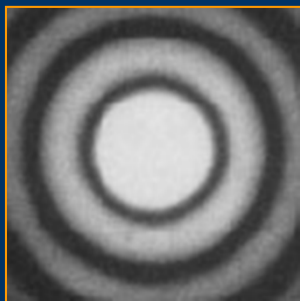


§ 6.7 光的衍射 惠更斯-菲涅尔原理

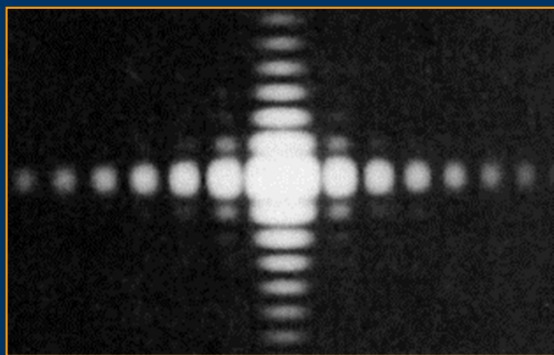
1. 光的衍射现象及其分类
2. 惠更斯-菲涅耳原理
3. 菲涅耳衍射积分公式

67.1 光的衍射现象及其分类

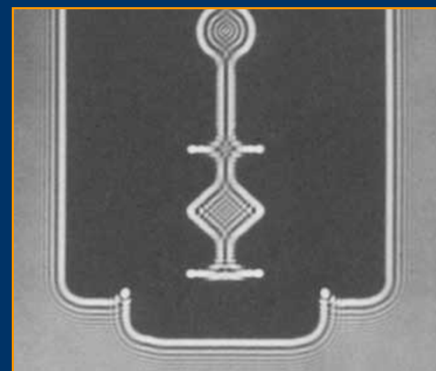
1. 光的衍射现象



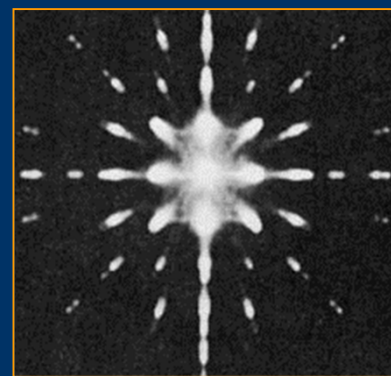
(圆孔衍射)



(矩孔衍射)



(剃须刀边缘衍射)



(矩形网络衍射)

光在传播过程中绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象。

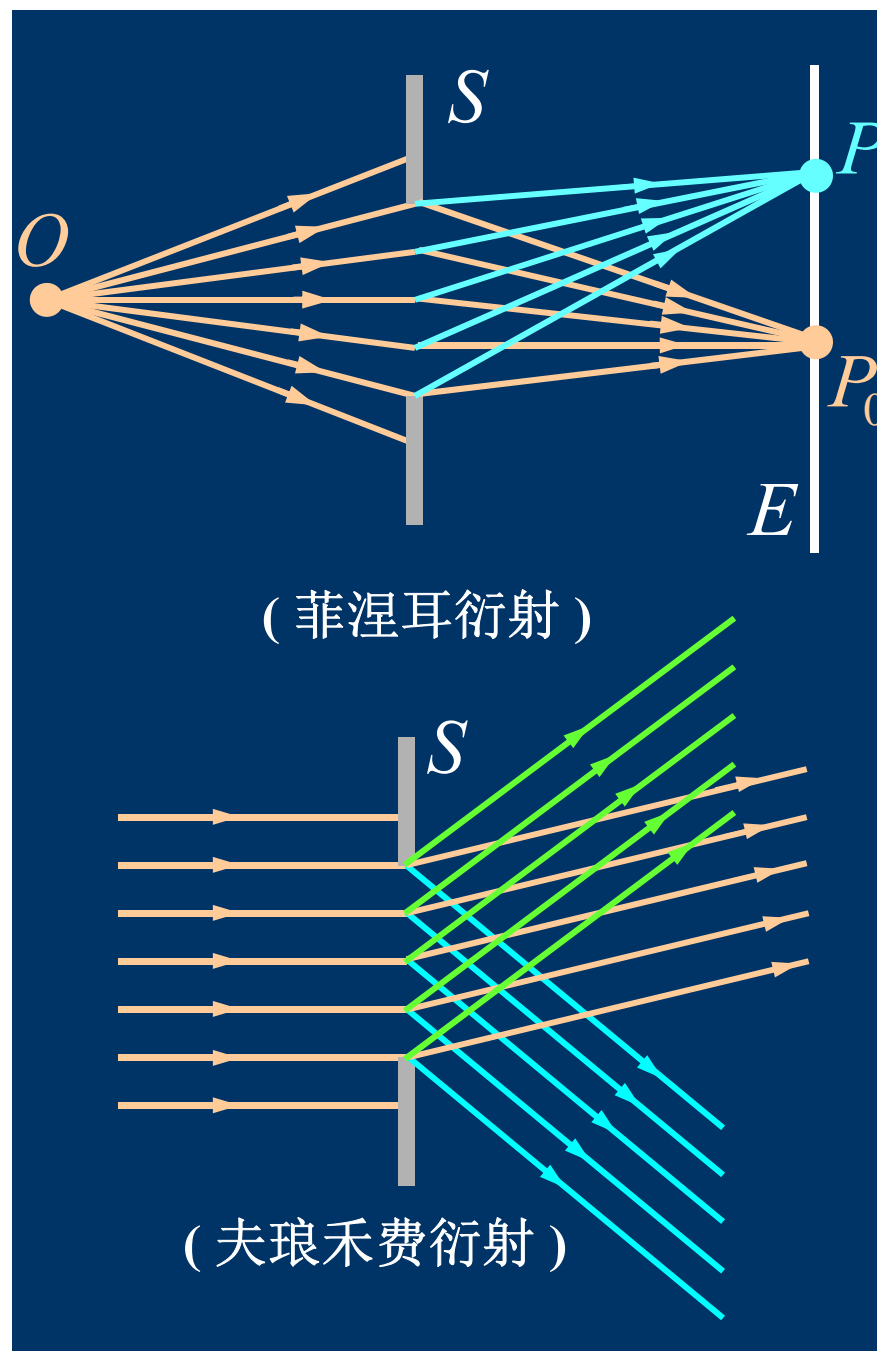
2. 光的衍射分类

◆ 菲涅耳衍射 (近场衍射)

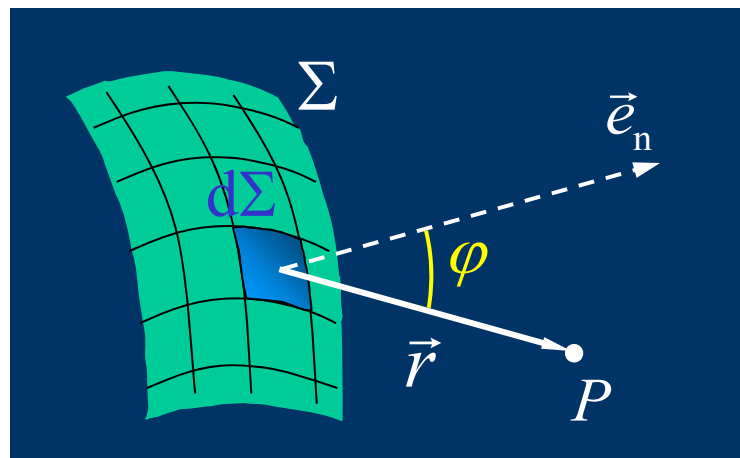
光源 O , 观察屏 E (或二者之一) 到衍射屏 S 的距离为有限的衍射。

◆ 夫琅禾费衍射 (远场衍射)

光源 O , 观察屏 E 到衍射屏 S 的距离均为无穷远的衍射。



6.7.2 惠更斯-菲涅尔原理



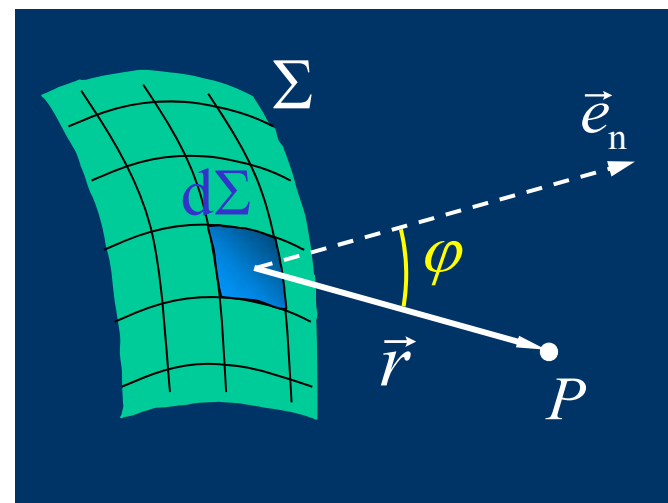
- ◆ 同一波前上的各点都可以看成是新的**振动中心**，它们发出的都是**相干次波**。
- ◆ 空间某点的光振动是所有这些次波在该点的相干叠加。

6.7.3 菲涅耳衍射积分公式

设初相为零, 面积为 Σ 的波面, 其上面元 $d\Sigma$ 在 P 点引起的振动为

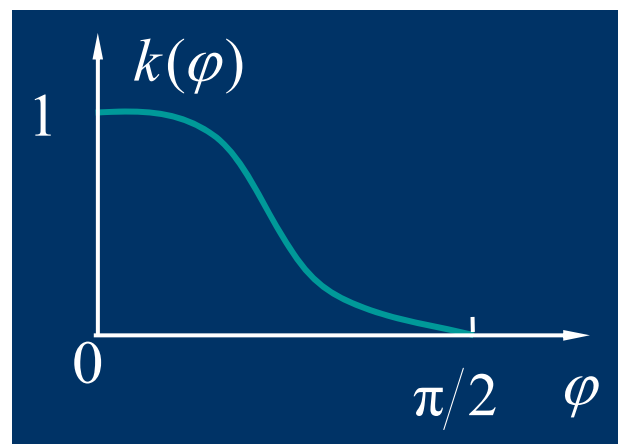
$$dE \propto k(\varphi) \cdot \frac{d\Sigma}{r} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$

$$dE = F \cdot k(\varphi) \frac{d\Sigma}{r} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$



F 取决于波面上 $d\Sigma$ 处的波强度, $k(\varphi)$ 为倾斜因子.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 0, k = k_{\max} = 1 \\ \varphi \uparrow \longrightarrow k(\varphi) \downarrow \\ \varphi \geq \frac{\pi}{2}, k = 0 \end{array} \right.$$



t 某时刻， P 点处的合振动就等于波面 Σ 上所有 $d\Sigma$ 发出的次波在 P 点引起光振动的叠加，即

$$E(P) = \int_{\Sigma} Fk(\varphi) \frac{\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})}{r} d\Sigma$$

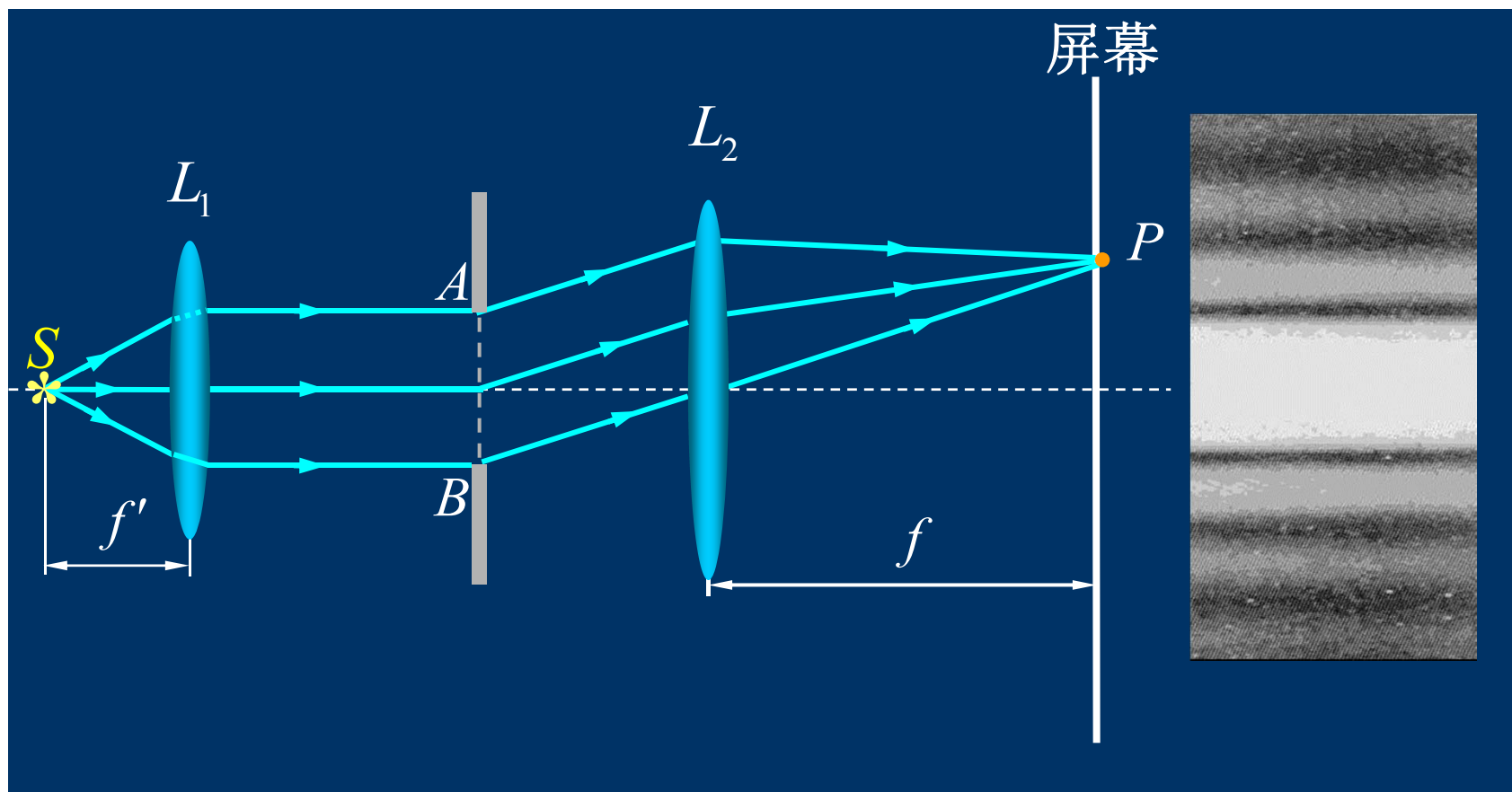
➤ 说明

- (1)对于一般衍射问题，用积分计算相当复杂，实际中常用半波带法和振幅矢量法分析。
- (2)惠更斯—菲涅耳原理在惠更斯原理的基础上给出了次波源在传播过程中的振幅变化及位相关系。

§ 6.8 夫琅禾费衍射

1. 单缝衍射的实验现象
2. 单缝衍射图样的特征分析
3. 单缝衍射的光强分布
4. 光学仪器的分辨本领

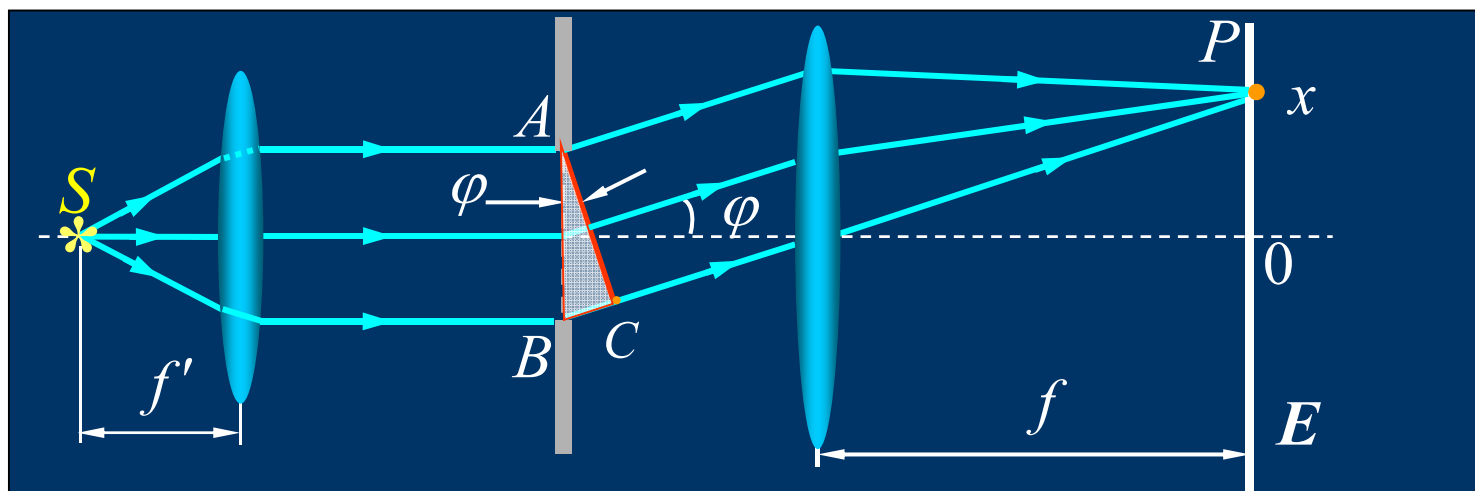
6.8.1 单缝衍射实验现象



- **结果：** 屏幕上出现中心很亮的明纹，两侧对称分布着一系列强度较弱亮纹。

6.8.2 单缝衍射图样的特征分析

1. 单缝衍射装置

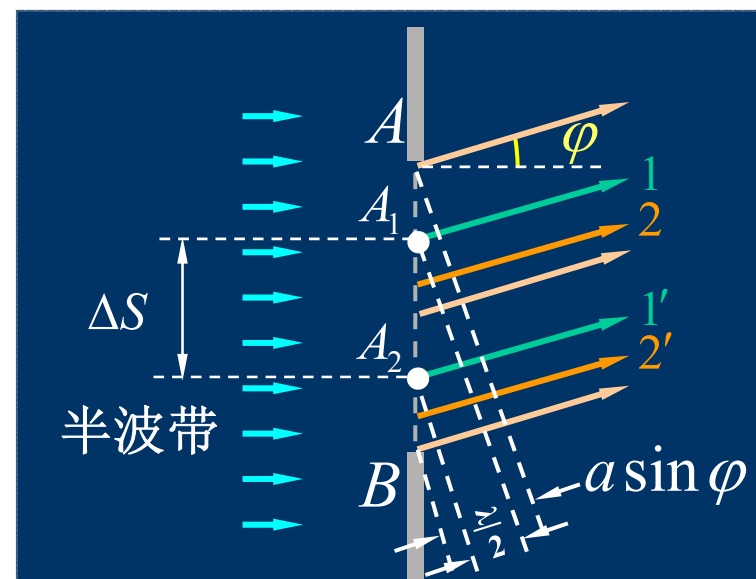


2. 菲涅耳半波带法

◆ 半波带数目为整数

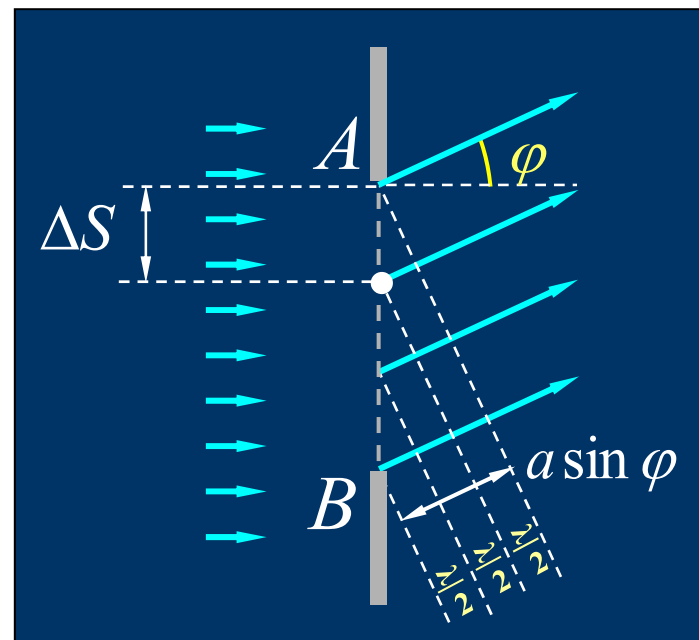
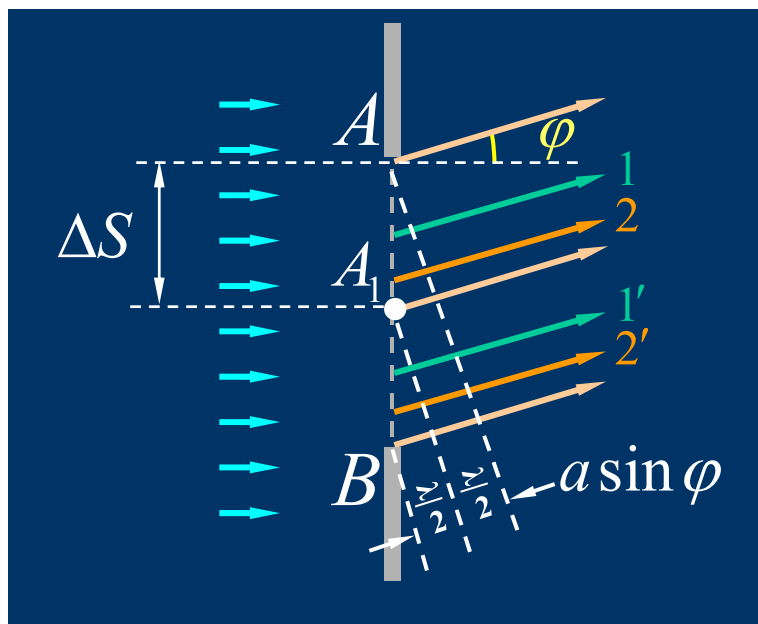
狭缝波面上的半波带的数目

$$N = \frac{a \sin \varphi}{\frac{\lambda}{2}}$$



§ 6.8 夫琅禾费衍射

暗纹条件: $a \sin \varphi = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3 \cdots$ (半波带数目为偶数)



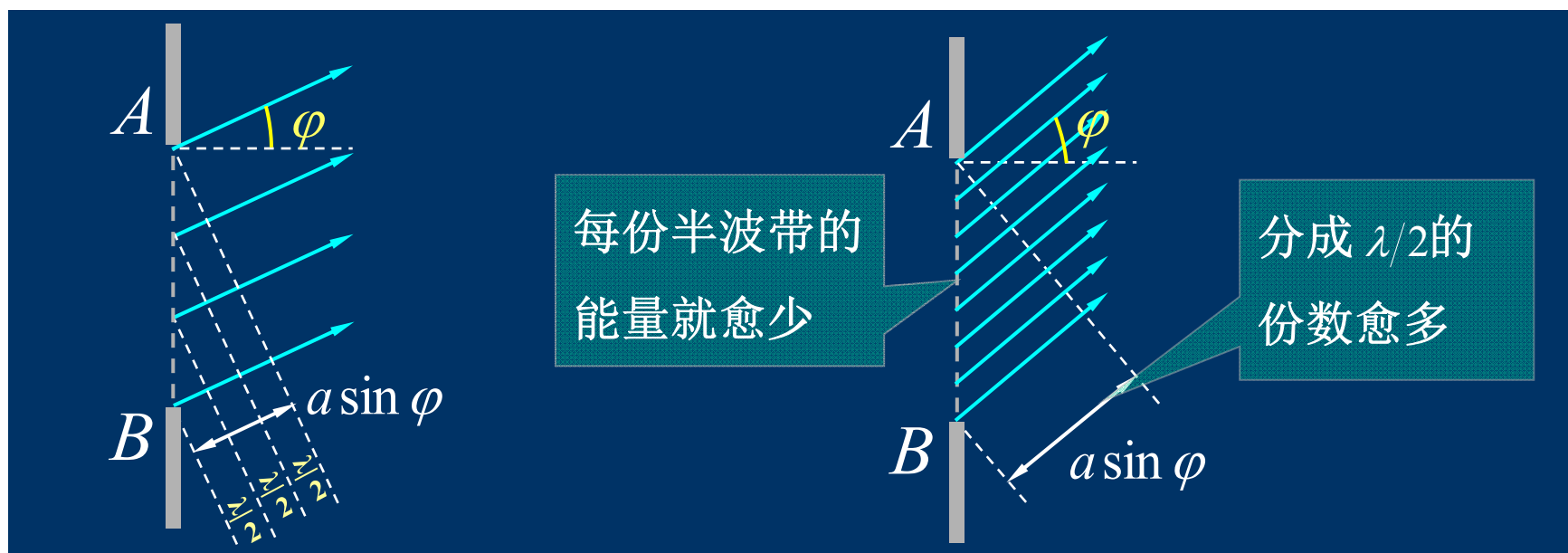
明纹条件: $a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3 \cdots$ (半波带数目为奇数)

中央明纹中心: $\varphi = 0 \longrightarrow a \sin \varphi = 0 \longrightarrow k = 0$

◆ 半波带数目为非整数时, 该点的光强介于明暗之间。

► 说明

- (1) 得到的暗纹和中央明纹位置精确, 其它明纹位置只是近似。
- (2) 随着衍射角 φ 的增大, 明条纹的强度减少。

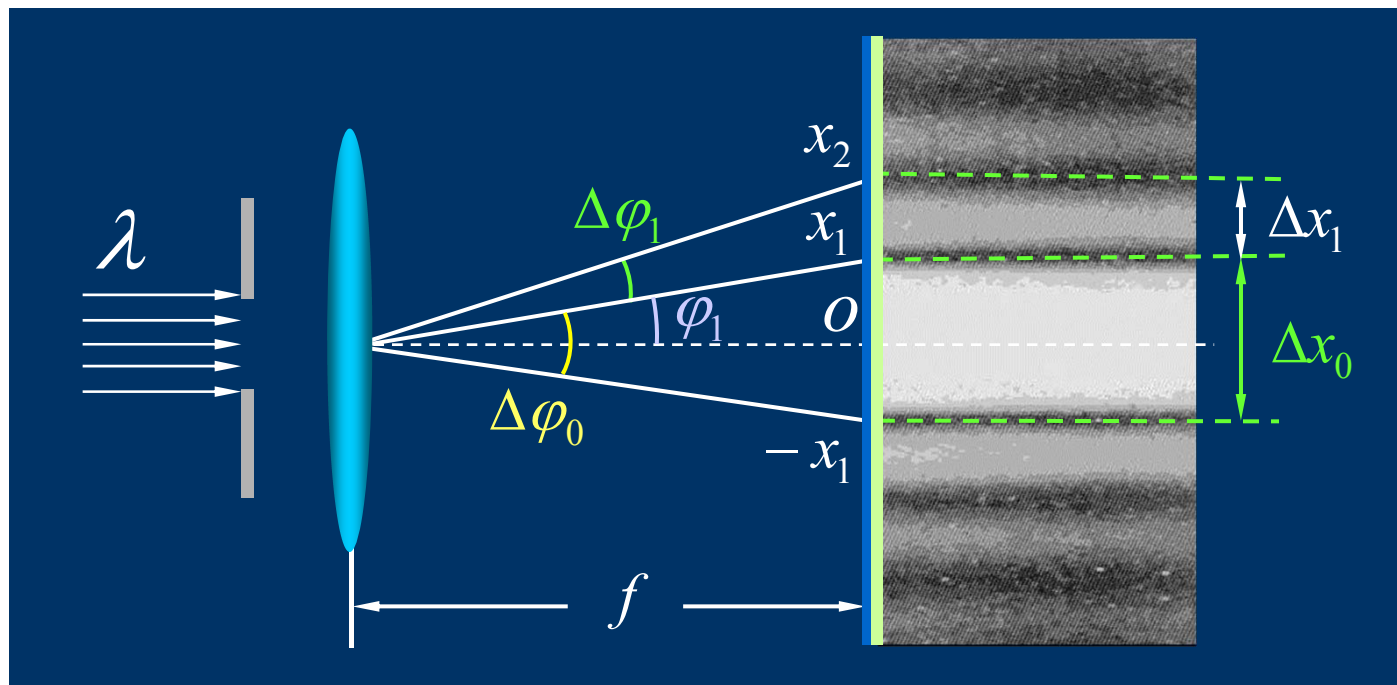


3. 单缝衍射明纹角宽度和线宽度

角宽度: 相邻暗纹对应的衍射角之差。

线宽度: 观察屏上相邻暗纹的距离。

§ 6.8 夫琅禾费衍射



中央明纹角宽度: $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda/a$

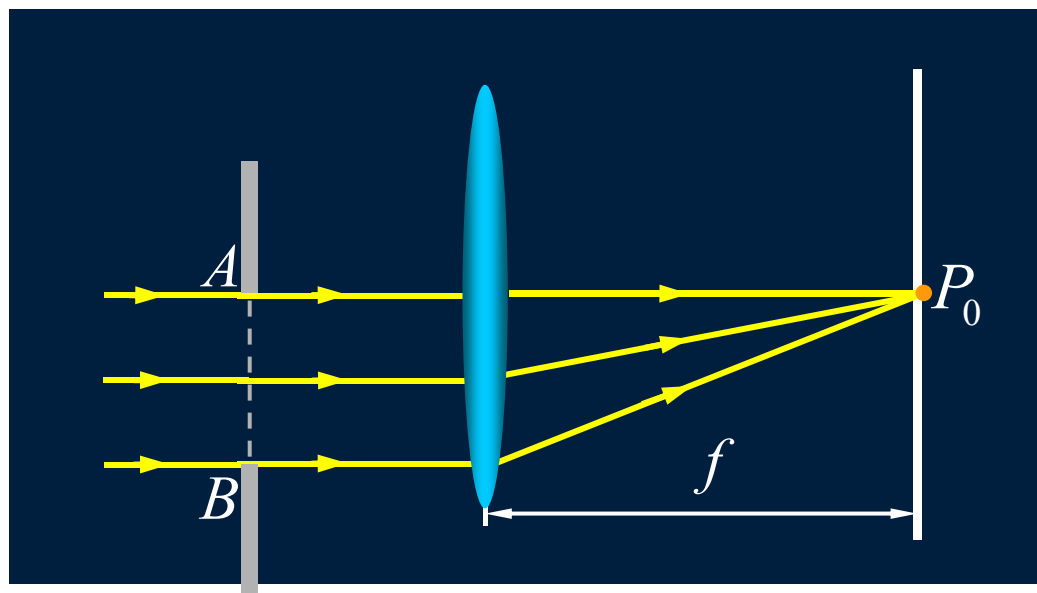
中央明纹线宽度: $\Delta x_0 = 2f \cdot \tan\varphi_1 = 2f\varphi_1 = 2f\lambda/a$

第 k 级明纹角宽度: $\Delta\varphi_k = \lambda/a$

➤ **结论:** 中央明条纹的角宽度是其他明条纹角宽度的两倍。

讨论

- (1) $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\lambda/a$ 波长越长, 缝宽越小, 条纹宽度越宽。
- (2) $\lambda/a \rightarrow 0$ $\Delta\varphi_0 \rightarrow 0$ 波动光学退化到几何光学。
- (3) $\lambda/a \rightarrow 1$ $\Delta\varphi_0 \rightarrow \pi$ 观察屏上不出现暗纹。
- (4) 缝位置变化不影响条纹位置分布



§ 6.8 夫琅禾费衍射

例 如图示，设有一波长为 λ 的单色平面波沿着与缝平面的法线成 θ 角的方向入射到宽为 a 的单缝 AB 上

求 写出各级暗条纹对应的衍射角 φ 所满足的条件

解 在狭缝两个边缘处，衍射角为 φ 的两光的光程差为

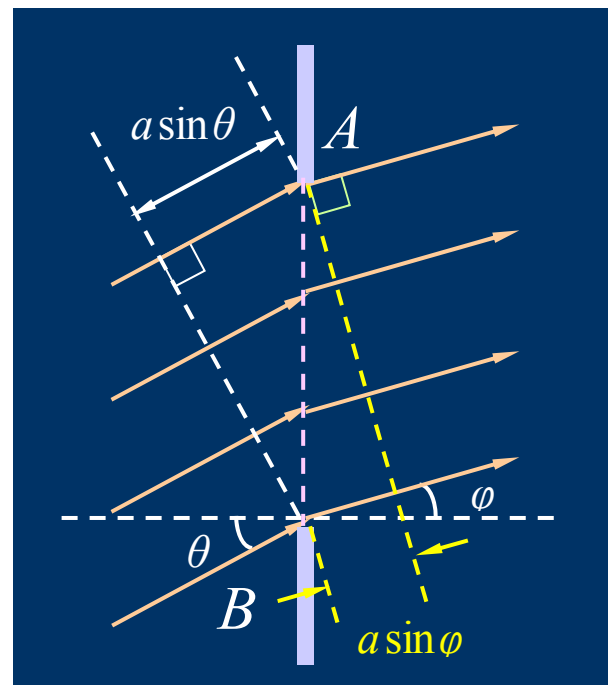
$$\delta = a(\sin \varphi - \sin \theta)$$

对于暗纹

$$\delta = \pm k\lambda$$

则 $a(\sin \varphi - \sin \theta) = \pm k\lambda$

$$\sin \varphi = \pm \frac{k\lambda}{a} + \sin \theta \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$



例 用波长为 λ_1 和 λ_2 的平行光垂直照射一单缝，在距缝很远的屏上观察衍射条纹，如果 λ_1 的第一级衍射暗纹与 λ_2 的第二级衍射暗纹重合。

求 (1) 两种波长之间的关系；

(2) 这两种波长的衍射图样中是否还有其它级的暗纹重合

解 (1) 单缝衍射暗纹条件

$$a \sin \varphi = k\lambda$$

$$\left. \begin{array}{l} a \sin \varphi_1 = \lambda_1 \\ a \sin \varphi_2 = 2\lambda_2 \\ \varphi_1 = \varphi_2 \end{array} \right\} \longrightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2$$

重合，即

(2) 单缝衍射暗纹条件

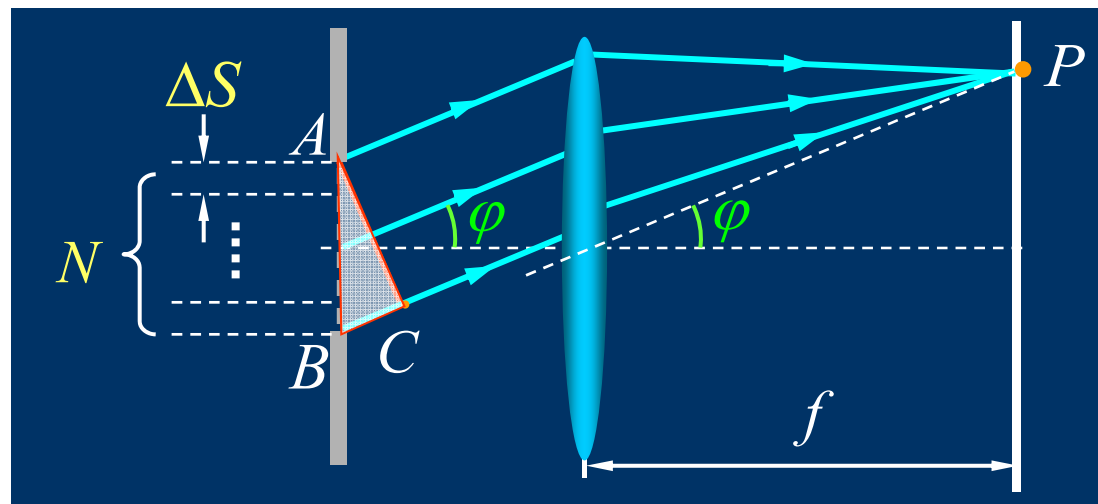
$$\begin{array}{l} a \sin \varphi = k \lambda \\ a \sin \varphi_1 = k_1 \lambda_1 \\ a \sin \varphi_2 = k_2 \lambda_2 \\ \varphi_1 = \varphi_2 \\ \lambda_1 = 2 \lambda_2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} a \sin \varphi = k \lambda \\ a \sin \varphi_1 = k_1 \lambda_1 \\ a \sin \varphi_2 = k_2 \lambda_2 \\ \varphi_1 = \varphi_2 \\ \lambda_1 = 2 \lambda_2 \end{array}} \right\} \longrightarrow k_2 = 2 k_1$$

重合，即

可见，还有 λ_1 的 k_1 级暗纹与 λ_2 的 $2 k_1$ 级暗纹重合。

6.8.3 单缝衍射的光强分布

1. 单缝衍射强度公式



将缝 AB 均分成 N 个窄带，每个窄带宽度为 $\Delta S = a/N$

设每个窄带在 P 点引起的振幅为 A

相邻窄带的相位差为 $\varepsilon = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a \sin \phi}{N}$

A 、 B 点处窄带在 P 点引起振动的相位差为

$$\beta = 2\pi a \sin \phi / \lambda = N\varepsilon$$

P 点形成的光振动： N 个同方向，同频率，同振幅，初相位依次相差 ε 的简谐振动的合成。

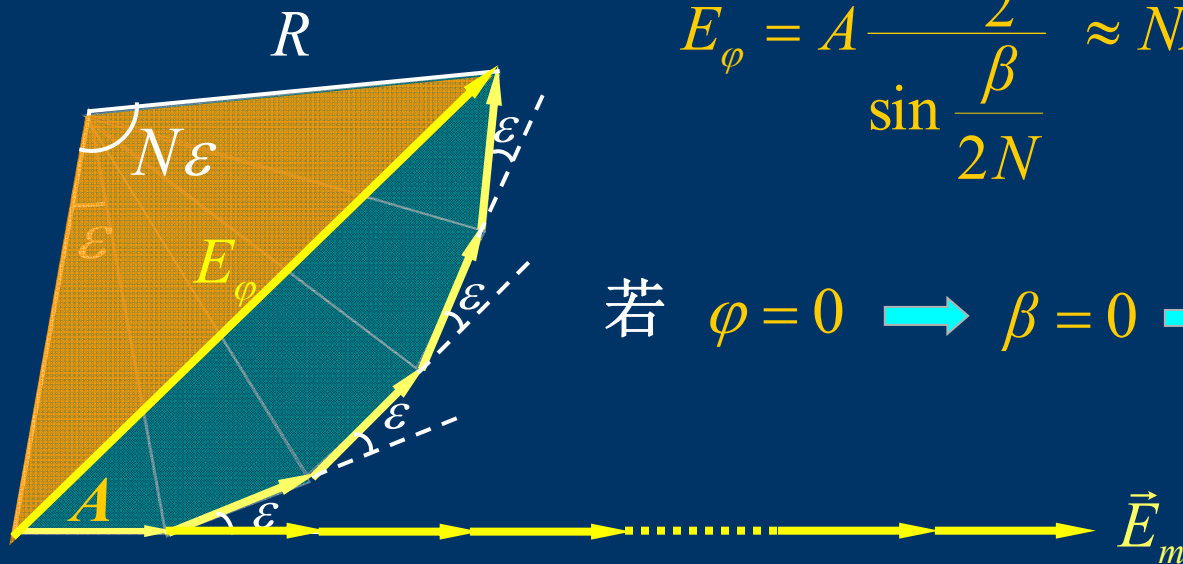
由图中几何关系得

$$\begin{cases} A = 2R \sin \frac{\varepsilon}{2} = 2R \sin \frac{\beta}{2N} \approx R \frac{\beta}{N} \\ E_{\varphi} = 2R \sin \frac{\beta}{2} \end{cases}$$

由以上两式得

$$E_{\varphi} = A \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\beta}{2N}} \approx NA \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}} \quad (N \text{ 很大时})$$

若 $\varphi = 0 \rightarrow \beta = 0 \rightarrow E_m = NA$



§ 6.8 夫琅禾费衍射

$$\text{令 } \alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad E_{\varphi} = E_m \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

$$I_{\varphi} = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

I_m 中央明纹中心处的光强

2. 单缝衍射光强分布特点

◆ 中央明纹

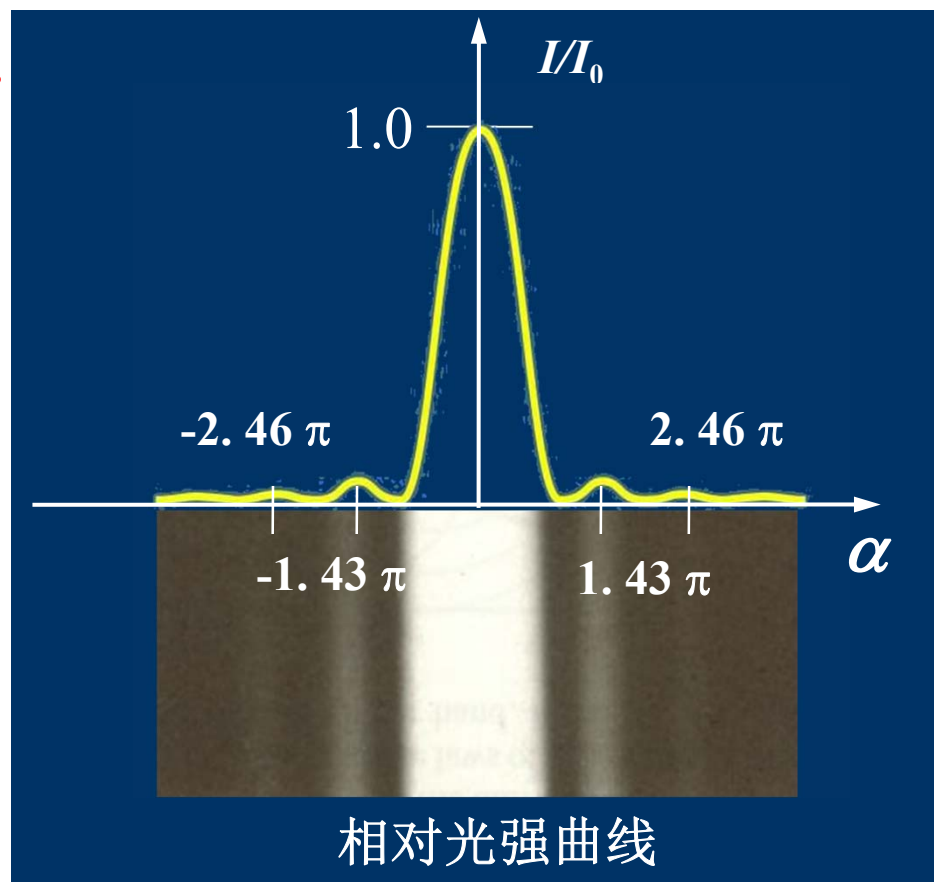
$$\varphi = 0, \quad \alpha = 0$$

$$I = I_m = I_{\max}$$

◆ 暗纹条件

$$I = 0 \rightarrow \sin \alpha = 0$$

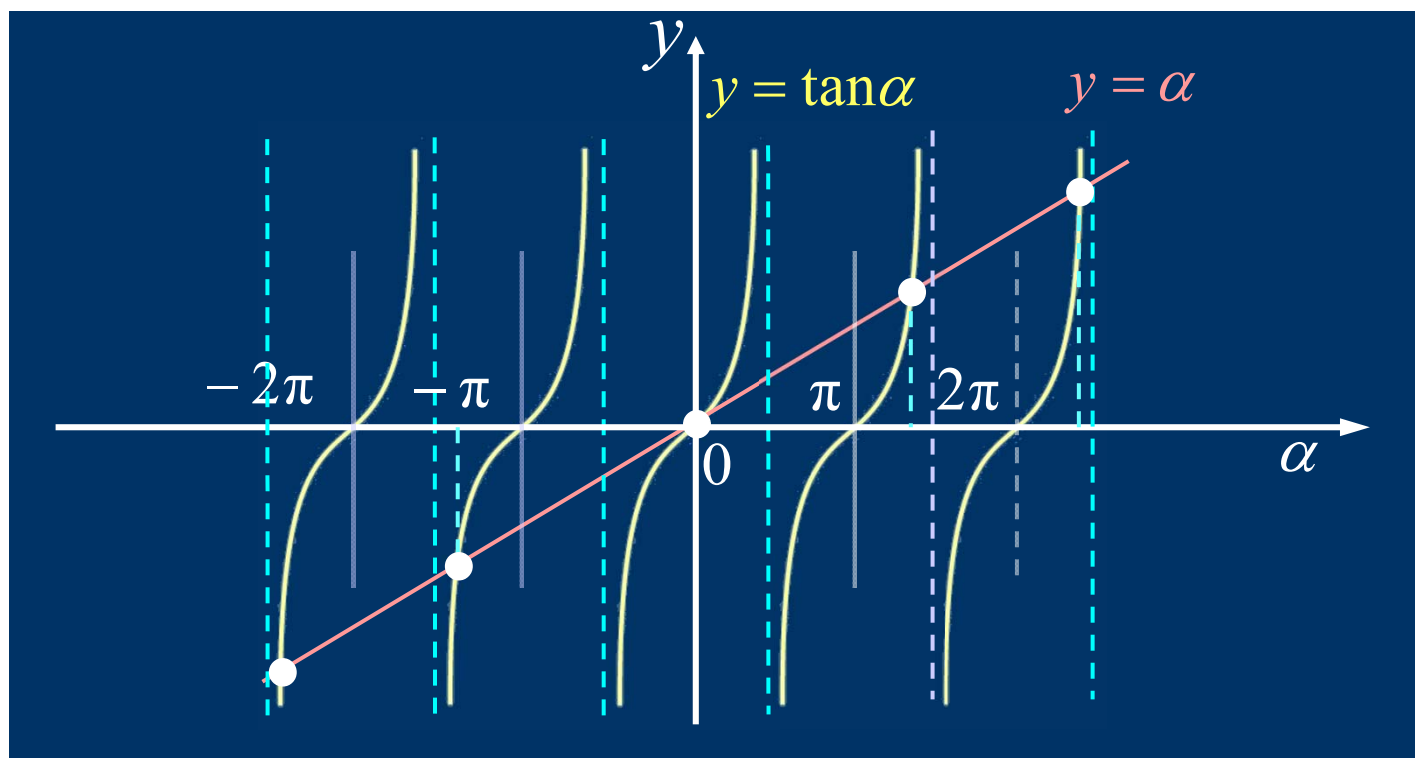
$$\alpha = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} = \pm k\pi$$



$$a \sin \varphi = \pm k\lambda \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

由上可见：与半波带法得到的暗纹条件一致。

◆ 次级明纹条件 $\frac{dI}{d\alpha} = 0 \longrightarrow \tan \alpha = \alpha$



得 $\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \cdots$

相应 $a \sin \varphi = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \cdots$

由上可见：次级明条纹严格讲不是等间距分布的。

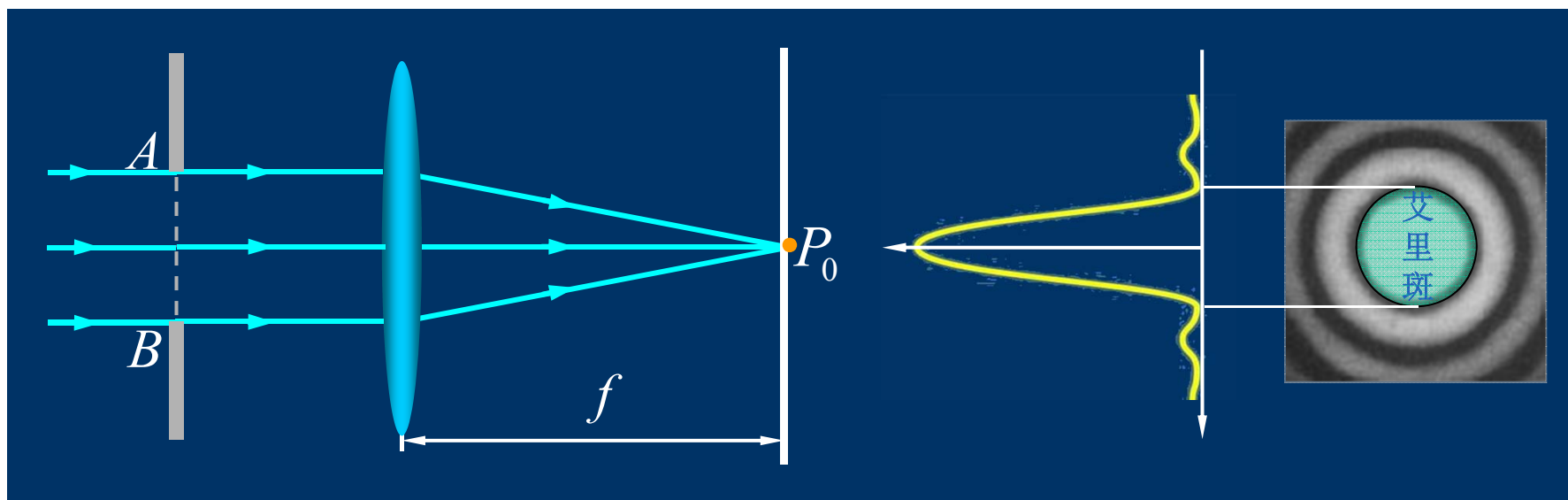
半波带法得到的明纹位置

$a \sin \varphi = (2k + 1)\lambda/2$ 是一种较好的近似。

$$I_1 = 4.7\%I_m, I_2 = 1.7\%I_m, I_3 = 0.8\%I_m$$

6.8.4 光学仪器的分辨本领

1. 圆孔的夫琅禾费衍射



2. 艾里斑 由第一暗环所包围的中央亮斑。

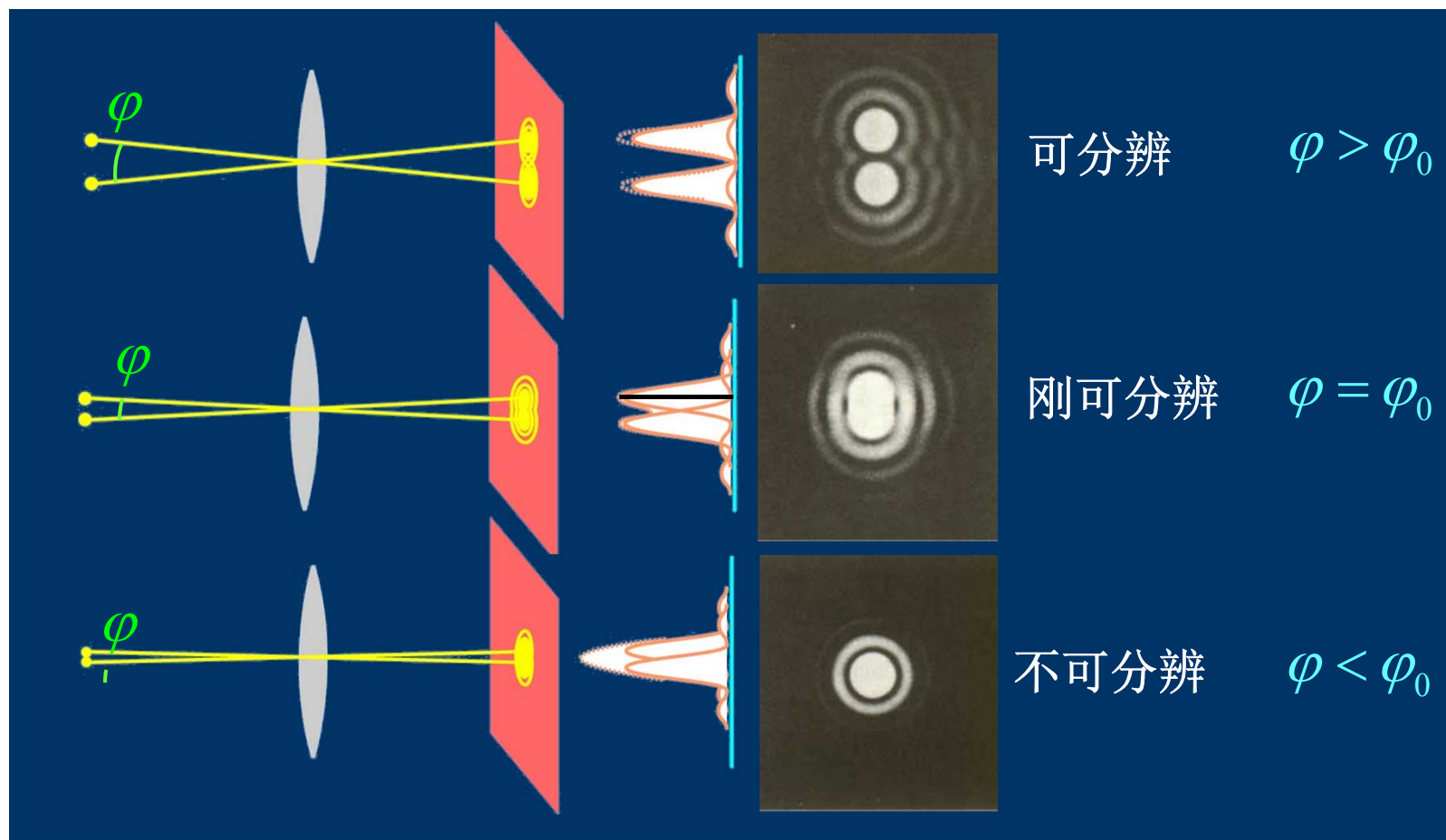
由夫琅禾费圆孔衍射计算可得，艾里斑的半角宽度

$$\varphi_0 \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

艾里斑的半径

$$r_0 = f\varphi_0 = 1.22 \frac{\lambda f}{D}$$

3. 瑞利判据



瑞利判据

对于两个等光强的非相干物点, 如果一个像斑中心恰好落在另一像斑的中央亮斑的边缘(第一级暗纹处)上时, 就认为这两个像刚刚能够被分辨。

4. 光学仪器分辨本领

望远镜的最小分辨角

$$\Delta\varphi = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

光学仪器分辨本领

$$R = \frac{1}{\Delta\varphi}$$

§ 6.8 夫琅禾费衍射

例 载人宇宙飞船在距地面 **160km** 的轨道上运行时，宇航员恰好能分辨地面上的两点光源，设波长为**550nm**、瞳孔直径取**5mm**。

求 两点光源之间的距离

解 设两点光源之间的距离为 **x** 、飞船距地面的距离为 **L**

眼睛的最小分辨角 $\delta_{\varphi} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

两点光源对人眼睛的张角 $\delta = \frac{x}{L}$

恰能分辨条件 $\delta_{\varphi} = \delta \longrightarrow 1.22 \frac{\lambda}{D} = \frac{x}{L}$

$$x = \frac{1.22 \lambda L}{D} = \frac{1.22 \times 550 \times 10^{-9} \times 160 \times 10^3}{5 \times 10^{-3}} = 21\text{m}$$

§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱

1. 衍射光栅

2. 光栅光谱

6.9.1 衍射光栅



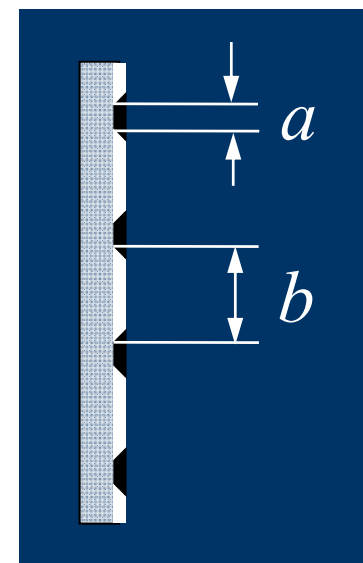
衍射光栅： 利用多缝衍射原理使光发生色散的元件。

1. 衍射光栅参数

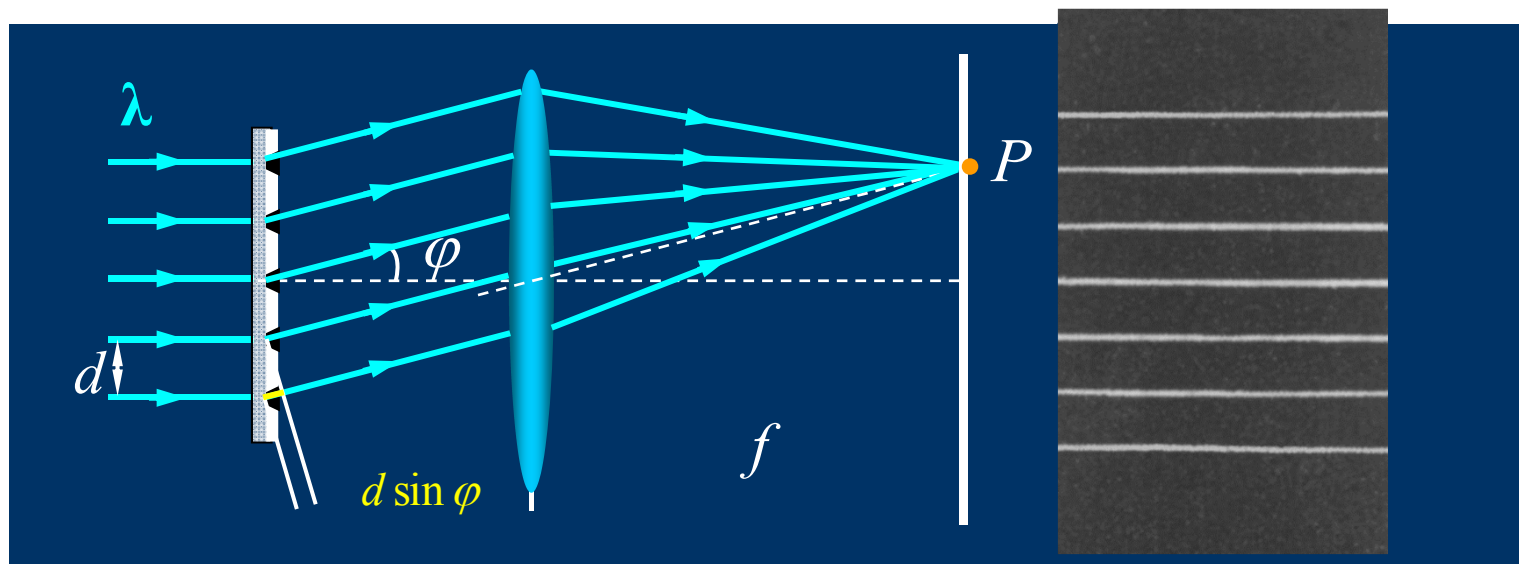
◆ 光栅常数 $d = a + b$

◆ 总缝数

光栅宽度为 l mm, 每毫米缝数为 m , 总缝数 $N = m \times l$



2. 光栅衍射现象



3. 光栅方程

主极大级数

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

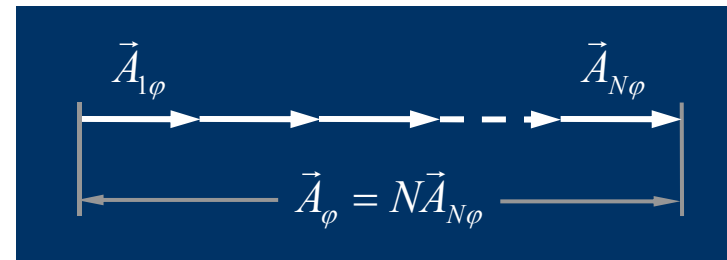
● 主极大强度

相邻两缝发出的光在 P 点引起的光振动相位差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi = \pm 2k\pi$$

P 点光强为

$$I_{\varphi} = A_{\varphi}^2 = N^2 I_{N\varphi}$$



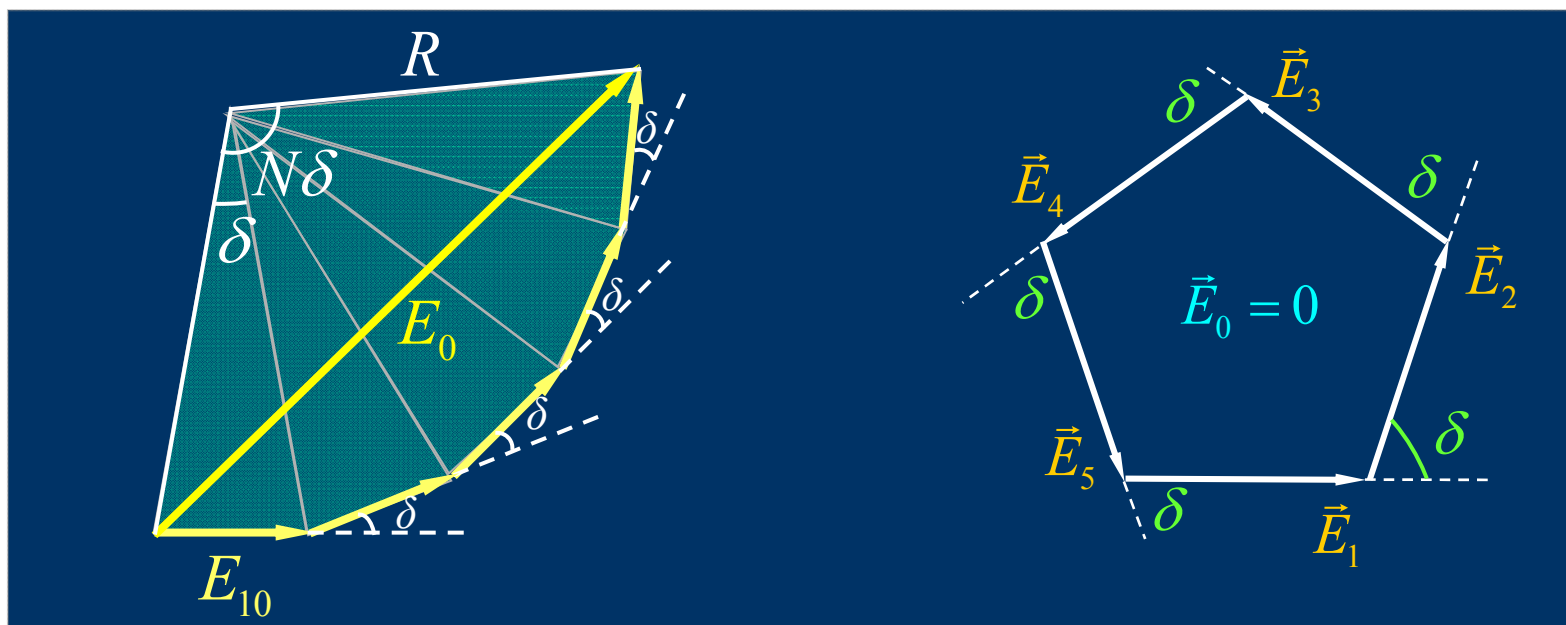
4. 暗纹公式

屏幕上任一点的光振动来自于各缝光振动 $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ 的叠加。

相邻振动相位差 $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$

如果

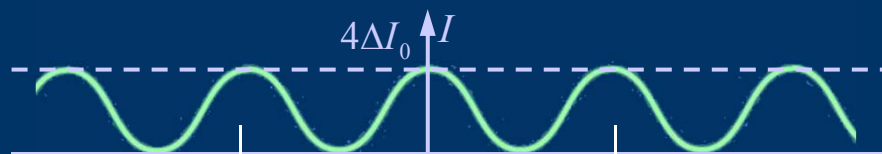
$$N \delta = \pm m \cdot 2\pi \quad \longrightarrow \quad \vec{E}_0 = \sum \vec{E}_i = 0$$



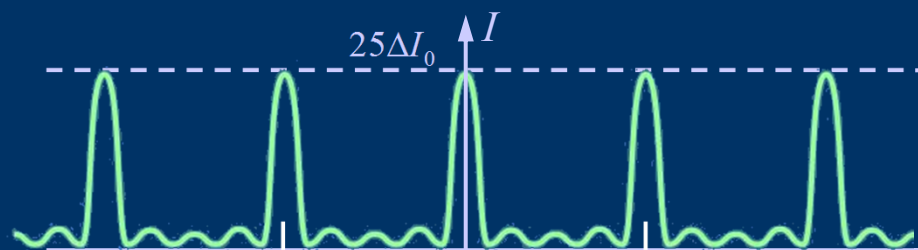
即 $d \sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{N} \quad (m \neq 0, \pm N, \pm 2N, \dots)$

§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱

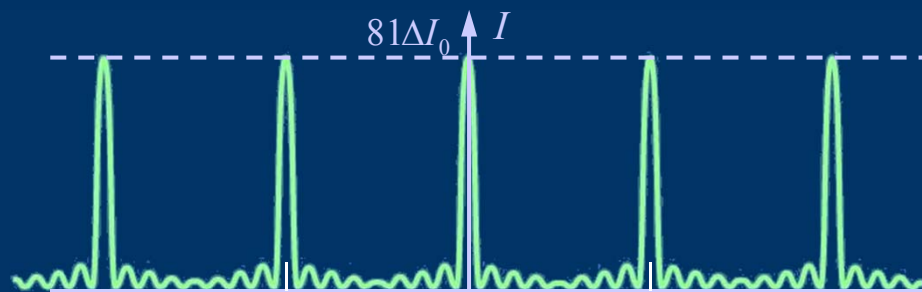
- 说明:
- N 缝干涉, 两主极大间有 $N-1$ 个极小, $N-2$ 个次极大。
 - 随着 N 的增大, 主极大间为暗背景。



2缝干涉强度分布

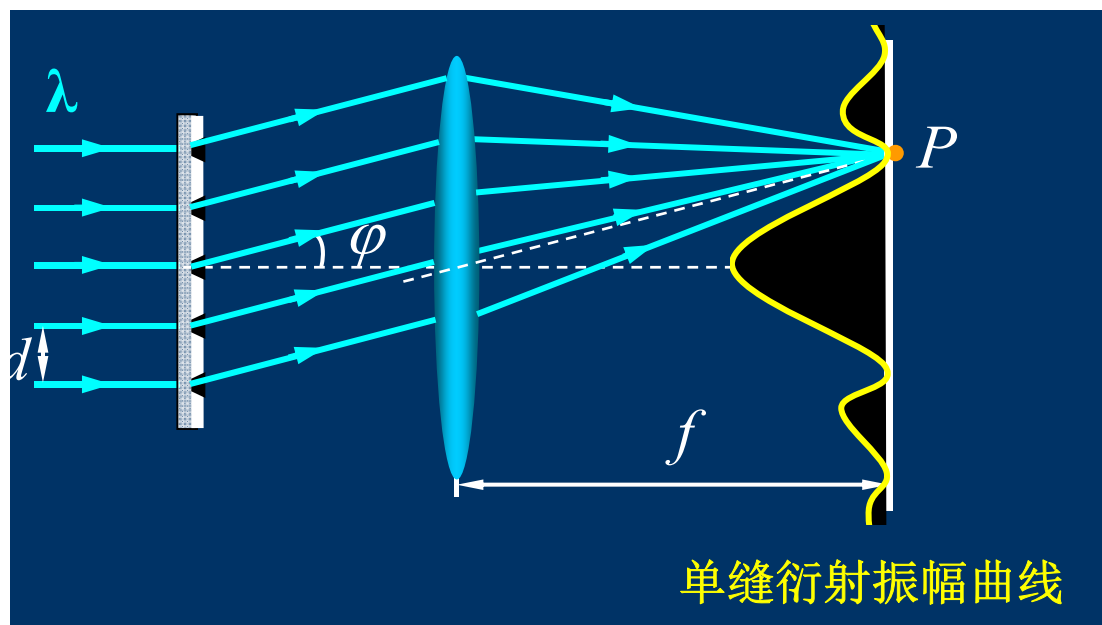


5缝干涉强度分布



9缝干涉强度分布

5. 谱线的缺级



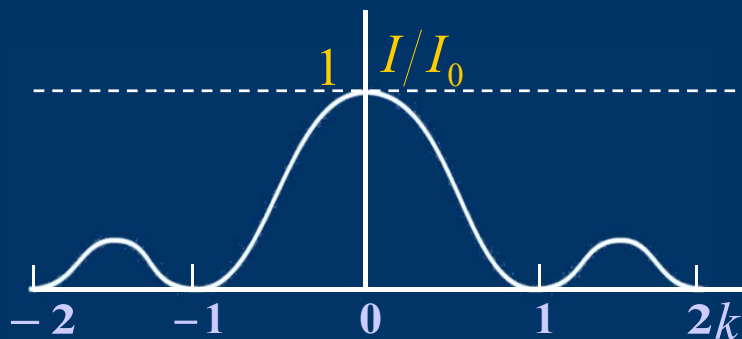
$$\left. \begin{array}{l} d \sin \varphi = \pm k \lambda \\ a \sin \varphi = \pm k' \lambda \end{array} \right\} \rightarrow \frac{d}{a} = \frac{k}{k'} \rightarrow k = \frac{d}{a} \cdot k' \quad (k' \text{ 取非零整数})$$

如 $\left\{ \begin{array}{l} d/a = 2 \\ d/a = 3 \end{array} \right.$

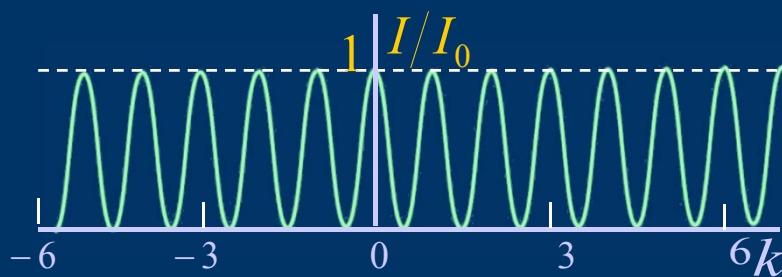
则 $k = \pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots$ 缺级

则 $k = \pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$ 缺级

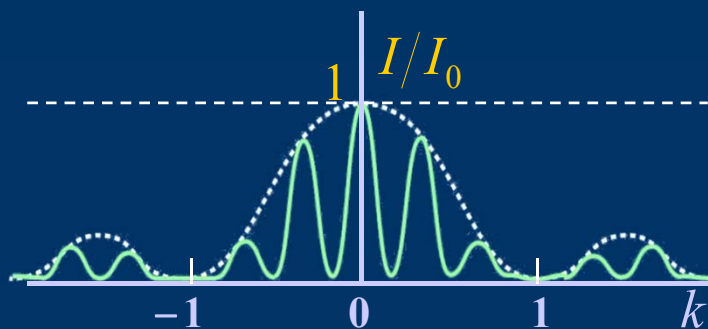
§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱



只考虑单缝衍射强度分布



只考虑双缝干涉强度分布



双缝光栅强度分布

$$d = 3a$$

屏上的强度为单缝衍射和缝间干涉的共同结果。

6. 光栅衍射光强分布

单缝衍射的振幅分布
和强度分布为

$$E_{\varphi} = E_0 \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad I_{\varphi} = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

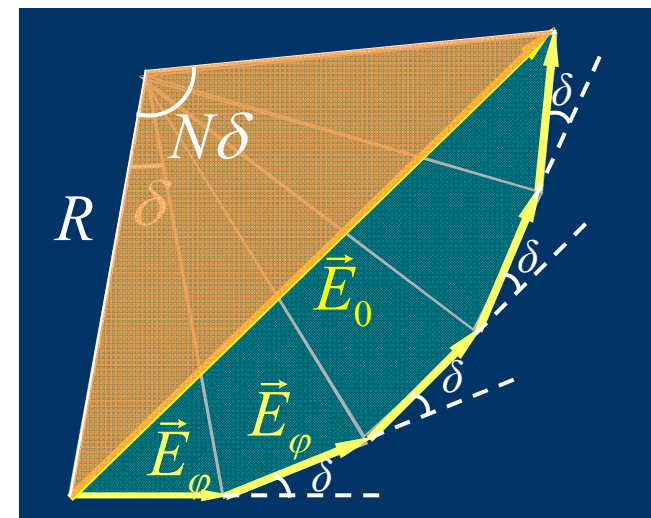
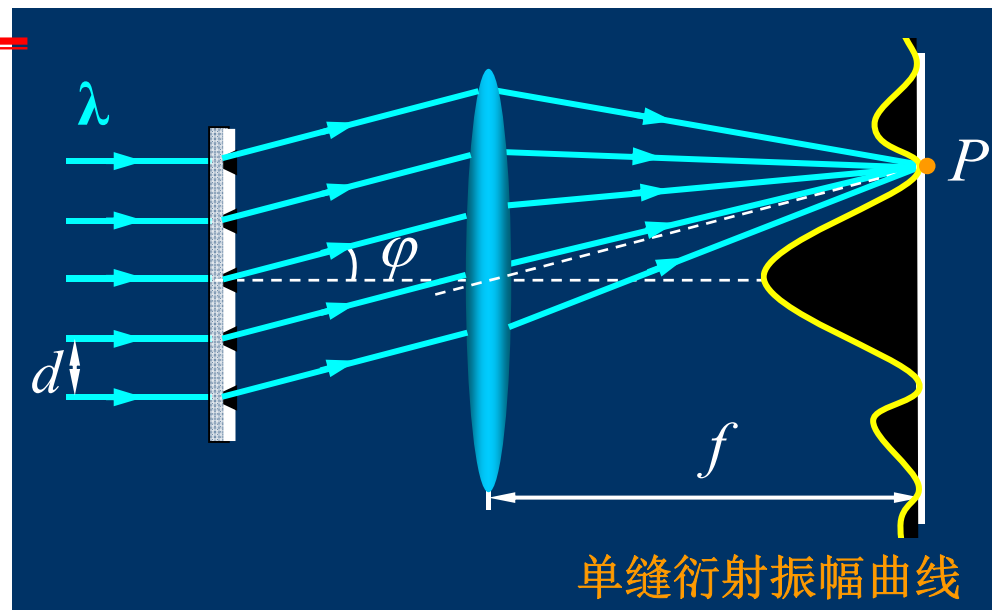
$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}$$

相邻两缝发出的光在 P 点引起的光振动相位差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (a + b) \sin \varphi$$

由几何关系可得: $E_{\varphi} = 2R \sin \frac{\delta}{2}$

$$E_0 = 2R \cdot \sin \frac{N\delta}{2}$$



§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱

$$E_0 = E_\varphi \cdot \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

$$I_0 = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2$$

讨论

- $\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ 单缝衍射因子 $\left(\frac{\sin (N\delta/2)}{\sin (\delta/2)} \right)^2$ 多光束干涉因子

- 主极大位置及光强

$$\text{若 } \delta = 2k\pi \longrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi = 2k\pi \longrightarrow d \sin \varphi = \pm k\lambda$$

$$\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right) = 0 \quad \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0 \longrightarrow I = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot N^2$$

- 暗纹公式

$$\text{若 } \left(\frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 = 0 \longrightarrow N\delta = \pm m \cdot 2\pi \longrightarrow d \sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{N}$$

$(m \neq 0, \pm N, 2N, \dots)$

●缺级条件

$$\text{若 } \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 0 \longrightarrow \sin \alpha = 0 \longrightarrow \alpha = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} = \pm k\pi$$

$$\text{即 } a \sin \varphi = \pm k'\lambda \quad k' = 1, 2, 3 \dots \quad (1)$$

$$\text{同时 } \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} = N \longrightarrow \delta = 2k\pi \longrightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin \varphi$$

$$\text{即 } d \sin \varphi = k\lambda \quad k = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (2)$$

$$(1)、(2) \text{联立得 } k = \frac{d}{a} \cdot k' \quad (k' \text{ 取非零整数})$$

例 波长为 600nm 的平行光垂直照射在一光栅上，有两个相邻主极大明纹分别出现在 $\sin\varphi_1=0.20$ 和 $\sin\varphi_2=0.30$ 处，且第四级缺级。

- 求** (1) 光栅常数；
(2) 光栅狭缝的最小宽度；
(3) 实际可观察到的明纹级数和条数。

解 (1) 由光栅方程，得

$$\left. \begin{aligned} d\sin\varphi_1 &= k\lambda \\ d\sin\varphi_2 &= (k+1)\lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow d(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1) = \lambda$$

$$d = \frac{\lambda}{\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1} = \frac{600 \times 10^{-9}}{0.30 - 0.20} = 6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(2) 第四级主极大缺级，有

$$4 = \frac{d}{a} k'$$

k' 取1 得最小缝宽

$$a = \frac{d}{4} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(3) 当 $\varphi=(\pi/2)$ 时，由光栅方程得最高级数

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{6 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-9}} = 10$$

实际可以观察到0, ± 1 , ± 2 , ± 3 , ± 5 , ± 6 , ± 7 , ± 9 共
15条谱线。

§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱

例 设光栅常数为 d ，总缝数为 N 的光栅，当入射光波长为 λ 时，分析其夫琅禾费衍射主极大条纹角宽度与 N 的关系。

解 暗纹位置满足条件

$$Nd \sin \varphi = \pm m\lambda \quad m = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

第 k 级主极大相邻的两暗纹满足

$$m = kN + 1 \quad Nd \sin \varphi_{kN+1} = (kN + 1)\lambda$$

$$m = kN - 1 \quad Nd \sin \varphi_{kN-1} = (kN - 1)\lambda$$

$$Nd (\sin \varphi_{kN+1} - \sin \varphi_{kN-1}) = 2\lambda$$

$$Nd \cos \varphi_{kN-1} (\varphi_{kN+1} - \varphi_{kN-1}) = 2\lambda$$

第 k 级主极大角宽度

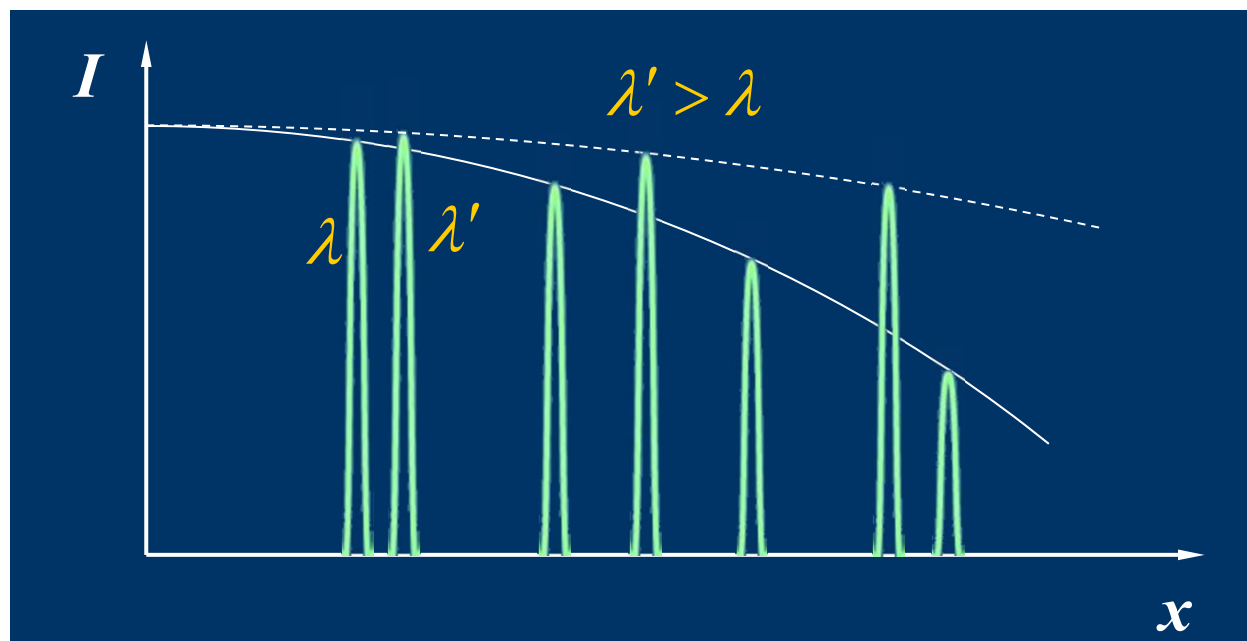
$$\Delta \varphi_k = \varphi_{kN+1} - \varphi_{kN-1} = \frac{2\lambda}{Nd \cos \varphi_{\text{明}k}}$$

N 越大，主极大角宽度越小，条纹越细。

6.9.2 光栅光谱

1. 光栅色散

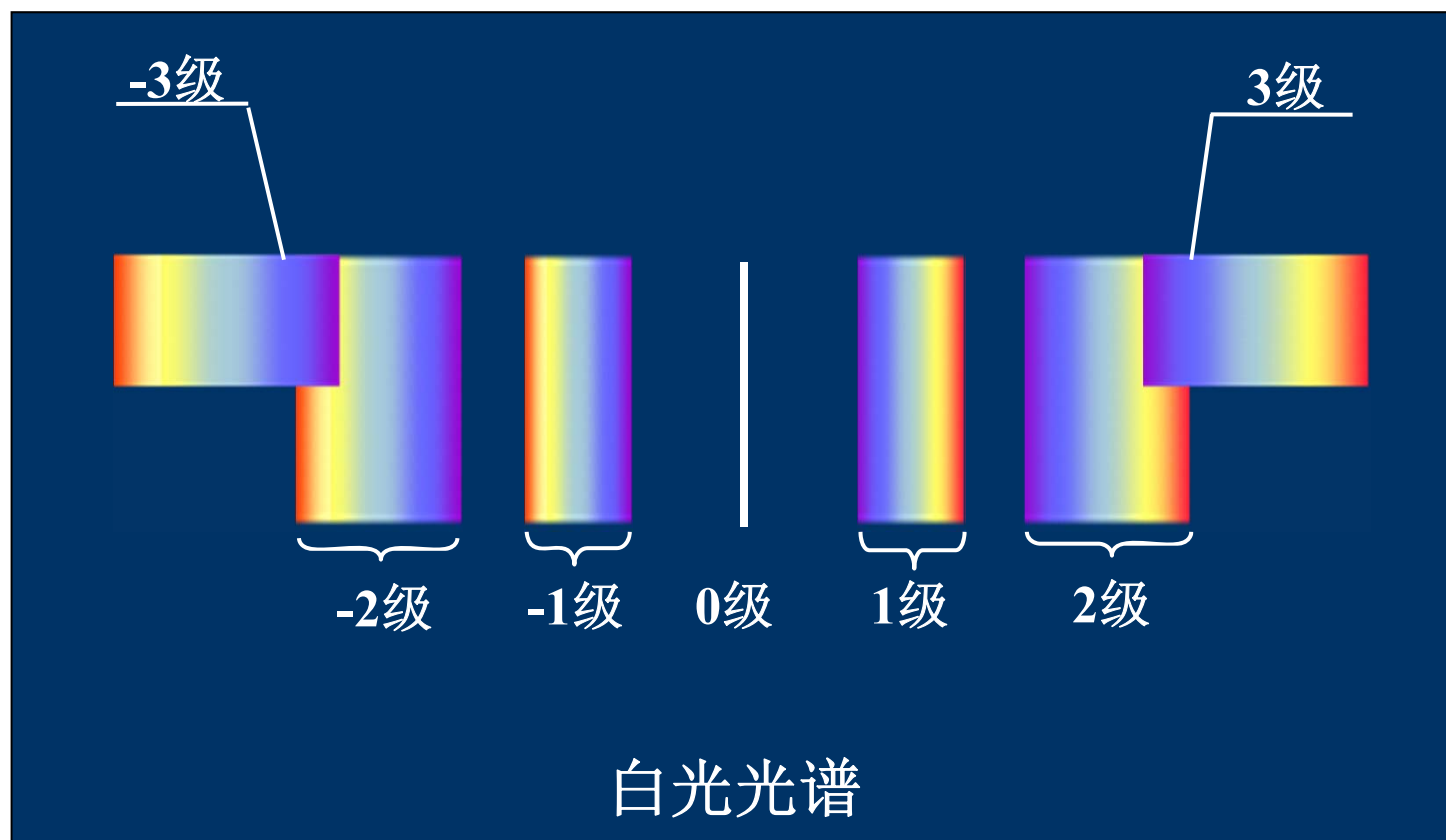
由 $d \sin \varphi = \pm k \lambda$ 知 d, k 一定, $\lambda \uparrow \longrightarrow \varphi \uparrow$



入射光包含几种不同波长的光，经光栅衍射后除中央主极大重合外，彼此分开，该现象称为**光栅色散**。

2. 光栅光谱

光栅衍射产生的按波长排列的谱线。



3. 光栅的分辨本领

将波长相差很小的两个波长 λ 和 $\lambda + \Delta\lambda$ 分开的能力。

光栅的分辨本领定义为 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

设： $\lambda + \Delta\lambda$ 的 k 级主极大正好与 λ 的第 $(kN+1)$ 极小重合，
是两谱线能被光栅分辨的极限，则有

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= k(\lambda + \Delta\lambda) \\ d \sin \varphi &= \frac{kN+1}{N} \lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow k(\lambda + \Delta\lambda) = \frac{kN+1}{N} \lambda$$

整理得 $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$ 即

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

➤ **说明：**增大主极大级次 k 和总缝数 N ，可提高光栅的分辨率。

§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱

例 用白光垂直照射一光栅，能在 30° 衍射方向观察到 600nm 的第二级主极大干涉，并能在该处分辨的 $\Delta\lambda=0.005\text{nm}$ 两条光谱线，可是在 30° 衍射方向却很难测到 400nm 的主极大干涉

- 求**
- (1) 光栅相邻两缝的间距；
 - (2) 光栅的总宽度；
 - (3) 光栅上狭缝的宽度；
 - (4) 若以此光栅观察钠光谱($\lambda=590\text{nm}$)，当光线垂直入射和以 30° 斜入射时，屏上各呈现的全部干涉条纹的级数

解 (1) 由光栅方程 $d \sin \varphi = \pm k\lambda$ 得

$$d = \frac{k\lambda}{\sin \varphi} = \frac{2 \times 6 \times 10^{-4}}{\sin 30^\circ} = 2.4 \times 10^{-3} (\text{mm})$$

§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱

(2) 由 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$ 得

$$N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \cdot \frac{1}{k} = \frac{600}{0.005} \cdot \frac{1}{2} = 6 \times 10^4$$

则光栅的总宽度为 $Nd = 144\text{mm}$

(3) 由 $d \sin \varphi = \pm k\lambda$ 可得

$$k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda} = \frac{2.4 \times 10^{-6} \cdot \sin 30^\circ}{4 \times 10^{-7}} = 3 = \frac{d}{a} k'$$

由题意可得相应的缺级级次为: $\pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots$

则狭缝的宽度为 $a = \frac{1}{3}d = 8 \times 10^{-4} \text{mm} \quad (k'=1)$

或 $a = \frac{2}{3}d = 1.6 \times 10^{-3} \text{mm} \quad (k'=2)$

(4) 由垂直入射光栅方程 $d \sin \varphi = k\lambda$ 可得

$$k_{\max} = \frac{d \sin \frac{\pi}{2}}{\lambda} = \frac{2.4 \times 10^{-6}}{5.9 \times 10^{-7}} = 4.04 \approx 4$$

呈现于屏上的是 **0, ±1, ±2, ±4** 这**7**条干涉条纹。

由斜入射光栅方程 $d(\sin \varphi + \sin \theta) = \pm k\lambda$ 可得

$$k_{\max} = \frac{d[\sin(\pm \frac{\pi}{2}) - \sin 30^\circ]}{\lambda} = \begin{cases} 2.03 \\ -6.1 \end{cases}$$

或

$$k_{\max} = \frac{d[\sin(\pm \frac{\pi}{2}) + \sin 30^\circ]}{\lambda} = \begin{cases} -2.03 \\ 6.1 \end{cases}$$

呈现于屏上的是 **0, ±1, ±2, 4, 5 (0, ±1, ±2, -4, -5)**
这**7**条干涉条纹。

➤ 说明

- (1) 斜入射级次分布不对称。
- (2) 斜入射时，可得到更高级次的光谱，提高分辨率。
- (3) 垂直入射和斜入射相比，完整级次数不变。

上题中垂直入射级数： **$0, \pm 1, \pm 2, \pm 4$**

斜入射级数： **$0, \pm 1, \pm 2, 4, 5$ ($0, \pm 1, \pm 2, -4, -5$)**

- (4) 垂直入射和斜入射相比，缺级级次相同。

$$\left. \begin{aligned} d(\sin \varphi + \sin \theta) &= \pm k \lambda \\ a(\sin \varphi + \sin \theta) &= \pm k' \lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow k = k' \frac{d}{a} \quad k' = 1, 2, 3, \dots$$

§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱



光盘的凹槽形成一个衍射光栅，在白光下能观察到入射光被分离成彩色光谱

§ 6.9 衍射光栅 光栅光谱



例 已知：单色平行光的波长为 490 nm ，光栅常数 $a+b=3.0 \times 10^{-4} \text{ cm}$

1. 若入射单色光与光栅平面的法线方向所成夹角为 $\theta = 30^\circ$ ，在此情况下，光栅衍射条纹中两侧的最高级次各属哪一级？
2. 当单色光垂直照射在光栅上，最多能看到第几级条纹？
3. 若光栅的透光缝的宽度 $a=1.0 \times 10^{-4} \text{ cm}$ ，单色光垂直照射在光栅上，最多能观察到的明条纹总数（包括中央明纹）多少

§ 6. 10 X射线在晶体上的衍射

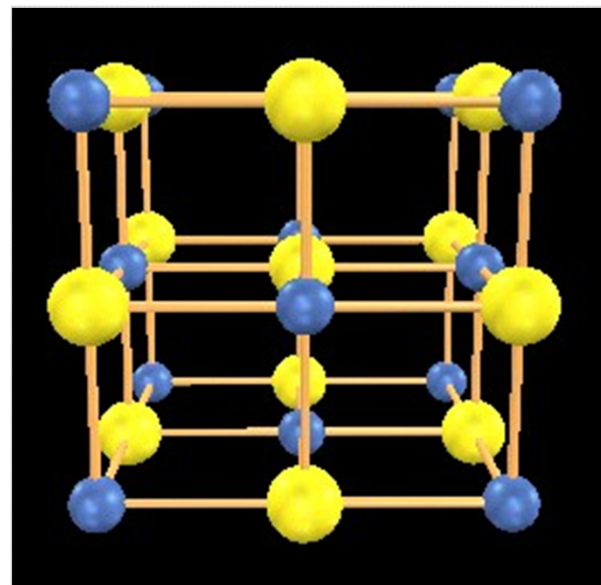
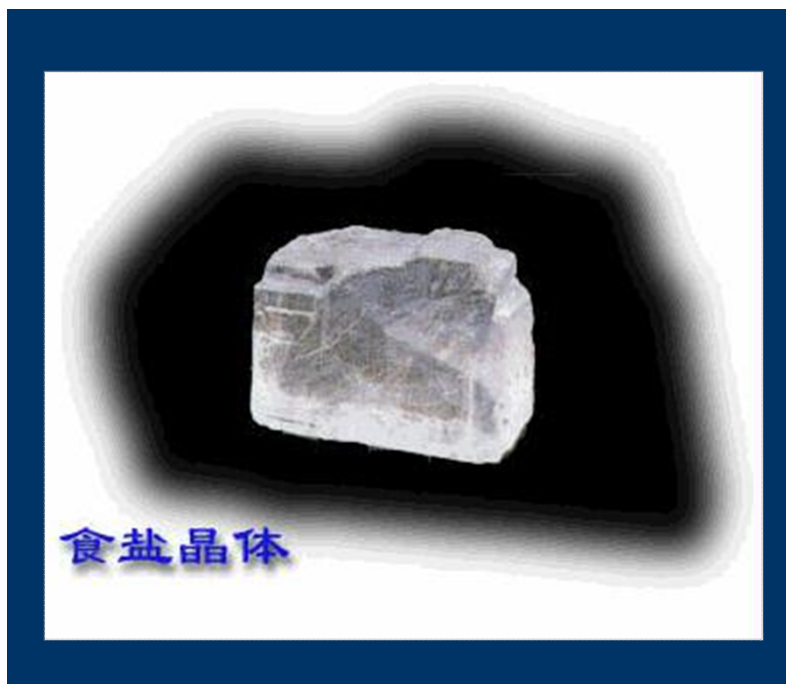
1. X射线

2. 布拉格公式

1. X射线

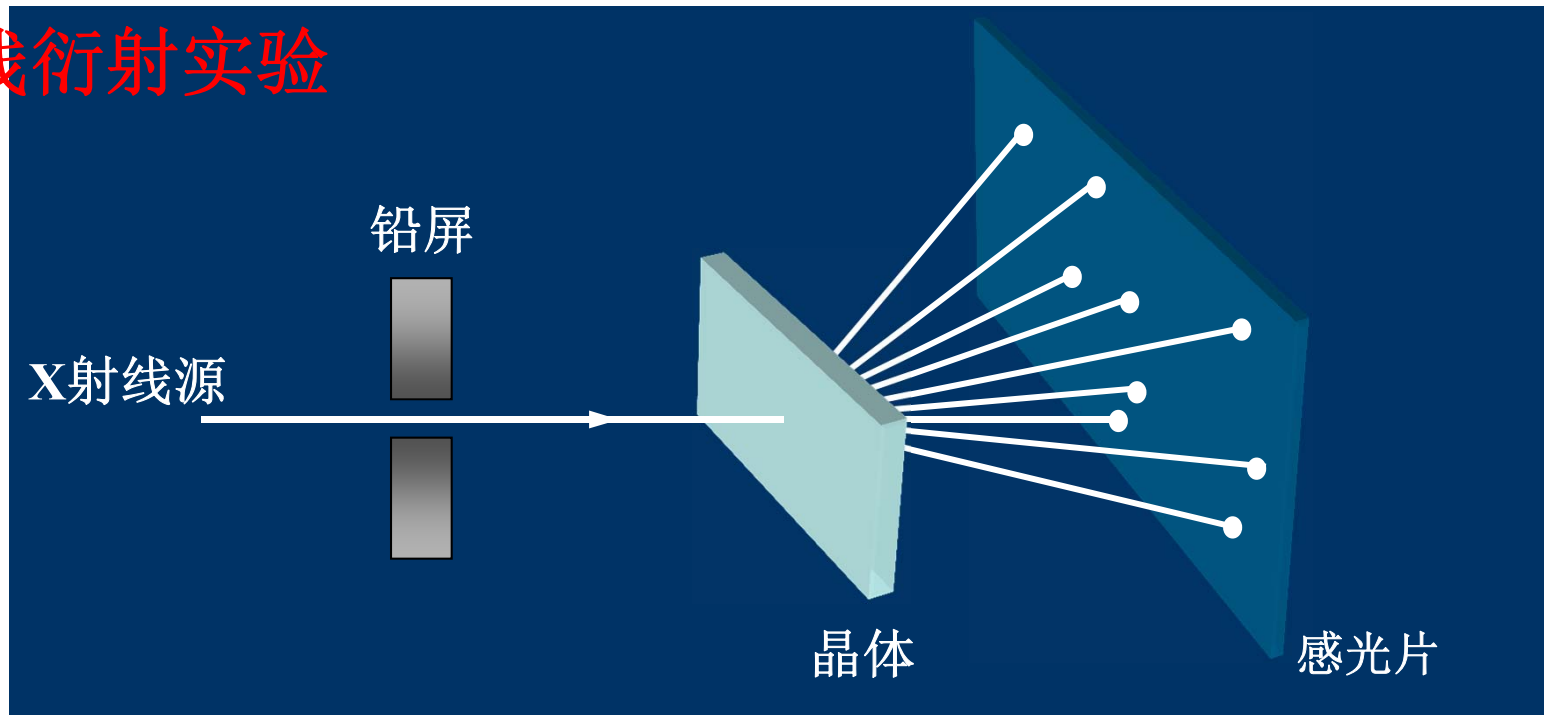
X射线是波长很短的电磁波，波长范围在 $10^{-11}\text{m} \sim 10^{-8}\text{m}$

2. 晶体

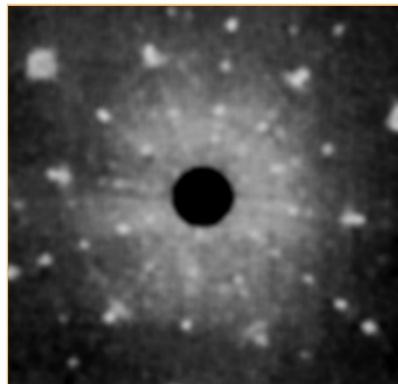


食盐晶体的点阵模型

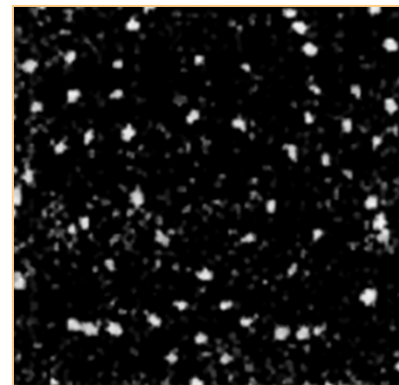
3.X射线衍射实验



X射线衍射图样(劳厄斑)

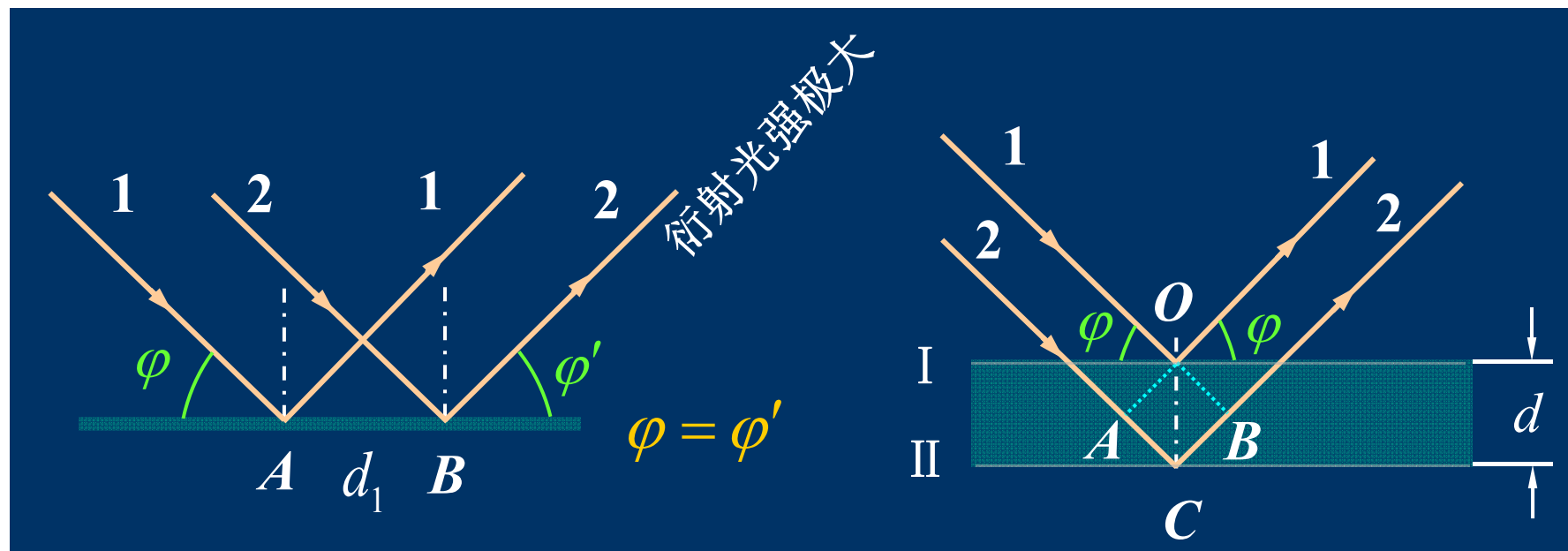


红宝石晶体



硅单晶体

4. X射线衍射方程



相邻两层反射波的光程差为 $\overline{AC} + \overline{CB} = 2d \sin \varphi$

反射波相干极大满足

$$2d \sin \varphi = k\lambda \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (\text{布拉格公式})$$

➤ 说明

X射线衍射是研究晶体微观结构和缺陷的重要实验方法。