

$$P \wedge Q \wedge R \vee \neg P \wedge Q \wedge R \vee P \wedge \neg Q \wedge R \vee \neg P \wedge \neg Q \wedge R \Leftrightarrow R$$

- 当且仅当明天不下雪并且不下雨时我才去学校;

$$\neg P \wedge \neg Q \leftrightarrow R$$



## 练习

## 离散数学

**P** : 北京比西安人口多。

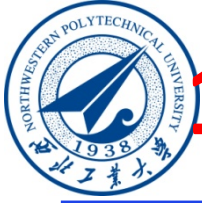
**Q**:  $2+2=4$ 。

**R**: 曹操是唐代人。

求下列命题的真值。

$$(Q \wedge R) \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$$

$$(Q \vee R) \rightarrow (P \rightarrow \neg R)$$



## 10.2命题变元和命题公式

离散数学

- 简单命题/命题常元：确指的或具体的命题。
- 命题变元：以“真”“假”为其变域的变元，称为命题变元。
- T 和 F 称为命题常元。
- 原子公式：单个命题变元和命题常元。



# 命题公式的定义

离散数学

- (1) 单个**原子公式**是命题公式。
  - (2) 如果**A**和**B**是命题公式， 则  
 $(\neg A)$  ,  $(A \wedge B)$  ,  $(A \vee B)$  ,  $(A \rightarrow B)$  ,  
 $(A \leftrightarrow B)$ 是命题公式。
  - (3) 只有有限步应用条款(1)和
  - (4)生成的公式才是命题公式。
- 这种定义叫**归纳定义**， 也叫递归定义。由这种定义产生的公式叫**合式公式**。





例

- 构造真值表  $(P \vee Q) \rightarrow \neg R$

$P$	$Q$	$R$	$P \vee Q$	$\neg R$	$(P \vee Q) \rightarrow \neg R$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0



# 作业

## 离散数学

(1) P225 5. 10. 11. 12. (徐版)

(2) 完成图片中的习题

✓ 1. 设  $P$  是命题“天下雪”； $Q$  是命题“我去镇上”； $R$  是命题“我有时间”。

(1) 用逻辑符号写出以下命题：

- ① 如果天不下雪和我有时间，那么我去镇上。
- ② 我去镇上，仅当我有时间。
- ③ 天不下雪。

\* 5. 构成下列公式的真值表：

- ✓ (1)  $Q \wedge (P \rightarrow Q) \rightarrow P$
- ✓ (2)  $\neg (P \vee Q \wedge R) \leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
- ✓ (3)  $(P \vee Q \rightarrow Q \wedge R) \rightarrow P \wedge \neg R$
- ✓ (4)  $((\neg P \rightarrow P \wedge \neg Q) \rightarrow R) \wedge Q \vee \neg R$