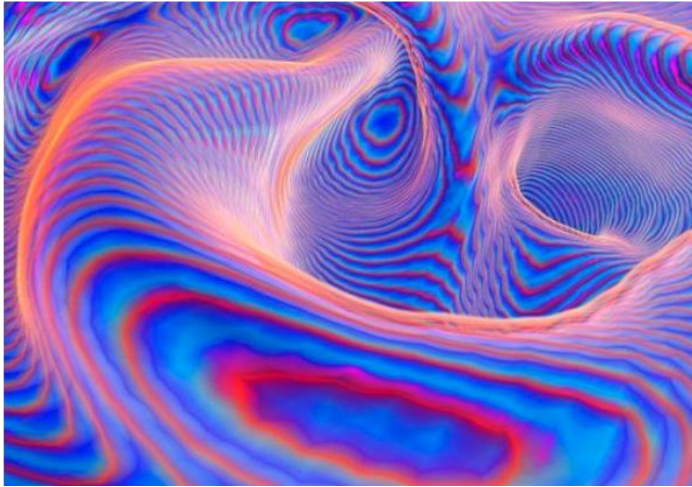


第3篇 波动光学



第8章 光的衍射



photo by Max Rive

§ 8.1 光的衍射 惠更斯—菲涅耳原理

主要内容：

1. 光的衍射现象及其分类
2. 惠更斯—菲涅耳原理

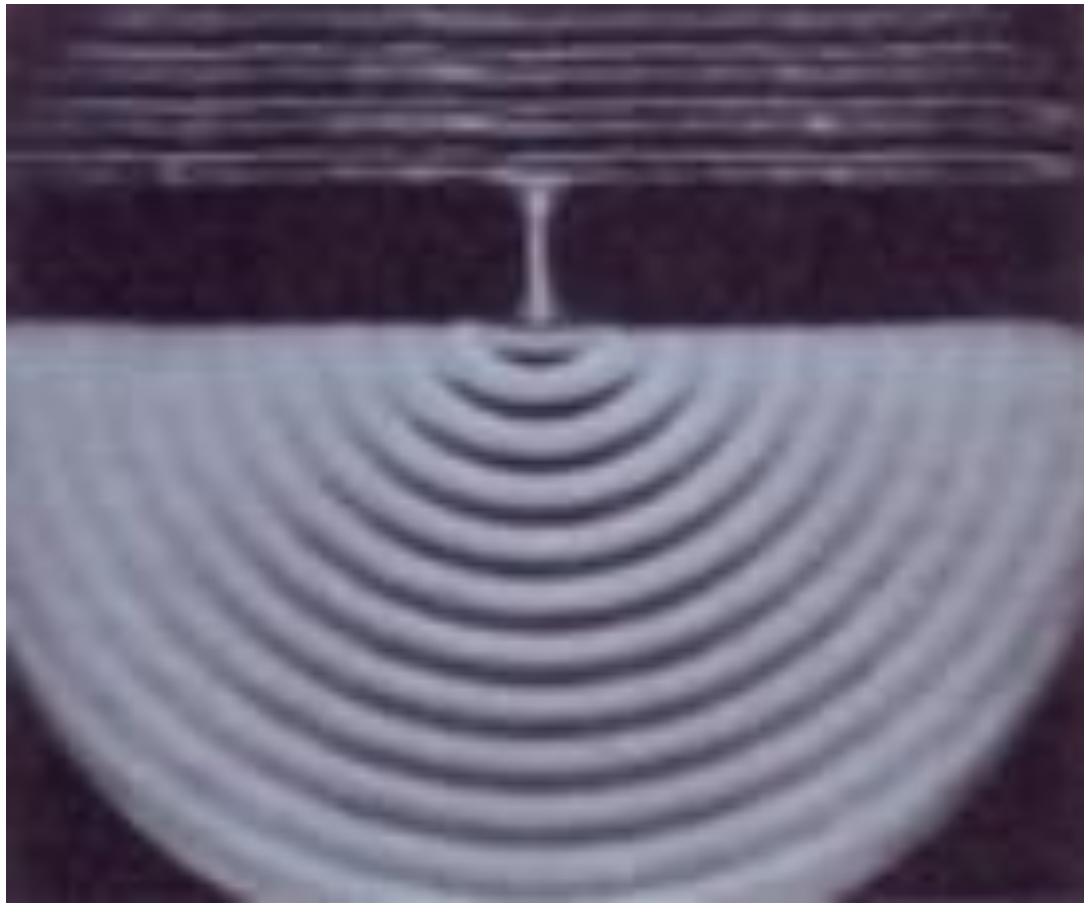
本节要求：

了解惠更斯—菲涅耳原理

8.1.1 光的衍射现象

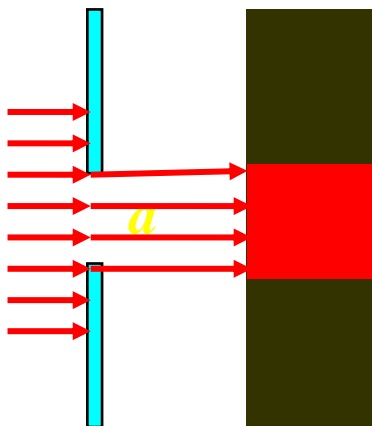
◆ 波的衍射

波在传播过程中绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象。



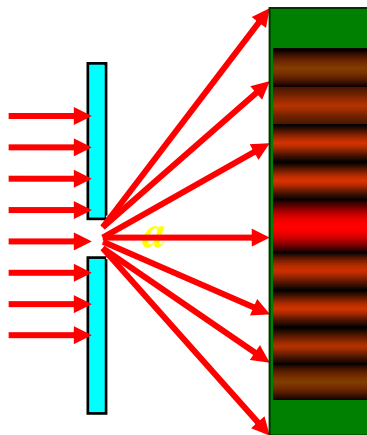
1. 光的衍射

光在传播过程中绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象.



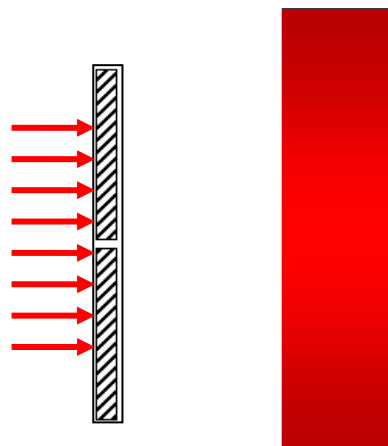
$$a > 10^3 \lambda$$

衍射效应不明显
光沿直线传播



$$a : 10\lambda \sim 10^3 \lambda$$

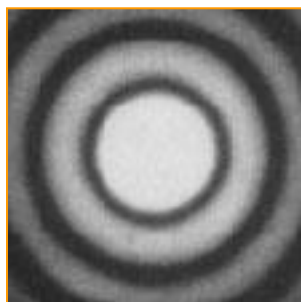
明显的衍射效应
呈现个性特征



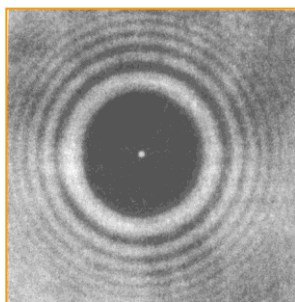
$$a \sim \lambda$$

向散射
过渡

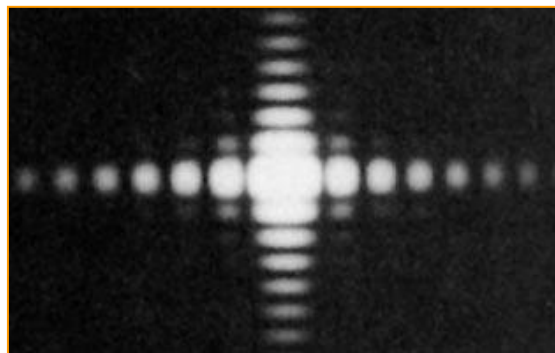
明显衍射现象的条件：障碍物线度和光波长在数量级上接近.



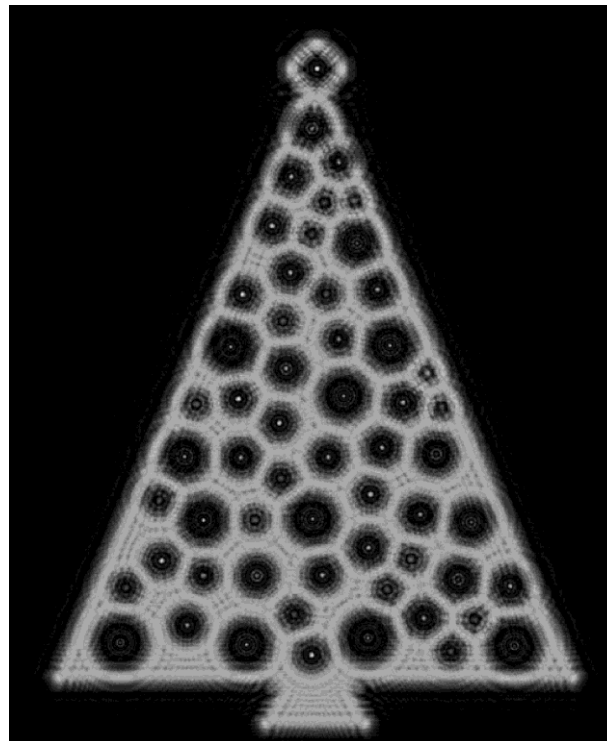
(圆孔衍射)



(圆盘衍射)



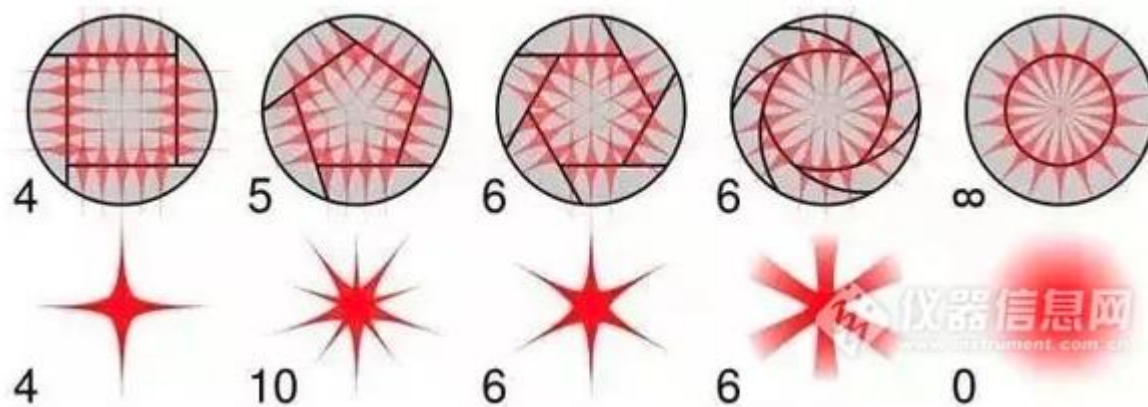
(矩孔衍射)



(菲涅尔衍射形成的圣诞树图样)

◆ 衍射反比律

1. 光束在何方向受到限制，它就在该方向上扩展
2. 限制越厉害，扩展越显著
3. 光孔的线度与衍射图样的扩展之间存在着反比关系

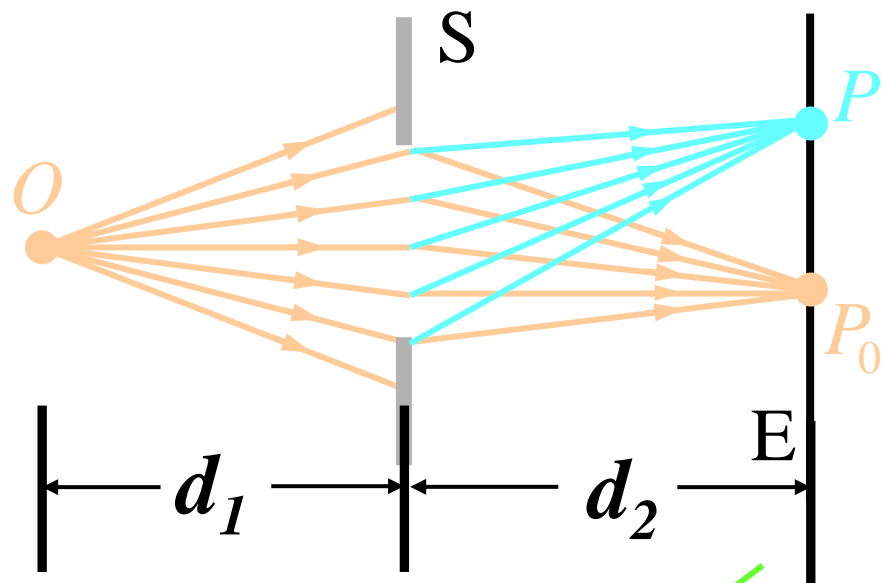


2. 光的衍射分类

◆ 菲涅耳衍射 (近场衍射)

光源 O ，观察屏 E (或二者之一) 到衍射屏 S 的距离为有限的衍射.

一般情况

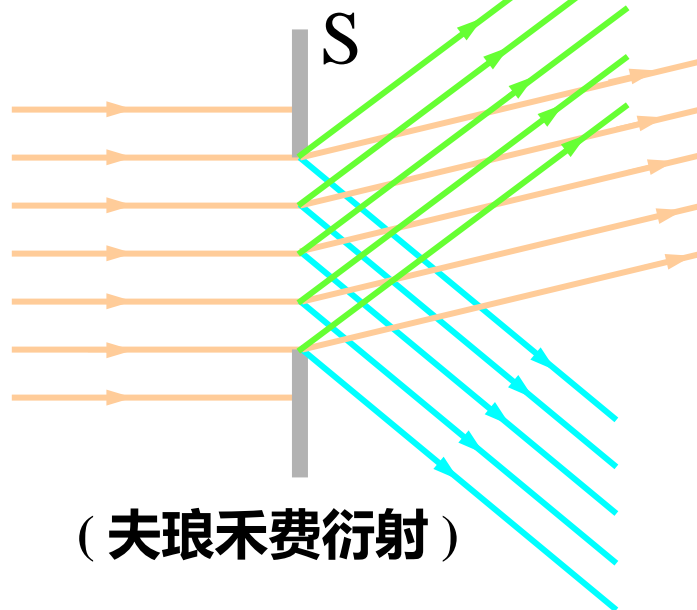


(菲涅耳衍射)

◆ 夫琅禾费衍射 (远场衍射)

光源 O ，观察屏 E 到衍射屏 S 的距离均为无穷远的衍射.

极限情况



(夫琅禾费衍射)

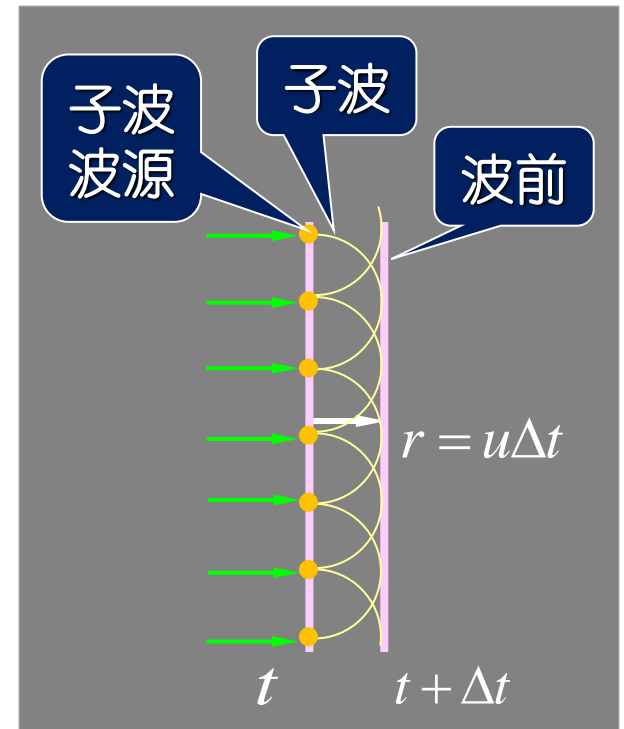
8.1.2 惠更斯—菲涅耳原理

◆ 惠更斯原理

- 媒质中波传到的各点，都可看作发射子波的波源(点波源)
- 在其后任意时刻，这些子波波面的包络面就是波在该时刻的波前

未解决问题：

- 光波的强度
- 光的传播方向



◆ 惠更斯-菲涅尔原理

- 同一波前上的各点都可以看成是新的振动中心，它们发出的都是相干次波.
- 空间某点的光振动是所有这些次波在该点的相干叠加.

干涉和衍射都是光的相干叠加的结果

§ 8.2 夫琅禾费衍射

主要内容:

1. 单缝衍射的实验现象
2. 单缝衍射图样的特征分析

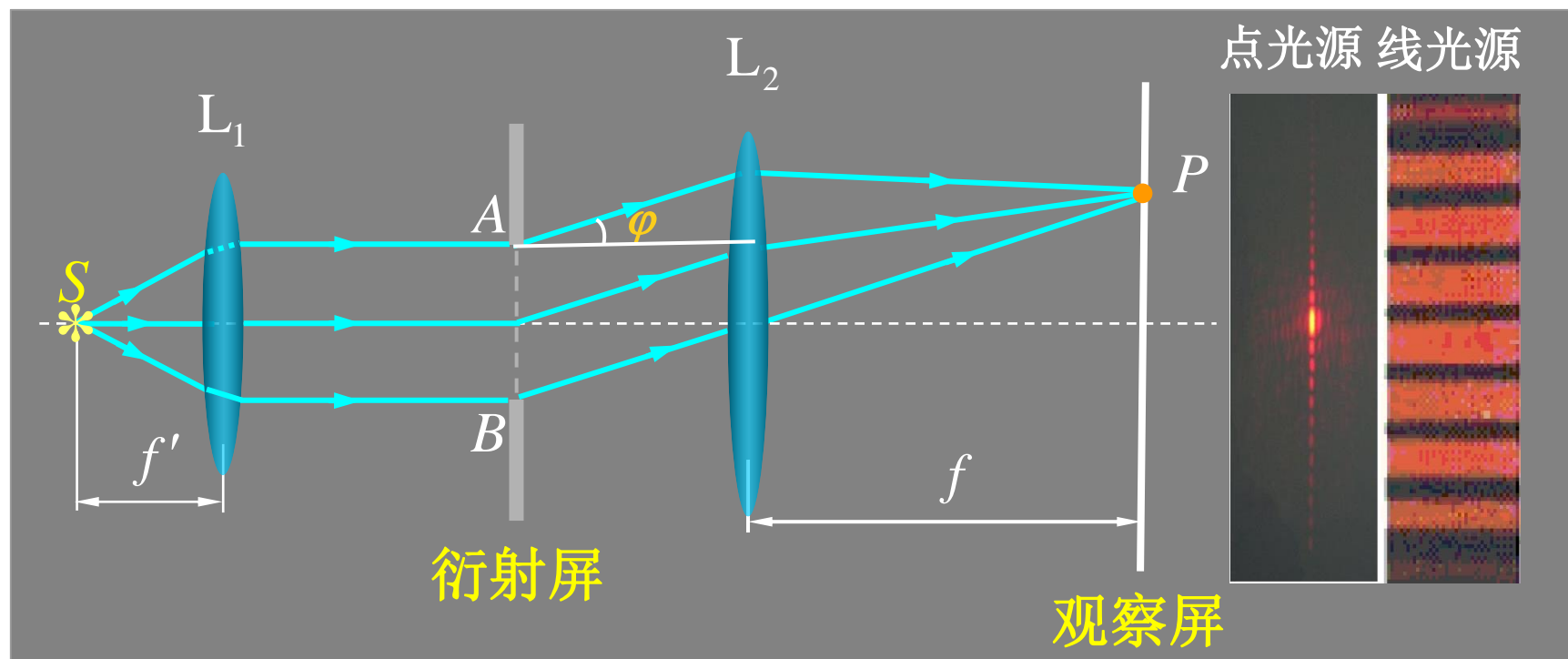
本节要求:

1. 了解处理单缝的夫琅和费衍射的半波带法
2. 掌握单缝衍射公式

8.2.1 单缝衍射实验现象

◆ **单缝：** 长度远远大于宽度的矩形单一开口

衍射角 φ $\left\{ \begin{array}{l} \text{向上 } \varphi > 0 \\ \text{向下 } \varphi < 0 \end{array} \right.$



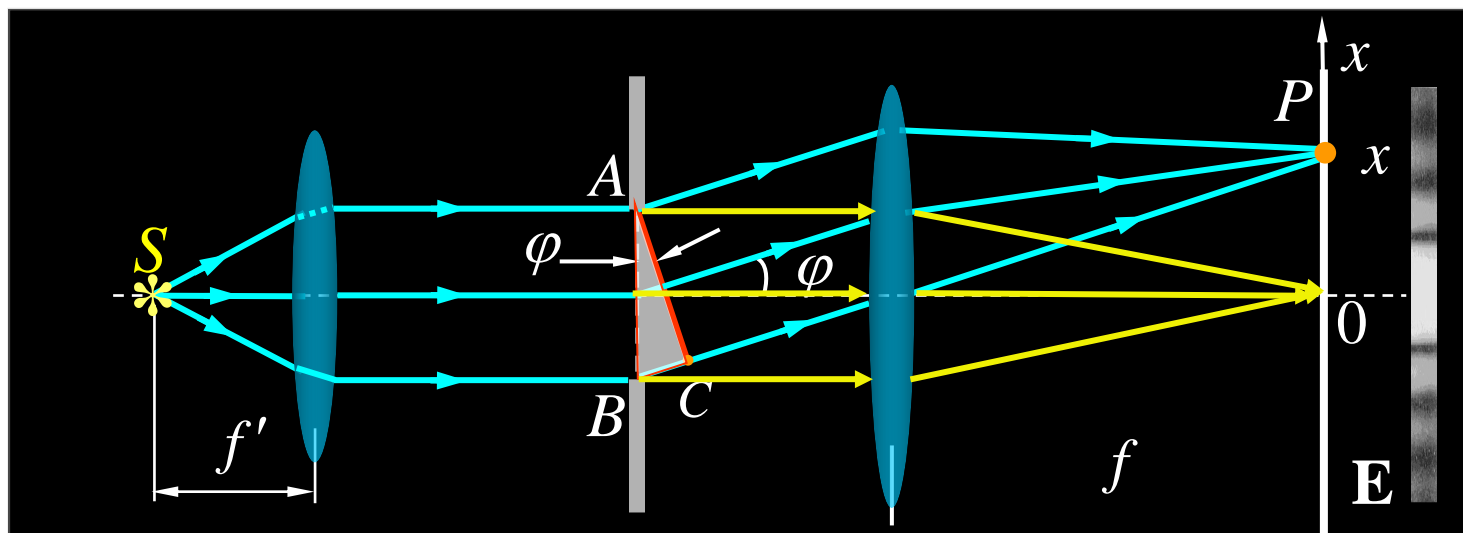
➤ **结果：** 屏幕上出现中心很亮的明纹，两侧对称分布着一系列强度较弱亮纹.

8.2.2 单缝衍射图样的特征分析

最大光程差:

$$BC = AB \sin \varphi = a \sin \varphi$$

1. 单缝衍射装置



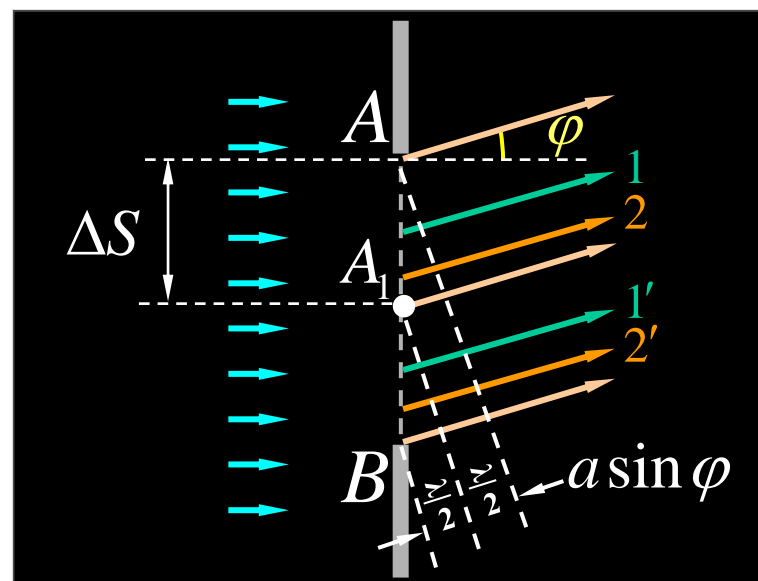
2. 菲涅耳半波带法

每个波带面积相等

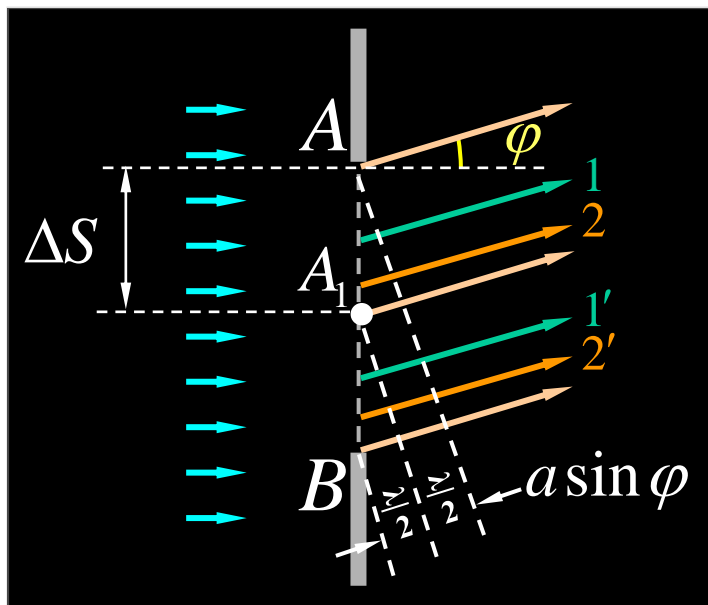
——子波波源数目相等

任意相邻波带对应点发出光线
相位差均为半个波长

——二者干涉相消



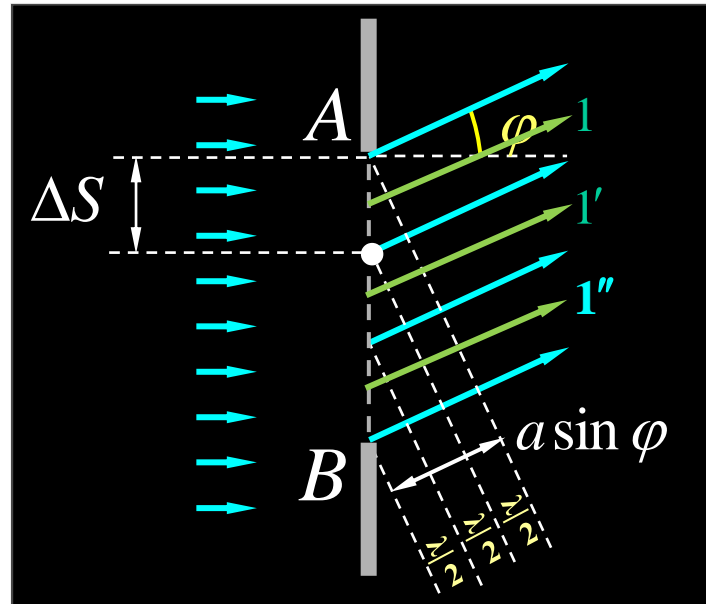
(1) $BC = a \sin \varphi = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$ —— 单缝处波面包含2个半波带



- AA₁和A₁B半波带上对应点发出的子波到达P点时的相位差为 π ，相互干涉抵消

——P点为暗纹

(2) $BC = a \sin \varphi = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$ —— 单缝处波面包含3个半波带



- 有一个半波带未被抵消

—— P 点为明纹

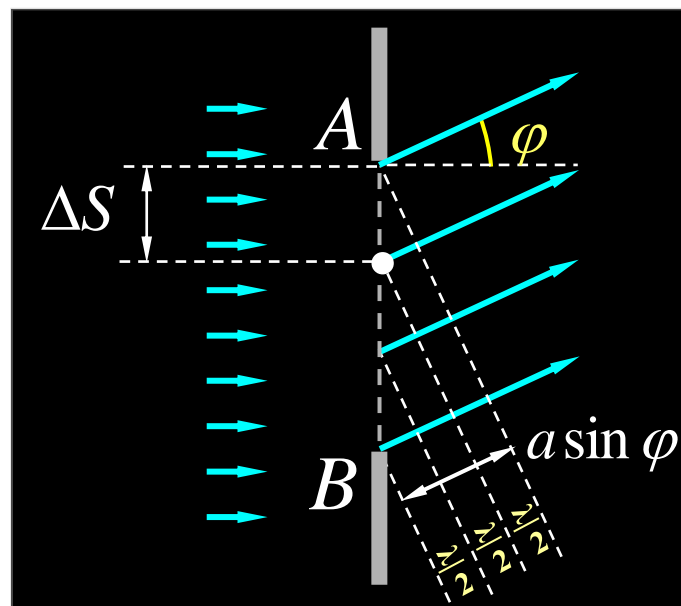
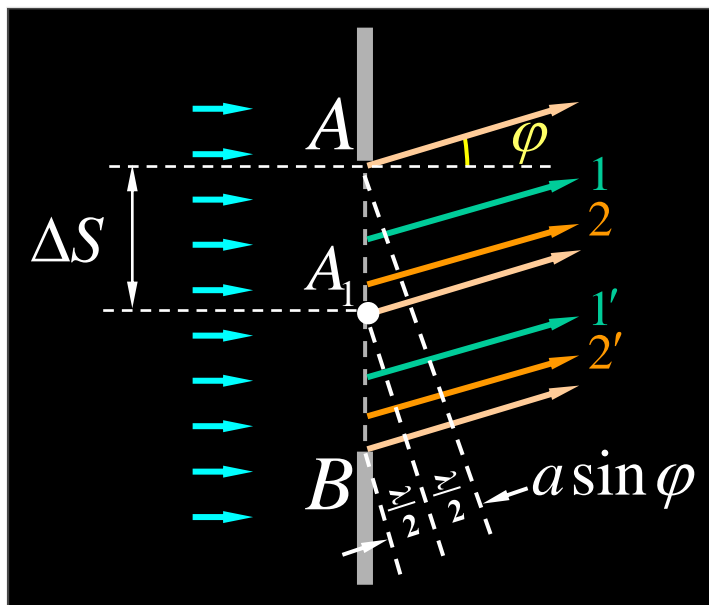
暗纹条件:

$$a \sin \phi = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$k = 1, 2, 3 \cdots$$

(半波带数目为偶数)

成对干涉抵消



明纹条件:

$$a \sin \phi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$k = 1, 2, 3 \cdots$$

(半波带数目为奇数)

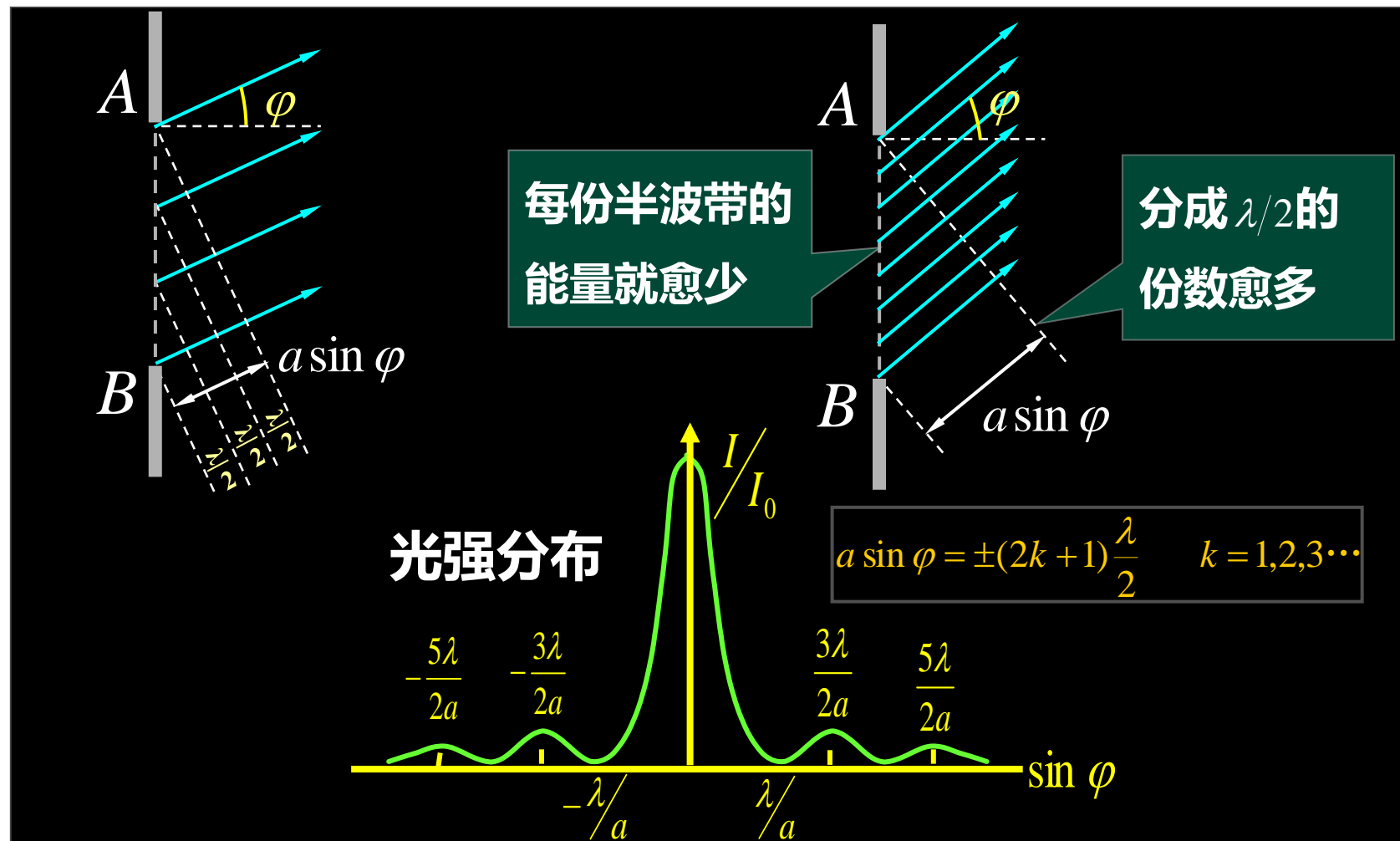
剩一个波带未被抵消

中央明纹中心: $\phi = 0 \longrightarrow a \sin \phi = 0 \longrightarrow k = 0$

◆ 半波带数目为非整数时, 该点的光强介于明暗之间.

说明

- (1) 得到的暗纹和中央明纹位置精确,其它明纹位置只是近似.
- (2) 随着衍射角 φ 的增大, 明条纹的强度减少.



3. 单缝衍射明纹角宽度和线宽度

角宽度：相邻暗纹对应的衍射角之差。

线宽度：观察屏上相邻暗纹的距离。

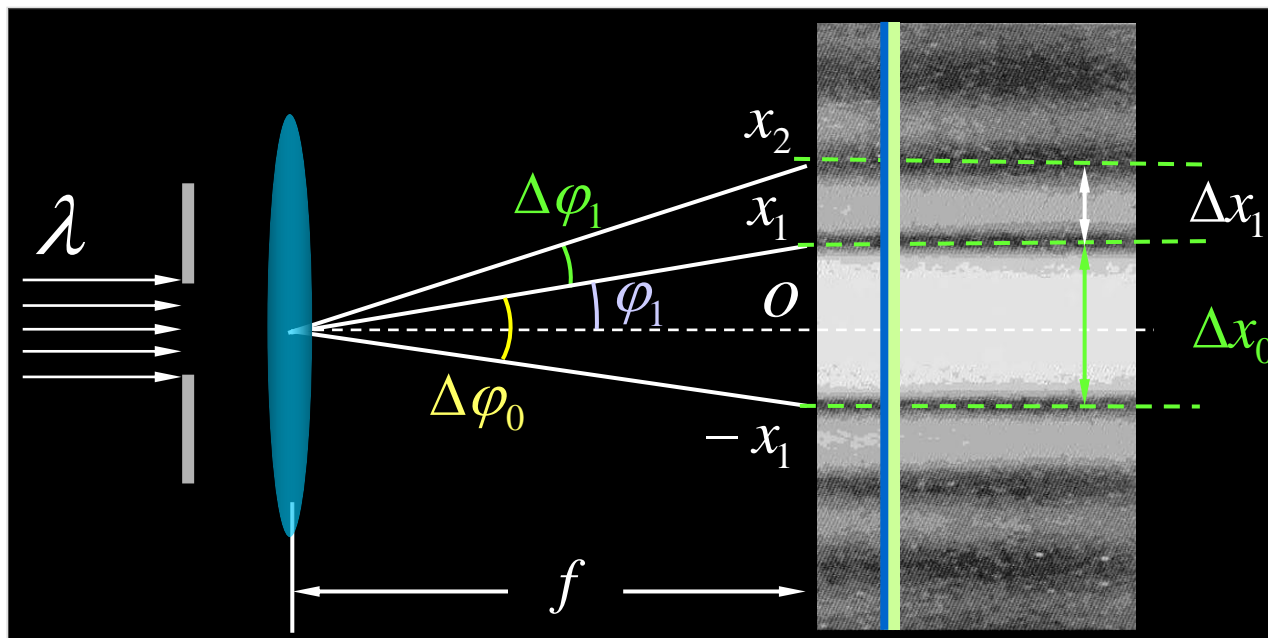
一级暗纹

$$a \sin \varphi_1 = \pm \lambda$$

$$x_1 = \frac{f \lambda}{a}$$

k 级暗纹

$$x_k = \frac{k f \lambda}{a}$$



中央明纹角宽度: $\Delta \varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda/a$

中央明纹线宽度: $\Delta x_0 = 2f \cdot \tan \varphi_1 = 2f \varphi_1 = 2f \lambda/a$

第 k 级明纹角宽度: $\Delta \varphi_k = \lambda/a$ k 级明纹线宽度 $\Delta x_k = \frac{f \lambda}{a}$

➤ 讨论:

1. 中央明条纹的角宽度是其他明条纹角宽度的两倍.
2. 不同缝宽的单缝衍射条纹的比较



0.16 mm



0.08 mm



0.04 mm

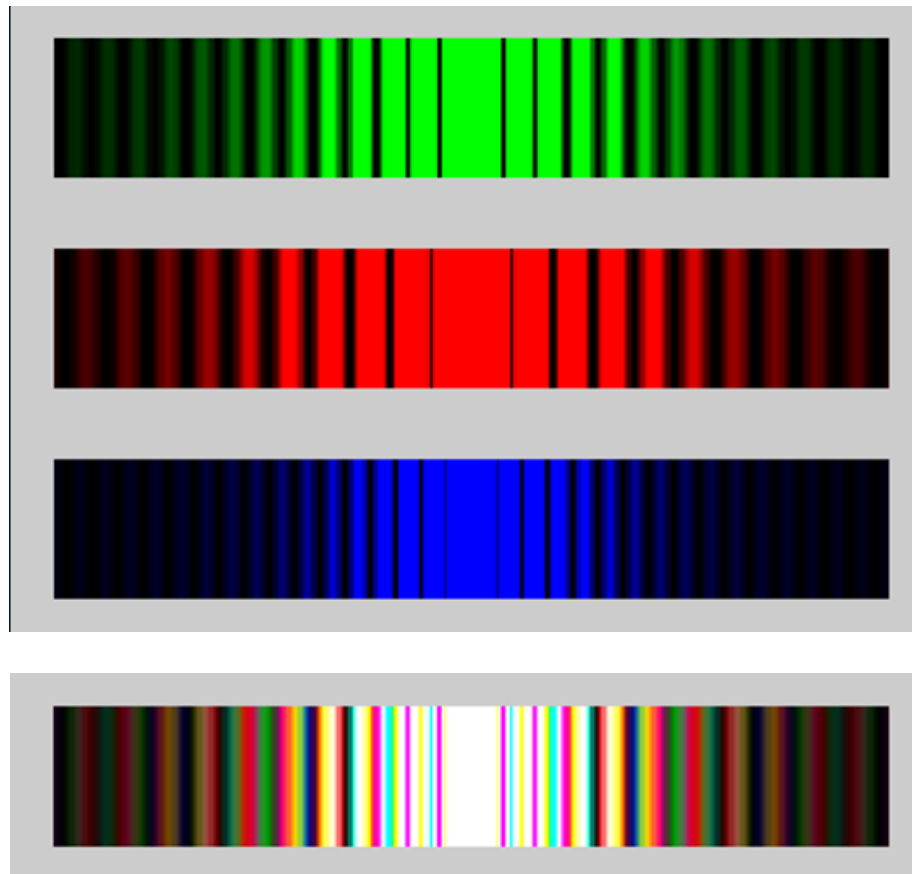


0.02 mm

波长一定，缝宽越小，衍射作用越明显
条纹宽度越宽，但光强变弱

3. 相同缝宽，波长越长，条纹宽度越宽，衍射位置发生变化

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \Delta \varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda/a$$

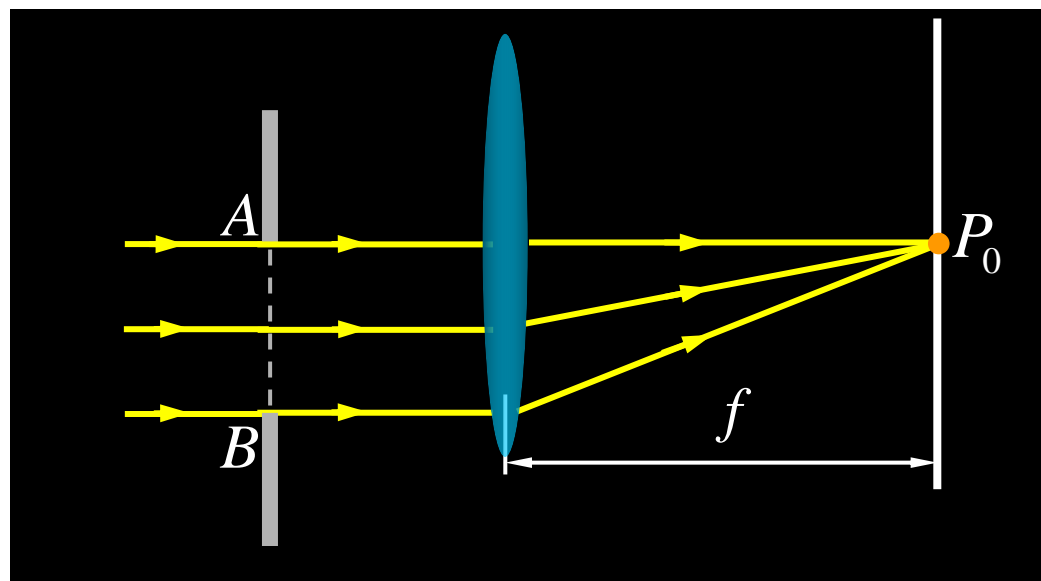


白光入射：中央明纹中部为白色。其余各级明纹均为彩色（紫-红）

4. $\lambda/a \rightarrow 0$ $\Delta\varphi_0 \rightarrow 0$ 波动光学退化到几何光学.

$\lambda/a \rightarrow 1$ $\Delta\varphi_0 \rightarrow \pi$ 观察屏上不出现暗纹.

5. 缝位置变化不影响条纹位置分布.



例 如图示，设有一波长为 λ 的单色平面波沿着与缝平面的法线成 θ 角的方向入射到宽为 a 的单缝 AB 上。

求 写出各级暗条纹对应的衍射角 φ 所满足的条件。

解 在狭缝两个边缘处，衍射角为 φ 的两光的光程差为

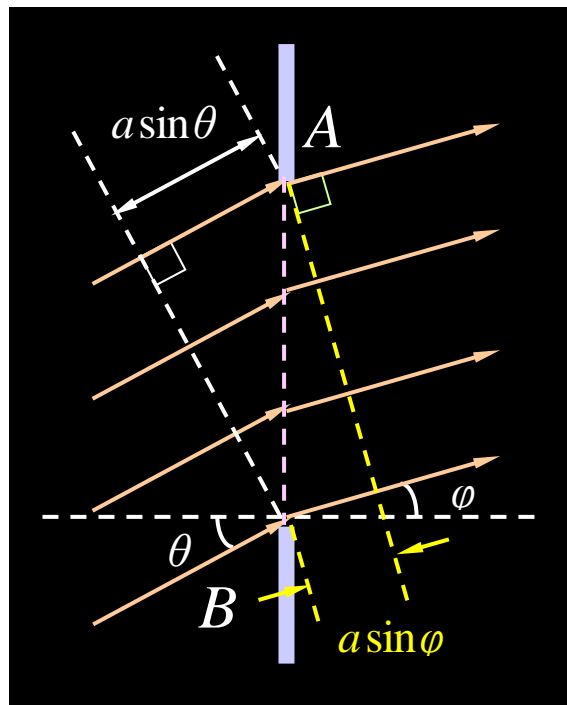
$$\delta = a(\sin \varphi - \sin \theta)$$

对于暗纹

$$\delta = \pm k\lambda$$

则 $a(\sin \varphi - \sin \theta) = \pm k\lambda$

$$\sin \varphi = \pm \frac{k\lambda}{a} + \sin \theta \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$



例 用波长为 λ_1 和 λ_2 的平行光垂直照射一单缝，在距缝很远的屏上观察衍射条纹，如果 λ_1 的第一级衍射暗纹与 λ_2 的第二级衍射暗纹重合。

求 (1) 两种波长之间的关系；

(2) 这两种波长的衍射图样中是否还有其它级的暗纹重合。

解 (1) 单缝衍射暗纹条件

$$a \sin \varphi = k \lambda$$

$$a \sin \varphi_1 = \lambda_1$$

$$a \sin \varphi_2 = 2 \lambda_2$$

重合，即

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$\left. \begin{array}{l} a \sin \varphi_1 = \lambda_1 \\ a \sin \varphi_2 = 2 \lambda_2 \end{array} \right\} \longrightarrow \lambda_1 = 2 \lambda_2$$

(2) 单缝衍射暗纹条件

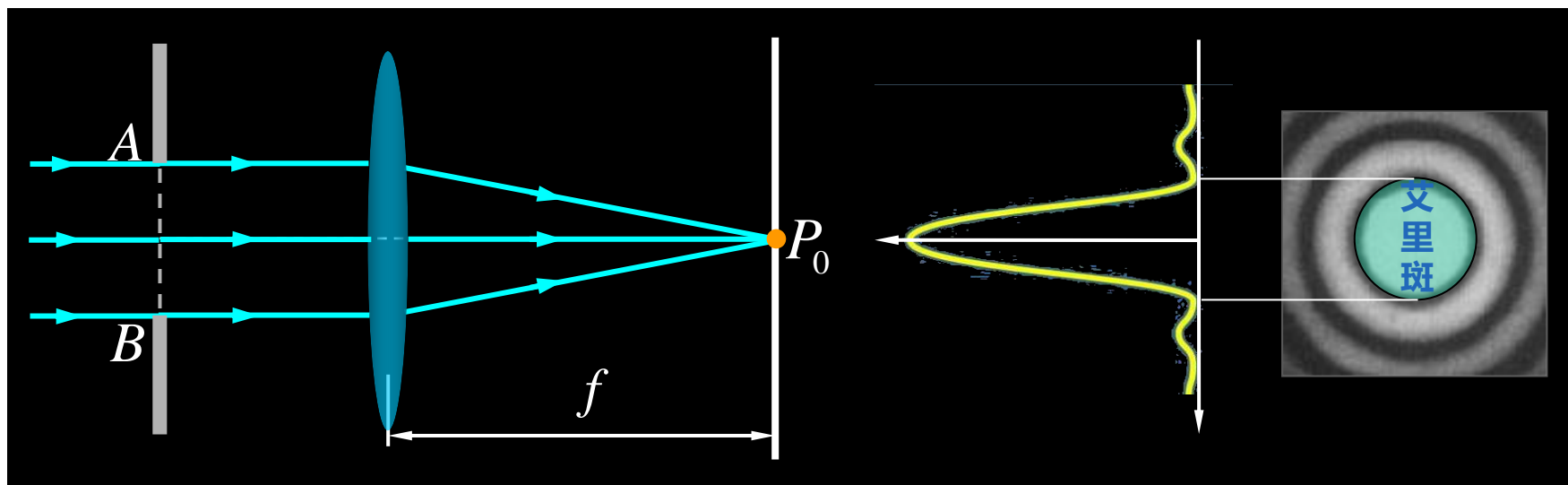
$$a \sin \varphi = k \lambda$$

重合，即

$$\left. \begin{array}{l} a \sin \varphi_1 = k_1 \lambda_1 \\ a \sin \varphi_2 = k_2 \lambda_2 \\ \varphi_1 = \varphi_2 \\ \lambda_1 = 2 \lambda_2 \end{array} \right\} \longrightarrow k_2 = 2k_1$$

可见，还有 λ_1 的 k_1 级暗纹与 λ_2 的 $2k_1$ 级暗纹重合.

8.2.3 圆孔的夫琅禾费衍射



艾里斑 由第一暗环所包围的中央亮斑.

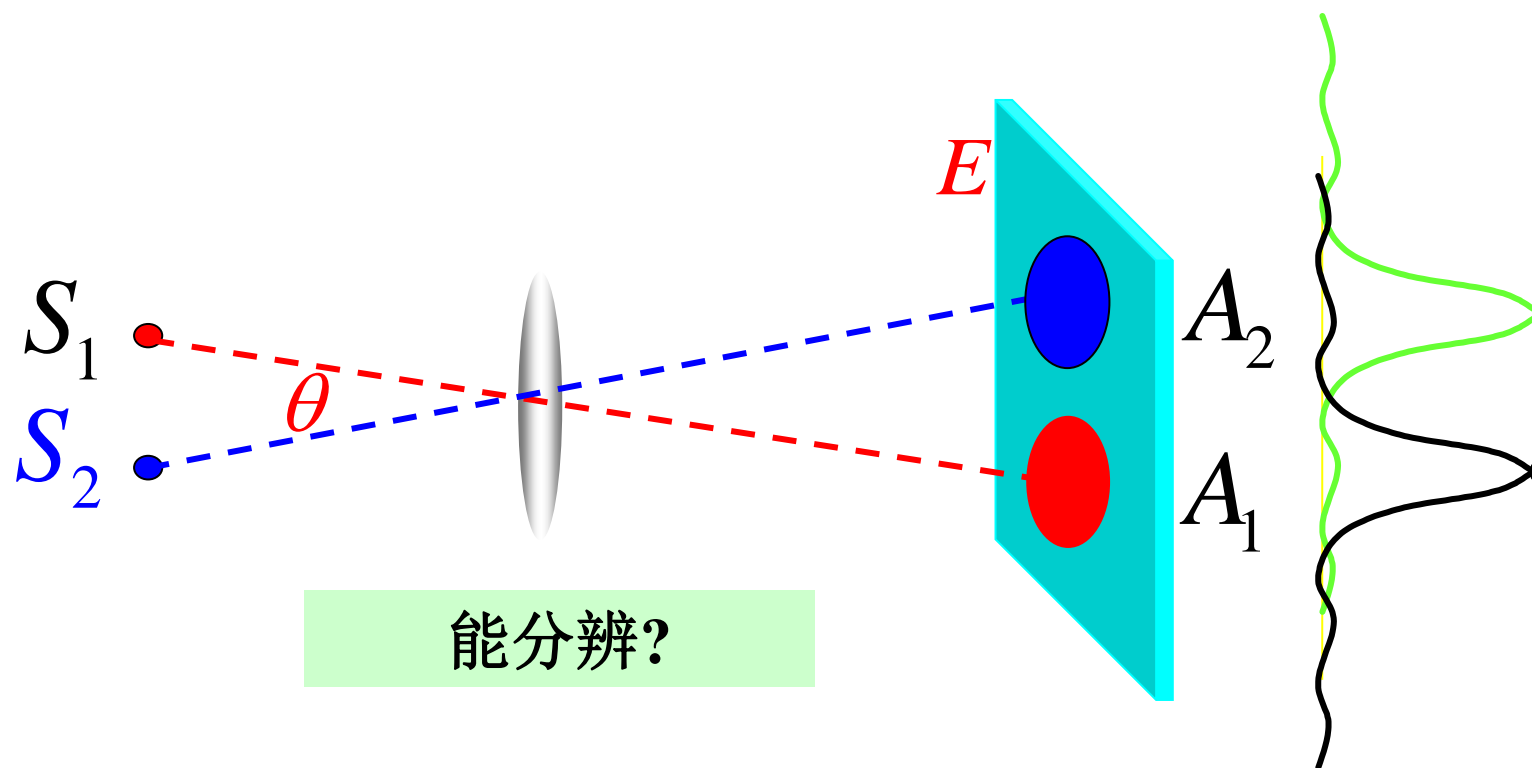
由夫琅禾费圆孔衍射计算可得，艾里斑的半角宽度

$$\varphi_0 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

形状因子

艾里斑的半径

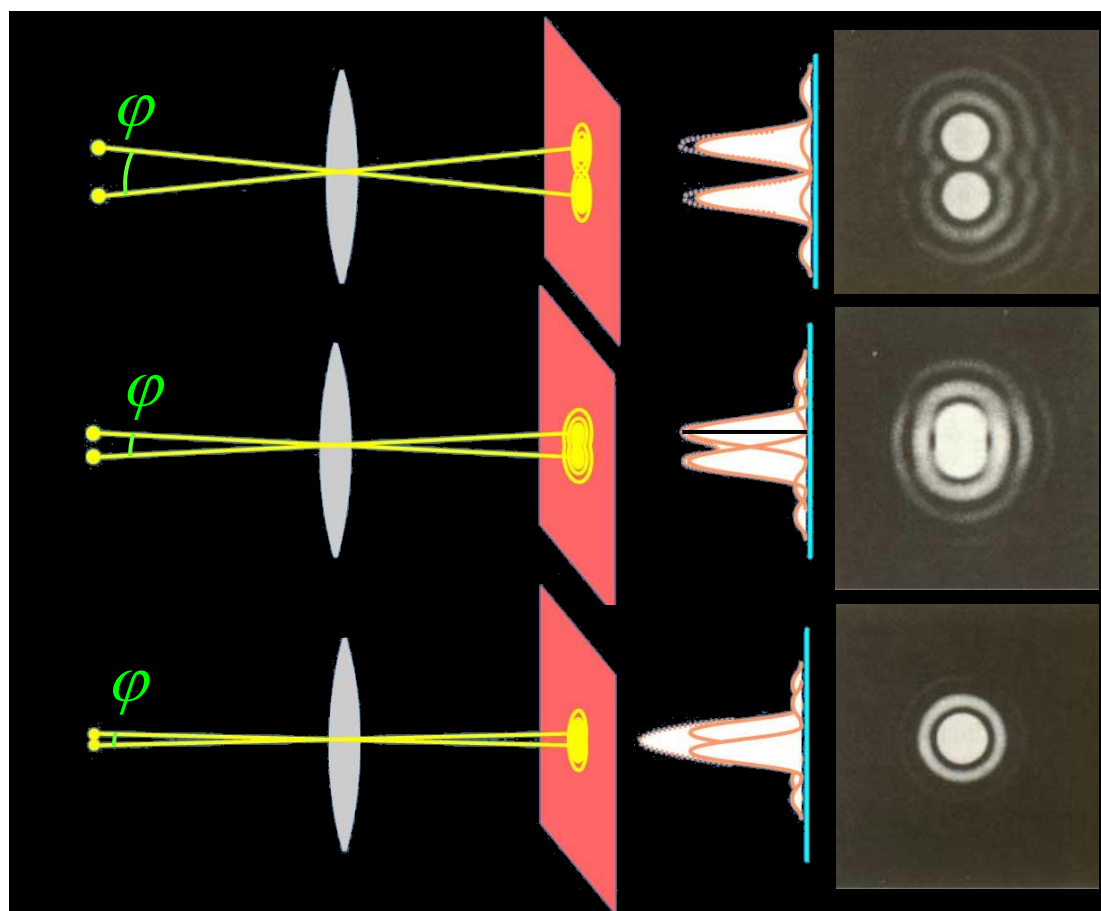
$$r_0 = f \varphi_0 = 1.22 \frac{\lambda f}{D}$$



艾里斑的半径

$$r_0 = f \varphi_0 = 1.22 \frac{\lambda f}{D}$$

瑞利判据



可分辨 $\varphi > \varphi_0$

刚可分辨 $\varphi = \varphi_0$

中央亮斑边缘恰好
通过对方中心

不可分辨 $\varphi < \varphi_0$

瑞利判据

对于两个等光强的非相干物点,如果一个像斑中心恰好落在另一像斑的中央亮斑的边缘(第一级暗纹处)上时,就认为这两个像刚刚能够被分辨.

8.2.4. 光学仪器分辨本领

望远镜的最小分辨角

$$\Delta\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

光学仪器分辨率

$$R = \frac{1}{\Delta\varphi}$$

小结

1. 单缝夫琅禾费衍射

暗纹条件: $a \sin \varphi = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3 \cdots$

$$\Delta \varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda/a$$

$$\Delta \varphi_k = \lambda/a \quad x_k = \frac{kf\lambda}{a} \quad \Delta x_k = \frac{f\lambda}{a}$$

2. 半波带法

半波带数: $N = a \sin \varphi / \frac{\lambda}{2}$

§ 8.3 衍射光栅 光栅光谱

主要内容:

- 1.衍射光栅
- 2.光栅光谱

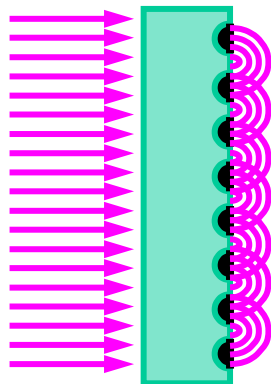
本节要求:

使用光栅方程、缺级条件和分辨本领公式进行计算

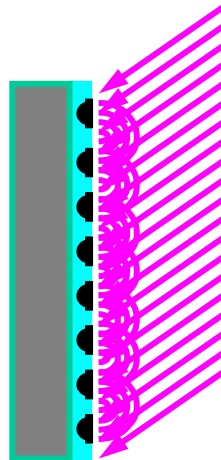
8.3.1 衍射光栅

由大量等宽、等间距的平行狭缝所组成的光学元件

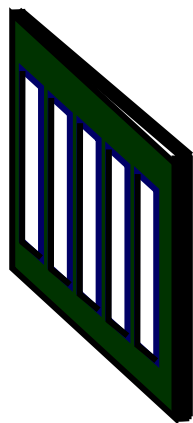
1. 分类:



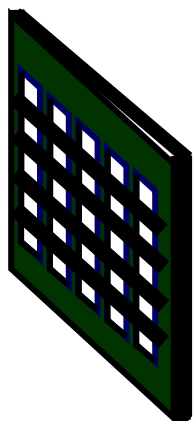
透射式光栅



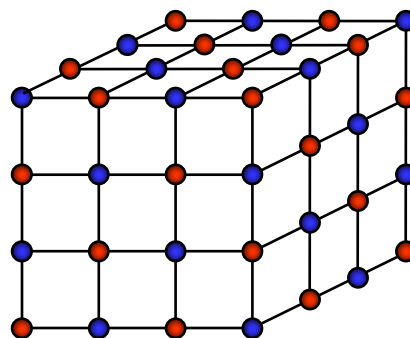
反射式光栅



一维光栅

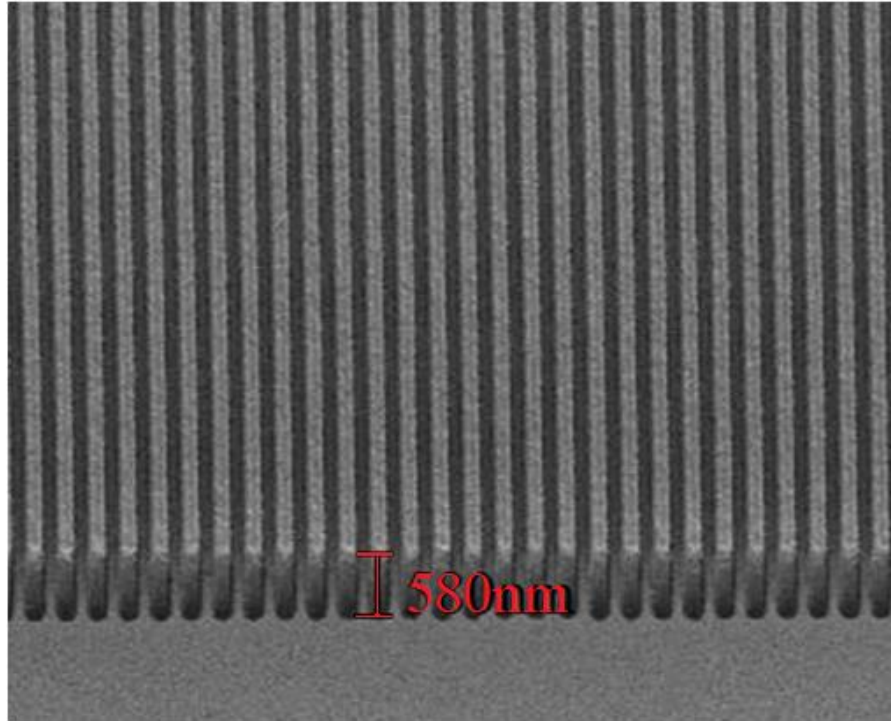


二维光栅



三维光栅

学科前沿：纳米加工与先进掩模制造技术



5000线/毫米X射线透射光栅

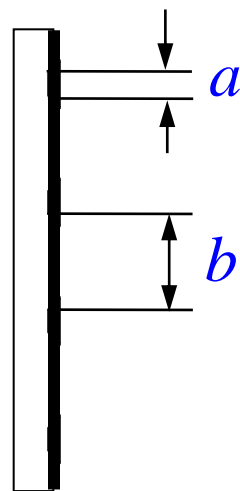
电子束曝光工艺

2. 衍射光栅参数

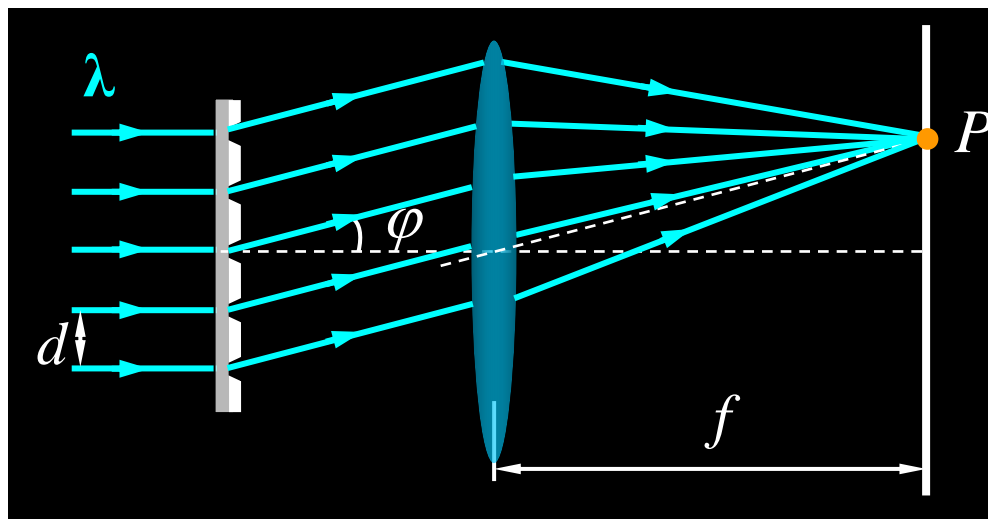
◆ 光栅常数 $d = a + b$

◆ 总缝数

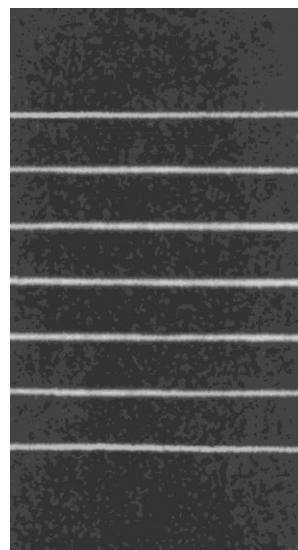
光栅宽度为 l mm, 每毫米缝数为 m , 总缝数 $N = m \times l$



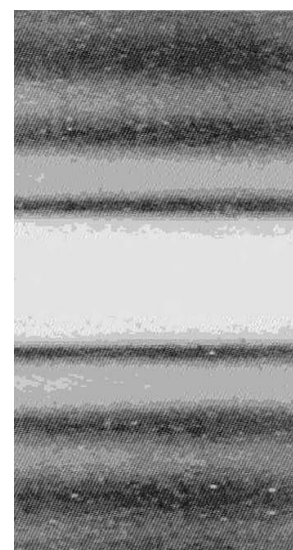
3. 光栅衍射现象



光栅衍射



单缝衍射



光栅衍射条纹特点：明纹细、亮度大、分得开

光栅的狭缝条数越多，条纹越明亮

狭缝条数越多，光栅常数越小，条纹越细

$N = 1$



$N = 2$



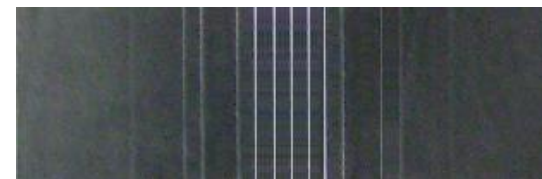
$N = 3$



$N = 4$



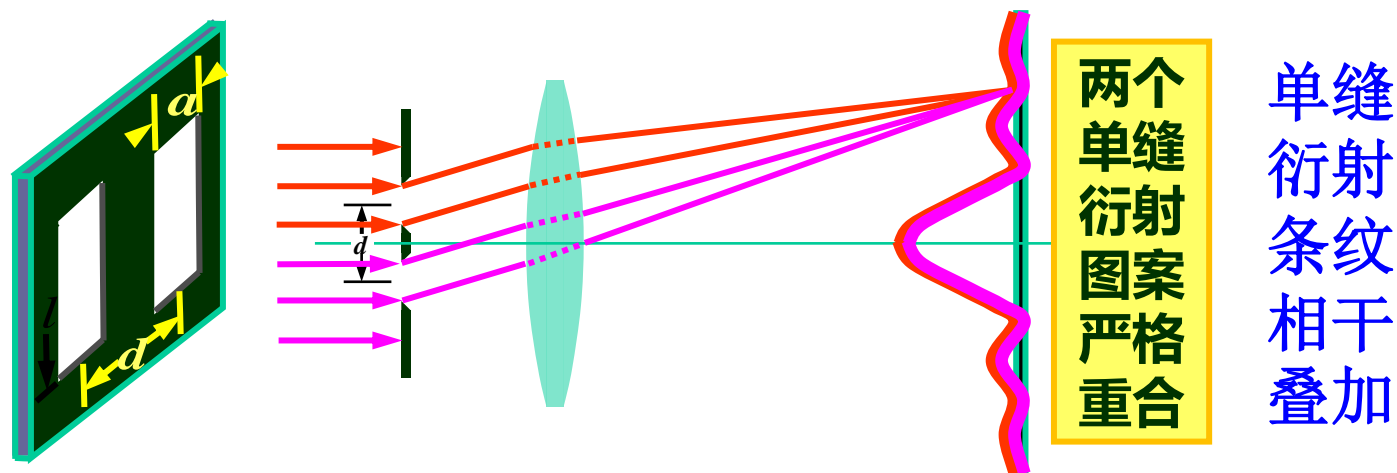
$N = 5$



$N = 20$

8.3.2 光栅衍射条纹的成因

1 垂直入射时的双缝衍射分析



双缝衍射 = **单缝衍射** × **双缝间干涉**

$$a \sin \varphi = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

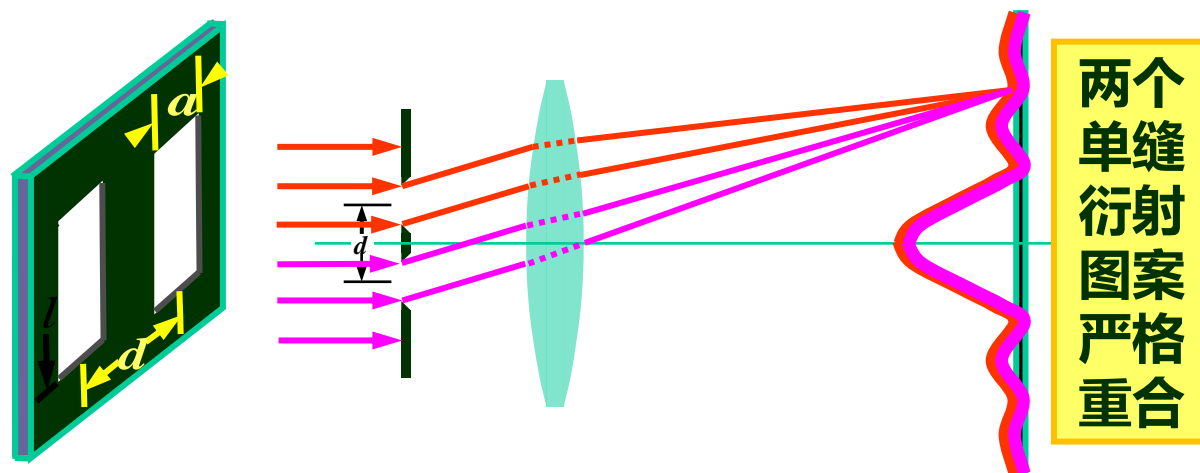
$$d \sin \varphi' = \pm (2k' + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k' = 0, 1, 2 \dots$$

$$a < d$$

$\varphi > \varphi'$
由干涉决定的
暗纹间隔
更小

8.3.2 光栅衍射条纹的成因

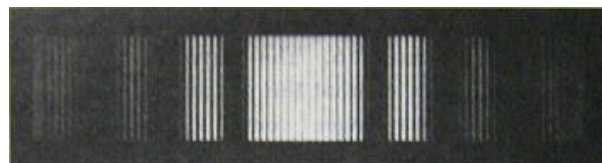
1 垂直入射时的双缝衍射分析



$$\text{双缝衍射} = \text{单缝衍射} \times \text{双缝间干涉}$$



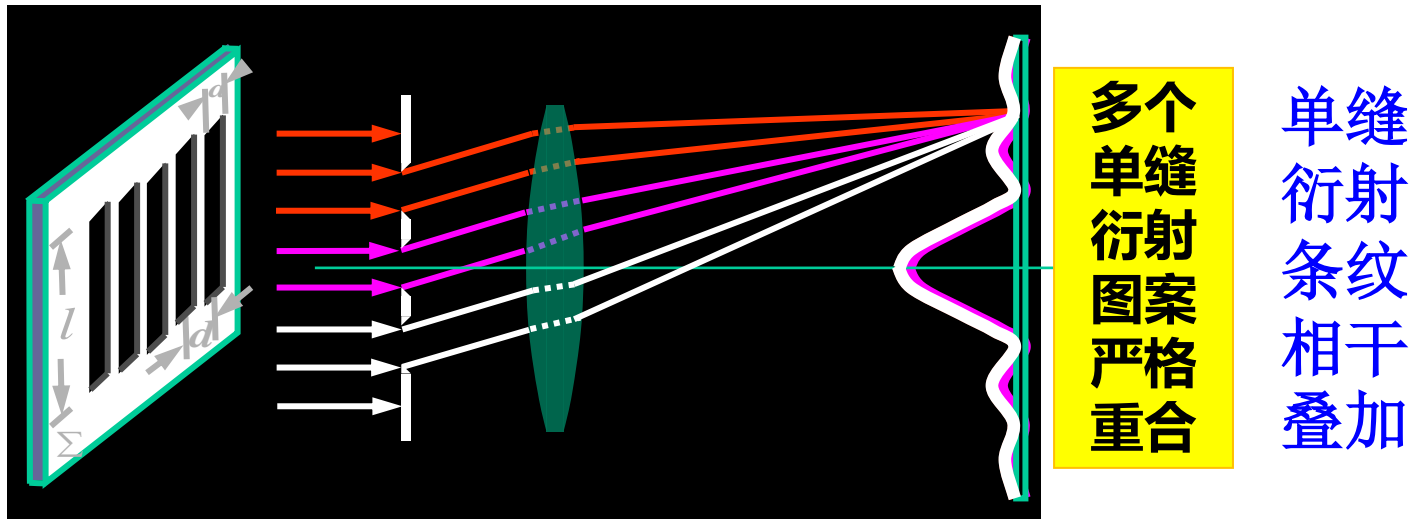
单缝衍射



杨氏双缝

$$d = 10a$$

2 垂直入射时的光栅衍射分析



$$\text{光栅衍射} = \text{单缝衍射} \times \text{多缝间干涉}$$

每个单缝的衍射光强决定各来自该单缝的光在屏上各点处的光矢量振幅 E_i 的大小

◆ 多缝间干涉

将一个狭缝简单的看成一个点光源

- 相邻两狭缝所发出的光到达屏幕上点的光程差均为 $d\sin\varphi$
- 相间缝为 $2d\sin\varphi$
- 最两端的两缝间具有最大光程差 $(N-1)d\sin\varphi$ (N 为缝数)

主明条纹 $d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad k=0,1,2\dots$

N 条缝发出的光束在屏上干涉加强，合振幅最大

暗条纹 暗条纹对应各狭缝发出光在屏上合振动为零：

$$Nd \sin \varphi = \pm k' \lambda \quad k' = 1, 2, \dots \quad k' \neq kN$$

两主明纹间存在 $N-1$ 条暗条纹

次明纹

两主明纹间存在 $N-2$ 条次明条纹

强度仅为主明纹
4%左右

暗纹公式的推导:

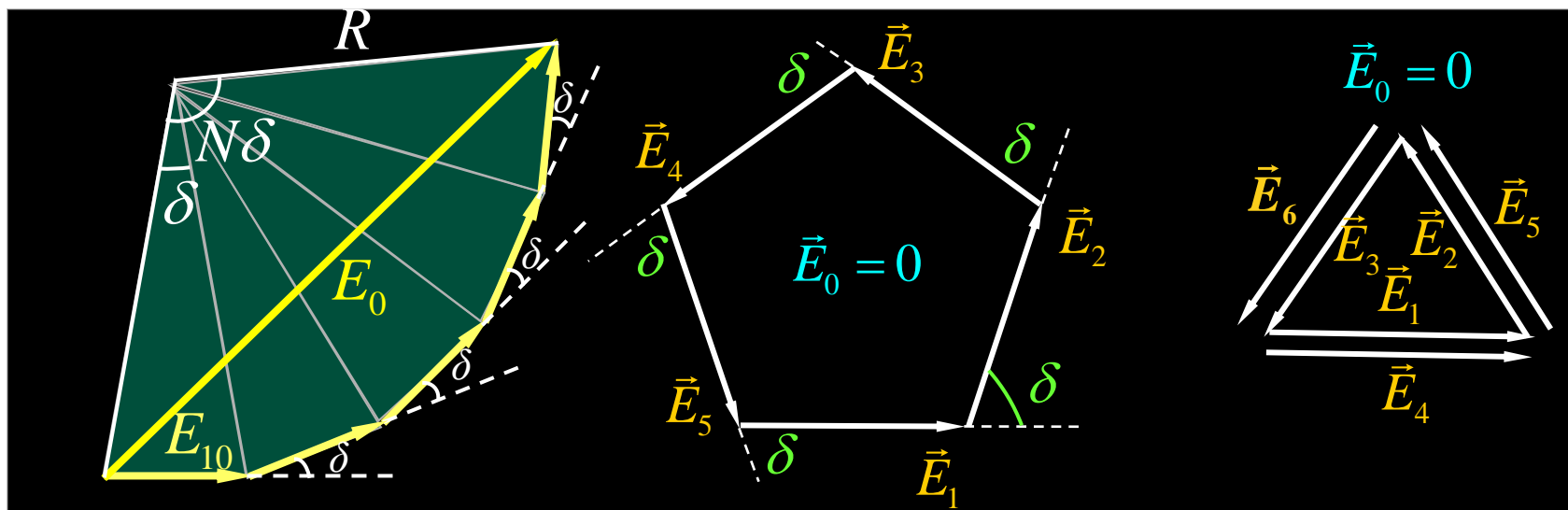
屏幕上任一点的光振动来自于各缝光振动 $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ 的相干叠加.

相邻振动相位差

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$$

如果

$$N \delta = \pm m \cdot 2\pi \longrightarrow \vec{E}_0 = \sum \vec{E}_i = 0$$



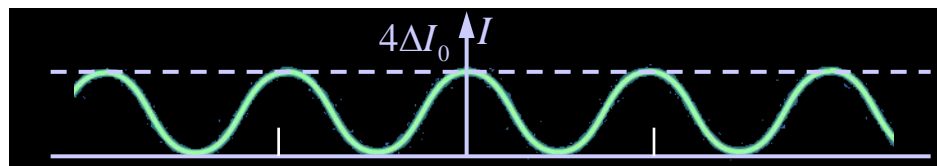
旋转矢量法

合振动为零 \rightarrow 夹角和 (对应相位差) 为 2π 整数倍

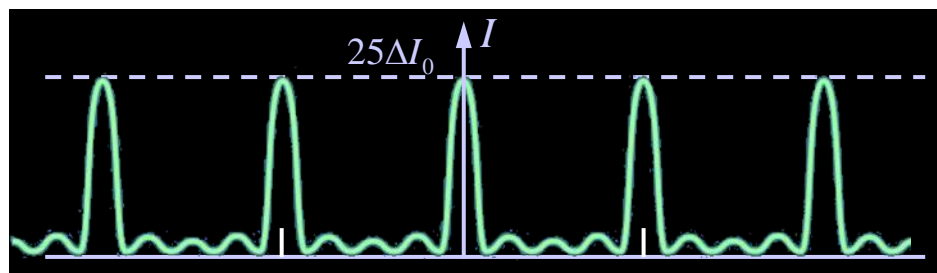
即

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{N} \quad (m \neq 0, \pm N, 2N, \dots)$$

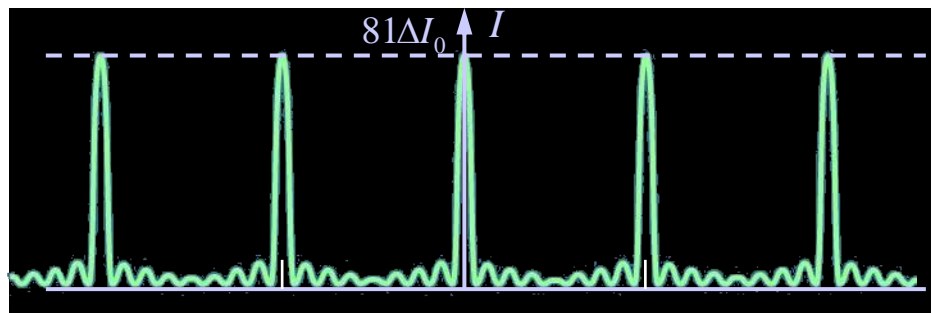
- N 缝干涉, 两主极大间有 $N - 1$ 个极小, $N - 2$ 个次极大.
- 随着 N 的增大, 主极大间为暗背景.



2缝干涉强度分布



5缝干涉强度分布



9缝干涉强度分布

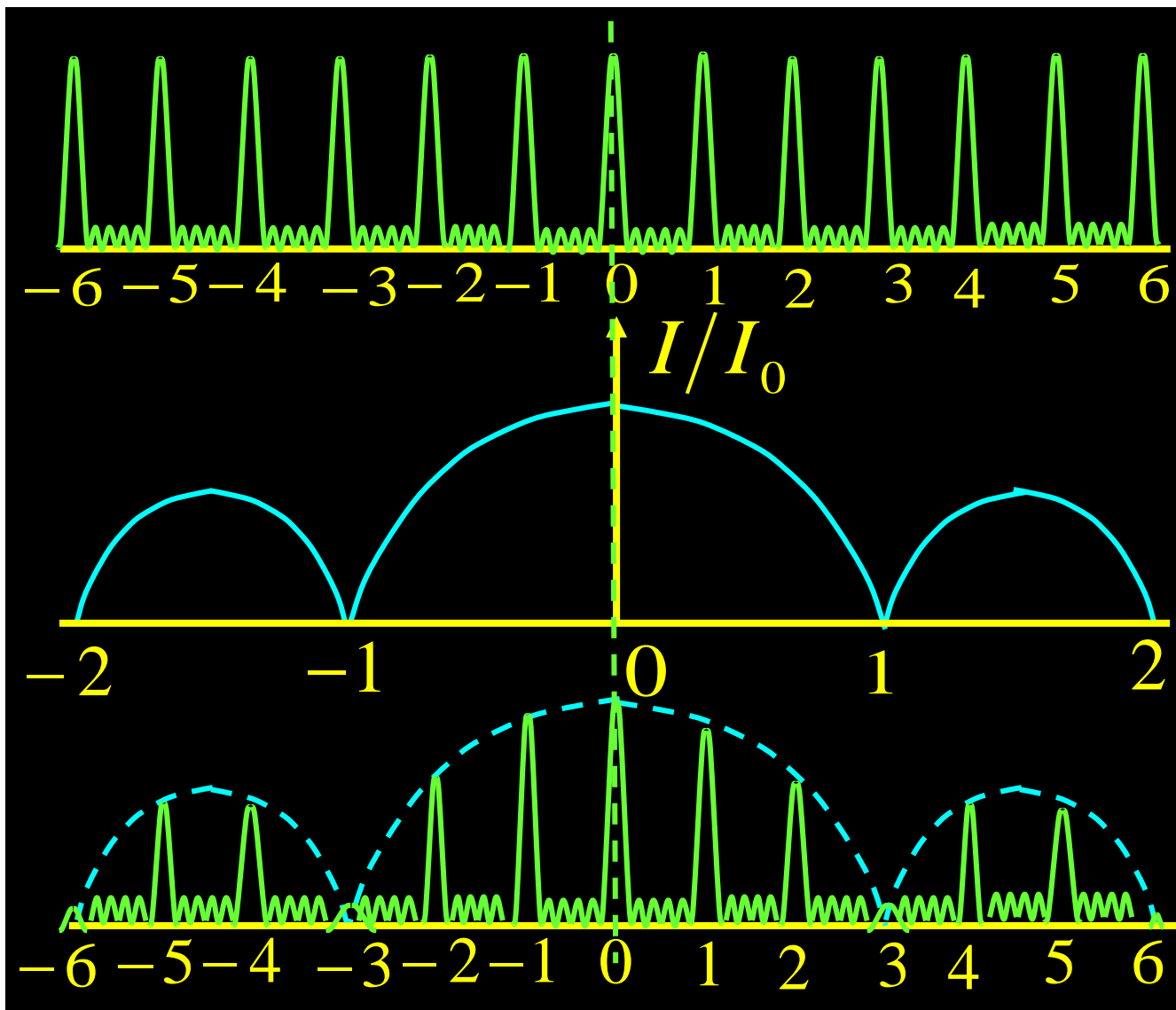
多缝干涉

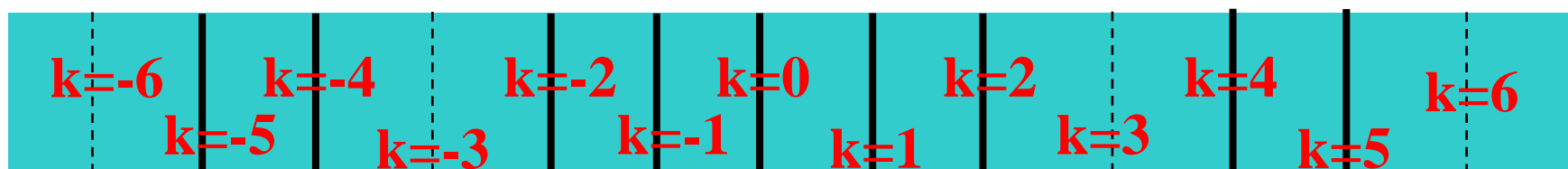
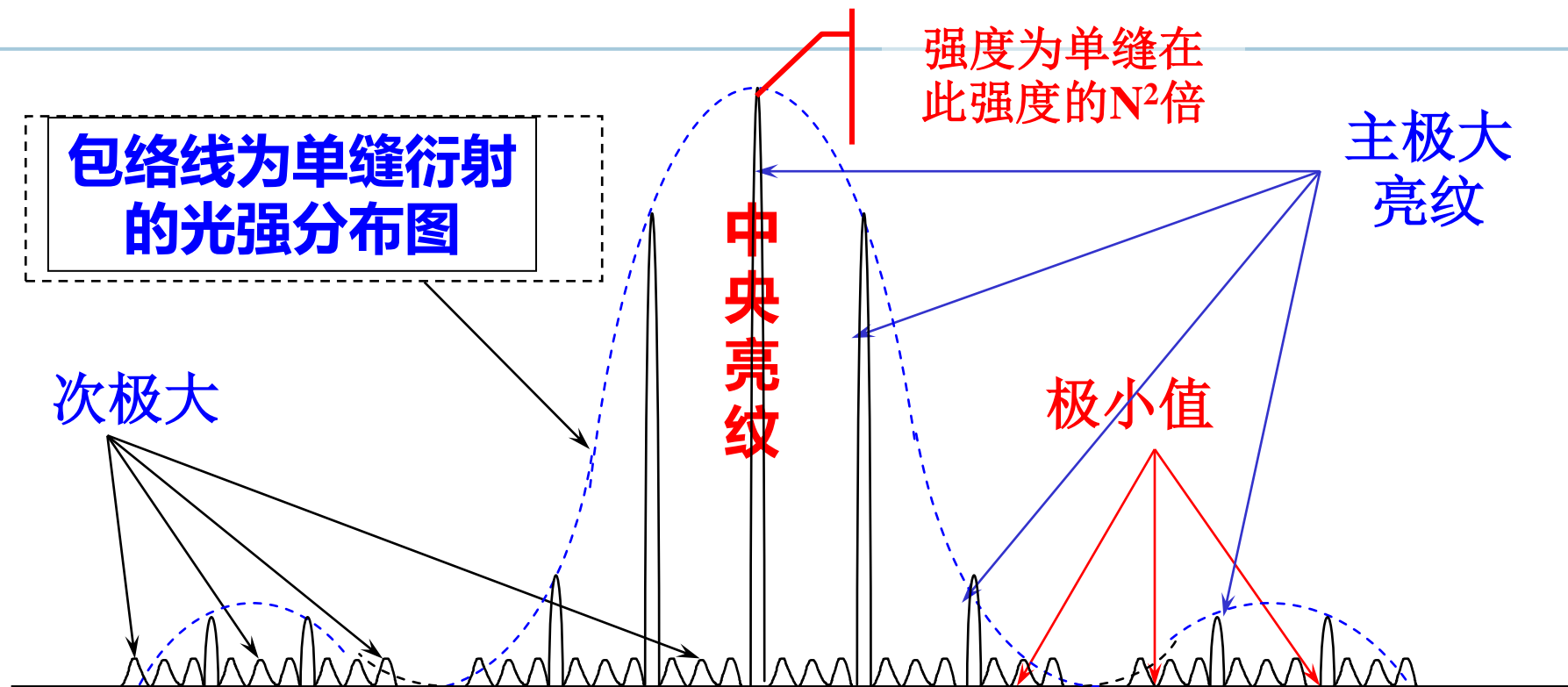


单缝衍射



光栅衍射





$N = 5$ 时光栅衍射的光强分布图

光栅衍射条纹是多缝干涉受到单缝衍射调制的结果
亮纹的位置由缝间光线干涉的结果所决定

3 光栅方程

正入射

$$d \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi = \pm k \lambda$$

$$k=0,1,2,\dots$$

主极大明纹满足光栅方程

正入射时光栅衍射图样中理论上能看到的最大级次：

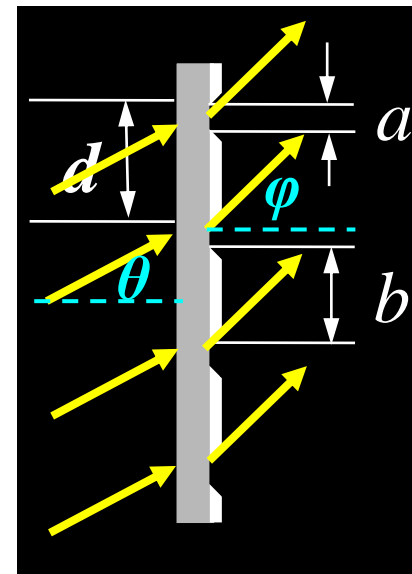
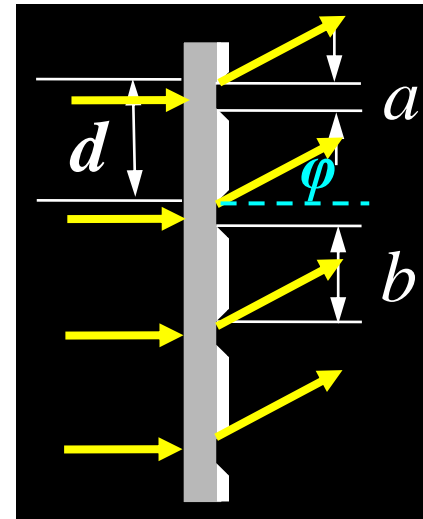
$$k_{\max} = \frac{a + b}{\lambda}$$

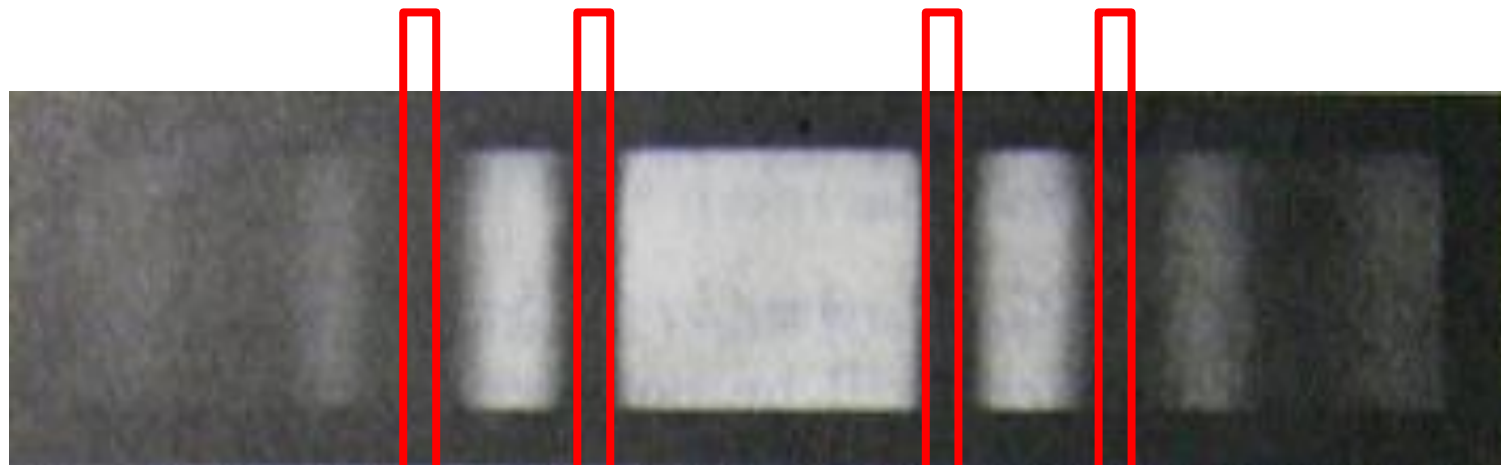
斜入射

$$d \sin \theta - d \sin \varphi = \pm k \lambda$$

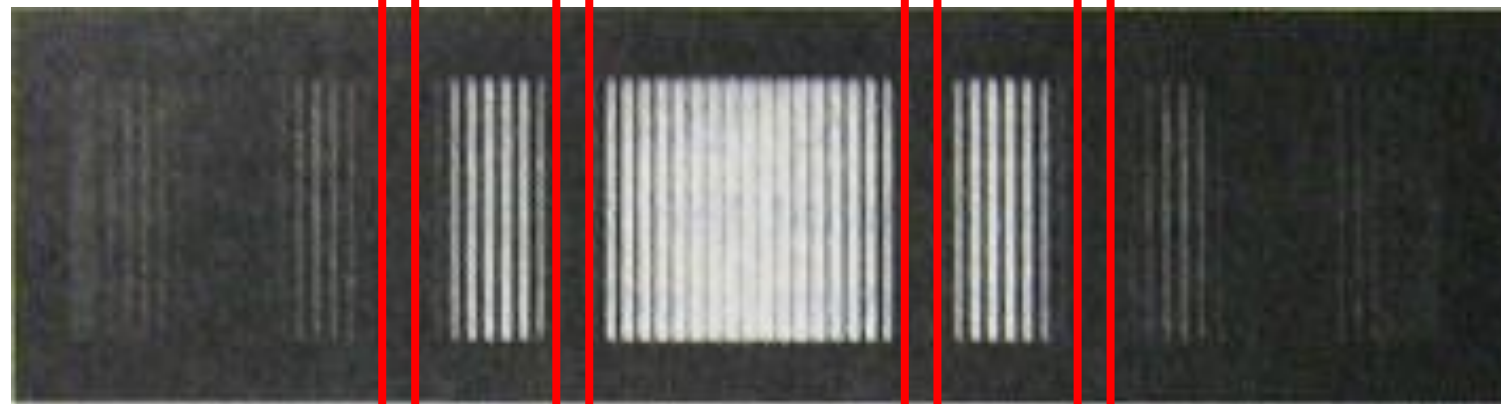
$$k=0,1,2,\dots$$

斜入射时理论上能看到的最大级次增大





单缝衍射



双缝衍射

$$d = 10a$$

4 光栅的缺级现象

缺级：如果 φ 角既满足光栅方程的主明纹条件，又满足单缝衍射的暗纹条件，这些位置处的明纹将消失，这一现象称为缺级。

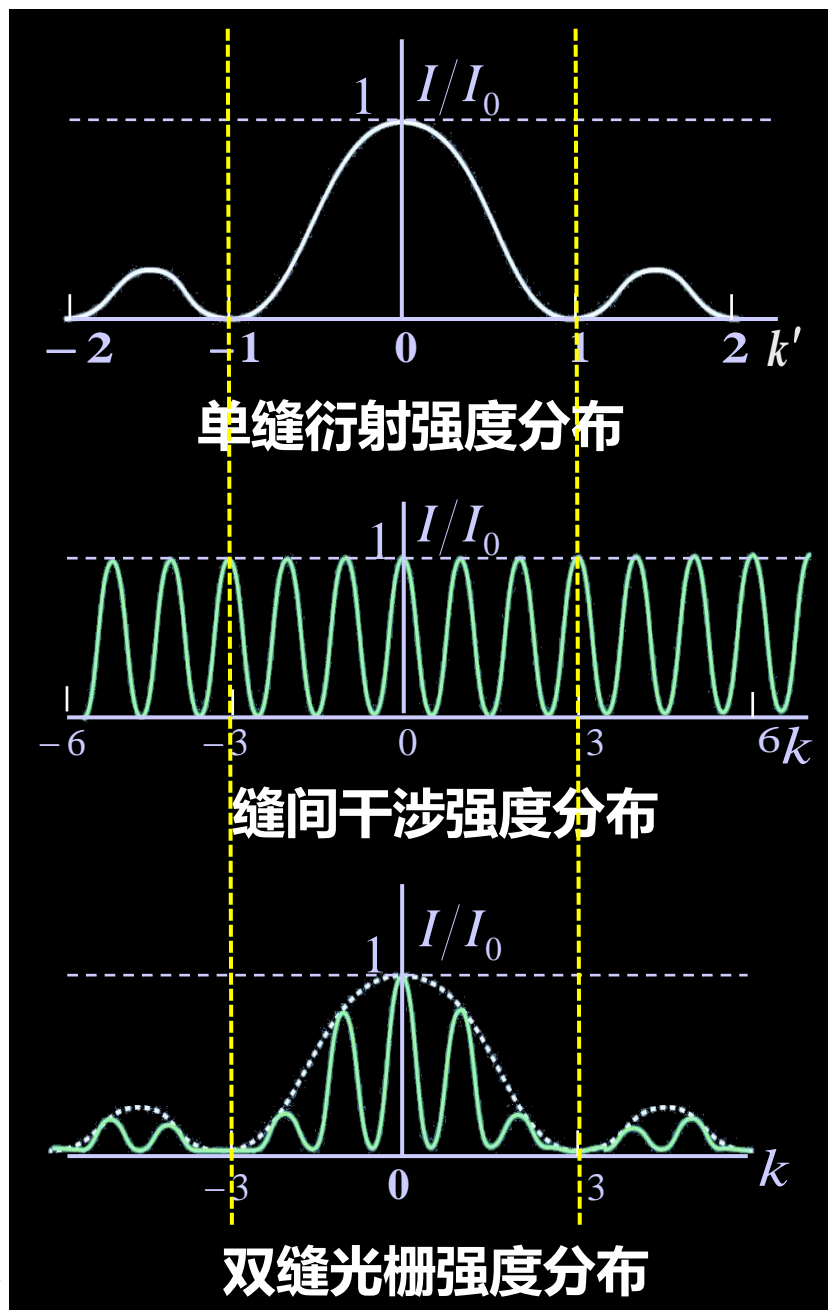
$$d \sin \varphi = \pm k \lambda$$

$$a \sin \varphi = \pm k' \lambda$$

$$k = \frac{d}{a} k' \quad k' = \pm 1, \pm 2, \dots$$

如 $d/a=2$ 则 $k=\pm 2, \pm 4, \dots$ 缺级

$d/a=3/2$ 则 $k=\pm 3, \pm 6, \dots$ 缺级



例 波长为600nm的平行光垂直照射在一光栅上，有两个相邻主极大明纹分别出现在 $\sin \varphi_1=0.20$ 和 $\sin \varphi_2=0.30$ 处，且第四级缺级.

- 求**
- (1) 光栅常数;
 - (2) 光栅狭缝的最小宽度;
 - (3) 实际可观察到的明纹级数和条数.

解 (1) 由光栅方程，得

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi_1 &= k \lambda \\ d \sin \varphi_2 &= (k+1) \lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow d(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = \lambda$$

$$d = \frac{\lambda}{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1} = \frac{600 \times 10^{-9}}{0.30 - 0.20} \text{ m} = 6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(2) 第四级主极大缺级，有

$$4 = \frac{d}{a} k'$$

k' 取1 得最小缝宽

$$a = \frac{d}{4} = 1.5 \times 10^{-6} \text{m}$$

(3) 当 $\varphi=(\pi/2)$ 时，由光栅方程得最高级数

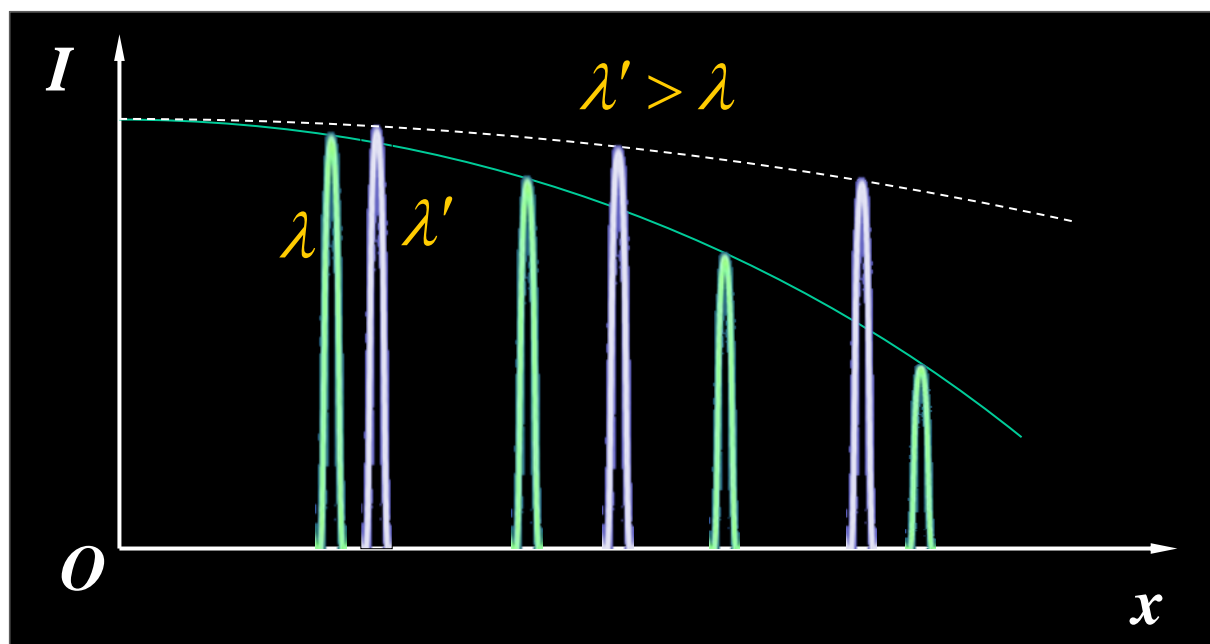
$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{6 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-9}} = 10$$

实际可以观察到0, $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9$ 级共15条谱线.

8.3.3 光栅色散

1. 光栅色散

由 $d \sin \varphi = \pm k \lambda$ 知 d, k 一定, $\lambda \uparrow \longrightarrow \varphi \uparrow$



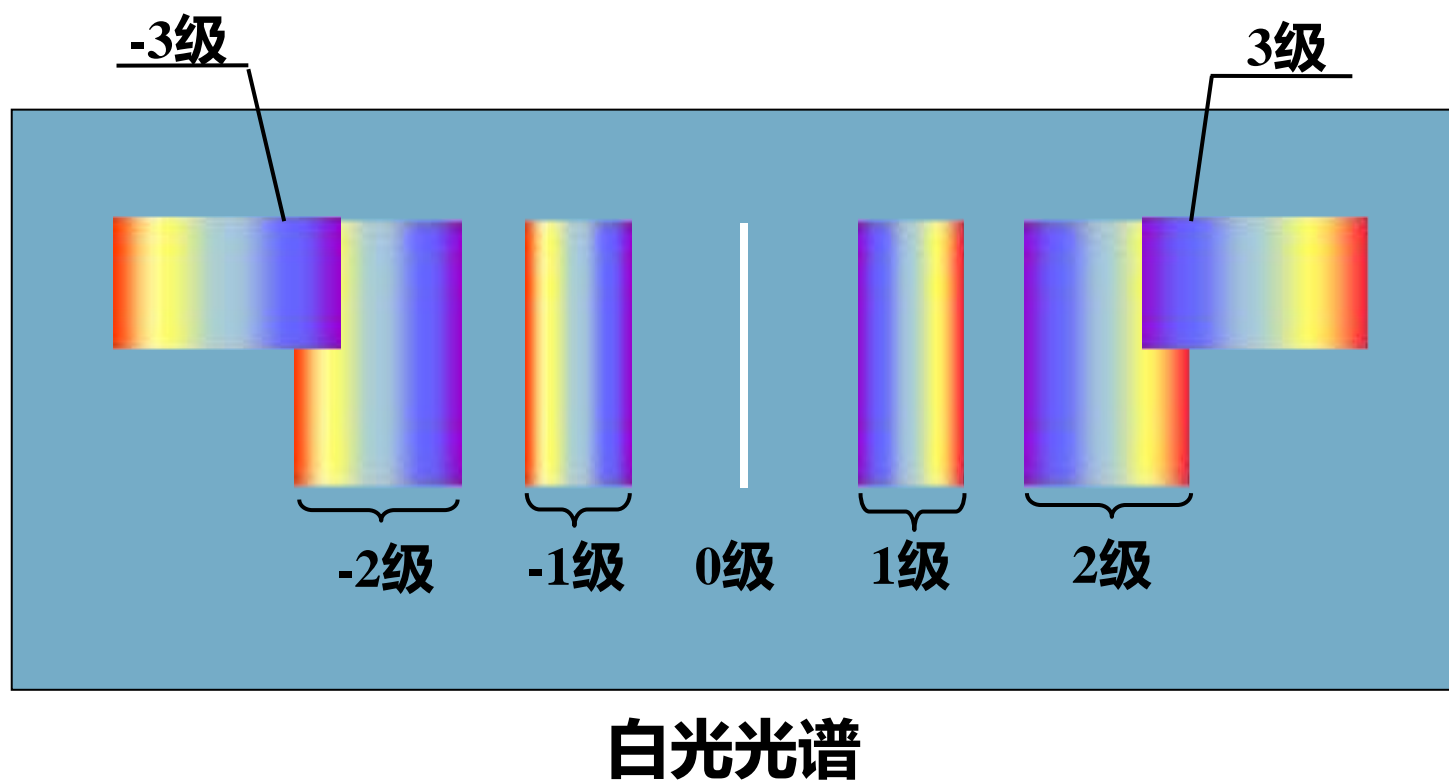
入射光包含几种不同波长的光，经光栅衍射后除中央主极大重合外，彼此分开，该现象称为**光栅色散**。



光盘的凹槽形成一个衍射光栅，在白光下能观察到入射光被分离成彩色光谱.

2. 光栅光谱

光栅衍射产生的按波长排列的谱线.



3. 光栅的分辨本领

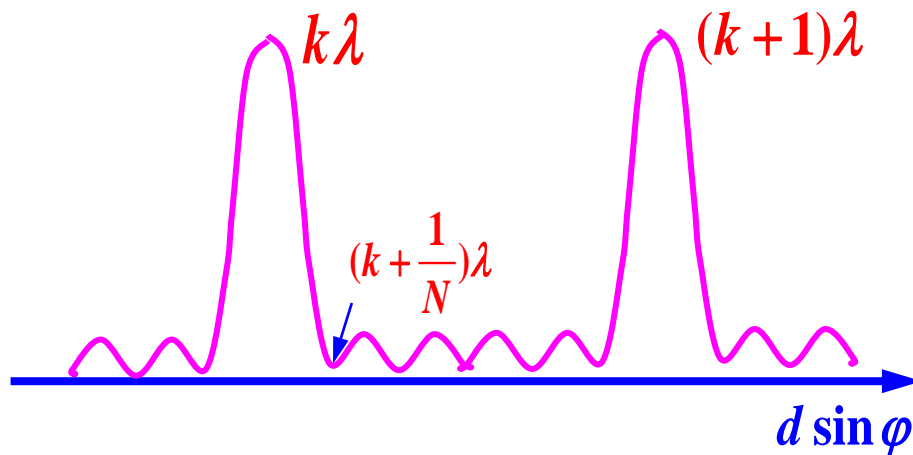
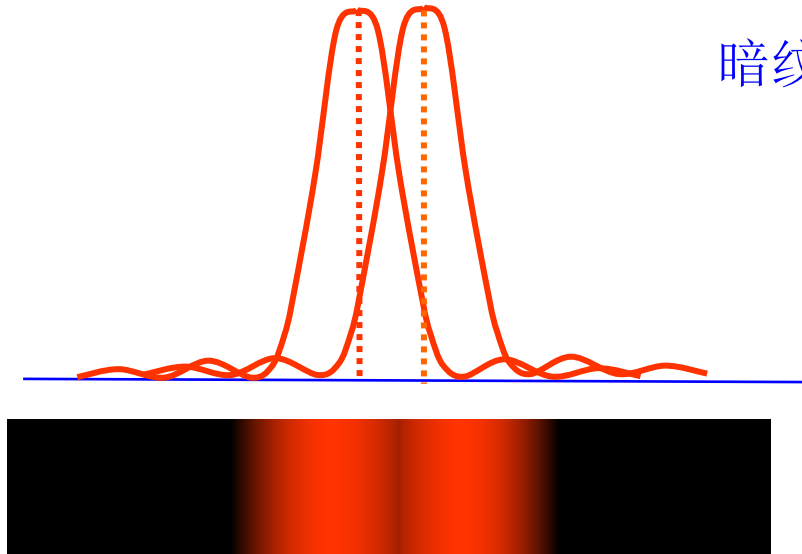
将波长相差很小的两个波长 λ 和 $\lambda + \Delta\lambda$ 分开的能力.

光栅的分辨本领定义为 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

瑞利准则

当条纹的极小与另一个条纹的极大重合时，两个条纹刚好被分辨

暗纹： $Nd \sin \varphi = \pm k' \lambda \quad k' = 1, 2, \dots \quad k' \neq kN$



3. 光栅的分辨本领

将波长相差很小的两个波长 λ 和 $\lambda + \Delta\lambda$ 分开的能力.

光栅的分辨本领定义为 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

两谱线能被光栅分辨的极限

$\lambda + \Delta\lambda$ 的 k 级主极大正好与 λ 的第 $(kN+1)$ 极小重合

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= k(\lambda + \Delta\lambda) \\ d \sin \varphi &= (k + \frac{1}{N})\lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow k(\lambda + \Delta\lambda) = \frac{kN + 1}{N} \lambda$$

整理得 $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$

即

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

增大主极大级次 k 和总缝数 N , 可提高光栅的分辨率

例 用白光垂直照射一光栅，能在 30° 衍射方向观察到 600nm 的第二级主极大条纹，并能在该处分辨的 $\Delta\lambda=0.005\text{nm}$ 两条光谱线，可是在 30° 衍射方向却很难测到 400nm 的主极大条纹。

- 求**
- (1) 光栅相邻两缝的间距；
 - (2) 光栅的总宽度；
 - (3) 光栅上狭缝的最小宽度；
 - (4) 若以此光栅观察钠光谱($\lambda=590\text{nm}$)，当光线垂直入射和以 30° 斜入射时，狭缝宽度为最小宽度时，屏上各呈现的全部条纹的级数。

解 (1) 由光栅方程 $d \sin \varphi = \pm k \lambda$ 得

$$d = \frac{k\lambda}{\sin \varphi} = \frac{2 \times 6 \times 10^{-7}}{\sin 30^\circ} \text{ mm} = 2.4 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

(2) 由 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$ 得 $k = \frac{d}{a} k' \quad k' = \pm 1, \pm 2, \dots$

$$N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \cdot \frac{1}{k} = \frac{600}{0.005} \cdot \frac{1}{2} = 6 \times 10^4$$

则光栅的总宽度为 $Nd = 144\text{mm}$

(3) 由 $d \sin \varphi = \pm k \lambda$ 可得

$$k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda} = \frac{2.4 \times 10^{-6} \cdot \sin 30^\circ}{4 \times 10^{-7}} = 3$$

则狭缝的最小宽度为 $a = \frac{1}{3}d = 8 \times 10^{-4} \text{mm}$

可得相应的缺级级次为: $\pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots$

(4) 由垂直入射光栅方程 $d \sin \varphi = k \lambda$ 可得

$$k_{\max} = \frac{d \sin \frac{\pi}{2}}{\lambda} = \frac{2.4 \times 10^{-6}}{5.9 \times 10^{-7}} = 4.04 \approx 4$$

呈现于屏上的是 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 4$ 这7条主极大明纹.

由斜入射光栅方程 $d(\sin \varphi - \sin \theta) = \pm k \lambda$ 可得

$$k_{\max} = \frac{d[\sin(\pm \frac{\pi}{2}) - \sin 30^\circ]}{\lambda} = \begin{cases} 2.03 \\ -6.1 \end{cases}$$

或

$$k_{\max} = \frac{d[\sin(\pm \frac{\pi}{2}) - \sin(-30^\circ)]}{\lambda} = \begin{cases} -2.03 \\ 6.1 \end{cases}$$

呈现于屏上的是 $0, \pm 1, \pm 2, 4, 5$ ($0, \pm 1, \pm 2, -4, -5$)
这7条主极大明纹.

说明

- (1) 斜入射级次分布不对称.
- (2) 斜入射时, 可得到更高级次的光谱, 提高分辨率.
- (3) 垂直入射和斜入射相比, 完整级次数目不变.

上题中垂直入射级数: $0, \pm 1, \pm 2, \pm 4$

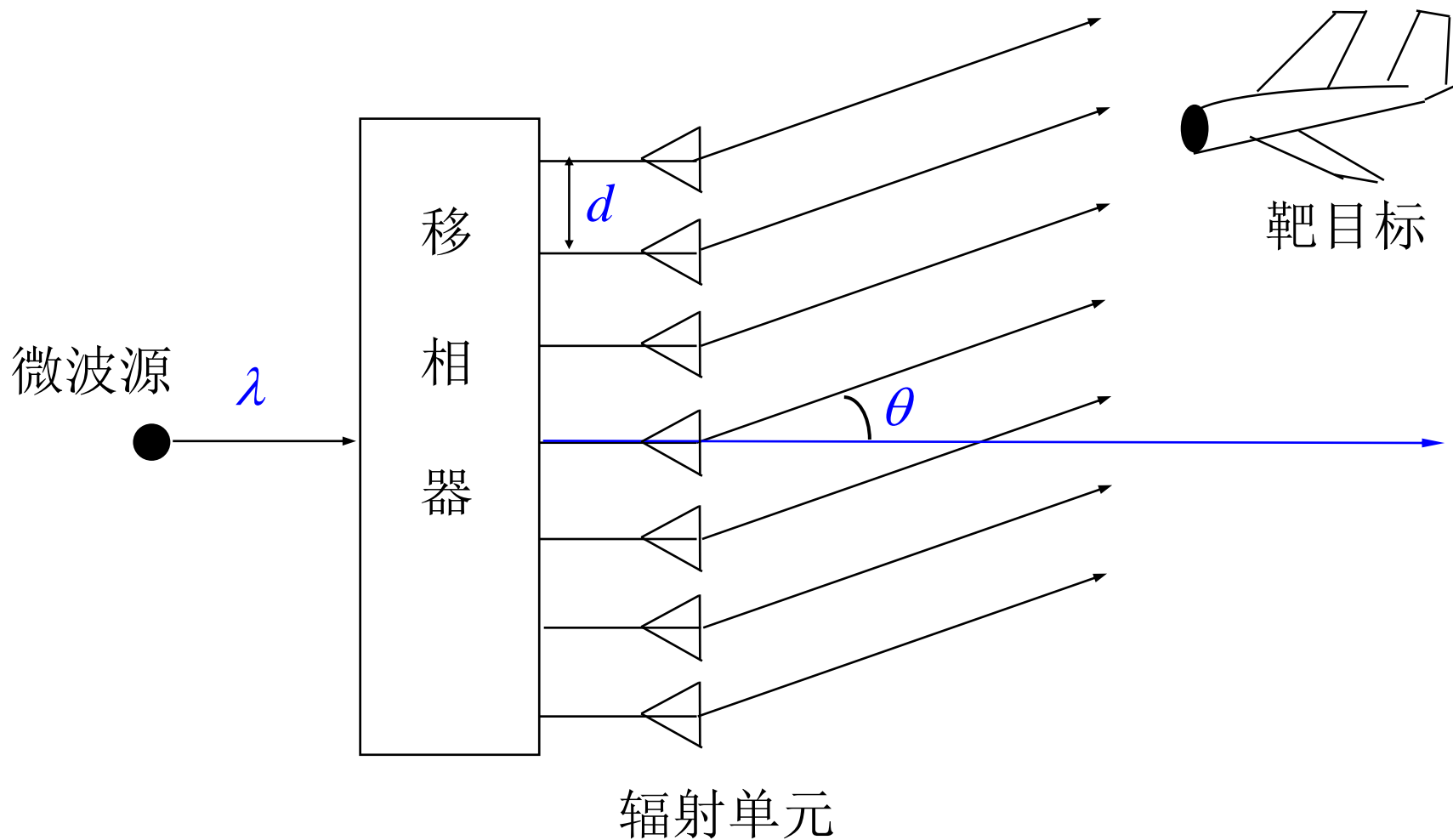
斜入射级数: $0, \pm 1, \pm 2, 4, 5$ ($0, \pm 1, \pm 2, -4, -5$)

- (4) 垂直入射和斜入射相比, 缺级级次相同.

$$\left. \begin{aligned} d(\sin \varphi - \sin \theta) &= \pm k \lambda \\ a(\sin \varphi - \sin \theta) &= \pm k' \lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow k = k' \frac{d}{a} \quad k' = 1, 2, 3, \dots$$

相控阵雷达是由多个辐射单元组成的平面阵列，以扩展扫描范围和提高雷达束强度。

一维阵列的相控阵雷达



一维阵列的相控阵雷达就相当于一个光栅。所不同的是，它用电子学的方法即移相器，可以周期性的连续改变相邻辐射源的相位差，则零级主极大的衍射角也连续变化，从而实现相位控制扫描。

例 已知辐射源的波长为 λ ，相邻两辐射单元的距离为 d ，移相器控制的相邻两辐射单元的相位差为 $\Delta\varphi$ 。

试求 (1) 导出零级主极大衍射角 θ （相位控制扫描）满足的公式；

(2) 也可以固定相邻两辐射单元的相位差 $\Delta\varphi$ ，连续改变辐射源的频率 ν （频率控制扫描）来改变零级主极大衍射角 θ 。导出频率 ν 所满足的公式。

解：（1）零级主极大对应相邻两辐射源的相位差为零，此时移相器的相位差和光程差引起的相位差抵消：

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

所以有 $\sin \theta = \frac{\Delta\varphi \cdot \lambda}{2\pi \cdot d}$

（2）同样由上式可以得到：

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot d \sin \theta}{\Delta\varphi}$$

由： $\lambda = \frac{c}{\nu}$

可得 $\nu = \frac{\Delta\varphi \cdot c}{2\pi \cdot d \cdot \sin \theta}$

或者 $\sin \theta = \frac{\Delta\varphi \cdot c}{2\pi \cdot d \cdot \nu}$

本章小结

1. 单缝夫琅禾费衍射

(1) 暗纹条件

$$a \sin \varphi = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

(2) 明纹条件

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

2. 光学仪器的最小分辨角和分辨本领

最小分辨角

$$\delta_{\varphi} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

;

分辨本领

$$R = \frac{1}{\delta_{\varphi}}$$

3. 光栅衍射

(1) 光栅方程

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

(2) 暗纹条件

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m \lambda}{N}$$

$$m \neq kN$$

(3) 缺级公式

$$k = \frac{d}{a} \cdot k'$$

(k' 取非零整数)

其中, k 是缺级主极大的级次, k' 是单缝衍射暗纹的级数。

(4) 光栅的分辨本领

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = kN$$

1. 同一束单色光从空气射入水中，颜色、频率、波长、波速怎么变化？ 光的颜色、频率不变，波长、波速都变小

2. 一竖立的肥皂膜在单色光照射下表面会形成明暗相间的条纹。则在下列说法中正确的是

- A. 干涉条纹基本上是水平的 ✓
- B. 干涉条纹的产生是由于光线在肥皂膜前后表面上反射的两列波叠加的结果 ✓
- C. 干涉条纹基本上是竖直的
- D. 两列反射波的波谷与波谷叠加的地方出现暗纹
- E. 干涉条纹是彩色的

3. 从普通光源获得相干光的常用方法有分振幅干涉法和分波前干涉法两种

4. 在单缝的夫琅禾费衍射中，入射光波长为 λ ，单缝的宽度为 a ，则关于菲涅尔半波带法，下列叙述正确的是

- A. ± 1 级暗纹正好对应着单缝处的波面可划分为2个半波带 ✓
- B. ± 2 级暗纹正好对应着单缝处的波面可划分为4个半波带 ✓
- C. 之所以叫半波带法，是因为每个半波带的宽度均为 $\lambda/2$
- D. 单缝处的波面总是可以分成整数个半波带，偶数个半波带对应的是暗条纹，奇数个半波带对应的是明条纹
- E. 不同衍射角对应的半波带的宽度不同，衍射角 φ 对应的半波带的宽度为 $a \sin \varphi$
- F. ± 2 级暗纹正好对应着单缝处的波面可划分为2个半波带

如图所示，一射电望远镜天线设在湖岸上，距湖面高度为 h ，对岸地平线上方有一恒星刚在升起，恒星发出波长为 λ 的电磁波，试求当天线测得第一级干涉极大时恒星所在的角位置
(提示：作为劳埃德镜干涉分析)

光程差：

$$\delta = AC - BC + \frac{\lambda}{2} = \lambda$$

$$AC = \frac{h}{\sin \theta}$$

$$BC = AC \cos 2\theta$$

