第七章　　耦合电感与理想变压器

7-1　　图题 7-1 所示电路，求 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 。

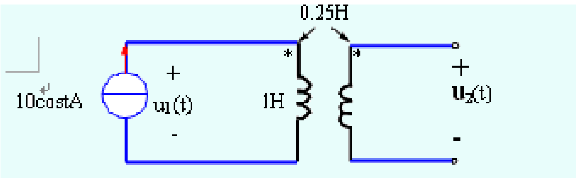


图　题 7—1

答案

解：

$$u_1(t)=L_1\frac{di_1(t)}{dt}=-10\sin t=10\cos(t+90^\circ)(V)$$

$$u_2(t)=M\frac{di_1(t)}{dt}=-2.5\sin t=2.5\cos(t+90^\circ)(V)$$

7-2　　图题 7-2 所示电路，$L_1=1H$，$L_2=2H$，$M=0.5H$，$R_1=R_2=1K\Omega$，$u_s(t)=100\cos 200\pi tV$。

求 $i(t)$ 和耦合系数 K。

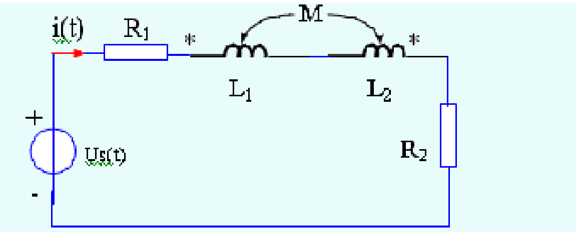


图　题 7—2

答案

解：因 $K=\dfrac{M}{\sqrt{L_1L_2}}=\dfrac{0.5}{\sqrt{2}}=0.354$ ，故得

$$L=L_1+L_2-2M=2H$$

$$\dot{I}_m=\frac{\dot{U}_m}{R_1+R_2+j\omega L}=\frac{100}{2000+j400\pi}$$

$$=42.3\angle-32.14^{\circ}(mA)$$

$$\therefore i(t)=42.3\cos(200\pi t-32.14^{\circ})mA$$

7-3　耦合电感 $L_1=6H$，$L_2=4H$，$M=3H$。求它们作串联、并联时的各等效电感。

答案

解：两电感串联时：

a) 顺接：$L=L_1+L_2+2M=16(H)$

b) 反接：$L=L_1+L_2-2M=4(H)$

两电感并联时：

a) 同名端同侧：$L=\dfrac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2-2M}=15/4(H)$

b) 同名端异侧：$L=\dfrac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2+2M}=15/16(H)$

7-4　　图题 7-4 所示为变压器电路，已知 $u_{12}=220$ V。今测得 $u_{34}=u_{56}=12V$。求两种不同连接法时伏特计的读数。

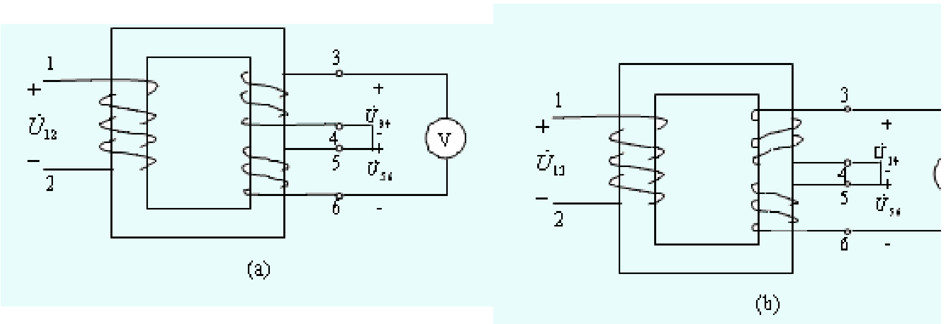


图　　题 7-4

答案

解：

$a)$设$\dot{U}_{12}=220\angle 0^\circ V$ 得 $\dot{U}_{34}=12V$　　$\dot{U}_{56}=-12V$

$\dot{U}=\dot{U}_{34}+\dot{U}_{56}=0V$　　所以电压表的读数为 0V。

$b)\because \dot{U}_{34}=-12V$, $\dot{U}_{56}=-12V$，由图（b）所示

$\dot{U}=\dot{U}_{34}+\dot{U}_{56}=-24V$　　所以电压表的读数为$24V$。

7-5　　图题 7-5 所示示电路，$\omega=10rad/s$。（1）$K=0.5$，求 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$；（2）$K=1$，再求 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$；

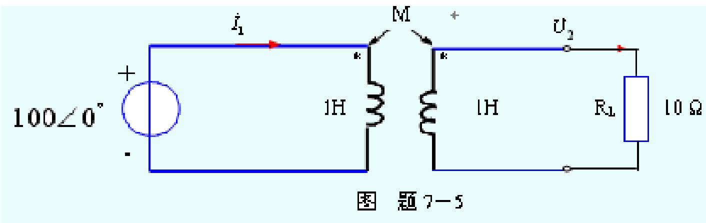


图 题 7−5

答案

解：(1) $\because K=0.5$

$\therefore M=K\sqrt{L_1L_2}=0.5H$

$$\begin{cases} j\omega\dot{I}_1-j0.5\omega\dot{I}_2=100 \\ -j0.5\omega\dot{I}_1+(j\omega+10)\dot{I}_2=0 \end{cases}$$

解得 $\dot{I}_1=11.3\angle 81.87^\circ A$

$\dot{I}_2=4\angle -36.9^\circ A$

$P_L=I_2^2R_L=160W$

（2）$\because K=1$

$\therefore M=K\sqrt{L_1L_2}=1H$

列方程组:

$$\begin{cases} j10\dot{I}_1-j10\dot{I}_2=100 \\ -j10\dot{I}_1+(j10+10)\dot{I}_2=0 \end{cases}$$

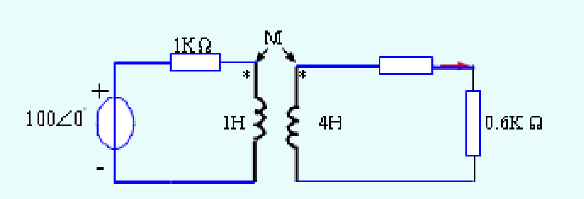
解得

$\dot{I}_1=10-j10A$

$\dot{I}_2=10\angle 0^\circ A$

$P_L=I_2^2R_L=1000W$

7-6 图示电路, $K=0.1$, $\omega=1000rad/s$。求 $\dot{I}_2$ 。



(a)

答案

解：$\because K=0.1$

$\therefore M=K\sqrt{L_1L_2}=0.2H$

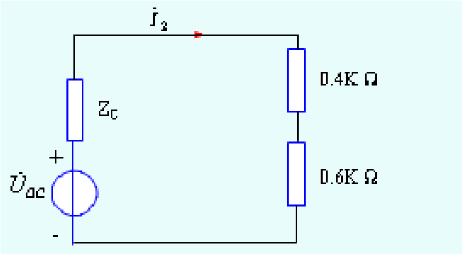
$j\omega M=j200(\Omega)$

$$U_{OC}=\frac{100}{1K+j1K}\bullet j200=10\sqrt{2}\angle 45^0\ V$$

$Z_o=20+j3980$

由图 7-6(b)，得

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_{oc}}{1K+Z_o}=3.44\angle-30.625^\circ\ mA$$



(b)

图　题 7—6

7-7　　图题 7-7 所示电路，$u_s(t)=120\cos 1000tV$，求 $i_1(t)$。

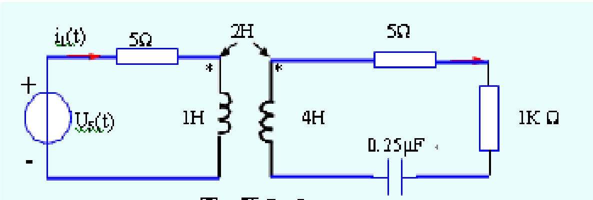


图　题 7—7

答案

解: $\because u_s(t)=120\cos 1000tV$

$\therefore \omega=1000$

$$Z_L=\frac{\omega^2 M^2}{R_2+R_L+j\omega L_2+\dfrac{1}{j\omega C}}$$

$=3.98K\Omega$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s}{R_2+j\omega L_1+Z_L}=\frac{120}{3.98K+5+j1K}=29.2\angle-14.1^\circ mA$$

$\therefore i_1(t)=29.2\cos(1000t-14.1^\circ)\,mA$

7-8　　图题 7-8 所示电路, 求 a、b 端的等效电感。

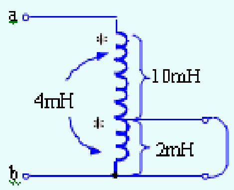


图　题 7—8(a)

答案

解: $\because$图 7-8(a)等效为图 7-8(b)

$$\therefore L=14+\frac{6\times(-4)}{6+(-4)}=2(mH)$$

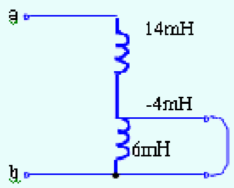


图　题 7—8(b)

7-9　图题 7-9 所示电路, $u(t)=\cos\omega tV$, $i(t)=\cos\omega tA$ 。求两个电源发出的功率。

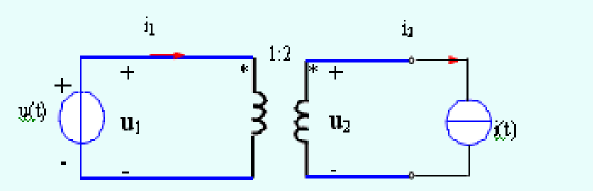


图　题 7—9

答案

解: 设变压器两边的电压相量分别是 $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$,电流相量分别为 $\dot{I}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 、 $\dot{I}_2$ 。则有

$$\dot{U}_2=2\dot{U}_1=2/\sqrt{2}V$$

$$\dot{I}_1=2\dot{I}_2=2/\sqrt{2}A$$

$$P_1=U_1I_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\bullet\frac{2}{\sqrt{2}}=1W$$

$$P_1=-U_1I_1=-\frac{1}{\sqrt{2}}\bullet\frac{2}{\sqrt{2}}=-1W$$

7-10　图题 7-10 所示电路, 为使 R 获得最大功率, 求 n 及此最大功率。

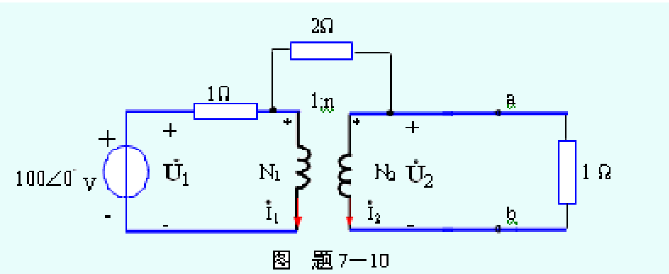


图　题 7—10

答案

解：设理想变压器两端电压分别为 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$，电 流为 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$，方向如图所示：

列方程组得：

$$\begin{cases} 1.5\dot{U}_1 - 0.5\dot{U}_2 = 10 - \dot{I}_1 \\ -0.5\dot{U}_1 + 1.5\dot{U}_2 = -\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = n\dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 = -\dfrac{1}{n}\dot{I}_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1.5/n - 0.5)\dot{U}_2 + \dot{I}_1 = 10 \\ 1.5 - 0.5/n)\dot{U}_2 - \dfrac{1}{n}\dot{I}_1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_2 = \frac{20n}{3n^2 - 2n + 3}$$

$$\because P = U_2^2 / R = U_2^2$$

$$\frac{dP}{dn} = 0 \quad n = 1(-1\text{舍去})$$

$\therefore$ P=25W

7-11　图题 7-11 所示电路,欲使 10Ω 电阻获得最大功率，n 应为何值？最大功率多大？

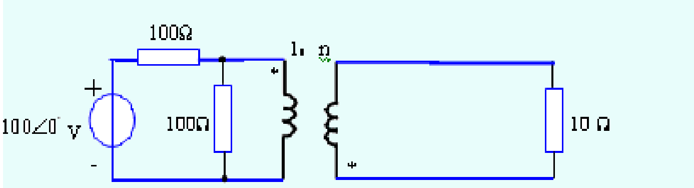


图 题7—11 (a)

答案

解：根据图（b）求开路电压 $\dot{U}_{oc}$

因为 $\dot{I}_2 = 0$，$\dot{I}_1 = 50n\angle 0^\circ\ V$

$\therefore\quad \dot{U}_{oc} = n\dot{U}_1 = 50n\angle 0^\circ\ V$

根据图（c）求 Z_o，得

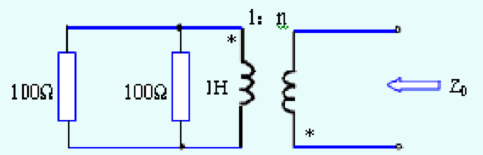


图 题7—11(c)

$$Z_o = 50n^2\Omega$$

根据最大功率传输定理要使 10Ω 电阻获得最大功率 $P_{\max}$

$$Z_o = R \qquad 50n^2 = 10$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$P_{\max} = \frac{\dot{U}_{oc}}{4R} = 12.5W$$

7-12　　图题 7-12 所示电路，求 5Ω 电阻的功率。

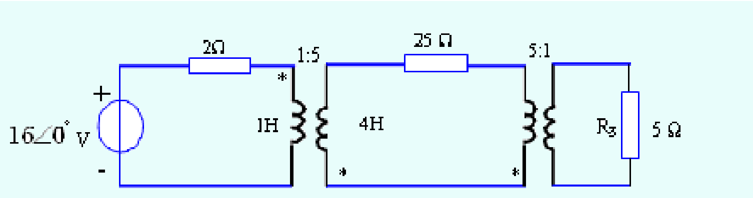


图 题 7－12 (a)

答案

解：

5Ω 电阻在图（b）中等效为：

$$R_3' = \frac{1}{(\frac{1}{5})^2}(\frac{1}{5})^2 R_3 = 5\Omega$$

25Ω 电阻在图（b）中等效为：

$$R_2' = (\frac{1}{5})^2 \bullet 25 = 1\Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{R_1 + \dot{R}_2 + \dot{R}_3} = 2\angle 0^\circ (A)$$

$$P_{5\Omega} = 2^2 * 5 = 20W$$

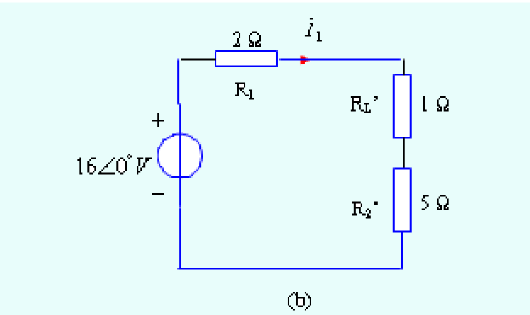


图 题 7－12(b)

7-13　　图题 7-13 所示电路，非线性电路的伏安特性为 $u(t) = 0.5[i(t)]^2 V$ $i_s(t) = 4\cos\omega t A$。求电压表的读数（电压表的内阻抗认为无穷大）。

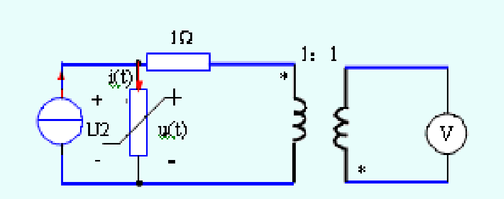


图 题 7—13

答案

解：因为电压表内阻为无穷大，所以理想变压器开路。

$i(t)=i_s(t)$

因为 $u(t)=0.5[i_s(t)]^2$

$=8\cos^2\omega t$

$=4\cos 2\omega t+4$

故 $U_{有效}=\sqrt{4^2+\frac{1}{2}\times 4^2}=\sqrt{24}=4.9V$

7-14　图题 7-14 所示电路, Z 可变，求 Z 为何值能获得最大功率 $P_{\max}$，$P_{\max}=?$

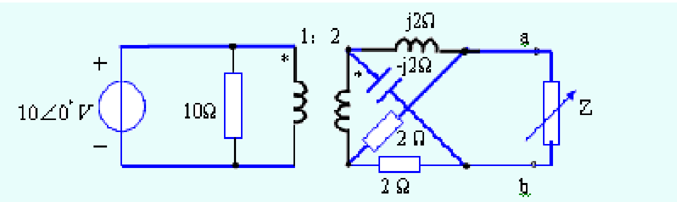


图 题 7—14

答案

解：a、b 两端的开路电压

$$U_{oc}=\frac{20\angle 0^\circ}{2+j2}*2-\frac{20\angle 0^\circ}{2-j2}*2=40*\frac{-j}{2}=-j20V$$

由 a、b 两端的左端看的等效阻抗

$$Z_0=\frac{2*(-2j)}{2+(-2j)}+\frac{2*(2j)}{2+2j}=2\Omega$$

当 $Z=Z_o$ 时，有 $P_{\max}$ 且 $P_{\max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_0}=\frac{20^2}{4*2}$

7-15　图 7-15（a）示电路，今欲使 R 获得的功率最大，则次级匝数 N_2 应如何改变？若将图（a）电路中的电流源改为电压源，如图（b），则 N_2 有如何改变？

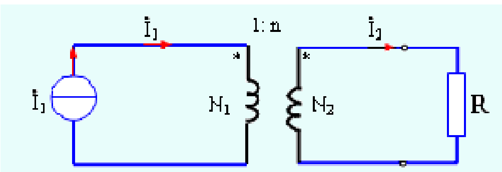


图　题 7—15(a)

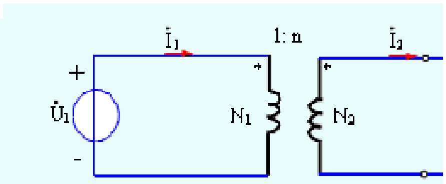


图　题 7—15(b)

答案

解：$a)\because P=I_2^2R=\frac{I_1^2}{n^2}R=\frac{N_1^2}{N_2^2}I_1^2R$

$\therefore P\uparrow\rightarrow N_2\downarrow$

$b)\because P=U_2^2/R=\frac{n^2U_1^2}{R}=\frac{N_1^2}{N_2^2}\frac{U_1^2}{R}$

$\therefore P\uparrow\rightarrow N_2\uparrow$