

Übung 2

Student: *Joshua Feld, 406718*

Kurs: *Material- und Stoffkunde* – Professor: *Prof. Dr. Gebhardt*

Aufgabe 1. (Molalität)

Schwefelsäure (H_2SO_4) wird üblicherweise als eine 18,0 M (molare) Lösung verkauft. Die Dichte dieser Lösung ist $1,831 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$.

- Bestimmen Sie die *Molalität* dieser Lösung.
- Wie viel Wasser muss man hinzufügen oder entfernen, um die *Molalität* auf 9 m H_2SO_4 zu reduzieren?
- Was ist die *Molarität* der Lösung nach dem Verdünnen auf 9 m H_2SO_4 ? Die Dichte der Lösung beträgt nun $1,809 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$.

Lösung.

- a) Gegeben sind die Dichte ρ_L und die Molarität $c_{\text{H}_2\text{SO}_4}$ der Lösung mit der Definition

$$c_{\text{H}_2\text{SO}_4} = \frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{V_L}$$

mit dem Volumen V_L der Lösung und der Stoffmenge $n_{\text{H}_2\text{SO}_4}$ der Schwefelsäure. Gesucht ist die Molalität der Lösung definiert als

$$b_{\text{H}_2\text{SO}_4} = \frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{H}_2\text{O}}}, \quad (1)$$

mit der Masse $m_{\text{H}_2\text{O}}$ des Wassers. Es gelten die Beziehungen

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = m_L - m_{\text{H}_2\text{SO}_4}, \quad (2)$$

$$m_{\text{H}_2\text{SO}_4} = n_{\text{H}_2\text{SO}_4} M_{\text{H}_2\text{SO}_4}, \quad (3)$$

$$m_L = V_L \rho_L, \quad (4)$$

$$V_L = \frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{c_{\text{H}_2\text{SO}_4}}, \quad (5)$$

mit der Masse $m_{\text{H}_2\text{SO}_4}$ und der molaren Masse $M_{\text{H}_2\text{SO}_4}$ der Schwefelsäure, sowie der Masse m_L der Lösung. Die molare Masse von Schwefelsäure ergibt sich aus den molaren Massen der Komponenten zu

$$\begin{aligned} M_{\text{H}_2\text{SO}_4} &= 2M_{\text{H}} + M_{\text{S}} + 4M_{\text{O}} \\ &= 2 \left(1,008 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) + 32,06 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 4 \left(15,999 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) \\ &= 98,07 \frac{\text{g}}{\text{mol}}. \end{aligned}$$

Durch Einsetzen von (2), (3), (4) und (5) in (1) ergibt sich

$$\begin{aligned} b_{\text{H}_2\text{SO}_4} &= \frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{\frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{c_{\text{H}_2\text{SO}_4}} \rho_L - n_{\text{H}_2\text{SO}_4} M_{\text{H}_2\text{SO}_4}} = \left(\frac{\rho_L}{c_{\text{H}_2\text{SO}_4}} - M_{\text{H}_2\text{SO}_4} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1,831 \frac{\text{g}}{\text{mL}}}{18 \frac{\text{molH}_2\text{SO}_4}{\text{L}}} - 98,07 \frac{\text{g}}{\text{molH}_2\text{SO}_4} \right)^{-1} = 274 \text{ mH}_2\text{SO}_4. \end{aligned}$$

- b) Um eine Lösung mit 9 mH₂SO₄ Molalität zu erreichen, muss die Wassermasse $\Delta m_{\text{H}_2\text{O}}$ hinzugegeben werden, sodass

$$\frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{H}_2\text{O}} + \Delta m_{\text{H}_2\text{O}}} = 9 \text{ mH}_2\text{SO}_4.$$

Es ergibt sich

$$\frac{\Delta m_{\text{H}_2\text{O}}}{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}} = \frac{1}{9 \text{ mH}_2\text{SO}_4} - \frac{1}{b_{\text{H}_2\text{SO}_4}}$$

mit $b_{\text{H}_2\text{SO}_4}$ aus dem ersten Aufgabenteil. Weiterhin folgt mit der Molarität der Ausgangslösung

$$\begin{aligned} \frac{\Delta m_{\text{H}_2\text{O}}}{V_L} &= \frac{\Delta m_{\text{H}_2\text{O}} c_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}} = \frac{c_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{9 \text{ mH}_2\text{SO}_4} - \frac{c_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{b_{\text{H}_2\text{SO}_4}} \\ &= \frac{18 \frac{\text{molH}_2\text{SO}_4}{\text{L}}}{9 \frac{\text{molH}_2\text{SO}_4}{\text{kg}}} - \frac{18 \frac{\text{molH}_2\text{SO}_4}{\text{L}}}{274 \frac{\text{molH}_2\text{SO}_4}{\text{kg}}} = 1,93 \frac{\text{kg}}{\text{L}}. \end{aligned}$$

Somit müssen pro Liter der 18 molaren Lösung 1,93 kg Wasser hinzugefügt werden.

- c) Im ersten Aufgabenteil wurde der Zusammenhang

$$b_{\text{H}_2\text{SO}_4} = \left(\frac{\rho_L}{c_{\text{H}_2\text{SO}_4}} - M_{\text{H}_2\text{SO}_4} \right)^{-1}$$

hergeleitet. Umgestellt nach der Molarität ergibt sich

$$\begin{aligned} c_{\text{H}_2\text{SO}_4} &= \rho_L \left(\frac{1}{b_{\text{H}_2\text{SO}_4}} + M_{\text{H}_2\text{SO}_4} \right)^{-1} \\ &= 1,809 \frac{\text{g}}{\text{mL}} \left(\frac{1}{9 \frac{\text{molH}_2\text{SO}_4}{\text{kg}}} + 98,07 \frac{\text{g}}{\text{molH}_2\text{SO}_4} \right)^{-1} = 8,65 \text{ MH}_2\text{SO}_4. \end{aligned}$$

Aufgabe 2. (Massenanteile und -verhältnisse)

Zum Betrieb eines chemischen Reaktors wird Schwefelsäure in einer Lösung mit Massenanteil $\frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{ges}}} = 80\%$ benötigt. Drei verschiedene Zulieferer bieten Schwefelsäure an:

- Zulieferer 1 bietet eine 18 M Lösung zu einem Preis von 1,50 $\frac{\text{€}}{\text{kg}}$ an.
- Zulieferer 2 bietet eine Lösung mit einem Massenverhältnis von $\frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{H}_2\text{O}}} = 3$ zu einem Preis von 0,70 $\frac{\text{€}}{\text{kg}}$ an.
- Zulieferer 3 bietet eine Lösung mit einem Massenanteil $\frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{ges}}} = 90\%$ zu einem Preis von 1,90 $\frac{\text{€}}{\text{kg}}$.

Lösung. Wir nehmen an, dass die Kosten des Wassers zur Verdünnung der Lösung vernachlässigbar gering sind. Somit sind die Kosten pro Masse Schwefelsäure zu vergleichen.

- Zulieferer 1: Mit der Dichte ρ_L aus der ersten Aufgabe ergibt sich der Massenanteil der Schwefelsäure zu

$$\frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{ges}}} = \frac{c_{\text{H}_2\text{SO}_4} M_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{\rho_L} = \frac{(18 \frac{\text{mol}}{\text{L}}) (98,07 \frac{\text{g}}{\text{mol}})}{1,831 \frac{\text{g}}{\text{mL}}} = 96,4\%$$

und somit der Preis pro Kilogramm Schwefelsäure zu

$$1,50 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot \frac{m_{\text{ges}}}{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}} = 1,50 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot \frac{1}{96,4\%} = 1,56 \frac{\text{€}}{\text{kgH}_2\text{SO}_4}.$$

- Zulieferer 2: Der Massenanteil der Schwefelsäure ergibt sich aus dem Massenverhältnis zu

$$\frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{ges}}} = \frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{H}_2\text{SO}_4} + m_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{\frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{H}_2\text{O}}}}{\frac{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{m_{\text{H}_2\text{O}}} + \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{m_{\text{H}_2\text{O}}}} = \frac{3}{3 + 1} = 75\%,$$

was nicht genügt, um den Reaktor zu betreiben.

- Zulieferer 3: Der Massenanteil der Schwefelsäure ist gegeben und der Preis pro Kilogramm Schwefelsäure ergibt sich zu

$$1,90 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot \frac{m_{\text{ges}}}{m_{\text{H}_2\text{SO}_4}} = 1,90 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot \frac{1}{90\%} = 2,11 \frac{\text{€}}{\text{kgH}_2\text{SO}_4}.$$

Somit ist das Angebot von Zulieferer 1 das günstigste.

Aufgabe 3. (Dimensionen verschiedener Größen)

Was sind die Dimensionen der folgenden Größen?

- Dichte ρ
- Druck p
- ideale Gaskonstante R
- Molalität m
- (molare) Konzentration c

Lösung. Die Dimensionen der Größen sind folgende

- Dichte ρ : Masse pro Volumen $[ML^{-3}]$.
- Druck p : Kraft pro Fläche $[MLT^{-2}L^{-2}] = [ML^{-1}T^{-2}]$.
- ideale Gaskonstante R . Druck Volumen pro Molzahl Temperatur
 $[ML^{-1}T^{-2}L^3N^{-1}\Theta^{-1}] = [ML^2T^{-2}N^{-1}\Theta^{-1}]$.
- Molalität m : Stoffmenge pro Masse $[NM^{-1}]$.
- (molare) Konzentration c : Stoffmenge pro Volumen $[NL^{-3}]$.

Aufgabe 4. (Bestimmung von Dimensionen)

Bestimmen Sie anhand der gegebenen Gleichungen die Dimensionen der gefragten Größen.

- a) Die *spezifische Wärmekapazität* c in der Gleichung

$$Q = cm\Delta T,$$

mit Q als Energie, m als Masse und ΔT als Temperaturdifferenz.

- b) Die *Viskosität* η einer Flüssigkeit:

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{\partial u}{\partial y},$$

mit F als Kraft pro Fläche A , u als Geschwindigkeit der Flüssigkeit und y als Höhe.

- c) Den *Diffusionskoeffizienten* D eines Partikels in der Stokes-Einstein-Gleichung

$$D = \frac{RT}{6\pi N_A \eta r}$$

mit T als absolute Temperatur, N_A als Avogadrokonstante, η als Viskosität und r als Radius des Partikels.

Lösung.

- a) Mit $c = \frac{Q}{m\Delta T}$ und der Dimension der Energie ($[ML^2T^{-2}]$) ergibt sich

$$c = \left[\frac{ML^2}{T^2 M \Theta} \right] = \left[\frac{L^2}{T^2 \Theta} \right].$$

- b) Für den partiellen Differenzialausdruck gilt

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \left[\frac{L}{TL} \right] = \left[\frac{1}{T} \right].$$

Nach Umformen der Gleichung ergibt sich

$$\eta = \frac{F}{A} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^{-1} = \left[\frac{MLT}{T^2 L^2} \right] = \left[\frac{M}{TL} \right].$$

- c) Mit der Dimension der Viskosität aus der vorherigen Aufgabe gilt

$$D = \frac{RT}{6\pi N_A \eta r} = \left[\frac{ML^2 \Theta N T L}{T^2 N \Theta M L} \right] = \left[\frac{L^2}{T} \right].$$