RWTH Aachen University
Aachener Verfahrenstechnik

Übung 6

Student: *Joshua Feld, 406718*

Kurs: *Material- und Stoffkunde* – Professor: *Prof. Dr. Gebhardt*

Aufgabe 1. (Stationäre Wärmeleitung)

Die eindimensionale Wärmeleitung wird durch das Fouriersche Gesetz beschrieben:

$$\dot{Q} = -\kappa A \frac{\partial T(x)}{\partial x}.$$

Betrachten wir eine Platte der Dicke d, so stellt sich nach Ablaufen aller zeitlich veränderlicher Prozesse ein lineares Temperaturprofil über die Dicke der Platte ein. Es gilt

$$T(x) = T_A = \frac{T_B - T_A}{d} x,$$

mit den Temperaturen T_A bei $x = 0$ und T_B bei $x = d$ an den Oberflächen der Platte. Mit

$$\frac{\partial T(x)}{\partial x} = \frac{T_B - T_A}{d}$$

ergibt sich der Wärmestrom durch die Platte zu

$$\dot{Q} = -\kappa A \frac{T_B - T_A}{d}.$$

Der Zustand in dem alle zeitlich veränderlichen Prozesse abgelaufen sind wird als stationärer Zustand bezeichnet.
Betrachten Sie zwei Platten, eine Kupferplatte (Wärmeleitfähigkeit $\kappa_1 = 320\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}$) der Dicke $d_1 = 5\,\mathrm{cm}$ und eine Eisenplatte (Wärmeleitfähigkeit $\kappa_2 = 80\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}$) der Dicke $d_2 = 10\,\mathrm{cm}$. Die Platten stehen in direktem Kontakt und es existiert kein Temperatursprung über die Kontaktstelle. Über den Plattenverbund herrscht eine Temperaturdifferenz $\Delta T = 80\,\mathrm{K}$. Bestimmen Sie die Wärmestromdichte $\frac{\dot{Q}}{A}$ über den Plattenverbund im stationären Zustand. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

a) Stellen Sie die Ausdrücke für die Wärmestromdichten $\frac{\dot{Q}_1}{A}$ und $\frac{\dot{Q}_2}{A}$ in Abhängigkeit der Temperaturdifferenzen ΔT_1 und ΔT_2 auf.

b) Ermitteln Sie anhand einer Inzidenzmatrix die Bestimmtheit des entstehenden Gleichungssystems.

c) Fügen Sie gegebenenfalls Gleichungen hinzu, die das Lösen der Gleichungssystems erlauben.

d) Lösen Sie das Gleichungssystem.

Lösung.

Aufgabe 2. (Wärmeausdehnung I)

Ein WÜrfel aus einem unbekannten Stoff ist komplett mit 1 L bei 3,98°C gefüllt. Die Seiten des Würfels haben eine Dicke von 1 cm. Welchen Wert muss der Linearausdehnungskoeffizient haben, damit der Würfel bei 0°C immer noch komplett gefüllt ist? Der Raumausdehnungskoeffizient von Wasser in diesem Temperaturbereich beträgt ungefähr $-0{,}5 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$. Halten Sie den errechneten Wert für sinnvoll?

Lösung.

Aufgabe 3. (Wärmeausdehnung II)

Aufgrund von Temperaturschwankungen zwischen Sommer und Winter und der damit verbundenen Längenänderung von metallischen Bauteilen, werden beim Bau von Brücken üblicherweise Dehnungsfugen eingeplant. Die Ingenieure von Impractical Ideas, Inc. entwickeln eine alternative Methode: Die Hauptkonstruktion einer Versuchsbrücke der Länge 100 m besteht aus Baustahl mit einem Linearausdehnungskoeffizienten $\alpha_S = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$. An einem Brückenkopf wird ein Konstruktionselement der Länge 1 m aus einer speziellen Legierung verbaut. Die Legierung besitzt einen besonders hohen Linearausdehnungskoeffizienten $\alpha_L = 4{,}2 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$. Die Brücke wird im Winter bei einer Temperatur von −20°C spannungsfrei montiert und das spezielle Konstruktionselement soll im Sommer so gekühlt werden, dass die Brücke bis zu einer Temperatur von 30°C spannungsfrei bleibt. Berechnen Sie die minimale Temperatur, die das spezielle Konstruktionselement erreichen können muss.

Lösung.