

Homework 4

肖飞宇 2018210441

1 DEEP GENERATIVE MODELS: CLASS-CONDITIONED VAE

1.1 Derivation

对于VAE而言，其目标是最大化对数似然函数：

$$\sum_i \log p_\theta(\mathbf{x}^{(i)}) = \sum_i KL(q_\phi(z|\mathbf{x}^{(i)}) \| p_\theta(z|\mathbf{x}^{(i)})) + \sum_i \mathcal{L}(\theta, \phi; \mathbf{x}^{(i)}) \quad (1.1)$$

如果我们已知类别信息，要将类别信息加入，就变成了所谓的Class-conditional VAE(CVAE)，我们需要最大化其对数似然函数，而可以选择在标签 z 上进行积分得到不含有 z 的概率分布，即

$$\log p_\theta(x|y) = \log \int p(x, z|y) dz \quad (1.2)$$

加入变分分布 $q_\phi(z|x, y) = N(\mu, \Sigma)$ ，其中正态分布的参数由一个参数集合表示为 ϕ 的神经网络给出，那么有：

$$\begin{aligned} \log p_\theta(x|y) &= \log \int p(x, z|y) dz \\ &= \log \int q_\phi(z|x, y) \frac{p(x, z|y)}{q_\phi(z|x, y)} dz \\ &\geq \int q_\phi(z|x, y) \log \frac{p(x, z|y)}{q_\phi(z|x, y)} dz \\ &= -KL(p(z|y) \| q_\phi(z|x, y)) \\ &\quad + E_{q_\phi}[\log p(x|y, z)] \\ &\equiv \mathcal{L}_{\text{CVAE}}(\theta, \phi; x, y) \end{aligned} \quad (1.3)$$

即得到所谓的variational lower bound. 对于 $\mathcal{L}_{\text{CVAE}}(\theta, \phi; x, y)$ 中的第一项 $-KL(p(z|y) \| q_\phi(z|x, y))$ ，依据先验 $p_\theta(\mathbf{z}) = \mathcal{N}(0, \mathbf{I}_d)$ 和其中的后验估计 $q_\phi(z|x, y)$ 为高斯分布可以直接推得，而 $E_{q_\phi}[\log p(x|y, z)]$ 可以直接依据采样得到（如MC方法）。

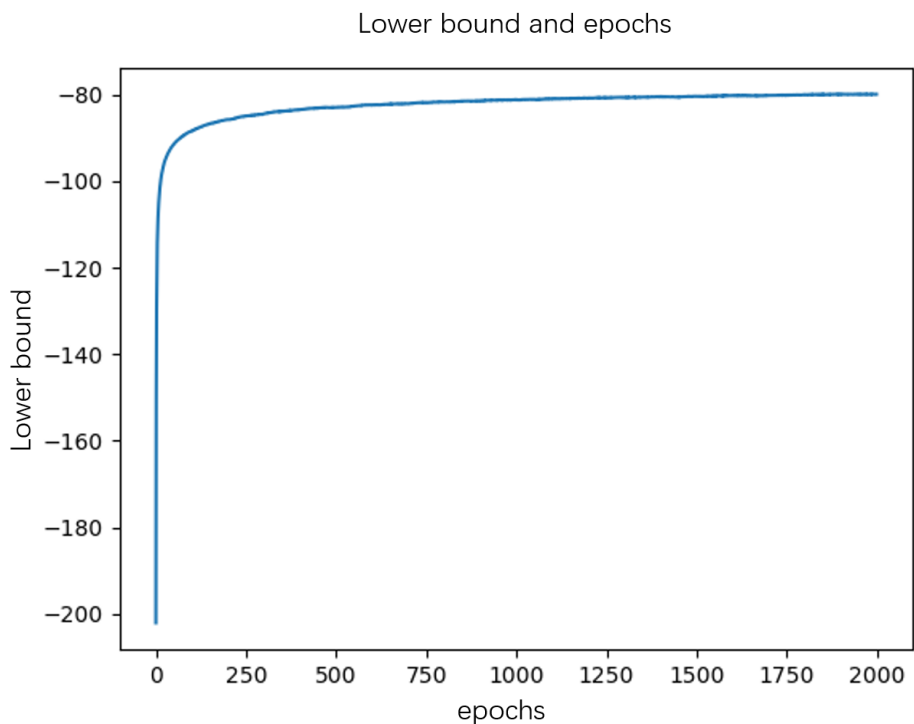


Figure 1.1: The variational lower bound change in training

1.2 Implement the algorithm

算法的推导和代码实现参考的文献有 [1-3]，具体代码见附件，特别地，参考了Zhusuan官方库中的对于vae的实现代码¹。

1.3 Results and Visualization

图1.1展示了训练过程中的lower bound的变化，可以看出大概在epoch=100附近lower bound稳定。

从图1.2可以发现，在最初的20个epoch中，模型没有获得很好的结果，但是随着epoch增长，一些特定的数字可以被特定的y的取值所固定，由图1.3可以发现，y=0,5,8均可以得到很好的结果，但对于其余的y得到的结果是混合的图片的结果。

REFERENCES

- [1] D. P. Kingma and M. Welling, “Auto-encoding variational bayes,” *arXiv preprint arXiv:1312.6114*, 2013.
- [2] C. Doersch, “Tutorial on variational autoencoders,” *arXiv preprint arXiv:1606.05908*, 2016.

¹https://github.com/thu-ml/zhusuan/blob/master/examples/variational_autoencoders/vae.py

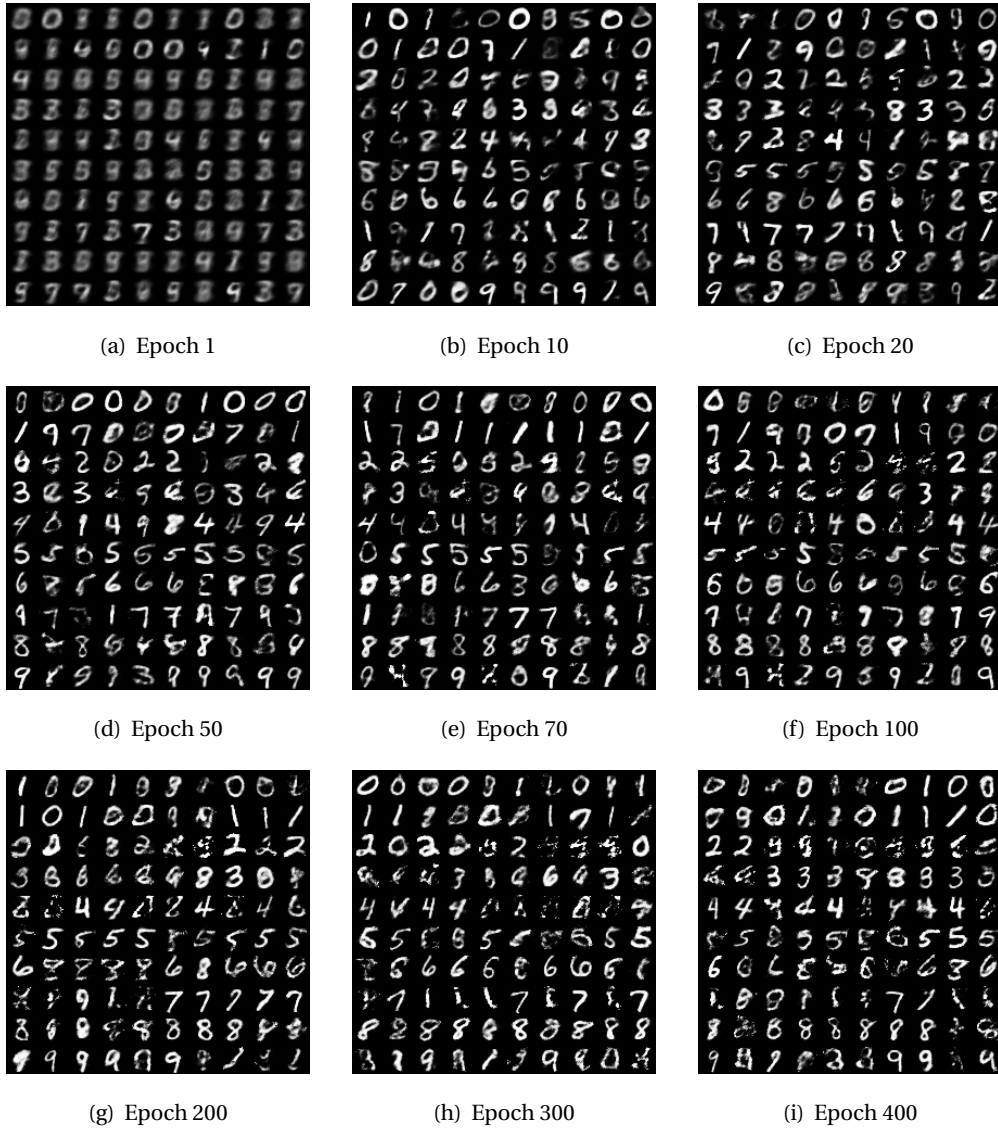


Figure 1.2: Generating images

- [3] D. P. Kingma, S. Mohamed, D. J. Rezende, and M. Welling, "Semi-supervised learning with deep generative models," in *Advances in neural information processing systems*, 2014, pp. 3581–3589.



(a) Epoch 500



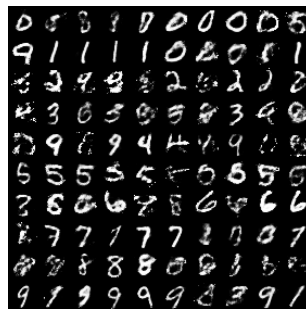
(b) Epoch 600



(c) Epoch 700



(d) Epoch 800



(e) Epoch 900



(f) Epoch 1000

Figure 1.3: Generating images