

Übung 7

Student: *Joshua Feld, 406718*

Kurs: *Material- und Stoffkunde* – Professor: *Prof. Dr. Gebhardt*

Aufgabe 1. (Arrhenius-Modell)

Der Diffusionskoeffizient eines einatomigen, idealen Gases wurde bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Die Messwerte sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

Temperatur T	Diffusionskoeffizient D
300 K	$1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
350 K	$3,2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
400 K	$5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
450 K	$7 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

- a) Verifizieren Sie rechnerisch, dass die Messdaten durch das Arrhenius-Modell

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_a}{k_B T}\right)$$

angenähert werden können. Bestimmen Sie dazu die Parameter D_0 und E_a . Zeigen Sie anschließend, dass die Messwerte mit den errechneten Parametern hinreichend genau reproduziert werden können.

- b) Bestimmen Sie rechnerisch die Wärmemenge, die einem Mol des Gases bei 300 K zugeführt werden muss, um einen Diffusionskoeffizienten von $D = 1,5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ zu erreichen.
- c) Lösen Sie die obigen Aufgabenteile graphisch durch eine geeignete Auftragung der Messwerte.

Lösung.

Aufgabe 2. (Kohlensäure)

Cola wird bei der Herstellung mit einer Massenkonzentration $\gamma = 7 \frac{\text{g}}{\text{L}}$ an Kohlensäure (CO_2) angereichert. Durch die PET-Hülle der Flasche entweicht das gelöste CO_2 durch Diffusion. Die Löslichkeit von CO_2 in PET ist abhängig von der Konzentration von CO_2 in der Flüssigkeit. Sie kann mit Hilfe eines Löslichkeitskoeffizienten H berechnet werden:

$$\gamma_{\text{CO}_2, \text{PET}} = H \cdot \gamma_{\text{CO}_2, \text{Cola}}.$$

- Bestimmen Sie die anfängliche CO_2 -Konzentration in der Flaschenwand an der Stelle höchster Konzentration. Auf der Außenseite wird CO_2 vollständig abtransportiert, sodass die CO_2 -Konzentration dort zu jeder Zeit Null ist.
- Berechnen Sie den anfänglichen Massenstrom an CO_2 , der über die Oberfläche verloren geht. Nehmen Sie dazu an, dass sich bereits ein lineares Konzentrationsgefälle über der Dicke des PET-Mantels eingestellt hat.
- (Achtung: Schwierig!) Bestimmen Sie die Zeit nach der 5% des gelösten CO_2 die Flasche durch Diffusion verlassen hat. Stellen Sie dazu zunächst eine Gleichung für die zeitliche Massenänderung auf.

Treffen Sie zur Berechnung die folgenden Annahmen:

- Die Löslichkeit H ist konstant.
- Das Konzentrationsprofil über der Manteldicke ist linear.
- Das Volumen der Flüssigkeit bleibt konstant.
- Die Diffusion im Inneren der Flasche ist viel schneller als die Diffusion durch den PET-Mantel, sodass das Innere als ideal durchgemischt angenommen werden kann, d.h. es gibt kein CO_2 -Konzentrationsgefälle in der Flüssigkeit.

Gegeben:

Diffusionskoeffizient	$D = 2 \cdot 10^{-13} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
Oberfläche der Flasche	$A = 0,07 \text{ m}^2$
Dicke des PET-Mantels	$d = 0,27 \text{ mm}$
Flüssigkeitsvolumen	$V = 1,5 \text{ L}$
Löslichkeitskoeffizient	$H = 1,43$

Lösung.