第九章　　　　　　谐振电路

9-1　　收音机磁性天线中，$L=300\mu H$的电感与一可变电容组成串联电路。我们在中波段需要从 550 千赫调到 1.6 兆赫。求可变电容 C 的数值范围。

答案

解：　因有$f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$，　故得

$$C=\frac{1}{(2\pi f_0)^2 L}$$

代入数据得$C_1=279pF$ $C_2=33pF$。故 C 在 279pF 到 33pF 之间

9-2　　R、L、C 串联电路，电源电压$u_s(t)=\sqrt{2}\cos(2500t+15^\circ)V$，当$C=8\mu F$时，电路中吸收功率为最大，$P_{\max}=100W$。求 L、Q，　作相量图。

答案

解：　因有$P=\dfrac{U_s^2}{R}$，　故得

$$R=\frac{U_s^2}{P}=\frac{10^2}{100}=1\Omega$$。

$$又Q=\frac{\frac{1}{\omega_0 C}}{R}=50$$，

$$L=\frac{1}{\omega_0^2 C}=20mH$$。

9-3　　R、L、C 串联电路，$L=160\mu H$，$C=250PF$，$R=10\Omega$。电源电压$U_s=1V$。求f_0、Q、Δf、I_o、U_{Lo}、U_{co}

答案

解：　　$f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=0.796MHz$，

$$Q=\frac{2\pi f_0 L}{R}=80$$

$$\Delta f=\frac{f_o}{Q}=9.95KHz$$

$$I_o=\frac{U_s}{R}=0.1A$$

$$U_{Lo}=U_{co}=QU_s=80V$$

9-4　　$R=10\Omega$的电阻与$L=1H$的电感和 C 串联，接到电压$U_s=100V$的正弦电压源上，电路谐振，此时电流$I_o=10A$。今把 R、L、 C 并联，接到同一电压源上。。求 R、L、C 中各电流。已知电源频率 f=50 赫。

答案

解：　　$C=\dfrac{1}{(2\pi f_0)^2 L}=10.14F$，

$I_R=\dfrac{U_s}{R}=\dfrac{100}{10}=10A$，

$$I_{Lo}=\frac{U_s}{2\pi f_0 L}=0.32A,$$

$$I_{co}=2\pi f_o C U_s=0.32A=I_{Lo}。$$

9-5　R、L、C 串联电路中，正弦电源电压 $U_s=1V$，频率 f=1 兆赫，谐振电流 $I_o=100mA$，此时电容电压 $U_{co}=100V$。 求 R、L、C、Q 值。

答案

解：$R=\frac{U_s}{I_o}=10\Omega$，

$$Q=\frac{U_{co}}{U_s}=100,$$

因有 $Q=\frac{2\pi f_o L}{R}=\frac{\frac{1}{2\pi f_o C}}{R}$，

故得 $L=\frac{QR}{2\pi f_o}=0.159mH$，

$$C=\frac{1}{2\pi f_o QR}=159PF。$$

9-6　图题 9-6 所示电路已谐振，$L=40\mu H$, $C=40PF$, $Q=60$, $I_s=0.5mA$。求 U。

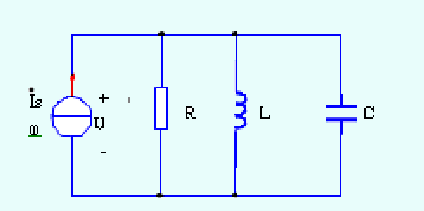


图 题9—6

答案

解：因 $Q=\dfrac{R}{\rho}$

故 $R=Q\rho=Q\sqrt{\dfrac{L}{C}}=60K\Omega$

故 $U=RI_s=30V$

9-7　图题 9-7 所示电路，已知 $L=0.02mH$，$C=200PF$，$Z_o=10K\Omega$。求 R 和 Q 值。

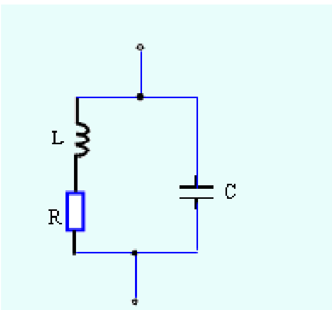


图　题 9—7

答案

解：因有 $Z_o=\dfrac{L}{RC}$，

故 $R=\dfrac{L}{Z_o C}=10\Omega$；

又因有 $Z_o=Q^2R$，

故 $Q=\sqrt{\dfrac{Z_o}{R}}=31.6$。

9-8　图题 9-8 所示电路，已知 $L=20mH$ $C=80PF$， $R=250K\Omega$。求 f_0、Q、Δf。

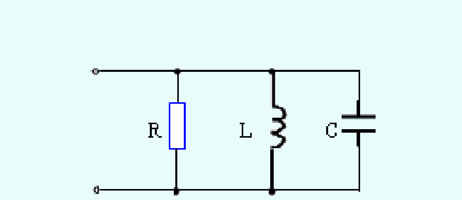


图 题 9—8

[**答案**]

解 $f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=126KHz$

$Q=\dfrac{R}{\rho}=\dfrac{R}{\sqrt{\dfrac{L}{C}}}=15.8$，

$\Delta f=\dfrac{f_0}{Q}=7.97KHz$。

9-9　图题 9-9 所示电路，$R=2.5\Omega$，$L=25\mu H$，$C=400PF$，$R_i=25K\Omega$。求（1）整个电路的 Q 值和通频带；（2）若 R_i 增大，通频带将如何 变化？

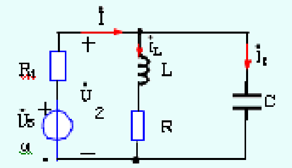


图 题9—9

答案

解：$f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} =$

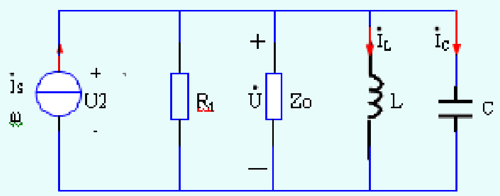


图 题9—9(a)

$$Z_o = \frac{L}{RC} = 25K\Omega$$

$$R^{'} = \frac{R_i Z_o}{R_i + Z_o} = 25K\Omega$$

$$Q_e = \frac{R^{'}}{\rho} = \frac{R^{'}}{\sqrt{\dfrac{L}{C}}} = 50$$

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_e} = 31.8KHz$$

9-10　　仍用图 9 － 9 （ a ）电路，$U_s = 10V$。求 I、I_c、U。

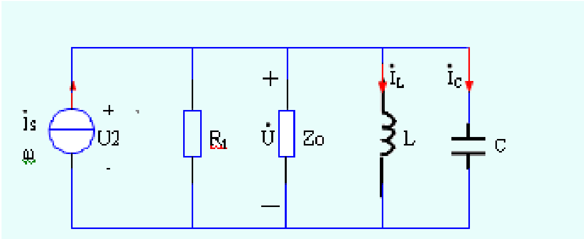


图 题9—9(a)

答案

解：$$\dot{I}_s=\frac{\dot{U}_s}{R_i}=0.4mA$$

$$\dot{I}=\frac{1}{2}\dot{I}_s=0.2mA$$

$$\dot{U}=Z_o\dot{I}=5V,$$

或 $$\dot{U}=R'\dot{I}_s=5V$$

$$I_c=2\pi f_o CU=20mA$$

9-11　图题 9-11 所示四个电路，L 及 C 已知。求它们每一个的串联谐振频率与并联谐振频率。

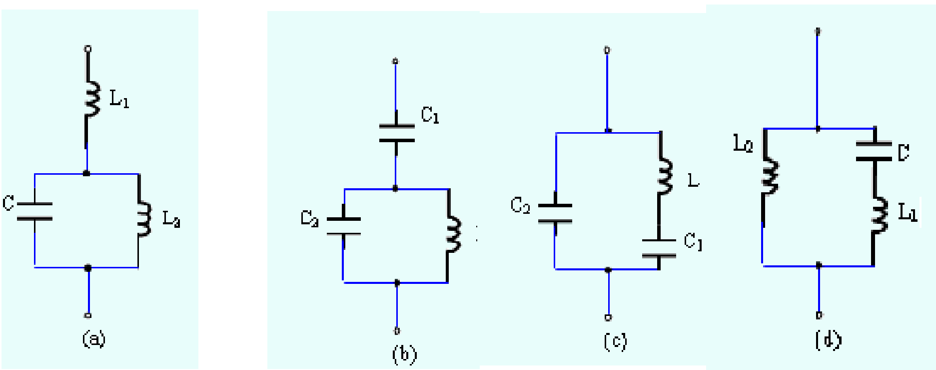


图 题9—11

答案

解：$(a)f_{0串}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{L_1+L_2}{L_1L_2C}},\ f_{0并}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{L_2C}}$；

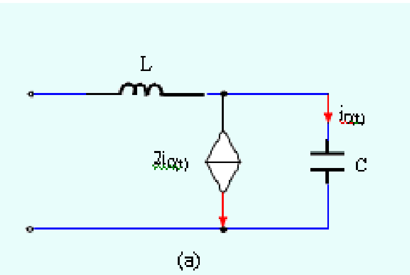
$(b)f_{0串}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{L(C_1+C_2)}},\ f_{0并}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{LC_2}}$；

$(c)f_{0串}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{LC_1}},\ f_{0并}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{C_1+C_2}{LC_1C_2}}$；

$(d)f_{0串}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{L_1C_1}},\ f_{0并}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{(L_1+L_2)C_1}}$。

从计算结果可以看出;(1) 谐振频率的总个数比独立储能源件的总数少一；(2)串联谐振频率与并联谐振频率是交 替出现的；（3）求 电路总的串联谐振频率时，可通过将两个输入端 短路后的电路而求得；求电路的并联谐振频率时，可通过将量输入端开路后的电路求得。

9-12　图题 9-12 所示电路能否发生谐振？若能，其谐振频率为多大？



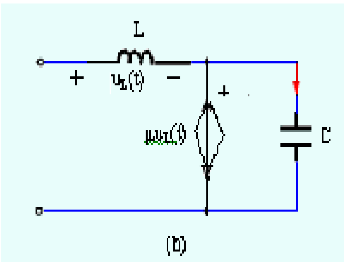
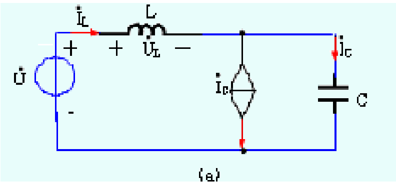
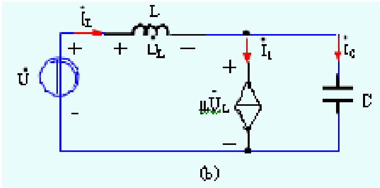


图 题 9—12

答案

解：





（a） $\dot{I}=\dot{I}_c+2\dot{I}_c=3\dot{I}_c$，

$\dot{U}=j\omega L\dot{I}+\frac{1}{j\omega C}\dot{I}_c$。

联立解得输入阻抗 $Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=j(\omega L-\frac{1}{3\omega C})$。故得串联谐振角频率为

$$\omega_o=\frac{1}{\sqrt{3LC}}.$$

（b） $\dot{I}_L=\dot{I}_1+\dot{I}_c=3\dot{I}_c$，

$\dot{U}=j\omega L\dot{I}_L+\mu\dot{U}_L$

$\mu\dot{U}_L=\frac{1}{j\omega C}\dot{I}_c$

$\dot{U}_L=j\omega L\dot{I}_L$

联解的输入阻抗 $Z=j\omega L+j\omega\mu L)$。可见当 $\mu=-1$，可在任何频率下发生串联谐振。

9-13　图题 9-13（a），简单并联谐振电路，$R=5\Omega$，$Q=100$，$\Delta f=100KHz$。求：（1）L、C 的值；（2）若 R、f_0 不变，Δf 减小为原来的 1/10 时，　L、C 的值又会多大？（3）若 f_0，C 不变，Δf 展宽一倍，应如何办？

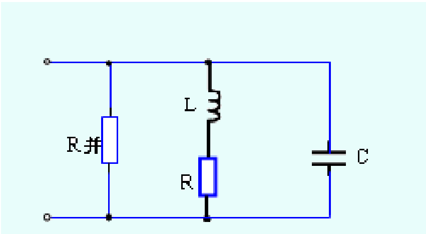


图 题9—11(a)

答案

解：（1）$f_o = Q\Delta f = 10^7 Hz$；

又因有$Q = \dfrac{2\pi f_o L}{R}$， 故$L = \dfrac{QR}{2\pi f_o} = 7.96\mu H$；

又因有$Q = \dfrac{1}{2\pi f_o CR}$， 故$C = \dfrac{1}{2\pi f_o QR} = 31.8PF$。

（2）$\Delta f^{'} = \dfrac{1}{10}\Delta f = 10^4 KHz$，

$$Q^{'} = \frac{f_o}{\Delta f^{'}} = 1000$$

$$L = \frac{Q^{'} R}{2\pi f_o} = 79.8\mu H \quad C = \frac{1}{2\pi f_o Q^{'} R} = 3.18PF$$

（3）$\Delta f^{''} = 2\Delta f = 200KHz$，

$$Q^{''} = \frac{f_o}{\Delta f^{''}} = 50$$；

又因有$Q^{''} = \dfrac{1}{2\pi f_o CR_{总}}$， 故得$R_{总} = \dfrac{1}{2\pi f_o CQ^{''}} = 10\Omega$，故

r=$R_{总} - R = 10 - 5 = 5\Omega$，

故 $R_{并}=\dfrac{L}{rC}=50K\Omega$ 即应与谐振电路并联一个 $50K\Omega$ 电阻，如图题9-13（a）所示。

9-14　图题 9-14 所示电路，已知 $L_1=L_2=100\mu H$，$R_1=R_2=5\Omega$，$M=1\mu H$，$I_s=50\mu A$，$\omega=10^7 rad/s$，电路工作于全谐振。求：

（1）Z_{ab}；（2）I_1 和 I_2；（3）U_{c1} 和 U_{c2}。

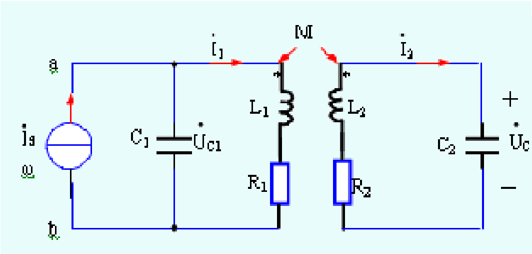


图　题9—14

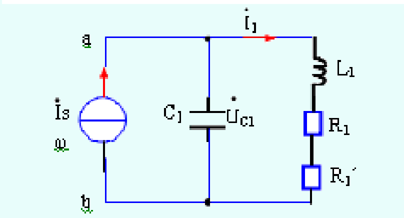


图　题9—14(a)

答案

解：（1)初级等效电路如图题 9-14（a）所示。其中

$$R_1'=\frac{(\omega M)^2}{R_2}=20\Omega$$

$$Z_{ab}=\frac{(\omega L_1)^2}{R_1+R_1'}=40K\Omega$$

（2）$U_{C_2}=\omega L_2 I_2=4V$

$$I_1=\frac{U_C}{\omega L_1}=2mA\ I_2=\frac{\omega M I_1}{R_2}=4mA$$

(3) $U_{C_1} = Z_{ab} I_s = 2V$

$$U_{C_2} = \omega L_2 I_2 = 4V$$

9-15　　图题 9-15 所示电路，已知 $L_1 = 200\mu H$, $L_2 = 125\mu H$ $R_1 = 20\Omega$, $R_2 = 80\Omega$, $U_s = 10V$, $\omega = 10^7 rad/s$，电路已工作于最佳全谐振。求（1）C_1、C_2、M 值；（2）I_1、I_2、P_2。

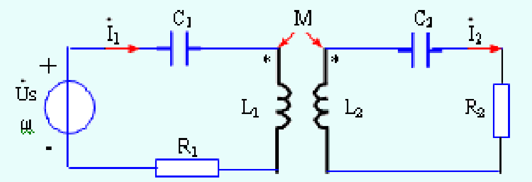


图　题 9—15

答案

解：（1）$C_1 = \dfrac{1}{\omega^2 L_1} = 50PF$

$$C_2 = \frac{1}{\omega^2 L_2} = 80PF$$

$$M = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{\omega} = 4\mu H$$

（2）$I_1 = \dfrac{U_s}{2R_1} = 0.25A$，

$$I_2 = \frac{\omega M I_1}{R_2} = 0.125A，$$

或 $I_2 = \dfrac{U_S}{2\sqrt{R_1 R_2}} = 0.125A$，

$P_2 = R_2 I_2^2 = 1.25W$。

9-16　　图题 9-16 所示电路，$L_1 = L_2 = 100\mu H$，$C_1 = C_2 = 100PF$，$g_1 = g_2 = 10^{-5}S$。（1)求 初、次级回路的谐振角频率和品质因数;（2)已知 $I_s = 1mA$，$\omega = 10^7 rad/s$，求 $M = 0.5\mu H$ 时 C_1 和 C_2 上的电压 U_{C_1}、U_{C_2}；（3）求当 $M = 1\mu H$、$2\mu H$ 时，C_1 和 C_2 上的电压。

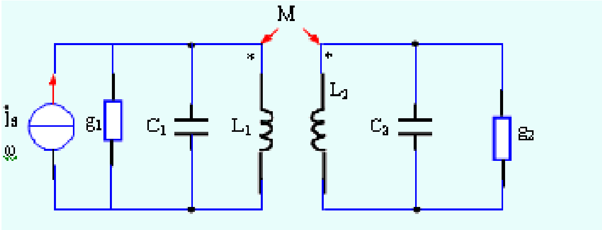


图 题 9—16

答案

解：（1）$\omega_{o1} = \omega_{o2} = \omega_o = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 10^7 rad/s$，故为全谐振。

$$Q_1 = Q_2 = Q = \frac{1}{\omega_o L_1 g_1} = 100$$。

（2）$r_2 = \dfrac{1}{g_2} = 10^5\Omega$，

$$r_2' = \frac{L_2}{r_2 C_2} = \frac{L_2}{C_2} g_2$$。

其等效电路如图题 9-16（a）所 示，进而又可等效变换为图题 9-16（b）和（c）。

$$R_1^{'} = \frac{(\omega M)^2}{r_2^{'}} = \frac{(\omega M)^2 C_2}{L_2 g_2}$$

$$R_1^{"} = \frac{L_1}{R_1^{'} C_1} = \frac{L_1 L_2 g_2}{C_1 C_2 (\omega M)^2}$$

$$\dot{g}_1 = \frac{1}{R_1''} = \frac{C_1 C_2 (\omega M)^2}{L_1 L_2 g_2} = 0.25 \times 10^{-5} S$$

故 $$U_{C_1}^2 = \frac{I_s}{g_1^{'} + g_1^{"}} = 80V$$

又因有 $U_{C_1}^2 g_1^{"} = U_{C_2} g_2$，故

$$U_{C_2} = \sqrt{\frac{U_{C_1}^2 g_1^{"}}{g_2}} = 40V$$

（3）当 $M = 1\mu H$， $g_1^{"} = \frac{C_1 C_2 (\omega M)^2}{L_1 L_2 g_2} = 10^{-5} S$，

故 $$U_{C_1} = \frac{I_s}{g_1^{"} + g_1} = 50V$$

$$U_{C_2} = \sqrt{\frac{U_{C_1}^2 g_1^{"}}{g_2}} = 50V$$

当 $M = 2\mu H$， $g_1^{"} = \frac{C_1 C_2 (\omega M)^2}{L_1 L_2 g_2} = 4 \times 10^{-5} S$

$$U_{C_1} = \frac{I_s}{g_1^{"} + g_1} = 20V$$

$$U_{C_2} = \sqrt{\frac{U_{C_1}^2 g_1^{"}}{g_2}} = 40V$$

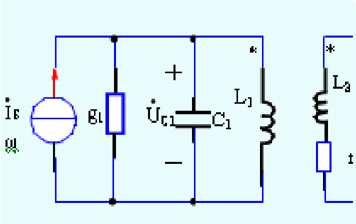


图 题9−16 (a)

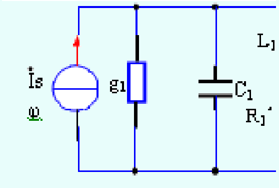


图 题9−16(b)

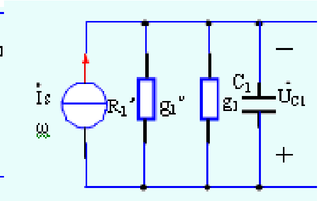


图 题9−16(c)

9-17　由电路，已知 $L_1=4mH$，$R_1=20\Omega$，$L_2=1mH$，$R_2=10\Omega$，$C_2=900PF$，电源电压 $U_s=1V$，$\omega=10^6 rad/s$。现调节 C_1 和M，使电路达到初级复谐振。求 C_1 角频率和M值，R_2 吸收的功率 P_2。

答案

解：$$\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}+\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}=0,$$

代入数据得 $C_1=257PF$。

$$M=\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\frac{\sqrt{R_2^2+(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2})^2}}{\omega}=158\mu H,$$

$$I_2=\frac{U_S}{2\sqrt{R_1R_2}}=35.36mA,$$

$$P=I_2^2R=12.5mW。$$

9-18　图题9−18所示电路，已知 $L_1=100\mu H$，$R_1=20\Omega$，$L_2=40\mu H$，$R_1=25\Omega$，电源角频率 $\omega=10^7 rad/s$，$R_i=20K\Omega$，次级已 调谐于电源频率。现要求此谐振

电路与电源匹配求 C_1、C_2、M 值。

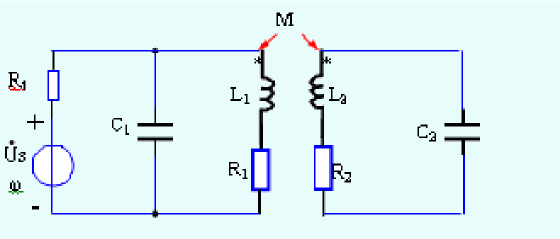


图 题 9—18

[**答案**]()

解：$\omega L_2 - \dfrac{1}{\omega C_2} = 0$，

故得 $C_2 = \dfrac{1}{\omega^2 L_2} = 250uF$，

$\omega L_1 - \dfrac{1}{\omega C_1} = 0$，

故得 $C_1 = \dfrac{1}{\omega^2 L_1} = 10uF$。

又 $R_1' = \dfrac{(\omega M)^2}{R_2}$， ①

等效电路如图题 9-18（a）。故有

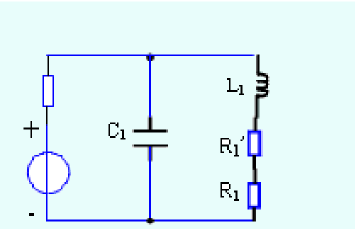


图 题 9—18(a)

$Z_o = \dfrac{L_1}{(R_1 + R_1')C_1} = R_i$， ②

① ②联解得 $M = 2.74\mu H$。