Roteiro para o Trabalho 1: Programação e Equações não Lineares

Disciplina: Métodos Numéricos em Termofluidos
Professor: Adriano Possebon Rosa

Departamento de Engenharia Mecânica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília

O objetivo aqui neste trabalho é resolver alguns problemas relacionados à programação numérica. Primeiro temos alguns problemas mais abrangentes de programação, para que possamos nos familiarizar com a linguagem de programação utilizada. Depois temos problemas relacionados a equações não lineares. Seguem abaixo algumas instruções.

- O trabalho é individual. Você pode discutir os exercícios com os seus colegas, mas cada um deve fazer o seu trabalho.
- Você pode utilizar qualquer linguagem de programação.
- Responda os exercícios com texto, gráficos e explicações. Comente todos os gráficos que você incluir no relatório.
- O relatório deve ser enviado em formato pdf, em um único arquivo, por meio do Moodle.
- Os códigos devem ser colocados em uma seção de anexos no próprio relatório ou então enviados separadamente no Moodle.

Programação

Exercício 1. Escreva uma função cuja entrada sejam duas matrizes, A e B, e a saída seja a matriz resultante do produto das entradas. Não utilize nenhuma função de multiplicação de matrizes pronta, faça você mesmo os *loops* necessários para a multiplicação. Coloque uma mensagem de erro quando o número de colunas de A não for igual ao número de linhas de B. Utilize as *arrays* do *numpy*.

Exercício 2. Crie uma função que tenha como entrada uma matriz qualquer $M \times N$ e como saída a média e o desvio padrão dos elementos dessa matriz.

Exercício 3. Crie uma matriz $N \times N$ de números aleatórios com valores entre -2 e 2. Utilize a função do exercício anterior para calcular a média e o desvio padrão dos elementos dessa matriz. O que acontece com esses valores quando $N \to \infty$? Dica: o *numpy* tem uma função que gera números aleatórios.

Exercício 4. Desenvolva um programa que pede o nome e a idade do usuário (use a função *input*) e imprime esses valores em um arquivo texto de saída. Depois desenvolva um programa para ler os dados desse arquivo texto e imprimir o resultado na tela. Observação: a variável obtida a partir da função *input* é sempre do tipo *string*. Se você quiser utilizar o valor de entrada como *int* ou *float* você tem que fazer a conversão.

Exercício 5. Crie um jogo de pedra, papel e tesoura. Utilize a função *input* para pegar a opção do jogador humano e utilize números aleatórios para gerar a resposta do computador. Faça primeiro um jogo que tenha a mesma probabilidade de vitória, derrota ou empate. Depois desenvolva um jogo em que a probabilidade do computador vencer seja maior, utilizando também números aleatórios. Faça alguns testes.

Exercício 6. Faça um gráfico com o valor do dólar comercial nos últimos 20 dias. Utilize pontos e linhas. Personalize o seu gráfico.

Equações não Lineares

Exercício 7. Encontre a raiz $x^* \approx 8.51$ da equação

$$f(x) = 2\cosh(x/4) - x = 0 \tag{1}$$

usando o método do ponto fixo.

Exercício 8. Encontre as raízes da equação

$$f(x) = 2\cosh(x/4) - x = 0 \tag{2}$$

utilizando o método da secante.

Exercício 9. Utilizando a função do exercício anterior, compare a convergência para o resultado final obtida pelos 4 métodos: bissecção, ponto fixo, Newton e Secante. Faça um gráfico de $k \times e_k$, com $e_k = |x^* - x_k|$ sendo o erro da iteração k, comparando os métodos (utilize escala logarítmica para e_k). Comente os seus resultados. Considere as duas raízes como sendo $x^* = 2.3575510538774$ e $x^* = 8.5071995707130$ e utilize uma tolerância de 10^{-10}.

Exercício 10. Encontre um valor aproximado para $\sqrt{2}$ utilizando o método do ponto fixo.

Exercício 11. Desenvolva um código para o método da bissecção que verifique se $f(a) \cdot f(b) < 0$ antes de iniciar o processo iterativo e que tenha um limite no número de iterações. Se o *loop* alcançar esse limite, o código para e uma mensagem de erro é exibida. Coloque todo o método dentro de uma função (do Python), com entradas e saídas de acordo com o algoritmo. Faça alguns testes.

Exercício 12. Seja uma função f contínua em um intervalo $[a, b]$, com f' e f'' também contínuas nesse intervalo. Considere ainda que existe uma raiz $x^* \in [a, b]$ tal que $f(x^*) = 0$ e $f'(x^*) \neq 0$. Nesse caso, mostre que o método de Newton tem convergência de segunda ordem.

Exercício 13. Use um polinômio de Taylor em torno de 45^o para aproximar $\cos 41^o$ com uma precisão de 10^{-6}.

Exercício 14. Quando um fluido incompressível escoa em um tubo circular, em regime permanente, a queda de pressão ΔP devido ao atrito com a parede é dada pela equação

$$\Delta P = -0.5 f \rho V^2 \left(\frac{L}{D}\right) \ , \tag{3}$$

em que ρ é a densidade do fluido, V é a velocidade média, L é o comprimento do tubo e D é o diâmetro. Na equação (3), f representa o fator de atrito de Darcy. Existem diferentes fórmulas empíricas para o fator f em função do número de Reynolds $Re = \rho V D/\mu$, em que μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Para um escoamento turbulento completamente desenvolvido em um tubo com rugosidade de superfície ϵ, o modelo desenvolvido por Colebrook é dado por

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2\log_{10}\left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re f^{1/2}}\right) \ . \tag{4}$$

Desenvolva um método numérico para calcular f, dados ϵ/D e Re. Utilize, como *chute* inicial em suas iterações, o valor aproximado de f dado por Generaux,

$$f = 0.16 Re^{-0.16} \ . \tag{5}$$

Faça um gráfico de $Re \times f$ para $\epsilon/D = 0.001$, com $10^4 \leq Re \leq 10^7$.