非线性时间序列分析 STAR 模型及其在经济学中的应用

王 俊[1] 孔令夷[2]

(1. 中国人民大学财政金融学院; 2 Simon Fraser University (加拿大))

【摘要】20 世纪 90 年代末以来，非线性时间序列模型两个主要的研究方向是混沌论模型 (chaos model) 和机制转换模型 (switching regime models)，而后者考虑了各种不同形式的机制转换行为 (switching regime behavior)，通常被认为由三个最常见的机制转换模型组成①。平滑转换自回归模型 (STAR) 由于能在某种程度上捕捉到机制转换过程中时间序列的动态过程，因而成为近年国外计量经济学前沿领域追踪的热点之一。本文将主要对平滑转换自回归模型 (STAR) 的特征、估计、检验方法以及在经济领域的应用做深入的探讨。

关键词 非线性 STAR LSTAR ESTAR

中图分类号 F064. 1 文献标识码 A

The Application In Economics of Non-linear Time Series Analysis and Smooth Transition Autoregression

Abstract: Since 1990's, the two major classes of nonlinear time series models are the chaos model and switching regime model. The interest in smooth transition autoregression models (STAR) has been steadily increasing, since STAR models can capture the dynamics of regime swithching. This survey will provide a brief sketch on the characteristics, estimation, test procedures and applications of STAR models.

Key words: Non-linear Time Series Analysis; Smooth Transition Autoregression (STAR); Logistic STAR (LSTAR); Exponential STAR (ESTAR)

引 言

时间序列分析是对随时间变化所得观察值的研究，它是计量经济学的一个重要分支，它对经济学研究的贡献是革命性的，克莱夫 · 格兰杰 (Clive Granger) 和罗伯特 · 恩格尔 (Robert Engle) 因为在处理“时间序列”变量研究方法上取得的重大突破分享了 2003 年诺

① 机制转换模型主要有：马尔可夫机制转换模型 (Markov Switching Regime model, MSR)、门限自回归模型 (Threshold Auto regression model, TAR) 和平滑转换自回归模型 (Smooth Transition Auto regression model, STAR)。

贝尔经济学奖。但时间序列分析从其起源直至 20 世纪 70 年代末，一直被线性的假设所主导，几乎所有的时间序列模型都是线性的。尽管在许多实际应用中，线性模型一般来讲是基本可行的，但在 70 年代后期，人们愈来愈清楚地看到其存在的诸多局限，而非线性时间序列分析的运用较好地解决了这些问题。特别是 1989 年，Hamilton 运用马尔可夫转换模型（Markov Switching Model）分析美国 GDP 增长率变化的论文发表之后，人们对非线性时间序列模型的兴趣空前高涨，非线性时间序列模型开始广泛地应用于经济计量、风险管理、财务分析等经济学领域。

马尔可夫机制转换模型、门限自回归模型和平滑转换自回归模型他们的共性在于，三者都考虑了各种不同形式的机制转换行为（switching regime behavior）。三个模型最主要的区别在于如何处理机制转换结构中的信息。典型的马尔可夫机制转换模型（MSR）假定转换（switching）由外生的不可观测的马尔可夫链（Markov Chain）决定，这里没有对机制变化发生的原因以及这些变化的时间做出解释；门限自回归模型（TAR）允许机制变化是内生的，其中，变量决定了机制转换是可观测的，但是引起机制转换的门限却是不可直接观测的，转换机制是离散的；而平滑转换自回归模型（STAR）可以使在两个极端机制之间的变化成为平滑或逐渐的变化，因此，STAR 模型在经济研究中最易模拟经济现实和突发性经济政策，这也使其成为了 2000 年以来国外计量经济学前沿领域追踪的热点。

一、平滑转换自回归模型（STAR）及其特征

在非线性时间序列的三种机制转换模型（switching regime models）中，马尔可夫机制转换模型（Markov Switching Regime model，MSR）和门限自回归模型（Threshold Autoregression model，TAR）都暗含了一个假定，某一特定的时点，时间序列的运动方式从一种机制（regime）跳跃到了另一种机制，同时这种跳跃是离散的。但在实际生活中，有些机制的转换（switching）却并不是离散跳跃的，而是一个连续的、逐渐变化的过程。如在经济周期中，经济并不是突然从萧条期跳跃到繁荣期的，而往往要经历一个从萧条中逐渐复苏的过程。另一个例子是政府对经济的干预，政府出台新政策的效应一般都存在着时滞，而有些政策的效果很难马上完全体现出来，因而经济很难从衰退期直接跳跃到繁荣期。同时政府出台的政策也会在不同时期有强弱之分，比如当经济处于深度萧条时期政府往往会采取比轻度萧条时期强烈得多的政策以刺激经济增长。同样地，股市或汇市的反转也不会一蹴而就，政府的调控政策往往需要一段时间才能产生效果，或者由于政府出台了强烈的政策导致股市或汇市从深度低谷中以爆发的速度迅速上升，这种爆发的速度会比股市从轻度低谷中恢复的速度快得多。因此，在时间序列机制转换模型中（witching regime models），我们可以根据实际情况模拟机制逐渐转换的过程。Bacon 和 Watts（1971），Chan 和 Tong（1986）在他们的研究中比较早地体现出了这种想法，后来 Teräsvirta 等又发展了一种新的能够体现机制的连续型变换的模型——平滑转换自回归模型（STAR）。在平滑转换自回归模型中，在两个极端的机制之间转换是逐渐发生的。由于在模型中极端机制之间的转换是平滑的，STAR 模型就不会像 TAR 模型那样产生不连续的转换了。STAR 模型已经成功地广泛运用于工业产品序列（参见 Teräsvirta 和 Anderson（1992））和外汇市场的均值回复（mean reversion）模型中。

1. 平滑转换自回归模型的一般特征

一般来讲，单变量平滑转换模型（univariate STAR）可视为两个线性变量自回归过程

(linear AR processes) 的加权平均。权数由某个分布函数来确定，同时两个机制之间的转换过程由某个转换变量控制。典型的 STAR 模型如下：

$$y_t = \phi_1' x_t (1 - G(s_t; \gamma, c)) + \phi_2' x_t G(s_t; \gamma, c) + \varepsilon_t \tag{1}$$

或者

$$y_t = \phi_1' x_t + (\Phi_2 - \Phi_1)' x_t G(s_t; \gamma, c) + \varepsilon_t \tag{2}$$

其中 $i = 1, 2$；$x_t = (1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p})'$ 为需要考察的自变量，$\Phi_i = (\phi_{i,0}, \phi_{i,1}, \dots, \phi_{i,p})'$ 为自变量的系数。当然，自变量不一定就是因变量的滞后量，也可以包含其他外生变量，假定 ε_t 为到时间 $t-1$ 的历史信息集所决定的鞅差分序列 (martingale difference sequence)。转换函数 $G(s_t; \gamma, c)$ 反映了机制的转换过程 (即前文所说的决定权数的函数)。$G(s_t; \gamma, c)$ 是在 0 到 1 上取值的连续函数，$G(s_t; \gamma, c)$ 的函数形式最常用的就是对数函数 (Logistic STAR，LSTAR) 和指数函数 (Exponential STAR，ESTAR)。

转换变量 s_t 可以是一个滞后的内生变量 $(s_t = y_{t-d})$，也可以是一个外生变量 $(s_t = z_t)$。Lin 和 Teräsvirta (1994) 的研究表明，转换变量 s_t 也可以是一个线性时间趋势 $(s_t = t)$，这样该模型就会有一个平滑的参数变化。在 STAR 模型中，函数 $G(s_t; \gamma, c)$ 对应的两个极端值 $G(s_t; \gamma, c) = 0$ 和 $G(s_t; \gamma, c) = 1$ 可以理解为一个机制转换模型中的两个极端机制 (regime)，并且在模型中，时间序列从一个机制到另一个机制的转变是平稳的。

2. 对数 STAR 模型 (LSTAR)

在对数 STAR 模型 (LSTAR) 中，转换函数 $G(s_t; \gamma, c)$ 采用了对数函数的形式：

$$G(s_t; \gamma, c) = \frac{1}{1 + \exp\{-\gamma(s_t - c)\}} \qquad \gamma > 0 \tag{3}$$

(3) 式中的参数 c 可以视为两个机制之间的门限值 (threshold)，同时，随着 s_t 的增加，函数 $G(s_t; \gamma, c)$ 从 0 到 1 单调递增，并且有 $G(c; \gamma, c) = 0.5$。参数 γ 决定了该对数函数值变化的平滑性，从而决定了从一个机制到另一个机制转换的平滑性。假如 γ 比较大，那么 s_t 相对于 c 的很小变化都会导致机制转换的剧烈变化。当 γ 趋近于无穷时，$G(s_t; \gamma, c)$ 从 0 到 1 的变化在 $s_t = c$ 上是瞬时的，因此，对数函数 $G(s_t; \gamma, c)$ 逼近指示函数 (indicator function) $1(s_t > c)$[①]。从而，LSTAR 模型就可视为 TAR 模型 (如果 $s_t = z_t$) 或者 SETAR 模型 (如果 $s_t = y_{t-d}$)。当 $\gamma = 0$ 时，LSTAR 模型退化为变量自回归模型。

为了对 LSTAR 函数有更多了解，我们假设模型 $y_t = (\alpha_0 + \beta_0 y_{t-1})(1 - G(y_{t-d}; \gamma, c)) + (\alpha_1 + \beta_1 y_{t-1}) G(y_{t-d}; \gamma, c) + \varepsilon_t$。那么，对数函数中的 $G(\cdot)$ 函数就会呈现出如下形式：

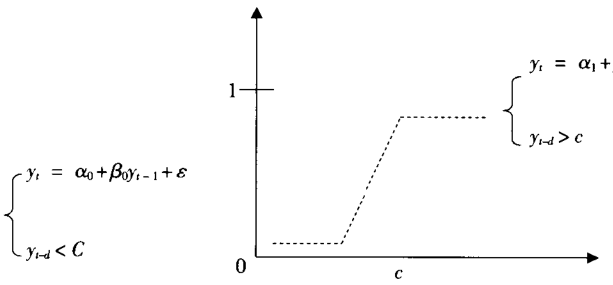

图 1

① 指示函数 $1(\cdot)$ 定义为：$1(A) = 1$ 如果 A 命题为真，否则 $1(A) = 0$。

其中，x 轴是滞后因变量 y_{t-d} 的值，y 轴是 $G(\cdot)$ 函数的值。于是，在模型中，时间序列的机制转换就表现为从一个机制向另一个机制单调的转换。例如，当政府的政策效果随着时间的推移而逐渐增强时，就呈现出以上的非线性特征。

3. 指数 STAR 模型（ESTAR）

在指数 STAR 模型（ESTAR）中，转换函数 $G(s_t; \gamma, c)$ 采用了指数函数的形式：

$$G(s_t; \gamma, c) = 1 - \exp\{-\gamma(s_t - c)^2\} \qquad \gamma > 0 \tag{4}$$

正如 Van Dijk，Teräsvirta 和 Franses（2002）在他们的研究中指出，在某些特定情况下，ESTAR 模型更为合适。这里所谓的特定情况指的是当模型在 $s_t = c$ 周围是对称的。随着 s_t 向 c 靠近，$G(s_t; \gamma, c)$ 也向 0 趋近；随着 s_t 向 c 远离，$G(s_t; \gamma, c)$ 的值向 1 靠近。实践证明，ESTAR 模型比较适合时间序列出现拐点的情况。

ESTAR 模型的缺点是，不论是 $\gamma \to 0$ 或 $\gamma \to \infty$，函数 $G(s_t; \gamma, c)$ 都会退化为恒定值（0 或 1）。因此，在这两种情况（$\gamma \to 0$ 或 $\gamma \to \infty$）下，ESTAR 模型都会成为线性模型。而不是像 LSTAR 模型那样变为 TAR 模型（LSTAR 模型中 $\gamma \to \infty$ 的情况）①。

为了表明 LSTAR 模型和 ESTAR 模型的区别，假设我们有（1）式中一样的模型，但转换函数 $G(\cdot)$ 是指数函数的形式（4），则转换函数 $G(\cdot)$ 呈现出如下形式：

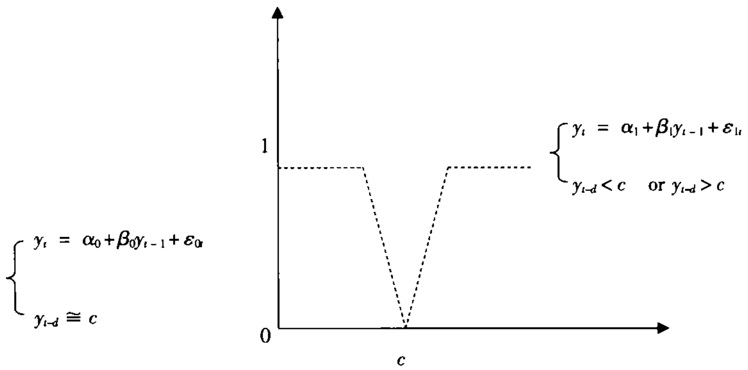

图 2

其中，x 轴是 y_{t-d} 的值，y 轴是函数 $G(\cdot)$ 的值。举例来说，ESTAR 模型可以用来考察当政府的宏观调控政策不是持久的情况下，其效果的时间序列变动。

对比图 1 和图 2，很明显地可以看到 LSTAR 模型与 ESTAR 模型的区别。LSTAR 模型是不对称的，也就是说因变量 y_t 在转换变量 s_t 超过或未超过门限值 c 时有不同的动态过程。而在 ESTAR 模型中，因变量 y_t 具有针对门限值 c 的对称性质，即 y_t 在不同机制中有相同的动态过程，但在转换过程中有不同运动轨迹。比如，当汇率严重高于均衡汇率向下调整时，与汇率处于深度低迷向上调整时的动态过程是相似的，但当汇率处于中间区域时，其动态过程（如随机步游）与前两者不同。因此我们在研究中根据实际情况选择转换函数 $G(\cdot)$ 是至关重要的。

二、估计 STAR 模型的过程

典型 STAR 模型的标准估计步骤如下（Van Dijk，Teräsvirta 和 Franses，2002）：

① Jansen 和 Teräsvirta（1996）提出，如果需要，我们也可以通过定义二阶对数转换函数 $G(s_t; \gamma, c) = 1 + \exp\{-\gamma(s_t - c_1)(s_t - c_2)\}^{-1}$，（其中 $c = (c_1, c_2)'$）来得到同样的效果。

第 1 步：根据所研究课题定义一个恰当的 p 阶线性自回归模型；

第 2 步：检验零假设（线性过程）和备择假设（STAR 形式的非线性过程），如果拒绝零假设，那么选择合适的转换变量 s_t 和转换函数 $G(s_t;\gamma,c)$ 的形式；

第 3 步：根据所选择的转换函数 $G(s_t;\gamma,c)$ 估计 STAR 模型中各个参数；

第 4 步：如果需要的话，利用诊断测试和脉冲反应分析来估计模型；

第 5 步：如果需要的话，可以对模型进行修改。

一旦转换变量 s_t 和转换函数 $G(s_t;\gamma,c)$ 被选定，STAR 模型就能估计出来。比如我们再次考虑 STAR 模型（1）。

$$y_t=\phi_1 x_t(1-G(s_t;\gamma,c))+\phi_2 x_t G(s_t;\gamma,c)+\varepsilon_t$$

该模型是一个相对比较简单的非线性最小二乘估计（Non-linear Least Square，NSL）。对参数 $\theta=(\phi_1,\phi_2,\gamma,c)'$ 的估计可写成以下形式：

$$\hat{\theta}=\arg\min_{\theta} Q_T(\theta)=\arg\min_{\theta}\sum_{t=1}^{T}(y_t-F(x_t;\theta))$$

其中，$F(x_t;\theta)=\Phi_1 x_t(1-G(s_t;\gamma,c))+\Phi_2 x_t G(s_t;\gamma,c)$，而 $F(x_t;\theta)$ 就是非线性时间序列模型中常提到的框架（skeleton）。在一般的随机误差项 ε 假设下（正态分布），NLS 等同于 MLE。而常规非线性最优化过程（如 Newton-Raphson 方法）都可以用于对 NLS 的估计（对于非线性最优化过程的叙述，参见 Hendry 1995，Appendix A5）。

三、STAR 模型的一些延伸模型及其估计方法

1. 多机制 STAR 模型

由于在 STAR 模型中，转换是在两个机制之间进行的，即两个自回归过程（AR process）的加权平均（权数由 Transition 函数 $G(s_t;\gamma,c)$ 来分派）。因此，一般的 STAR 模型不适用于存在多个机制（regime）的情况，例如，把经济增长划分为萧条，正常和过热三种机制。

含两个以上机制的 STAR 模型，机制转换的方式可能有两种情况。一种是机制是由单一转换变量 s_t 决定；另一种是机制变换由变量组合 s_{1t}，…，s_{mt} 决定。

在第一种情况下，机制转换由一个单独的变量 s_t 决定，因此 STAR 模型为：

$$y_t=\phi_1 x_t+(\Phi_2-\Phi_1)' x_t G(s_t;\gamma,c_1)+\cdots+(\Phi_m-\Phi_{m-1})' x_t G(s_t;\gamma_{m-1},c_{m-1})+\varepsilon_t$$

其中有 m 个机制和 $m-1$ 个平滑参数 γ。估计过程与普通的 STAR 模型类似。

在第二种情况下，机制转换由变量组合 s_{1t}，…，s_{mt} 决定。那么，这时模型被称为多机制 STAR（MRSTAR）。例如，有四个机制的 MRASTAR 模型可以写为：

$$\begin{aligned}y_t=&[\phi_1 x_t(1-G_1(s_{1t};\gamma_1,c_1))+\phi_2 x_t G_1(s_{1t};\gamma_1,c_1)](1-G_2(s_{2t};\gamma_2,c_2))\\&+[\phi_3 x_t(1-G_1(s_{1t};\gamma_1,c_1))+\phi_4 x_t G_1(s_{1t};\gamma_1,c_1)]G_2(s_{2t};\gamma_2,c_2)+\varepsilon_t\end{aligned}\tag{5}$$

这个模型可理解为一个时间序列在两个机制之间转换，而在任一机制中，又存在两个子机制。比如，在考虑外汇市场与宏观经济周期的关系时，可将经济周期分为繁荣期与衰退期，而无论宏观经济处于哪个时期，汇率都可能处在坚挺期与低迷期，从而我们可以考虑经济繁荣时汇率坚挺，经济繁荣时汇率低迷，经济衰退时汇率坚挺，经济衰退时汇率低迷四种

组合 (对 MRSTAR 模型更详细的讨论参见 Can Dijk 和 Franses, 1999)。

2. 时间变化 STAR 模型 (TV-STAR)

在理论研究中, 非线性只是时间序列可能具有的众多特性之一。时间序列的另一个重要特点 (特别是在经历了较长时间跨度的宏观经济时间序列中) 是结构的非稳定 (Structure Break) (参见 Stock 和 Watson, 1996)。在研究中往往分开分析这两种特点, 但大量的证据表明, 在许多时间序列中, 非线性和结构非稳定是相关的, 并且一个时间序列可能同时具有非线性和结构不稳定两种特点。时间变化 STAR (TV-STAR) 模型是 MRSTAR 模型的一个特例, 在此模型中可以允许同时存在 STAR 模型的非线性和时间变化的动态特点。时间变化 STAR (TV-STAR) 模型, 就是在 (5) 式之中令其中一个转换变量为时间 (如 $s_{2t}=t$) 的情况。TV-STAR 模型表明, y_t 总是跟随 STAR 模型而变化, 这种变化在两个 Regime 的自回归参数中是平稳变化的, 包括从 Φ_1 和 Φ_2 的情况到 Φ_3 和 Φ_4 的情况 (分别对应的是 $G(s_{1t};\ \gamma_1,\ c_1)=0$ 和 $G(s_{1t};\ \gamma_1,\ c_1)=1$)。这容易从下面的另一种表述中看出来:

$$y_t = \Phi_1(t)'x_t(1-G_1(s_{1t};\gamma_1,c_1)) + \Phi_2(t)'x_tG_1(s_t;\gamma_1,c_1) + \varepsilon_t$$

其中
$$\Phi_1(t) = \Phi_1[1-G_2(t;\gamma_2,c_2)] + \Phi_3G_2(t;\gamma_2,c_2)$$
$$\Phi_2(t) = \Phi_2[1-G_2(t;\gamma_2,c_2)] + \Phi_4G_2(t;\gamma_2,c_2)$$

TV-STAR 模型中的参数可以用非线性最小二乘法估计, 这和 STAR 模型的估计很相似 (对 TVSTAR 模型的详细讨论参见 Lundbergh, Teräsvirta 和 Van Dijk, 2000)。

四、STAR 模型的检验

在对 STAR 模型进行检验时, 我们常常首先需要确定的问题是: 待时间序列是否是非线性的。但是由于非线性模型的参数并不存在于线性模型中, 因此不能直接对线性与非线性假设进行检验。这就是时间序列中所谓的戴维问题 (Davies' problem)。

针对线性时间序列的替代假设, Luukkonen, Saikkonen 和 Teräsvirta (1988) 提出可以将转换函数 $G(s_t;\ \gamma,\ c)$ 用合适的泰勒序列近似值替代。于是, 在重新设定了参数的等式中就不再存在戴维问题。同时可以利用服从标准渐进 χ^2 分布的 LM 统计量检验模型的线性零假设。这种方法有两个优点。第一, 不需要估计备择假设下的模型; 第二, 标准渐进理论可以用来得到检验统计量的关键值 (critical value)。Teräsvirta (1994) 发展了一个能够侦查非线性行为存在的框架, 此外, 这种方法可用来决定时间序列是适用于 LSTAR 模型还是适用于 ESTAR 模型。

1. 非线性检验

(1) LSTAR 的非线性检验。在上文中我们提到 LSTAR 模型可写为:

$$y_t = \Phi_1' x_t + (\Phi_2 - \Phi_1)' x_t G(s_t;\gamma,c) + \varepsilon_t \tag{6}$$

其中
$$G(s_t;\ \gamma,\ c) = \frac{1}{1+\exp\{-\gamma(s_t-c)\}}$$

假设 ε 服从标准正态分布。我们可以用一阶泰勒级数展开于 $\gamma=0$ 得到对数转换函数 $G(s_t;\ \gamma,\ c)$ 的近似值。这样可以得到辅助性回归:

$$y_t = \beta_0' x_t + \beta_1' x_t s_t + e_t \tag{7}$$

其中, $\beta_i = (\beta_{i,0},\ \beta_{i,1},\ \ldots,\ \beta_{i,p})'$, $i=0,\ 1$, 残差 $e_t=\varepsilon_t+(\Phi_2-\Phi_1)'x_tR_1(s_t;\ \gamma,\ c)$,

$R_1(s_t;\ \gamma,\ c)$ 为泰勒级数展开的余项。在线性零假设条件下，$R_1(s_t;\ \gamma,\ c)\equiv 0$，$e_t=\varepsilon_t$。因而，这个余项不会影响在零假设下的残差的性质，更不会影响渐进分布。

在辅助回归中的参数 β_i（$i=0,\ 1$）是 LSTAR 模型（6）中参数的函数。如果 $\gamma=0$，也就意味着当 $\beta_{0,j}\neq 0$ 时，$\beta_{1,j}=0$（其中 $j=0,\ \ldots,\ p$）。这样，针对模型（6）的线性零假设 H'_0：$\gamma=0$（或者 $\Phi_2=\Phi_1$）就转化为针对辅助回归（7）的零假设 H''_0：$\beta_1=0$。于是我们可以对 $\beta_1=0$ 直接进行假设检验。

于是我们可以把这个统计量记为 LM_1，并且在线性原假设下 LM_1 渐进服从于一个自由度为 $p+1$ 的 χ^2 分布。但我们应注意，当 $s_t=y_{t-d}$（$1\leqslant d\leqslant p$）时，为了避免出现完全多重共线性，应该把 $\beta_{1,0}s_t$ 从辅助回归中去掉。

Luukkonen 等（1988）注意到，当不同机制（regime）中变量斜率相等（即机制之间的区别完全体现在截距上）时，LM_1 统计量无效。在这种情况下，我们可以用三阶泰勒级数展开得到近似转换函数 $G(s_t;\ \gamma,\ c)$。由此可以得到辅助性回归：

$$y_t=\beta'_0x_t+\beta'_1x_ts_t+\beta'_2x_ts_t^2+\beta'_3x_ts_t^3+e_t \tag{8}$$

其中，$e_t=\varepsilon_t+(\Phi_2-\Phi_1)'x_tR_3(s_t;\ \gamma,\ c)$，在零假设 H''_0：$\beta_1=\beta_2=\beta_3=0$ 下，相应的 LM 统计量（由 LM_3 表示）近似服从自由度为 $3(p+1)$ χ^2 分布。同样地，我们也需要注意，当 $s_t=y_{t-d}$（$1\leqslant d\leqslant p$）时的完全多重共线性问题。

（2）ESTAR 的非线性检验。ESTAR 模型的非线性检验与 LSTAR 模型的非线性检验的思路相同，区别在于前者是用一阶泰勒级数对指数转换函数（4）展开，而后者是对对数转换函数（2）展开。Saikkonen 和 Luukkonen（1988）提出的 ESTAR 模型非线性检验中，辅助回归可以写为：

$$y_t=\beta'_0x_t+\beta'_1x_ts_t+\beta'_2x_ts_t^2+e_t \tag{9}$$

其中，$e_t=\varepsilon_t+(\Phi_2-\Phi_1)'x_tR_2(s_t;\ \gamma,\ c)$。在线性零假设下，统计量 LM_2 渐进服从自由度为 $3(p+1)$ 的 χ^2 分布。

Escribano 和 Jordà（1999）认为，因为指数转换函数（$G(s_t;\ \gamma,\ c)=1-\exp\{-\gamma(s_t-c)^2\}$，$\gamma>0$）存在两个拐点，因而用一阶泰勒级数得到的指数转换函数近似值不足以概括它的特征。他们提出需要用二阶泰勒级数展开来得到统计量 LM_4：

$$y_t=\beta'_0x_t+\beta'_1x_ts_t+\beta'_2x_ts_t^2+\beta'_3x_ts_t^3+\beta'_4x_ts_t^4+e_t \tag{10}$$

但在检验的效果（power）上，LM_2 与 LM_4 差不多。没有足够的证据表明 LM_2 比 LM_4 强，或 LM_4 比 LM_2 强。

2 模型选择检验（Model Selection Tests）

（1）选择合适的转换变量 s_t。虽然统计量 LM_3 是为检验 LSTAR 的备择假设而提出的，但它对 ESTAR 模型备择假设的检验同样有效。从（8）和（10）式中可以直观地看出，（8）式是包含于（10）式中的。这也就意味着我们可以先确定转换函数中的转换变量，然后再确定是选择 LSTAR 模型还是 ESTAR 模型，这有利于我们在“同一起跑线”上选择模型。因此我们可以把备选转换变量（如 s_{1t}，…，s_{mt}）代入（8）式中得到统计量 LM_3，然后通过选择最小的 p 值（p-value）来确定 STAR 模型中的转换变量。这一过程的理论基础是，如果备择假设（STAR 模型）下模型方程式是正确（也就是转换变量的选择是正确的）的话，那么检验的效果是最优的。Teräsvirta（1994）的模拟实验结果表明这一方法非常有效。

(2) 选择合适的过渡函数。在判断 STAR 模型之前，我们需要在 LSTAR 和 ESTAR 之间进行选择。在实践中，实际上就是选择一阶对数函数 (3) 还是指数函数 (4)。比较方程式 (7)、(8)、(9)、(10)，在方程式 (10) 的基础上得出以下假设:

$$H_{0E}: \beta_2 = \beta_4 = 0$$
$$H_{0L}: \beta_1 = \beta_3 = 0$$

显然，如果是 ESTAR 模型，那么 $\beta_2 = \beta_4 = 0$，如果是 LSTAR 模型，则 $\beta_1 = \beta_3 = 0$。如果在 H_{0L} (H_{0E}) 下得到最小的 p 值则可选择 LSTAR (ESTAR) 模型。Dijk，Teräsvirta 和 Franses (2002) 提出了相似的转换函数选择法则。

然而，上述检验只能应用于特定的 STAR 模型，而不能简单地一般化。如何在这两个 STAR 模型 (LSTAR 和 ESTAR) 之间进行选择仍然是一个需要进一步深入研究的课题。

五、STAR 模型在经济学领域的应用

下面以汇率均值回归 (mean reversion) 为例，说明非线性 STAR 模型在经济学领域的应用。

当今汇率决定模型主要是基于货币主义学派的观点，认为货币的供给、资本收益和利率是影响汇率走势变化与波动的主要变量。汇率决定模型主要研究当汇率偏离均衡汇率时，其调整回均衡汇率的动态走势。以往多数文章主要通过线性模型来讨论汇率的动态走势，比如运用单位根模型 (Unit Root)、协整模型 (Cointegration)、纠错模型 (Error Correction Model) 等等。值得注意的是，线性模型隐含了一个假设，即已偏离均衡的汇率向其均衡值调整时，是以连续并且匀速的方式调整的。但是大量的以线性模型为基础的实证研究却无法得到一致假设的结果。Taylor 和 Peel (2000) 认为，这种不一致的结果可能是由于名义汇率在向其均衡值调整时，是以非线性的动态路径调整的，所以需要讨论汇率均值回归 (mean reversion) 的非线性调整问题。

汇率均值回归 (mean reversion) 的非线性调整是由投资人的异制性 (Peters，1994)、套利成本 (Dumas，1992; Michael 等，1997) 和政府干预引起的。首先，存在大量的投资人，他们是以经济的基本面情况估计均衡汇率从而进行投资的，但由于市场上投资人是异质的，因此即使投资人一致认为汇率已严重偏离经济基本面情况，他们也不可能在同一时间进出汇率市场和制定相同的投资策略；其次，资金的跨国流动是需要成本的，不同国家间资金流动的交易成本形成了不同的资金流动通道的门限值 (threshold)，当套利空间高于交易成本时，资金就会进入汇市套利，汇率的调整就会呈现出向均衡收敛的形式，资金进入得越多，汇率向其均衡的调整速度就会越快。而当汇率处于无套利区间时，汇率的走势呈随机游走。所以，在交易成本存在的条件下，汇率向均衡的调整通道和速度会受到汇率偏离其均衡值程度的影响。另外，政府的干预往往是渐进式的，所以其调整过程可能是平滑或渐进的轨迹。虽然通过设立虚拟变量可以捕捉到截距的变化，但却无法描述汇率向其均衡区间平滑渐进的运动轨迹。而这种情况下非常适合运用 STAR 模型。比如，Sarantis (1999) 用 STAR 模型分析了八大主要发达国家的汇率走势特征。结果表明，除了荷兰与瑞士，其他八个国家的实际有效汇率 (Real Effective Exchange Rate) 呈现非线性的关系。其中有三个国家呈现 LSTAR 模型的特征，其余五个国家则符合 ESTAR 模型的轨迹。

根据 Frankel (1976) 提出的弹性价格货币模型 (Flexible - price Monetary Model)，可

做如下的推理:

$$\ln E_t = \beta_0 + \beta_1 \ln m_t + \beta_2 \ln m_t^* + \beta_3 \ln y_t + \beta_4 \ln y_t^* + \beta_5 r_t + \beta_6 r_t^* + \varepsilon \qquad (11)$$

其中, E_t 为本国汇率, m_t (m_t^*) 为本国 (外国) 的货币供给, y_t (y_t^*) 为本国 (外国) 的实际收入, r_t 和 r_t^* 分别为本国和外国的利率水平。

首先, 通过最小二乘估计对公式 (11) 作回归, 得到残差 ε_t。再通过 ε_t 来探讨汇率的非线性动态过程。

设 $\varepsilon_t = a_0 + \sum_{j=0}^{p} b_j \varepsilon_{t-j} + u_t$, 其中 u_t 为独立同分布, 并且满足均值为 0、方差为 σ^2 的正态分布。为简单起见, 假设 $p = 1$。于是可以得到 STAR 模型:

$$\varepsilon_t = \theta_{10} + \theta_{11}\varepsilon_{t-1} + (\theta_{20} + \theta_{21}\varepsilon_{t-1}) G(\varepsilon_{t-d}; s, c) + e_t$$

其中, ε_{t-d} 为转换变量, d 值能够通过检验, s 为转换速度, c 为门限值。

在 LSTAR 模型中

$$G(\varepsilon_{t-d}; s, c) = \frac{1}{1 + \exp\{-s(\varepsilon_{t-d} - c)\}}$$

在 ESTAR 模型中

$$G(s_t; \gamma, c) = 1 - \exp\{-s(\varepsilon - c)^2\}$$

利用相关数据和上文中的方法可对 STAR 模型进行估计。

参 考 文 献

[1] Altissimo, F. and Violante, G. L., *The non-linear dynamics of output and unemployment in the US* [J], Journal of Applied Econometrics, v. 16, 461~486, 2001.

[2] Anderson, H. M., *Choosing Lag Lengths in Nonlinear Dynamic Models, Monash University* [C], Department of Econometrics and Business Statistics, Monash Econometrics and Business Statistics Working Papers, 21/2002

[3] Gonzalo, J. and Pitarakis, *Estimation and Model selection based inference in single and multiple threshold models* [J], Journal of Econometrics, v. 110, iss 2, 319~352, October 2002

[4] Hamilton, J. D and Raj, B, *New directions in business cycle research and financial analysis* [J], Empirical Economics, v. 27, 149~162, 2002

[5] Hamilton, J. D., *A new Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle* [J], Econometrica, 57, 357~384, 1989

[6] Hamilton, J. D., *Time Series Analysis* [M], New Jersey: Princeton University Press, 1994

[7] Hansen, B. E and, Seo B, *Testing for two-regime threshold cointegration in vector error-correction models* [J], Journal of Econometrics, v. 110, 293~318, October 2002

[8] Hanse, B. E, *Inference When a Nuisance Parameter is not identified under the null hypothesis* [J], Econometrica, v. 64, iss. 2, 413~430, March 1996

(下转第 160 页)

参 考 文 献

[1] Covey, David Bessler, *Testing for Granger's Full Causality* [J], The review of Economics and Statistics, Feb., 1992. 146~153.

[2] Hoover, *Causality in Macroeconomics* [M], Cambridge University Press, 2001.

[3] Granger, *Testing for Causality: a Personal Viewpoint* [J], Journal of Economic Dynamics and control, 1980, 2. 329~352.

[4] Granger, *Some Recent Developments in a Concept of Causality* [J], Journal of Econometrics, 1988, 39. 199~211.

[5] Suppes, *A Probabilistic Theory of Causality* [M], North-Holland, Amsterdam, 1979.

[6] Zong luhe, Maekawa Koichi, *On Spurious Granger Causality* [J], Economic Letter, 2001, 73. 307~313.

[7] 庞皓、陈述云:《格兰杰因果性检验的有效性及其应用》[J],《统计研究》1999 年第 11 期。

[8] 倪培民:《再铸因果概念》[J],《世界哲学》2004 年第 1 期。

[9] 张晓峒:《计量经济分析》[M], 南开大学出版社, 2000。

[10] 周建、李子奈:《Granger 因果关系检验的适用性》[J],《清华大学学报 (自然科学版)》2004 年第 3 期。

(责任编辑: 刘　强)

(上接第 85 页)

[9] Kim, C. J., Piger, J. and Startz, R., *Estimation of Markov Regime-Switching Regression Models with Endogenous Switching* [C], working paper, 2004.

[10] Lundbergh, S., Terasvirta, T. and van Dijk, D., *Time-Varying Smooth Transition Autoregression Models* [J], Journal of Business and Economic Statistics, v. 21, iss 1, 104~121, January 2003.

[11] Maddala, G. S. and Kim, I. M., Unit Roots, *Cointegration and Structural Change* [M], Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

[12] Pesaran, M. H. and Potter, S. M., *A floor and ceiling model of US output* [J], Journal of Economic Dynamics and Control, v. 21, 661~695, 1997.

[13] Potter, S. M., *Nonlinear Time Series Modelling: An Introduction* [J], Journal of Economic Survey, v. 13, iss 5, 506~528, 1999.

[14] Tong, H., *Threshold models in nonlinear time series analysis* [M], New York: Springer, 1983.

[15] Tong, H., *Non-linear Time Series: A Dynamical System Approach* [M], Oxford: Clarendon Press, 1990.

[16] Tsay, R. S., *Testing and Modeling Multivariate Threshold Models* [J], Journal of the American Statistical Association, September 1998, v. 93, iss, 443, 1188~1202, 1998.

[17] Tsay, R. S., *Testing and Modelling Threshold Autoregressive Precesses* [J], Journal of the American Statistical Association, March 1989, v. 84, iss 405, 231~240, 1989.

(责任编辑: 朱长虹)