

# Übung 1

Student: *Joshua Feld, 406718*

---

Kurs: *Material- und Stoffkunde* – Professor: *Prof. Dr. Gebhardt*

## Aufgabe 1. (Gültigkeit des idealen Gasgesetzes)

Eine Annahme des idealen Gasgesetzes ist, dass der Druck nicht zu hoch ist. Ist der Druck größer als 1 MPa, können wir das ideale Gasgesetz eigentlich nicht anwenden. Betrachten Sie ein Mol Sauerstoff-Gas ( $\text{O}_2$ ) bei einer Temperatur von 273 K und einem Druck von 100 bar.

- Berechnen Sie das Volumen dieses Gases unter der Annahme, das ideale Gasgesetz sei gültig.
- Berechnen Sie das Volumen dieses Gases mit der *Viralgleichung*:

$$\frac{p\bar{V}}{RT} = 1 + \frac{B(T)p}{RT},$$

wobei  $\bar{V}$  das molare Volumen und  $B(T)$  eine Funktion der Temperatur ist:

$$B(T) = \left( 0,0395 - \frac{10 \text{ K}}{T} - \frac{1,084 \cdot 10^3 \text{ K}^2}{T^2} \right) \frac{\text{L}}{\text{mol}}.$$

## Lösung.

- Mit dem idealen Gasgesetz gilt  $V = \frac{nRT}{p}$  und somit:

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{1 \text{ mol} \cdot 8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 273 \text{ K}}{100 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 2,27 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3.$$

- Wir können die Viralgleichung umformen zu

$$\bar{V} = \frac{RT}{p} + B(T).$$

Bei 273 K ist  $B(T)$ :

$$B(273 \text{ K}) = \left( 0,0395 - \frac{10 \text{ K}}{273 \text{ K}} - \frac{1,084 \cdot 10^3 \text{ K}^2}{(273 \text{ K})^2} \right) \frac{\text{L}}{\text{mol}} = -0,0117 \frac{\text{L}}{\text{mol}}.$$

Damit folgt für ein Mol Sauerstoff-Gas:

$$\begin{aligned} V = n\bar{V} &= n \left( \frac{RT}{p} + B(T) \right) \\ &= 1 \text{ mol} \left( 2,27 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}} - 0,0117 \frac{\text{L}}{\text{mol}} \right) \\ &= 2,15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3. \end{aligned}$$

**Aufgabe 2. (Van der Waals-Gleichung)**

Der tiefste Punkt der Erdoberfläche liegt im Meerestief “Challenger Deep” 11 034 m unter dem Meeresspiegel im Marianengraben im westlichen Pazifischen Ozean. Betrachten Sie zwei Blasen Kohlendioxid ( $\text{CO}_2$ ), jede mit einem Volumen von  $1 \text{ cm}^3$ . Eine Blase befindet sich an der Meeresoberfläche, die andere befindet sich im Challenger Deep. Bestimmen Sie das Verhältnis der Mole Gas in den zwei Blasen.

Beachten Sie auch die folgenden Informationen:

- In solchen Tiefen ist das Idealgasgesetz ungültig. Stattdessen muss ein anderes Gesetz genutzt werden. Verwenden Sie die *van der Waals-Gleichung*:

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2}.$$

Darin sind  $a$  und  $b$  gasspezifische Parameter. Nehmen Sie für Kohlendioxid folgende van der Waals-Parameter an:

$$a = 0,0364 \frac{\text{L}^2 \text{ atm}}{\text{mol}^2}, \quad b = 0 \frac{\text{L}}{\text{mol}}.$$

(Für diese Einheiten ist die Gaskonstante  $R = 0,082057 \frac{\text{L atm}}{\text{mol K}}$ .)

- Die Temperatur im Ozean ist nicht konstant. Für Tiefen jenseits 2000 m unter dem Meeresspiegel entspricht die Temperatur der folgenden Formel:

$$T(x) = 269 \text{ K} + (0,8 \text{ K}) \frac{2000 \text{ m} - x}{1000 \text{ m}},$$

wobei  $x$  die Tiefe ist.

- Der Druck in 11 034 m Tiefe beträgt ungefähr 1 094 atm.
- Die Temperatur an der Meeresoberfläche beträgt 298 K.

**Lösung.** Die Temperatur in 11 034 m Tiefe ist

$$T = 269 \text{ K} + (0,8 \text{ K}) \frac{2000 \text{ m} - 11034 \text{ m}}{1000 \text{ m}} = 261,8 \text{ K}.$$

Das Volumen ist gegeben ( $1 \cdot 10^{-3} \text{ L}$ ) und somit können wir die Molanzahl berechnen. Mit der Annahme  $b = 0 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$  lässt sich die kubische van der Waals-Gleichung zu der quadratischen Gleichung

$$p - \frac{nRT}{V} + \frac{an^2}{V^2} = 0$$

vereinfachen. Die Lösung dieser Gleichung ist

$$n = \frac{\frac{RT}{V} \pm \sqrt{\left(\frac{RT}{V}\right)^2 - 4\frac{a}{V^2}p}}{2\left(\frac{a}{V^2}\right)}.$$

Die verschiedenen Terme sind:

$$\frac{RT}{V} = \frac{0,082057 \frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \cdot 261,8 \text{ K}}{0,001 \text{ L}} = 21483 \frac{\text{atm}}{\text{mol}}$$

und

$$\frac{a}{V^2} = \frac{0,0364 \frac{\text{L}^2 \text{atm}}{\text{mol}^2}}{1 \cdot 10^{-6} \text{L}^2} = 3,64 \cdot 10^4 \frac{\text{atm}}{\text{mol}^2}$$

und damit haben wir

$$n_1 = \frac{21\,474 \pm \sqrt{21\,474^2 - 4 \cdot 1\,094 \cdot 3,64 \cdot 10^4}}{2 \cdot 3,64 \cdot 10^4} \text{mol} = 0,056\,3 \text{ mol} \vee 0,534 \text{ mol}.$$

Die größere Molzahl gehört zu einer flüssigen Phase. Da wir an einer Gasblase interessiert sind, wählen wir  $n_1 = 0,056\,3 \text{ mol}$ .

Am Meeresspiegel haben wir bei Standarddruck und -temperatur:

$$n_2 = \frac{pV}{RT} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 0,001 \text{ L}}{0,082\,057 \frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \cdot 298 \text{ K}} = 4,1 \cdot 10^{-5} \text{ mol}.$$

Damit ist das gesuchte Verhältnis

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{0,056\,3 \text{ mol}}{4,1 \cdot 10^{-5} \text{ mol}} \approx 1\,373.$$