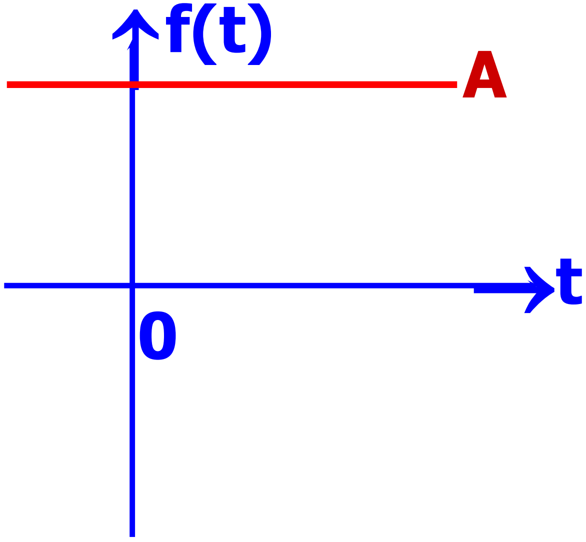
第九章　一阶动态电路时域分析

9-1 基本信号

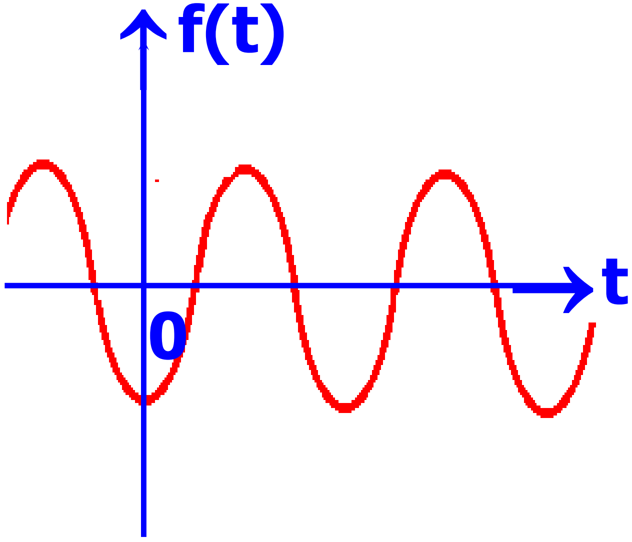
一、直流信号

$$f(t) = A$$
$$(-\infty < t < \infty)$$



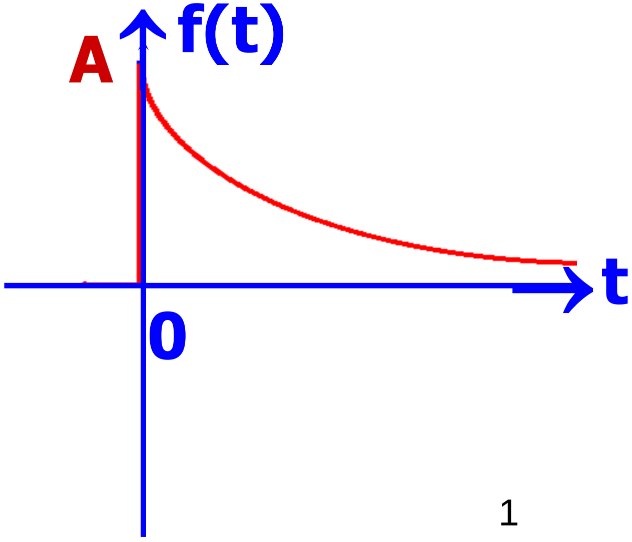
二、正弦信号

$$f(t) = A_m\cos(\omega t + \varphi)$$
$$(-\infty < t < \infty)$$



三、单边指数信号

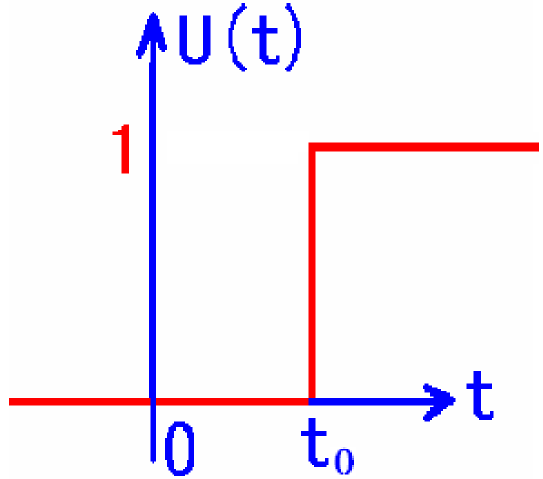
$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Ae^{-at} & t > 0 \end{cases}$$



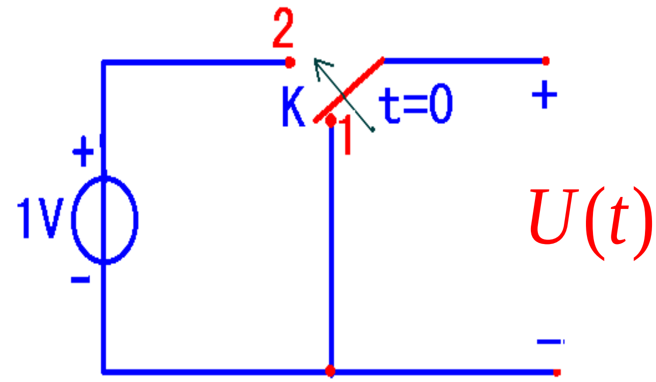
四、单位阶跃信号

定义：

$$U(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$$



实现：开关电路



性质：切除性 $\boldsymbol{y(t)=f(t)U(t)}=\begin{cases}0 & t<0\\ f(t) & t>0\end{cases}$

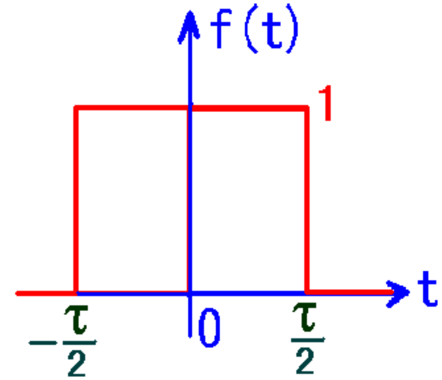
推广：

$$U(t-t_0)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ 1 & t>t_0\end{cases}\qquad AU(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ A & t>0\end{cases}$$

五、单位门信号

定义：

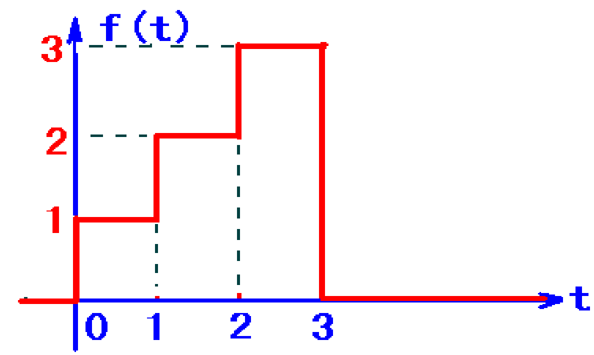
$$G_\tau(t)=\begin{cases}1 & -\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2}\\ 0 & \text{其余}\end{cases}$$



用阶跃信号表示：

$$G_\tau(t)=U(t+\frac{\tau}{2})-U(t-\frac{\tau}{2})$$

推广： $G_\tau(t-t_0)=?$ $AG_\tau(t)=?$



例：图示信号。

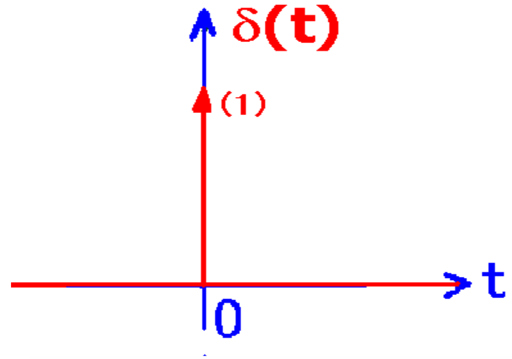
（1）用门信号表示； $f(t)=G_1(t-\frac{1}{2})+2G_1(t-\frac{3}{2})+3G_1(t-\frac{5}{2})$

（2）用阶跃信号表示。 $f(t)=U(t)+U(t-1)+U(t-2)-3U(t-3)$

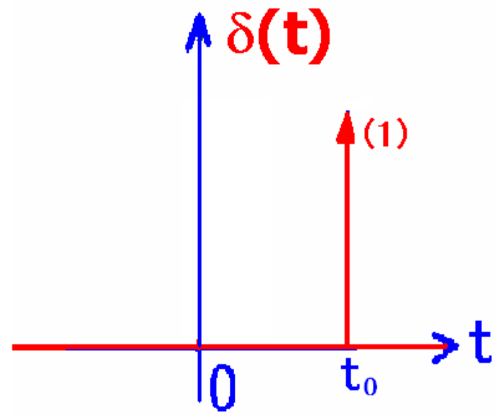
六、单位冲激信号

定义： $\delta(t)=\begin{cases}\infty & t=0\\ 0 & t\neq 0\end{cases}$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$



推广： $\delta(t-t_0)=?$　　$A\delta(t)=?$



性质：

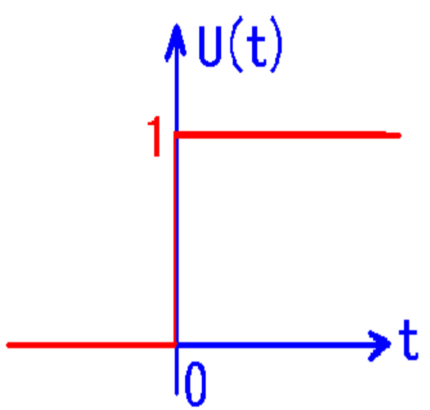
1、$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$

2、$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)dt=f(0)$

3、$\delta(-t)=\delta(t)$

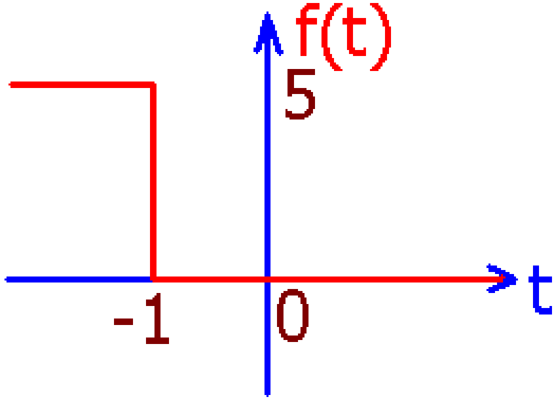
$U(t)$与$\delta(t)$关系：（互为微分与积分的关系）

$$\delta(t)=\frac{dU(t)}{dt}\qquad U(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau$$



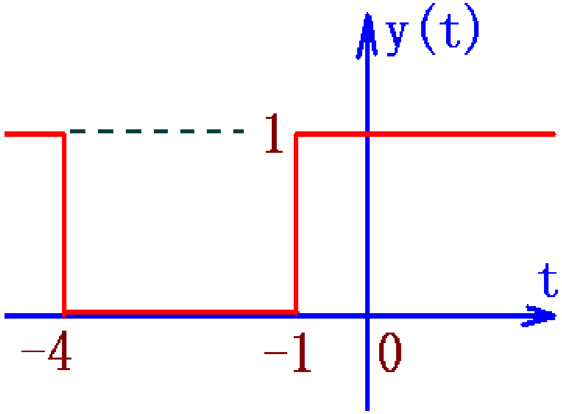
例1：画出下列信号时域波形

$$f(t)=5U(-t-1)=\begin{cases}0 & t>-1\\ 5 & t<-1\end{cases}$$



$$y(t)=U(t^2+5t+4)=\begin{cases}0 & t^2+5t+4<0\\ 1 & t^2+5t+4>0\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0 & (t+1)(t+4)<0\\ 1 & (t+1)(t+4)>0\end{cases}$$



例2：求下列表达式值

$$1)\int_{-\infty}^{\infty}(t^3+3)\delta(2t)dt$$

=3/2

$$2)\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+3)\delta(1-2t)dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+3)\frac{1}{2}\delta(t-\frac{1}{2})dt$$ **=13/8**

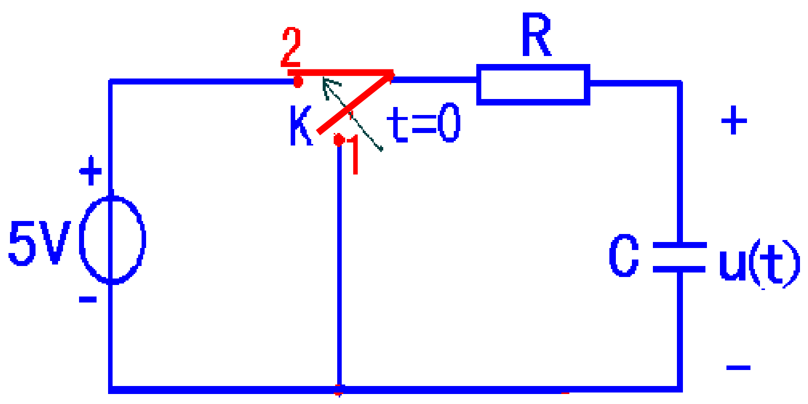
9-2 动态电路与换路定律

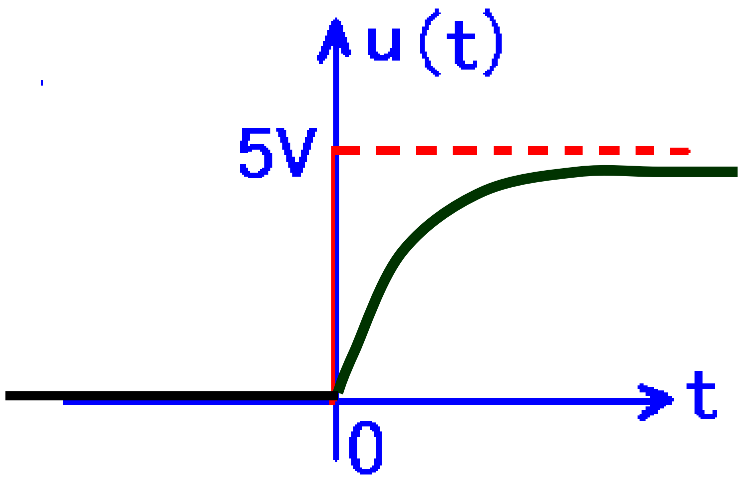
一、动态电路：含动态元件的电路。

二、换路：

电路结构或电路参数发生突变而引起电路变化统称为换路.

(<u>注：换路不需要时间，若换路发生在t=0时刻,则换路过程从0- 到0+</u>)

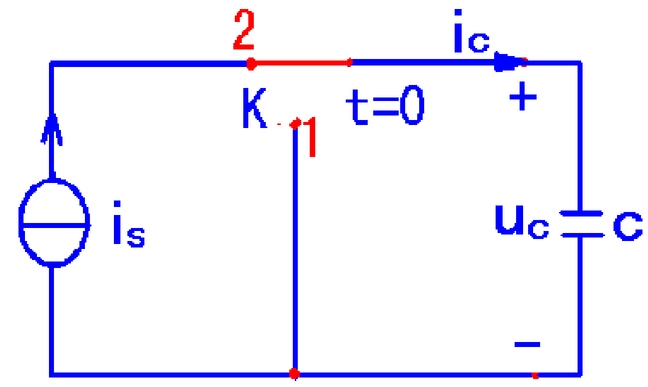




在动态电路中，换路时电路一般不能从原状态突变到另一状态，需要经历一个过程，即过渡过程（暂态过程）。

三、换路定律

1、引例1： 图示电路



t<0，K在“1”，有 $u_c(0^-)=0$

t=0，K闭合，有

$$u_c(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_c(\tau)d\tau$$

$$=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0^-} i_c(\tau)d\tau+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i_c(\tau)d\tau$$

$$=u_c(0^-)+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i_c(\tau)d\tau$$

$$u_c(0^+)=u_c(0^-)+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i_c(\tau)d\tau$$

若i_c为有限值，则：

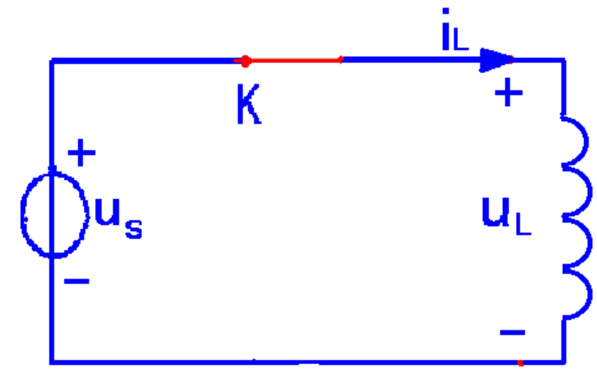
$$u_c(o^+)=u_c(o^-)$$

或 $q(o^+)=q(o^-)$

意义：电场能量不能发生突变

$$W=\frac{1}{2}Cu_c{}^2(t)$$

2、引例2: 图示电路



t<0，K打开，有 $i_L(0^-)=0$

t=0，K闭合，有

$$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u_L(\tau)d\tau$$

$$=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0^-}u_L(\tau)d\tau+\frac{1}{L}\int_{0^-}^{t}u_L(\tau)d\tau$$

$$=i_L(0^-)+\frac{1}{L}\int_{0^-}^{t}u_L(\tau)d\tau$$

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)+\frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+}u_L(\tau)d\tau$$

若u_L为有限值，则：

$i_L(o^+)=i_L(o^-)$

或 $\Psi(o^+)=\Psi(o^-)$

意义：磁场能量不能发生突变

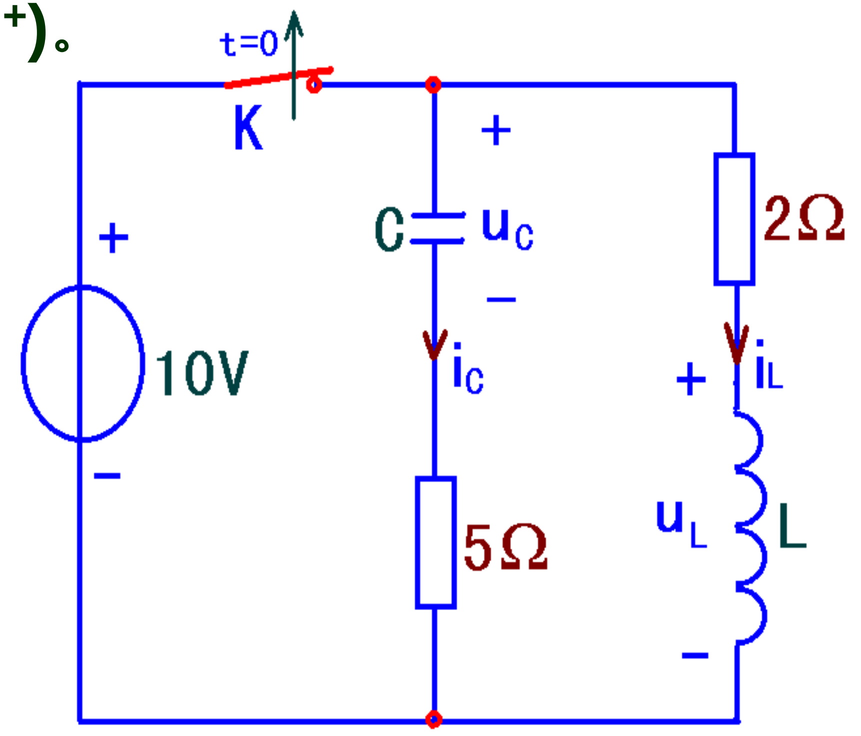
$$W=\frac{1}{2}Li_L^{\,2}(t)$$

3、换路定律：

（1）若i_c为有限值，则： $u_c(0^+)=u_c(0^-)$ 或 $q(0^+)=q(0^-)$

（2）若u_L为有限值，则： $i_L(0^+)=i_L(0^-)$ 或 $\Psi(0^+)=\Psi(0^-)$

举例：图示电路，$t<0$，开关K闭合，电路稳定；$t=0$时刻，开关K打开，求：$u_c(0^+)$和$i_L(0^+)$。



解：

$t<0$，开关K闭合，电路稳定，有

$u_c(0^-)=10V$ $\quad$ $i_L(0^-)=5A$

根据换路定律，有

$u_c(0^+)=u_c(0^-)=10V$

$i_L(0^+)=i_L(0^-)=5A$

换路定律：

（1）若i_C为有限值，则： $u_C(0_+)= u_C(0_-)$ 或 $q(0_+)= q(0_-)$

（2）若u_L为有限值，则： $i_L(0^+)=i_L(0^-)$ 或 $\Psi(0^+)=\Psi(0^-)$

特别提示:

1、只有电容电压u_C（或，电荷量）、电感电流i_L（或，磁链）满足换路定律;

2、条 件：换路瞬间，电容电流i_C、电感电压u_L为有限值。

9-3 电路初始值确定

电路初始值
- 独立初始值 $u_C(0^+)$、$i_L(0^+)$
- 非独立初始值 其余电量在$t= 0^+$时的值

非独立初始值的确定：0^+等效电路法

步骤：

独立变量

1、求出电路的初始状态： $u_C(0^-)$、$i_L(0^-)$ 换路前的电路

2、求出独立初始值： $u_C(0^+)$、$i_L(0^+)$ 换路后的电路

3、画出0^+等效电路： 电容用大小为$u_C(0^+)$的电压源替代

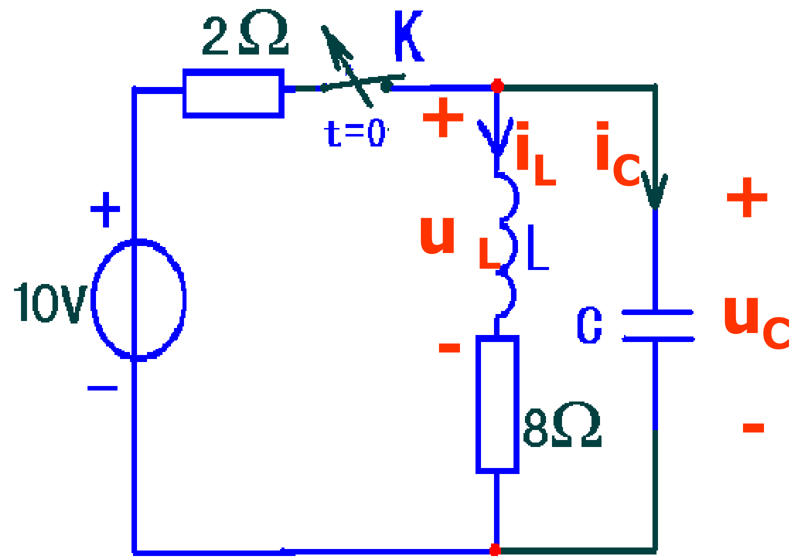
电感用大小为$i_L(0^+)$的电流源替代

电路其余结构不变

4、求得非独立初始值

练习：图示电路，t<0，K闭，电路稳定，t=0，K开。

求：各元件电流、电压初始值 。



解： t<0，K闭， 电路稳定，有

$$i_L(0^-)=1A \qquad u_c(0^-)=8V$$

t=0，K开，有

$$u_c(0^+)=u_c(0^-)=8V$$

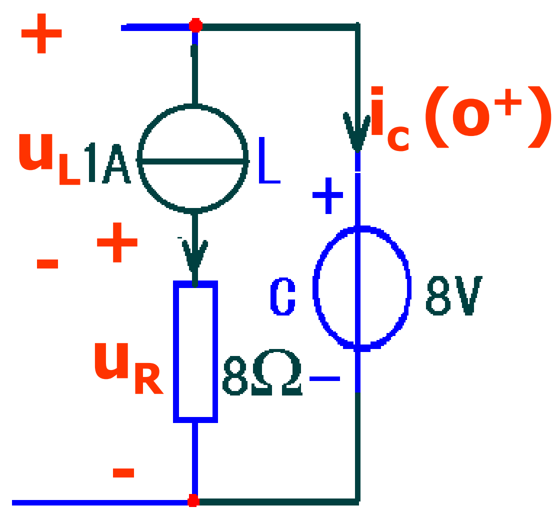
$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=1A$$

$$\therefore \qquad i_C(o^+)=-1A$$

$$u_R(o^+)=8V \quad u_L(o^+)=0V$$

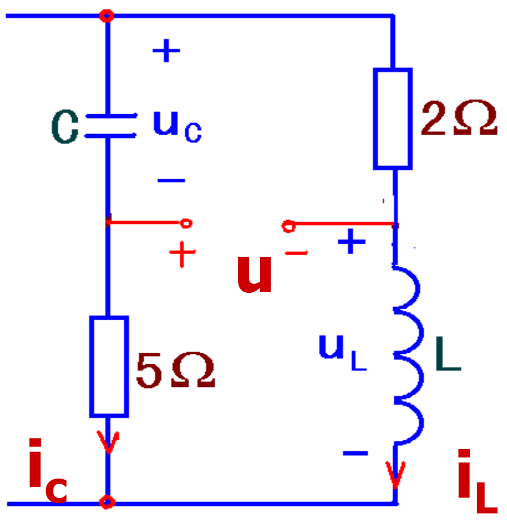
$$u_{2\Omega}(o^+)=0V \quad i_{2\Omega}(o^+)=0V$$

o^+等效电路:



例：C=2F, L=0.5H, 已知$u_c(0-)=10v$,

$i_L(0-)=5A$。



求: $$\left.\frac{du_c}{dt}\right|_{t=0^+} \quad \left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0^+} \quad \left.\frac{du}{dt}\right|_{t=0^+}$$

解： $u_c(0_+)=10v$, $i_L(0_+)=5A$

$$\left.\frac{du_c}{dt}\right|_{t=0^+} = \frac{1}{C} i_c(0^+) = -\frac{1}{2} i_L(0^+) = -2.5V/S$$

$$u_L(0_+)=-2i_L(0_+)+u_c(0_+)+5i_c(0_+)=-25V$$

$$\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0^+} = \frac{1}{L} u_L(0^+) = -50A/S$$

因为：$u(t)=2i_L(t)-u_C(t)$，所以 $\left.\frac{du}{dt}\right|_{t=0^+} = 2\left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0^+} - \left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t=0^+} = -97.5V/S$

9-4 线性时不变电路性质

1、齐次性：　若 $f(t) \to y(t)$　则　$Kf(t) \to Ky(t)$

2、叠加性：　若 $f_1(t) \to y_1(t)$　$f_2(t) \to y_2(t)$

则 $f_1(t)+f_2(t) \to y_1(t)+y_2(t)$

3、线性性：　若 $f_1(t) \to y_1(t)$　$f_2(t) \to y_2(t)$

则 $Af_1(t)+Bf_2(t) \to Ay_1(t)+By_2(t)$

4、时不变性：若 $f(t) \to y(t)$ 则 $f(t-t_0) \to y(t-t_0)$

5、微分性：若 $f(t) \to y(t)$ ，则 $\dfrac{df(t)}{dt} \to \dfrac{dy(t)}{dt}$

6、积分性：若 $f(t) \to y(t)$，则 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau \to \int_{-\infty}^{t} y(\tau)d\tau$

7、因果性：若 $t<0$ ，$f(t)=0$，则 $t<0$　$y(t)=0$

例1：判断下列系统的因果性。

(1) $T[f(t)]=y(t)=f(t-2)$

(2) $T[f(t)]=y(t)=f(t+2)$

解：(1) $\because y(t)=f(t-2)$

当t=6时，　输出y (6) = f (4)

输出值只取决于输入的过去值，

故为因果系统。

(2) $\because y(t)=f(t+2)$

当t = 6时，y (6) =f (8)

输出值取决于输入的将来值，

故为非因果系统。

例2：若T[f(t)]=af(t)+b = y(t)，问该系统是否为线性系统？

解： $\because T[k_1 f_1(t)+k_2 f_2(t)] = a[k_1 f_1(t)+k_2 f_2(t)]+b$

$$k_1 y_1(t)+k_2 y_2(t) = k_1 T[f_1(t)]+k_2 T[f_2(t)]$$
$$= k_1[af_1(t)+b]+k_2[af_2(t)+b]$$

$T[k_1 f_1(t)+k_2 f_2(t)] \neq k_1 y_1(t)+k_2 y_2(t)$ 故 所给系统为非线性系统。

例3：判断以下系统是否为非时变系统。

(1) $y(t)=T[f(t)]=atf(t).$ (2) $y(t)=T[f(t)]=af(t)$

解：（1）$\because y(t-t_0)=a(t-t_0)f(t-t_0).$

$T[f(t-t_0)]=atf(t-t_0).$

$y(t-t_0)\neq T[f(t-t_0).]$

故 系统为时变系统

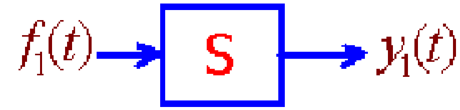
$\because y(t-t_0)=af(t-t_0).$

$T[f(t-t_0)]=af(t-t_0).$

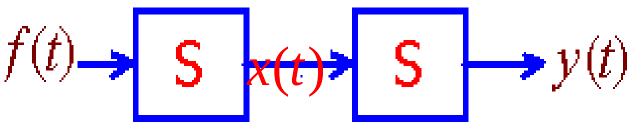
$y(t-t_0)=T[f(t-t_0).]$

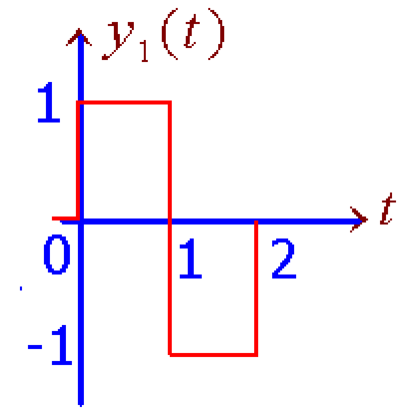
故 系统为时不变系统

例4： 右图所示系统已知： $f_1(t)=U(t)\rightarrow y_1(t)$



则对下图所示系统， $f(t)=U(t)-U(t-2)\rightarrow y(t)=?$





解：

$$y_1(t)=U(t)-2U(t-1)+U(t-2)$$

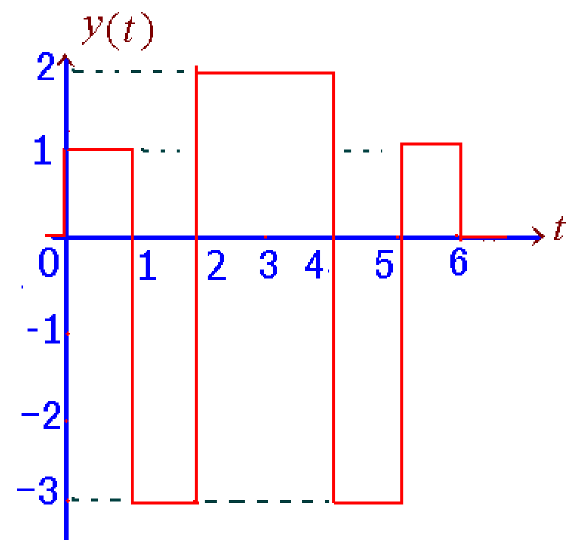
对所示的级联系统，有 $f(t)=f_1(t)-f_1(t-2)$

$$x(t)=y_1(t)-y_1(t-2)$$

$$=U(t)-2U(t-1)+2U(t-3)-U(t-4)$$

$$y(t)=y_1(t)-2y_1(t-1)+2y_1(t-3)-y_1(t-4)$$

$$=U(t)-4U(t-1)+5U(t-2)-5U(t-4)-4U(t-5)-U(t-6)$$

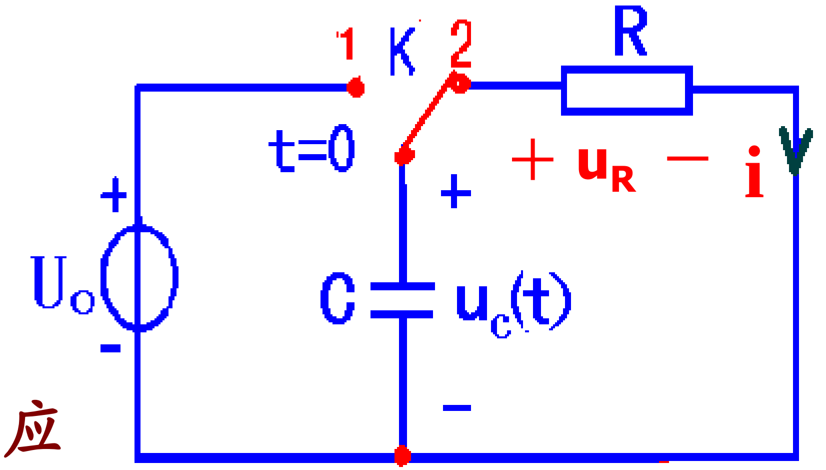


9-5 一阶电路经典分析法

一、RC电路

1、零输入响应

激励为零，由电路初始状态产生的响应



$$u_c(t)+RC\frac{du_c(t)}{dt}=0$$

t<0，K在1， 有 $u_c(0^-)=U_0$

一阶线性常系数齐次微分方程

t=0，K从1打到2，有

$$RCP+1=0 \qquad P=-\frac{1}{RC}$$

$$u_c(0^+)=u_c(0^-)=U_0$$

$$u_c(t)=Ae^{Pt}=Ae^{-\frac{t}{RC}}=U_0e^{-\frac{t}{RC}}$$

t>0，K在2， 有

$\tau=RC$ 时间常数(s)

$$u_c(t)-u_R(t)=0$$

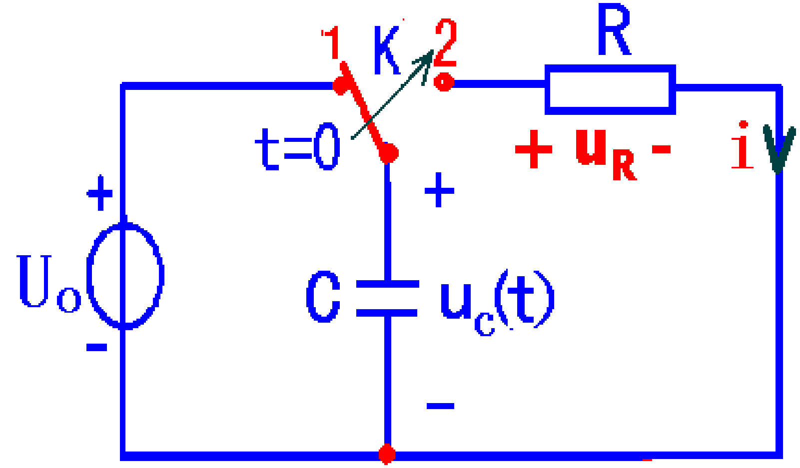
$$i=-C\frac{du_c(t)}{dt} \qquad u_R(t)=-RC\frac{du_c(t)}{dt}$$

$$u_c(t)=U_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t)=\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

讨论： $u_c(t)=U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i(t)=\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



1、在换路后， RC电路中电压、电流按指数规律变化；

2、指数变化的速率取决于τ；

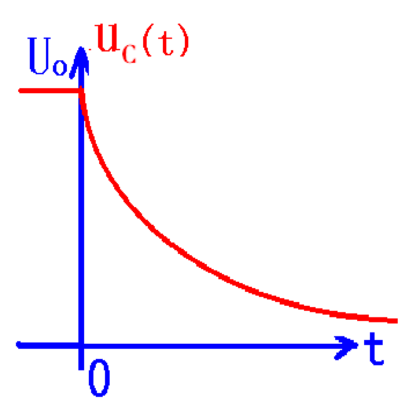
t=τ: u_c=0.368U_o

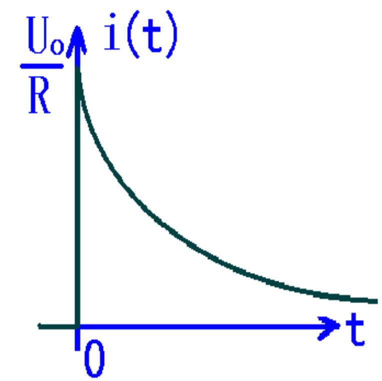
t=2τ: u_c=0.135U_o

t=3τ: u_c=0.05U_o

t=4τ: u_c=0.018U_o

t=5τ: u_c=0.007U_o



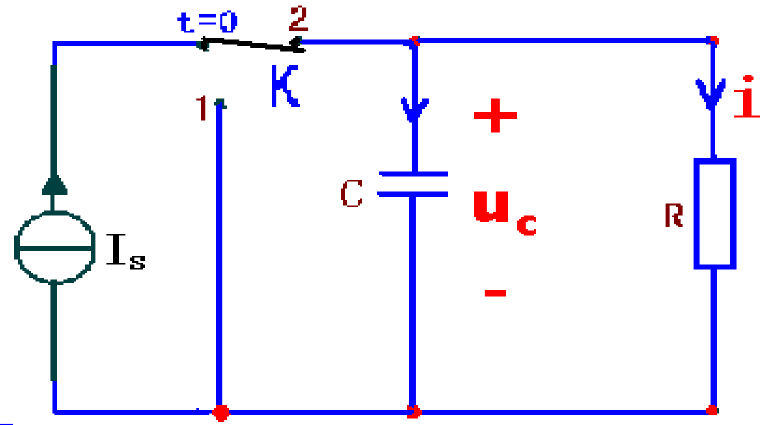


τ=RC （时间常数）

τ↑ → 曲线越平缓 → 过渡过程越长 → 放电时间越长

3、电路的过渡过程一般取：（3-5）τ。

2、零状态响应(初始状态为零，由激励所产生的响应)



t<0，K在1，电路稳定，有

$$u_c(0^-)=0$$

t=0，K从1打到2，有

$$u_c(0^+)=u_c(0^-)=0$$

t>0，K在2，有 $C\dfrac{du_c(t)}{dt}+\dfrac{u_c(t)}{R}=I_s$

$u_c(t)=u_{co}(t)+\overset{*}{u}_c$　一阶线性常系数非齐次微分方程

$RCP+1=0 \qquad P=-\dfrac{1}{RC}$

$u_{co}(t)=Ae^{Pt}$（齐次方程通解）

$\overset{*}{u}_c=RI_s$　（非齐次方程特解）

（稳态解）

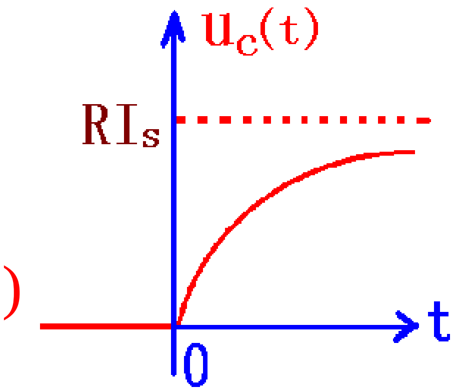
$u_c(t)=Ae^{Pt}+RI_s$

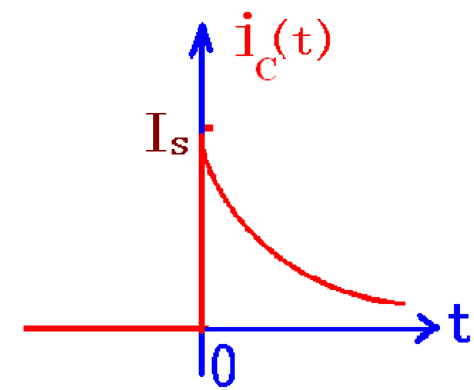
$t=0^+, u_c(0^+)=A+RI_S=0 \qquad \therefore A=-RI_S$

$$u_c(t)=RI_s(1-e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$i_c(t)=I_se^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\tau=RC$$

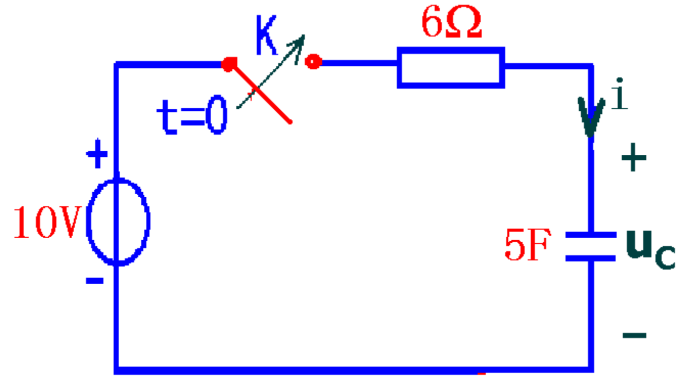




3、全响应=零输入响应+零状态响应　线性时不变电路的叠加性

（激励与非零初始状态分别单独作用于电路，共同所产生的响应）

例：已知：t<0，k开，$u_c(0^-)=6V$。
t=0，k闭。求：t>0，i(t)和$u_C(t)$。



零输入响应 $u_{czi}(t)=Ae^{Pt}=u_c(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$=6e^{-\frac{t}{30}}$$

$$i_{zi}(t)=-e^{-\frac{t}{30}}$$

零状态响应

$$u_{czs}(t)=u_{co}(t)+\overset{*}{u}=10(1-e^{-\frac{t}{30}})$$

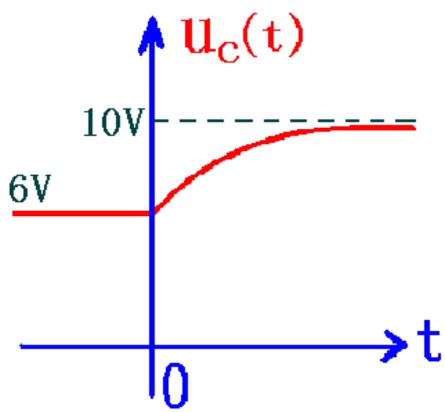
$$i_{zs}(t)=\frac{5}{3}e^{-\frac{t}{30}}$$

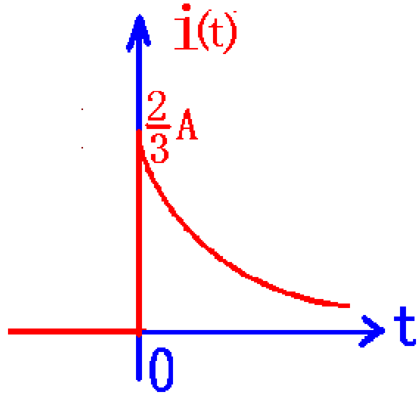
全响应 $u_c(t)=u_{czi}(t)+u_{czs}(t)$

$$=6e^{-\frac{t}{30}}+10(1-e^{-\frac{t}{30}})$$

$$=10-4e^{-\frac{t}{30}}\qquad t\geq 0$$

$$i(t)=i_{zi}(t)+i_{zs}(t)=\frac{2}{3}e^{-\frac{t}{30}}\qquad t>0$$

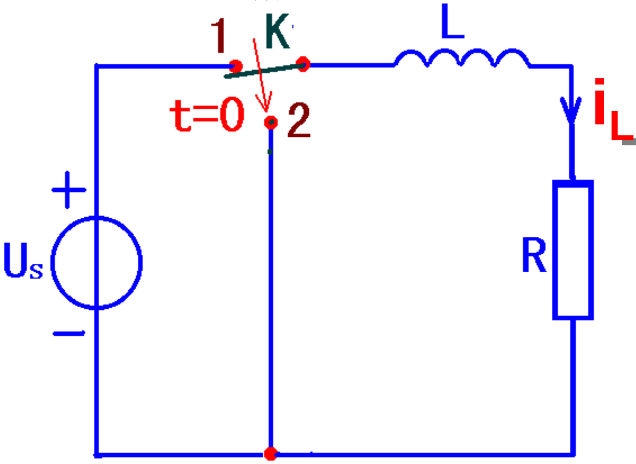




二、RL电路

全响应= 零输入响应+零状态响应

1. 零输入响应



t<0，K在1，电路稳定， 有 $i_L(0^-)=\dfrac{U_s}{R}$

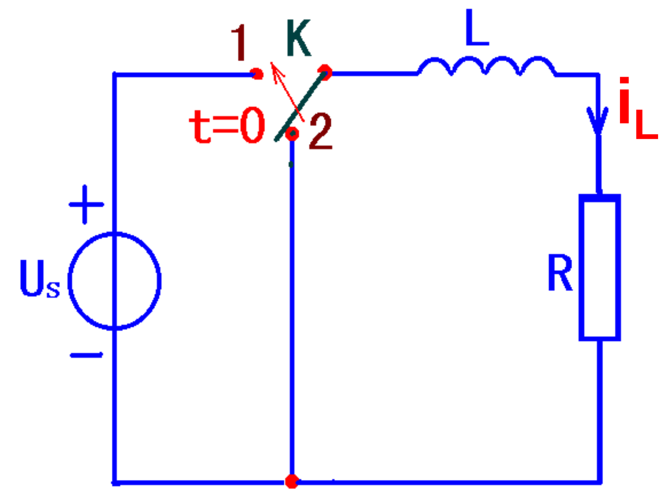
t=0，K从1打到2，有 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=\dfrac{U_s}{R}$

t>0，K在2， 有 $L\dfrac{di_L(t)}{dt}+Ri_L(t)=0$

$LP+R=0 \qquad P=-\dfrac{R}{L}$

$i_L(t)=Ae^{Pt}=\dfrac{U_s}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau=\dfrac{L}{R}$

2. 零状态响应



t<0，K在2，电路稳定，有 $i_L(0^-)=0$

t=0，K从2打到1，有 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$

t>0，K在1， 有 $L\dfrac{di_L(t)}{dt}+Ri_L(t)=U_s$

$$i_L(t)=Ae^{Pt}+\frac{U_s}{R}=\frac{U_s}{R}(1-e^{-t/\tau})$$

9-6 一阶电路“三要素”分析法

三要素公式：

$$y(t)=y(\infty)+[y(0^+)-y(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

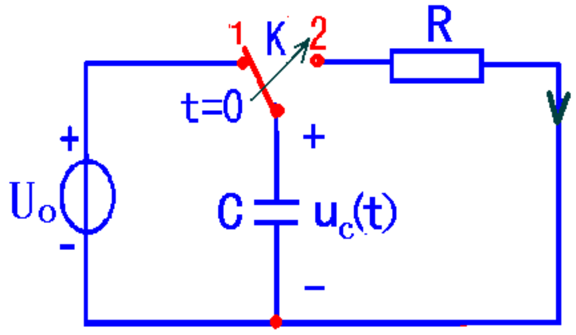
其中： $y(0^+)$ — 初始值　　$y(\infty)$ —稳态值　　τ— 时间常数

说明：

1、应用条件：

一阶电路；

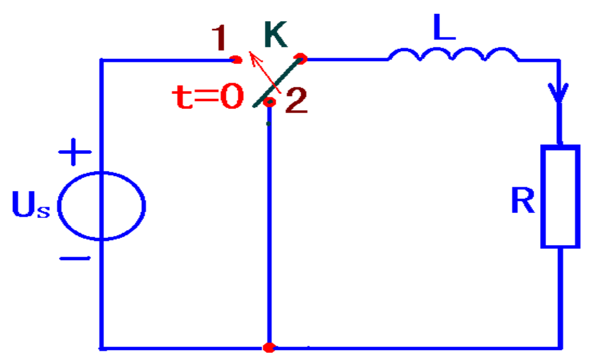
开关激励



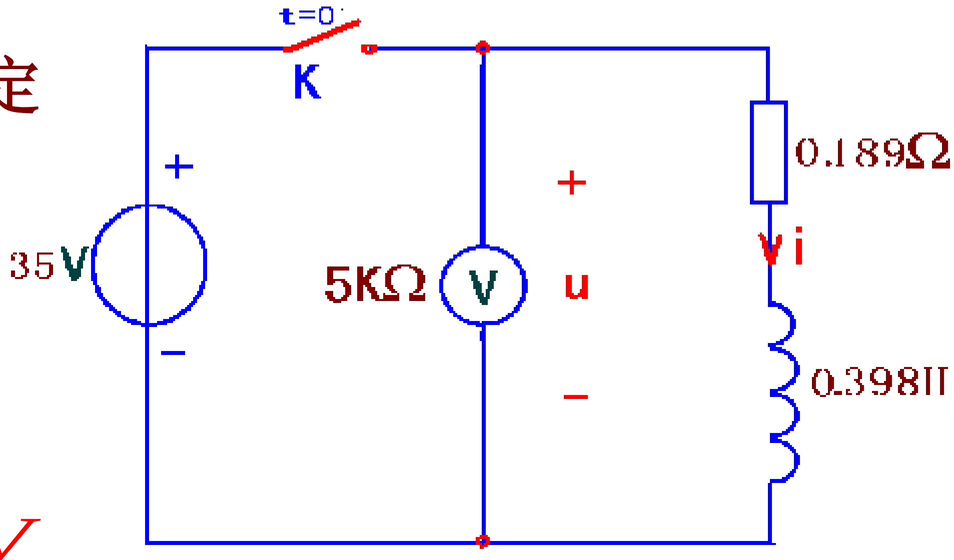
2、时间常数计算：

RC电路： $\tau=RC$

RL电路： $\tau=\dfrac{L}{R}$



例1: 图示为300kw汽轮发电机励磁电路。t<0，开关K闭合，电路稳定。t=0，开关K打开。求 t>0时电流i(t)和电压表端电压u(t)。



解： t<0，开关K闭合，电路稳定

$$i(0^-)=\frac{35}{0.189}=185.2A$$

t=0，K打开，有

$$i(0^+)=i(0^-)=185.2A$$

$$u(0^+)=-i(0^+)R_V=-926kV$$

t>0，K打开， $i(\infty)=0$ $u(\infty)=0$ $R=5000+0.189\approx 5k\Omega$

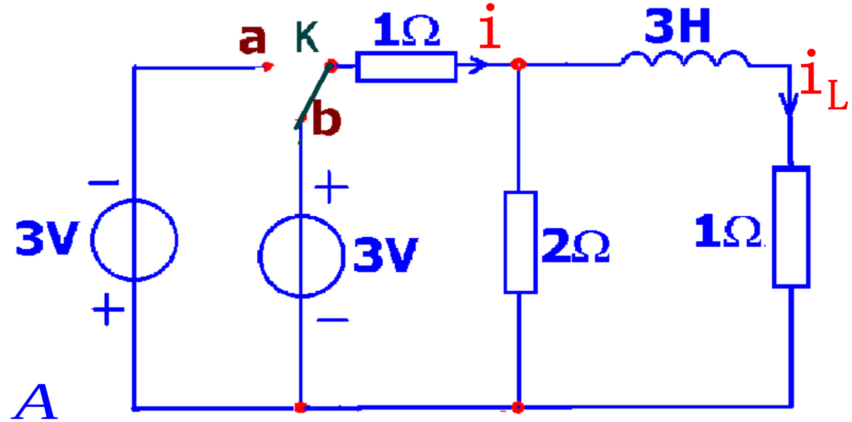
$$\tau=\frac{L}{R}\approx 80\mu s$$

$$i(t)=i(\infty)+[i(0^+)-i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t)=185.2e^{-\frac{t}{\tau}}A \qquad t\geq 0$$

$$u(t)=-926e^{-\frac{t}{\tau}}kV \qquad t>0$$

例2: 图示电路， t<0，K在a，电路稳定。t=0，K从a打到b。求: t>0时的电流i (t)和i_L (t)及其波形。



解: t<0，K在a，电路稳定，有

$$i_L(0^-)=-\frac{6}{5}A$$

t=0，K从a打到b，有

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=-\frac{6}{5}A \qquad i(0^+)=\frac{1}{5}A$$

$i(0^+)$如何求解——

叠加定理、网孔电流法、节点电位法等

t>0，K在b，有

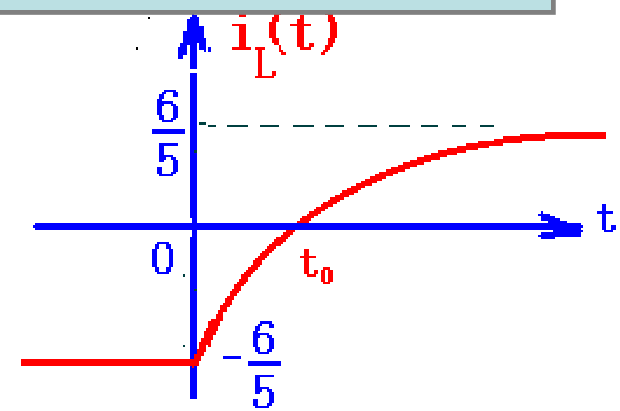
$$=\frac{5}{3}\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{9}{5}$$

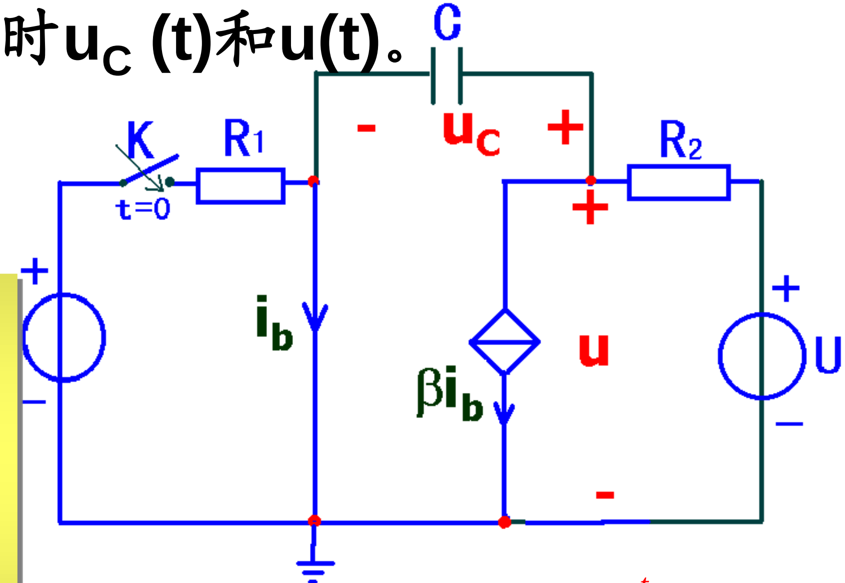
$$i(t)=i(\infty)+[i(0^+)-i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{9}{5}-\frac{8}{5}e^{-\frac{5t}{9}}A \quad t>0$$

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=\frac{6}{5}-\frac{12}{5}e^{-\frac{5t}{9}}A \quad t\ge 0$$



例3： 图示电路。t<0，开关K打开，电路稳定。t=0，开关K闭合。求：t>0时$u_C(t)$和u(t)。



解： $u_c(0^+)=u_c(0^-)=U_2$

$u_c(\infty)=U_2-R$ …

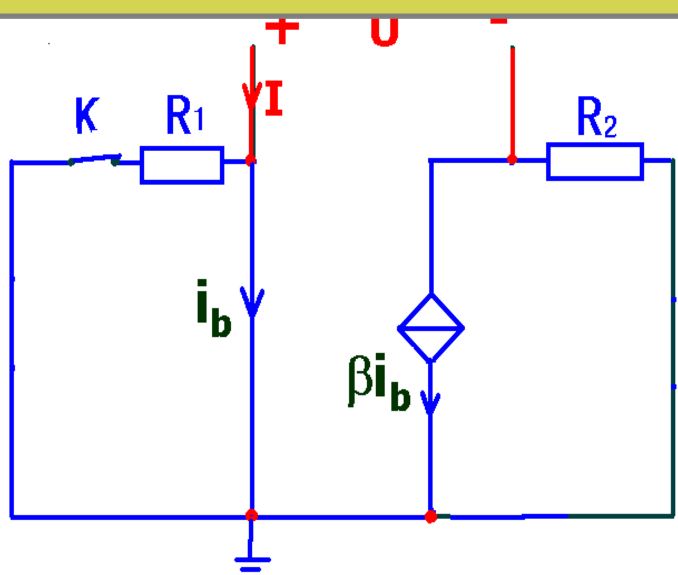
① t<0，K打开，电路稳定，有，ib=0（其中，C开路）；

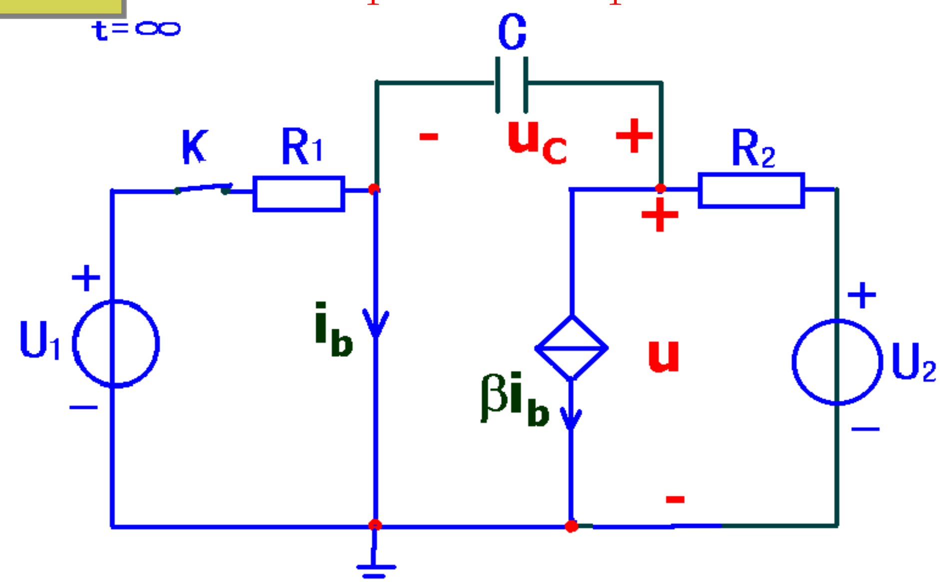
② 由于ib=0，所以受控源电流βib=0 。

因此，uc(0-)=U2。

$$=(U_2-\beta\frac{R_2}{R_1}U_1)+\beta\frac{R_2}{R_1}U_1e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t\geq 0$$

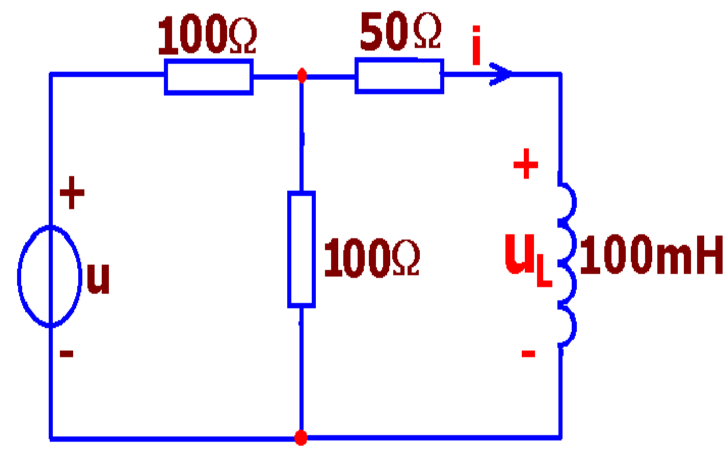
t=∞





例4：图示电路，已知：$i_L(0^-)=0$，求$u_L(t)$、$i(t)$。

提 示： 先求单位阶跃响应，再将激励u用阶跃信号表示，最后利用线性时不变电路的性质(如，线性性、时不变性)求出待求响应。



解： 当u=U(t)时

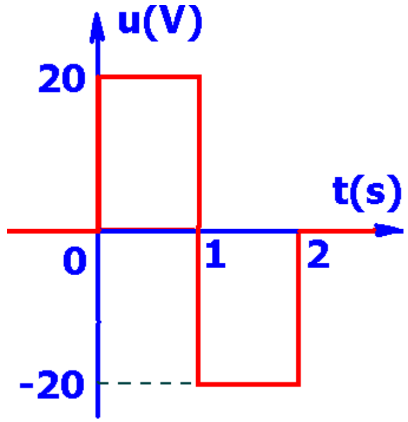
$$i(0^+)=i(0^-)=0$$

$$u_L(0^+)=0.5V \qquad i(\infty)=5mA$$

$$u_L(\infty)=0 \qquad R=100\Omega \qquad \tau=\frac{L}{R}=1ms$$

$$i(t)=5(1-e^{-\frac{t}{\tau}})U(t)(mA)$$

$$u_L(t)=0.5e^{-\frac{t}{\tau}}U(t)(V)$$



当u=20U(t)-40U(t-1)+20U(t-2)时

$$i(t)=100(1-e^{-\frac{t}{\tau}})U(t)-200(1-e^{-\frac{t-1}{\tau}})U(t-1)+100(1-e^{-\frac{t-2}{\tau}})U(t-2)(mA)$$

$$u_L(t)=10e^{-\frac{t}{\tau}}U(t)-20e^{-\frac{t-1}{\tau}}U(t-1)+10e^{-\frac{t-2}{\tau}}U(t-2)(V)$$

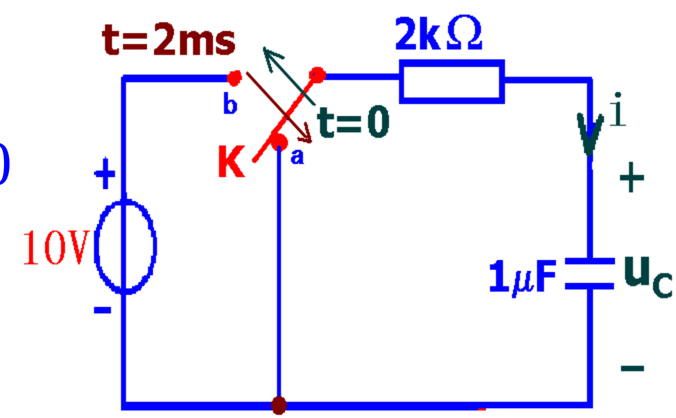
例5: 图示电路:

t<0，K在a，电路稳定。

t=0，K从a打到b，

t=2ms时K又从打b到a 。

求 t>0时u_c (t) 。



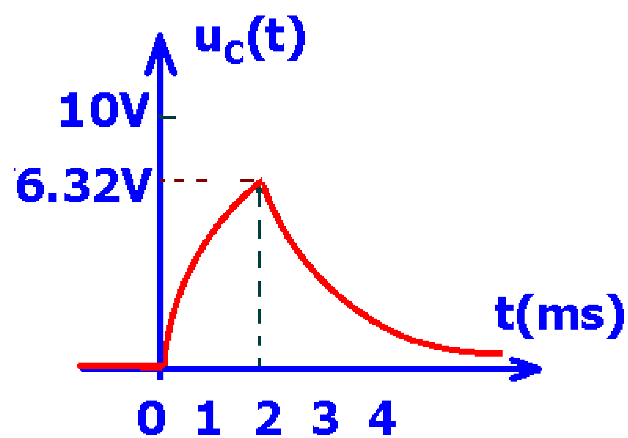
解: t<0，K在a，电路稳定，有 $u_c(o^-)=0$

t=0，K从a打到b，$u_c(o^+)=u_c(o^-)=0$

0<t<2ms，K在b，有 $u_c(\infty)=10V$

$\tau=RC=2ms$ $\qquad u_c(t)=10(1-e^{-\frac{t}{2ms}})V$

$$u_c(2ms^-)=6.32V$$



t=2ms，K从b打到a，

$$u_c(2ms^+)=u_c(2ms^-)=6.32V$$

t>2ms，K在a， $u_c(\infty)=0$ $\quad \tau=RC=2ms$

$$u_c(t)=6.32e^{-\frac{t-2ms}{2ms}}V$$

本 章 小 结

1 基本信号

直流、正弦、单边指数、单位门信号、单位阶跃、单位冲激。

2 初始值确定：

- 独立初值：
  - 换路定律
  - 电荷守恒与磁链守恒
- 非独立初值：0^+等效电路

3 线性时不变电路性质：

齐次、叠加、线性、微分、积分、时不变、因果

4 一阶电路分析：

零输入响应　零状态响应　“三要素”分析法 阶跃响应

导学复习：典型例题与强化练习

练习1：已知某线性时不变系统，

当激励$f(t)=U(t)$，初始状态$x_1(0^-)=1$， $x_2(0^-)=2$时，响应$y_1(t)=6e^{-2t}-5e^{-3t}$；

当激励$f(t)=3U(t)$，初始状态保持不变时，响应$y_2(t)=8e^{-2t}-7e^{-3}$

求：（1）激励$f(t)=0$，初始状态$x_1(0^-)=1$， $x_2(0^-)=2$时的响应$y_3(t)=?$

（2）激励$f(t)=2U(t)$，初始状态为零时的响应$y_4(t)=?$

解：

$$y_1(t)=y_x(t)+y_f(t)=6e^{-2t}-5e^{-3t}$$

$$y_2(t)=y_x(t)+3y_f(t)=8e^{-2t}-7e^{-3t}$$

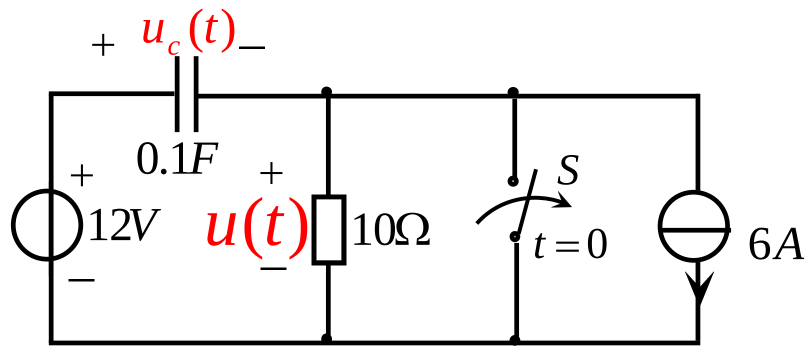
$$y_x(t)=5e^{-2t}-4e^{-3t}$$

$$y_3(t)=y_x(t)=5e^{-2t}-4e^{-3t}$$

$$y_f(t)=e^{-2t}-e^{-3t}$$

$$y_4(t)=2y_f(t)=2e^{-2t}-2e^{-3t}$$

练习2： 图示电路，已知t<0时开关S闭合，电路已达稳态。t=0时刻打开S，求t>0时的响应 $u_c(t), u(t)$ 。



解：

(1) 初始值

$$u_c(0^-) = 12V$$

$$u_c(0^+) = u_c(0^-) = 12V$$

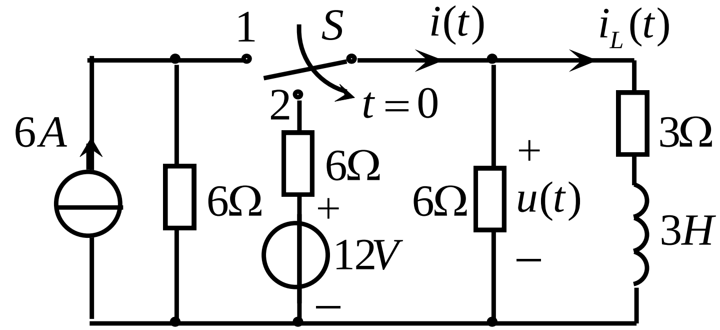
(2) 稳态值 $u_c(\infty) = 12 + 10 \times 6 = 72V$

(3) 时间常数 $\tau = RC = 1s$

$$u_c(t) = \{72 + (12 - 72)e^{-t}\}U(t)$$

$$u(t) = -u_c(t) + 12 = (-60 + 60e^{-t})U(t), V$$

练习3： 图示电路，已知t<0时开关S在“1”的位置，电路已达稳态。t=0时刻将开关S扳到“2”的位置。求：t>0时的响应u(t)。



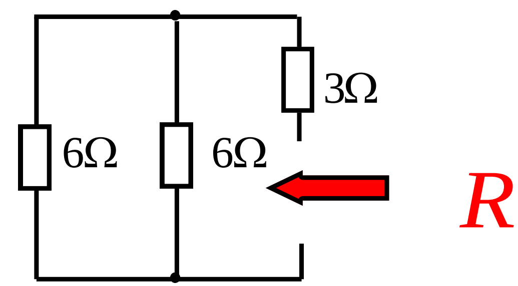
解：

(1) 初始值

t<0时，电路已达稳态，电感相当于短路，有

$$i(0^-)=\frac{6}{6+2}\times 6=\frac{9}{2}A \qquad i_L(0^-)=\frac{6}{6+3}i(0^-)=3A$$

t=0时： $i_L(0^+)=i_L(0^-)=3A$



(2) 稳态值

$$i(\infty)=\frac{12}{6+2}=\frac{3}{2}A \qquad i_L(\infty)=\frac{6}{6+3}i(\infty)=1A$$

(3) 时间常数 $R=3+\frac{6\times 6}{6+6}=6\Omega \qquad \tau=\frac{L}{R}=\frac{3}{6}=0.5s$

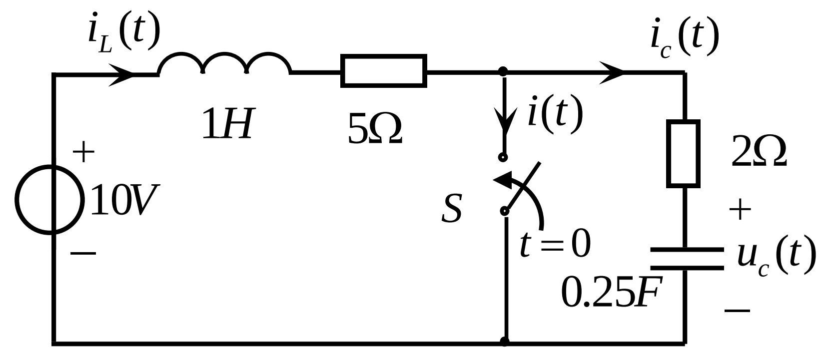
$$u(t)=3i_L(t)+3\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$=(3-6e^{-2t})U(t)$$

$$i_L(t)=1+(3-1)e^{-2t}=(1+2e^{-2t})U(t)$$

练习4： 图3示电路，已知t<0时开关S打开，电路已达稳态。t=0时刻将S闭合。

求：t>0时的响应i(t)。



t<0时S打开，电路稳态，C相当于断路，L相当于短路，有

$$i_L(0^-)=0, u_c(0^-)=10V$$

t=0时S闭合，有

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0, u_c(0^+)=u_c(0^-)=10V$$

$$i_L(\infty)=\frac{10}{5}=2A, u_c(\infty)=0$$

$$i_L(t)=2+(0-2)e^{-\frac{1}{\tau_1}t}=(2-2e^{-5t})U(t)$$

$$u_c(t)=0+(10-0)e^{-\frac{1}{\tau_2}t}=10e^{-2t}U(t)$$

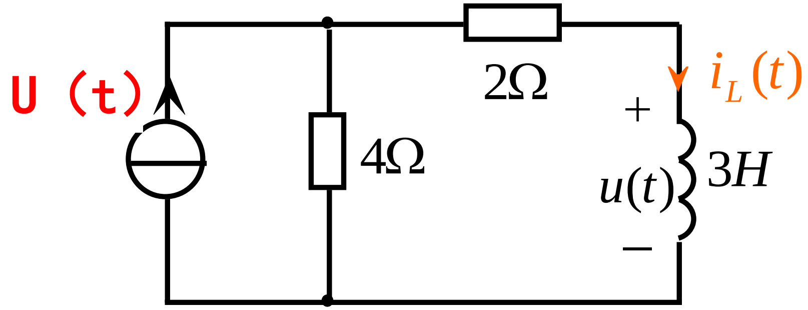
t>0时有两个相互独立的回路，时间常数

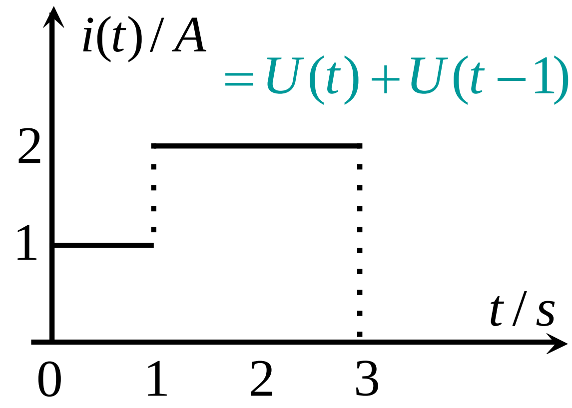
$$\tau_1=\frac{L}{R_1}=\frac{1}{5}s, \tau_2=R_2C=2\times0.25=0.5s$$

$$i(t)=i_L(t)-i_c(t)=i_L(t)-0.25\frac{du_c(t)}{dt}$$

$$=(2-2e^{-5t})U(t)+5e^{-2t}U(t)$$

练习5：　图示电路，激励i(t)的波形如图所示，求零状态响应u(t)。





$$=U(t)+U(t-1)-2U(t-3)$$

阶跃响应：激励为阶跃信号时电路的零状态响应。　　**求法：三要素法**

当i=U(t)单独作用时，可求得电感电压的零状态响应

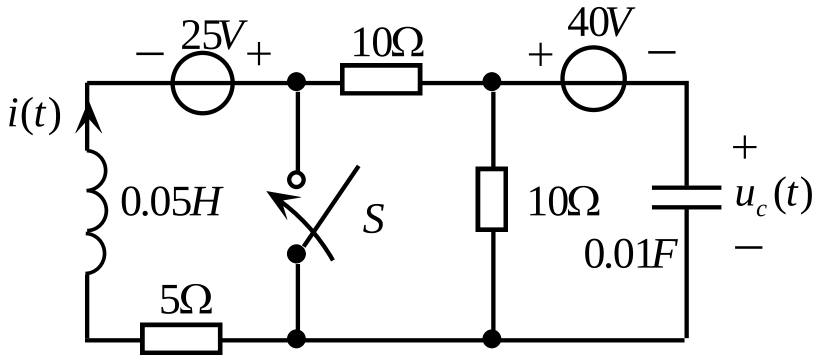
$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0A, i_L(\infty)=\frac{2}{3}A, \tau=\frac{L}{R}=0.5s \qquad i_L(t)=(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}e^{-2t})U(t)A$$

根据线性电路的性质得

$$u\ \ (t)=4e^{-2t}U(t)V$$

$$u(t)=u_1(t)+u_1(t-1)-2u_1(t-3)\ =4e^{-2t}U(t)+4e^{-2(t-1)}U(t-1)+8e^{-2(t-3)t}U(t-3)$$

练习6： 如图，t<0时电路稳定。t=0时闭合S。求t>0时的$u_c(t)$和 $i(t)$ 。



解：（1）求初始值

$$i(0^-)=\frac{25}{5+10+10}=1A$$

$$u_c(0^-)=-40+10i(0^-)=-30V$$

$$i(0^+)=i(0^-)=1A$$

$$u_c(0^+)=u_c(0^-)=-30V$$

（2）求稳态值

$$i(\infty)=\frac{25}{5}=5A \qquad u_c(\infty)=-40V$$

（3）求时间常数

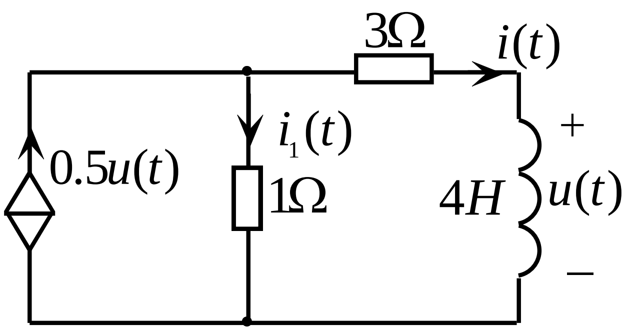
$$\tau_1=\frac{L}{R}=0.01s$$

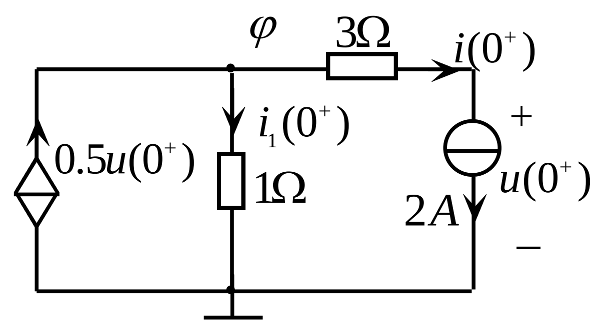
$$\tau_2=RC=(10//10)C=0.05s$$

$$i(t)=5-(5-1)e^{-\frac{1}{\tau_1}t}=(5-4e^{-100t})U(t)A$$

$$u_c(t)=-40-(-40+30)e^{-\frac{t}{\tau_2}}=(-40+10e^{-20t})U(t)$$

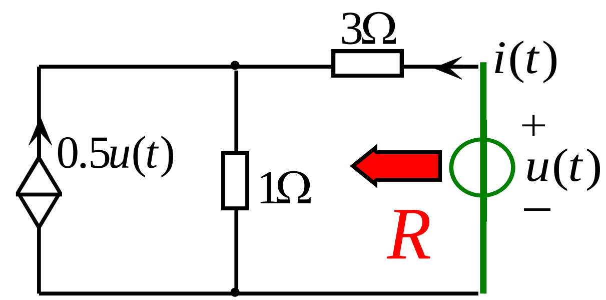
练习7： 图示电路，$i(0^-)=2A$ ，求电压 $u(t)$，电流 $i_1(t)$ 。





$$i(0^+)=i(0^-)=2A$$

$$\begin{cases}\varphi=\dfrac{0.5u(0^+)-i(0^+)}{1}\\ u(0^+)=\varphi-3i(0^+)\end{cases}$$



$$u(0^+)=-16V$$

$$i_1(0^+)=-10A$$

$$u(t)=3i(t)+[0.5u(t)+i(t)]\times 1 \qquad R=\frac{u(t)}{i(t)}=8\Omega$$

t>0稳态时，L短路，故 $u(\infty)=0, i_1(\infty)=0$

$$\tau=\frac{L}{R}=0.5s \qquad u(t)=-16e^{-2t}U(t)V, i_1(t)=-10e^{-2t}U(t)A$$

THE END