概率论与数理统计

第一节　一维随机变量及其分布(2)

- 三、离散型随机变量
- 四、典型的离散型随机变量及其分布

随机变量的分类

所有取值可以逐个一 一列举

➢ 离散型随机变量

例如：“抽验一批产品中次品的个数”，“电话交换台在一定时间内收到的呼叫次数”等

全部可能取值有无穷多，充满一个或几个区间

➢连续型随机变量

例如：“电视机的寿命”，实际中常遇到的“测量误差”等.

三、离散型随机变量

1. 离散型随机变量的分布律

定义 若随机变量X所有可能取值为 $x_1, x_2, \cdots$且

$$P(X = x_i) = p_i \quad (i = 1, 2, \cdots)$$

或记为

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	$\cdots$
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	$\cdots$

$x_1, x_2, \ldots, x_n$最好按照从小到大顺序从左向右排列

称上面两式为离散型随机变量X的分布律或分布列.

注 分布律中的 p_i 必须满足:

(1) （非负性）$0 \le p_i \le 1, \quad (i = 1, 2, \cdots);$

(2) （规范性）$\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1.$

例1 设随机变量的分布律为

$$P\{X=k\}=\frac{a\lambda^k}{k!} \quad (k=0,1,2,\cdots)$$

$\lambda>0$为常数，试确定常数a.

解 由$\sum\limits_{k=0}^{\infty} p_k=1$,得

$$\sum_{k=0}^{\infty} a\frac{\lambda^k}{k!}=a\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}=ae^{\lambda}=1$$

所以$a=\mathrm{e}^{-\lambda}$.

2. 离散型随机变量分布律与分布函数的关系

(1) 若已知X 的分布律：$p_k = P\{X = x_k\} \quad (k = 1,2,\cdots)$

则X的分布函数

$$F(x) = \sum_{x_k \le x} P\{X = x_k\} \quad (x \in R)$$

(2) 若已知X的分布函数$F(x)$，则X的分布律

$$p_k = P\{X = x_k\} = F(x_k) - F(x_k - 0)$$

或

$$= F(x_k) - F(x_{k-1}) \quad (k = 1,2,\cdots)$$

分布律 ⟷ 分布函数

目 上 下 回 停 续

例2 一盒内装有5个乒乓球，其中2个旧的，3个新的，从中任取2个，求取得的新球个数X的分布律与分布函数，并计算：

$$P\{0 < X \le 2\}, \quad P\{0 \le X < 2\}.$$

解 X={ 取得的新球个数 }，其分布律为

$$P\{X = k\} = \frac{C_3^k \cdot C_2^{2-k}}{C_5^2} \qquad (k = 0, 1, 2)$$

或

X	0	1	2
P	0.1	0.6	0.3

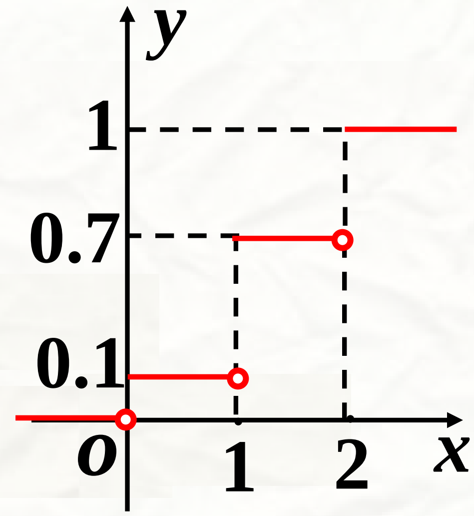
X的分布函数为

$$F(x) = P\{X \le x\} \qquad (x \in R)$$

$$= \sum_{k \le x} P\{X = k\}$$

X	0	1	2
P	0.1	0.6	0.3

$$= \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 0.1, & 0 \le x < 1, \\ 0.7, & 1 \le x < 2, \\ 1, & x \ge 2. \end{cases}$$



方法1 $P\{0 < X \le 2\}$

$$= P\{X = 1\} + P\{X = 2\}$$

$$= 0.6 + 0.3 = 0.9$$

$$P\{0 \le X < 2\}$$

$$= P\{X = 0\} + P\{X = 1\}$$

$$= 0.1 + 0.6 = 0.7$$

$$\boxed{F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 0.1, & 0 \le x < 1, \\ 0.7, & 1 \le x < 2, \\ 1, & x \ge 2. \end{cases}}$$

方法2 $P\{0 < X \le 2\} = F(2) - F(0) = 1 - 0.1 = 0.9$

$$P\{0 \le X < 2\} = F(2-0) - F(0-0)$$

$$= 0.7 - 0 = 0.7$$

例3 若已知离散型随机变量X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{1}{3}, & 0\le x<1,\\ \dfrac{1}{2}, & 1\le x<2,\\ 1, & x\ge 2.\end{cases}$$

求对应的分布律.

解 可看出X只可能取0, 1, 2。

$$P\{X=0\}=F(0)-F(0-0)=\frac{1}{3},$$

$$P\{X=1\}=F(1)-F(1-0)=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6},$$

$$P\{X=2\}=F(2)-F(2-0)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2},$$

即

X	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

四、典型的离散型随机变量及其分布

1.退化分布(单点分布)

若随机变量X取常数值C的概率为1,即

$$P(X=C)=1$$

则称X服从退化分布.

2. 离散型均匀分布

若X的分布律为

$$P\{X = x_k\} = \frac{1}{n} \quad (k = 1, 2, \cdots, n)$$

则称X服从离散型均匀分布,这里要求x_k各不相同.

例如掷骰子试验,若记出现的点数为X,则X的可能取值为1,2,3,4,5,6.那么X的分布律为:

$$P(X = i) = \frac{1}{6} \quad (i = 1, 2, \cdots, 6)$$

3. *两点分布(伯努利分布) Bernoulli distribution

若X的分布律为

$$P\{X=k\}=p^k(1-p)^{1-k} \quad (k=0,1)$$

或记为

X	0	1
p_k	$1-p$	p

则称 X 服从 (0-1) 分布或两点分布.记为$X\sim B(1,p)$.

注 两点分布是一种比较简单的分布,任何只有两种可能结果的随机现象,

例如抛一次硬币出现“正面”或“反面”;

做一次试验事件“A发生”或“A不发生”

均可用这一数学模型描述.

4. *二项分布 Binomial distribution

若X的分布律为

$$P\{X=k\}=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$$

其中$k=0,1,\cdots,n;\ 0\leq p\leq 1$.则称 X服从二项分布.

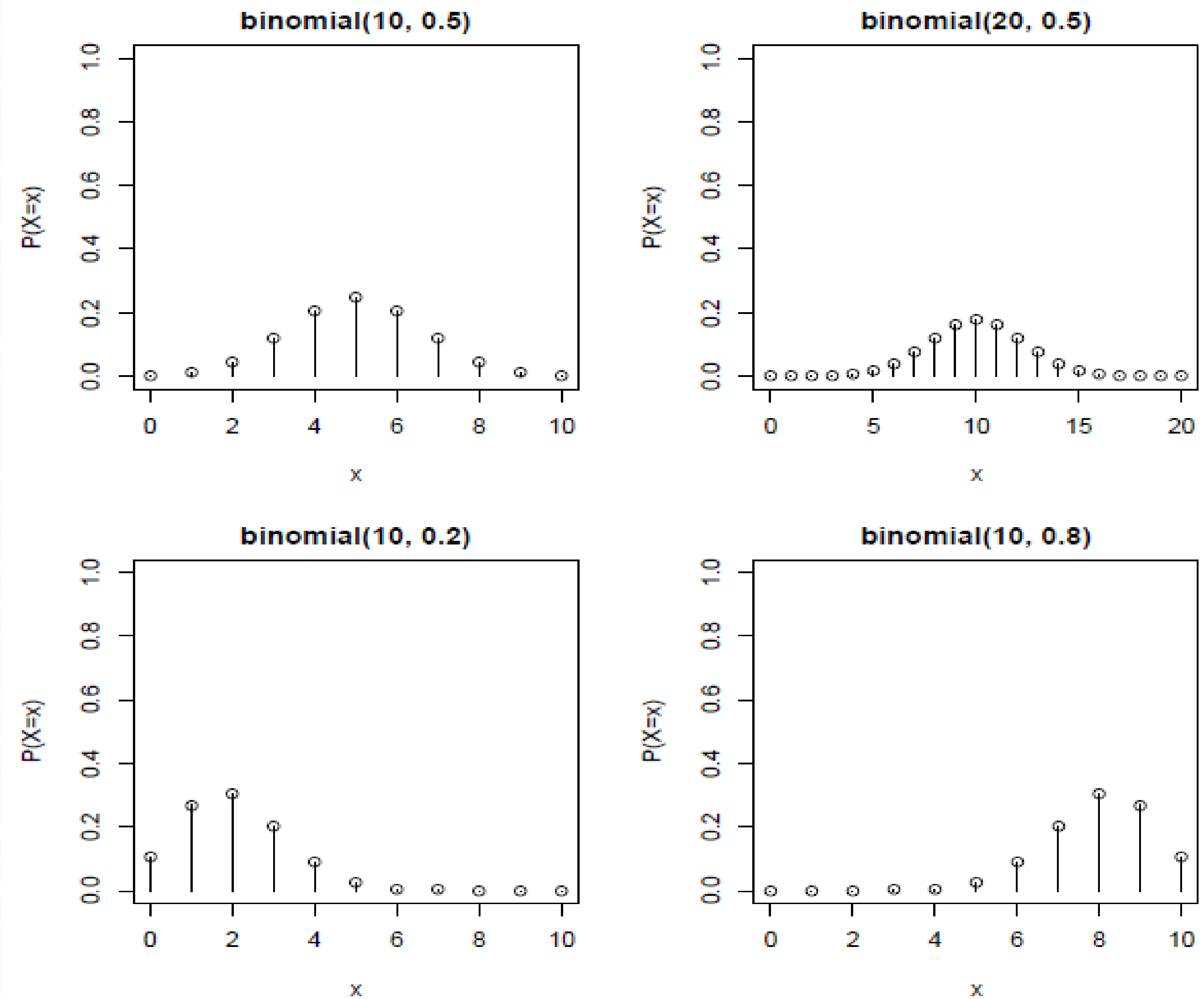
记作 $X\sim B(n,p)$,写作

$$B(k,n,p)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$$

二项分布可以用来描述n重伯努利试验,事件A

恰好发生k次的概率,是概率论中一种重要的分布.

二项分布$P = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, \ldots, n.$



例4 某人进行射击,设每次射击的命中率为0.02,独立射击400次,试求至少击中两次的概率.

解 设击中的次数为 X，则 $X \sim B(400, 0.02)$.

X 的分布律为

$$P\{X = k\} = C_{400}^{k}(0.02)^{k}(0.98)^{400-k},$$

其中 $k = 0,1,\cdots,400.$

因此 $P\{X \ge 2\} = 1 - P\{X = 0\} - P\{X = 1\}$

$$= 1 - (0.98)^{400} - 400(0.02)(0.98)^{399}$$

$$= 0.9972.$$

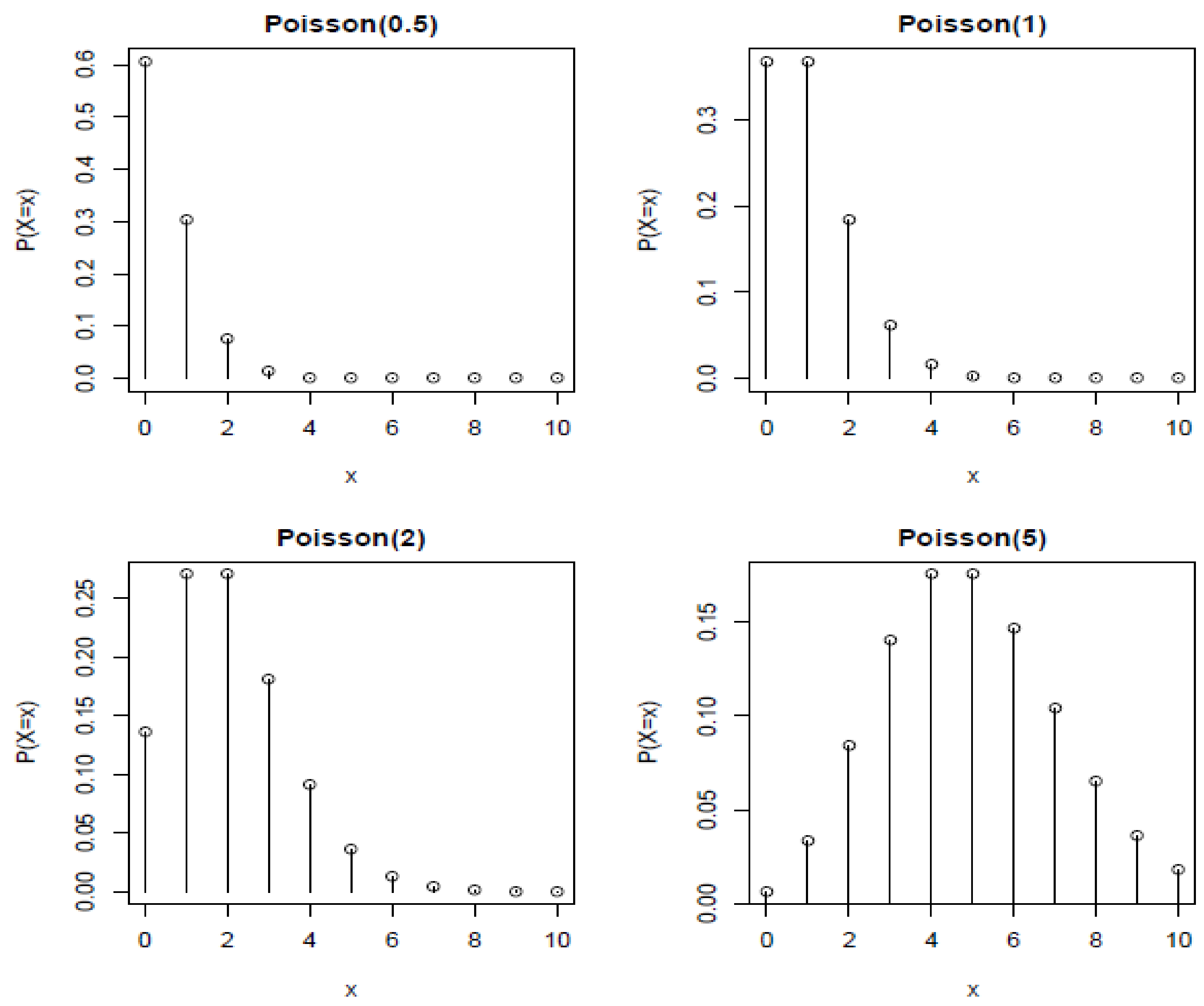
目 上 下 例 停 续

5. *泊松分布Poisson distribution

若X的分布律为

$$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda}\quad(k=0,1,\cdots)$$

$\lambda>0$,则称 X服从泊松分布，记作 $X\sim P(\lambda)$.


Poisson(0.5)
Poisson(1)
Poisson(2)
Poisson(5)
P(X=x)
x
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6
0.0 0.1 0.2 0.3
0.00 0.05 0.10 0.15 0.20 0.25
0.00 0.05 0.10 0.15
0 2 4 6 8 10

目 上 下 回 停 续

历史

泊松分布是以18－19 世纪的法国数学家西莫恩.德尼.泊松(Siméon-Denis Poisson)命名的，他在1838年引入此分布。但是这个分布却在更早时期由伯努利家族的一个人描述过。

应用 泊松分布适合于描述单位时间内随机事件发生的次数。如某一服务设施在一定时间内到达的人数，电话交换机接到呼叫的次数，机器出现的故障数等等。

例5 一时段内通过某交叉路口的汽车数X可看作服从泊松分布的随机变量，若在该时段内没有汽车通过的概率为0.2,求在这一时段内多于一车通过的概率.

解 已知 $P\{X=0\}=\dfrac{\lambda^0}{0!}e^{-\lambda}=0.2$ 则$\lambda=1.61.$

而$P\{X\geq 2\}=1-P\{X=0\}-P\{X=1\}$

$=1-0.2-\dfrac{\lambda^1}{1!}e^{-\lambda}=1-0.2-1.61\times 0.2$

$=0.478$

泊松分布可作为二项分布的极限分布.即下面的泊松定理.

泊松定理 设 $X \sim B(n, p_n)$

$$P\{X=k\}=C_n^k p_n^k (1-p_n)^{n-k}$$

且满足: $\lim\limits_{n\to\infty} np_n = \lambda(>0)$

则对任意非负整数 k,有

$$\lim_{n\to\infty} P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}. \ (k=0,1,2,\cdots)$$

注 利用泊松定理,当n很大时可用泊松分布近似二项分布, 达到简化计算的目的.

比如， $n = 800, p = 0.005,$

则$np = 800 \times 0.005 = 4,$对于下式

$$B(3,800,0.005) = C_{800}^{3} \times 0.005^{3} \times 0.995^{797}$$

$$\approx e^{-4}\frac{4^{3}}{3!}$$

$$\approx 0.1945$$

例6 某计算机内的存储器，由3000个存储单元组成，每一个存储单元损坏的概率为0.0005，如果任一存储单元损坏时，计算机便停止工作，求计算机停止工作的概率.

解 设X表示存储单元损坏的个数，则

$$P\{X=0\}=C_{3000}^{0}(0.0005)^{0}(0.9995)^{3000}$$

$$=0.223046478$$

$$P\{X\geq 1\}=1-P\{X=0\}=0.77695$$

若用泊松分布近似，则

$$\lambda = np = 3000 \times 0.0005 = 1.5$$

$$P\{X = 0\} \approx \frac{(1.5)^0}{0!} e^{-1.5} = 0.22313$$

$$P\{X \geq 1\} = 1 - P\{X = 0\} = 0.77687$$

两种计算表明,结果误差不大,

计算机停止工作的概率约为0.777.

例6-1 在保险公司里有2500名同龄和同社会阶层的人参加了人寿保险，在一年中每个人的死亡的概率为0.002, 每个参加保险的人在1月1日须交12元保险费，而在死亡时家属可从保险公司里领取2000元赔偿金. 求:

(1) 保险公司亏本的概率;

(2) 保险公司获利不少于20000元的概率.

解 (1) 以“年”为单位，在1年的1月1日，保险公司的总收入为: $2500 \times 12 = 30000$ (元).

目 上 下 回 停 续

设1年中死亡的人数为 X，则

$$X \sim B(2500, 0.002)$$

保险公司在这一年中，应付出： $2000X$ (元)

设 A={保险公司亏本}，则

$$A\text{发生} \Leftrightarrow 2000X > 30000 \ \text{即}\ X > 15\ (\text{人})$$

$$\therefore \quad P(A) = P\{X > 15\}$$

$$= \sum_{k=16}^{2500} C_{2500}^{k} (0.002)^k \times (1-0.002)^{2500-k}$$

因为 $n = 2500$ 很大，$p = 0.002$ 很小，所以可用参数 $\lambda = np = 5$ 的泊松分布近似代替二项分布，

即有 $P\{X > 15\} = 1 - P\{X \le 15\}$

$$= 1 - \sum_{k=0}^{15} C_{2500}^{k} (0.002)^{k} \times (1 - 0.002)^{2500-k}$$

$$\approx 1 - \sum_{k=0}^{15} \frac{5^{k} \mathrm{e}^{-5}}{k!} \approx 0.000069.$$

(2) 保险公司获利不少于20000元的概率.

B

$$P(B) = P\{30000 - 2000X \geq 20000\}$$

$$= P\{X \leq 5\}$$

$$= \sum_{k=0}^{5} C_{2500}^{k} (0.002)^{k} \times (1 - 0.002)^{2500-k}$$

$$\approx \sum_{k=0}^{5} \frac{5^{k} \mathrm{e}^{-5}}{k!} \approx 0.615961$$

即 保险公司获利不少于20000元的概率接近于62%.

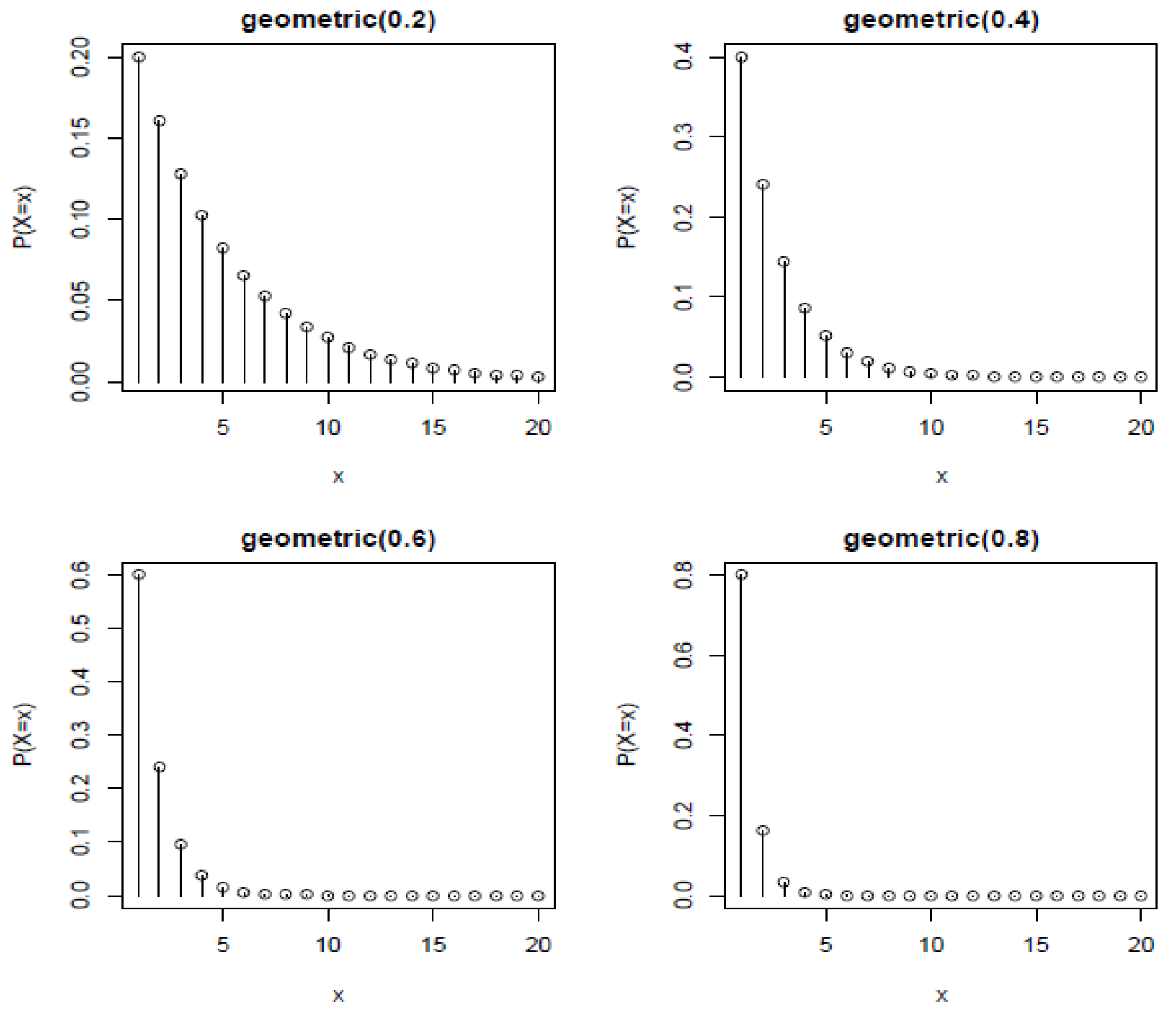
6. *几何分布Geometric distribution

若随机变量 X的分布律为

$$P\{X=k\}=(1-p)^{k-1}p \quad (k=1,2,\cdots)$$

则称 X服从几何分布.

注 几何分布可作为描述某个试验 “首次成功” 的概率模型.


geometric(0.2)
geometric(0.4)
geometric(0.6)
geometric(0.8)
P(X=x)
x

例7 设某批产品的次品率为 p,对该批产品做有放回的抽样检查，直到第一次抽到一只次品为止 (在此之前抽到的全是正品), 那么所抽到的产品数目 X 是一个随机变量 , 求X 的分布律.

解 X 所取的可能值是 $1, 2, 3, \cdots$.

设 A_i 表示 “抽到的第 i个产品是正品”,

$$P\{X = k\} = P(A_1 A_2 \cdots A_{k-1} \overline{A_k})$$

$$= P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ \cdots \ \cdot P(A_{k-1}) \cdot P(\overline{A_k})$$

$$= \underbrace{(1-p)(1-p) \cdot \ \cdots \ \cdot (1-p)}_{(k-1)} \cdot p \ = q^{k-1} p.$$

所以 X 服从几何分布. $(k = 1, 2, \cdots)$

目 上 下 回 停 续

7. 超几何分布Hypergeometric Distribution

设 X的分布律为

$$P\{X=k\}=\frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}\quad (k=0,1,2,\cdots,\min\{M,n\})$$

这里$n<N, m<M, M<N$,则称X服从超几何分布.

记作$X \sim H(n, M, N)$.

超几何分布在关于废品的记件检验中经常用到.

目 上 下 回 停 续

抽样检验中，二项分布：　有放回抽样;

超几何分布：无放回抽样.

当N趋近于正无穷, 超几何分布以二项分布为极限.

对于超几何分布当N很大, 而n相对N比较小时, 可以用二项分布公式近似计算.

$$\rightarrow C_n^k \left(\frac{M}{N}\right)^k \left(\frac{N-M}{N}\right)^{n-k}$$

目 上 下 回 停 续

内容小结

1. 离散型随机变量 X 的分布律(分布列)

$$P(X = x_i) = p_i \quad (i = 1,2,\cdots)$$

2. 常见的离散型分布及其应用背景.

分布名称	记号	分布律	背景
退化分布 (单点分布)		$P\{X=c\}=1$	必然事件
两点分布 (或 0–1分布)	$X\sim B(1,p)$ $(0<p<1)$	$P\{X=k\}$ $=p^k(1-p)^{1-k}$ $(k=0,1)$	贝努里概型

目 上 下 回 停 续

分布名称	记号	分布律	背景
离散型均匀分布		$P\{X=k\}=\frac{1}{n}$ $(k=1,2,\cdots,n)$	古典概型
二项分布	$X\sim B(n,p)$ $(0<p<1)$	$P\{X=k\}$ $=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$ $(k=0,1,\cdots,n)$	n重贝努里概型
泊松分布	$X\sim P(\lambda)$ $(\lambda>0)$	$P\{X=k\}$ $=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$ $(k=0,1,2,\cdots)$	稀有事件

分布名称	记号	分布律	背景
几何分布		$P\{X=k\}$ $=(1-p)^{k-1}p$ $(k=1,2,\cdots)$	在n重独立试验中，A首次发生的试验次数为X.
超几何分布		$P\{X=k\}=\dfrac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$ $(k=0,1,\cdots,l)$ $l=\min\{M,n\})$ $n\le N, M<N$	设N件产品中有M件次品，从中任取n件，其中的次品数为X.

再见

目 上 下 回 停 续

备用题

例1-1 设随机变量的分布律为

$$P\{X=k\}=\frac{a}{N}\quad(k=1,2,\cdots,N)$$

试确定常数 a.

解 由$\sum_{k=1}^{N}p_k=1$,得

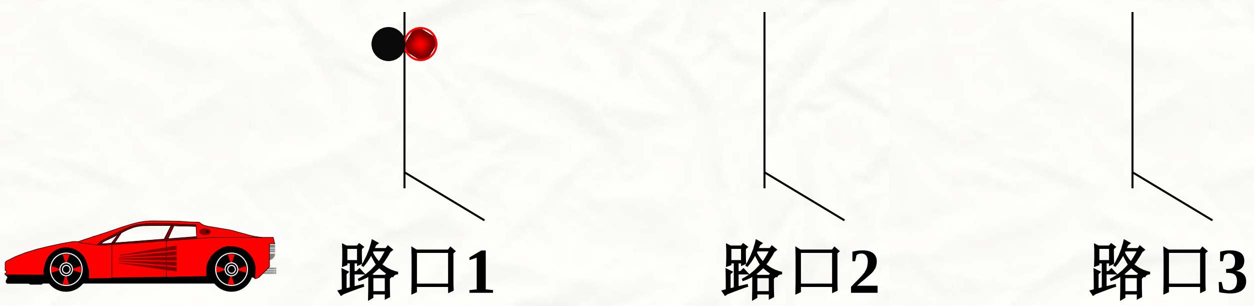
$$\sum_{k=1}^{N}\frac{a}{N}=N\times\frac{a}{N}=1$$

所以 $a=1$.

例2-1 一汽车沿一街道行驶，需要通过三个均设有红绿信号灯的路口，每个信号灯为红或绿与其它信号灯为红或绿相互独立，且红绿两种信号灯显示的时间相等. 以X表示该汽车首次遇到红灯前已通过的路口的个数，求X的概率分布.

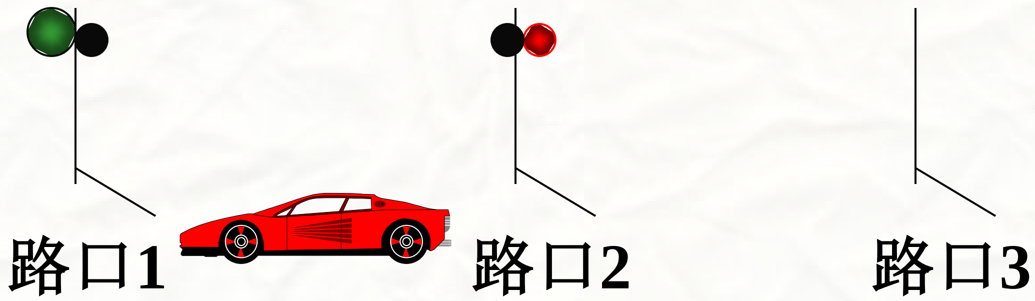
解 依题意, X可取值0, 1, 2, 3.

设 $A_i = \{$第i个路口遇到红灯$\}, i = 1,2,3$

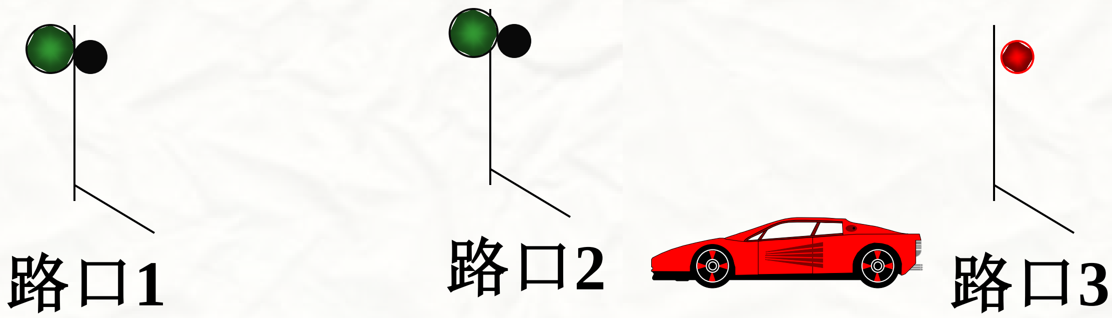


$$P(X=0)=P(A_1)=1/2,$$

$$A_i = \{第i个路口遇到红灯\},\ i = 1,2,3$$

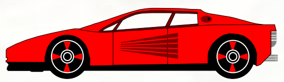


$$P(X=1) = P(\overline{A_1}A_2) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



$$P(X=2) = P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$A_i = \{第 i 个路口遇到红灯\},\ i = 1,2,3$



$$P(X=3) = P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

即

$$X \sim \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{Bmatrix}$$

例2-2 两名篮球队员轮流投篮,直到某人投中为止,若第一名队员投中的概率为0.4,第二名队员投中的概率为0.6,求每一名队员投篮次数的概率分布列(设由第一名队员先投).

解 设X,Y分别表示第一、二名队员的投篮次数.

X的可能取值为$1,2,\cdots$,Y的可能取值为$0,1,2,\cdots$, $X=k$表示第一名运动员和第二名运动员在前k-1次都未投中,而第一名运动员的第k次投中,或者第一名运动员在自己的前k次中未投中及第二名运动员在自

已的前k-1次中未投中,但在第k次时投中,故

$$P(X=k)=0.6^{k-1}\times 0.4^{k-1}\times 0.4+0.6^{k}\times 0.4^{k-1}\times 0.6$$

$$=0.76\times 0.24^{k-1},\quad k=1,2,\cdots,$$

仿上述分析,可得

$$P(Y=0)=0.4$$

$$P(Y=k)=0.6^{k}\times 0.4^{k-1}\times 0.6+0.6^{k}\times 0.4^{k}\times 0.4$$

$$=0.76\times 0.6^{k}\times 0.4^{k-1},\quad k=1,2,\cdots.$$

例4-1 从一批含有10件正品及3件次品的产品中一件、一件地取产品.设每次抽取时, 所面对的各件产品被抽到的可能性相等.在下列三种情形下, 分别求出直到取得正品为止所需次数 X 的分布律.

(1)每次取出的产品经检定后又放回这批产品中去再取下一件产品;(2)每次取出的产品都不放回这批产品中;(3)每次取出一件产品后总以一件正品放回这批产品中.

解 (1) X 所取的可能值是 $1,\ 2,\ 3,\cdots,$

$$P\{X=1\}=\frac{10}{13},\ P\{X=2\}=\frac{3}{13}\cdot\frac{10}{13},\ P\{X=3\}=\left(\frac{3}{13}\right)^2\frac{10}{13},$$

$$\cdots,\qquad P\{X=k\}=\left(\frac{3}{13}\right)^{k-1}\cdot\frac{10}{13},\qquad\cdots.$$

故 X 的分布律为

X	1	2	3	$\cdots$	k	$\cdots$
p	$\frac{10}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{10}{13}$	$\left(\frac{3}{13}\right)^2\frac{10}{13}$	$\cdots$	$\left(\frac{3}{13}\right)^{k-1}\cdot\frac{10}{13}$	$\cdots$

(2) 若每次取出的产品都不放回这批产品中时,

X 所取的可能值是 1, 2, 3, 4.

$$P\{X=1\}=\frac{10}{13}, \qquad P\{X=2\}=\frac{3}{13}\cdot\frac{10}{12},$$

$$P\{X=3\}=\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}\cdot\frac{10}{11}, \qquad P\{X=4\}=\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}\cdot\frac{1}{11}\cdot\frac{10}{10},$$

故 X 的分布律为

X	1	2	3	4
p	$\frac{10}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{10}{12}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}\cdot\frac{10}{11}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}\cdot\frac{1}{11}$

(3) 每次取出一件产品后总以一件正品放回这批产品中.

X 所取的可能值是 1, 2, 3, 4.

$$P\{X=1\}=\frac{10}{13},\qquad P\{X=2\}=\frac{3}{13}\cdot\frac{11}{13},$$

$$P\{X=3\}=\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{13}\cdot\frac{12}{13},\qquad P\{X=4\}=\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{13}\cdot\frac{1}{13}\cdot\frac{13}{13},$$

故 X 的分布律为

X	1	2	3	4
p	$\frac{10}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{11}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{13}\cdot\frac{12}{13}$	$\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{13}\cdot\frac{1}{13}$

例4-2 某射手命中10环的概率为0.7,命中9环的概率为0.3.试求该射手三次射击所得的环数不少于29环的概率.

解 记X为三次射击中命中10环的次数,则

$X \sim B(3,0.7)$. 因为“所得的环数不少于29环”相当于“射击三次至少二次命中10环”，故所求概率为

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3)$$

$$= 3 \times 0.7^2 \times 0.3 + 0.7^3 = 0.784$$

例4-3 经验表明：预定餐厅座位而不来就餐的顾客比例为20%．如今餐厅有50个座位，但预定给了52位顾客，问到时顾客来到餐厅而没有座位的概率是多少？

解 记X为预定的52位顾客中不来就餐的顾客数，则$X \sim B(52,0.2)$. 因为“顾客来到就餐没有座位”相当于“52位顾客中最多1位顾客不来就餐”，所以所求概率为

$$P(X \le 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$$= 0.8^{52} + 52 \times 0.8^{51} \times 0.2 = 0.0001279.$$

例7-1某射手连续向一目标射击，直到命中为止，已知他每发命中的概率是p，求所需射击发数X的分布律.

解 显然，X 可能取的值是1,2,… ，

为计算 $P(X=k)$， $k=1,2,\ldots,$

设 $A_k=\{\text{第}k\text{发命中}\}, k=1,2,\cdots$

于是 $P(X=1)=P(A_1)=p,$

$$P(X=2)=P(\overline{A}_1A_2)=(1-p)\cdot p$$

$$P(X=3)=P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)=(1-p)^2\cdot p$$

$$\cdots\cdots$$

$$P(X=k)=(1-p)^{k-1}p,\quad k=1,2,\cdots$$

这就是求所需射击发数X的分布律.

不难验证

$$\sum_{k=1}^{+\infty}(1-p)^{k-1}p=1$$

目 上 下 回 停 续

例7-2 已知患色盲者占0.25%,试求:(1)为发现一例患色盲者至少要检查25人的概率;(2)为使发现色盲者的概率不小于0.9,至少要对多少人的辩色力进行检查?

解 设X表示恰好发现一例患色盲者所需要检查的人数，则X服从 $p=0.0025$的几何分布.

$$(1)P\{X\geq 25\}=\sum_{k=25}^{\infty}p(1-p)^{k-1}$$

$$=(1-p)^{24}\sum_{k=25}^{\infty}p(1-p)^{k-25}=(1-p)^{24}=(0.9975)^{24}\approx 0.94.$$

(2)设至少对n个人的辩色力进行检查,于是

$$P\{X \le n\} \ge 0.9$$

$$P\{X \le n\} = \sum_{k=1}^{n} p(1-p)^{k-1}$$

$$= 1 - \sum_{k=n+1}^{\infty} p(1-p)^{k-1}$$

$$= 1-(1-p)^n$$

由$1-(1-p)^n \geq 0.9$,得$n \geq \dfrac{\lg 0.10}{\lg 0.9975} = 919.8827$.因此,

至少要检查920人才能使发现一例色盲患者的概率

不少于0.9.

注 从本题可看出根据概率分布律求事件的概率,

一般要分两步进行:一是要求随机变量X的分布,二

是求相应事件的概率.