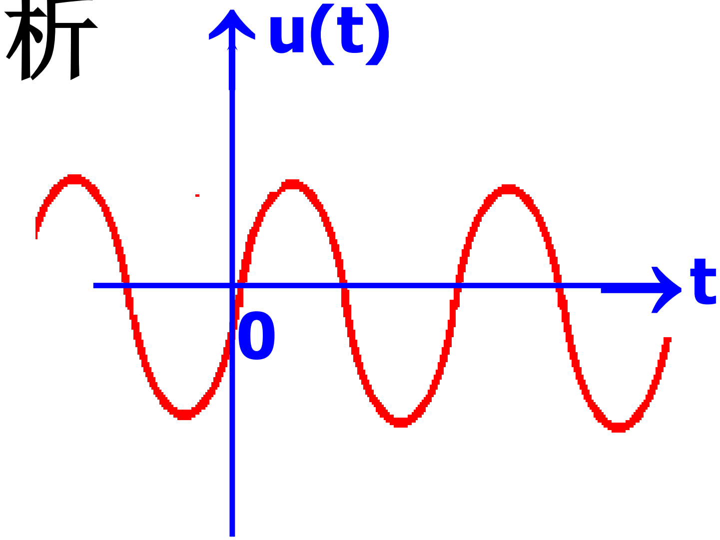
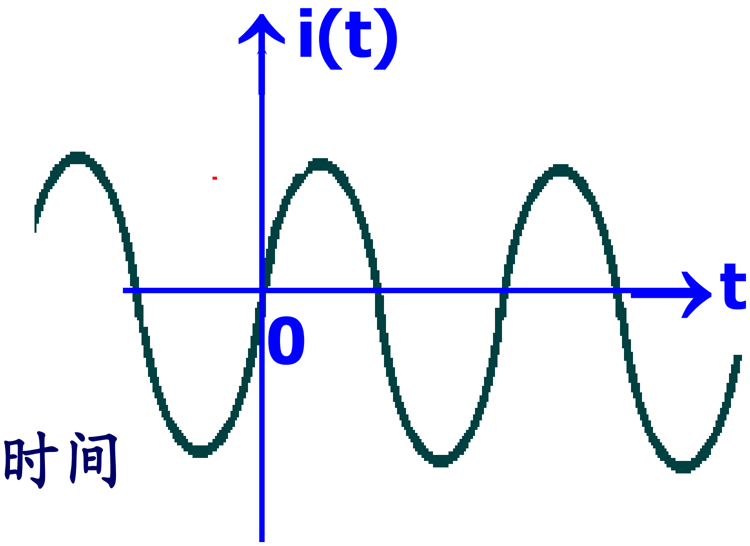
第五章 正弦稳态电路分析



5-1 正弦量及其描述

正弦量：

随时间按正弦规律变化的电流或电压或功率等电量。



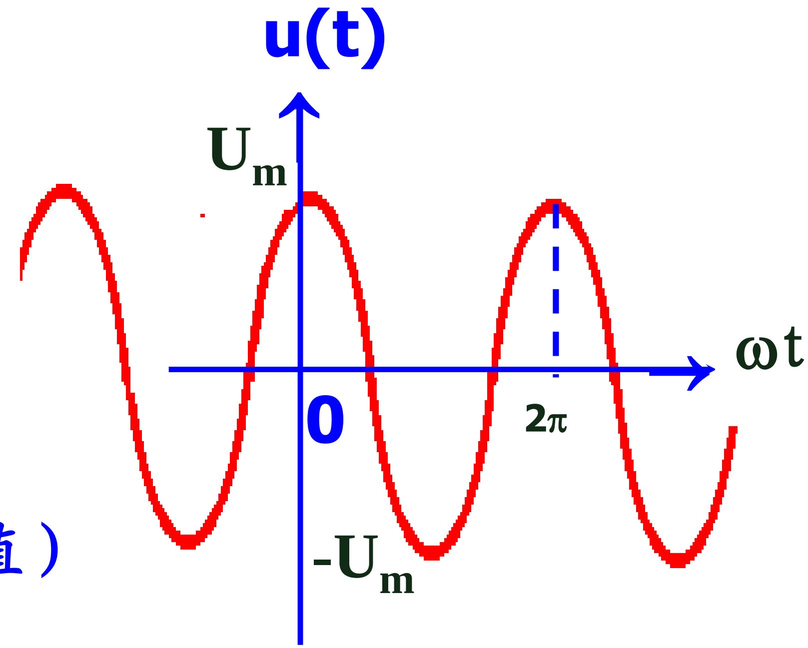
正弦稳态电路：

激励为正弦量，且加入激励的时间为t=-∞时的电路。

一、正弦量的时域表示

1、波形表示：

$\omega=2\pi f=2\pi/T$　其中，$f=1/T$



2、函数表示：

$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)$（瞬时值）

$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i)$

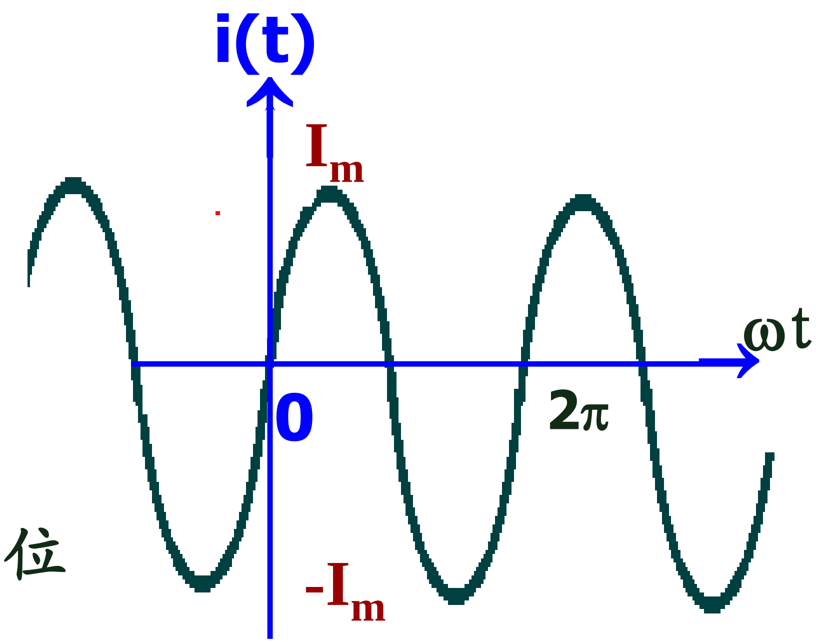
其中：

U_m——最大值 (V)

ω——角频率(rad/s)

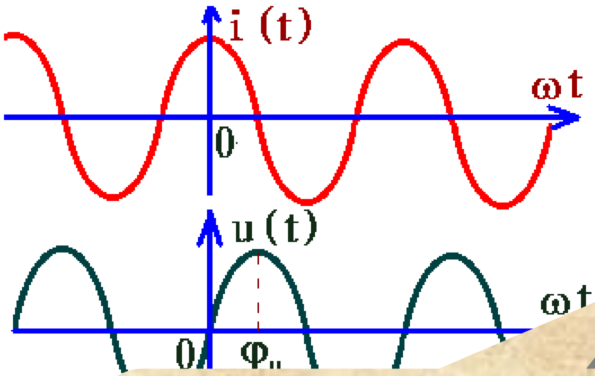
φ_u——初相位 (rad或度)

正弦量三要素



$(\omega t+\varphi u)$为正弦量的相位角，简称相位

3、相位差



$$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)$$

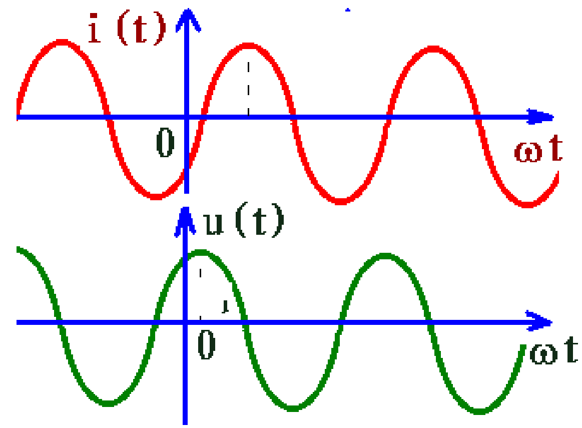
$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i)$$

相位差：$|\varphi| \le |\pi|$

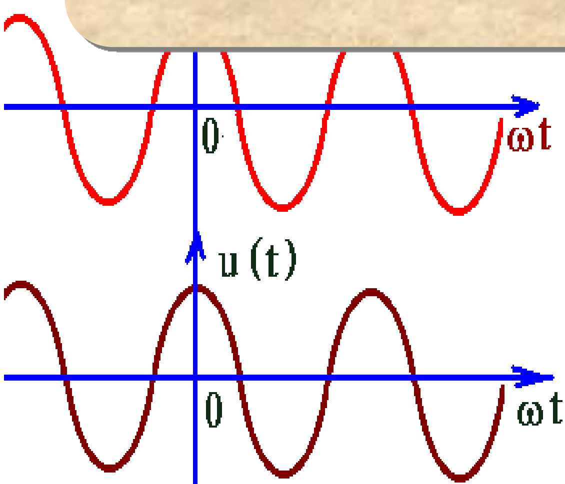
$$\varphi = (\omega t+\varphi_u) - (\omega t+\varphi_i)$$

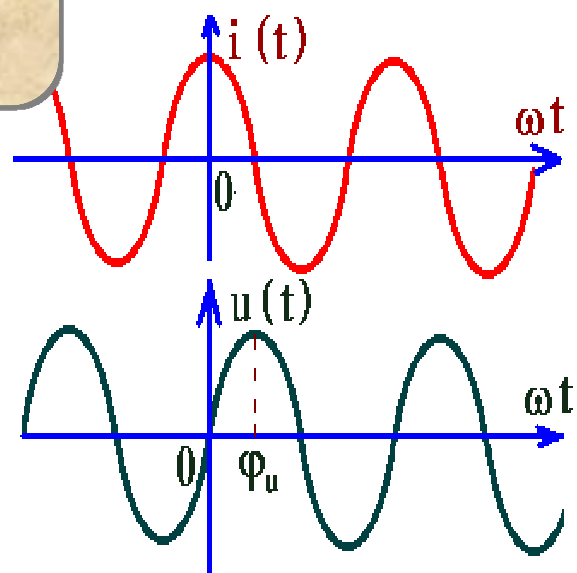
$$= \varphi_u - \varphi_i$$

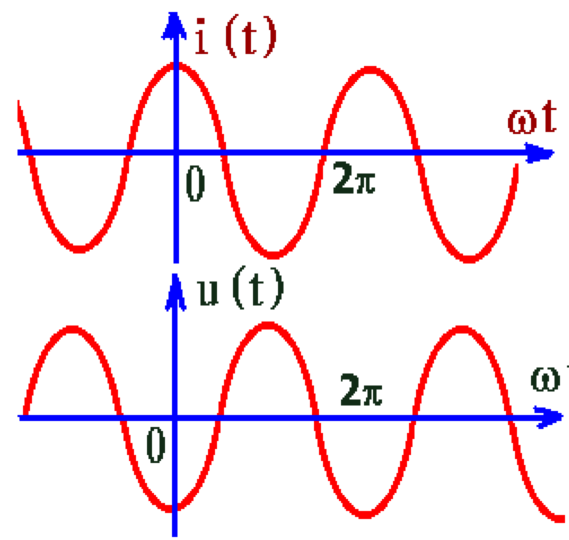
两个**同频率**的正弦量的相位之差，也是初相之差。



$\varphi > 0$ 电压超前







$\varphi = 0$ 同相

$\varphi = \pm 90^o$ 正交

$\varphi = \pm 180^o$ 反相

4、有效值：周期信号一个周期内的方均根值。

电压u(t)：

$$U=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$$

电流i(t)：

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$$

对于正弦量： $u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)$

$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=0.707U_m$$

$i(t)=I$

$$0.707I_m$$

符号的规定：
有效值用符号U表示，
最大值用符号Um表示。

物理意义：在一个周

相等的热量。

正弦量又可表示为：原形式：$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)$

$$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_u)\qquad i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i)$$

二、正弦量的频域表示

1、正弦稳态电路特点：

$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)$

若所有激励为同频率的正弦量，则线性电路响应为同频率的正弦量。

2、正弦量相量表示：

推导：$i(t)=\sqrt{2}\,I\cos(\omega t+\varphi_i)=\mathrm{Re}[\sqrt{2}\,I\,e^{j(\omega t+\varphi_i)}]=\mathrm{Re}[\sqrt{2}\,I\,e^{j\varphi_i}e^{j\omega t}]$

定义：$\dot{I}=Ie^{j\varphi_i}=I\angle\varphi_i$

为正弦电流的有效值相量，其模为正弦电流的有效值，幅角为正弦电流的初相角。

同理：$\dot{U}=Ue^{j\varphi_u}=U\angle\varphi_u$

为正弦电压的有效值相量，其模为正弦电压的有效值，幅角为正弦电压的初相角。

因此，正弦量与相量的对应关系为：

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i) \longleftrightarrow \dot{I}=I\angle\varphi_i$$

$$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u) \longleftrightarrow \dot{U}=U\angle\varphi_u$$

最大值相量：

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i) \longleftrightarrow \dot{I}_m=I_m\angle\varphi_i$$

$$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u) \longleftrightarrow \dot{U}_m=U_m\angle\varphi_u$$

最大值相量与有效值相量的关系：$\dot{I}_m=\sqrt{2}\dot{I}$ $\quad \dot{U}_m=\sqrt{2}\dot{U}$

规定：若无特别说明，相量均指有效值相量。

说 明:

1）相量是正弦量在频域里的表示形式

（注：正弦量的时域表示形式是波形或者函数）。

2）相量为一个复数，

它可表示为极坐标形式（ $\dot{U}=U\angle\varphi_u$ 或者 $\dot{U}=Ue^{j\varphi_u}$ ），

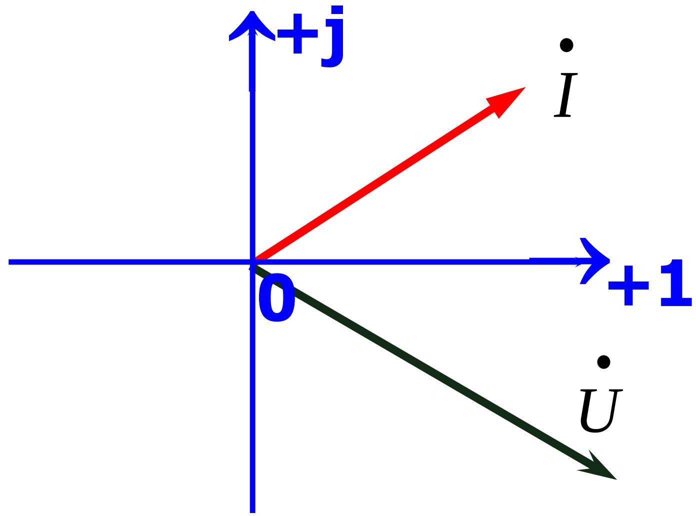
也可表示为直角坐标形式（ $\dot{U}=U\cos\varphi_u+jU\sin\varphi_u$ ）。

3）正弦量的频域表示与时域表示形成一一对应的关系。

3、相量图：在一个复平面表示相量的图。

$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i) \rightarrow \dot{I}=I\angle\varphi_i$

$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u) \rightarrow \dot{U}=U\angle\varphi_u$



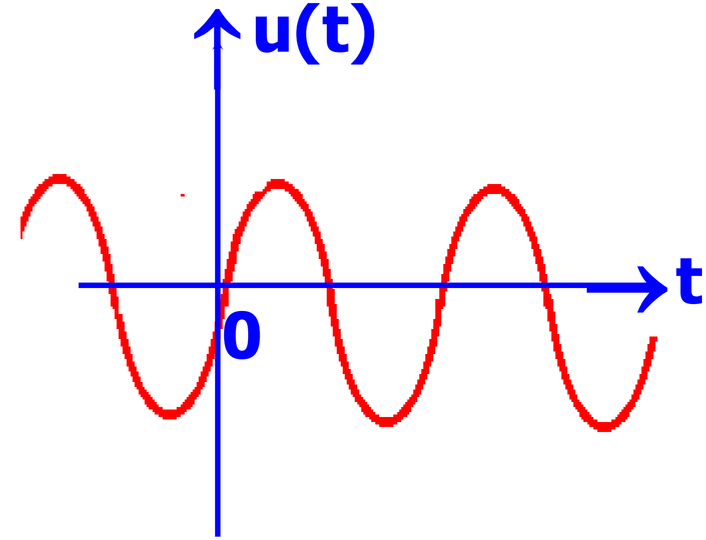
4、相量法：以相量表示正弦量对正弦稳态电路进行分析的方法。

正弦量：随时间按正弦规律变化的电流或电压或功率等电量。

正弦量的时域表示

2、函数表示

1、波形表示



$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)$

$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i)$

I

f、T

φ

正弦量的频域表示形式：相量，用符号 $\dot{I}$ 表示，其中，$\dot{I}=I\angle\varphi_i$

$$\dot{I}_m=\sqrt{2}\dot{I} \quad \dot{U}_m=\sqrt{2}\dot{U}$$

将时间函数化为非时间函数(相量)、将变量计算化为常量计算。

例1：写出下列正弦量的相量形式：

$$i_1(t)=5\sqrt{2}\cos(\omega t+53.1^\circ)$$

$$i_2(t)=10\sqrt{2}\cos(\omega t-36.9^\circ)$$

$$\dot{I}=I\angle\varphi_i$$

解：

$$\dot{I}_1=5\angle 53.1^\circ=3+j4$$

$$\dot{I}_2=10\angle -36.9^\circ=8-j6$$

例2：写出下列正弦量的时域形式：

解：

$$\dot{U}_1=-3+j4=5\angle 126.9^\circ \qquad u_1(t)=5\sqrt{2}\cos(\omega t+126.9^\circ)$$

$$\dot{U}_2=8- \quad \cdots \quad \sqrt{2}\cos(\omega t-36.9^\circ)$$

思 路： 将此直角坐标形式首先转换为<u>极坐标形式</u>，才能求出对应的时域形式。

5-2　相量形式KCL和KVL

一、KCL：

时域:

对于任一集中参数电路，在任一时刻，流出（或流入）任一节点的电流代数和等于零。

$$\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = 0 \qquad \sum_{k=1}^{n} \sqrt{2} I_k \cos(\omega t + \varphi_{ik}) = 0$$

频域:

以相量表示正弦量，有：

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0}$$

在正弦稳态电路中，对于任一节点，流出（或流入）该节点的电流相量代数和等于零。

二、KVL：

时域:

对于任一集中参数电路，在任一时刻，对任一回路，按一定绕行方向，其电压降的代数和等于零。

$$\sum_{k=1}^{m} u_k(t) = 0 \qquad \sum_{k=1}^{m} \sqrt{2} U_k \cos(\omega t + \varphi_{uk}) = 0$$

频域:

以相量表示正弦量，有：

$$\boxed{\sum_{k=1}^{m} \dot{U}_k = 0}$$

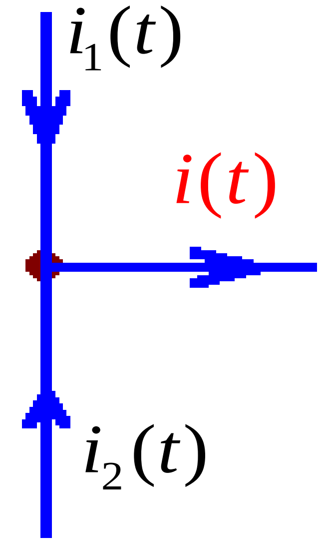
在正弦稳态电路中，对任一回路，按一定绕行方向，其电压降相量的代数和等于零。

例1：如图，已知：

$$i_1(t) = 5\sqrt{2}\cos(\omega t + 53.1^\circ)$$

$$i_2(t) = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - 36.9^\circ)$$

求： $\boxed{i(t)}$



解：以相量表示正弦量，有：

$$\dot{I}_1 = 5\angle 53.1^\circ = 3 + j4$$

$$\dot{I}_2 = 10\angle -36.9^\circ = 8 - j6$$

$$\boxed{i(t) = i_1(t) + i_2(t)}$$

$$\boxed{\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2}$$

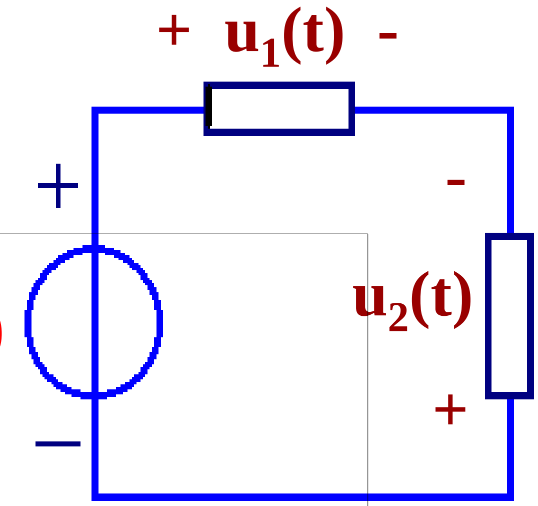
由KCL，有：

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 11 - j2 = 11.18\angle -10.3^\circ$$

$$= 15\angle 16.2^\circ$$

$$\therefore \quad i(t) = 11.18\sqrt{2}\cos(\omega t - 10.3^\circ)$$

例2 图示电路，已知：



$$u_1(t)=6\sqrt{2}\cos(\omega t+30°)$$

$$u_2(t)=4\sqrt{2}\cos(\omega t+60°)$$

求：$\boxed{u_3(t)}$

$$\boxed{u_1(t)-u_2(t)-u_3(t)=0}$$

解：以相量表示正弦量，有

$$\dot{U}_1=6\angle 30° \qquad \dot{U}_2=4\angle 60°$$

$$\boxed{\dot{U}_1-\dot{U}_2-\dot{U}_3=0}$$

由KVL，有：

$$\dot{U}_3=\dot{U}_1-\dot{U}_2=(5.19+j3)-(2+j3.45)$$

$$=3.19-j0.45=3.22\angle -8.03°$$

$$\therefore \quad u_3(t)=3.22\sqrt{2}\cos(\omega t-8.03°)$$

5-3 电阻元件伏安关系的相量

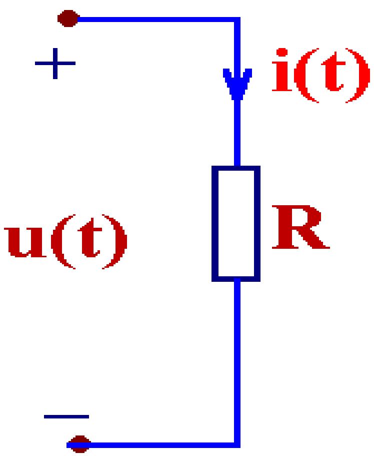
关键点：

1、响应为同频率的正弦量；

2、时域表达式满足欧姆定理，有效值、最大值也满足欧姆定理；

3、电压与电流同相位。

一、时域分析：

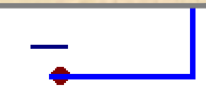


$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i)$$

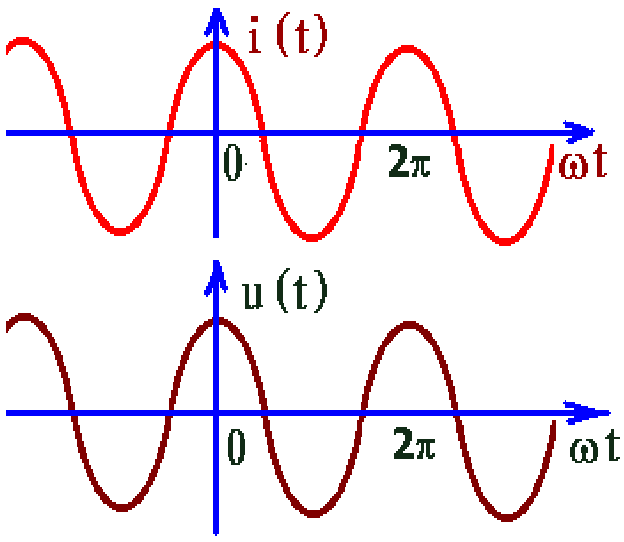
$$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\phi_u)$$

$$u(t)=Ri(t)$$

$$=\sqrt{2}IR\cos(\omega t+\varphi_i)$$



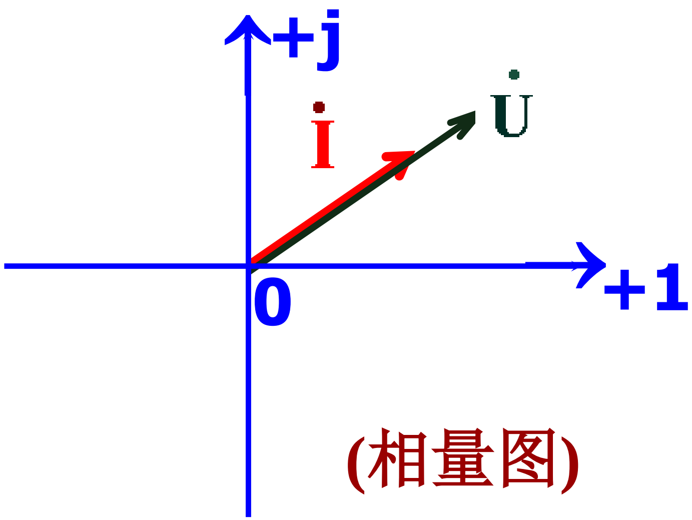
$$\therefore \dot{U}=R\dot{I}$$



∴ U=IR

$\varphi_u=\varphi_i$

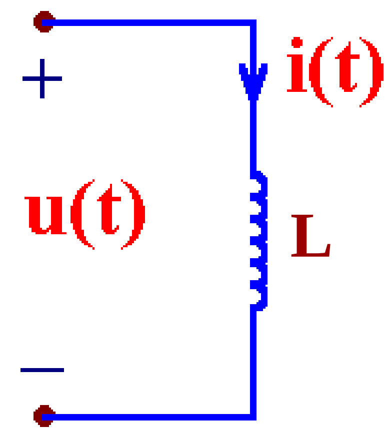
（波形）



(相量图)

5-4 电感元件伏安关系的相量形式

一、线性电感元件：



1、定义：韦安特性为ψ-i平面一条过原点直线的二端元件。

2、特性：

1） ψ(t)=Li(t);

2) WAR为ψ-i平面过原点的一条直线;

3）VAR:

$$u(t)=L\frac{di(t)}{dt}$$

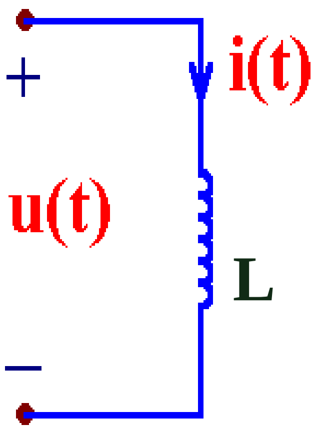
4) 无源元件

5) 储能元件

6）动态元件

7）记忆元件

二、时域分析：



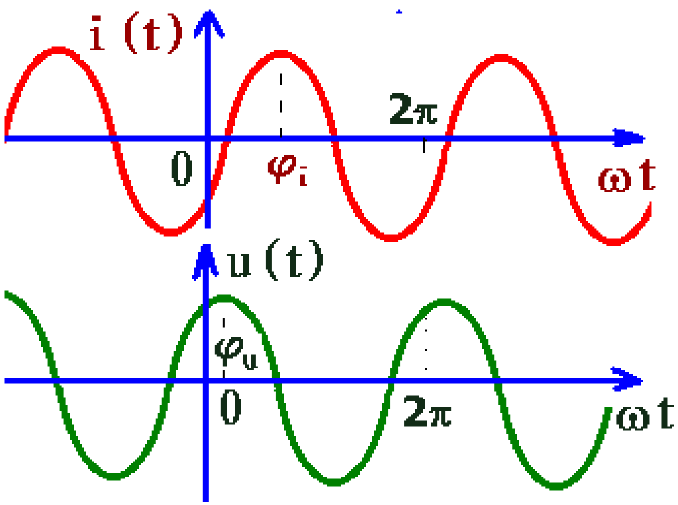
$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i)$$

$$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\phi_u)$$

$$u(t)=L\frac{di(t)}{dt}$$

$$=-\sqrt{2}I\omega L\sin(\omega t+\varphi_i)$$

$$=\sqrt{2}I\omega L\cos(\omega t+\varphi_i+90°)$$



(波形)

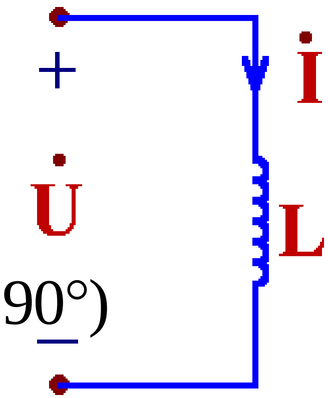
∴ U= ωL I

$\varphi_u=\varphi_i+90°$

$X_L=\omega L$ (感

$U=X_L I$

三、频域分析



$$\dot{I}=I\angle\varphi_i$$

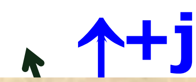
$$\dot{U}=U\angle\varphi_u$$

$$=I\omega L\angle(\varphi_i+90°)$$

$$=j\omega LI\angle\varphi_i$$

$$\dot{U}=j\omega L\dot{I}=jX_L\dot{I}$$

$jX_L=j\omega L$ (复感抗)

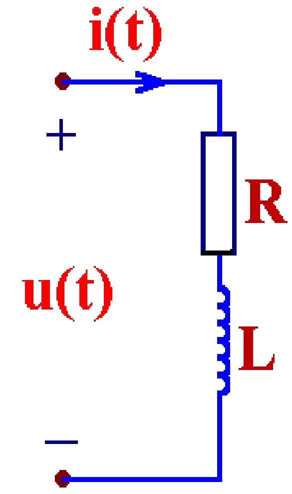


1、U=ωLI或U=X_LI为有效值形式下对应的欧姆定律；

2、最大值也满足欧姆定律；

3、电压超前电流90度。

五、实际电感模型



例：如图所示实际电感模型中的R=10Ω，L=50mH，通过的电流为：$i(t)=10\sqrt{2}\cos(314t+36.9°)A$

求：电压 $u_R(t)$, $u_L(t)$ 和 $u(t)$。

解：$\dot{I}=10\angle 36.9°$ $\quad \dot{U}_R=\dot{I}R=100\angle 36.9°=80+j60$

$$\dot{U}_L=jX_L\dot{I}=j\omega L\dot{I}=157\angle 126.9°=-94.27+j125.55$$

$$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L=-14.27+j185.55=186.1\angle 94.4°$$

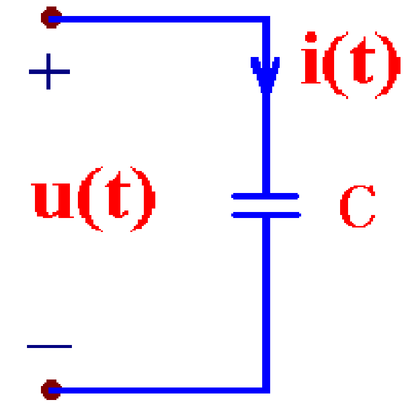
$$\therefore \quad u(t)=186.1\sqrt{2}\cos(314t+94.4°)V$$

$$u_R(t)=100\sqrt{2}\cos(314t+36.9°)V$$

$$u_L(t)=157\sqrt{2}\cos(314t+126.9°)V$$

5-5 电容元件伏安关系的相量形式

一、线性电容元件:



1、定义: 库伏特性为q-u平面一条过原点直线的二端元件。

2、特性:

1） q(t)=Cu(t);

2) 库伏特性为q-u平面过原点的一条直线;

3）VAR:

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$$

4) 无源元件

5）储能元件

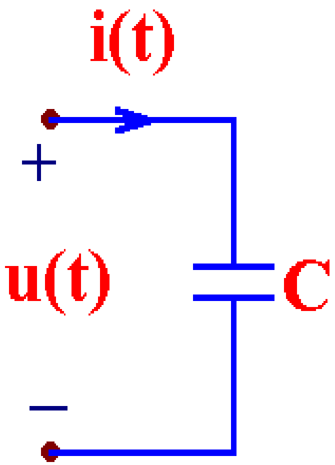
6）动态元件

7）记忆元件

二、时域分析：

$$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_u)$$

（波形）

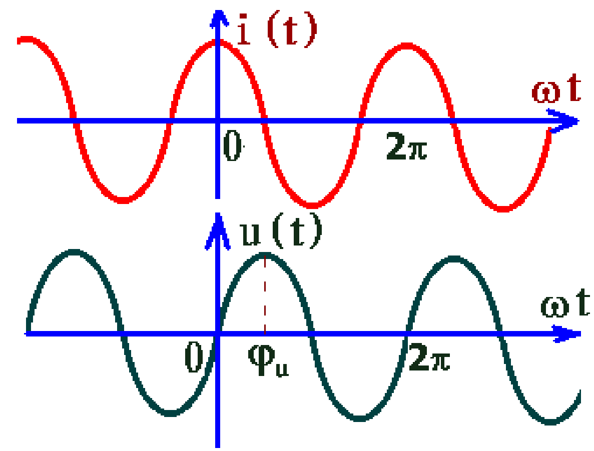


$$i(t)=C\frac{du(t)}{dt}$$

$$=-\sqrt{2}U\omega C\sin(\omega t+\varphi_u)$$

$$=\sqrt{2}U\omega C\cos(\omega t+\varphi_u+90°)$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\phi_i)$$

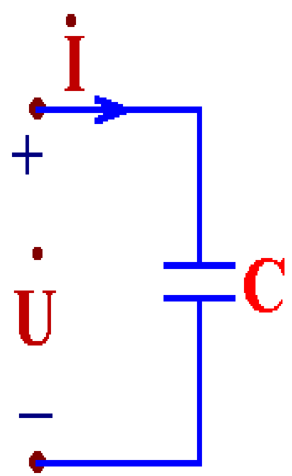


$\therefore$ $I=U\omega C$ $\quad\varphi_i=\varphi_u+90^{o}$

或 $U=\dfrac{1}{\omega C}I$

三、频域分析

$$\dot{U}=U\angle\varphi_u$$



$$\dot{I}=I\angle\varphi_i$$

$$=U\omega C\angle(\phi_u+90°)$$

$$=j\omega CU\angle\varphi_u$$

$$\dot{I}=j\omega C\dot{U}=jB_C\dot{U}$$

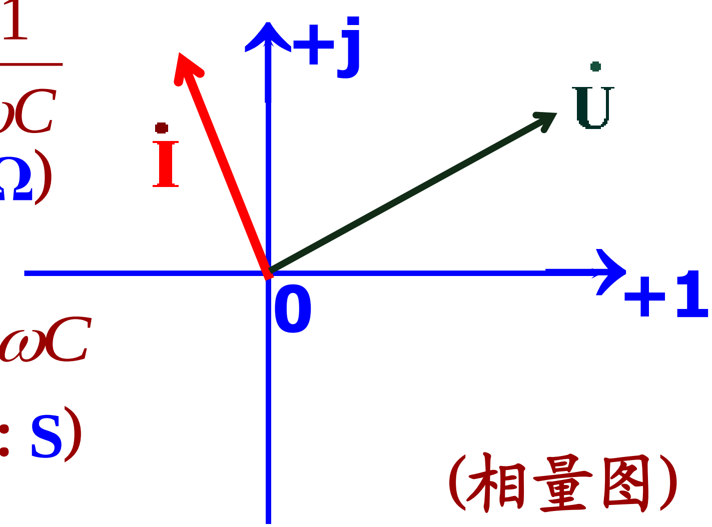
$$X_C=\frac{1}{\omega C}$$

（容抗: Ω）

$$B_C=\omega C$$

（容纳: S）

或 $\dot{U}=\dfrac{1}{j\omega C}\dot{I}=-jX_C\dot{I}$



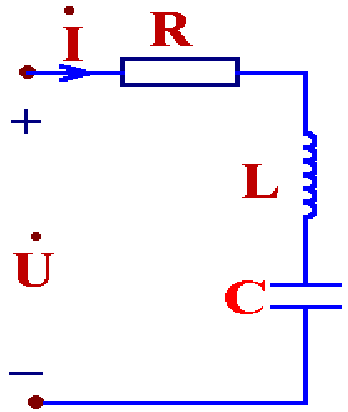
（相量图）

小结

	时域	频域
正弦交流电路中 **电阻**元件的伏安关系	$u(t)=Ri(t)$ **U = IR** $\varphi_u=\varphi_i$	$\dot{U}=R\dot{I}$
正弦交流电路中 **电感**元件的伏安关系	$u(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}$ **U = ωL I** $\varphi_u=\varphi_i+90^{\circ}$	$\dot{U}=j\omega L\dot{I}$ $=jX_L\dot{I}$
正弦交流电路中 **电容**元件的伏安关系	$i(t)=C\dfrac{du(t)}{dt}$ $U=\dfrac{1}{\omega C}I$ $\varphi_i=\varphi_u+90^{\circ}$	$\dot{U}=\dfrac{1}{j\omega C}\dot{I}$ $=-jX_C\dot{I}$

5-6 复阻抗、复导纳及等效变换

一、复阻抗:



$$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L+\dot{U}_C$$

$$=R\dot{I}+j\omega L\dot{I}-j\frac{1}{\omega C}\dot{I}=(R+j\omega L-j\frac{1}{\omega C})\dot{I}$$

$$\dot{U}=Z\dot{I}$$

在正弦激励下，Z称为复阻抗。

思 考：Z的量纲？

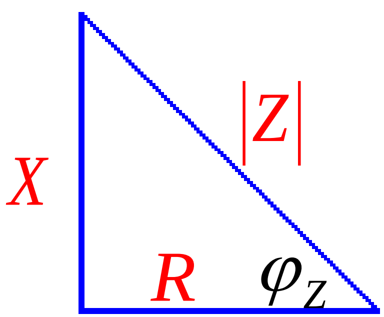
有：$Z=R+jX=|Z|\angle\varphi_Z$

其中：R：电阻　X：电抗

Z：复阻抗（简称“阻抗”）

|Z|—阻抗模　φ_Z—阻抗角

$$|Z|=\sqrt{R^2+X^2}\qquad \varphi_Z=\arctan\frac{X}{R}$$



阻抗三角形

$Z = R + jX$

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j(X_L - X_C)$$

$$\varphi_Z = \arctan\frac{X}{R}$$

讨 论:

1、复阻抗 Z 取决于电路结构、元件参数和电路工作频率;

2、 Z的物理意义:

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U\angle\varphi_u}{I\angle\varphi_i} = \frac{U}{I}\angle(\varphi_u - \varphi_i) = |Z|\angle\varphi_Z$$

$$|Z| = \frac{U}{I}$$

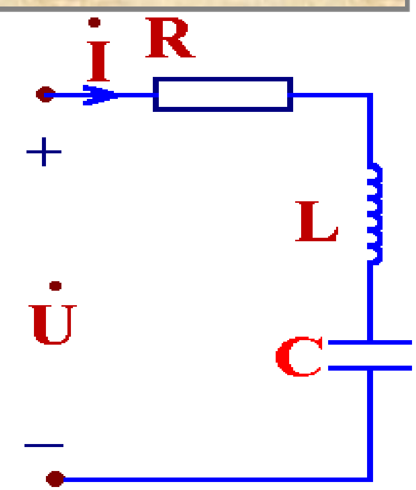
$$\varphi_Z = \varphi_u - \varphi_i$$

阻抗模:电压与电流有效值之比

阻抗角:电压超前电流的角度

3、 Z 反映电路的固有特性: Z=R+jX

$X=0$	$Z=R$	$\varphi_Z=0$	电阻性
$X>0$	$X_L>X_C$	$\varphi_Z>0$	电感性
$X<0$	$X_L<X_C$	$\varphi_Z<0$	电容性



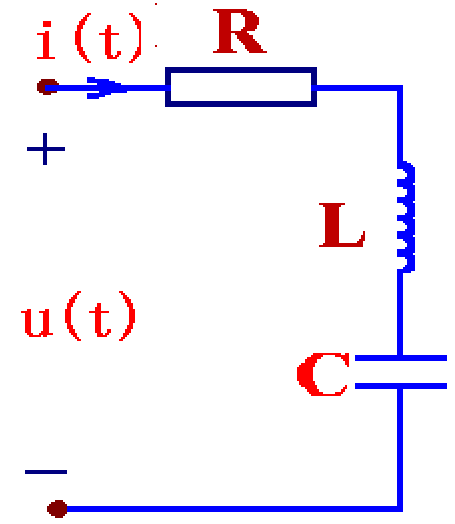
4、Z为复数,描述电路的频域模型,但不是相量。

原因?

举例：图示电路中已知R=15Ω,L=12mH, C=5μF,

$$u(t)=100\sqrt{2}\cos(5000t)V$$

求：$Z,\dot{I},\dot{U}_R,\dot{U}_L,\dot{U}_C$.



解： $j\omega L=j60\Omega,\quad \dfrac{1}{j\omega C}=-j40\Omega$

$$Z=R+j\omega L-j\frac{1}{\omega C}=15+j20=25\angle 53.1^\circ\Omega$$

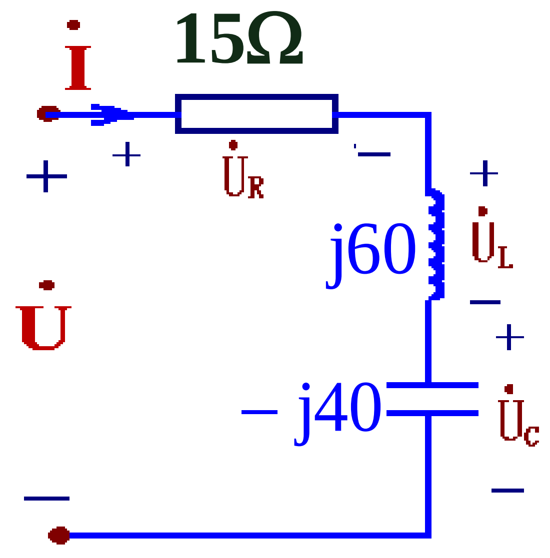
$$\dot{U}=100\angle 0^\circ V$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=4\angle -53.1^\circ A$$

$$\dot{U}_R=\dot{I}R=60\angle -53.1^\circ V$$

$$\dot{U}_L=j\omega L\dot{I}=240\angle 36.9^\circ V$$

$$\dot{U}_C=-j\frac{1}{\omega C}\dot{I}=160\angle -143.1^\circ V$$



二、复导纳

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}$$

令：$Y = \frac{1}{Z}$ （复导纳）

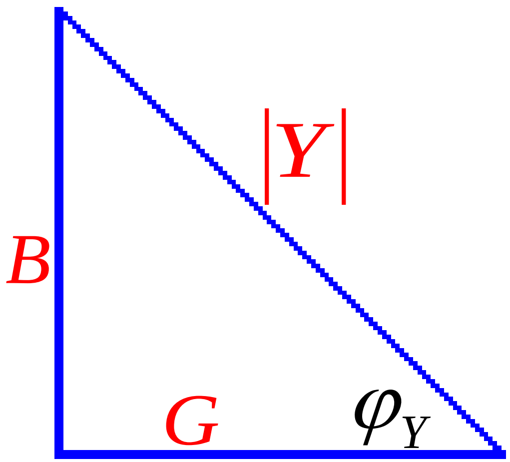
$$Y = G + jB = |Y|\angle\varphi_Y$$

其中：G：电导　B：电纳

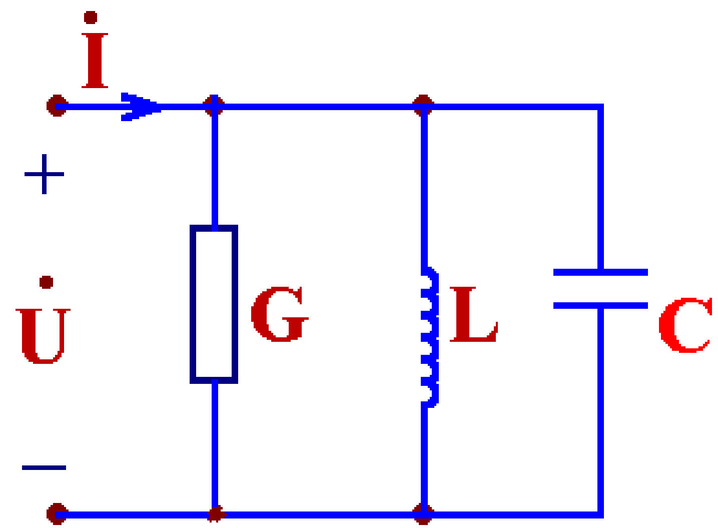
Y：复导纳（简称“导纳”）

|Y|— 导纳模　φ_Y—导纳角

$$|Y| = \sqrt{G^2 + B^2} \qquad \varphi_Y = \arctan\frac{B}{G}$$



导纳三角形：



例：$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = G + j(B_C - B_L)$

$Y = G + jB$

$$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = G + j(B_c - B_L)$$

讨 论:

1、复导纳取决于电路结构、元件参数和电路工作频率;

2、 Y的物理意义:

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I\angle\varphi_i}{U\angle\varphi_u} = \frac{I}{U}\angle(\varphi_i - \varphi_u) = |Y|\angle\varphi_Y$$

$$|Y| = \frac{I}{U}$$

$$\varphi_Y = \varphi_i - \varphi_u$$

导纳模:电流与电压有效值之比

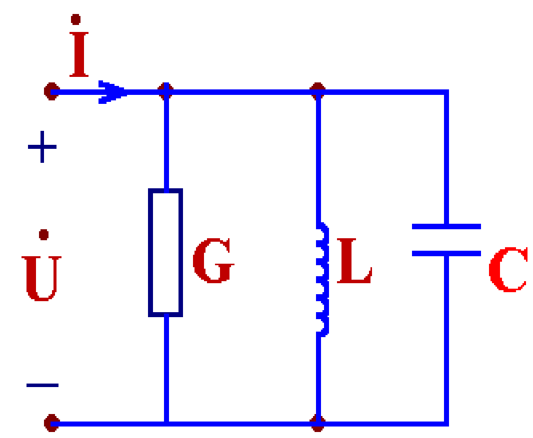
导纳角:电流超前电压的角度

3、 Y反映电路的固有特性: Y=G+jB

B=0 Y=G $\varphi_Y=0$ 电阻性

B>0 $B_L<B_C$ $\varphi_Y>0$ 电容性

B<0 $B_L>B_C$ $\varphi_Y<0$ 电感性



4、Y为复数,描述电路的频域模型,但不是相量。

对 比：

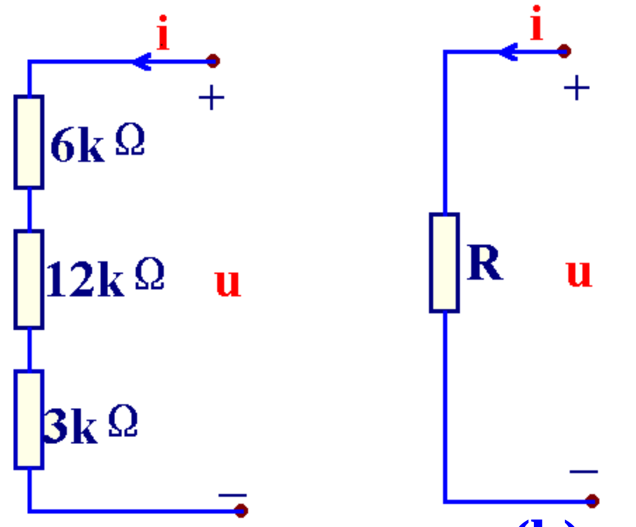
直流稳态电路中，电阻的串联连接及特点（第2章内容回顾）

<u>电阻串联</u> 定义：多个电阻顺序相连，流过同一电流的连接方式。

特点：

1）等效电阻： $R=\sum_{k=1}^{N}R_k$

2）电阻分压公式： $u_m=\dfrac{R_m}{\sum_{k=1}^{N}R_k}u$



(a) (b)

正弦稳态电路中，频域复阻抗的串联连接及特点（本章内容）

<u>复阻抗串联</u>

等效复阻抗： $Z=\sum_{k=1}^{N}Z_k$

复阻抗分压公式： $\dot{U}_m=\dfrac{Z_m}{\sum_{k=1}^{N}Z_k}\dot{U}$

对 比（续）：

直流稳态电路中，电阻的并联连接及特点（第2章内容回顾）

<u>电阻并联</u> 多个电阻首端相连、末端相连，施加同一电压的连接方式。

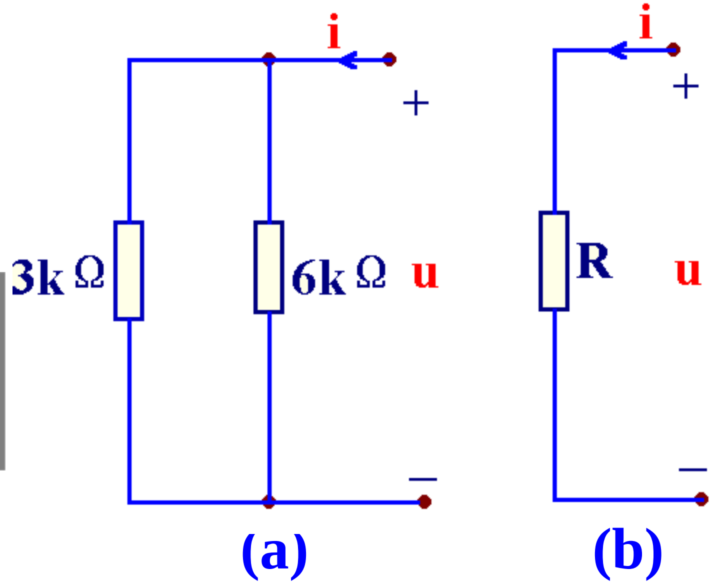
特点:

1）等效电导:

$$G=\sum_{k=1}^{N}G_k$$

2）电阻分流公式:

$$i_m=\frac{G_m}{\sum_{k=1}^{N}G_k}i$$



正弦稳态电路中，频域复阻抗的并联连接及特点（本章内容）

<u>复阻抗并联</u>

等效复导纳:

$$Y=\sum_{k=1}^{N}Y_k$$

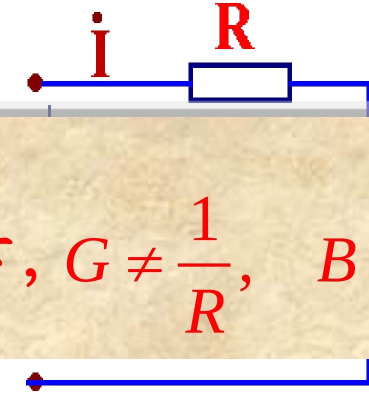
复阻抗分流公式:

$$\dot{I}_m=\frac{Y_m}{\sum_{k=1}^{N}Y_k}\dot{I}$$

三、 复阻抗与复导纳的等效变换

1、已知复阻抗，求等效的复导纳。

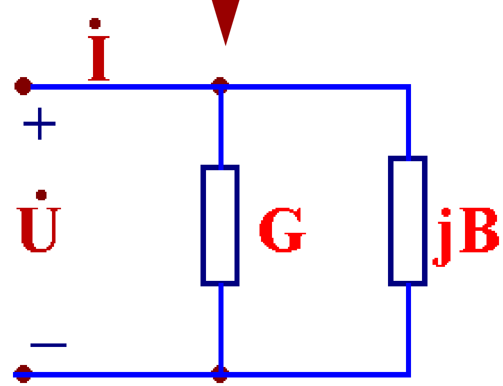
$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R+jX=|Z|\angle\varphi_Z$$



注 意:

一般情况下，$G\neq\frac{1}{R}$，　$B\neq\frac{1}{X}$

$$Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=G+jB=|Y|\angle\varphi_Y$$



由于：$Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{R+jX}=\frac{R}{R^2+X^2}+j\frac{-X}{R^2+X^2}$

$$=G+jB$$

故：　$G=\frac{R}{R^2+X^2}$　　　$B=\frac{-X}{R^2+X^2}$

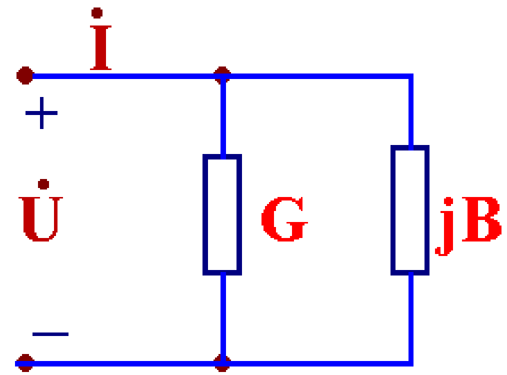
由极坐标表示形式，根据等效变换，有：

$$Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{|Z|\angle\varphi_Z}=\frac{1}{|Z|}\angle-\varphi_Z$$

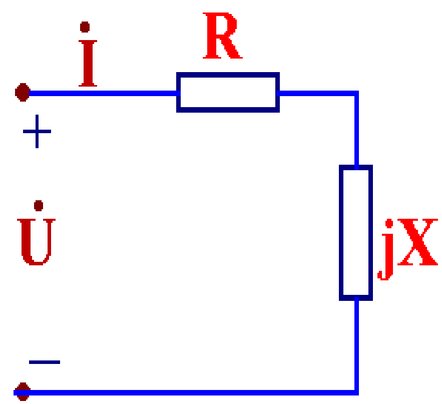
故：　$|Y|=\frac{1}{|Z|}$，　　$\varphi_Y=-\varphi_Z$

2、已知复导纳，求等效的复阻抗。

$$Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=G+jB=|Y|\angle\varphi_Y$$



$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R+jX=|Z|\angle\varphi_Z$$



由于：$Z=\dfrac{1}{Y}=\dfrac{1}{G+jB}=\dfrac{G}{G^2+B^2}+j\dfrac{-B}{G^2+B^2}$

$$=R+jX$$

故：$R=\dfrac{G}{G^2+B^2}$　　$X=\dfrac{-B}{G^2+B^2}$

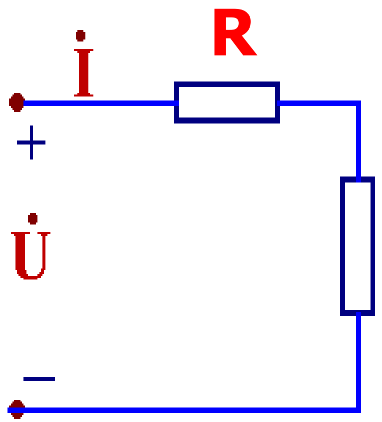
由极坐标表示形式，有：$Z=\dfrac{1}{Y}=\dfrac{1}{|Y|\angle\varphi_Y}=\dfrac{1}{|Y|}\angle-\varphi_Y$

故：$|Z|=\dfrac{1}{|Y|}$，　　$\varphi_Z=-\varphi_Y$

思 考：等效变换的意义？

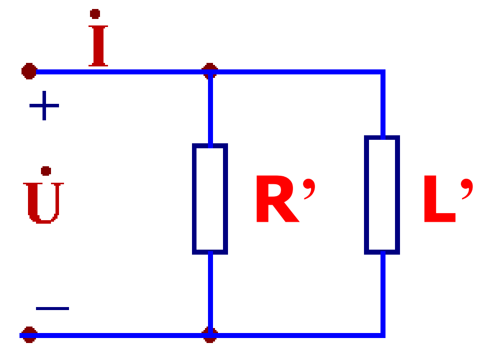
例1： 已知R=6Ω，X=8Ω，f=50Hz. 求G=？ B=？

并求串联和并联结构的元件参数分别为多少？



小结：

R(6Ω)、L(25.48mH)串联的电路，与R'(16.67 Ω)、L'(39.8mH)并联的电路，<u>所呈现的对外特性</u>($\dot{U}$、$\dot{I}$)<u>相同，是等效变换。</u>



解： $Z = 6 + j8 = 10\angle 53.13^\circ$

$R = 6\Omega \quad L = 25.48mH$

$$Y = \frac{1}{Z} = 0.1\angle -53.13^\circ$$

$$= 0.06 - j0.08$$

$Y = G + jB$

$G = 0.06S \quad B = -0.08S$

$$R' = \frac{1}{G} = 16.67\Omega$$

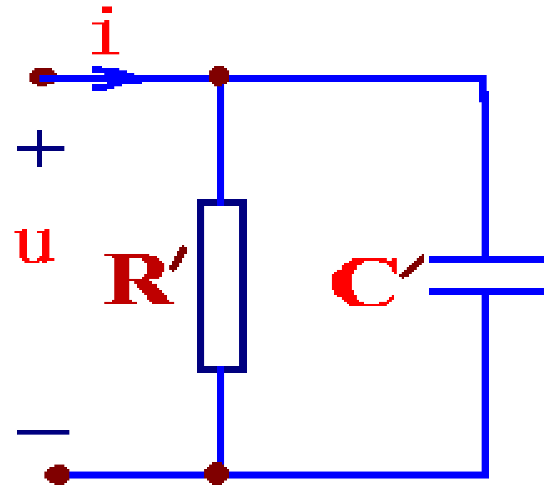
$$\frac{1}{\omega L'} = 0.08 \quad L' = 39.8mH$$

例2: 图示二端网络，已知：

$$u(t) = 2\sqrt{2}\cos(10^4 t + 30°)V$$

$$i(t) = 100\sqrt{2}\cos(10^4 t + 60°)mA$$

求：频域Z、Y及其等效元件参数。



解:

$$\dot{U} = 2\angle 30°V \qquad \dot{I} = 100\angle 60° mA$$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = 20\angle -30° = 17.32 - j10(\Omega)$$

$$\frac{1}{\omega C} = 10$$

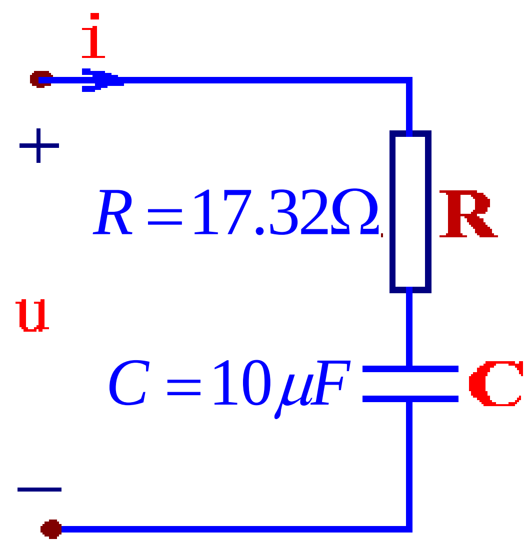
$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = 0.05\angle 30°$$

$$= 0.0433 + j0.025(S)$$

$$= G + jB$$

$$R' = \frac{1}{G} = 23.1\Omega$$

$$C' = \frac{B}{\omega} = 2.5\mu F$$



5-7 正弦稳态电路分析

基本分析思路：

1）从时域电路模型转化为频域模型：

正弦电流、电压用相量表示；
无源支路用复阻抗（或，复导纳）表示。

2）选择适当的电路分析方法：

等效变换法（阻抗等效变换、电源等效变换）、
网孔法、节点法、应用电路定理分析法等；

3）频域求解得到相量解（复数运算）；

4）频域解转化为时域解。

将时间函数化为非时间函数（相量）、将变量计算化为常量计算

例1： 图示电路。已知 $u(t)=210\sqrt{2}\cos(5000t)V$

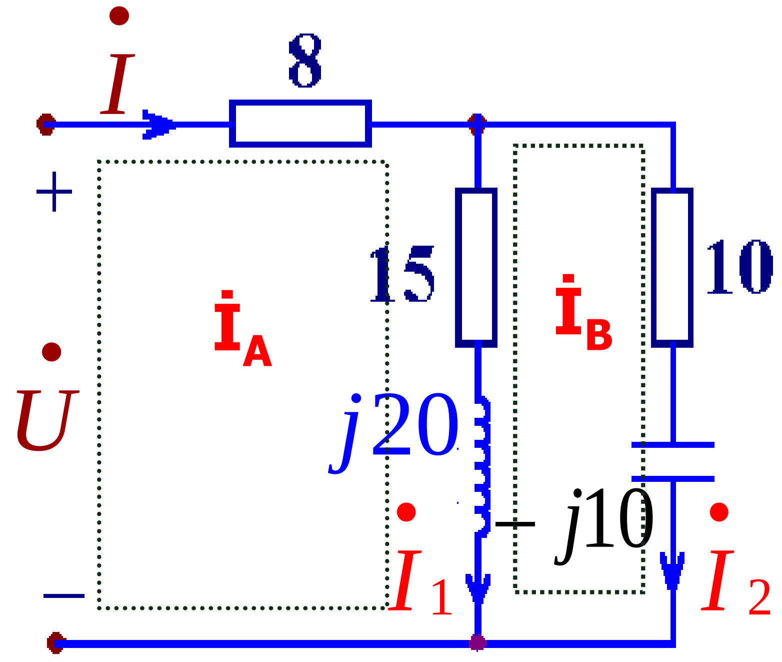
求： $i_1(t)$、$i_2(t)$和$i(t)$。

$$\dot{I}=\dot{I}_A=10\angle 8.5^\circ A$$

$$\dot{I}_1=\dot{I}_A-\dot{I}_B=5.26\angle -58.3^\circ A$$

$$\dot{I}_2=\dot{I}_B=9.29\angle 39.83^\circ A$$

$$\therefore\quad i(t)=10\sqrt{2}\cos(5000t+8.5^\circ)A$$



解：

$$\dot{U}=210\angle 0^\circ$$

$$j\omega L=j20$$

$$-j\frac{1}{\omega C}=-j10$$

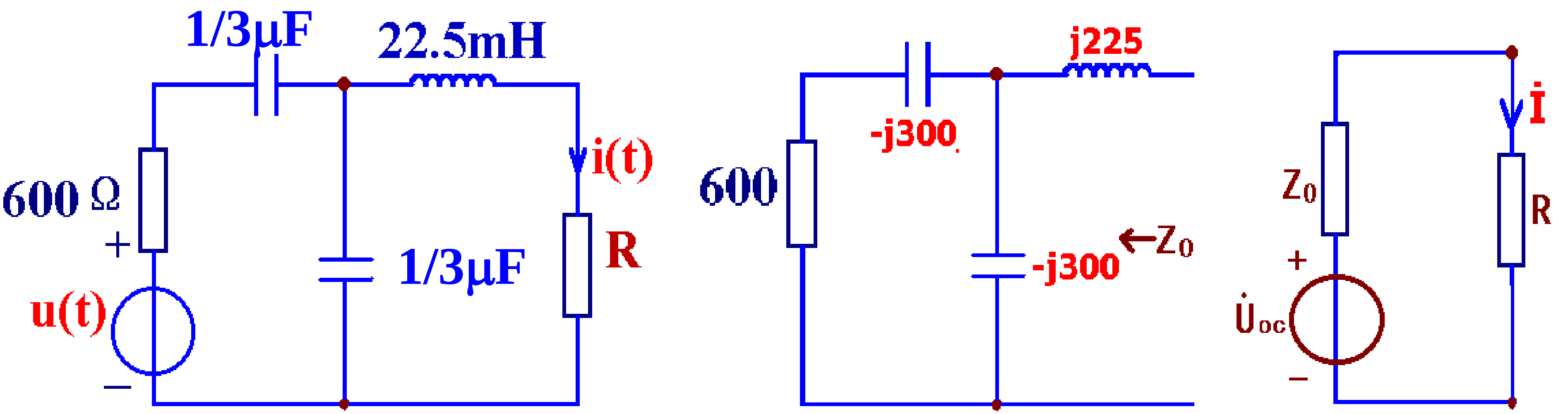
$$(23+j20)\dot{I}_A-(15+j20)\dot{I}_B=210\angle 0^\circ$$

$$-(15+j20)\dot{I}_A+(25+j10)\dot{I}_B=0$$

$$\dot{I}_A=10\angle 8.5^\circ A \qquad \dot{I}_B=9.29\angle 39.83^\circ A$$

例2：图示电路。已知 $u(t)=60\sqrt{2}\cos(10^4 t)V$

分别求R=75Ω、25 Ω 时负载电流 i(t)。



解：移去待求支路，频域电路模型如右图所示：

$$\dot{U}_{oc}=\frac{30}{\sqrt{2}}\angle-45°V \qquad Z_o=75\Omega$$

对应等效频域电路模型如右。

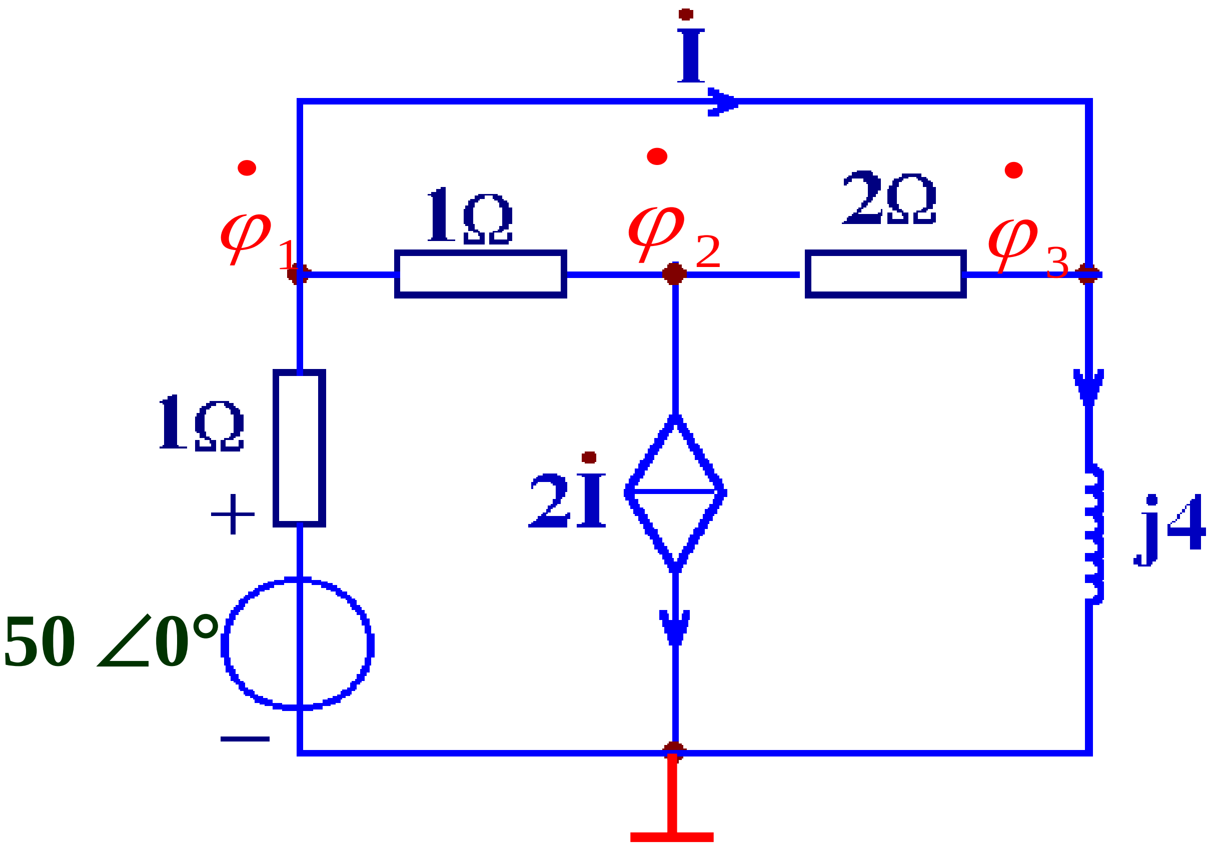
当R=75Ω时 $\dot{I}=\frac{0.2}{\sqrt{2}}\angle-45°A$

$$i(t)=0.2\cos(10^4 t-45°)A$$

当R=25 Ω 时 $\dot{I}=\frac{0.3}{\sqrt{2}}\angle-45°A$

$$i(t)=0.3\cos(10^4 t-45°)A$$

例3：图示电路，求电流 $\dot{I}$。



$$\dot{I} = \frac{50 - \dot{\varphi}_1}{1} + \frac{\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1}{1}$$

$$= 18.61\angle -29.75° A$$

解：节点电位法

$$2\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 = 50\angle 0° - \dot{I}$$

$$-\dot{\varphi}_1 + \frac{3}{2}\dot{\varphi}_2 - \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 = -2\dot{I}$$

$$-\frac{1}{2}\dot{\varphi}_2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{j4}\right)\dot{\varphi}_3 = \dot{I}$$

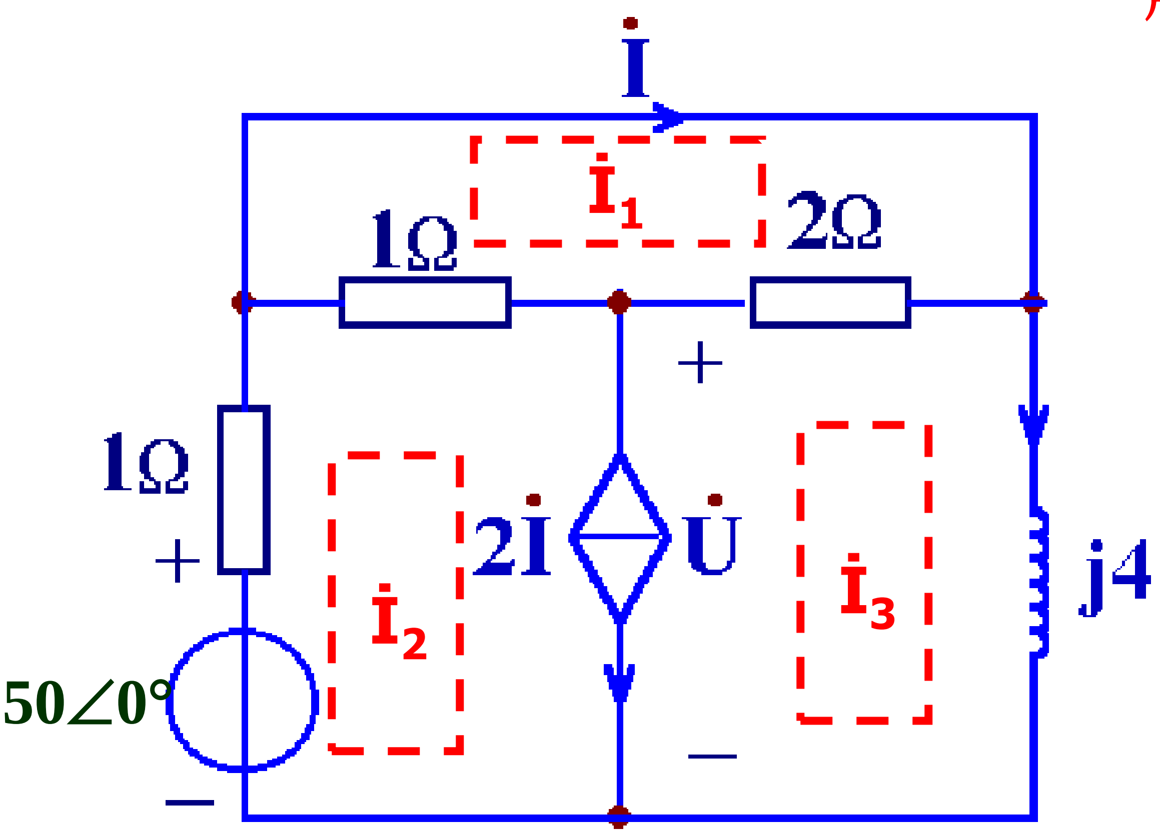
$$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_3$$

(受控源—补充方程)

$$\dot{\varphi}_1 = 12.308 + j21.539$$

$$\dot{\varphi}_2 = -9.231 + j33.847$$

* 图示电路， 求电流 $\dot{I}$。



解：网孔电流法

$$3\dot{I}_1-\dot{I}_2-2\dot{I}_3=0$$

$$-\dot{I}_1+2\dot{I}_2=50\angle0°-\dot{U}$$

$$-2\dot{I}_1+(2+j4)\dot{I}_3=\dot{U}$$

$\dot{I}_2-\dot{I}_3=2\dot{I}$ （补充方程）

″网孔法″中

″理想电流源的处理-方法3″

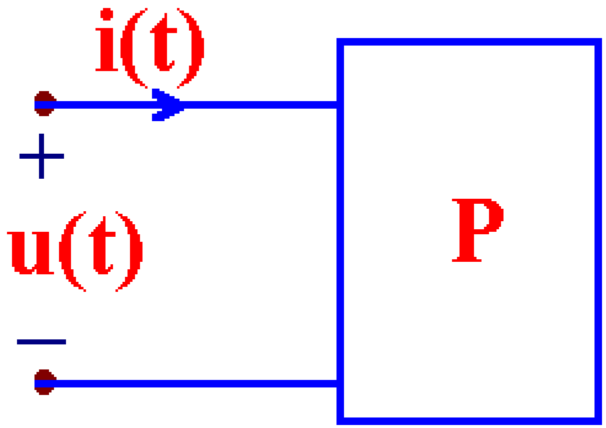
$\dot{I}=\dot{I}_1$ (受控源—补充方程)

联立求解，得： $\dot{I}=18.61\angle-29.75°A$

5-8 正弦稳态电路功率

一、无源单口网络功率

（1）瞬时功率:



$$p(t) = u(t)i(t)$$

$$p(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \varphi_u)\sqrt{2}I\cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$= UI\cos(\varphi_u - \varphi_i) + UI\cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

$$= \underbrace{UI\cos\varphi}_{\text{（恒定分量）}} + \underbrace{UI\cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)}_{\text{（正弦分量：}2\omega\text{）}}$$

（2）平均功率:

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = UI\cos\varphi(W)$$

说 明:

1) $P = UI\cos\varphi \neq UI$;

2) $\cos\varphi$ 称作功率因数;

3) φ——功率因数角 (无源单口网络:$\varphi = \varphi_Z$)

4) $P = P_1 + P_2 + P_3 \ldots\ldots$;

5) $P = I_1^2R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2R_3 \ldots\ldots$

在正弦交流电路中

同相位的

值乘积; 相位正

产生无功功率。

平均功率等于: 复阻抗的实部（电阻）消耗的有功功率，虚部（电抗）消耗的有功功率为零。

（3）无功功率：$Q = UI\sin\varphi (Var)$

说　明：

1) Q > 0（感性）；Q < 0 （容性）；

2) $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \ldots\ldots$；

3) $Q = I_1^2 X_1 + I_2^2 X_2 + I_3^2 X_3 \ldots\ldots$；

4) 反映

无功功率：复阻抗的虚部（电抗）与电源进行能量交换的最大速率，而实部（电阻）消耗的无功功率为零，说明电阻不与电源进行能量交换。

（4）视在功率：

定义：$S = U$

2)

注意：$S \neq S_1 + S_2 + S_3 \ldots\ldots$

反映了电气设备的容量

有功功率、无功功率、视在功率之间的关系：

$$P = UI\cos\varphi(W)$$

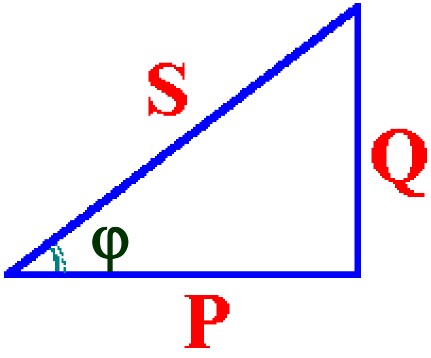
$$= S\cos\varphi$$

$$= \frac{Q}{tg\varphi}$$

$$Q = UI\sin\varphi(Var)$$

$$= S\sin\varphi$$

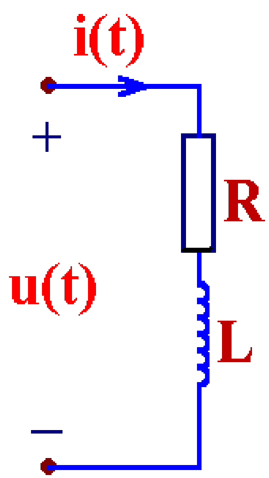
$$= Ptg\varphi$$



功率三角形

$$S = UI(VA) = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

例1：图示电路，u=707cos10ωt(V)，i=1.41cos(10ωt-53.1°)(A)。求P、Q、S。



解：

$$S = UI = \frac{707}{\sqrt{2}} \times \frac{1.41}{\sqrt{2}} = 500(VA)$$

$$P = S\cos\varphi = 300(W) \qquad Q = S\sin\varphi = 400(Var)$$

- **560kVA的变压器：**

这台变压器的额定视在功率为560kVA;

- **如果它所接的负载的功率因数为1：**

它能传输的平均功率为560kW;

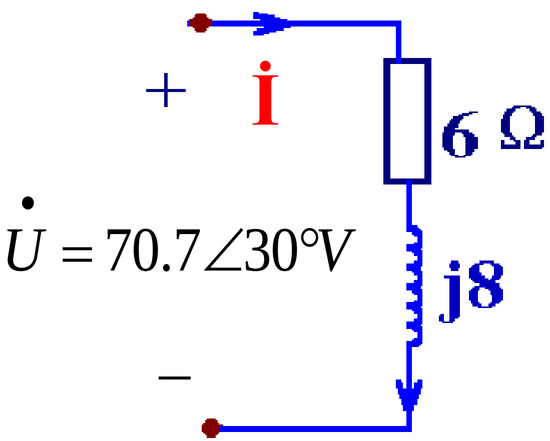
- **如果它所接的负载的功率因数为0.5：**

它只能传输280kW的有功功率;

- **因此，为了充分利用电气设备的容量：**

应设法提高负载的功率因数。

例：图示电路，已知f=50Hz，求P、Q、S、cosφ。



解： $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{Z}$

$= 7.07\angle -23.1°$

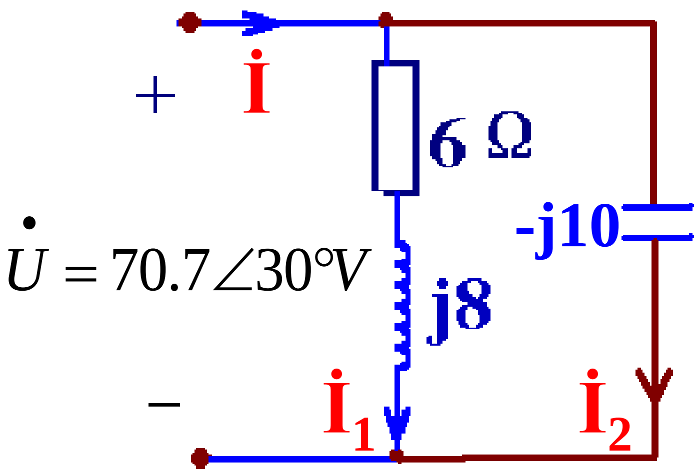
S=UI=500VA

φ=53.1°　cosφ=0.6

两种求解方法：

1、电压电流的相位差；

2、复阻抗的阻抗角。



$\dot{I}_1 = 7.07\angle -23.1°$

$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$

$= 4.47\angle 48.43°$

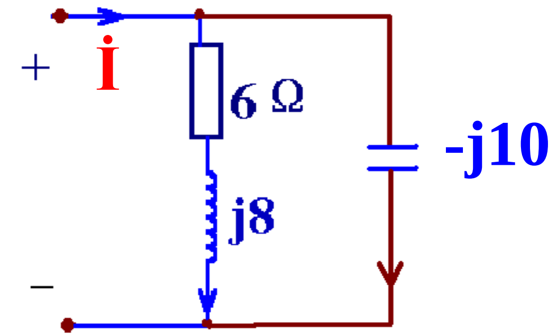
S=UI=316VA

φ=-18.43°，　cosφ=0.9487

P=Scosφ=300W

Q=Ssinφ=-100Var

对 比：并入电容后的变化（I、P、S、Q、cosφ）



说明：并入电容后现象与结果

现象:

1) 总电流I减小;
2) 功率因数角φ减小;
3) 功率因数cosφ增大;
4) 有功功率P不变;
5) 视在功率S减小。

结果：功率因数增大

1）P不变条件下:

对输电线要求降低，输电效率提高;

电源容量要求降低。

2）S不变条件下:

电路负载能力增大

注意:

1）一般不要求提高到1;

2） 并联电容要适当，才可提高。

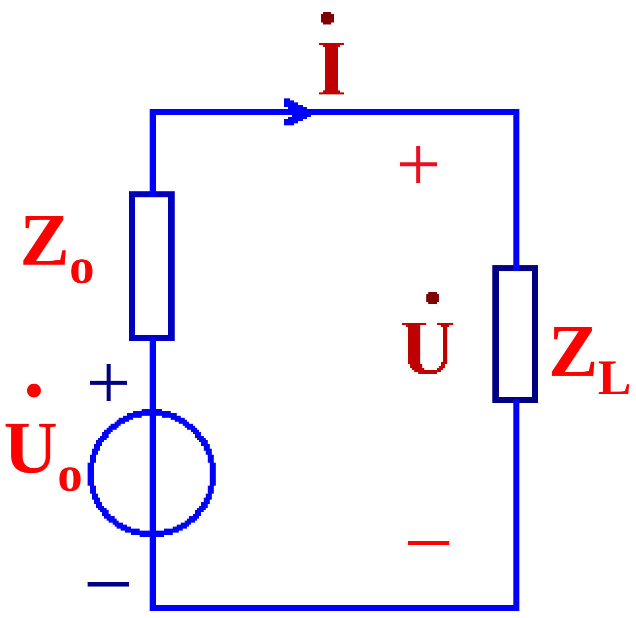
$$C = \frac{P}{\omega U^2}(tg\varphi_1 - tg\varphi_2)$$

5-9 最大功率传输

一、复阻抗负载

$$Z_L = R_L + jX_L \qquad Z_o = R_o + jX_o$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_o}{Z_o + Z_L}$$



$$\dot{I} = \frac{U_o \angle \varphi_u}{(R_o + R_L) + j(X_o + X_L)}$$

$$P = I^2 R_L$$

$$= \frac{U_o^{\,2}}{(R_o + R_L)^2 + (X_o + X_L)^2} R_L$$

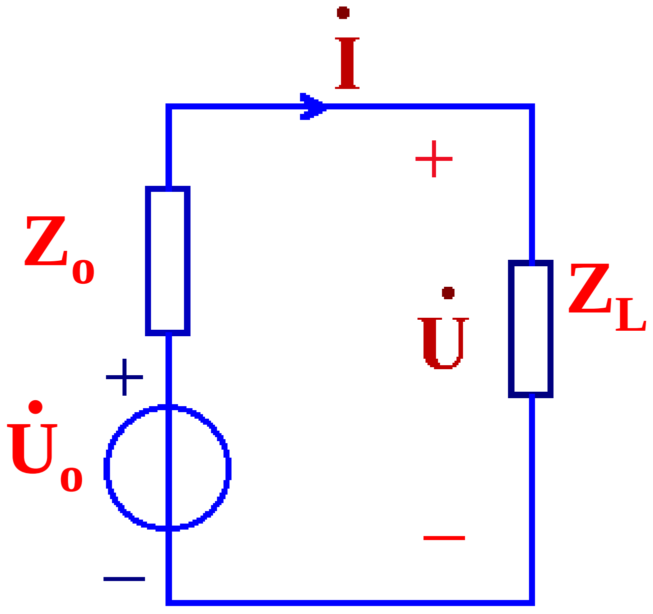
因此: $Z_L = R_o - jX_o$（共轭匹配）

$$\because \frac{\partial P}{\partial R_L} = 0, \qquad \frac{\partial P}{\partial X_L} = 0$$

并且: $P_{\max} = \dfrac{U_o^{\,2}}{4R_o}$

$$\therefore R_L = R_0, \qquad X_L = -X_0$$

二、电阻负载



$$Z_L = R_L \qquad Z_o = R_o + jX_o$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_o}{Z_o + Z_L} = \frac{U_o\angle\varphi_u}{(R_o+R_L) + jX_o}$$

$$P = I^2 R_L = \frac{U_o^{\,2} R_L}{(R_o+R_L)^2 + X_o^{\,2}}$$

$$\because \frac{dP}{dR_L} = 0,$$

$$\therefore \quad R_L = \sqrt{R_o^{\,2} + X_o^{\,2}} = |Z_o|$$

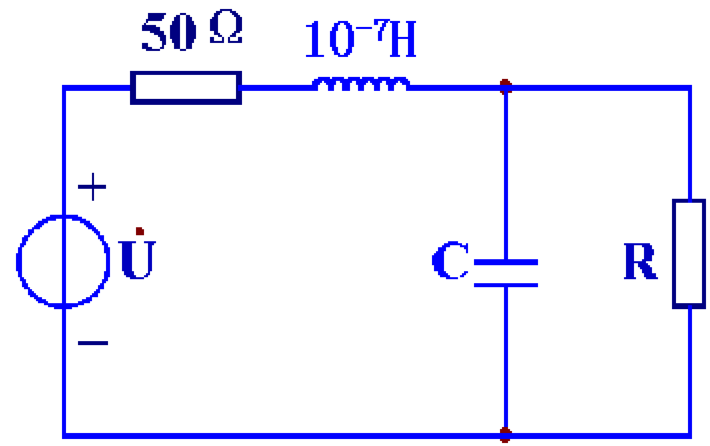
（等模匹配）

且 $P_m = \dfrac{U_o^{\,2}|Z_o|}{(R_o+|Z_o|)^2 + X_o^{\,2}}$

例：图示电路已知 $\dot{U}=0.1\angle 0°V,\ f=100MHz.$

求：1） 负载R获最大功率时，电路中R=? C=? P_{max}=?

$$Z_o=50+j62.8 \quad Z_L=\frac{R-j\omega CR^2}{1+(\omega CR)^2}$$

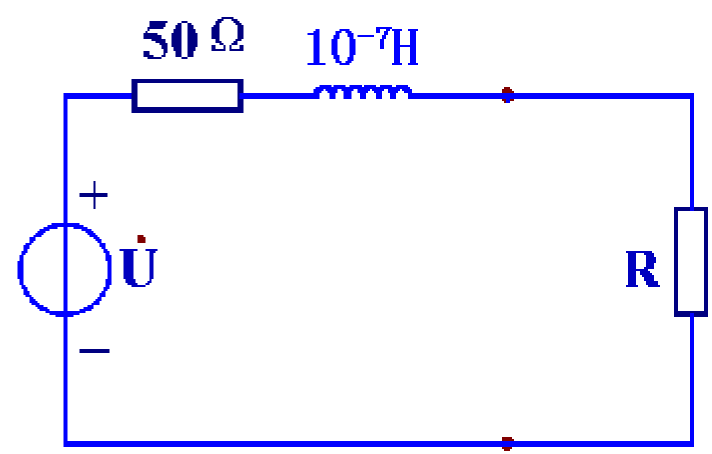


由最大功率传输条件： $Z_L=\overset{*}{Z_o}$

有 $$\frac{R}{1+(\omega CR)^2}=50 \qquad \frac{\omega CR^2}{1+(\omega CR)^2}=62.8$$

$$\omega CR=1.256 \quad \therefore \quad R=128.8768\Omega \qquad C=15.5pF \qquad P_m=\frac{U^2}{4R_o}=50\mu W$$

2) 移去C时，R=?时可获最大功率



$$Z_o=50+j62.8 \qquad R=|Z_o|=80.2735\Omega$$

$$P_m=\frac{U_o{}^2|Z_o|}{(R_o+|Z_o|)^2+X_o{}^2}=38.38\mu W$$

思考：并入电容后的变化？

本章小结:

1、 正弦量的时域与频域表示；相位差、有效值

$i(t)=I_m\cos(\omega t+\varphi_i)$ $\dot{I}=I\angle\varphi_i$

2、 相量形式KCL和KVL $\sum_{k=1}^{n}\dot{I}_k=0$ $\sum_{k=1}^{m}\dot{U}_k=0$

3、 正弦交流电路中电阻、电感、电容元件伏安关系

元件性质	电 阻	电 感	电 容
时域关系	U=RI； φ=0	U= ωL I； φ=90°	U=I/(ωC) φ=-90°
频域关系	$\dot{U}=R\dot{I}$	$\dot{U}=j\omega L\dot{I}=jX_L\dot{I}$	$\dot{U}=\frac{1}{j\omega C}\dot{I}=-jX_C\dot{I}$

4、 复阻抗、复导纳及等效变换： $Y=\frac{1}{Z}$

5、 正弦稳态电路分析:

1) 从时域电路模型转化为频域模型:

正弦电流、电压用相量表示;
无源支路用复阻抗表示。

2）选择适当的电路分析方法:

等效变换法（阻抗等效变换、电源等效变换）
网孔法、节点法、应用电路定理分析法等;

3）频域求解（复数运算）得到相量解;

4）频域解转化为时域解。

导学复习：典型例题与强化练习

练习1：　已知同频率电流为

$$i_1=5\sqrt{2}\cos\left(\omega t+45^o\right)A, i_2=10\sqrt{2}\cos\left(\omega t-60^o\right)A$$

试写出相量表示式，画出相量图，并求 $i=i_1+i_2$ **。**

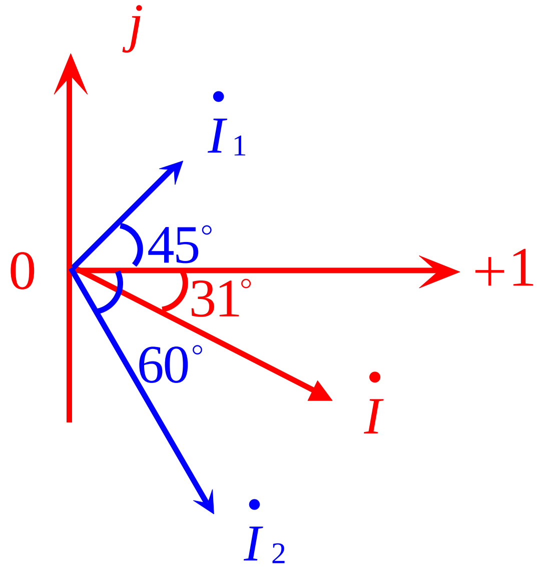
解：

$$\dot{I}_1=5\angle 45^o A \qquad \dot{I}_2=10\angle -60^o A$$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=5\angle 45^o+10\angle -60^o$$

$$=\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}+\frac{j5\sqrt{2}}{2}\right)+\left(\frac{10}{2}-\frac{j10\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$=8.5355-j5.1247\approx 10\angle -31^o A$$



$$i(t)\approx 10\sqrt{2}\cos\left(\omega t-31^o\right)A$$

练习2： **已知角频率为 ω 的正弦电压的相量为 $\dot{U}=-3+j4V$ 。试写出其时域表示式。**

$$\dot{U}=-3+j4V=5\angle 126.9^{o}=e^{j126.9^{o}}V \qquad u=5\sqrt{2}\cos\left(\omega t+126.9^{o}\right)V$$

练习3： **如果有两个同频率的正弦电压分别为**

$$u_1\left(t\right)=220\sqrt{2}\cos\omega t\left(V\right),u_2\left(t\right)=220\sqrt{2}\cos\left(\omega t-120^{o}\right)\left(V\right)$$

求 u_1+u_2 和 u_1-u_2 。

$$\dot{U}_1=220\angle 0^{o}\left(V\right) \qquad \dot{U}_2=220\angle -120^{o}\left(V\right)$$

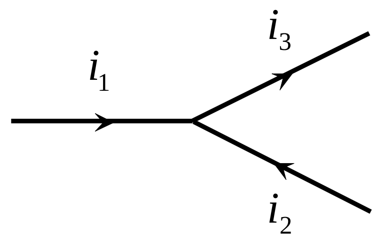
$$\dot{U}_1+\dot{U}_2=220\angle 0^{o}+220\angle -120^{o}=220+j0-110-j190.5=110-j190.5=220\angle -60^{o}\left(V\right)$$

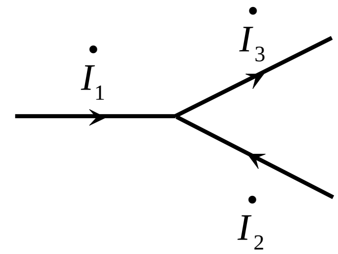
$$\dot{U}_1-\dot{U}_2=220\angle 0^{o}-220\angle -120^{o}=220+j0+110+j190.5=330+j190.5=381\angle 30^{o}\left(V\right)$$

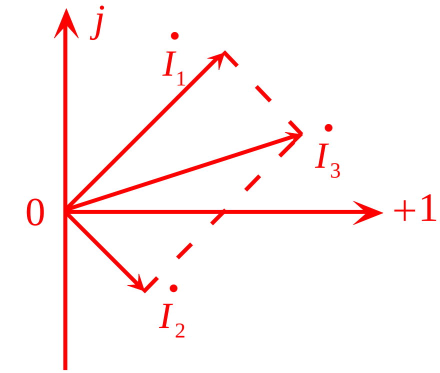
$$u_1\left(t\right)+u_2\left(t\right)=220\sqrt{2}\cos\left(\omega t-60^{o}\right)\left(V\right) \quad u_1\left(t\right)-u_2\left(t\right)=381\sqrt{2}\cos\left(\omega t+30^{o}\right)\left(V\right)$$

练习4： **图示电路中，已知** $i_1(t)=10\sqrt{2}\cos\left(\omega t+53.1^o\right)A,\ \ i_2(t)=5\sqrt{2}\cos\left(\omega t-53.1^o\right)A$

求 i_3 。







$$\dot{I}_1=10\angle 53.1^o A$$

$$-\dot{I}_1-\dot{I}_2+\dot{I}_3=0$$

$$\dot{I}_2=5\angle -53.1^o A$$

$$\dot{I}_3=\dot{I}_1+\dot{I}_2=10\angle 53.1^o+5\angle -53.1^o=(6+j8)+(3-j4)$$

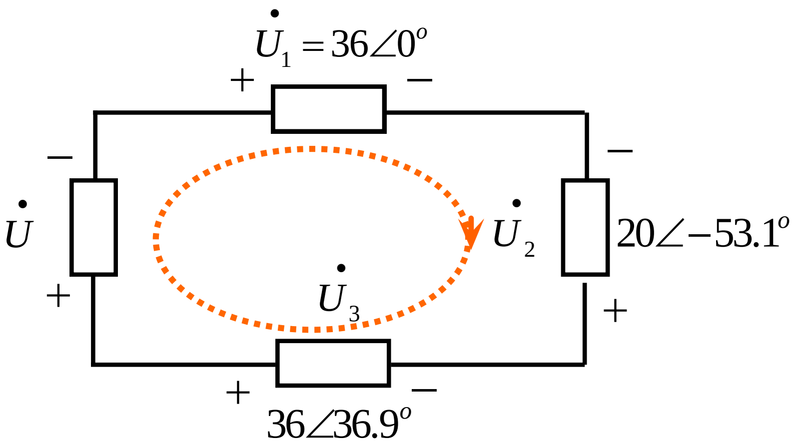
$$=9+j4=9.85\angle 24^o A$$

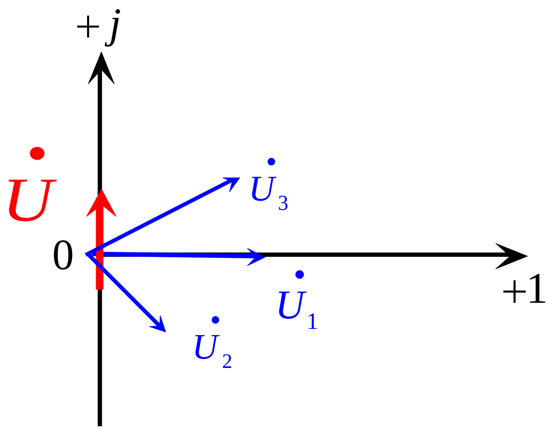
$$\dot{I}_3=I_3\angle\varphi_3$$

频域模型（也称相量模型） **相量图**

由KCL的相量形式，得 $i_3=9.85\sqrt{2}\cos\left(\omega t+24^o\right)A$

练习5： 图示电路，求电压相量$\dot{U}$，画出相量图。





由KVL的相量形式，沿给定电路绕行方向，有

$$36\angle 0^o - 20\angle -53.1^o - 30\angle 36.9^o + \dot{U} = 0$$

$$\dot{U} = -36\angle 0^o + 20\angle -53.1^o + 30\angle 36.9^o$$

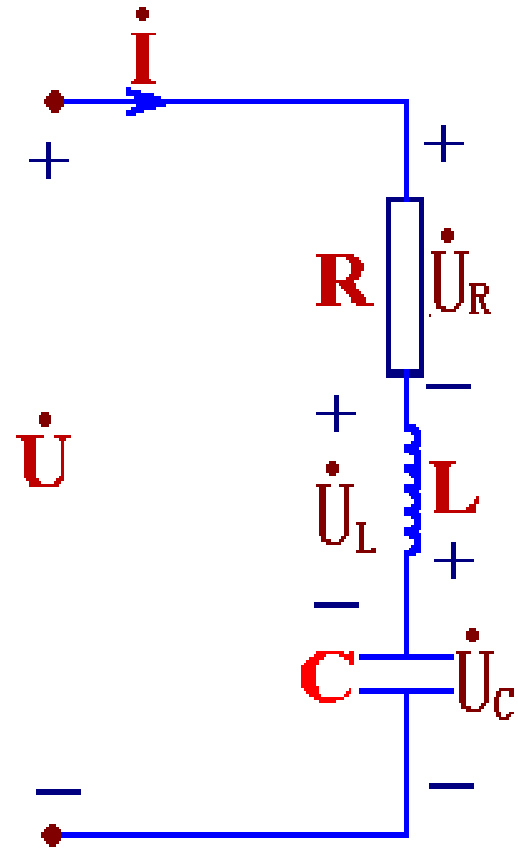
$$= (12 - j16) + (24 + j18) - 36 = j2V$$

有效值和最大值 不满足KVL！！

练习6： 已知：图示电路中电压有效值U_R=6V,U_L=18V,U_C=10V。

求：U=?

$$U=U_R+U_L+U_C=34V\ ?$$



解： 设 $\dot I = I\angle 0°$（参考相量）

$\dot U_R$ = … $10\angle -90°$

$\dot U$ = …

设定原则：一般的，串联电路可选电流、并联电路可选电压作为参考相量。

$= 6 + j18 - j10$

$= 6 + j8$

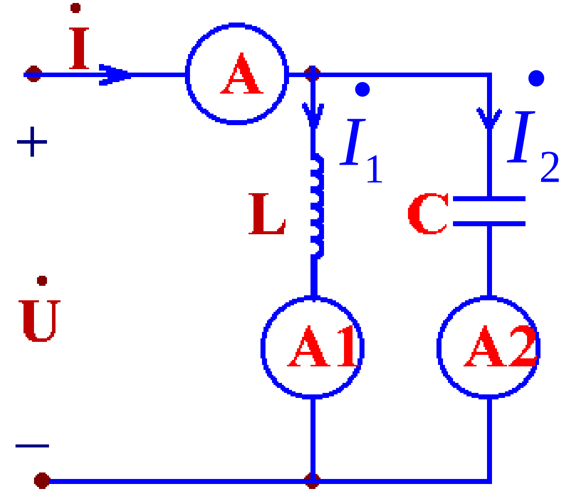
$= 10\angle 53.1° V$

$\therefore \quad U = 10V$

练习7： 已知：图示电路中电流表 A1、A2读数均为10A。

求：电流表A的读数。

有效值和最大值不满足KCL！！



解： 设 $\dot{U} = U\angle 0°$ 选择参考相量

$$\dot{I}_1 = 10\angle -90° \qquad \dot{I}_2 = 10\angle 90°$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0$$

所以，电流表 A 的读数为零。

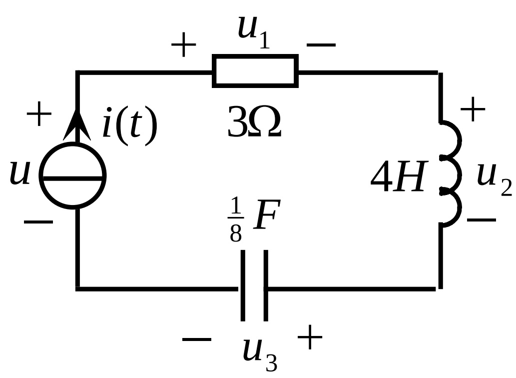
说 明：

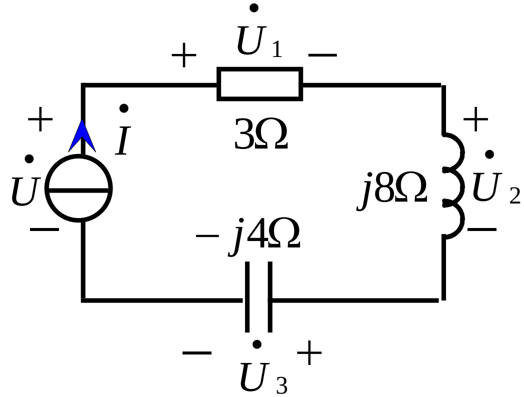
（1）参考相量选择：一般串联电路可选电流、并联电路可选电压作为参考相量；

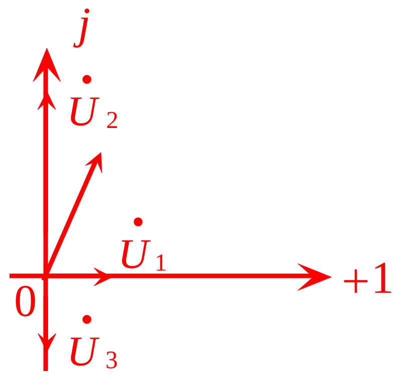
（2）有效值和最大值不满足KCL、KVL。

练习8： 图示正弦稳态电路，已知$i(t)=12\sqrt{2}\cos 2t\,A$，

求：u_1, u_2, u_3 和 u，并画出它们的向量图。







解：

$$\dot{I}=12\angle 0^o A,\ X_L=\omega L=8\Omega,\ X_C=\frac{1}{\omega C}=4\Omega$$

频域电路模型

$$\dot{U}_1=R\dot{I}=36\angle 0^{o}V$$

$$\dot{U}_2=j\omega L\dot{I}=j96=96\angle 90^o V$$

$$\dot{U}_3=\frac{1}{j\omega C}\dot{I}=-j48=48\angle -90^{o}V$$

KVL $\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2+\dot{U}_3=36+j96-j48=60\angle 53.1^o V$

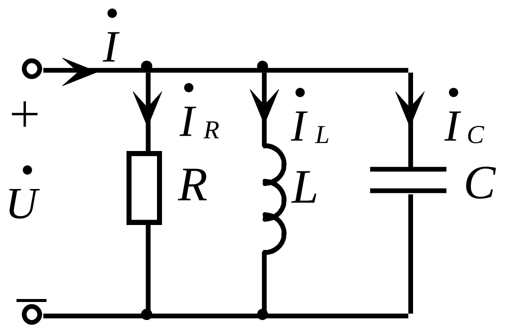
$$u_1=36\sqrt{2}\cos 2tV,$$

$$u_2=96\sqrt{2}\cos\left(2t+90^o\right)V$$

$$u_3=48\sqrt{2}\cos\left(2t-90^o\right)V,$$

$$u=60\sqrt{2}\cos\left(2t+53.1^o\right)V$$

练习9： 图示电路，已知$R=10\Omega, X_L=15\Omega, X_C=8\Omega$，电压$U=120V, f=50Hz$ 。求电路的导纳；电流 $\dot{I}_R, \dot{I}_L, \dot{I}_C$ 及总电流 $\dot{I}$ ；画出相量图。



解： $\dot{U}=120\angle 0^o V$

$$Y=\frac{1}{R}+jB_C-jB_L=\frac{1}{R}+j\frac{1}{X_C}-j\frac{1}{X_L}$$

$$=0.1+j0.125-j0.067=0.1+j0.058=0.1156\angle 30.11^o S$$

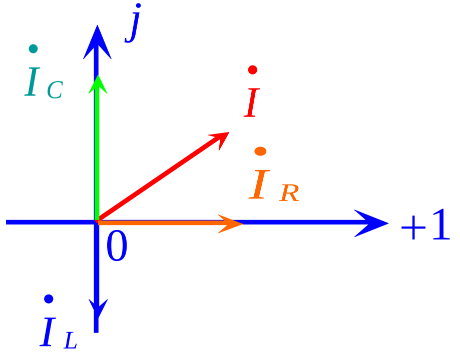
$$\dot{I}_R=\frac{\dot{U}}{R}=12\angle 0^o A$$

或 $\dot{I}=\dot{U}Y\approx 13.9\angle 30.11^o A$

$$\dot{I}_L=\frac{\dot{U}}{jX_L}=-j8=8\angle -90^o A$$

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{U}}{-jX_C}=+j15=15\angle 90^o A$$

$$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_L+\dot{I}_C=12+j7\approx 13.9\angle 30.3^o A$$

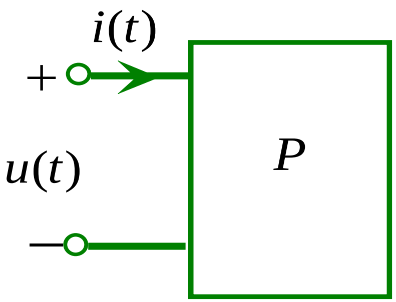


练习10： 图示二端网络，已知：

$$u(t)=2\sqrt{2}\cos(10^4t+30°)V$$

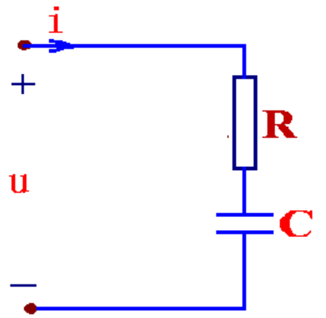
$$i(t)=100\sqrt{2}\cos(10^4t+60°)mA$$

求频域Z、Y及其等效元件参数。



解：

$$\dot{U}=2\angle 30°V \qquad \dot{I}=100\angle 60°mA$$

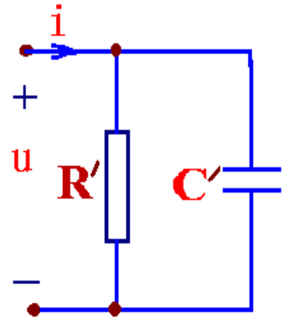


$R=17.32\Omega$

$C=10\mu F$

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=20\angle -30°$$

$$=17.32-j10(\Omega)$$



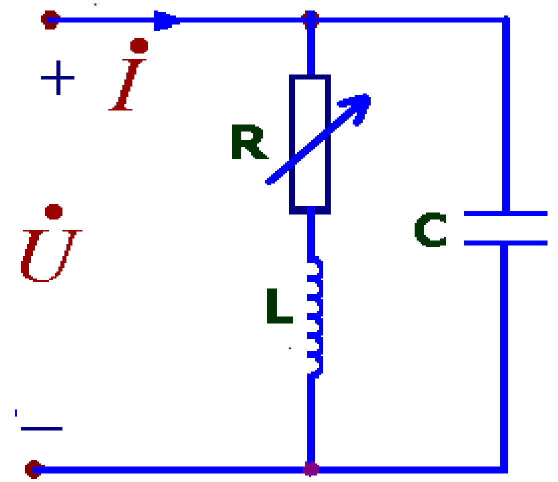
$$Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=0.05\angle 30°$$

$$=0.0433+j0.025(S)$$

$$R'=\frac{1}{G'}=23.1\Omega \qquad C'=\frac{B'}{\omega}=2.5\mu F$$

练习11： 右图所示电路。改变R，要求电流I不变。

求：L、C、ω应满足何种关系？



解：

$$\dot{I}=\left(\frac{1}{R+j\omega L}+j\omega C\right)\dot{U}$$

当**R=0**时：
$$\dot{I}=j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)\dot{U}$$

当**R=∞**时：
$$\dot{I}=j\omega C\dot{U}$$

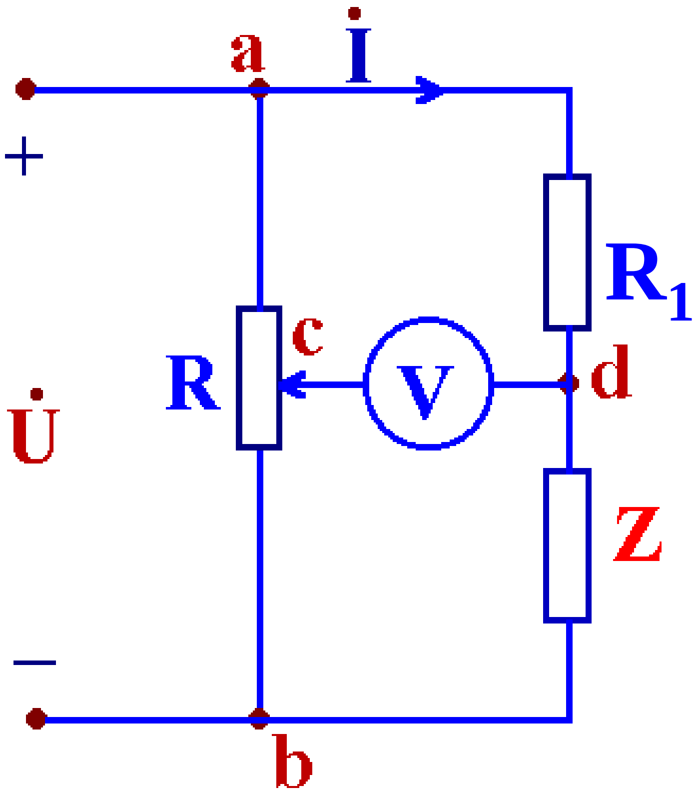
依题意，有
$$\left|\omega C-\frac{1}{\omega L}\right|=\omega C$$

$$\frac{1}{\omega L}-\omega C=\omega C$$

$$\omega C-\frac{1}{\omega L}=\omega C \quad （无解）$$

$$\therefore \quad \omega=\sqrt{\frac{1}{2LC}}$$

练习12: 图示电路。已知U=100V， R=20Ω，R_1=6.5 Ω 。当调C使得U_{cd}达到最小值，此时U_{cd} =30V， R_{ac} =4Ω。求：Z=？



解: 设$\dot{U}=100\angle 0°$

$$\dot{U}_{ac}=\frac{R_{ac}}{R}\dot{U} \qquad \dot{U}_{ad}=\frac{R_1}{R_1+Z}\dot{U}$$

$$\dot{U}_{cd}=\dot{U}_{ad}-\dot{U}_{ac}$$

$$=\left(\frac{R_1}{R_1+Z}-\frac{R_{ac}}{R}\right)\dot{U}$$

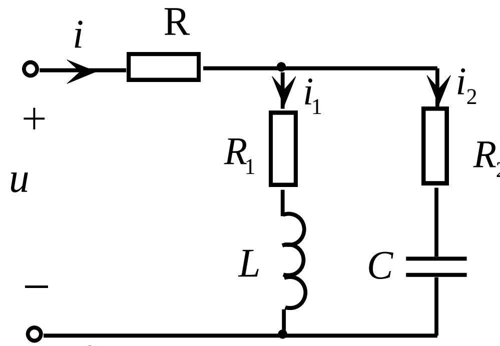
调c点时，R_{ac}变化，则 $\dot{U}_{cd}$ 的实部随之变化，若此时U_{cd}最小，则 $\dot{U}_{cd}$ 的实部变为零，故:

$$\left(\frac{6.5}{6.5+Z}-\frac{4}{20}\right)100\angle 0°=\pm j30$$

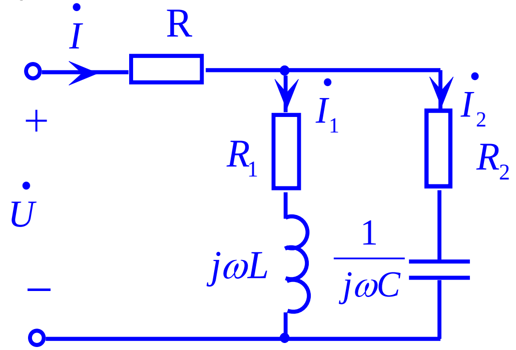
$$\therefore \quad Z=3.5\mp j15(\Omega)$$

练习13： 图示电路，已知 $R=8\Omega, R_1=15\Omega, R_2=10\Omega, L=4mH, C=20\mu F$，

$u=\sqrt{2}\times 210\cos 5000tV$，求 i, i_1, i_2 。



解： 频域电路如图 $\dot{U}=210\angle 0^o, \omega L=20\Omega, \frac{1}{\omega C}=10\Omega$



$$Z_1=R_1+j\omega L=15+j20=25\angle 53.1^o\Omega$$

$$Z_2=R_2+\frac{1}{j\omega C}=10-j10=14.14\angle -45^o\Omega$$

$$Z_{12}=\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}=13.2\angle -13.7^o=12.8-j3.12\Omega$$

$$Z=R+Z_{12}=8+12.8-j3.12=21\angle -8.5^o\Omega$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{210\angle 0^o}{21\angle -8.5^o}=10\angle 8.5^o=9.89+j1.48A$$

$$\dot{I}_1=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{I}=5.26\angle -58.3^o=2.764-j4.475A$$

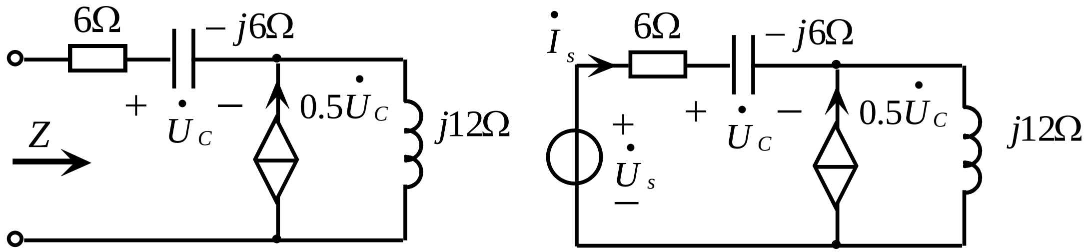
$$\dot{I}_2=\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\dot{I}=9.29\angle 39.8^o A$$

$$i=\sqrt{2}\times 10\cos\left(5000t+8.5^o\right)A$$

$$i_1=\sqrt{2}\times 5.26\cos\left(5000t-58.3^o\right)A$$

$$i_2=\sqrt{2}\times 9.29\cos\left(5000t+39.8^o\right)A$$

练习14： 下图所示电路，求输入阻抗Z。



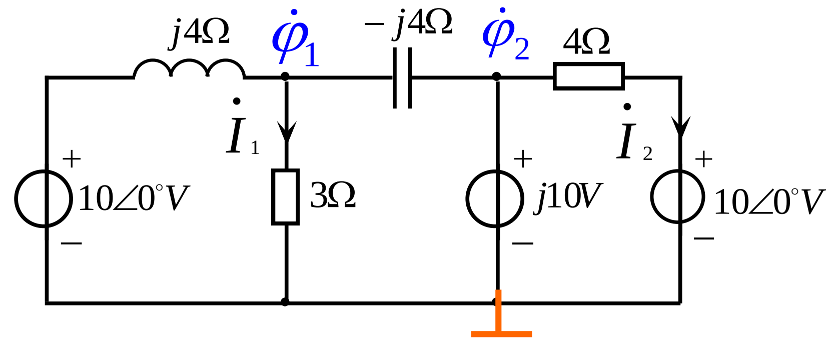
解： 用外施电压源法求

可列出KVL方程为 $\dot{U}_s = (6 - j6)\dot{I}_s + j12(\dot{I}_s + 0.5\dot{U}_c)$

又 $\dot{U}_C = -j6\dot{I}_s$

$$Z = \frac{\dot{U}_s}{\dot{I}_s} = 42.4\angle 8.13^o\,\Omega$$

练习15： 用节点法求图示电路的电流。

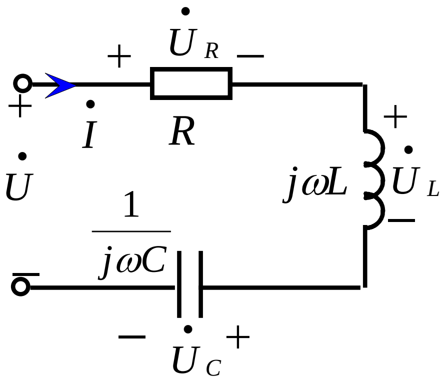


$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{j4}+\frac{1}{-j4}\right)\dot{\varphi}_1-\frac{1}{-j4}\dot{\varphi}_2=\frac{10\angle 0^\circ}{j4} \\ \dot{\varphi}_2=j10 \end{cases}$$

$$\dot{\phi}_1=10.6\angle -135^\circ V, \quad \dot{\phi}_2=j10V$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{\phi}_1}{3}=3.53\angle -135^\circ A, \quad \dot{I}_2=\frac{\dot{\phi}_2-10}{4}=2.5\sqrt{2}\angle 135^\circ A$$

练习16：已知：图示电路中电压有效值 $U_R = 6V, U_L = 18V, U_C = 10V$ **。求** $U = ?$



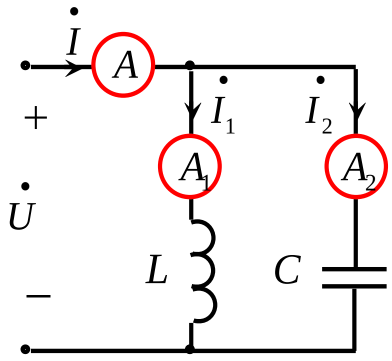
解： 设 $\dot{I} = I\angle 0°$（参考相量）

$\dot{U}_R = 6\angle 0°$ $\dot{U}_L = 18\angle 90°$ $\dot{U}_C = 10\angle -90°$

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = 6 + j18 - j10 = 10\angle 53.1° V$$

$$\therefore \quad U = 10V$$

练习17：已知图示电路中电流表A1、A2读数均为10A。求电流表A的读数。



解： 设 $\dot{U} = U\angle 0°$（参考相量）

$\dot{I}_1 = 10\angle -90°$ $\dot{I}_2 = 10\angle 90°$ $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$

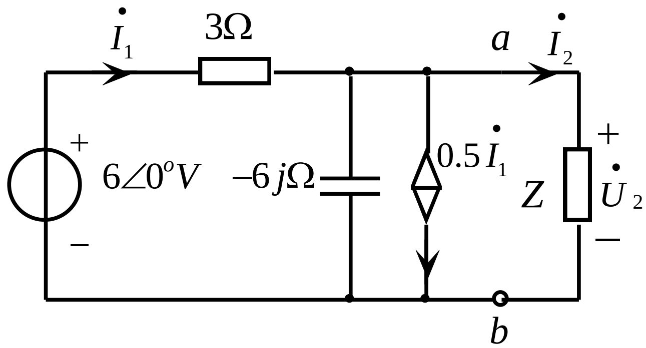
电流表A的读数为零。

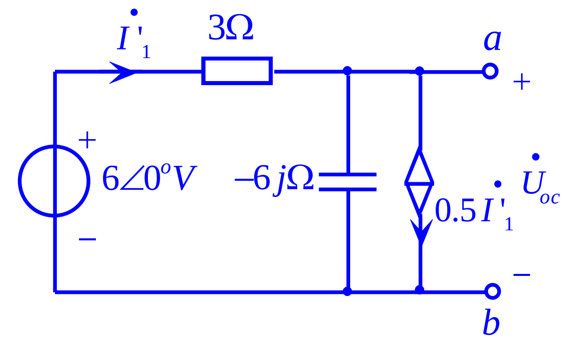
说明：

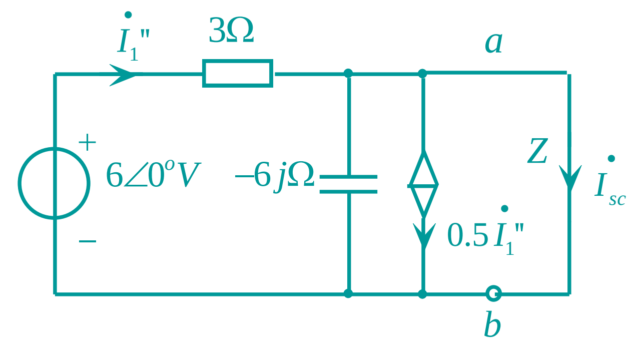
（1）参考相量选择：串联电路可选电流、并联电路可选电压作为参考相量；

（2）有效值不满足KCL、KVL。

练习18： 下图所示电路，用等效电压源定理求 $\dot{U}_2, \dot{I}_2$。已知 $Z = 3 + j3\Omega$





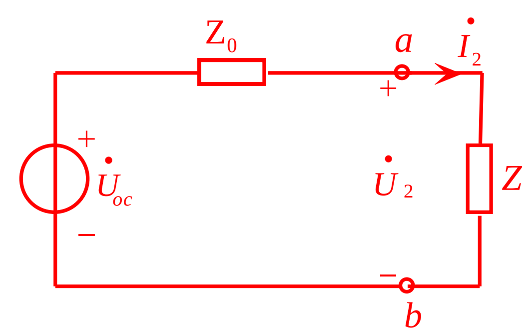


（1）求开路电压 $\dot{U}_{oc} = 4.24\angle -45^o V$

（2）求输入阻抗 $\dot{I}_{sc} = 1\angle 0^o A$

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{oc}}{\dot{I}_{sc}} = 4.24\angle -45^o = 3 - j3\Omega$$

（3）画出其其等效电路，接入待求支路，有：



$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_0 + Z} = 0.707\angle -45^o = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle -45^o A$$

$$\therefore \quad \dot{U}_2 = Z\dot{I}_2 = 3V$$