第五章　正弦稳态分析

5-1　已知 $u_1 = 10\cos(\omega t - 30^\circ)V$、$u_2 = 5\cos(\omega t + 120^\circ)V$。试写出相量 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$，写出相量图，求相位差 φ_{12}。

答案

解：
$$\dot{U}_1 = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle -30^\circ V$$

$$\dot{U}_2 = \frac{5}{\sqrt{2}}\angle 120^\circ V$$

$$\varphi_{12} = -30^\circ - \angle 120^\circ = -\angle 150^\circ$$

相量图如图 5-1 所示。

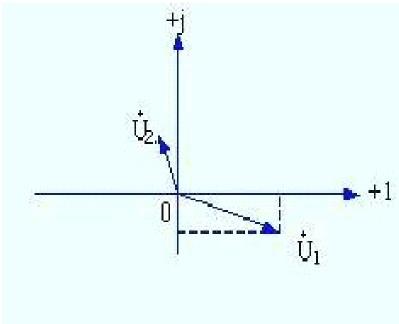


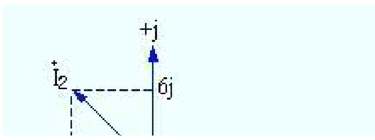
图　题 5-1

5-2　已知 $\dot{I}_1 = 8 - j6A$、$\dot{I}_2 = -8 + j6$。试写出他们所代表正弦电流的时域表达式，画出相量图，并求相位差 φ_{12}。

答案

解：
$$\dot{I}_1 = 8 - j6 = 10\angle -36.9^\circ A$$

$$\dot{I}_2 = -8 + j6 = 10\angle 143.1^\circ A$$



$\therefore i_1 = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - 36.9^\circ)A$　　　　图　题 5-2

$i_2 = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + 143.1^\circ)A$

$\varphi_{12} = -36.9^\circ - 143.1^\circ = -180^\circ$

相量图如图 5-2 所示。

5-3　已知 $i_1 = 10\cos(\omega t + 30^\circ)mA$，$i_2 = 6\cos(\omega t - 60^\circ)mA$。求 $i = i_1 + i_2$ 的时域表达式。

答案

解：$\dot{I}_{1m} = 10\angle 30^\circ\ mA$

$\dot{I}_{2m} = 6\angle -60^\circ\ mA$

$\dot{I}_m = \dot{I}_{1m} + \dot{I}_{2m} = 11.6 - j0.196 = 11.6\angle -0.968^\circ (mA)$

$\therefore i = i_1 + i_2 = 11.6\cos(\omega t - \angle 0.968^\circ)\ mA$。

5-4　图题 5-4 所示电路，已知电压表 V_1、V_2 的读数分别为 3V,4V。求电 压表 V 的读数。

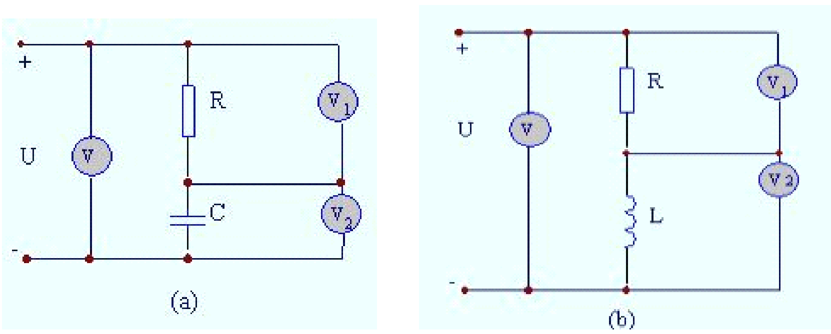


图　题 5-4

答案

解： (a) $U=\sqrt{3^2+4^2}=5(V)$ $(b)U=\sqrt{3^2+4^2}=5(V)$

5-5　图题 5-5 所示电路，已知电流表 A_1、A_2 的读数均为 10A。求电流表 A 的读数。

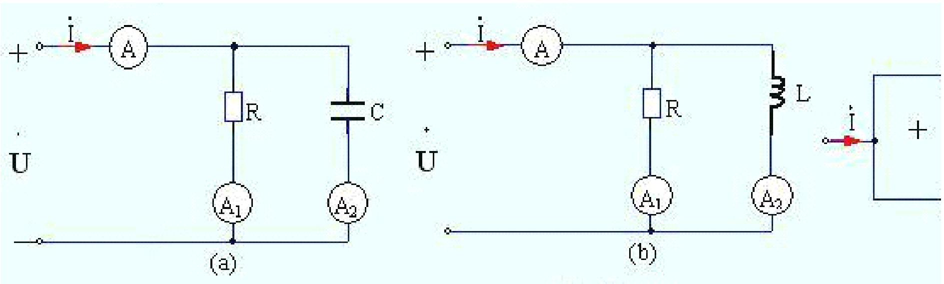


图　题 5-5

答案

解：设 $\dot{U}=U\angle 0^\circ V$，则

(a) $\dot{I}=10+j10=10\sqrt{2}\angle+45^\circ(A)$　　$\therefore$电流表A的读数为$10\sqrt{2}A$。

$(b)\dot{I}=10-j10=10\sqrt{2}\angle-45^\circ(A)$　　$\therefore$A 的读数为$10\sqrt{2}A$

$(c)\dot{I}_1=-j10+j10=0$　　$\therefore$A 的读数为 0。

5-6　　图题 5-6 所示正弦稳态电路，已知电压表V_1、V_2、V_3的读数分别为 3 0 V、60V、100V。求电压表 V 的读数。

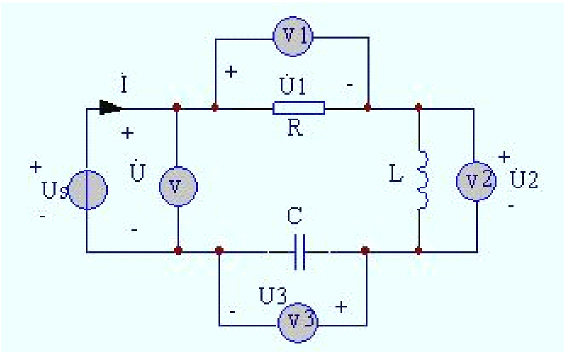


图　　题 5-6

答案

解：设 $\dot{I}=I\angle 0^{\circ}A$，则

$\dot{U}_1=30V$　$\dot{U}_2=j60V$　$\dot{U}_3=-j100V$

$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2+\dot{U}_3=30-j40=50\angle-53.1^{\circ}V$

电压表的读数为 50V.

5-7　图题 5-7 所示正弦稳态电路，已知电流表 A、A_1、A_2 的读数分别为 5A 、3A 、4A.

求 A_3 的读数。

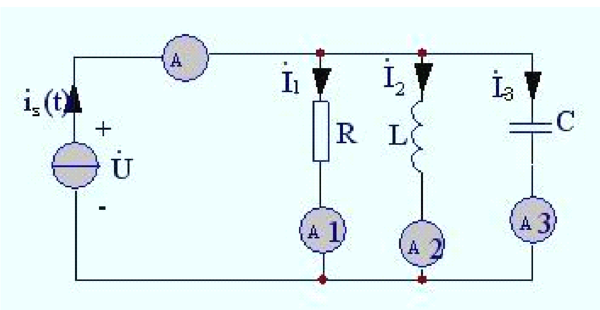


图　题 5-7

答案

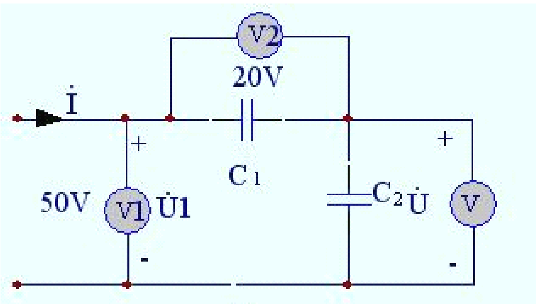
解：　设 $\dot{I}=I\angle 0^{\circ}A$，则：

$$\dot{I}_1=3A \quad \dot{I}_2=-j4A \quad \dot{I}_3=i\dot{I}_3\ A$$

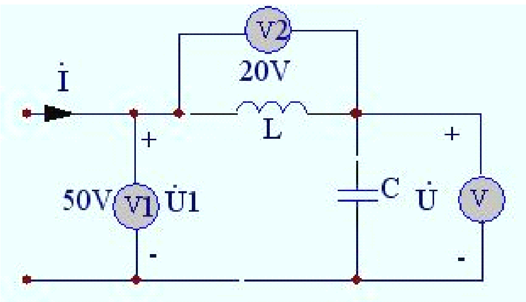
$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2+\dot{I}_3=3+j(\dot{I}_3-4) \quad I^2=3^2+(\dot{I}_3-4)^2$$

$$\therefore \dot{I}_3=\pm\sqrt{25-9}+4=\begin{cases}8A\\0\end{cases}$$ 即：A_3的读数为 8A 或 0。

5-8　求图题 5-8 所示电路中电压表 V 的读数。



(a)



(b)

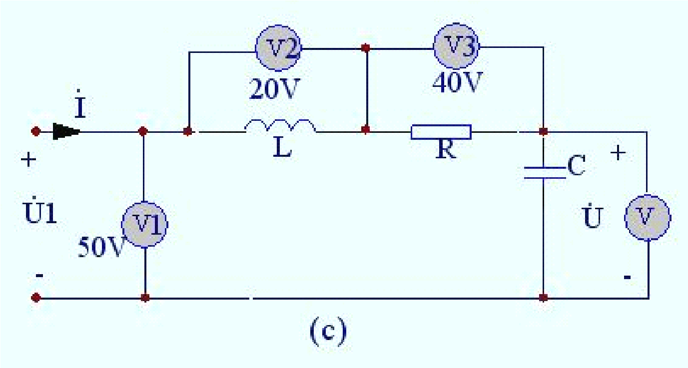


图　题 5-8

答案

解：设 $\dot{I} = I\angle 0^{\circ} A$，则

$(a)\dot{U}_1 = -j20 - jU = -j50V$　　$\therefore U = 50 - 20 = 30V$ 即 V 的读数为 30V。

$(b)\dot{U}_1 = j20 - jU = j(20-U) = j50V$　　$\therefore U = 50 + 20 = 70V$ 即 V 的读数为 70V。

$(c)\dot{U}_1 = 40 + j(20-U)$

$U_1^2 = 40 + (20-U)^2 = 50^2$　　$\therefore U = \pm\sqrt{50^2 - 40^2} + 20 = \begin{cases} 50V \\ -10V(舍) \end{cases}$

即 V 的读数为 50V。

5-9　求图题 5-9 所示电路中电流表 A 的读数.。

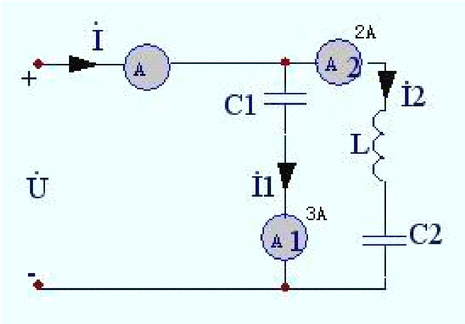


图　题 5-9

答案

解:　$\dot{U}=U\angle 0^{\circ}A$　则

$\dot{I}_1=j3A$　　$\dot{I}_2=\pm j2A$

$$\therefore \dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=\begin{cases} j5A \\ j1A \end{cases}$$

即:电流表的读数为 5A 或 1A。

5-10　图题 5-10 所示电路, $u_s(t)=50\sqrt{2}\cos 10^3 tV$,求 $i(t)$ 。

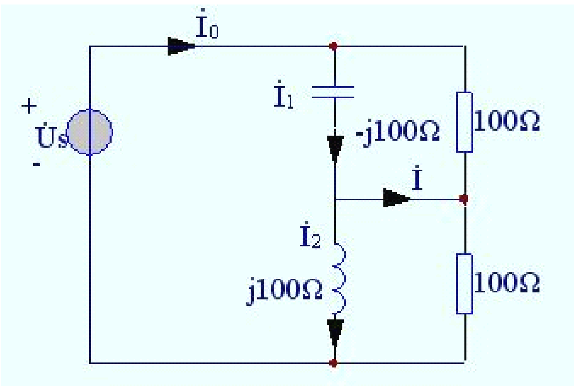


图　题 5-10

答案

解: $U_s = 50\angle 0^\circ$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = 100\Omega$$

$$X_L = \omega L = 100\Omega$$

电路频域模型如图 5-10 所示。

$$Z = \frac{-j10000}{100-j100} + \frac{j10000}{100+j100} = 100(\Omega)$$

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_s}{Z} = 0.5\angle 0^\circ A$$

$$\dot{I}_1 = \frac{100}{100-j100}\dot{I}_0 = 0.25 + j0.25 A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{100}{100+j100}\dot{I}_0 = 0.25 - j0.25 A$$

$$\therefore \dot{I} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = j0.5 A$$

$$i(t) = 0.5\sqrt{2}\cos(10^3 t + 90^\circ) A$$

5-11　求图题 5-11 所示电路的输入阻抗 Z。

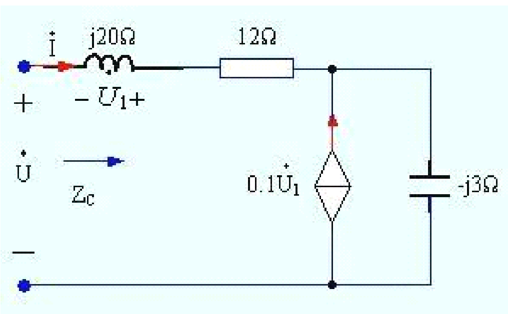


图　题 5-11

答案

解:　外加电流 $\dot{I}$, 则

$$\dot{U}=j20\dot{I}+12\dot{I}-j3(\dot{I}+0.1\dot{U}_1)$$

$$\dot{U}_1=-j20\dot{I}$$

$$\therefore Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=6+j17\,\Omega$$

5-12　图题 5-12 所示为测定电感线圈参数 R、L 的电路,电源频率 $f=50Hz$。求 R.,L。

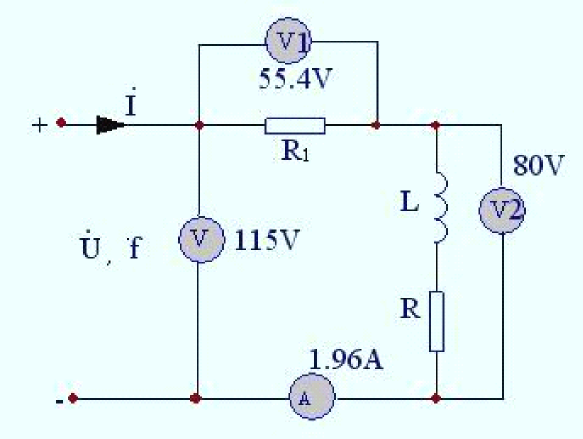


图　题 5-12

答案

解: 设 $\dot{I}=1.96\angle 0^{\circ}A$ 则

$$\therefore \dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2=55.4+(R+jX_L)\dot{I}$$

$$=(55.4+1.96R)+j1.96X_L$$

$U^2=(55.4+1.96R)^2+(1.96X_L)^2=115^2$

$U_2^2=(1.96R)^2+(1.96R_X)^2=80^2$

$\therefore R=17.29\Omega$

$X_L=\omega L=36.97\Omega$

$L=\dfrac{X_L}{2\pi f}=0.1177H$

5-13　　图题5-13所示电路,已知$u(t)=30\cos 2tV$、$i(t)=5\cos 2tA$。求方框内最简单的串联组合元件。

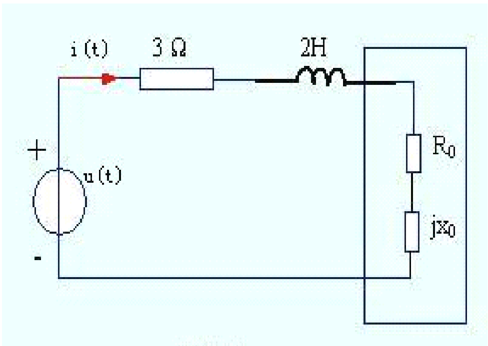


图　题5-13

答案

解: $\dot{U}_m=30\angle 0^{\circ}V$　　$\dot{I}_m=5\angle 0^{\circ}A$

$Z=\dfrac{U_m}{\dot{I}_m}=3+j4+(R_0+jX_0)$

$\therefore \left.\begin{array}{l}3+R_0=6\\4+X_0=0\end{array}\right\}\begin{array}{l}R_0=3\Omega\\X_0=-4\Omega\end{array}$

$X_C=4\Omega$　　　$C=\dfrac{1}{4\omega}=\dfrac{1}{8}F$。

5-14　图题 5-14 所示电路,已知电流表 A_1 的读数为 10A,电 压表 V_1 的读数为 100V。求 A 和 V 的读数。

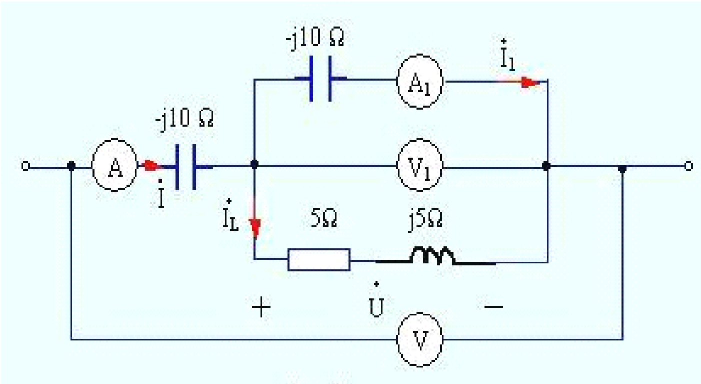


图　题 5-14

答案

解:　设 $\dot{U}_1 = 100\angle 0^\circ V$,　则

$$\dot{I}_1 = j10 \quad \dot{I}_2 = \frac{100\angle 0^\circ}{5+j5} = 10 - j10(A)$$

$$\therefore \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 10A。$$

$$\dot{U} = -j10\dot{I} + \dot{U}_1 = -j100 + 100$$

$$= 100\sqrt{2}\angle -45^\circ (V)$$

即: A 的读数为 10A,V 的读数为 $100\sqrt{2}V$。

5-15　图题 5-15 所示电路,已知 $\dot{U}_s = 100\angle 0^\circ V$、$\omega = 10^3 rad/s$。求电路的等效阻抗和各元件的电压、电流,画出相量图。

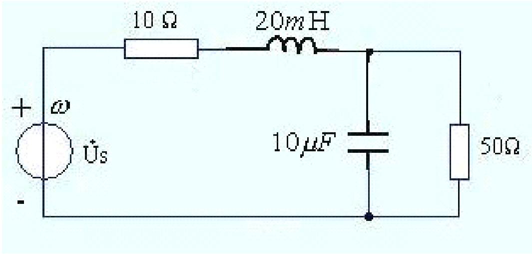


图　题 5-15

答案

解：　原电路的频域模型如图 5-15(a)所示.

等效复阻抗

$$Z = 10 + j20 + \frac{-j100 \times 50}{50 - j100}$$

$$= 50\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_S}{Z} = 2\angle 0^{\circ}$$

$$\dot{U}_1 = 20 + j40(V)$$

$$\dot{U}_2 = U_s - \dot{U}_1 = 80 - j40(V)$$

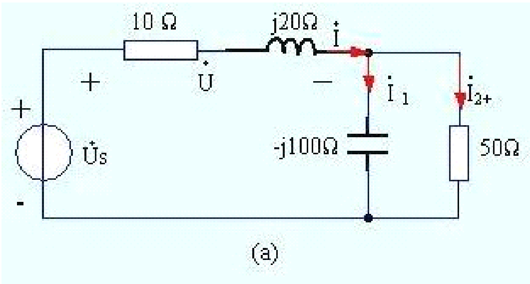
$$\dot{I}_1 = 0.4 + j0.8A$$

$$\dot{I}_2 = 1.6 - j0.8A$$

$$= 0.89\angle 63.4^{\circ} A$$

$$= 1.78\angle -26.6^{\circ} A$$

相量图如图 5-15(b)所示。



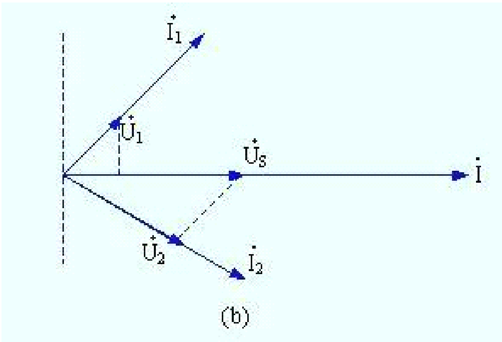


图　题 5-15

5-16　为了使电感线圈 Z_2 中的电流 $\dot{I}_2$ 落后于 $\dot{U}\ 90^{\circ}$,常用 图题 5-16 所示电路。已知 $Z_1 = 100 + j500\Omega$ $Z_2 = 400 + j1000\Omega$,求 R.。

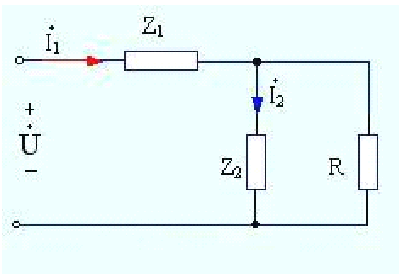


图　题 5-16

答案

解:　$\dot{I} = \dot{I}_2 + \dot{I}_2 Z_2 / R$

$\dot{U}=\dot{I}Z_1+\dot{I}_2Z_2$

$=(Z_1+\frac{Z_1Z_2}{R}Z_2)\dot{I}_2$

即 $\dot{U}=(500+j1500+\frac{40K-500K}{R}+j\frac{200K-100K}{R})\dot{I}_2$

若使 $\dot{I}_2$ 落后于 $\dot{U}\,90^\circ$，则应有：

$500+\frac{40K-500K}{R}=0\ \therefore R=\frac{46}{50}=\frac{23}{25}=0.92(K\Omega)$

此时 $\dot{U}=j1608.7\dot{I}_2$(即$\dot{I}_2$落后于$\dot{U}90^\circ$)。

5-17　图题 5-17 所示，已知$\dot{U}=10\angle 0^\circ V$，$\omega=10^4 rad/s$。调 节电位器 R 使伏特计指针为最小值，此时$R_1=900\Omega$，$R_2=1600\Omega$。求伏特计指 示的数值和电容 C。

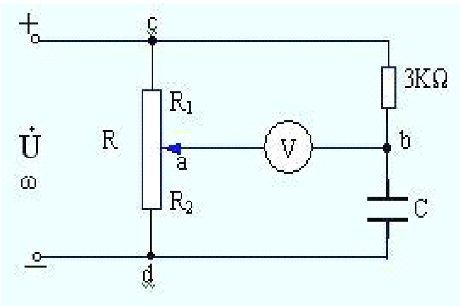


图　题 5-17

答案

解：$\dot{U}_{ab}=\dot{U}_{ad}-\dot{U}_{bd}$，　$\dot{U}_{ad}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\dot{U}$，　$\dot{U}_{bd}=\frac{-jX_C}{3K-jX_C}\dot{U}$

$\therefore \dot{U}_{ab}=(\frac{R_2}{R_1+R_2}-\frac{(X_C)^2}{(3K)^2-(X_C)^2}+\frac{j3000X_C}{(3K)^2-(X_C)^2})\dot{U}$

当改变 R_2 使 $\dot{U}_{ab}$ 最小时，必有

$$\frac{R_2}{R_1+R_2}-\frac{(X_C)^2}{(3K)^2-(X_C)^2}=0$$

即：

$$0.64\times(9\times10^6+X_c^2)=X_c^2$$

$$X_C=4K\Omega \quad \dot{U}_{ab}=\frac{3000\times4000}{(3K)^2+(4K)^2}=4.8V$$

$C=0.025\mu F$.

5-18　图题 5-18 所示电路，欲使 R 改变时 I 值不 变，求 L 、C 、ω 之间应满足何关系？

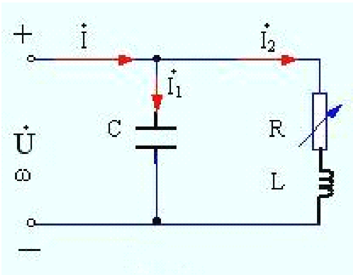


图　题 5-18

答案

解：

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=j\omega C\dot{U}+\frac{\dot{U}}{R+j\omega L}$$

$$当R=0时: \overset{*}{I'}=j\omega C\dot{U}+\frac{\dot{U}}{j\omega L}$$

$$当R=\infty时: \overset{*}{I''}=j\omega C\dot{U}$$

$$依题意\left|\overset{*}{I'}\right|=\left|\overset{*}{I''}\right| 即:\left|\omega C-\frac{1}{\omega L}\right|=\omega C$$

$$\therefore \omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$$

5-19　图题 5-19 所示电路，已知 $\dot{U}_1 = 9V$, $\dot{U}_2 = j6V$。求 $\dot{I}$。

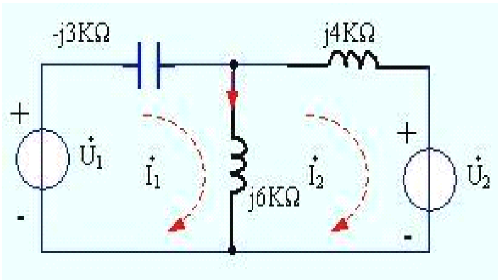


图　题 5-19

答案

解：　网孔电流方程为：

$$\left.\begin{aligned} j3K\dot{I}_1 - j6K\dot{I}_2 &= 9 \\ -j6K\dot{I}_1 + j10K\dot{I}_2 &= -j6 \end{aligned}\right\}$$

解得：

$\dot{I}_1 = 6 + j15(mA)$　　$\dot{I}_2 = 3 + j9(mA)$

$$\therefore \dot{I} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 3 + j6(mA) = 6.7\angle 63.43^\circ\ mA$$

5-20　图题 5-20 所示电路，可调电阻 r 的中点接地，$R = 1/\omega C$。试证明电位 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$、$\dot{U}_3$、$\dot{U}4$ 大小相等、相位依次相差 90°。

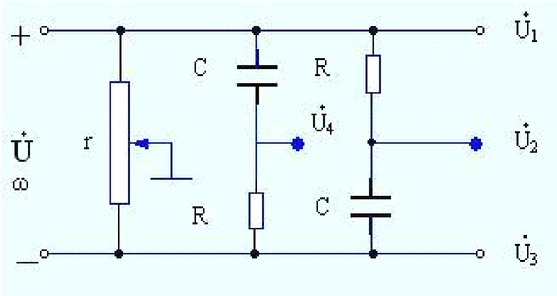


图　题 5-20

答案

证：　$\because$ 各点相对接地点的电位为：

$$\dot{U}_1=\frac{\dot{U}_s}{2}\ \dot{U}_3=-\frac{\dot{U}_s}{2}$$

$$\dot{U}_2=\dot{U}_1-\frac{R}{R-j\dfrac{1}{\omega C}}\dot{U}_S=\frac{\dot{U}_S}{2}-\frac{\dot{U}_S}{1-j}=-j\frac{\dot{U}_S}{2}$$

$$\dot{U}_4=\dot{U}_1+\frac{j\dot{U}_s}{1-j}=j\frac{\dot{U}_s}{2}$$ 。

$\therefore$ 可见 $\dot{U}_1$ 、$\dot{U}_2$ 、$\dot{U}_3$ 、$\dot{U}4$ 大小相等、相位依次相差 90° 。

5-21　图题 5-21 所示电路，求 $\dot{U}_{ab}$ 。

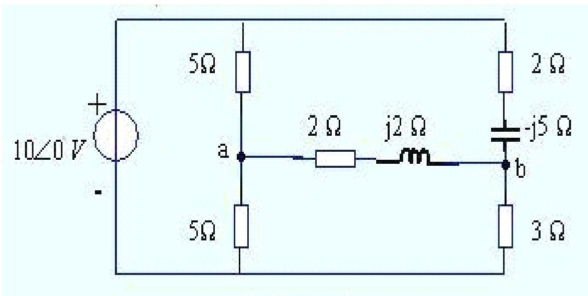


图　题 5-21

答案

解：移去待求支路 a-b，如图 5-21（a）所示。

$$\dot{U}_{oc} = 5 - \frac{3}{5-j5}10\angle 0^{\circ} = 2 - j3(V)$$

$$Z_o = 2.5 + \frac{3(2-j5)}{5-5j} = 4.6 - j0.9$$

作戴维南等效电路，并接入移去支路，如图 5-21(b)所示。

$$\therefore \dot{U}_{ab} = \frac{2+j2}{Z_o+2+j2}\dot{U}_{oc} = 1.43 - j0.54 = 1.526\angle -21^{\circ}(V)$$

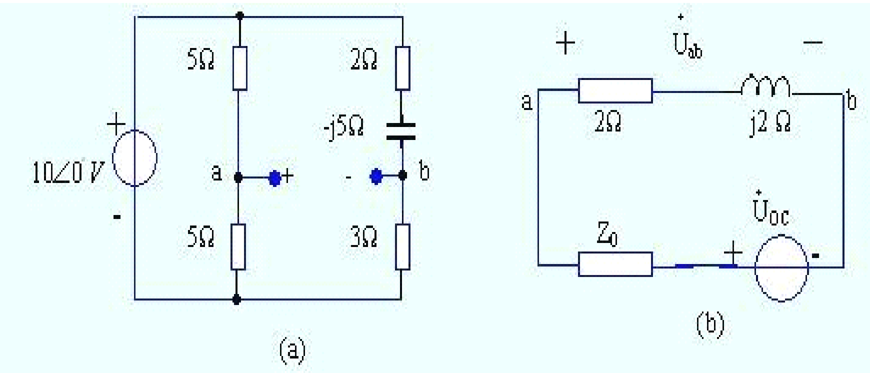


图　题 5-21

5-22　图题 5-22 所示电路，$\dot{I}_s = 10A$，$\omega = 5000 rad/s$，$R_1 = R_2 = 10\Omega$，$C = 10\mu F$，$\mu = 0.5$。求各支路电流，并作出相量图。

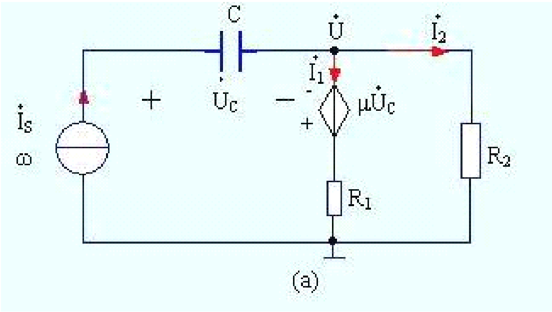


图　题 5-22

答案

解：$\dot{U}_c = \dfrac{1}{j\omega C}\dot{I}_s = -j200V$

$$\dot{U} = \frac{\dot{I}_s - \mu\dot{U}_c / R_1}{1/R_1 + 1/R_2} = 50 + j50(V)$$

$$\therefore \dot{I}_2 = \dot{U}/R_2 = 5 + j5(A)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_s - \dot{I}_2 = 5 - j5(A)$$

相量图如图 5-22(b)所示。

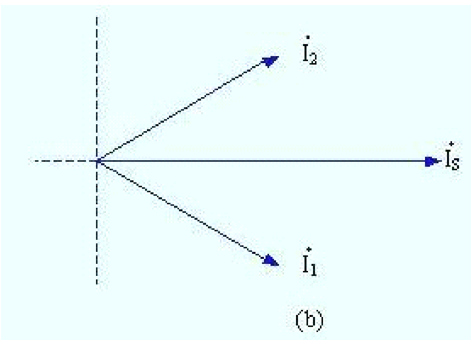


图 题 5-22(b)

5-23　　图题 5-23 所示电路，已知$\dot{U}_R=2V$，$\omega=3rad/s$，$\dot{I}$落后于$\dot{U}$ 60°，电路的消耗功率$P=4W$。求 U、I 及动态元件的参数值。

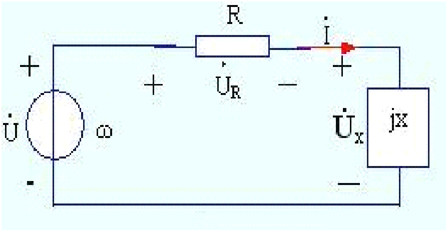


图　题 5-23

答案

解：$\because P=U_R^2/R$

$$\therefore R=U_R^2/P=1\Omega$$

$$I=U_R/R=2A$$

$$又\because \frac{X}{R}=tg60^\circ$$

$$\therefore X=\sqrt{3}\Omega$$

$$|Z|=\sqrt{R^2+X^2}=2\Omega$$

$$U=I|Z|=4V$$

$\because \dot{I}$落后于$\dot{U}60^\circ$，电路呈感性

$$\therefore X=\omega L \qquad L=\frac{X}{\omega}=\frac{\sqrt{3}}{3}=0.5773H$$

5-24　　图题 5-24 所示电路，$\dot{U}=10\angle 0^\circ V$，$\omega=10^7 rad/s$，Z 可变，求 Z 为何值时可获得最大功率$P_m$，$P_m$为多大,此时$I_2$为多大?

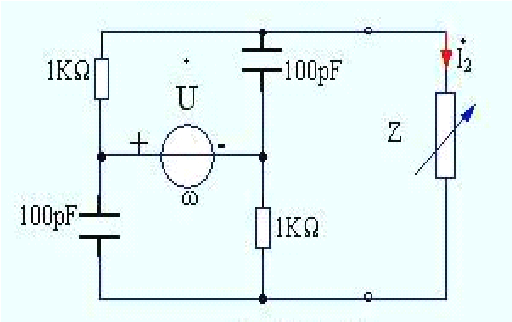


图　题 5-24

答案

解:　移去

Z: $\dot{U}_{oc}=-(\frac{-jX_C}{R-jR_C}\dot{U})+\frac{R}{R-jX_C}\dot{U}=j10\,V$

除源$Z_0=2\times\frac{-jX_CR}{R-jX_C}=1-j(K\Omega)$

作戴维南等效效电路,并接入移去的支路,如图 5-24(b) 所示.。

∴根据最大功率传输电路。$Z=\overset{*}{Z_o}=1+j(K\Omega)$时,Z 可获得最大功率 P_m,且

$P_m=\frac{U_{oc}^2}{4R_o}=25mW$

。

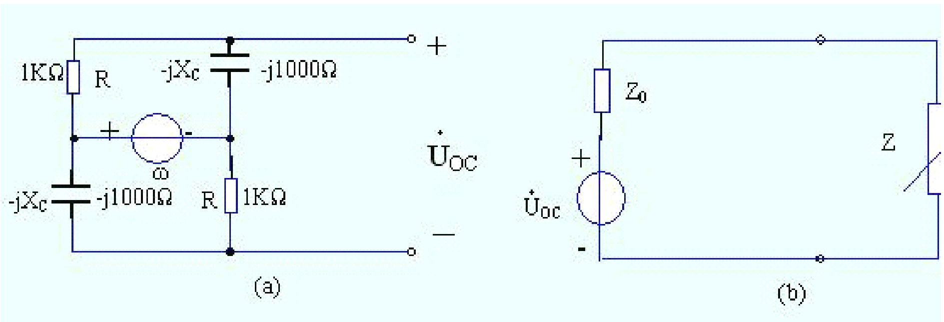


图　题 5-24

5-25　　图题 5-25 所示电路，$u_s(t)=2\sqrt{2}\cos(0.5t+120^\circ)V$,Z 可变,求 Z 为何值 时可获得最大功率 P_m，P_m 为多大？

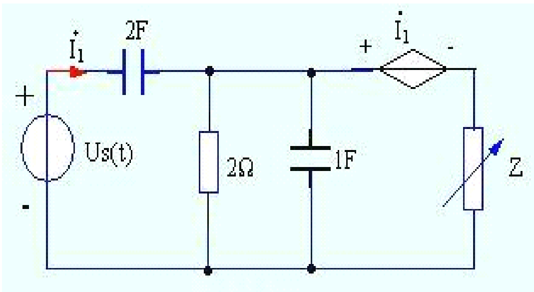


图　题 5-25

答案

解:移去 Z:

$$\because \dot{U}_1=\frac{2\angle 120^\circ}{j+0.5+j0.5}$$

$$=1.27\angle 138.43^\circ$$

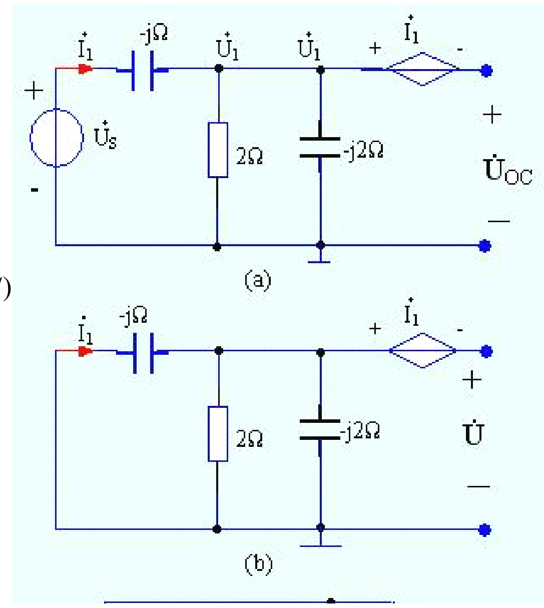
$$=-0.95+j0.84(V)$$

$$\dot{I}_1=(\dot{U}_s-\dot{U}_1)/-j=-0.89-j0.05(A)$$

除源后外加电压$\dot{U}$求Z_o:

$$\because \dot{U}_1=\frac{\dot{I}}{0.5+j1.5}\quad \dot{I}_1=-j\dot{U}_1$$

$$\dot{U}=\dot{U}_1-\dot{I}_1=\frac{\dot{I}}{0.5+j1.5}(1+j)$$



$$\therefore Z_o = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{1+j}{0.5+j1.5} = 0.9\angle -26.5^{\circ}$$

图　题 5-25

$$= 0.8 - j0.4(\Omega)$$

作等效戴维南电路,并接入 Z,如图 5-25(c)所示。

$$\therefore Z = \overset{*}{Z_o} = 0.8 + j0.4(\Omega)$$

$$P_m = \frac{U_{oc}^2}{4R_o} = \frac{0.89^2}{4\times 0.8} = 0.25(W)$$

5-26　图题 5-26 所示电路，已知 $\omega = 10^3 rad/s$， $Z_s = R_s + jX_s = 50 + j100\Omega$， $R = 100\Omega$。今手头只有电容器,试求在 Z_s 与 R 为定值时,在 R 与电 源之间连接一个什么样的电路,才能使 R 获得最大功率, 算出元件值, 画出电路图。

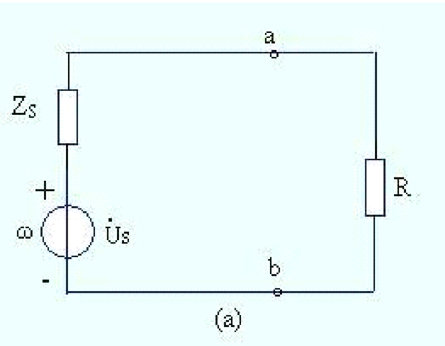


图　题 5-26

答案

解: $\because Z_s = R_s + jX_s = 50 + j100\Omega$ $R = 100\Omega$

为使 R 获最大功率,首先给 R 并联电容 C_1,则

$$Z_{ab}=\frac{RX_1^2}{R^2+X_1^2}-j\frac{X_1}{R^2+X_1^2}$$

其中: $X_1=\frac{1}{\omega C_1}$

使 $\frac{RX_1^2}{R^2+X_1^2}=R_s$,可求得 $X_1=100\Omega \quad \therefore C_1=10\mu F$

其次为使 $Z_1=\overset{*}{Z}_s=50-j100$, 给 RC_1 并联组合与 Z_s 之间串联一个电容 C_2, 并使

$$X_2+\frac{RX_1^2}{R^2+X_1^2}=100 \qquad X_2=50 \therefore C_2=20\mu F$$

电路结构如图 5-26（b）所示。

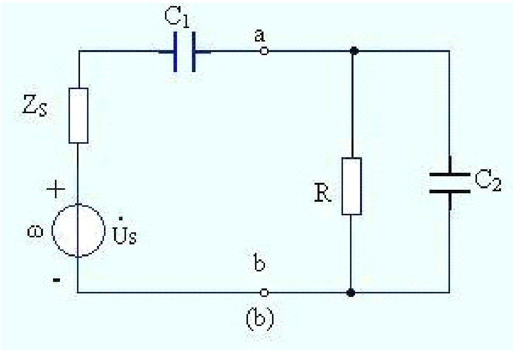


图　题 5-26(b)