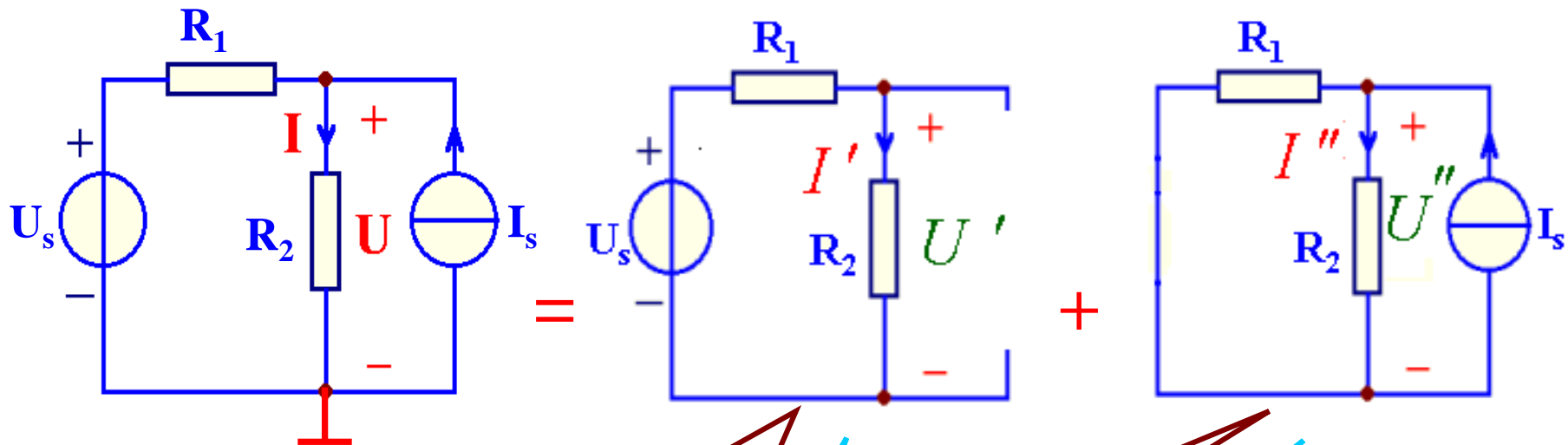


# 第四章 线性电路基本定理

## 4-1 叠加定理

一、引例 图示电路求电压 $U$ 和电流 $I$ 。



$$U = \frac{U_s / R_1 + I_s}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

$$I = \frac{1}{R_1 + R_2} U_s + \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s = I' + I''$$

$$= \frac{U_s R_2 + R_1 R_2 I_s}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s + \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2} I_s = U' + U''$$

## 二、定理：

线性电路中任一条支路电流或电压等于各个独立电源单独作用时在该支路所产生的电流或电压的代数和。

(叠加性)

意义：说明了线性电路中电源的独立性。

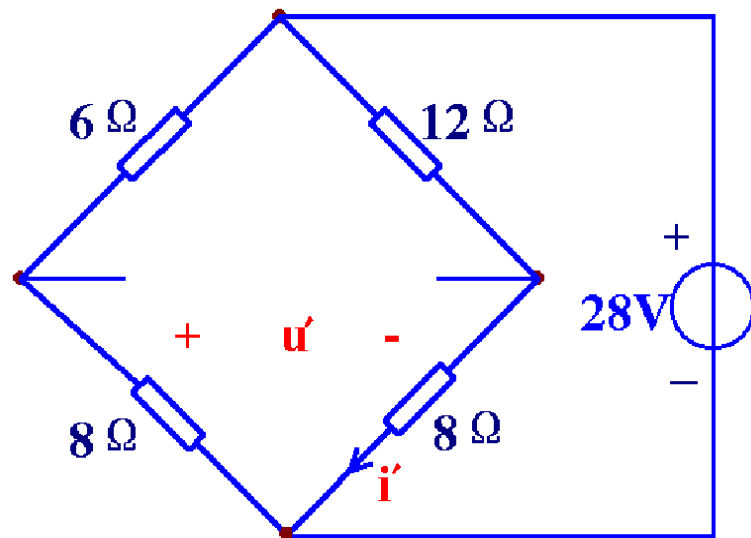
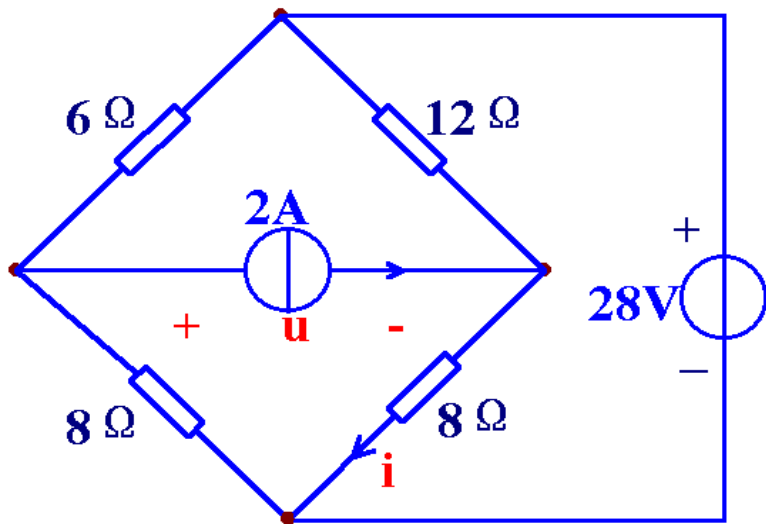
注意：1、一个电源作用，其余电源置零：

电压源短路； 电流源开路； 受控源保留。

2、叠加时注意代数和的意义：若激励单独作用时的响应分量与原响应分量方向一致取正号，反之取负。

3、叠加定理只能适用线性电路支路电流或支路电压的计算，不能计算功率，因为功率与电压或电流的关系是非线性的。

例1：用叠加定理求图示电路中 $u$ 和 $i$ 。

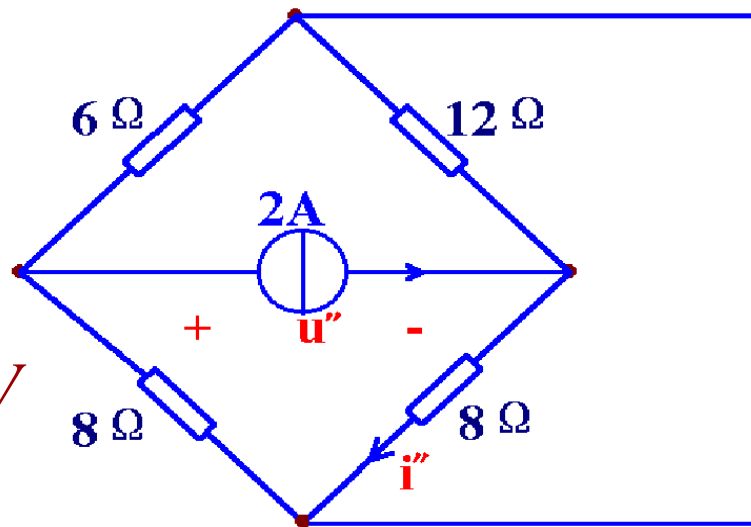


1、 $28V$ 电压源单独作用时：

$$i' = \frac{28}{12+8} = 1.4A \quad u' = 4.8V$$

2、 $2A$ 电流源单独作用时：

$$i'' = \frac{12}{12+8} \times 2 = 1.2A \quad u'' = -16.46V$$



3、所有电源作用时： $i = 2.6A$

$$u = -11.66V$$

**例2：** 图示电路，已知：

$U_s=1V, I_s=1A$ 时：  $U_2=0V$  ；  $U_s=10V, I_s=0A$ 时：  $U_2=1V$  ；

求： $U_s=0V, I_s=10A$ 时：  $U_2=?$

**解：** 根据叠加定理，有

$$U_2 = K_1 I_s + K_2 U_s$$

代入已知条件，有

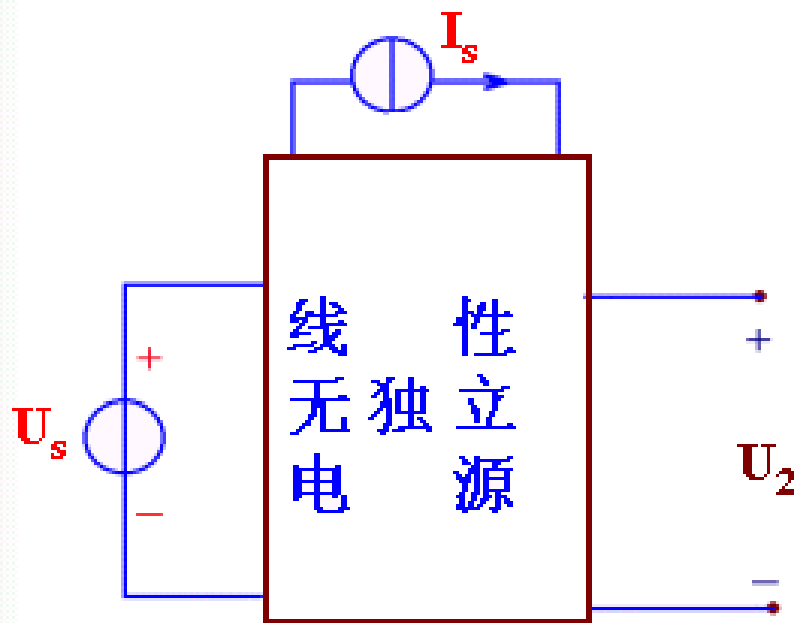
$$0 = K_1 \bullet 1 + K_2 \bullet 1$$

$$1 = K_1 \bullet 0 + K_2 \bullet 10$$

联立解得

$$K_1 = -0.1 \quad K_2 = 0.1$$

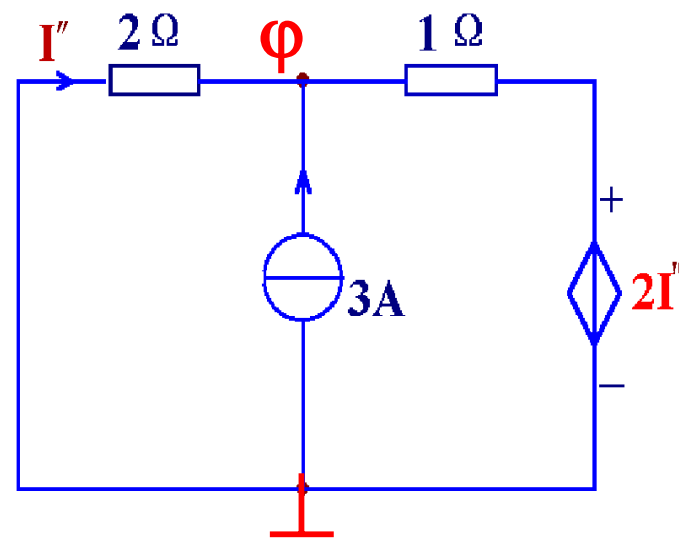
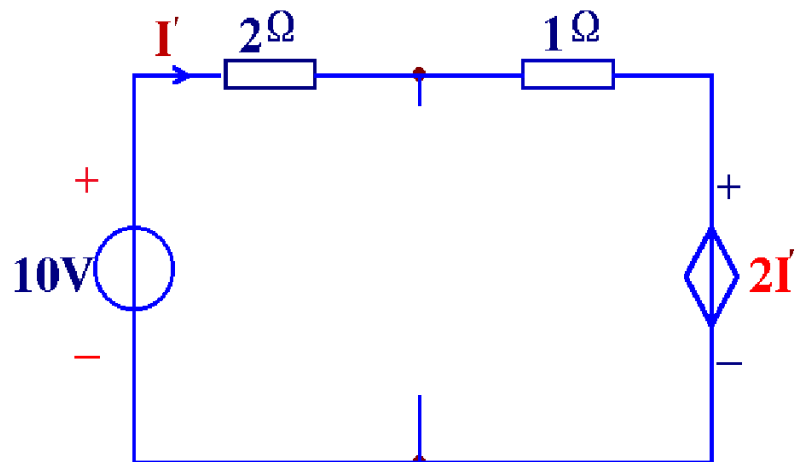
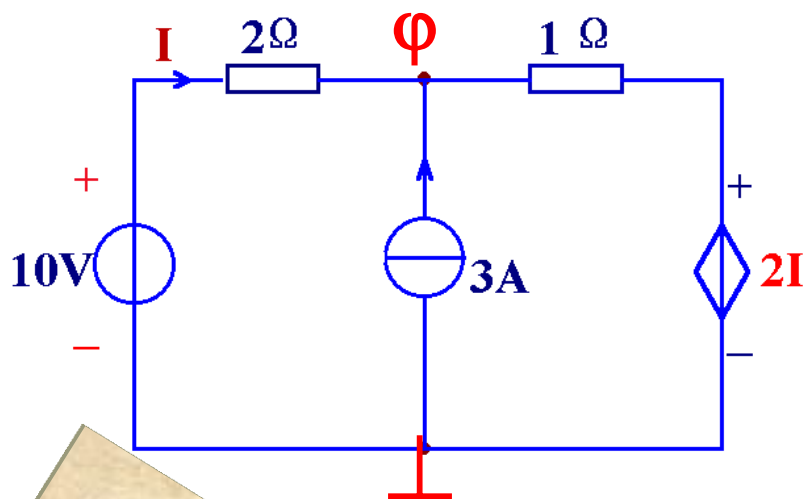
$$\therefore U_2 = -0.1 I_s + 0.1 U_s$$



因此，若 $U_s=0V, I_s=10A$ 时：

$$U_2 = -1V$$

### 例3：用叠加定理求图示电路中电流I。



总结：

1、含有受控源的电路：

a.受控源不能像独立电源一样应用叠加定理； b.独立电源单独作用时注意控制量的变化；

2、叠加定理是线性电路的基本定理，但不一定是求解电路的最简洁方法。

$$= -\frac{3}{5}A$$

$$-\frac{1}{5}A$$

$$\phi = \frac{5 + 3 + 2I}{\frac{1}{2} + 1} \quad I = \frac{10 - \phi}{2}$$

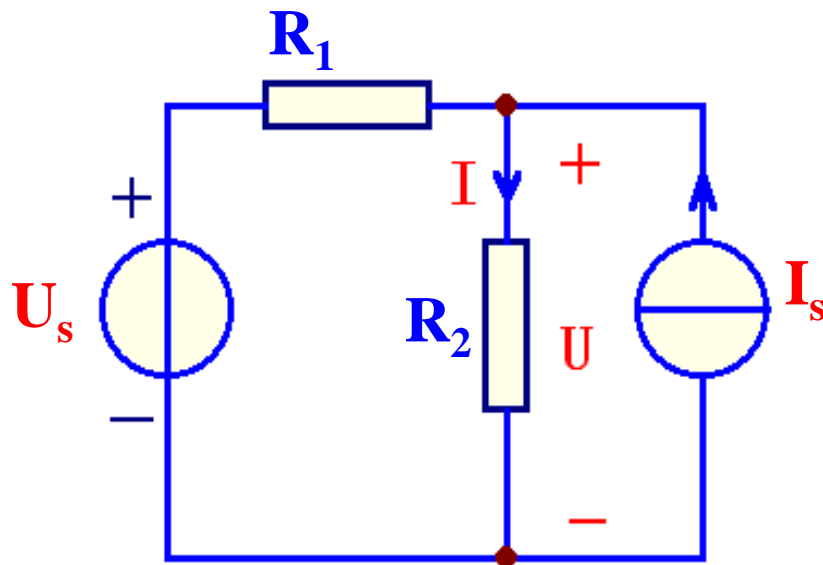
思考：若用节点法求？

## 4-2 齐次定理

引例:

$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s + \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2} I_s$$

$$I = \frac{1}{R_1 + R_2} U_s + \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s$$



一、定理：线性电路中，当所有激励同时增大 $K$ 倍时，其响应也相应增大 $K$ 倍。（齐次性）

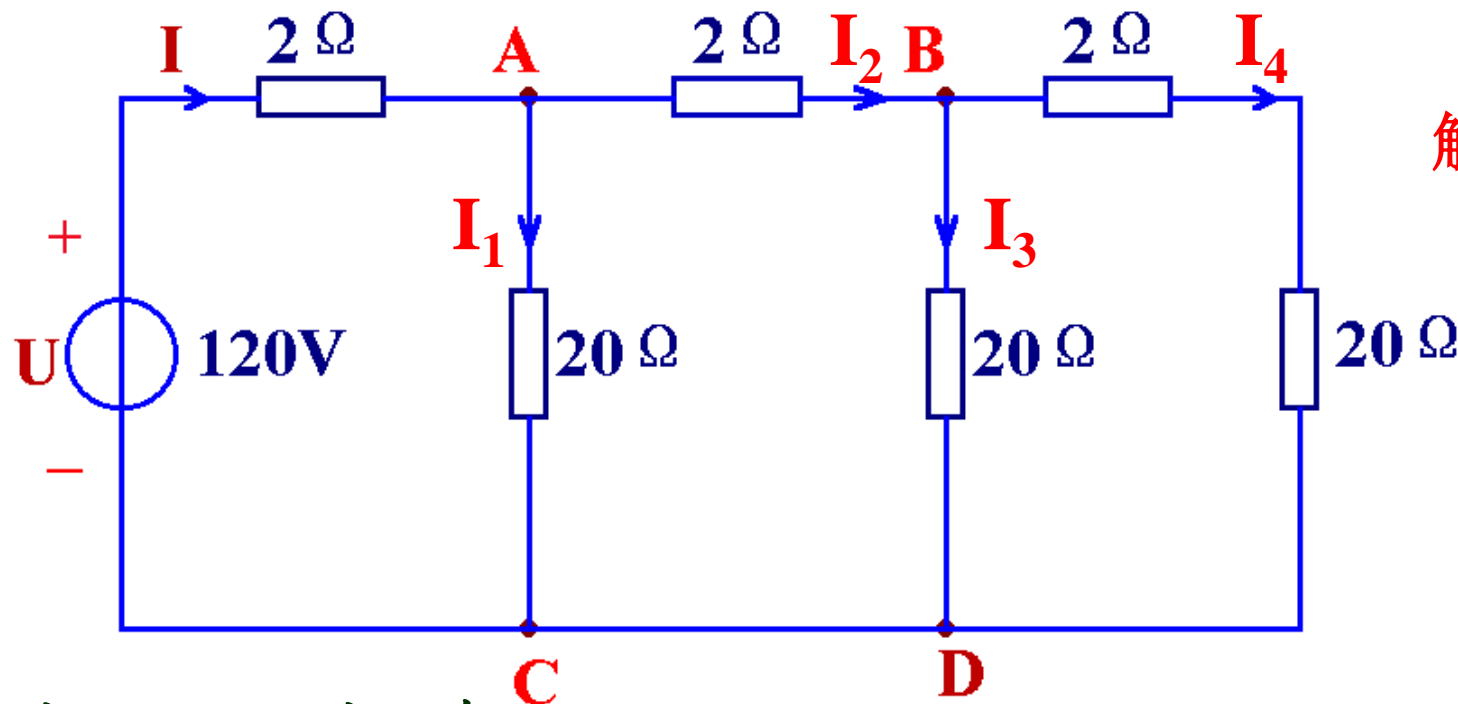
二、意义：反映线性电路齐次性质。

注意：

1、激励是指独立电源；

2、只有所有激励同时增大时才有意义。

### 三、应用举例:求图示电路各支路电流。



当  $U=120\text{V}$  时, 有:

$$\therefore K = \frac{120}{33.02} = 3.63416$$

根据齐次定理, 有

$$I_1 = 1.31K = 4.761\text{A}$$

$$I_3 = 1.1K = 3.998\text{A}$$

$$I = 3.41K = 12.392\text{A}$$

$$I_2 = 2.1K = 7.632\text{A}$$

$$I_4 = 1K = 3.634\text{A}$$

解: 递推法:

$$\text{设 } I_4 = 1\text{A}$$

$$u_{BD} = 22\text{V}$$

$$I_3 = 1.1\text{A}$$

$$I_2 = 2.1\text{A}$$

$$u_{AC} = 26.2\text{V}$$

$$I_1 = 1.31\text{A}$$

$$I = 3.41\text{A}$$

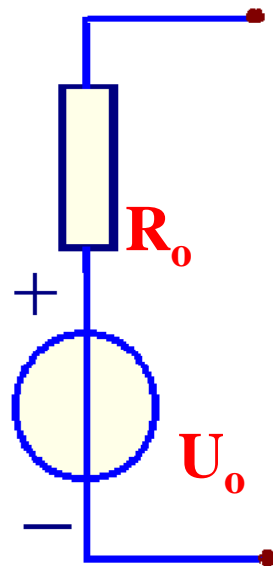
$$U = 33.02\text{V}$$

## 4-4 等效电源定理

无源  
有源

一、线性有源单口网络对外电路作用可等效为一个理想电压源和电阻的串联组合。

其中、线性有源单口网络对外电路作用可等效为电压理想电压源和电阻的串联组合。开路电压 $U_{oc}$ 电阻 $R_o$ 为该有源单口网络的除源输入电阻 $R_o$ 。



说明：（1）该定理称为等效电压源定理，也称为戴维南定理或代文宁定理（Thevenin's Theorem）；

（2）由定理得到的等效电路称为戴维南等效电路， $U_{oc}$  和  $R_o$  称为戴维南等效参数。

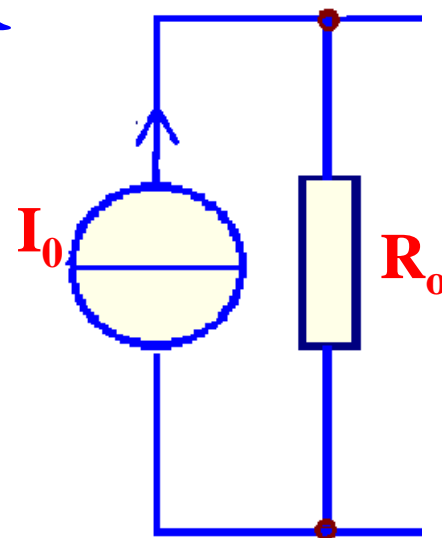


二、线性有源单口网络对外电路作用可等效为一个理想电流源和电阻的并联组合。

其中：

电流源电流 $I_0$ 为该有源单口网络的短路电流 $I_{sc}$

电阻 $R_0$ 为该有源单口网络的除源输入电阻 $R_0$



说明：（1）该定理称为等效电流源定理，也称为诺顿定理

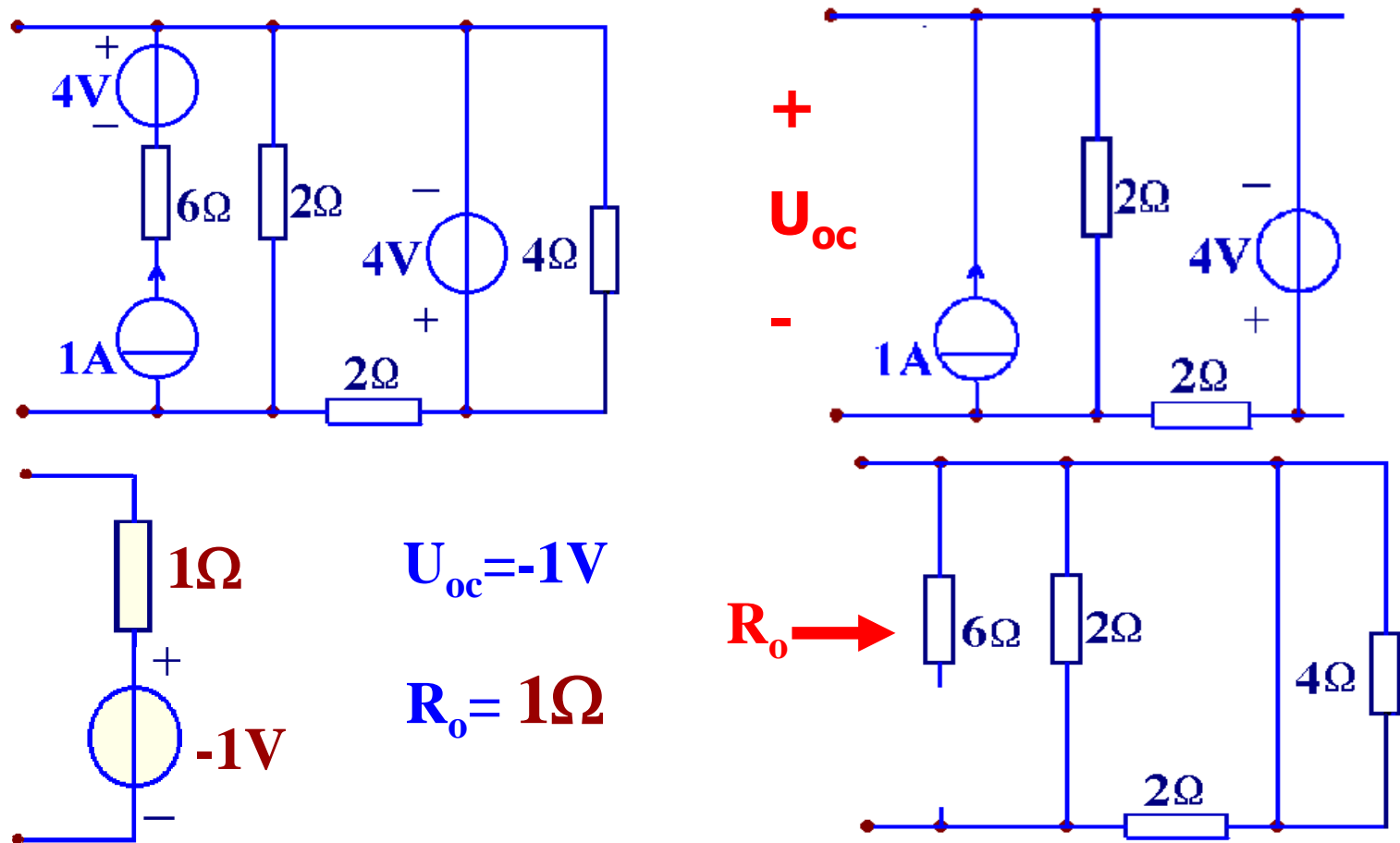
（Norton's Theorem）；

（2）由定理得到的等效电路称为诺顿等效电路， $I_{sc}$ 和 $R_0$ 称为诺顿等效参数。

### 三、应用：

#### 1、线性含源单口网络的化简

**例1：** 求图示电路等效电源电路以及相应的等效参数。



**例2:** 已知图示网络的伏安关系为:

$$U = 2000 I + 10$$

并且,  $I_s = 2\text{mA}$ .

**求:** 网络N的戴维南等效电路。

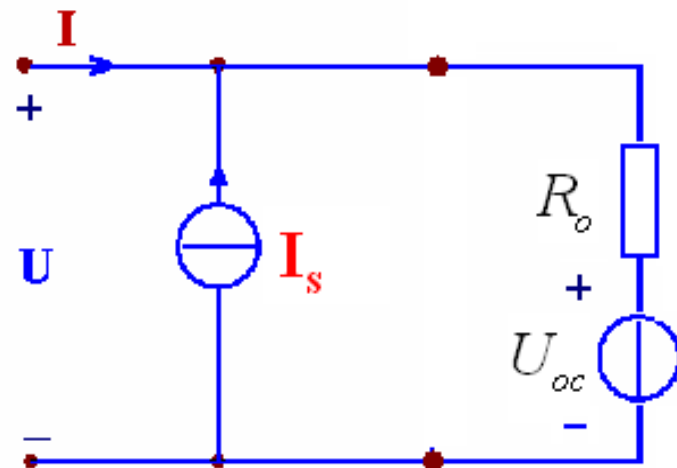
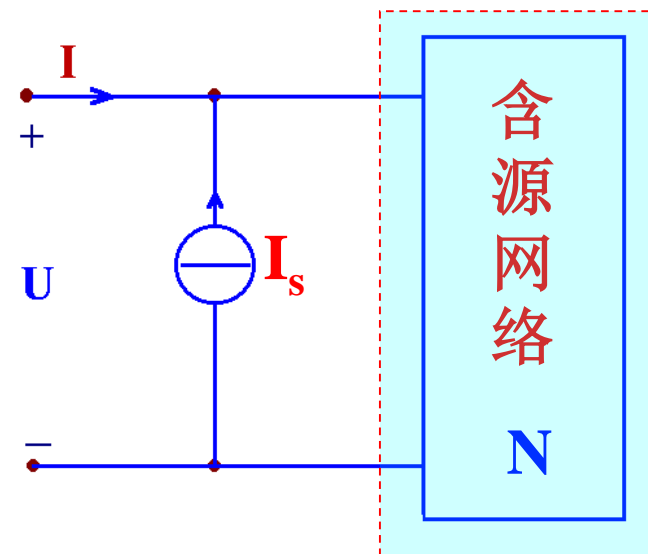
**解:** 设网络N的戴维南等效电路参数为  $U_{oc}$  和  $R_o$ , 则有

$$\begin{aligned} U &= U_{oc} + (I + I_s)R_o \\ &= R_o I + (I_s R_o + U_{oc}) \end{aligned}$$

因  $U = 2000 I + 10$

故  $R_o I = 2000 I, I_s R_o + U_{oc} = 10$

$\therefore R_o = 2000\Omega \quad U_{oc} = 6V$



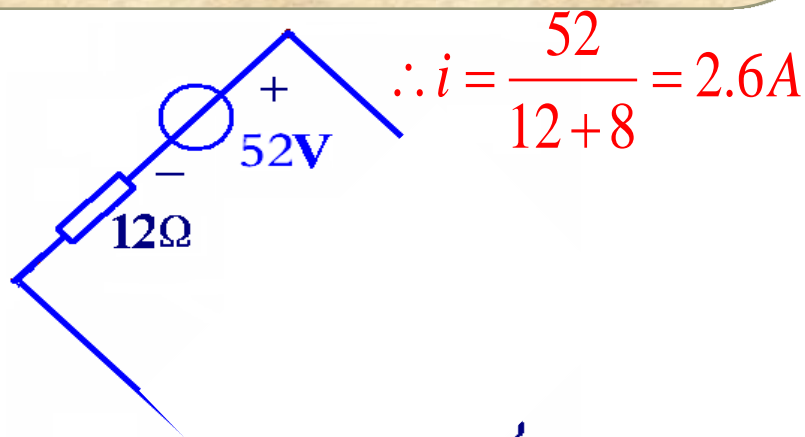
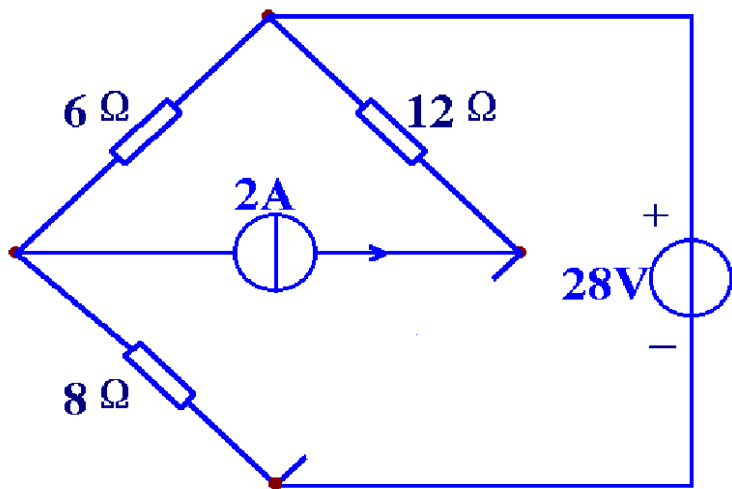
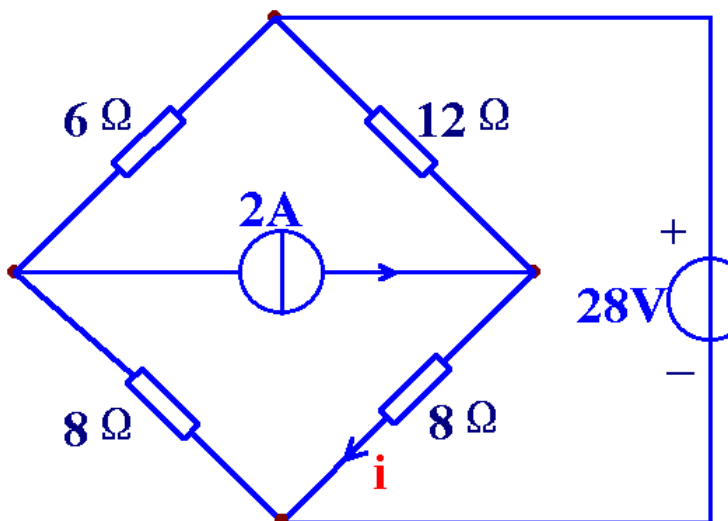
## 2、求某一条支路的响应。

例3：用等效电源定理求图示电路中的电流  $i$ 。

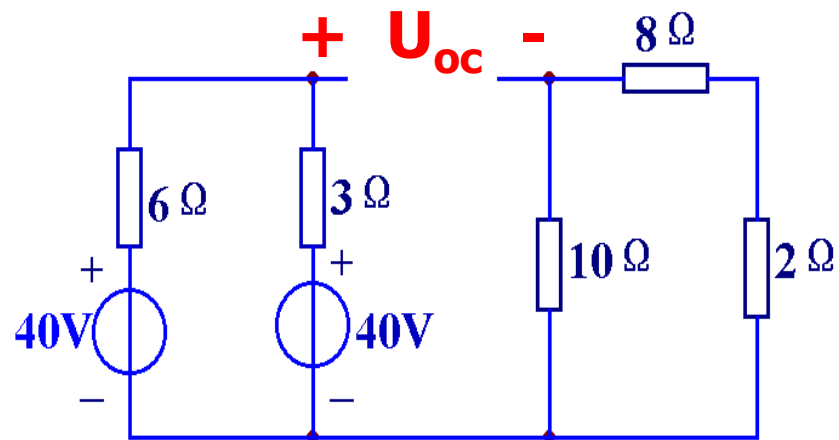
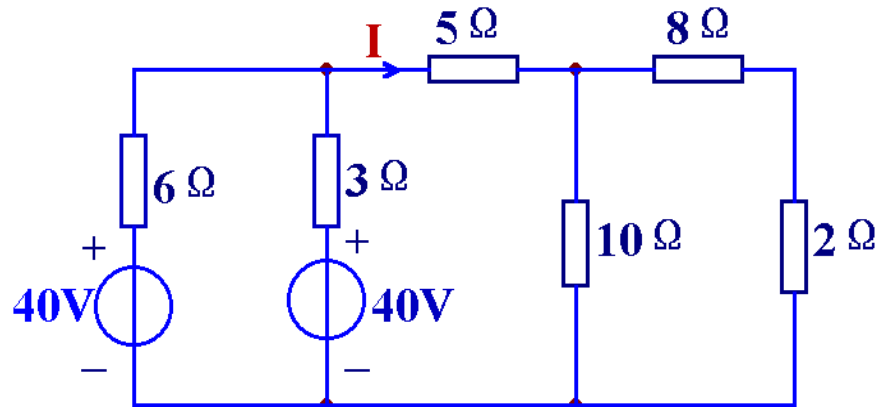
总结：

此类题“求某条支路的响应”可以考虑采用戴维南等效定理或者诺顿定理，步骤如下——

- 移去待求支路，形成含源单口网络；
- 求戴维南等效参数  $U_{oc}$ 、 $R_o$ ，画出戴维南等效电路，注意要和原图尽量相像（或求  $I_{sc}$ 、 $R_o$ ，画出诺顿电路）；
- 接入待求支路，求出支路响应。

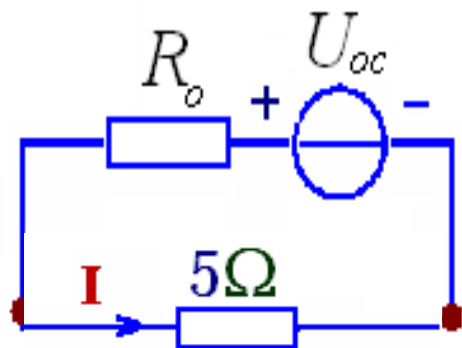


**例4:** 图示电路，用戴维南定理求电流  $I$ 。

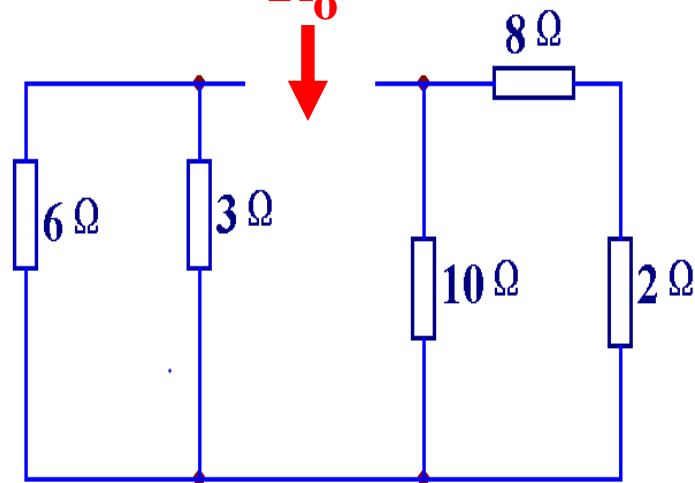


**解:** 移去待求支路求  $U_{oc}$  和  $R_o$ :  $U_{oc} = 40V$

除去独立电源:  $R_o = 7\Omega$



$$\therefore I = \frac{40}{7+5} = \frac{10}{3} A$$



画出戴维南等效电路，并接入待求支路求响应。

### 3、含受控源电路分析

**例5：** 图示电路，用戴维南定理求电流  $I_2$ 。

**解：** 移去待求支路,有

$$6kI' - 2kI' + 4k(I' - 10m) = 0$$

计算得:  $I' = 5mA$

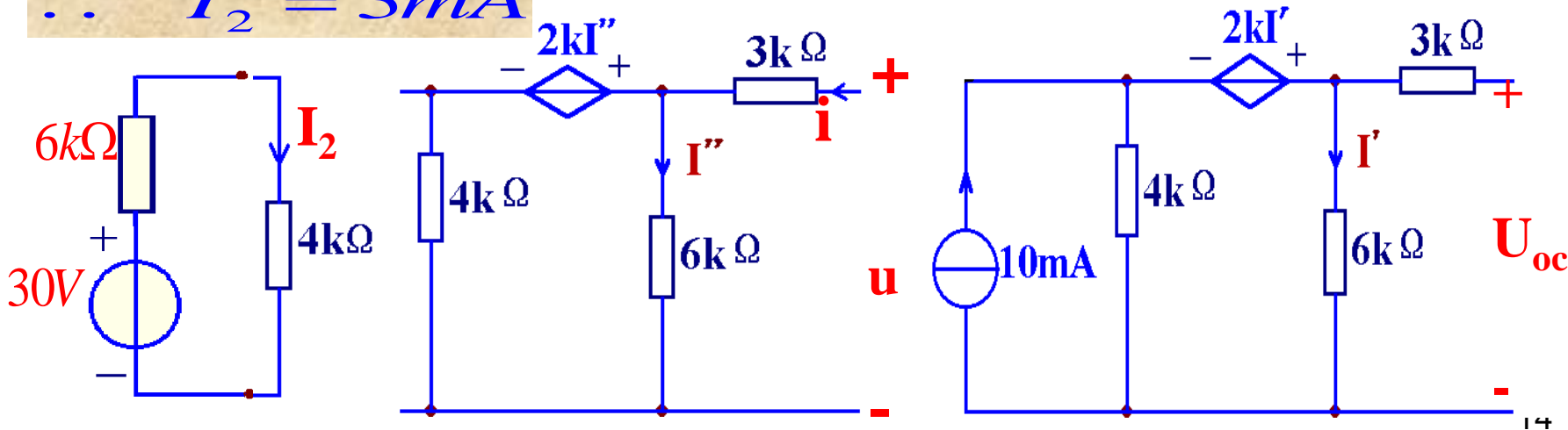
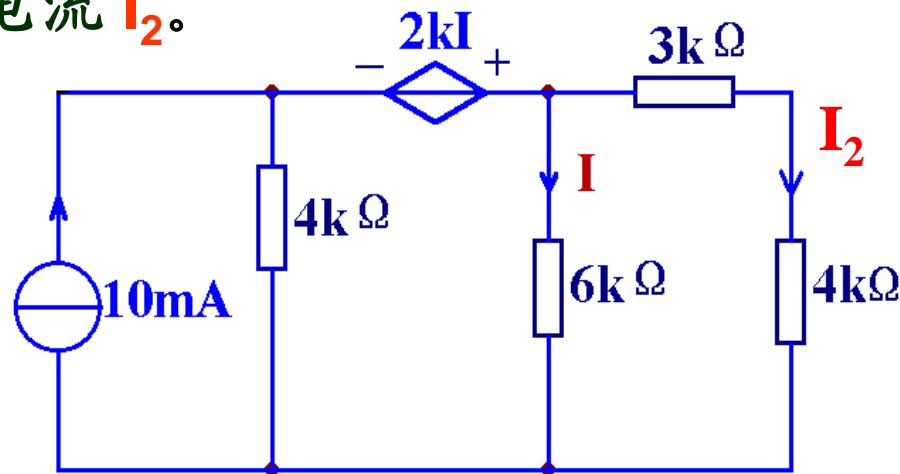
$$\therefore U_{oc} = 6kI' = 30V$$

除源外加电压,有  $3ki + 6kI'' = u$

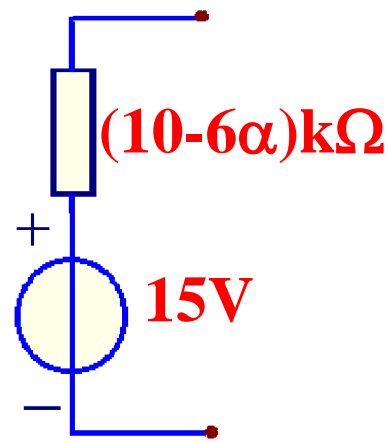
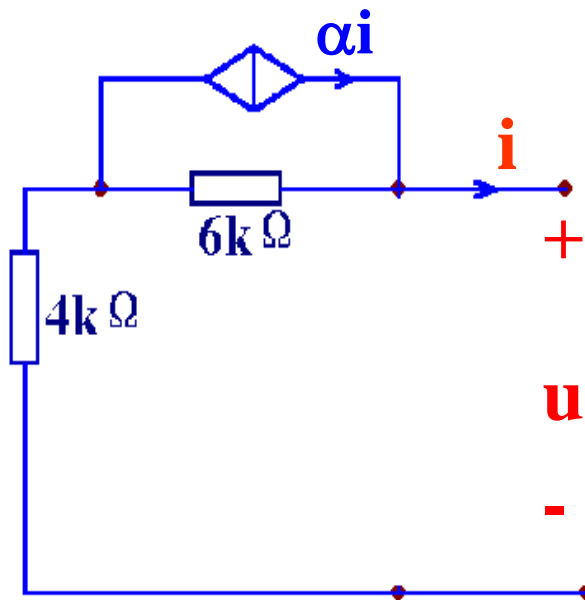
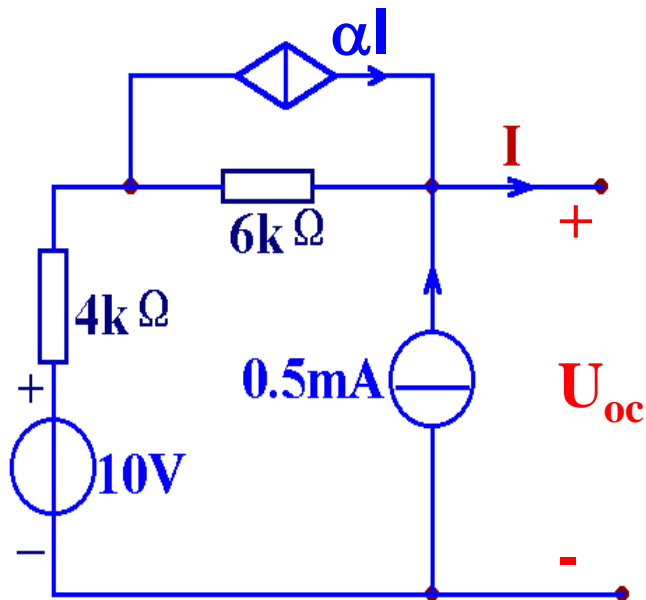
由等效电路得:

$$3ki + 2kI'' + 4k(i - I'') = u \quad \text{联立求解得} \quad R_o = \frac{u}{i} = 6k\Omega$$

$$\therefore I_2 = 3mA$$



**例6：** 求出图示电路的戴维南等效电路。



**解：**

1. 求开路电压  $U_{oc}$ ：

由于开路， $I=0$ ，故有

$$U_{oc} = 10 + 0.5m \times (4k + 6k) = 15V$$

2. 外加电源法求除源输入电阻  $R_o$ ：

由除源等效电路，有：

$$u = 6k \times (\alpha i - i) - 4k \times i$$

$$\therefore R_o = -\frac{u}{i} = (10-6\alpha)k\Omega$$

3. 所求电路的戴维南等效电路如右图

## 注意:

1、等效电源的方向;

2、除源输入电阻 $R_o$ 求法:

(1) 等效变换法 (除源) 适用范围: 不含受控源

(2) 外加电源法  $R_o = \frac{u}{i}$  (除源) 注意  $u$ 、 $i$  为关联参考方向

(3) 开路短路法 ( $U_{oc}$ 、 $I_{sc}$ )  $R_o = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$  (注意: 不除源)

3、含受控源单口有源网络不一定同时存在两种等效电源;

4、含源单口网络

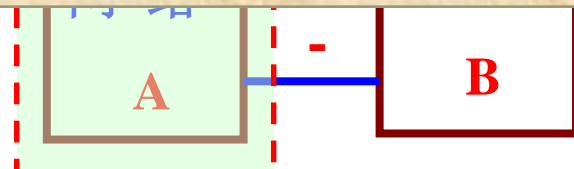
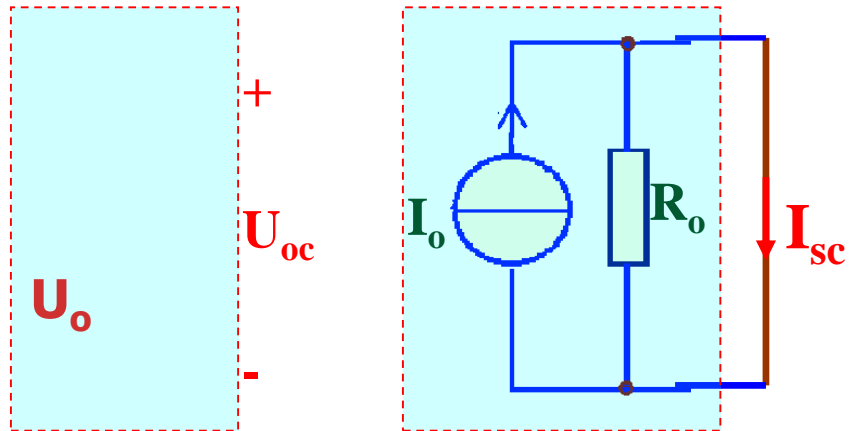
5、含源单口网络

6、等效参数计算。

例如:

1、 $R_o=0$ , 则, 不存在等效电流源, 即, 诺顿等效电路不存在, 只存在恒定的电压源;

2、 $R_o=\infty$ , 则, 不存在等效电压源, 即, 戴维南等效电路不存在, 只存在恒定的电流源。

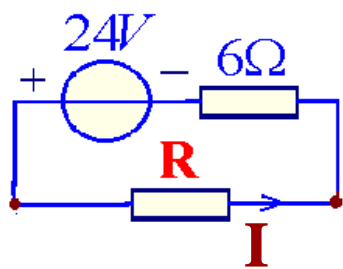




**练习：** 图示电路分别求  $R=2\Omega$ 、 $6\Omega$ 、 $18\Omega$  时的电流  $I$ ，  
并求  $R$  所吸收的功率  $P$ 。

**解：**  $U_{oc} = \frac{144 \times 6}{3+6} - \frac{144}{2} = 24V$

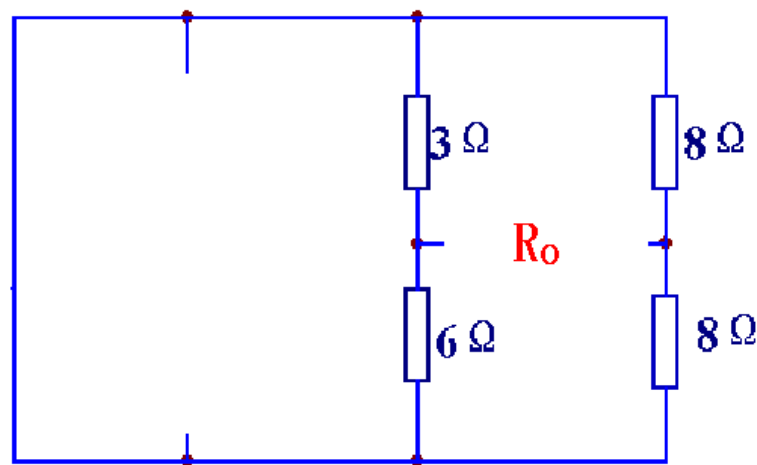
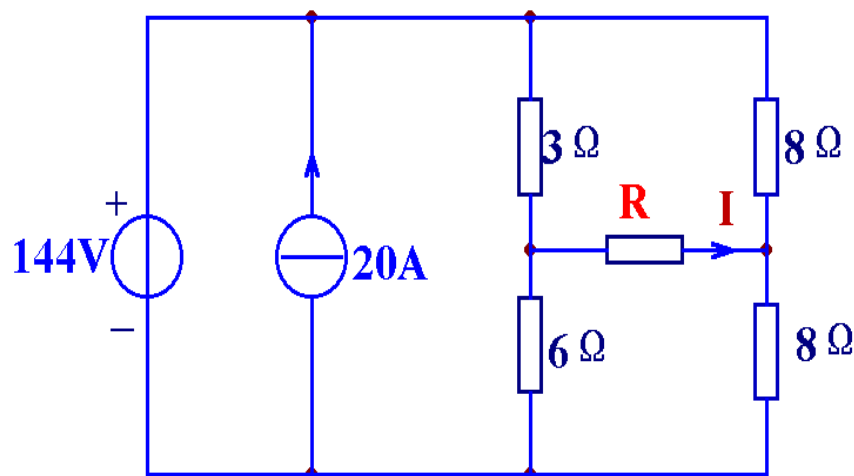
$$R_o = \frac{3 \times 6}{3+6} + \frac{8}{2} = 6\Omega$$



当  $R=2\Omega$  时：  $I=3A$  ，  $P=18W$ ；

当  $R=6\Omega$  时：  $I=2A$  ，  $P=24W$ ；

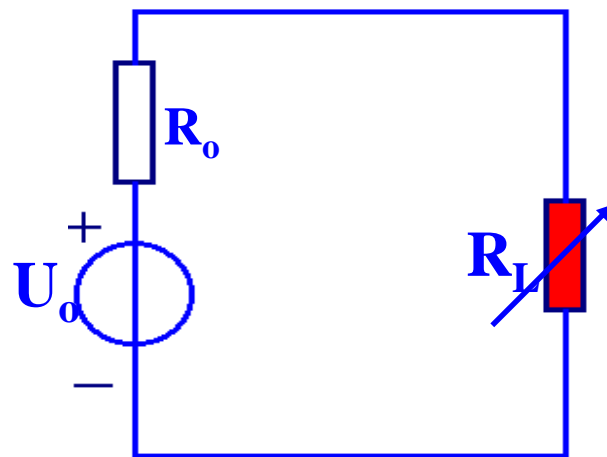
当  $R=18\Omega$  时：  $I=1A$  ，  $P=18W$ 。



## 4-5 最大功率传输定理

引例:  $P_{R_L} = \left( \frac{U_o}{R_o + R_L} \right)^2 R_L$

$$\frac{dP_{R_L}}{dR_L} = 0 \quad \therefore \quad R_L = R_o$$

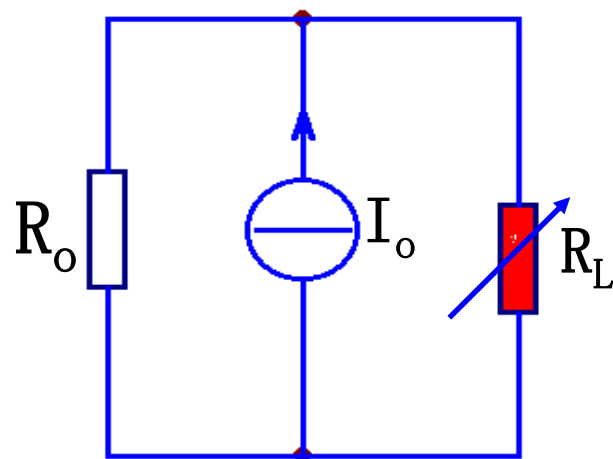


### 一、定理:

一个实际电源模型向负载 $R_L$ 传输能量，  
当且仅当 $R_L = R_o$ 时，才可获最大功率 $P_m$ ，  
并且:

$$P_m = \frac{U_o^2}{4R_o} \quad \text{或} \quad P_m = \frac{1}{4} I_o^2 R_o$$

$R_L = R_o$  的电路工作状态，  
称为负载与电源匹配。



## 二、应用举例：

例1：求 $R=?$  可获最大功率，并求最大功率 $P_m=?$

解：移去待求支路求： $U_{oc} = 40V$

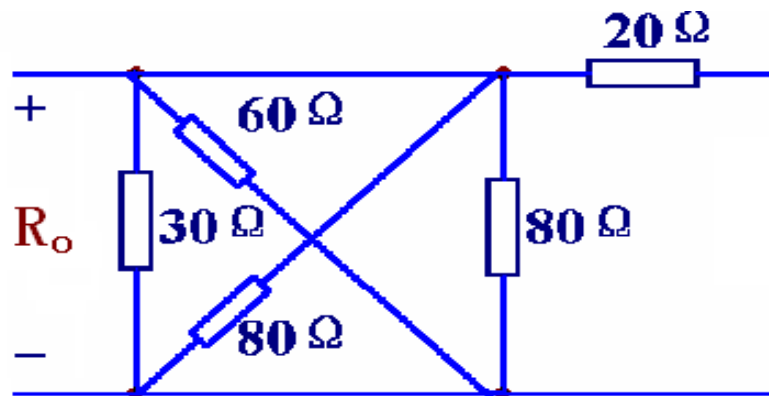
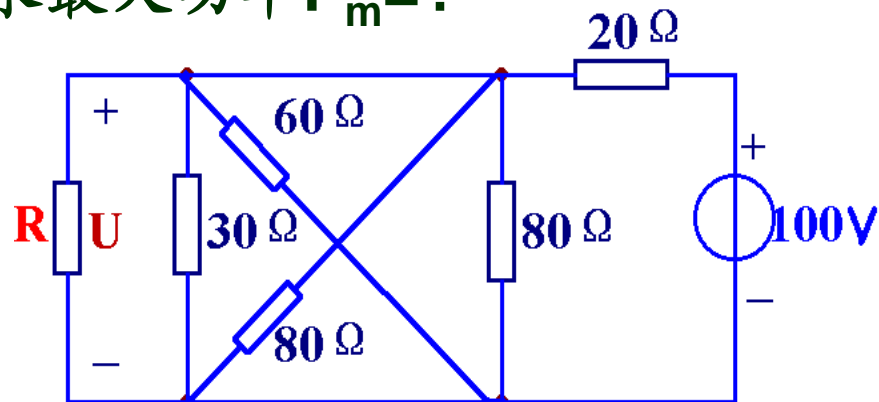
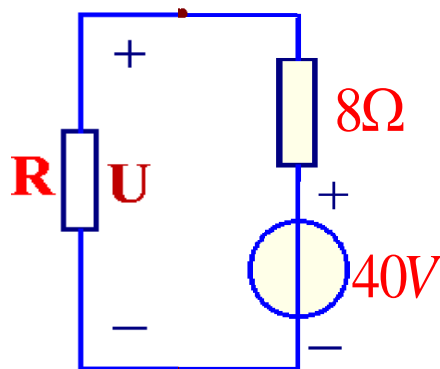
除去独立电源求： $R_0 = 8\Omega$

画出戴维南等效电路，并接入待求支路求响应。

由最大功率传输定理可知

$$R = R_0 = 8\Omega$$

$$P_m = 50W$$



**例2:** (1) 求电阻R为多少时可获最大功率?

(2) 求此最大功率为多少? 并求电源的效率.

$$\eta = \frac{P_L}{P_s}$$

**解:** 移去R有:  $U_{oc} = 6I + 3I$  又,  $I = \frac{3}{3+6}$   
 $\therefore U_{oc} = 3V$

除去独立电源,有

$$u = 6I' + 6(i - I') \therefore R_o = \frac{u}{i} = 6\Omega$$

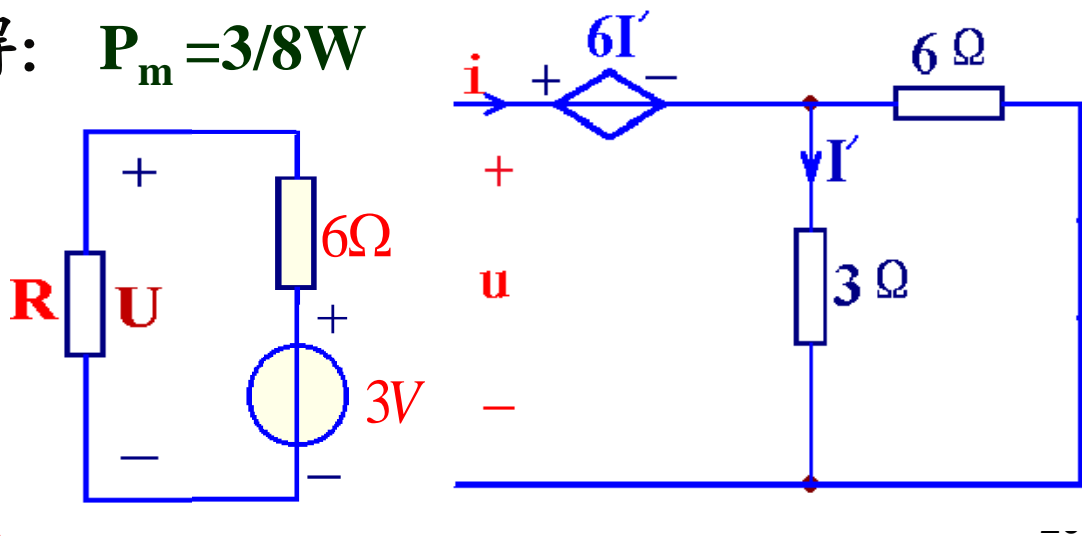
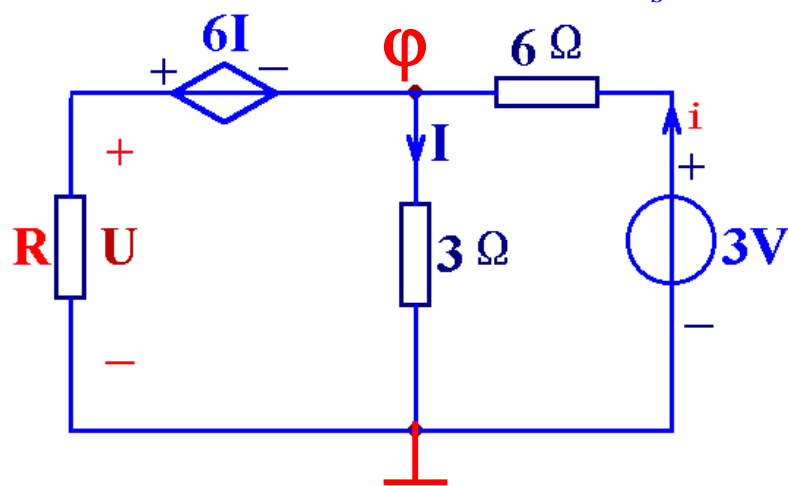
画出等效电路, 有:  $R = R_o = 6\Omega$

由最大传输定理, 得:  $P_m = 3/8W$

$$\begin{cases} \phi = \frac{3/6 - 6I/6}{1/6 + 1/3 + 1/6} \\ \phi = 3I \end{cases}$$

联立解得:  $\phi = 0.5V$

$$i = \frac{5}{12} A \quad \eta = \frac{P_L}{P_s} = 30\%$$





## 本章小结:

### 1 叠加定理:

线性电路中任一条支路电流或电压等于各个独立电源单独作用时在该支路所产生的电流或电压的代数和。

### 2 齐次定理:

线性电路中, 当所有激励增大 $K$ 倍时, 其响应也相应增大 $K$ 倍。

### 3 等效电源定理:

线性含源单口网络对外电路作用可等效为一个理想电压源和电阻的串联组合或一个理想电流源和电阻的并联组合。

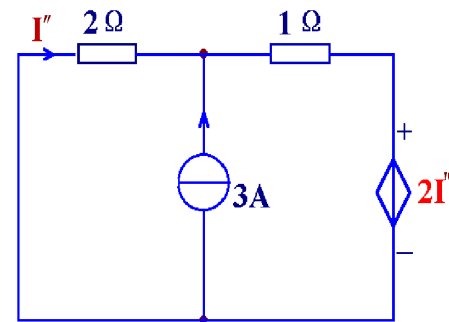
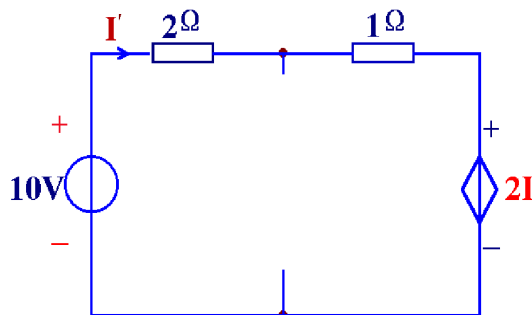
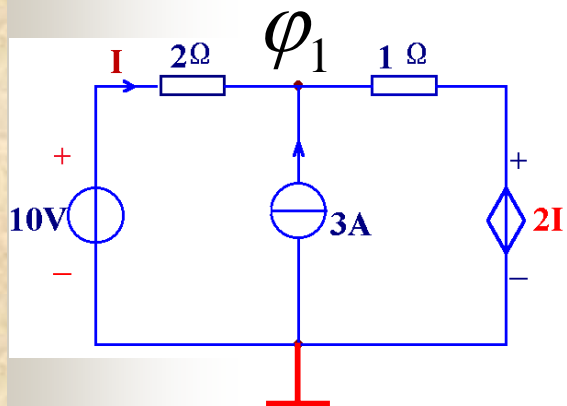
### 4 最大功率传输定理:

一个实际电源模型 ( $U_o$ 、 $R_o$ ) 向负载  $R_L$  传输能量, 当且仅当  $R_L = R_o$  时, 才可获最大功率  $P_m$ 。



# 导学复习：典型例题与强化练习

练习1：用叠加定理求图示电路中电流I。



若用节点法求：

$$\phi_1 = \frac{5 + 3 + 2I}{\frac{1}{2} + 1}$$

$$I = \frac{10 - \phi_1}{2}$$



$$I' = \frac{10 - 2I'}{2 + 1}$$

$$I' = 2A$$

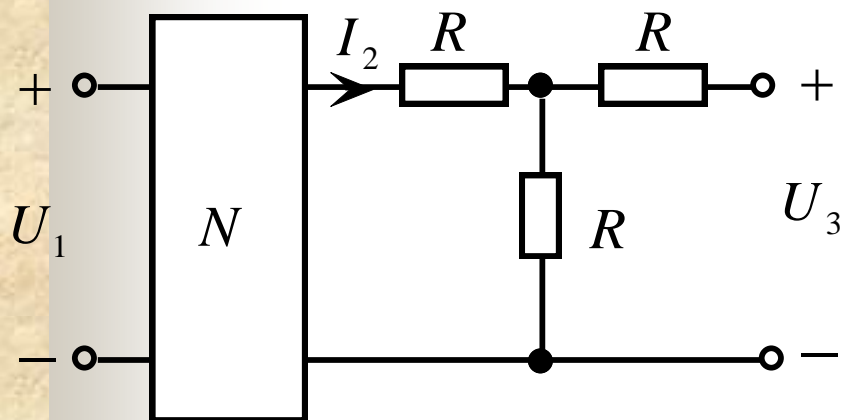
$$I = I' + I'' = 1.4A$$

$$2I'' + 1(3 + I'') + 2I'' = 0$$

$$I'' = -\frac{3}{5}A$$



**练习2:** 图示电路，N为含有独立源的网络，已知  $U_1 = 1V$  时， $I_2 = 2A$ ，开路电压  $U_3 = 4V$ ； $U_1 = 2V$  时， $I_2 = 6A$ 。求R的值，并求  $U_1 = 3V$  时的  $I_2$  和  $U_3$ 。



设  $I_2 = aU_1 + b$

$$\left. \begin{array}{l} a \times 1 + b = 2 \\ a \times 2 + b = 6 \end{array} \right\} a = 4, b = -2$$

$$I_2 = 4U_1 - 2$$

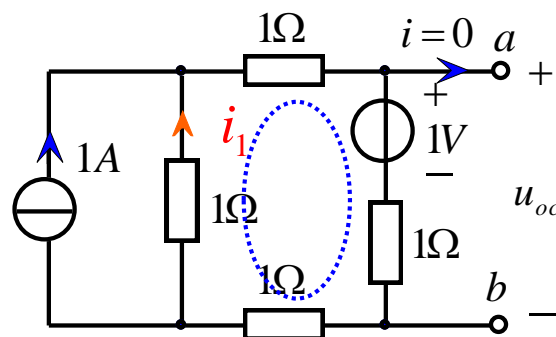
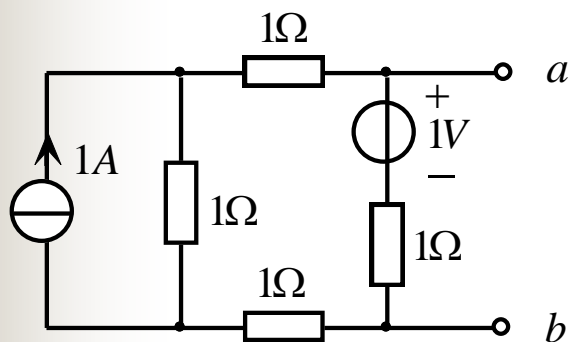
当  $U_1 = 3V$   $I_2 = 10A$

$$U_3 = RI_2 = 20V$$

解:  $R = \frac{4}{2} = 2\Omega$

同时利用叠加定理和齐次定理

### 练习3：用等效电压源定理化简此二端电路。

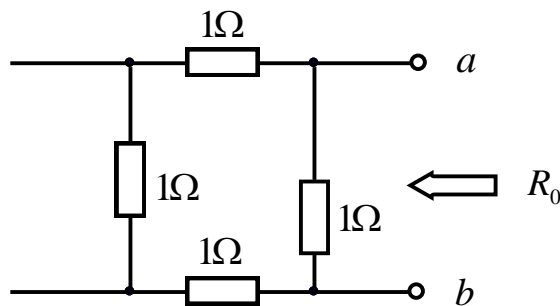
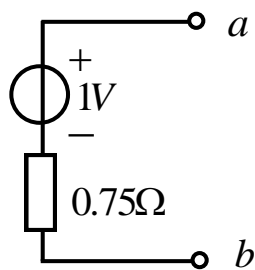


$$i_1 = -1A$$

$$u_{oc} = 1 + 1 + i_1 = 1V$$

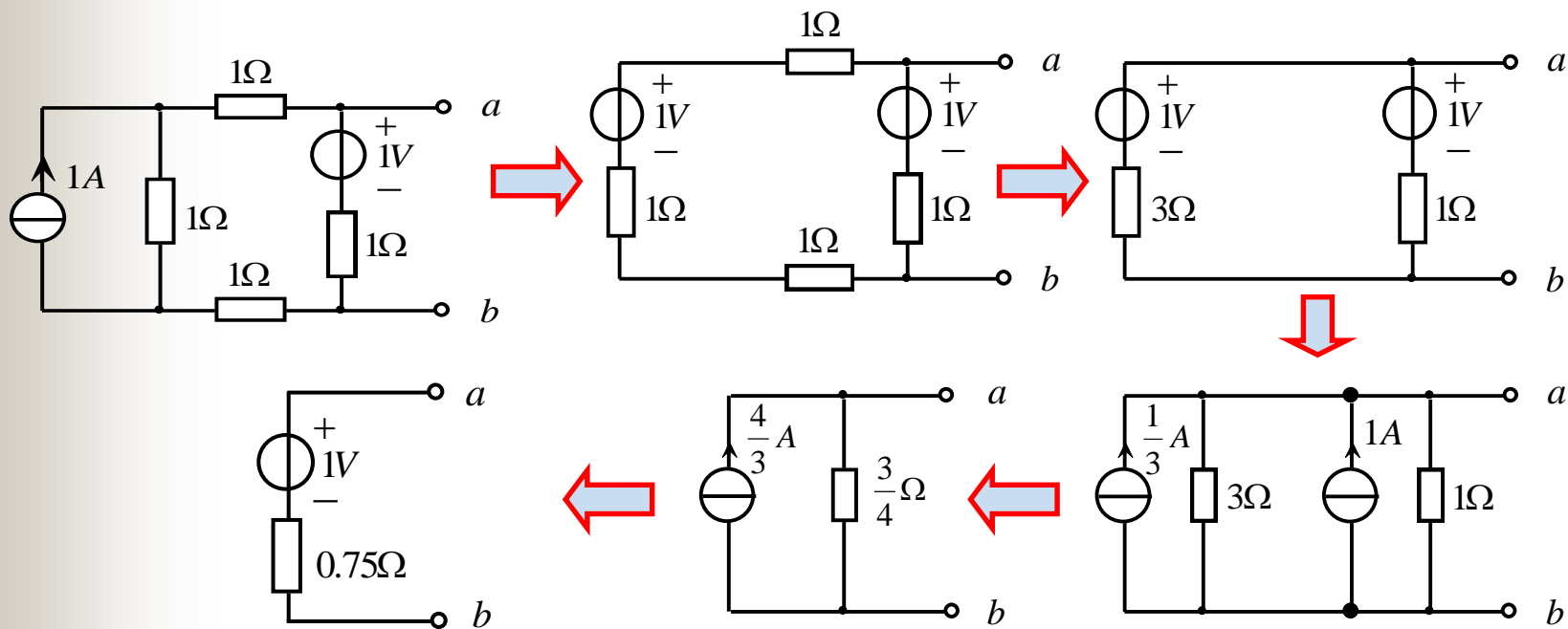
$$1 \times i_1 + 1 \times (1 + i_1) + 1 + 1 \times (1 + i_1) + 1 \times (1 + i_1) = 0$$

解：

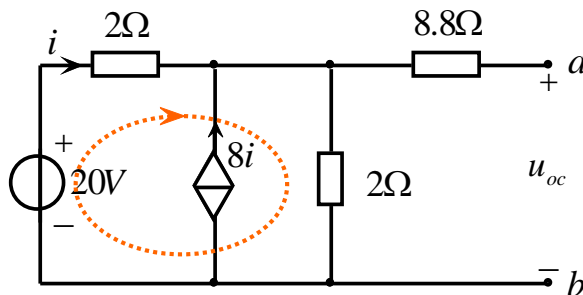
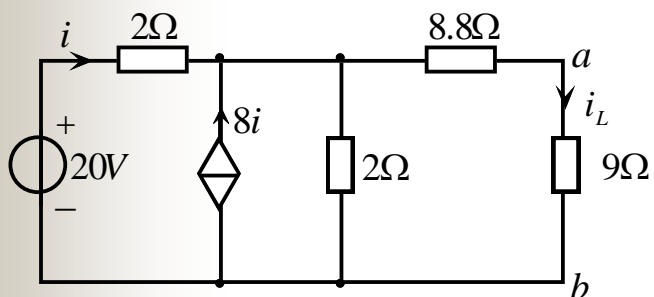


$$R_0 = 1 // 3 = 0.75\Omega$$

## 用等效变换法求解上例



## 练习4：用戴维南定理求图示电路中的电流 $i_L$ 。

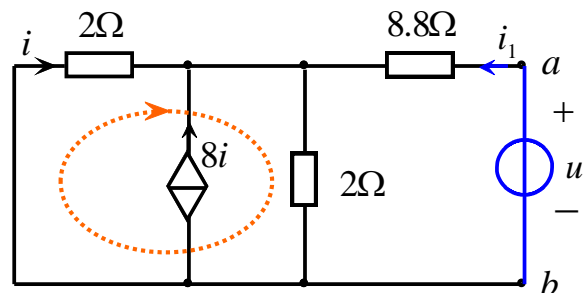
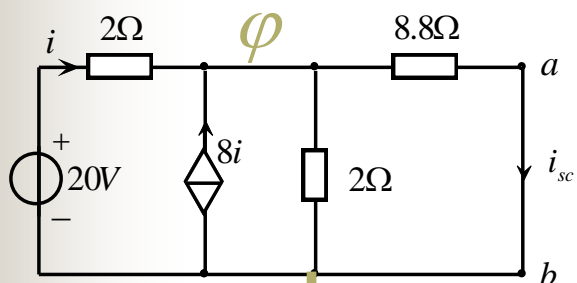


$$2i + 2(i + 8i) = 20$$

$$i = 1A$$

$$u_{oc} = 2(i + 8i) = 18V$$

解：



$$2i + 2(9i + i_1) = 0$$

$$i = -0.1i_1$$

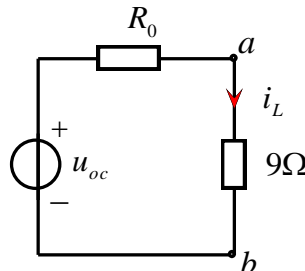
$$u_1 = 8.8i_1 - 2i = 9i_1$$

$$R_0 = \frac{u_1}{i_1} = 9\Omega$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8.8}\right)\varphi &= \frac{20}{2} + 8i \\ i &= \frac{20 - \varphi}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\varphi = 17.6V \quad i_{sc} = \frac{\varphi}{8.8} = 2A$$

$$R_0 = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = 9\Omega$$



$$i_L = \frac{u_{oc}}{R_0 + 9} = 1A$$

**练习5：** 图示N为含源线性电阻性网络。当 $R_2=6\Omega$ 时， $U_2=6V$ ， $I_1=-4A$ ；当 $R_2=15\Omega$ 时， $U_2=7.5V$ ， $I_1=-7A$ 。求 $R_2=?$  可获得最大功率，并求 $P_{\max}$ 。

**解：**

由右图： $U_{oc} = I_2(R_0 + R_2)$

又有： $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$

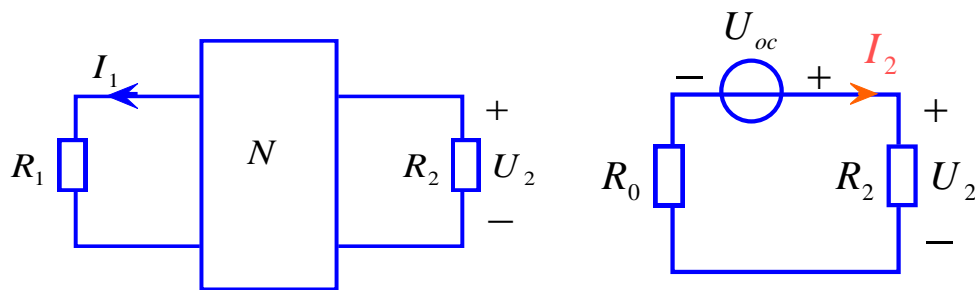
上述两式联立求解，可得：

$$R_2 = 6\Omega \text{ 时, } U_{oc} = \frac{U_2}{R_2}(R_0 + R_2) = 1 \times (R_0 + 6)$$

$$R_2 = 15\Omega \text{ 时, } U_{oc} = \frac{U_2}{R_2}(R_0 + R_2) = 0.5 \times (R_0 + 15)$$

联立求解以上两式，得：

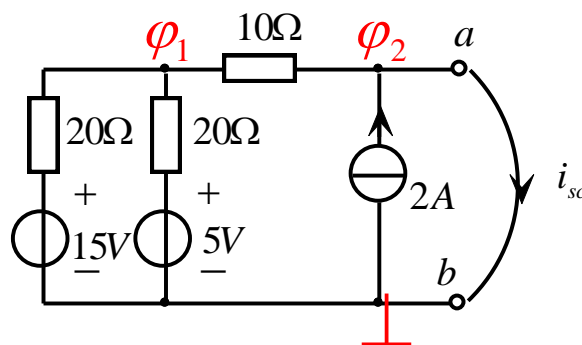
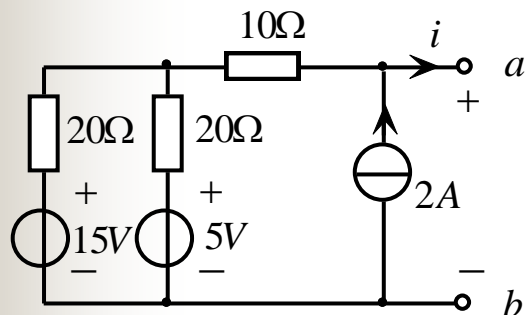
$$U_{oc} = 9V, R_0 = 3\Omega$$



$$R_2 = R_0 = 3\Omega$$

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_0} = \frac{27}{4} W$$

## 练习6：求图示电路的等效电流源电路。

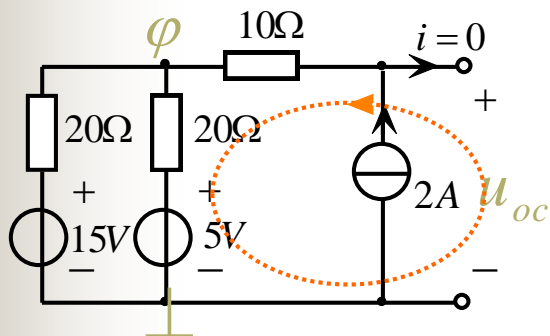
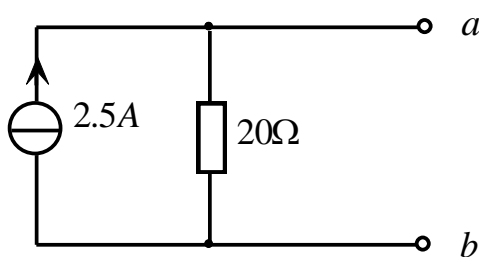
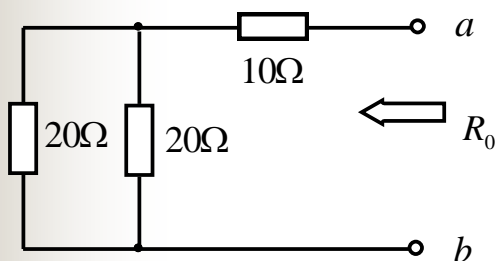


$$\left\{ \begin{array}{l} (\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10})\varphi_1 - \frac{1}{10}\varphi_2 = \frac{15}{20} + \frac{5}{20} \\ -\frac{1}{10}\varphi_1 + \frac{1}{10}\varphi_2 = 2 - i_{sc} \end{array} \right.$$

$$\varphi_2 = 0$$

$$i_{sc} = 2.5A$$

$$R_0 = 20\Omega$$



$$(\frac{1}{20} + \frac{1}{20})\varphi = \frac{15}{20} + \frac{5}{20} + 2$$

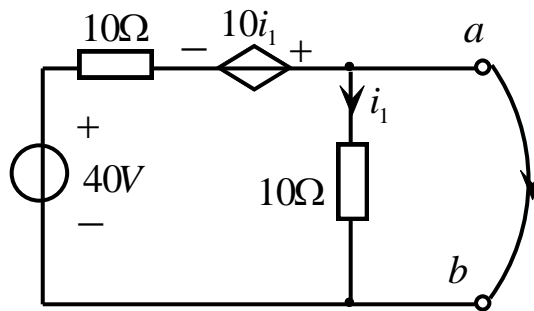
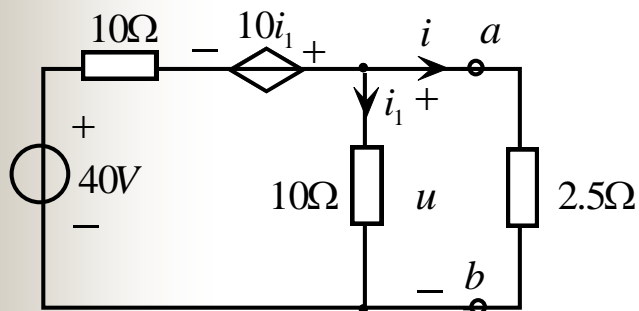
$$\varphi = 30V$$

$$u_{oc} = 20 + \varphi = 50V$$

$$R_0 = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = 20\Omega$$

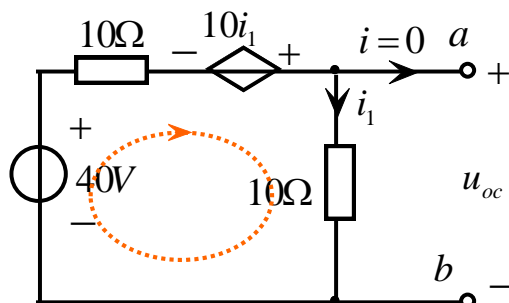
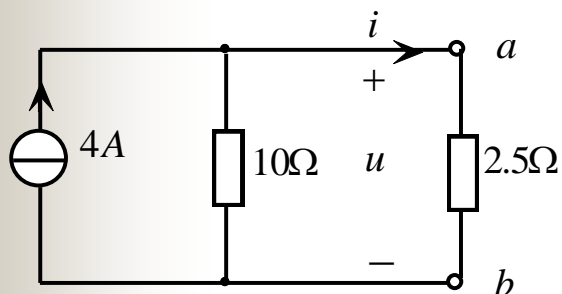


## 练习7：用等效电流源定理求 $u, i$ 。



$$i_1 = 0$$

$$i_{sc} = 4A$$

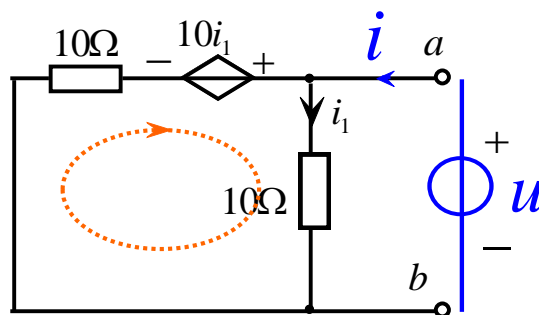


$$i_1 = 4A$$

$$u_{oc} = 10i_1 = 40V$$

$$R_0 = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = 10\Omega$$

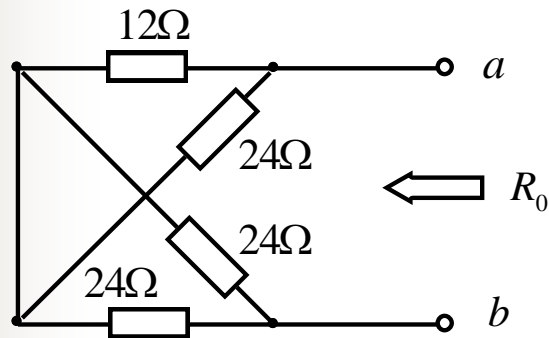
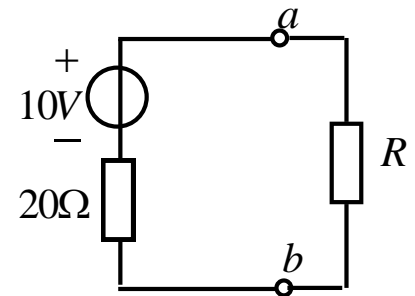
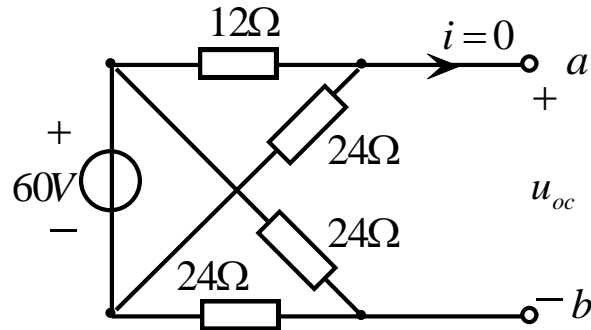
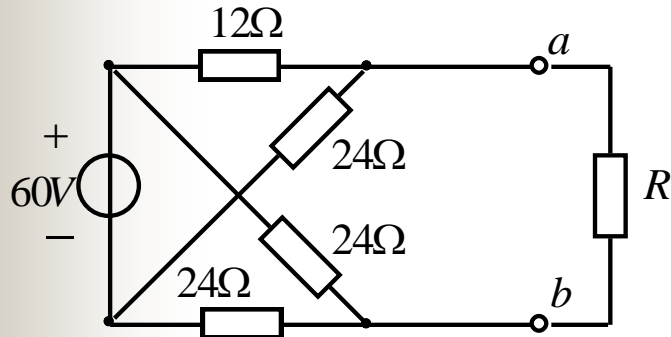
$$i = \frac{10}{12.5} \times 4 = 3.2A, u = 2.5i = 8V$$



$$10(i_1 - i) - 10i_1 + 10i_1 = 0$$

$$R_0 = \frac{u}{i} = 10\Omega$$

**练习8:** 如图示电路, 求R为何值时能获得最大功率  $P_m$ ,  $P_m$  为多大?



(2) 求等效电阻  $R_0$ 。  $R_0 = 20\Omega$

(3) 画出其等效电压源模型。

(4) 根据最大功率传输定理可知

(1) 求开路电压  $u_{oc}$

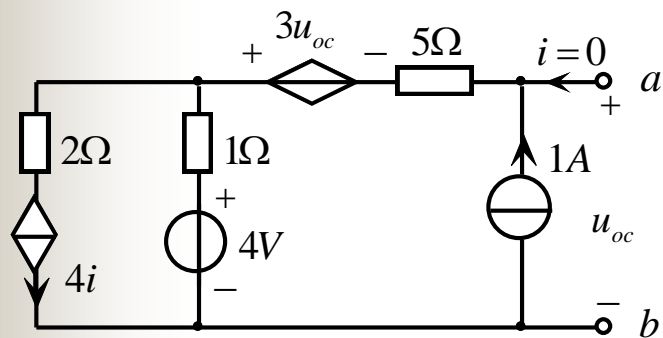
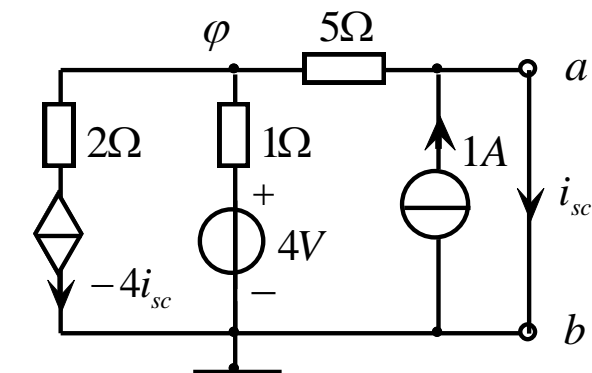
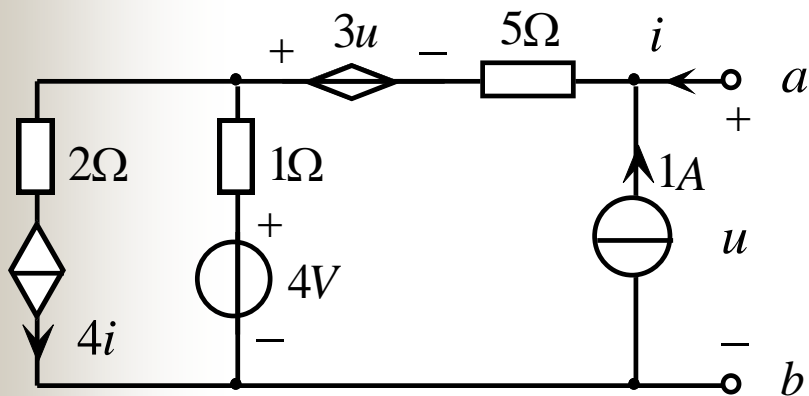
$$u_{oc} = \frac{60}{12 + 24} \times 24 - \frac{60}{24 + 24} \times 24 = 10V$$

$$R = R_0 = 20\Omega$$

$$P_m = \frac{u_{oc}^2}{4R_0} = 1.25W$$



**练习9：** 图示电路，求其等效的电流源电路，并求该端口电路向外可提供的最大功率。

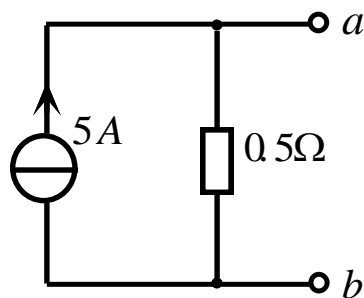


**节点法：**  $(1 + \frac{1}{5})\varphi = -4i_{sc} + 4$

$$i_{sc} = 1 + \frac{\varphi}{5} \quad i_{sc} = 5A$$

$$u_{oc} = 2.5V$$

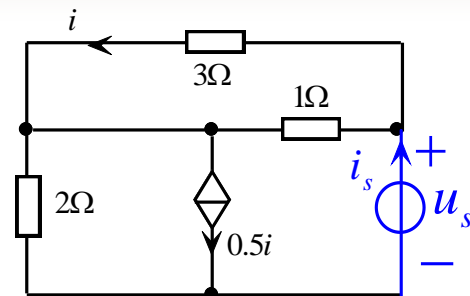
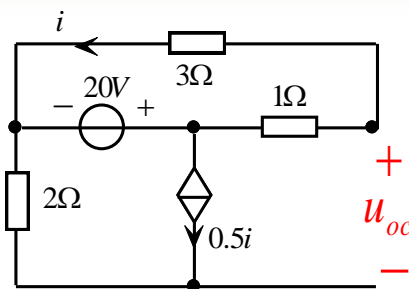
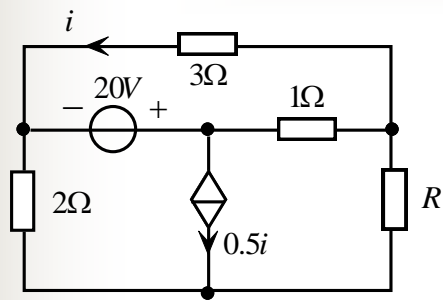
$$R_0 = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = 0.5\Omega$$



**最大功率传输定理**

$$P_{\max} = \frac{1}{4} R_0 i_{sc}^2 = 6.25W$$

**练习10：**图示电路，R为多大时可获得最大功率并求该最大功率。



(1) 求开路电压  $4i = 20, i = 5A$   $u_{oc} = 3i + 2(-0.5i) = 2i = 10V$

(2) 求等效电阻  $u_s = 3i + 2i_s - i = 2i + 2i_s$

$$i = \frac{1}{4}i_s \quad R_0 = \frac{u_s}{i_s} = 2.5\Omega$$

(3) 画出戴维南等效电路

(4) 应用最大功率传输定理

$$R = R_0 = 2.5\Omega, \quad P_m = \frac{u_{oc}^2}{4R_0} = 10W$$

