

文章编号:1001-7372(2004)01-0079-03

## 模拟退火算法在路径优化问题中的应用

张波, 叶家玮, 胡郁葱

(华南理工大学 交通学院, 广东 广州 510640)

**摘要:**模拟退火算法是解 NP 完全组合优化问题的有效近似算法, 将该算法应用于路径优化问题, 利用该算法对类似货郎担问题的路径问题进行求解; 针对城市道路行走不同的目标条件(路径最短、时间最短)进行优化, 选择最佳行走路径; 并将用该算法优化得到的计算结果与树形算法进行比较, 显示该算法能够克服传统优化算法易陷入局部极值的缺点, 同时表明该算法在解类似货郎担交通路径方面的问题时有较高的精确性。因而该算法在解决城市道路交通问题方面具有一定的实用价值。

**关键词:**交通工程; 路径优化; 模拟退火算法; NP 问题<sup>[1]</sup>

**中图分类号:** U491

**文献标识码:** A

### Application of optimizing the path by simulated annealing

ZHANG Bo, YE Jia-wei, HU Yu-cong

(School of Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** Simulated annealing is an effective approximate arithmetic for NP completely combinatorial optimization problem. It is applied to optimizing the path in this thesis which is used in solving the kind of problem similar to the stall-keep. The problems whose target conditions are different between the shortest path and the least time are optimized in this thesis and the best traveling path is chosen. Contrary to the tree arithmetic, it is indicated that simulated annealing overcomes the disadvantage of traditional optimizing arithmetic which is easy to get into part extremism. And the results are more accurate than those which come from other arithmetics. Therefore, simulated annealing takes on determinate practical value in solving the problem of transportation of city.

**Key words:** traffic engineering; optimizing path; simulated annealing; NP problem

## 0 引言

类似于货郎担问题的路径优化问题在求解时具有一定的难度。货郎担问题是指在数个城市中, 货郎自某一城市出发巡回售货, 每个城市经过一次且仅经过一次, 求解所经过路径为最短路线的问题。该问题是一个典型的 NP 完全问题, 不宜采用“多项式时间算法”求解, 自 1932 年由 MENGER K 提出以来, 至今仍在寻找较为有效的求解方法。笔者引

入最小模拟退火算法, 在考虑货郎行走路程最短路线的最优路径和通过对不同城市之间道路的行走速度进行加权后探讨时间最短的“最优路径”, 以这两种优化目标探讨退火算法对这一问题的求解过程。

## 1 基本原理

### 1.1 货郎担问题

货郎担问题(TSP)可描述为: 设有  $n$  个城市及表示城市  $i$  到城市  $j$  的距离  $D = |d_{ij}|$ , 其中  $d_{ij} > 0$ 、

收稿日期: 2003-04-13

基金项目: 广东省科技攻关项目(2002C5030202)

作者简介: 张波(1977-), 男, 江西九江人, 工学硕士, E-mail: zb96331@sina.com.cn

$d_{ij}=d_{ji}$ , 并有  $d_{ik}+d_{kj} \geq d_{ij}$ , 且  $d_{ii}=0 (i, j=1, 2, 3, \dots, n)$ 。笔者仅讨论 EUCLID 平面上的 TSP 问题。

## 1.2 模拟退火算法

KIRKPATRICK 等于 1983 年首先提出模拟退火算法。该算法用于求解优化问题的出发点是基于物理中固体物质的退火过程与一般优化问题间的相似性, 在对固体物质进行退火处理时, 常先将它加热使其粒子可自由运动, 以后随着温度的逐渐下降, 粒子逐渐形成低能态晶格, 若在凝结点附近的温度下降速率足够慢, 则固体物质定会形成最低能量的基态。对于组合优化问题也存在类似过程, 设其一个解  $X$  及其目标函数  $F(X)$  分别与固体微观状态  $i$  及其能量  $E_i$  等价, 并以控制参数  $T$  模拟其固体温度。对于  $T$  的每一个取值, 持续进行“产生新解—判断—接受/舍弃”的迭代过程, 用一个随机接受准则 (METROPOLIS 准则) 有限度地接受恶化解<sup>[1]</sup>, 且接受恶化解的概率慢慢趋向于 0, 使得算法有可能从局部极值区域中跳出, 尽可能找到全局最优解, 并保证了算法的收敛性。模拟退火算法最主要的特征是具有跳出局部极值点区域的能力, 故能寻找到全局最优或近似最优而与初始点的选择无关, 这也正是模拟退火算法和局部搜索算法的本质区别所在。

## 2 在求解路径优化问题中的应用

### 2.1 解空间与初始解

笔者将 TSP 的一个解表示为一个循环排列  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ , 它也可以表示为:  $\pi_1 \rightarrow \pi_2 \rightarrow \dots \rightarrow \pi_n$  的一条路径。 $\pi_i (1 \leq i \leq n)$  是该路径中第  $i$  个经过的城市, 必须满足  $\pi_i \neq \pi_j (i \neq j)$  的解才是可行解, 所有可行解的集合构成解空间  $S$ 。本例中, 解空间  $S = \{(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n) | (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n) \text{ 为 } \{1, 2, \dots, n\} \text{ 的循环排列, 其中每一循环排列表示遍访 } n \text{ 个城市的一条回路, 并约定 } \pi_{n+1} = \pi_1, \text{ 初始解定为 } \{1, 2, \dots, n\}\}$ 。

### 2.2 目标函数

$$f(\pi) = \min \sum_{i=1}^n d_{\pi_i, \pi_{i+1}} \quad (1)$$

式中:  $\sum_{i=1}^n d_{\pi_i, \pi_{i+1}}$  为访问所有城市的路径长度。

TSP 的目标是使路径长度最短, 即使目标函数  $f(\pi)$  最小。

### 2.3 新解的产生

采用了二邻域法这样一种改进的相邻状态变换方法<sup>[2]</sup>。如图 1 所示, 设  $(s, f)$  是讨论问题的一个实例, 而  $n_2$  是一个二变换邻域结构, 则二变换  $n_2(p,$

$q)$  可看成是城市  $p$  与  $q$  间路径的反向接入。

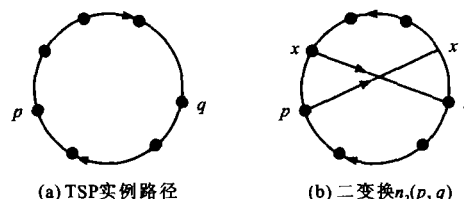


图 1 路径变换

Fig. 1 Changing on route's order

变换后的新路径是  $\pi_1 \dots \pi_{u-1} \pi_{v-1} \dots \pi_{u+1} \pi_v \pi_{v+1} \dots \pi_n (u < v)$ 。这样保证了当前状态的每一相邻状态均能被实现一次, 也使得低温下每一状态仅被实现一次便可找到能够使目标函数值下降的移动。

### 2.4 随机移动准则

采用 METROPOLIS 准则<sup>[1]</sup>, 由随机移动接受概率

$$p_i(i \rightarrow j) = \begin{cases} 1 & f(j) \leq f(i) \\ \exp\left[\frac{f(i)-f(j)}{t}\right] & f(j) > f(i) \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $t$  为控制参数, 确定是否接受从当前解  $i$  到新解  $j$  的转移。计算开始时  $t$  取较大值 (与固体的熔解温度相对应), 在进行足够多的转移后, 缓慢减小  $t$  的值 (与“徐徐”降温相对应), 如此重复, 直至满足某个停止准则时计算终止。

### 2.5 算法描述

在本算法中, 采用随机数发生器来交换两城市访问次序的方法产生新解, 冷却进度表的衰减函数设为  $\alpha$ , MAPKOB 链的长度取为城市数  $n$  的 100 倍。城市坐标初始化按照 1.1 节的方法产生初始回路, 并计算总路径长度。

(1) 采用二变换法更改初始路径, 并得到一条新路径, 计算更改后总路径与初始路径的长度差  $\Delta f$ ;

(2) 如果满足 METROPOLIS 准则<sup>[1]</sup>, 则更换路径的行走方式, 否则重复过程 (1);

(3) 取衰减函数  $\alpha$ , 随着  $t_k = \alpha t_{k-1} (k=1, 2, 3, \dots, n)$  而降温, 并转向 (1);

(4) 当满足停止准则而采用某一  $t$  值时, 接受新解次数以小于  $10n$  为准。当次数大于该值时, 则执行降温过程, 重新执行退火过程。

在程序中, 随机数发生器确定之后, 需要经过多次实际选取合适温度计划表中的各个参数, 包括控制参数  $t$  及其衰减函数  $\alpha$ , 对应 MAPKOB 链的长度<sup>[2]</sup>本程序选择如下:

(1) 控制参数  $t=0.5$ ;

(2) 衰减函数  $\alpha=0.95$ ;

(3) MAPKOB 链的长度  $L_k = 100n$  ( $n$  表示城市数)。

### 3 模拟退火算法实例

#### 3.1 以行走路程最短为优化目标的行走路径

笔者对文献[3]中的树形算法案例应用退火算法进行优化并比较其计算结果,如图2所示。

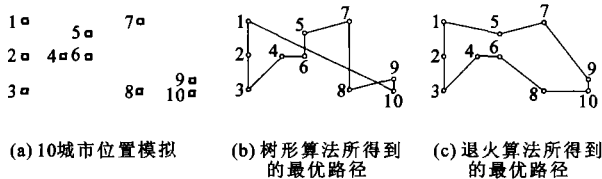


图2 模拟路径优化

Fig. 2 Optimizing of simulating route

由“最优路径长度”比较,退火算法优化结果优于树形算法,见表1。

表1 最优路径长度比较/km

Tab. 1 Comparison between optimizing routes by different methods

算法	树形算法	退火算法
最优路径长度	43.806 67	37.867 89

#### 3.2 以行走时间最短为优化目标的行走路径

笔者在货郎担问题基础上,考虑各不同城市之间的实际道路交通状况问题,确定各城市之间路段的行走速度权值,参考权值的确定方法如下:

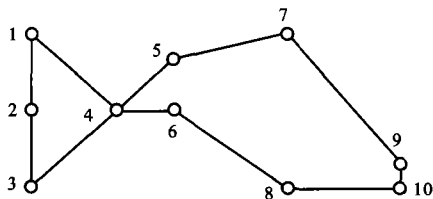


图3 时间最短路径优化结果

Fig. 3 Optimizing result of route under the case of the least time

(1)不同路段的道路等级,如高速公路、高等级公路(包括一、二级)、等级公路(包括三、四级)、等外公路等;

(2)不同城市道路拥挤程度,即道路通畅程度不同;

(3)不同城市之间道路质量不同;

(4)在各城市之间交通管制各不相同。

以上因素在实际问题中,会限制货郎在不同城市间行走速度,从而影响行走时间,在本例中为方便讨论,采用随机数加权方式,假定由于上述因素造成

货郎在完成上述10个城市间行走的速度在1~5 km/h之间,即在不同的城市之间货郎行走速度在这个范围内变化,并将加权后的速度引入程序,从而得到最终每一次行走所需消耗的时间,并选择完成所有城市行走时间最短的那条路径。某一加权迭代行走路径问题中各城市间速度值如表2所示,而时间最短行走路径如图3所示。

表2 行走路径问题中各城市间速度值(随机加权后取整,初始值  $v=5.0$  km/h)

Tab. 2 Velocity value among different cities in the route's problem (the initial velocity value  $v=5.0$  km/h)

到达城市	出发城市									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	—	3.0	2.0	3.0	4.0	4.0	3.0	2.0	3.0	1.0
2	3.0	—	3.0	2.0	3.0	4.0	3.0	2.0	1.0	1.0
3	2.0	3.0	—	2.0	3.0	2.0	3.0	2.0	2.0	2.0
4	3.0	2.0	2.0	—	2.0	2.0	4.0	3.0	2.0	2.0
5	4.0	3.0	3.0	2.0	—	2.0	4.0	2.0	4.0	3.0
6	4.0	4.0	2.0	2.0	2.0	—	2.0	2.0	2.0	2.0
7	3.0	3.0	3.0	4.0	4.0	2.0	—	1.0	2.0	1.0
8	2.0	2.0	2.0	3.0	2.0	2.0	1.0	—	1.0	1.0
9	3.0	1.0	2.0	2.0	4.0	2.0	2.0	1.0	—	2.0
10	1.0	1.0	2.0	2.0	3.0	2.0	1.0	1.0	2.0	—

### 4 结 语

模拟退火算法在解决货郎担问题中显示了与一般常用算法不同的优越性,具有思路清晰、使用灵活的特点。与局部搜索算法相比,模拟退火算法可以在较短时间内求得更好近似解,而且允许任意选取初始路径和随机数序列,故减少了算法求解路径的前期工作量。由于 METEOPOLIS 规则的引入,使算法在解决问题时不再完全依赖初始路径,并保证了最终路径在二邻域的最优。另外须指出的是,由于模拟退火算法的直接性和简单化,以及在不同具体问题中对冷却参数等需要经过多次修改才可以得到比较好的结果,在具体应用时仍需进一步完善。

#### 参考文献:

- [1] KRIKPATRICK S, GELETT C, VEECHI M. Optimization by simulated annealing [J]. Science, 1983, 220 (8): 671—680.
- [2] 康立山, 谢云. 非数值并行算法 [M]. 北京: 科学出版社, 1994. 2—129.
- [3] PAPADIMITRIOU C H, SEIGLITI K, 刘振宏. 组合最优化算法和复杂性 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1988. 533—537.