

第十章 非正弦周期电流电路与信号的频谱

10-1 已知

$$i_1(t) = 10 \cos \omega t + 5 \cos(3\omega t - 30^\circ) - 3 \cos(5\omega t + 60^\circ) A, i_2(t) =$$

$$20 \cos(\omega t - 30^\circ) + 10 \cos(5\omega t + 45^\circ) A. \text{ 求 } i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

及 $i(t)$ 的有效值 I 。

答案

$$\begin{aligned} \text{解: } i(t) &= i_1(t) + i_2(t) \\ &= [10 \cos \omega t + 20 \cos(\omega t - 30^\circ)] + 5 \cos(3\omega t - 30^\circ) \\ &\quad [-3 \cos(5\omega t + 60^\circ) + 10 \cos(5\omega t + 45^\circ)] A \end{aligned}$$

$$\dot{I}_{11m} = 10 \angle 0^\circ A, \quad \dot{I}_{21m} = 20 \angle -30^\circ A = 17.32 - j10 A$$

$$\dot{I}_{1m} = \dot{I}_{11m} + \dot{I}_{21m} = 27.32 - j10 = 29.1 \angle -20.1^\circ A$$

$$\therefore i_1(t) = 29.1 \cos(\omega t - 20.1^\circ) A$$

$$\dot{I}_{15m} = 3 \angle 60^\circ = 1.5 + j2.9 A, \quad \dot{I}_{25m} = 10 \angle 45^\circ = 7.07 + j7.07 A$$

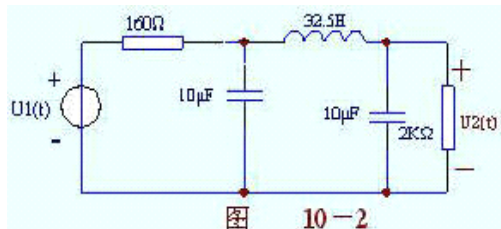
$$\dot{I}_{5m} = -\dot{I}_{15m} + \dot{I}_{25m} = 5.57 + j4.17 = 6.96 \angle 36.8^\circ A$$

$$\therefore i_5(t) = 6.96 \cos(5\omega t + 36.8^\circ) A$$

$$i(t) = i_1(t) + i_3(t) + i_5(t) = 29.1 \cos(\omega t - 20.1^\circ) + 5 \cos(3\omega t + 30^\circ) + 6.96 \cos(5\omega t + 36.8^\circ) A$$

$$I = \sqrt{\frac{29.1^2}{2} + \frac{5^2}{2} + \frac{6.96^2}{2}} = 22 A.$$

10-2 图题 10-2 图示电路， $u_1(t) = 400 + 100 \cos 3 \times 314t - 20 \cos 6 \times 314t V$ 。求 $u_2(t)$ 及其有效值。



答案

解：(1) $U_o = 400V$ 单独作用：

$$U_{2o} = \frac{400}{160 + 20000} \times 2000 = 370.37V$$

(2) $u_3(t) = 100 \cos 3 \times 314t$ 单独作用：

$$3\omega L = 30615\Omega, \quad \frac{1}{3\omega C} = 106.2\Omega$$

,

$$Z_3 = 160 + j30615 + \frac{2000(-j106.2)}{2000 - j106.2} \approx j30509\Omega$$

$$\dot{I}_{23m} = \frac{100 \angle 0^\circ}{Z_3} = \frac{100 \angle 0^\circ}{j30509} A$$

$$\dot{U}_{23m} = \dot{I}_{23m} \frac{2000(-j106.2)}{2000 - j106.2} = -0.347 \angle 0^\circ V$$

$$u_{23}(t) = -0.347 \cos 3 \times 314t V$$

(3) $u_3(t) = 20 \cos 6 \times 314t V$ 单独作用：

$$6\omega L = 61230\Omega, \quad \frac{1}{6\omega C} = 53.08\Omega,$$

$$Z_6 = 160 + j61230 - j53.08 \approx j61177\Omega$$

$$\dot{I}_{26m} = \frac{20\angle 0^\circ}{Z_6} = \frac{20\angle 0^\circ}{j61177} A$$

$$\dot{U}_{26m} = \dot{I}_{26m} \frac{2000(-j53.08)}{2000 - j53.08} = 0.0173\angle 0^\circ V$$

$$u_{26}(t) = 0.0173 \cos 6 \times 314 t V$$

$$\text{故 } u_2(t) = U_{20} + u_{23}(t) - u_{26}(t) = 370.37 - 0.347 \cos 3 \times 314 t - 0.0173 \cos$$

$$U_2 = \sqrt{370^2 + \left(\frac{0.347}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0.0173}{\sqrt{2}}\right)^2} = 370 V$$

10-3 已知电路，

$$R = 20\Omega, \omega L_1 = 0.625\Omega, \frac{1}{\omega C} = 45\Omega, \omega L_2 = 5\Omega, \frac{1}{\omega C} = 45\Omega,$$

$$u(t) = 100 + 276 \cos \omega t + 100 \cos 3\omega t + 50 \cos 9\omega t V。求$$

$i(t)$ 及其有效值 I 。

答案

解：（1） $U_o = 100V$ 单独作用时：

$$I_o = \frac{U_o}{R} = \frac{120}{20} = 5A,$$

（2） $u_1(t) = 276 \cos \omega t V$ 单独作用时：

$$Z_1 = R + j\omega L_1 + \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}} = 20.95 \angle 17.6^\circ \Omega$$

$$i_1(t) = 13.2 \cos(\omega t - 17.6^\circ) A,$$

(3) $u_3(t) = 100 \cos 3\omega t V$ 单独作用时:

$$3\omega L_2 = 15\Omega, \frac{1}{3\omega C} = 15\Omega$$

即发生了并联谐振, 故 $\dot{I}_{3m} = 0$ $i_s(t) = 0$

(4) $u_9(t) = 50 \cos 9\omega t V$ 单独作用时

$$Z_9 = R + j9\omega L_1 + \frac{j9\omega L_2 \frac{1}{j9\omega C}}{j9\omega L_2 + \frac{1}{j9\omega C}} = 20\Omega$$

即电路对第九次谐波发生串联谐振。

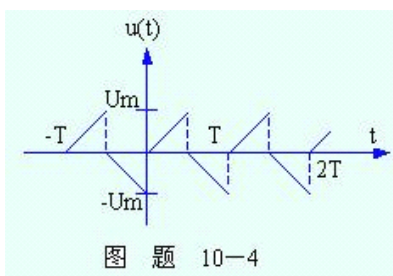
$$\dot{I}_{9m} = \frac{\dot{U}_{9m}}{Z_9} = 2.5 \angle 0^\circ A$$

$$i_9(t) = 2.5 \cos 9\omega t A$$

故 $i(t) = I_o + i_1(t) + i_3(t) + i_9(t) = 5 + 13.2 \cos(\omega t - 17.6^\circ) + 2.5 \cos 9\omega t A$

$$I = \sqrt{5^2 + \left(\frac{13.2}{\sqrt{2}}\right)^2 + 0 + \left(\frac{2.5}{\sqrt{2}}\right)^2} = 10.7 A$$

10-4 图题 10-4, 求图示电压 $u(t)$ 的有效值 U 。



答案

解： $u(t)$ 在一个周期内的表达式为

$$u(t) = \begin{cases} \frac{2U_m}{T}t, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ U_m - \frac{2U_m}{T}t, & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

$$\text{故} \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [u(t)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{2U_m}{T}t\right)^2 dt + \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{2}}^T \left(U_m - \frac{2U_m}{T}t\right)^2 dt}$$

10-5 有效值为 100V 的正弦电压加在电感 L 两端，得电流 10 安。当电压中还有三次谐波时，其有效值认为 100V，得电流为 8 安。求此电压的基波和三次谐波电压的有效值。

答案

$$\text{解：} \quad |Z_1| = \omega L = \frac{100}{10} = 10\Omega,$$

$$|Z_3| = 3\omega L = 30\Omega,$$

$$U_1^2 + U_3^2 = 100^2 \quad \text{①}$$

$$I_1^2 + I_3^2 = 8^2 \quad \text{②}$$

$$U_1 = 10I_1 \quad (3)$$

$$U_3 = 30I_3 \quad (4)$$

联解得

$$I_1 = 7.714A \quad I_3 = 2.12A \quad U_1 = 77.14V \quad U_3 = 63.6V \quad \circ$$

10-6 图题 10-5 电路, $u(t)$ 波形如图所示, $T=6.28$ 微秒。求 $i(t)$ 和 $u_c(t)$ 。

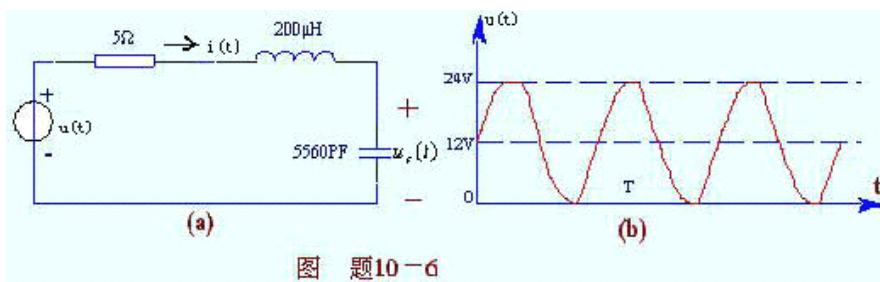


图 题10-6

答案

解: $u(t) = 12 + 12\sin\omega t = 12 + 12\sin 10^6 t \text{V}$ 。

故 $I_o = 0$,

$$Z_1 = R + j\omega L - \frac{1}{\omega C} = 5 + (200 - 180) = 5 + j20\Omega = 20.6\angle 76^\circ A,$$

$$\dot{I}_{1m} = \frac{\dot{U}_{1m}}{Z_1} = \frac{12\angle 0^\circ}{20.6\angle 76^\circ} = 0.58\angle -76^\circ A,$$

故 $i_1(t) = 0.58\sin(10^6 t - 76^\circ) A$

故 $i(t) = I_o + i_1(t) = 0.58\sin(10^6 t - 76^\circ) A$

$$U_o = 12V$$

$$\dot{U}_{1m} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}_{1m} = 180 \angle -90^\circ \times 0.58 \angle -76^\circ = 104.4 \angle -166^\circ$$

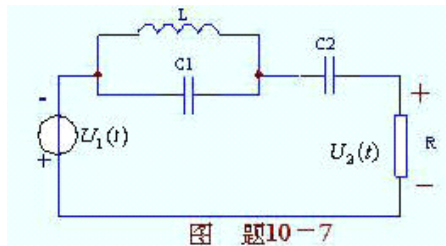
故 $u_1(t) = 104.4 \sin(10^6 t - 166^\circ) V$

$$u_c(t) = U_o + u_1(t) = 12 + 104.4 \sin(10^6 t - 166^\circ) V$$

10-7 图题10-7, 图示为一种滤波器电路 $u_1(t) = U_{1m} \cos \omega t + U_{3m} \cos 3\omega t$ 伏, $L = 0.12$ 亨,

$\omega = 314 \text{ rad/s}$ 。欲使 $u_2(t) = U_{1m} \cos \omega t$ 伏, 问

C_1 、 C_2 的值。



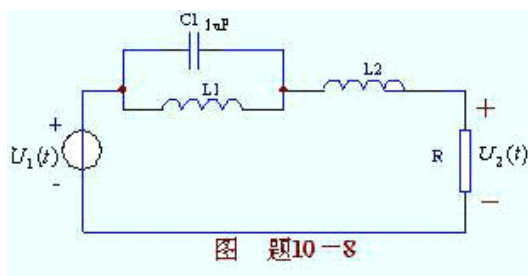
答案

解: $\sqrt{\frac{1}{LC_1}} = 3\omega,$

$$\frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C_1}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C_1}} + \frac{1}{j\omega C_2} = 0$$

联解得 $C_1 = 9.39 \mu F, C_2 = 75.13 \mu F$

10-8 图题 10-8, 图示电路, 已知 $u(t) = U_{1m} \cos 10^3 t + U_{4m} \cos(4 \times 10^3 t + \psi_4)$ 。欲使 $u_2(t) = U_{4m} \cos(4 \times 10^3 t + \psi_4)$, 求 L_1 、 L_2 的值。



答案

解: $\frac{1}{\sqrt{L_1 C}} = \omega$

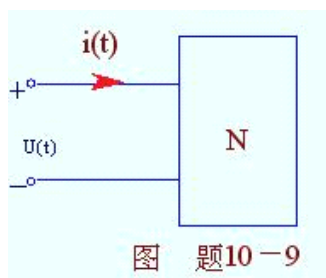
$$\frac{j4\omega L_1 \times \frac{1}{j4\omega C}}{j4\omega L_1 + \frac{1}{j4\omega C}} + j4\omega L_2 = 0, \quad \omega = 10^3 \text{ rad/s.}$$

联解得 $L_1 = 1H, L_2 = 66.67H$

10-9 图题 10-9, 图示单口网络 N 的端电压和端电流分别为

$$u(t) = \cos(t + \frac{\pi}{2}) + \cos(2t - \frac{\pi}{4}) + \cos(3t - \frac{\pi}{3})V, \quad i(t) = 5\cos(2t + \frac{\pi}{4})A. \quad \text{求:}$$

(1) 各分量频率时网络 N 的输入阻抗; (2) 网络 N 吸收的平均功率。



答案

解： (1) $Z(j\omega) = \frac{1\angle 90^\circ}{5\angle 0^\circ} = j0.2\Omega$

$$Z(j2\omega) = \frac{1\angle -45^\circ}{2\angle 45^\circ} = j0.5\Omega$$

$$Z(j3\omega) = \frac{1\angle -60^\circ}{0} = \infty$$

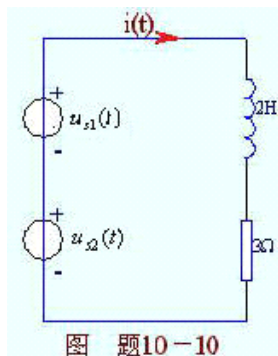
(2) $P_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 5 \cos(90^\circ - 0^\circ) = 0$

$$P_1 = \frac{1}{2} \times 1 \cos(-45^\circ - 45^\circ) = 0$$

$$P_3 = \frac{1}{2} \times 1 \times 0 = 0$$

故 $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0$ 。

10-10 图题 10-10 图示电路， $u_{s1}(t) = u_{s2}(t) = \cos tV$ (1) 求 $i(t)$ 及其有效值 I ； (2) 求电阻消耗的平均功率 P ； (3) 求 u_{s1} 单独作用时电阻消耗的平均功率 P_1 ； (4) 求 u_{s2} 单独作用时电阻消耗的平均功率 P_2 ； (5) 由 (2)， (3)， (4) 的计算结果得出什么结论？



答案

解： (1) $Z = R + j\omega L = 3 + j2 = 3.6\angle 33.69^\circ$

$$\dot{I}_m = \frac{1\angle 0^\circ + 1\angle 0^\circ}{3.6\angle 33.69^\circ} = 0.555\angle -33.69^\circ A$$

$$i(t) = 0.555 \cos(t - 33.69^\circ) A$$

$$I = \frac{0.555}{\sqrt{2}} = 0.392 A$$

(2)

$$P = I^2 R = 0.392^2 \times 3 = 0.462 W$$

(3)

$$\dot{I}_{1m} = \frac{1\angle 0^\circ}{3.6\angle 33.69^\circ} = 0.277\angle -33.69^\circ A$$

$$P_1 = \frac{1}{2} 0.277^2 \times 3 = 0.1154 W$$

(4) 同 (3) 可得 $P_2 = 0.1154 W$

(5) 可见 $P \neq P_1 + P_2$

10-11 接续上题，当 $u_{s2}(t) = \cos 2t V$ 时，再求解各项，并讨论结果。

答案

解： (1) 对一次谐波， $\omega_1 = 1 rad/s$ ：

$$\dot{I}_{1m} = \frac{1\angle 0^\circ}{3.6\angle 33.69^\circ} = 0.277\angle -33.69^\circ A,$$

$$i_1(t) = 0.277 \cos(t - 33.69^\circ) A。$$

对于二次谐波， $\omega_2 = 2 rad/s$ ：

$$Z_2 = R + j\omega_2 L = 3 + j2L = 5\angle 53.13^\circ \Omega,$$

$$\dot{I}_{2m} = \frac{1\angle 0^\circ}{5\angle 53.13^\circ} = 0.2\angle -53.13^\circ A,$$

$$i_2(t) = 0.2\cos(2t - 53.13^\circ)A。$$

$$\text{故 } i(t) = i_1(t) + i_2(t) = 0.277\cos(t - 33.69^\circ) + 0.2\cos(2t - 53.13^\circ)A$$

$$I = \sqrt{\left(\frac{0.277}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0.2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0.242 A。$$

$$(2) \quad P = I^2 R = 0.242^2 \times 3 = 0.1754 W。$$

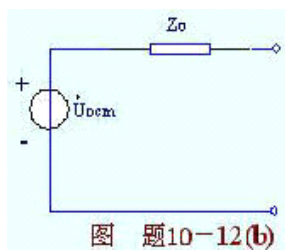
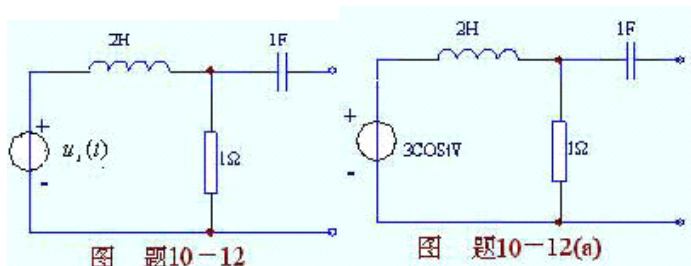
$$(3) \quad P_1 = \frac{1}{2} \times 0.277^2 \times 3 = 0.1154 W。$$

$$(4) \quad P_2 = \frac{1}{2} \times 0.2^2 \times 3 = 0.06 W$$

$$(5) \quad \text{可见有 } P = P_1 + P_2。$$

10-12 图题 10-12, 图示稳态有源一端口网络, 已知 $u_s(t) = 10 + 3\cos t V$ 。求该一端口网络

向外电路所能提供的最大功率 P_{\max} 。



答案

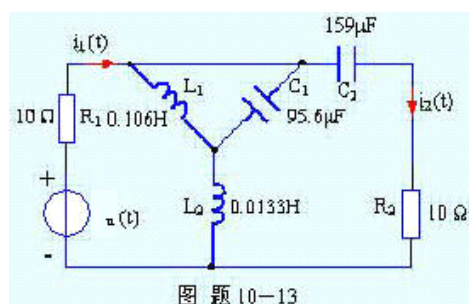
解： 因有电容 1F 存在，故直流电压分量 10V 不向外电路提供功率。一次谐波电压作用的电路如图题 10-12 (a) 所示，该电路的等效电压源电路如图题 10-12 (b) 所示。

$$\text{其中 } \dot{U}_{ocm} = 1.342 \angle -63.4^\circ \text{ V}, Z_o = 0.8 - j0.6 \Omega。$$

$$P_{\max} = \frac{\left(\frac{1.342}{\sqrt{2}}\right)^2}{4 \times 0.8} = 0.28 \text{ W}$$

10-13 图题 10-13 图示电路， $u(t) = 10 + 20\sqrt{2} \cos \omega t + 10\sqrt{2} \cos 3\omega t \text{ V}$ ， $T = 0.02$ 秒。

求 $i_1(t)$ ， $i_2(t)$ 。



答案

解：（1）直流分量：

$$I_{10} = \frac{10}{10} = 1A$$

$$I_{20} = 0。$$

（2）基波分量：

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 314rad/s$$

$$X_{L_1} = \omega L = 33.3\Omega \quad X_{C_1} = \frac{1}{j\omega C_1} = 33.3\Omega$$

故 L_1 与 C_1 电路对基波发生了并联谐振，相当于开路。 故

$$Z_1 = R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} = 20 - j20\Omega,$$

$$\dot{I}_{11} = \dot{I}_{21} = \frac{20\angle 0^\circ}{20 - j20} = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ A$$

（3）三次谐波分量：

$$X_{L_3} = 33.3 \times 3 = 99.9\Omega \quad X_{L_3} = 33.3/3 = 11.1\Omega$$

$$X'_{L_3} = 3\omega L_2 = 12.5\Omega$$

$$Z = \frac{j100(-j11.1)}{j(100 - 11.1)} = -j12.5\Omega$$

故

故对 3ω 而言， L_1 与 C_1 并联支路与 L_2 发生了串连谐振，相当于短路。故

有

$$\dot{I}_{13} = \frac{10\angle 0^\circ}{R_1} = 1A,$$

$$\dot{I}_{23} = 0$$

$$\text{故得 } i_1(t) = 1 + \cos(\omega t + 45^\circ) + \sqrt{2} \cos 3\omega t A,$$

$$i_2(t) = 0 + \cos(\omega t + 45^\circ) + 0A$$

10-14 图题 10-14 图示电路，非线性电阻的伏安特性为 $i_1(t) = 0.3u + 0.4u^2$ ， i_1 与 u 的单位分别 mA, V 电流表的内阻抗认为等于零。求 $i_2(t)$ 与电流表的读数。（提示：理想变压器可以调耦合直流分量）

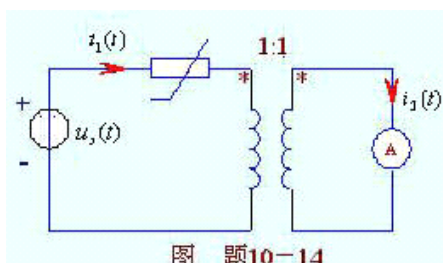


图 题10-14

答案

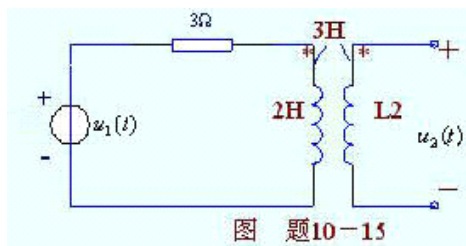
$$\text{解: } i_2(t) = i_1(t), u(t) = u_s(t)$$

故

$$i_2(t) = 0.3u + 0.4u^2 = 0.3u_s(t) + 0.04[u_s(t)]^2 = 200 + 30\sin \omega t + 200\cos 2\omega t A$$

$$I_2 = \sqrt{200^2 + \left(\frac{30}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{200}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0.246 A$$

10-15 图题 10-15, 图示电路, $u_1(t) = 30 + 80\cos 2t + 20\cos 6tV$. 求 $u_2(t)$ 。



答案

解:

$$U_{20} = 0$$

求一次谐波 $u_{21}(t)$:

$$Z_1 = 3 + j2 \times 2 = 5 \angle 53.1^\circ \Omega$$

$$\dot{I}_{1m} = \frac{80 \angle 0^\circ}{Z_1} = 16 \angle -53.1^\circ A$$

$$i_1(t) = 16 \cos(2t - 53.1^\circ) A$$

$$u_{21}(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} = 96 \cos(2t + 36.9^\circ) V$$

求三次谐波 $u_{23}(t)$:

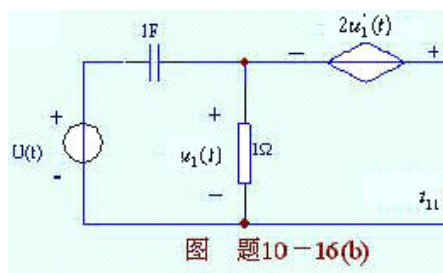
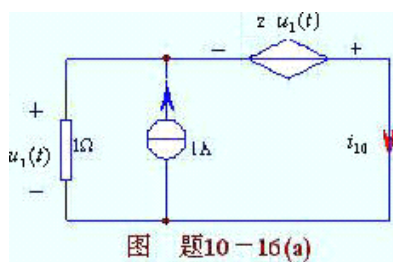
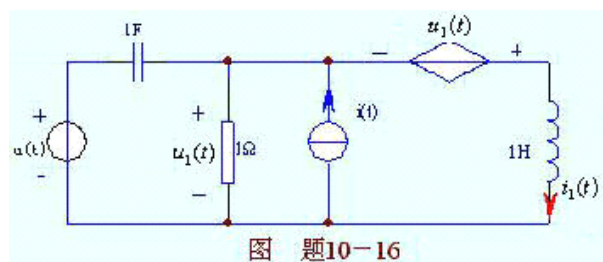
$$Z_3 = 3 + j6 \times 2 = 3(1 + j4) = 12.37 \angle 75.96^\circ \Omega$$

$$\dot{I}_{3m} = \frac{20 \angle 0^\circ}{12.37 \angle 75.96^\circ} = 1.62 \angle -75.96^\circ A$$

$$i_3(t) = 1.62 \cos(6t - 75.96^\circ) A$$

$$u_{23}(t) = M \frac{di_3(t)}{dt} = 29.16 \cos(6t + 14.04^\circ) V$$

10-16 图题 10-16, 图示电路, $u(t) = \cos \omega t V$, $i(t) = 1 A$ 。求 $i_1(t)$ 。



答案

解：该电路在总体上是非正弦的，故只能用迭加原理求解。

电流源单独作用时的电路如图题 10-16 (a) 所示，

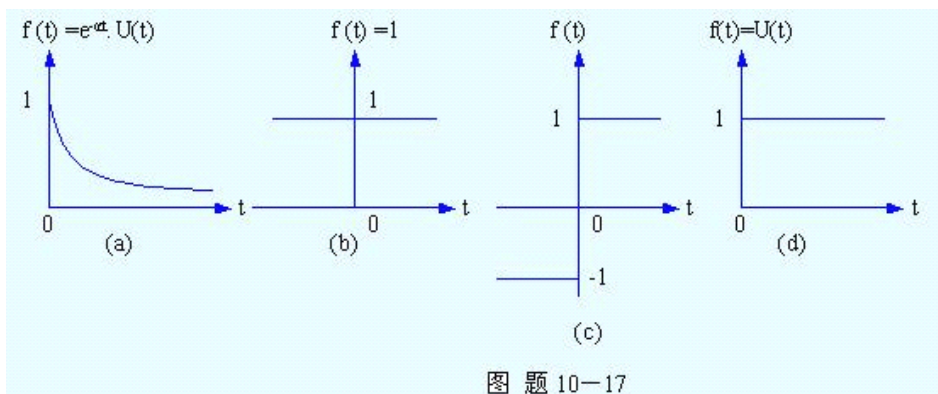
可求得 $i_{10}(t) = 1$ ，电压源

$u(t)$ 单独作用时的电路

如图 10-16 (b) 所示，可求得 $i_{11}(t) = 1.34 \cos(t + \angle 63.4^\circ) A$ 。故得

$$i_1(t) = i_{10}(t) + i_{11}(t) = 1 + 1.34 \cos(t + \angle 63.4^\circ) A$$

*10-17 求图 10-17 各信号的频谱函数 $F(j\omega)$ ，并画出频谱图。

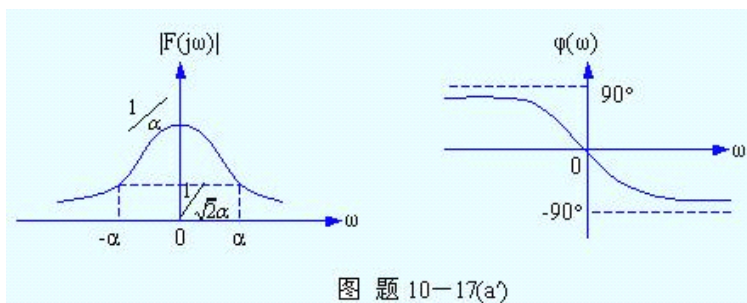


答案

解: (a)
$$F(j\omega) = F[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega + \alpha} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \angle -\arctg \frac{\omega}{\alpha}$$

故得
$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}, \quad \varphi(\omega) = -\arctg \frac{\omega}{\alpha}$$

其频谱如图题 10-17 (a') 所示。



17 (b) 图题 10-17 (b') 所示信号的函数表达式为

$$f_1(t) = \begin{cases} e^{\alpha t}, & t < 0 \\ e^{-\alpha t}, & t > 0 \end{cases}$$

其中 α 为大于的实常数。 $f_1(t)$ 的频谱为

$$F_1(j\omega) = F[f_1(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^0 e^{\alpha t} e^{-j\omega t} dt + \int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt$$

$$= \frac{1}{\alpha - j\omega} + \frac{1}{j\omega + \alpha} = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$$

图题 10-17 (b) 所示的直流信号 $f(t)=1$ 可视为图 10-17 (b') 所示信号 $f_1(t)$ 在 $\alpha \rightarrow 0$ 时的极限, 即 $f(t) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} f_1(t)$

$$\text{故 } F(j\omega) = F[\lim_{\alpha \rightarrow 0} f_1(t)] = \lim_{\alpha \rightarrow 0} F_1(j\omega) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} = \begin{cases} 0, & \omega \neq 0 \\ \infty, & \omega = 0 \end{cases}$$

可见 $F(j\omega)$ 为自变量为 ω 的冲击函数, 且有

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega$$

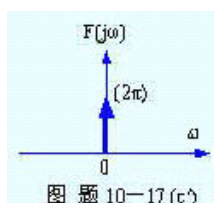
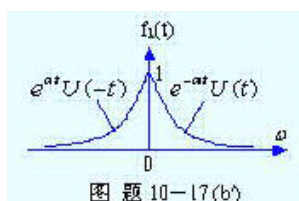
$$= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{1 + (\frac{\omega}{\alpha})^2} d(\frac{\omega}{\alpha})$$

$$\text{得 } \lim_{\alpha \rightarrow 0} [2 \arctg \frac{\alpha}{\omega}] = 2\pi$$

即该冲击函数的强度(面积)为 2π 。即

$$F(j\omega) = F[f(t)] = F[1] = 2\pi\delta(\omega)$$

其曲线如图题 10-17 (c') 所示。

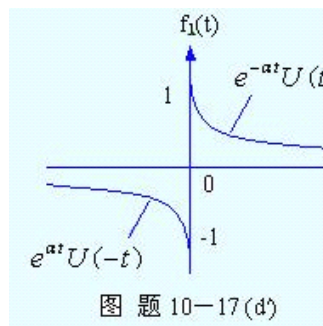


(c) 图题 10-17 (d) 所示信号的函数表达式为

$$f_1(t) = \begin{cases} -e^{\alpha t}, & t < 0 \\ e^{-\alpha t}, & t > 0 \end{cases}$$

其中 α 为大于零的实常数。 $f_1(t)$ 的频谱为

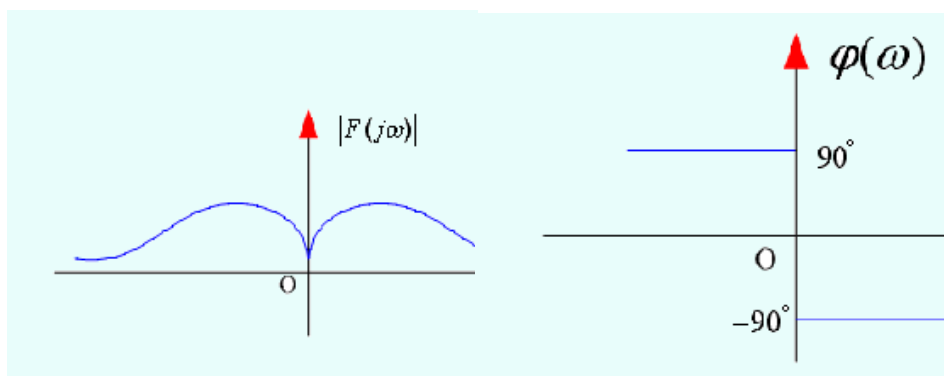
$$\begin{aligned}
 F_1(j\omega) &= F[f_1(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_{-\infty}^{0^-} -e^{\alpha t} e^{-j\omega t} dt + \int_{0^+}^{+\infty} e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = -\frac{1}{\alpha - j\omega} + \frac{1}{j\omega + \alpha} \\
 &= -j \frac{2\omega}{\alpha^2 + \omega^2} = \frac{2\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \angle 90^\circ
 \end{aligned}$$



故得 $|F(j\omega)| = \left| \frac{2\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \right|$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -90^\circ, & \omega > 0 \\ 90^\circ, & \omega < 0 \end{cases}$$

其曲线如题图 10-17(e') 所示。



题图 10-17 (e')

图题 10-17(c) 所示信号可视为图题 10-17(d') 所示信号在 $\alpha \rightarrow 0$ 时的极限,

即 $f(t) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} f_1(t)$

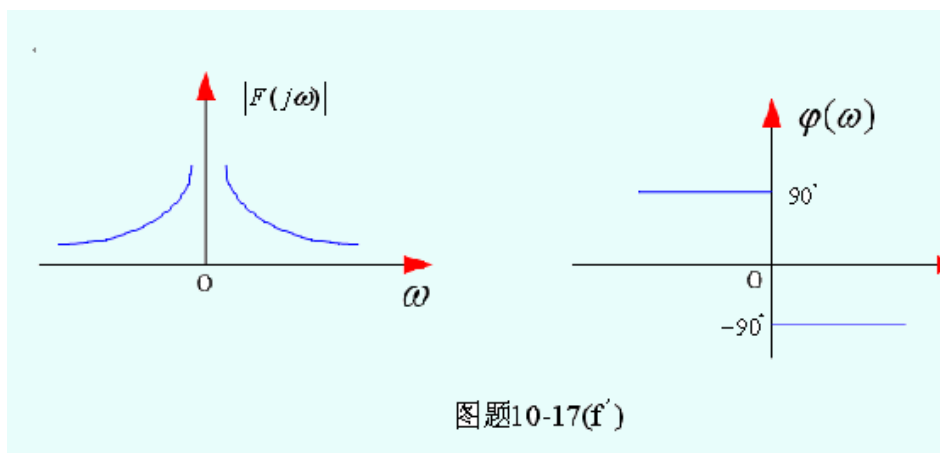
故有

$$\begin{aligned}
 F(j\omega) &= F[\lim_{\alpha \rightarrow 0} f_1(t)] = \lim_{\alpha \rightarrow 0} F_1(j\omega) \\
 &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left[-j \frac{2\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \right] = -j \frac{2}{\omega} = \frac{2}{\omega} \angle -90^\circ
 \end{aligned}$$

故得 $|F(j\omega)| = \left| \frac{2}{\omega} \right|$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -90^\circ, & \omega > 0 \\ 90^\circ, & \omega < 0 \end{cases}$$

其频谱曲线
如图题 10-17 (f') 所示。



图题10-17(f')

(d) 可将图题 10-17 (d) 的信号 $f(t) = U(t)$ 视为图题 10-17 (g') 所示两个信号 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 的相加, 即 $f(t) = U(t) = f_1(t) + f_2(t)$

故有 $F(j\omega) = F_1(j\omega) + F_2(j\omega)$

$$= \frac{1}{2}(-j\frac{2}{\omega}) + \frac{1}{2} \times 2\pi\delta(\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

(e) $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)e^{-j\omega 0} dt = 1$

其频谱曲线如图题 10-17 (h') 所示。

