

本实验室含“质量和密度的测量”及“杨氏模量测量”两个实验，实验要求是“质量和密度测量”实验要求记录数据并计算数据，不写报告；“杨氏模量测量”实验要求写一份完整报告。

实验 1 质量和密度的测量

牛顿第二定律指出，力与加速度成正比，其比例系数就是质量，它表征物体的惯性，称为惯性质量。在万有引力定律中，引力与质量成正比，其中的质量又称为引力质量。匈牙利物理学家厄特沃什从 1890 年起持续做了 25 年的实验，在 10^{-8} 精度范围内证明了惯性质量与引力质量相等，这可以归结成著名的等效原理。质量是国际单位制中 7 个基本物理量之一，具有相对论效应，质量单位具有量子化。在地球表面，由于受到地球引力的作用，物体的质量体现为重量，可以用物理天平或电子天平精确称量物体的质量。在绕地球高速运动的飞船里，地球引力被飞船的离心力所平衡，飞船内部的物体处于失重状态，可采用动力学方法测量失重状态下物体的质量。对于超大质量的黑洞，可根据超大质量黑洞吞噬物质时所爆发辐射的光度来推测黑洞质量。

待研究问题

1. 物体质量的精确称量方法；
2. 匀质规则及不规则物体密度的测量；
3. 太空失重环境中物体质量的测量；
4. 利用转动定律测量金属棒密度

实验原理

在国际单位制（SI）中，质量的单位是千克（kg），1889 年第一届国际计量大会（CGPM）决定，用铂铱合金（ $\text{Pt}_{0.9}\text{Ir}_{0.1}$ ）制成直径为 39mm 的正圆柱体国际千克原器，现保存在法国巴黎的国际计量局内，其它一切物体的质量均可通过与国际千克原器的质量进行比较而确定。2018 年 11 月 16 日，第二十六届国际计量大会通过了关于“修订国际单位制（SI）”的 1 号决议。根据决议，国际单位制基本单位中的“千克”改由普朗克常数来定义。

在原子物理中，还常用一种同位素——碳-12 [^{12}C] 原子质量的 $1/12$ 作为质量单位，称之为原子质量单位（u）。

$$1\text{u} = 1.6605402 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

关于质量，在牛顿力学中有两个定义：

根据牛顿的万有引力定律，物体受到的万有引力与其质量成正比，该质量为引力质量，记为 m_g ，其数学表达式为

$$F_{\text{引}} = \frac{Gm_g m_e}{R^2} = gm_g \quad (1)$$

式中 G 是万有引力常量， m_e 是地球质量， R 是地球半径， g 是重力加速度。

根据牛顿第二定律，质量是物体惯性大小的量度，称之为惯性质量，以 m_i 表示，其数学表达式为

$$F_{\text{惯}} = m_i a \quad (2)$$

式中 a 是加速度，对同一物体，可根据式 (1) 或式 (2) 分别测量它的引力质量和惯性质量。那么，引力质量 m_g 和惯性质量 m_i 有什么关系？1848 年，厄缶设计的扭摆实验，测量 $\frac{m_g}{m_i}$ 等于 1 的精度达到了 3×10^{-9} ，此后不断有人改进厄缶的实验，使测量精度不断提高，1960—1964 年，迪克等人的测量精度为 1.3×10^{-11} ；1972 年布拉金斯基的测量精度为 9×10^{-13} 。

1. 用物理天平测量质量（了解）

物理天平的测量原理都是基于引力平衡，因而测量的都是引力质量。天平是根据杠杆原理制成的一种称衡物体质量的仪器。它的构造原理虽然简单，但制造却很精密。精密度低的天平称为物理天平；精密度高的天平称为分析天平。

天平的规格一般用称量量程、感量（或灵敏度定义）、分度值表示。称量是天平所允许称衡的最大质量。机械式天平的感量是指天平的指针从标尺上的零点（平衡位置）偏转一个最小分格时，天平两秤盘上的质量之差，单位为 $\text{mg} / \text{格}$ ，每台天平的感量大小一般都与它的砝码的最小值相对应。天平的灵敏度为感量的倒数，即天平称衡时在一个秤盘中加上单位质量后指针偏转的格数。感量越小，灵敏度就越高。

为了消除可能存在的天平不等臂误差，常用的方法就是交换称衡法，即先将被测物体放在左盘，砝码放在右盘，称出质量为 $m_{\text{左}}$ ，然后将被测物体放在右盘，砝码放在左盘，称出质量为 $m_{\text{右}}$ ，观察 $m_{\text{左}}$ 和 $m_{\text{右}}$ 的差异值 Δm ，以此来判断不等臂误差的情况，若 Δm 较小，在天平和砝码的允许误差范围内，重复多次测量，可以近似用公式 (3) 求出待测物体的质量 \bar{m} ，消除天平的不等臂误差。

$$\bar{m} = \sqrt{m_{\text{左}} m_{\text{右}}} \quad (3)$$

交换称衡法适用于各种等臂天平，是物体质量精密测量和砝码检验的基本方法之一，并可对横梁不等臂性误差进行计算和修正。

2. 用电子天平测量质量

电子天平使用各种压力传感器将压力变化转变为电信号输出，放大后再通过A/D转换直接用数字显示出来。电子天平的原理框图如图 1-1 所示。它由传感器、位置检测器、PID 调节器、放大器、低通滤波器、A/D 转换器和微机构成。电子天平使用方便，操作简单。普通电子天平分度值为 10mg，电子精密天平的分度值为 1mg，电子分析天平的分度值达到 0.1mg。

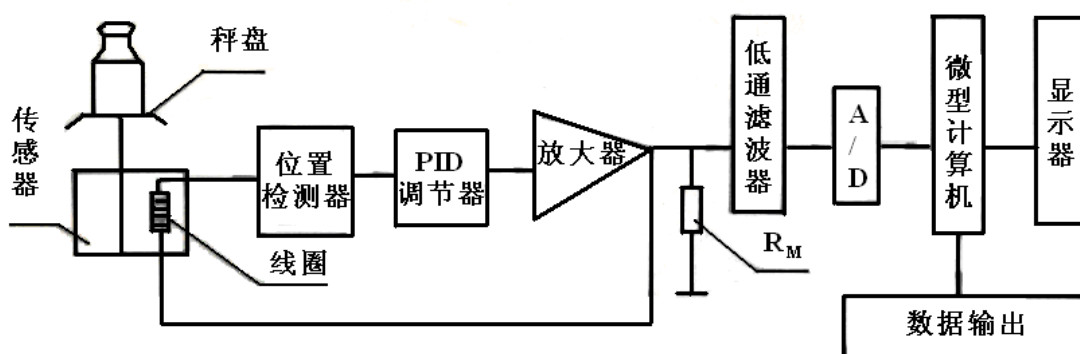


图 1-1 电子天平原理框图

3. 用牛顿运动定律测量质量

在太空失重环境中，物体的质量就不能用天平直接称量了。为了测量失重环境中物体的质量，可采用动力学方法和能量守恒法进行质量的间接测量，动力学方法和能量守恒法都是基于牛顿运动定律。

(1) 动力学方法

在水平放置的气垫导轨上或弹簧竖直状态下，通过对弹簧振子简谐振动的周期测量，可间接地测量出物体的质量。对于劲度系数为 k 、振子质量为 m_0 的弹簧振子，其周期为

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k}} \quad (4)$$

若振子的质量变为 m ，则弹簧振子的周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (5)$$

由式 (4) 和式 (5) , 可得

$$m = \frac{T^2}{T_0^2} m_0 \quad (6)$$

通过测量已知质量 (质量为 m_0) 振子的简谐振动周期 T_0 和待测质量 (质量为 m) 振子的振动周期 T , 通过式 (6) 可间接测量出物体的质量。

(2) 能量守恒法 (了解)

在水平放置的气垫导轨上, 弹簧振子做简谐振动。设弹簧振子在 x_1 处的速度为 v_1 , 在 x_2 处的速度为 v_2 , 则由机械能守恒定律, 有

$$\frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} k x_2^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 \quad (7)$$

式中 m 为振子质量, k 为弹簧的劲度系数。

由式 (7) 可得振子的质量为

$$m = \frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2} \quad (8)$$

如果测量出弹簧振子在不同位置处的速度大小, 通过式 (8) 可确定物体的质量。

(3) 利用转动定律测量金属棒质量

刚体绕固定轴的转动定律是研究刚体运动的基本定律, 通过对小角度刚体定轴转动是简谐振动的特性研究, 可以确定待测物体的质量。

刚体绕固定轴的转动定律为

$$M = I \ddot{\varphi}$$

式中, M 为力矩, I 为转动惯量, φ 为角位移。

刚体转动的动力学方程为:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

在小角度下, 刚体的运动方程为

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgr}{I} \varphi = 0$$

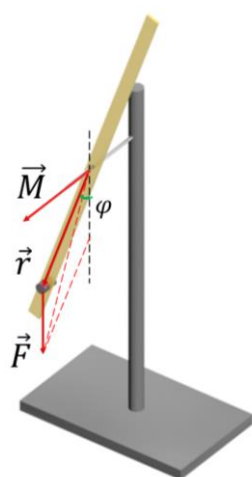
式中， m 为刚体的质量， r 为刚体的质心到转轴的距离。根据上式，可得

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{mgr}{I}$$

其中 T 为摆动周期。

刚体转动惯量的平行轴定理：设刚体绕过质心的转轴的转动惯量为 I_C ，将轴朝任何方向平行移动距离 r ，则该刚体绕此轴的转动惯量 I 为

$$I = I_C + mr^2$$

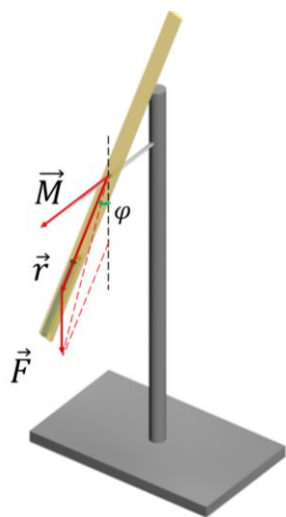


对于左图

$$I = I_C + 2mr^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 2mr_0^2\right), (r_0 \ll r)$$

$$\frac{gr}{4\pi^2} T^2 = r^2 + \frac{I_C}{2m}$$

其中 $2m$ 是已知质量的两块相同的小铜块。



对于左图，待测金属棒 m_1 固定在木条上，则

$$I = I_c + \frac{1}{12}m_1L^2 + m_1r^2$$

4. 物体密度的间接测量方法

若匀质物体的质量为 m ，体积为 V ，则该物体的密度

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (9)$$

对几何形状简单且规则的物体，可用物理天平或电子天平准确测定物体的质量 m ，用卡尺或千分尺等量具测定其体积 V ，由式（9）可求出待测物的密度。对几何形状不规则的物体、液体或不溶于液体介质的小块固体（或粉末颗粒状物体）的密度，可采用下列方法测量。

（1）流体静力称衡法

对几何形状不规则的物体，其体积无法用普通测长量具测定，为了克服这一困难，可利用阿基米德原理，先测量物体在空气中的质量 m ，再将物体浸没在密度为 ρ_0 的某液体中，该物体所受浮力 F 等于所排开液体的重量 m_0g ，即

$$F = \rho_0 V g = m_0 g \quad (10)$$

该物体在空气中的质量 m 、在液体中的质量 m_1 均可用物理天平或电子天平精确测定，此物体的密度可由下式确定

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{m_0} \rho_0 = \frac{m}{m - m_1} \rho_0 \quad (11)$$

思考 $m - m_1$ 用电子天平如何直接测量？

（了解）液体的密度随温度变化，在某一温度下的密度，通常可从物理学常数表中查出，附录中列出了不同温度时纯水的密度，因此，求物体的体积就转化为求 m 和 m_1 的问题，而 m 和 m_1 是能够精确测定的。

如果把该物体浸入到另一待测液体中，称衡的质量为 m' ，则该液体的密度

$$\rho' = \frac{m - m'}{m - m_1} \rho_0 \quad (12)$$

（2）比重瓶法（了解）

用比重瓶法能够准确地测定液体、不溶于液体介质的小块固体或粉末颗粒状物体的密度。假设空比重瓶质量为 m_0 ，比重瓶加待测固体的总质量为 m_1 ，比重瓶加待测固体和加满液体时的总质量为 m_2 ，比重瓶仅盛满液体时的质量为 m_3 ，则待测固体的密度可由下式求出

$$\rho = \frac{m_1 - m_0}{m_3 - m_2 + m_1 - m_0} \rho_0 \quad (13)$$

实验装置

1. 物理天平（了解）

本实验所用的物理天平如图 1-2 所示。天平横梁的中点和两端共用三个刀口，互相平行，且两端刀口与中间刀口的距离相等，中间刀口置于支柱套杆顶端的玛瑙刀垫上，作为横梁的支点。两端刀口通过挂钩各悬挂一个称盘。横梁中央的下面固定一个长指针，指针与横梁垂直。当横梁摆动时，指针的下端就在支柱下端的标牌前摆动。如指针是对准标牌中央做等幅摆动，天平就处于平衡状态。横梁上两段的平衡调节螺母是为了调节天平平衡而设置的。为了保护刀口，在横梁的下面装有止动支架，支架固定在支柱上，支柱中有一套杆，上面与横梁支点的刀垫相接，下端与螺杆相连。底螺杆与开关旋钮相连。当逆时针转动这一旋钮时，可以使横梁下降，从而把横梁的称盘托住，使三个刀口与刀垫离开，天平止动。这样就避免了刀口与刀垫之间的接触磨损，以保护天平。

另外，在标牌前的底座上有一个水泡水准器，通过调节底座前面两个水平螺旋脚，可以使天平刀垫处于水平状态。为了保护天平不受尘埃和空气气流的影响，精密天平都装在玻璃框内，框前有可以升降的玻璃窗，两侧有玻璃门。

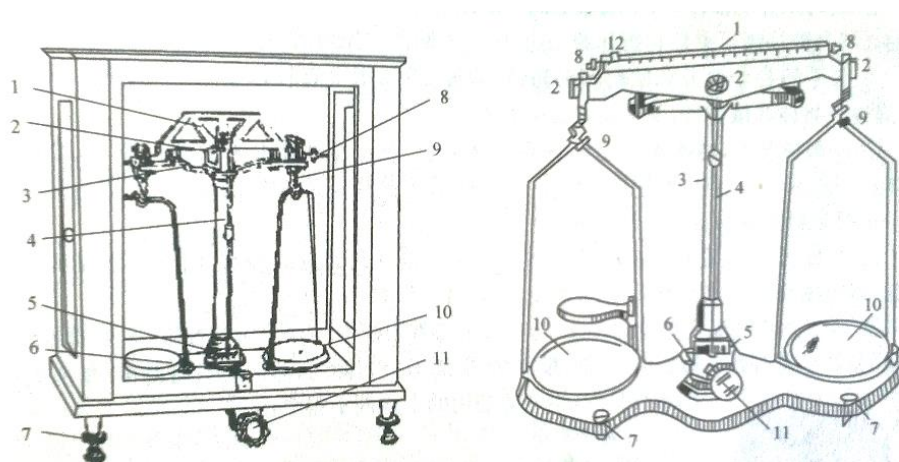


图 1-2 物理天平示意图

1.横梁; 2.刀垫; 3.支架; 4.指针; 5.标尺; 6.水准器; 7.水平螺旋脚; 8.平衡调节螺母; 9.挂钩; 10.称盘; 11.止动旋钮; 12.游码

2. 电子天平

本实验所用电子天平如图 1-3 所示。由以下几个部分组成：（1）称量盘。装载测定的物品。（2）称量室。防止风的影响。（3）玻璃门 3 个。向称量室装取测定物时打开。（4）防对流圈。减轻空气对流对测定的影响。（5）显示部。显示测定结果、功能设定等信息。（6）水准仪。用于观察天平是否水平。（7）水平调整螺丝。调节天平保持水平。（8）键开关部。指示执行去皮重、功能设定、灵敏度校正等。（9）主体。（10）标牌。记有机种名称。

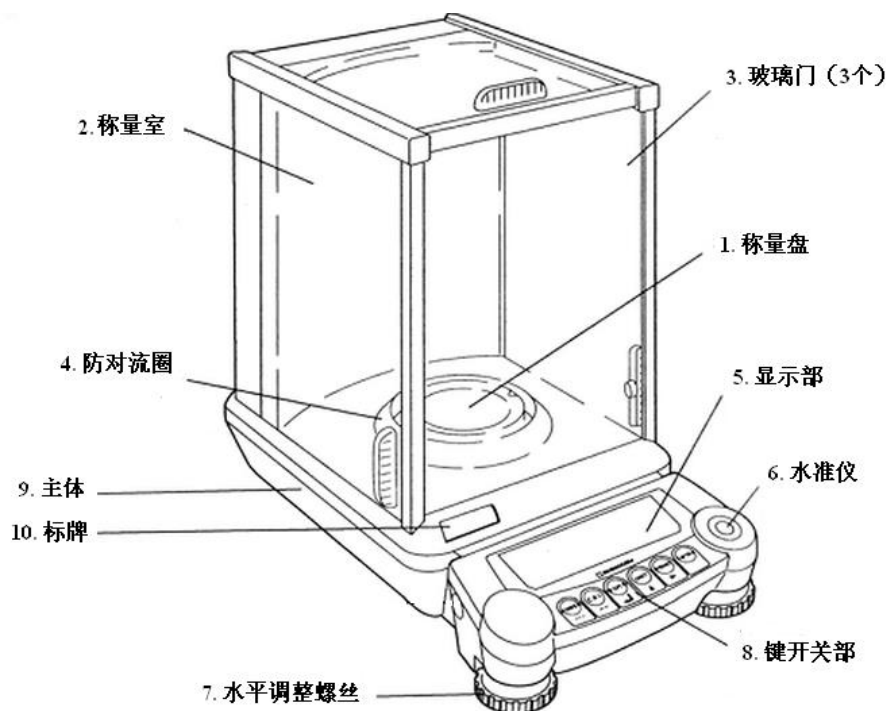


图 1-3 电子天平示意图

实验要求（与数据处理）

一. 预习要求

1. 掌握用流体静力称衡法测量物体密度的原理。
2. 掌握用转动定律测量物体质量的原理。
3. 在太空失重环境下，掌握用动力学方法测量物体质量的原理。

二. 实验过程要求

1. 测量金属圆柱体的密度。

- (1) 用天平测量金属圆柱体的质量，用游标卡尺测量金属圆柱体的直径 D 和高度 H 。
- (2) 用流体静力称衡法测量金属圆柱体的密度。

2. 用转动定律测量物体的质量。

- (1) 确定木条的质心位置，并说明如何操作使转轴通过质心。
- (2) 小铜块固定在 5 个不同位置，测量周期（每次测量 30 个周期），测量待测金属棒的周期 1 次（30 个周期）。
3. 模拟太空失重环境，用动力学方法测量物体的质量。

三. 数据处理:

1. 计算卡尺法测量金属圆柱体的密度。
2. 计算流体静力称衡法测量金属圆柱体的密度。
3. 掌握用转动定律测量物体质量
 - (1) 用作图法确定通过木条质心且垂直其表面的转轴的转动惯量 I_C 。
 - (2) 计算金属棒的质量。
4. 模拟太空失重环境, 计算用弹簧测量物体的质量。

参考资料

- [1] 吴泳华, 霍剑青, 浦其荣. 大学物理实验 (第一册, 第二版). 北京: 高等教育出版社, 2005, 75-84.
- [2] 魏怀鹏, 张志东, 展永. 大学物理实验 (第五版). 北京: 科学出版社, 2015, 103-106.
- [3] 周惟公. 大学物理实验 (第一版). 北京: 高等教育出版社, 2009, 79-80.
- [4] 杨述武. 普通物理实验 (一、力学及热学部分, 第三版). 北京: 高等教育出版社, 2000, 51-55.
- [5] 杨维纭. 力学与理论力学 (上册). 北京: 科学出版社, 2012, 50-51.
- [6] Aaron J. Barth, Benjamin D. Boizelle, Jeremy Darling, Andrew J. Baker, David A. Buote, Luis C. Ho, and Jonelle L. Walsh, The Astrophysical Journal Letters, 822:L28 (5pp), 2016 May 10.
- [7] 李正坤, 张钟华, 王健. 质量单位——一千克的重新定义, 中国计量, 2018 年第 7 期, 8-9.

附件

不同温度时纯水的密度 $\rho(t_1+t_1)/(g/cm^3)$

$t_1/^{\circ}C$ $t_2/^{\circ}C$	0	10	20	30
0.0	0.999867	0.999727	0.998229	0.995672
0.5	0.999899	0.999681	0.998124	0.995520
1.0	0.999926	0.999632	0.998017	0.995366
1.5	0.999949	0.999580	0.997907	0.995210
2.0	0.999968	0.999524	0.997795	0.995051
2.5	0.999982	0.999465	0.997680	0.994891
3.0	0.999992	0.999404	0.997563	0.994728
3.5	0.999993	0.999339	0.997443	0.994564
4.0	1.000000	0.999271	0.997321	0.994397
4.5	0.999998	0.999200	0.997196	0.994263
5.0	0.999992	0.999126	0.997069	0.994058
5.5	0.999982	0.999049	0.996940	0.993885
6.0	0.999968	0.998969	0.996808	0.993711
6.5	0.999951	0.998886	0.996674	0.993534
7.0	0.999929	0.998800	0.996538	0.993356
7.5	0.999904	0.998712	0.996399	0.993175
8.0	0.999876	0.998621	0.996258	0.992993
8.5	0.999844	0.998527	0.996115	0.992808
9.0	0.999808	0.998430	0.995969	0.992622
9.5	0.999769	0.998331	0.995822	0.992434
10.0	0.999727	0.998229	0.995672	0.992244

(陶小平 熊永红)