



西北工业大学
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

信号与系统：绪论 2

柳艾飞，副教授
西北工业大学软件学院

Email: liuaifei@nwpu.edu.cn



信号与系统：绪论-系统

- 系统的定义

- 系统的表示

- 系统的分类

- 线性系统

- 时不变系统

- 因果系统

- 稳定系统

- 无记忆系统

□ 系统的定义

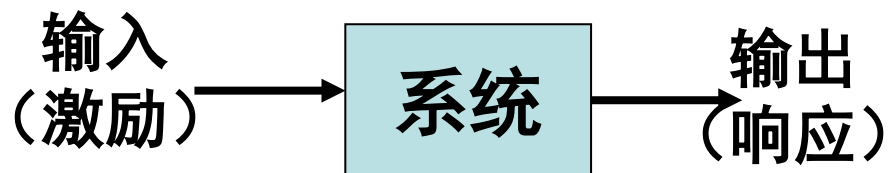
□ 系统的表示

□ 系统的分类

- 线性系统
- 时不变系统
- 因果系统
- 稳定系统
- 无记忆系统

系统的定义

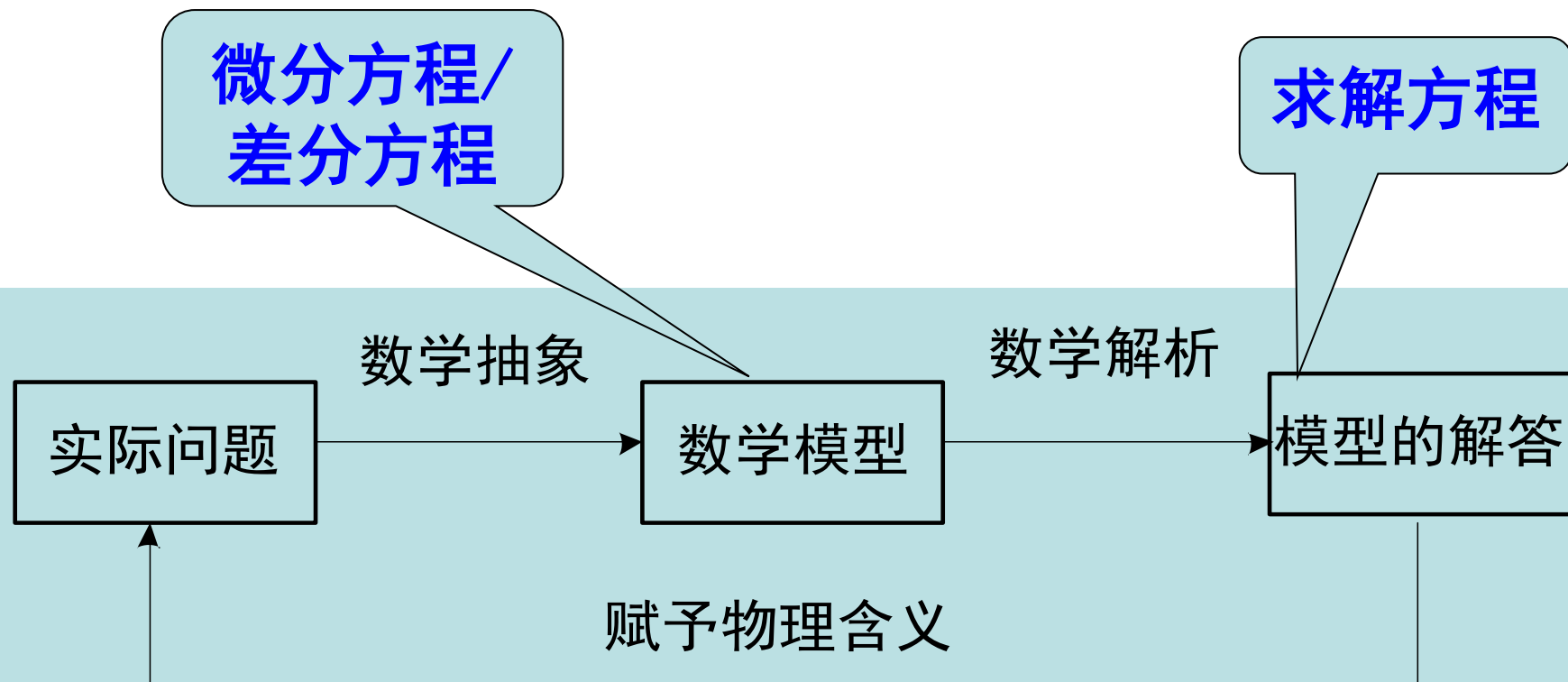
系统是由若干相互联系的单元组成的、具有某种功能、用以达到某种目的的有机整体。



系统的功能对信号进行某种变换



系统的定义



两大任务：

- 分析系统特性、功能；
- 针对某种输入，求响应。

信号与系统：绪论-系统

□ 系统的定义

□ 系统的表示

□ 系统的分类

- 线性系统

- 时不变系统

- 因果系统

- 稳定系统

- 无记忆系统

系统的表示

1. 箭头 $e(t) \rightarrow r(t)$ / $e(n) \rightarrow r(n)$

2. 方框图 $e(t) \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow r(t)$ $e(n) \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow r(n)$

3. 算子表示 $r(t) = H[e(t)]$ / $r(n) = H[e(n)]$

4. 方程表示（数学模型）

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{微分方程} & r'(t) + r(t) = e(t) \\ \text{差分方程} & r(n+1) + r(n) = e(n) \end{array} \right.$$

信号与系统：绪论-系统

- 系统的定义

- 系统的表示

- 系统的分类

- 线性系统

- 时不变系统

- 因果系统

- 无记忆系统

1、线性系统：Linear System

同时满足叠加性与齐次性的系统称为线性系统。

齐次性 $e(t) \rightarrow r(t)$

$$k \cdot e(t) \rightarrow k \cdot r(t)$$

叠加性 $e_2(t) \rightarrow r_2(t)$

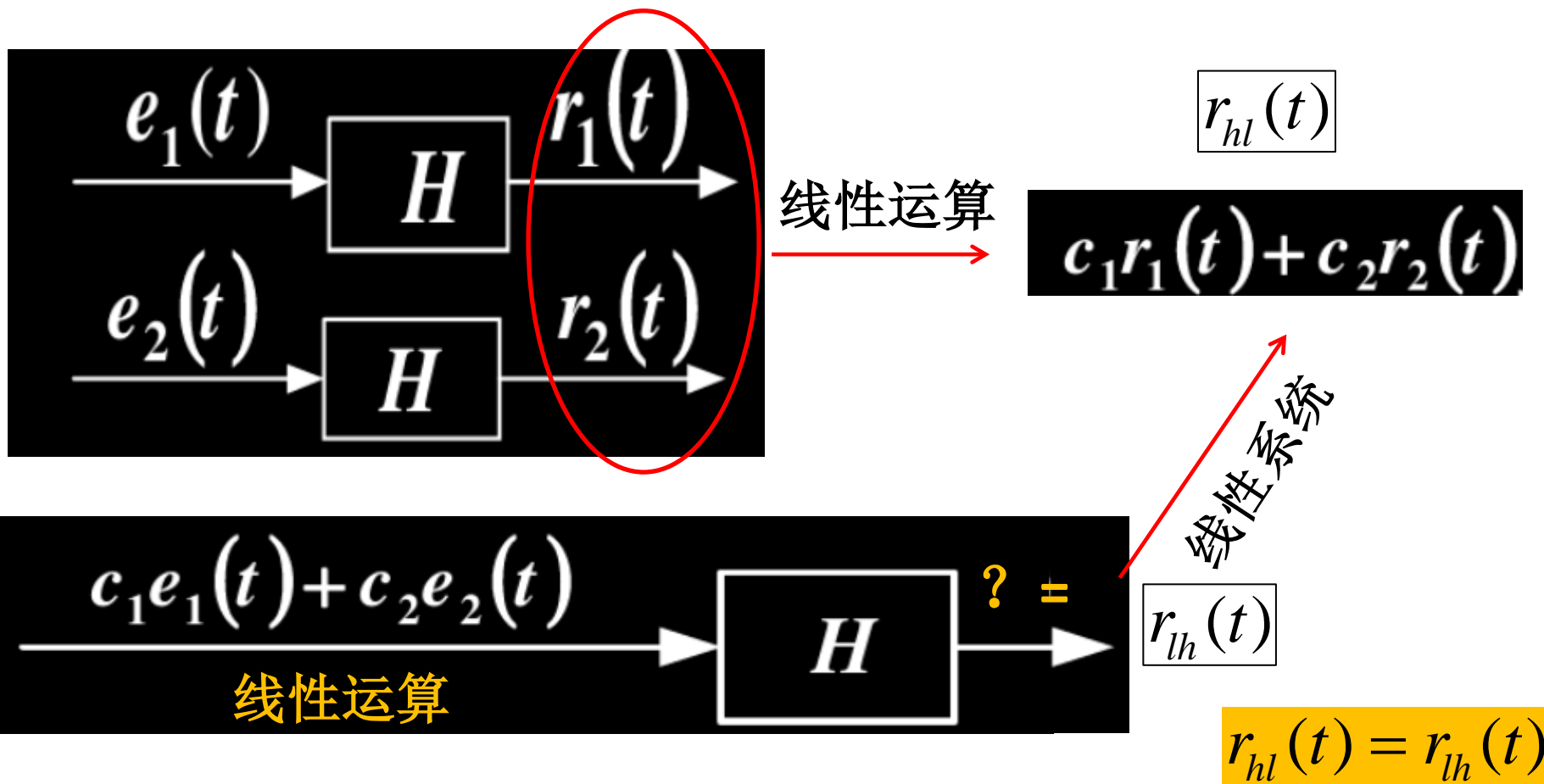
$$e_1(t) \rightarrow r_1(t)$$

$$e_1(t) + e_2(t) \rightarrow r_1(t) + r_2(t)$$

线性系统

如何判断线性系统？

先经过系统，再进行线性运算= 先线性运算，再经过系统



综合叠加性与齐次性，线性可表示为：

$$e(t) = \sum_{k=1}^N a_k e_k(t) \longrightarrow r(t) = \sum_{k=1}^N a_k r_k(t)$$

线性系统

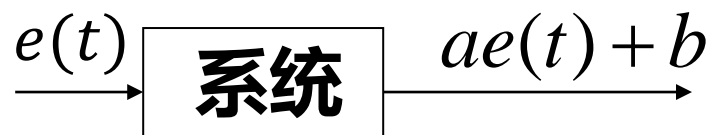
设系统的输入输出之间的关系如下，判断其是否为线性系统？

$$r(t) = ae(t)$$



设系统的输入输出之间的关系如下，判断其线性。

$$r(t) = ae(t) + b$$



$$\left. \begin{aligned} r_1(t) &= ae_1(t) + b \\ r_2(t) &= ae_2(t) + b \end{aligned} \right\} c_1 r_1(t) + c_2 r_2(t) = r_{hl}(t)$$

$$c_1 e_1(t) + c_2 e_2(t) \longrightarrow a(c_1 e_1(t) + c_2 e_2(t)) + b = r_{lh}(t)$$

$$r_{hl}(t) \neq r_{lh}(t) \implies \text{不是线性系统}$$

对于线性系统，可以得到：在全部时间上系统输入为零，必然输出为零，即**零输入产生零输出**。

$$\begin{array}{ccc} e(t) = \sum_{k=1}^N a_k e_k(t) = \sum_{k=1}^N 0 \cdot e_k(t) = 0 & & \\ \downarrow & & \downarrow \\ r(t) = \sum_{k=1}^N a_k r_k(t) = \sum_{k=1}^N 0 \cdot r_k(t) = 0 & & \end{array}$$

$$r(t) = ae(t)$$



线性系统

$$r(t) = ae(t)$$



线性系统

$$r(t) = ae(t) + b$$



非线性系统

而

零状态响应/输出

$$r(t) = \textcircled{ae(t)} + b = a \cdot 0 + b = b$$

即在零输入时，系统输出不为零。这部分不为零的输出，称为系统的零输入响应/输出。

信号与系统：绪论-系统

- 系统的定义

- 系统的表示

- 系统的分类

 - 线性系统

 - 时不变系统

 - 因果系统

 - 稳定系统

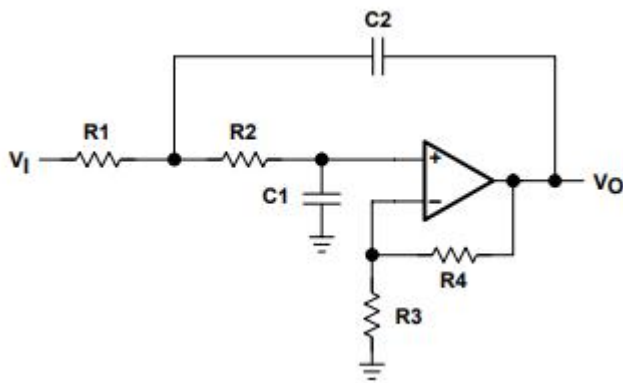
 - 无记忆系统

时不变系统

定义：一个系统，在零状态条件下，其输出响应与输入信号施加于系统的起始点无关，称为时不变系统否则称为时变系统。

时不变系统：

模拟电路系统



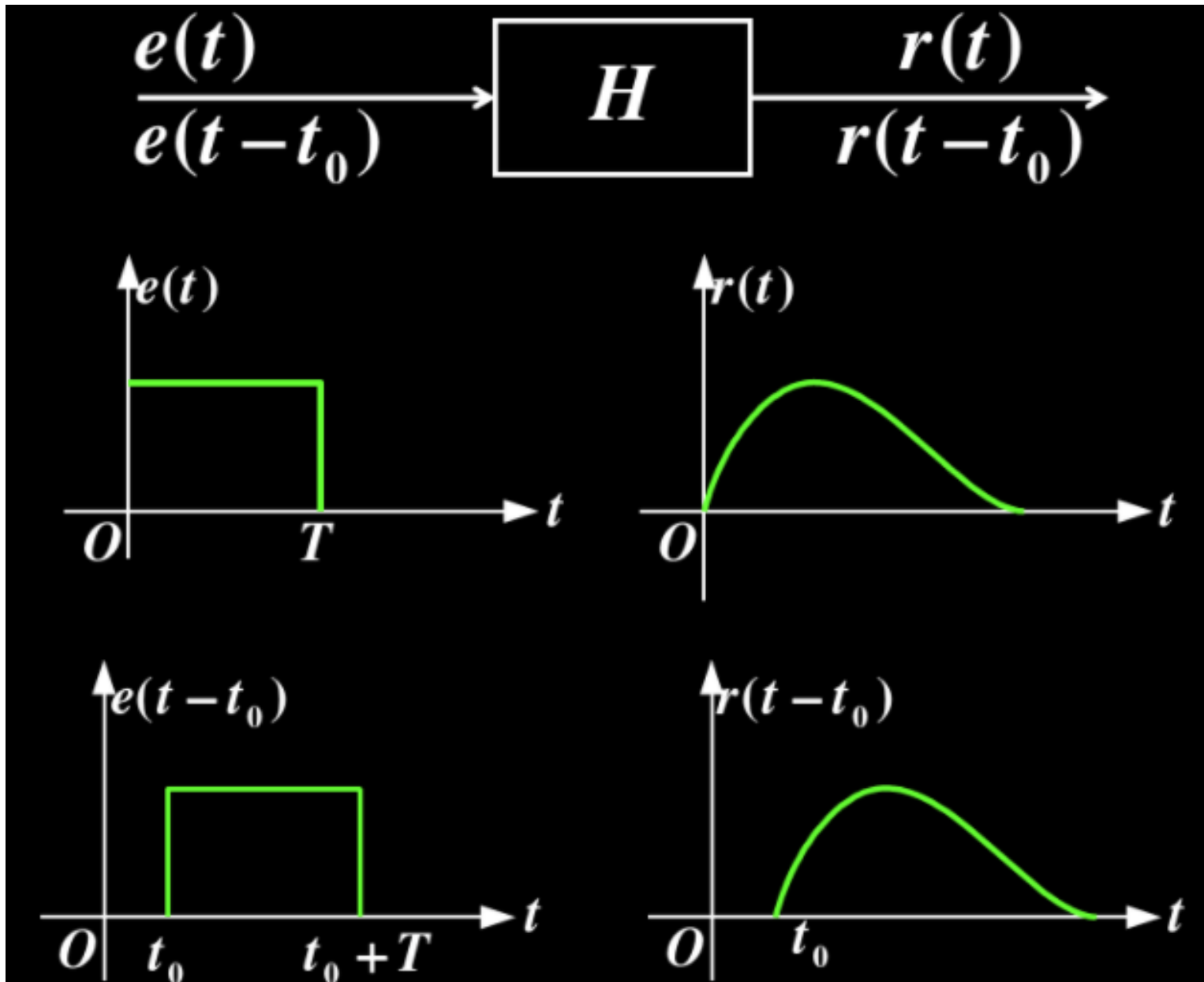
不同环境条件下，器件的稳定性！！

移动通信！！



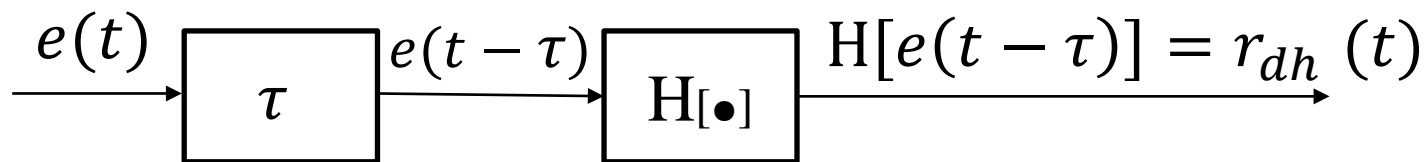
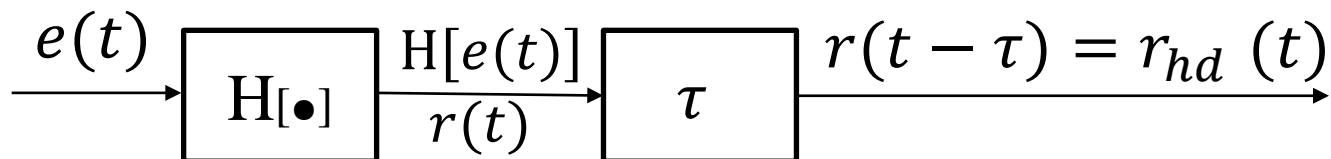
自适应信号处理算法

时不变系统



时不变系统

判断方法： 先时移、再经过系统 = 先经过系统、再时移



$$r_{hd}(t) = r_{dh}(t)$$

时不变系统

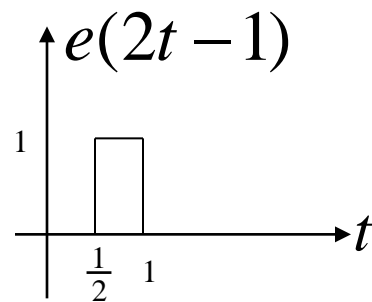
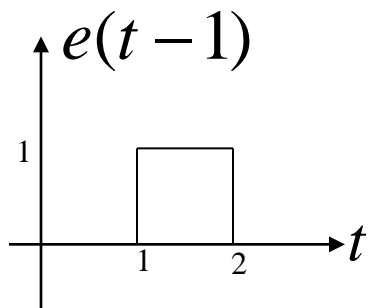
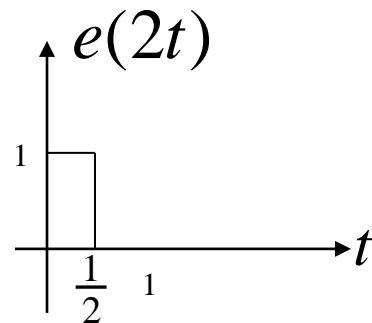
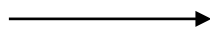
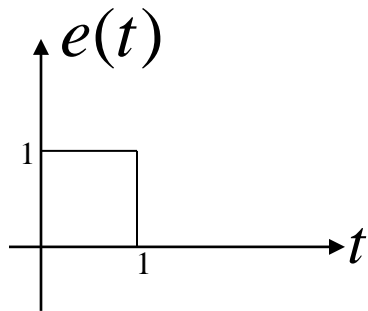
时不变系统

判断以下系统是否为时不变系统：

$$r(t) = e(2t)$$

实现波形尺度变换，沿着 t 坐标轴压缩

$$r(t) = e(2t)$$



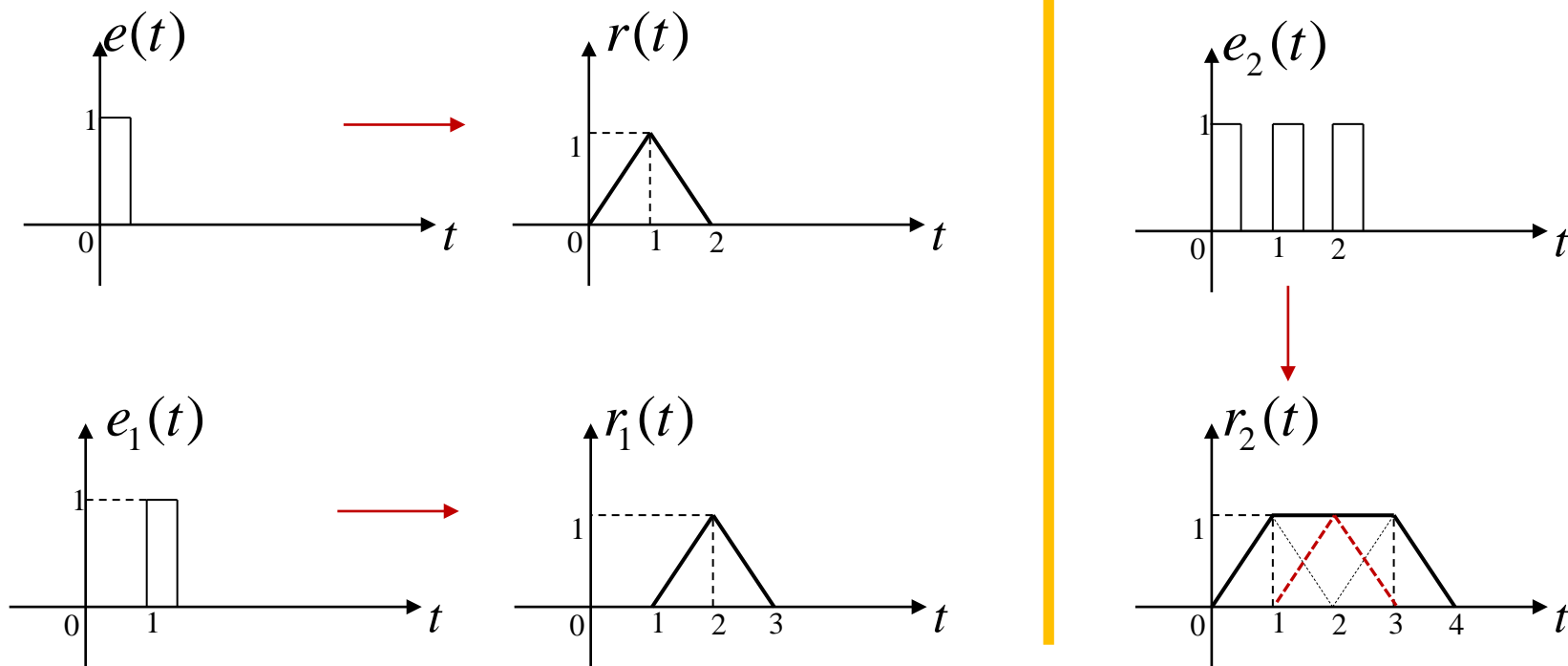
所以系统是一时变系统。

同时满足线性和时不变的系统为线性时不变系统(Linear time-invariant system), 可表示为:

$$e(t) = \sum_{k=1}^N a_k e_k(t - t_k) \longrightarrow r(t) = \sum_{k=1}^N a_k r_k(t - t_k)$$

线性时不变系统

设LTI系统的输入 $e(t)$ 与输出 $r(t)$ 之间的关系由下图描述，试作出当输入分别为 $e_1(t)$ 与 $e_2(t)$ 时，输出 $r_1(t)$ 与 $r_2(t)$ 的波形图。



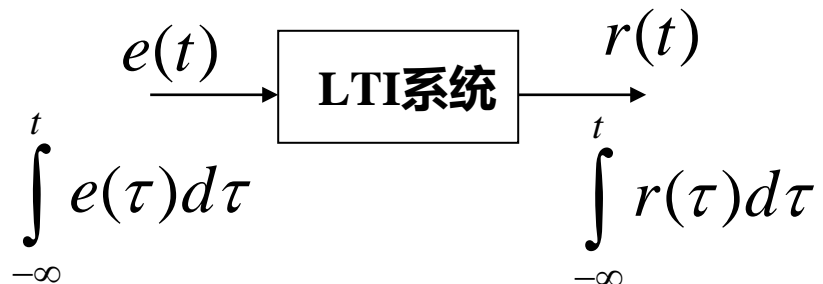
LTI系统的输出/响应容易求解！！

线性时不变系统的微分特性和积分特性

1、微分性



2、积分性



信号与系统：绪论-系统

- 系统的定义

- 系统的表示

- 系统的分类

 - 线性系统

 - 时不变系统

 - 因果系统

 - 无记忆系统

因果性系统

因果系统与非因果系统

(Causal system and non-causal system)

因果系统是指当且仅当输入信号激励系统时候，才会出现输出(响应)的系统。因此，因果系统的输出不会出现在输入信号激励系统以前的时刻。

判断方法： 对于任意时刻 t ，输出不超前于输入。

判断如下系统的因果性

1. $r(t)=3e(t)$

2. $r(t)=e(t-1)$

3. $r(t)=e(t+1)$

因果性系统

判断方法：对于任意时刻 t ，输出不超前于输入。

判断如下系统的因果性

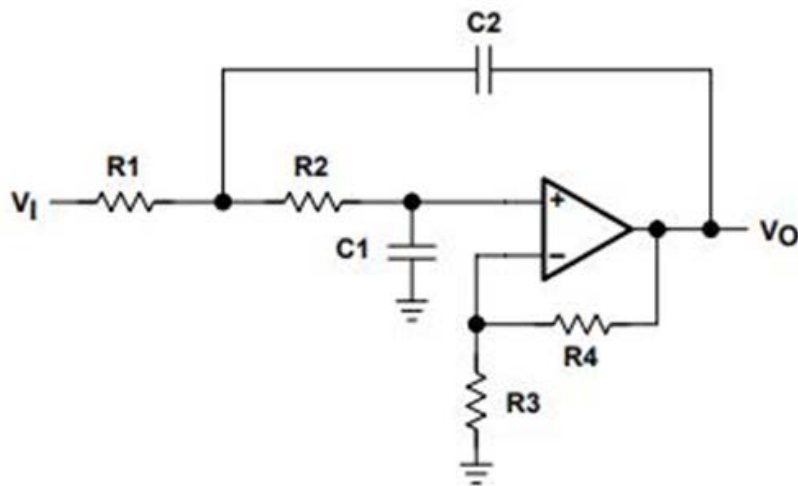
$$r(t) = \int_{-\infty}^t e(\tau) d\tau$$

$$r(t) = e(2t)$$

判断方法：当下的系统输出只与当下以及以前的输入有关，
和未来的输入无关！！

因果系统

- 实际的物理可实现系统均为因果系统。（物理世界满足因果定律，不能确知未来）



模拟电路系统

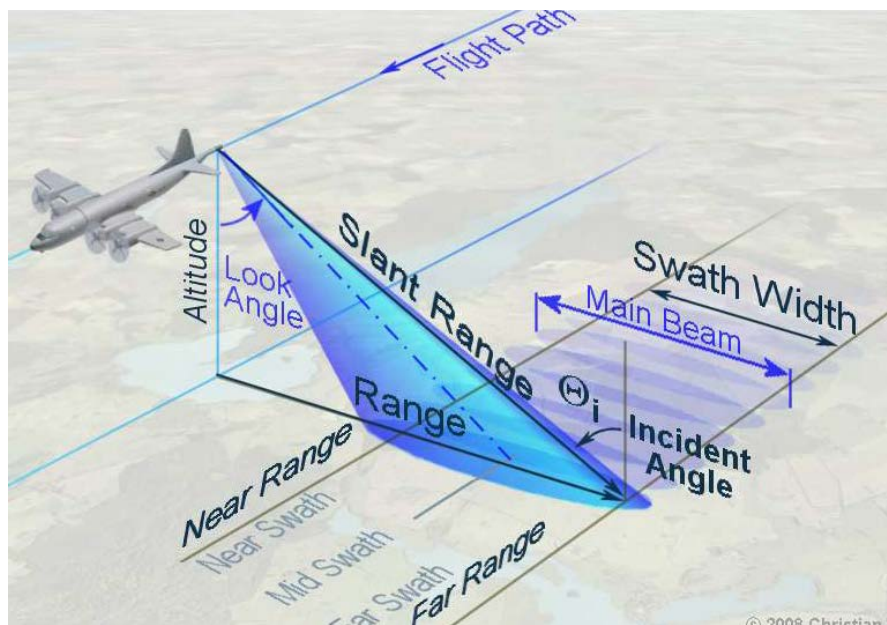


无线通信系统

- 信号处理时，待处理的时间信号被保存下来，可以利用后一时刻的输入决定前一时刻的输出，如信号的压缩以及目标探测等就是非因果系统。

- 信号的压缩: $C_A(m) = \frac{1}{\sqrt{2}}[S(2m) + S(2m + 1)]$

- ## ■ 目标探测



信号与系统：绪论-系统

□ 系统的定义

□ 系统的表示

□ 系统的分类

- 线性系统

- 时不变系统

- 因果系统

- 稳定系统

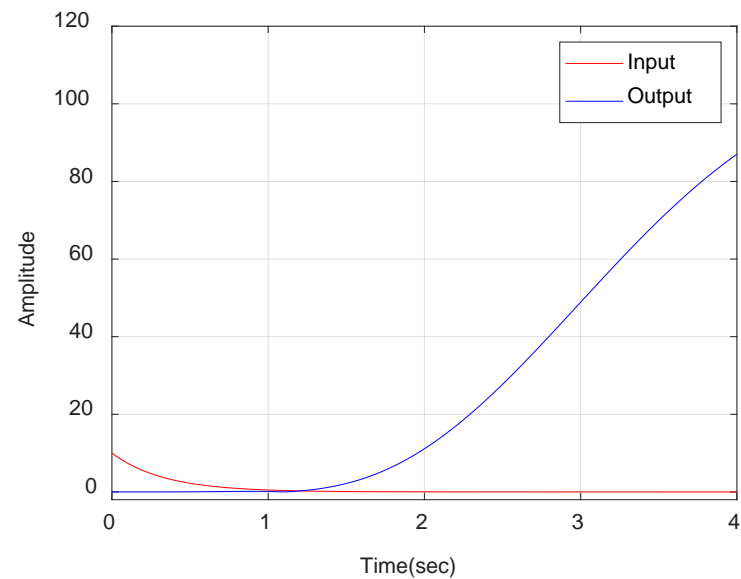
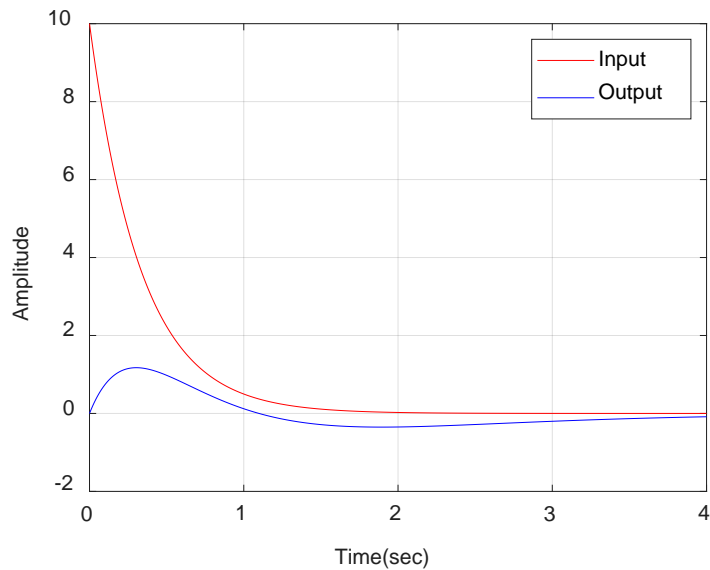
- 无记忆系统

稳定系统

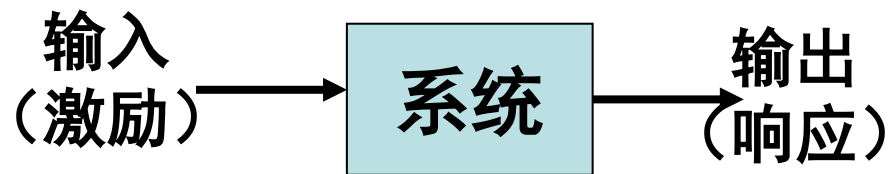
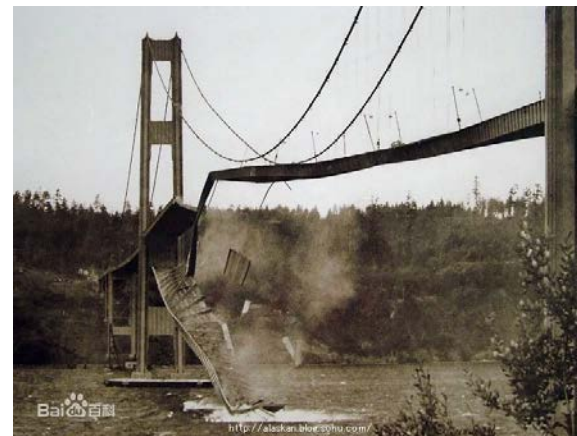
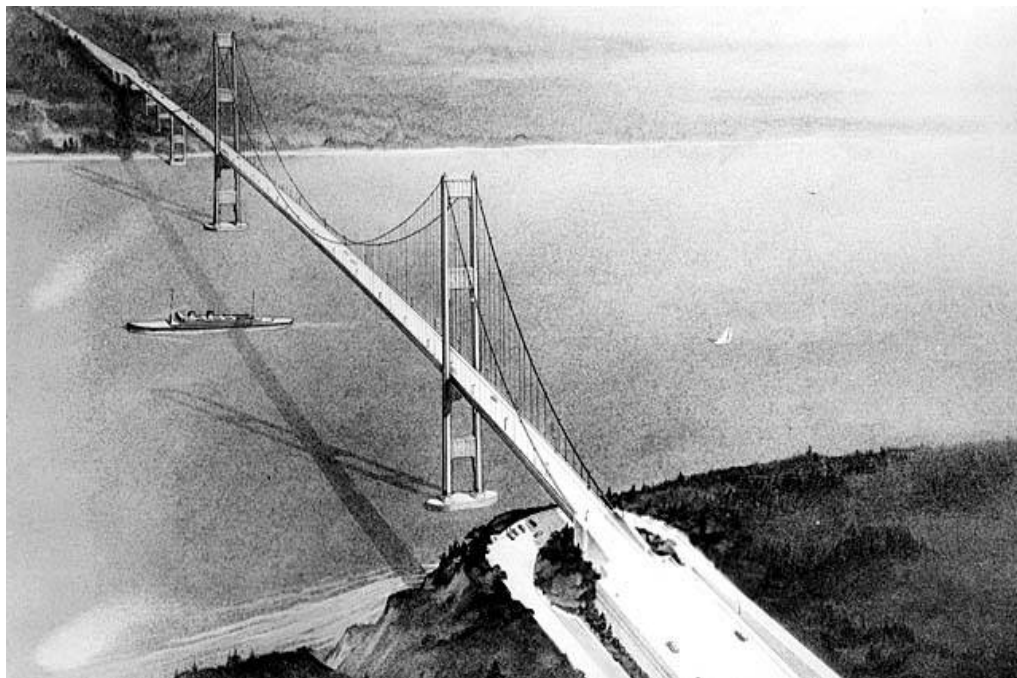
如果系统对任何一个有界输入，输出也有界，称为稳定系统。

$$|e(t)| < A \quad \text{则} \quad |r(t)| < B$$

$$\text{or} \quad |e(n)| < A \quad \text{则} \quad |r(n)| < B$$



稳定系统



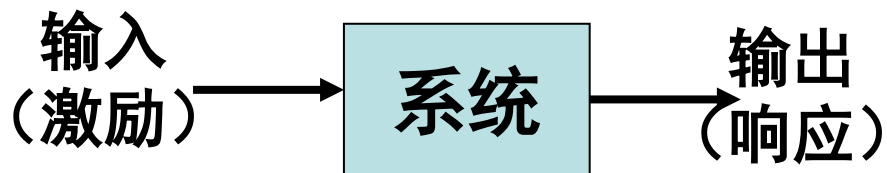
共振！

共振是指机械系统所受激励的频率与该系统的某阶固有频率相接近时，系统输出振幅显著增大的现象。

稳定系统

汽车共振:

行驶速度和车辆悬挂系统固有频率相接近造成共振。每辆汽车都有一个共振点，共振时的车速各不相同。一般认为共振时车速越高车的质量越好。普桑100左右就出现共振，而大奔200时才出现共振。



信号与系统：绪论-系统

- 系统的定义

- 系统的表示

- 系统的分类

- 线性系统

- 时不变系统

- 因果系统

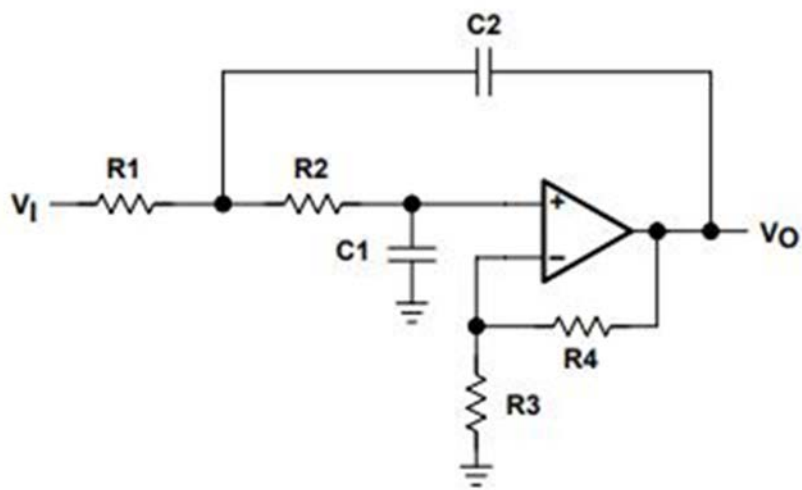
- 稳定系统

- 记忆系统

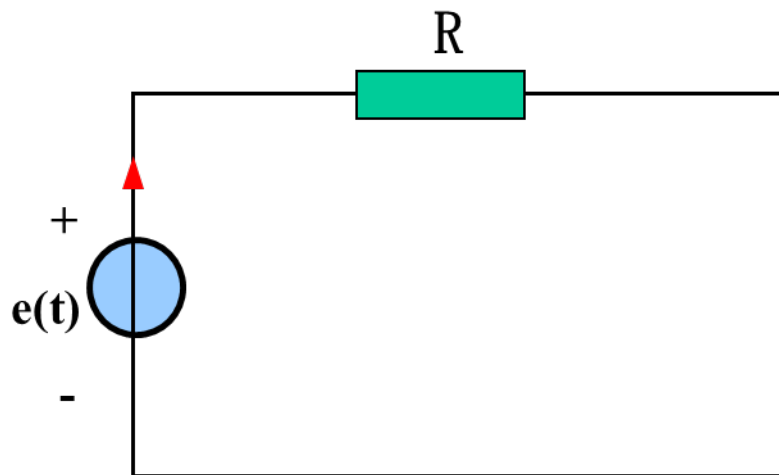
记忆系统

- 如果系统的输出只与当前时刻的输入有关，系统就称为无记忆系统。
- 如果系统的输出与以前时刻的输入有关，系统称为记忆系统。

记忆元件——电容器、电感、寄存器、存储器等。



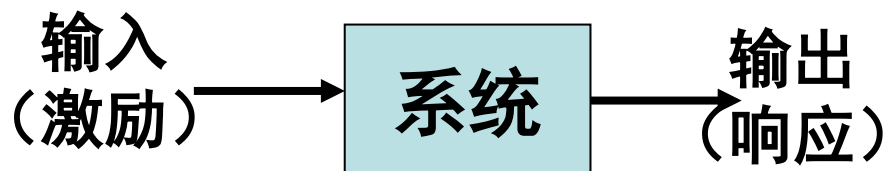
记忆系统



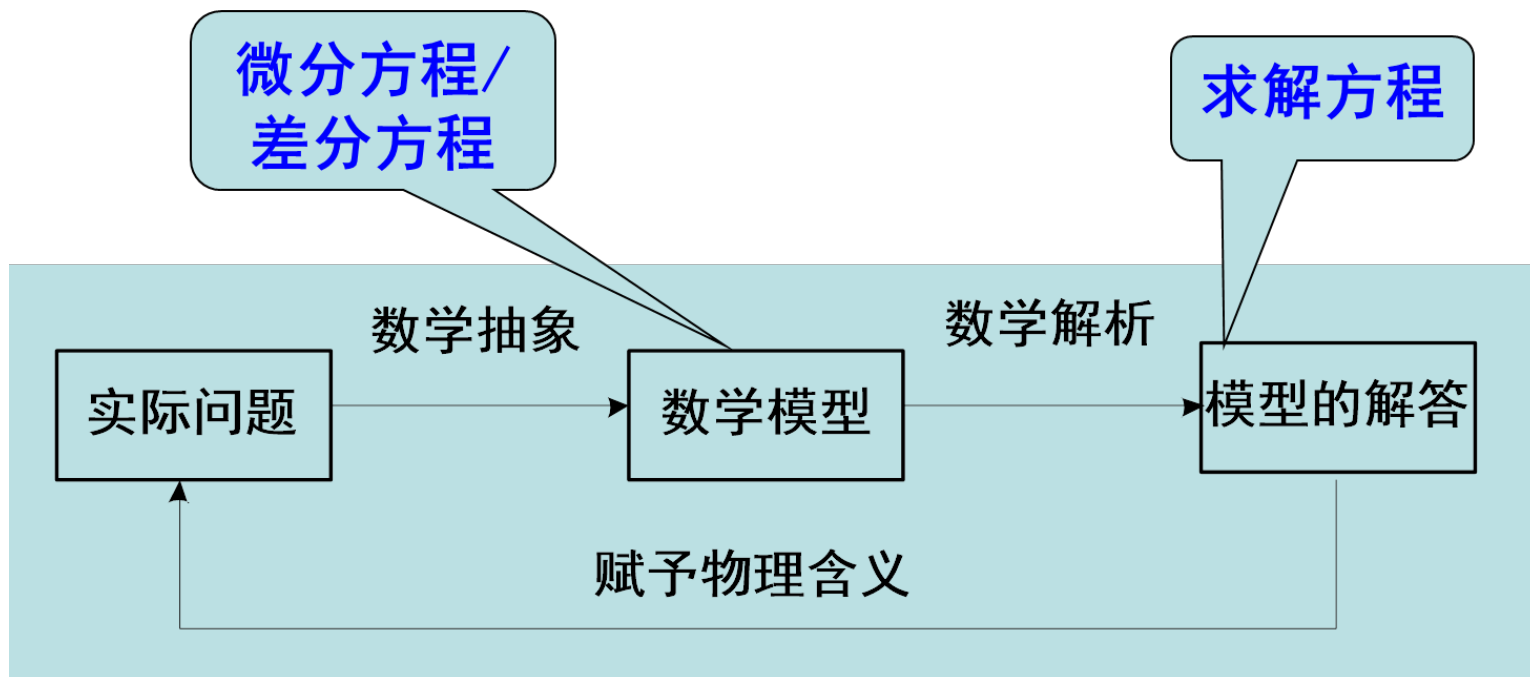
无记忆系统

系统特性与分类：总结

定义：系统是由若干相互联系的单元组成的、具有某种功能、用以达到某种目的的有机整体。



系统的功能对信号进行某种变换



系统的分类：

1. 线性
2. 时不变性
3. 因果性
4. 稳定性
5. 记忆性

习题： 1.8, 1.11