

Logica e Inteligencia Artificial

Ulises Jeremias Cornejo Fandos,¹ Lucas Di Cunzolo,² and Federico Ramón Gasquez³

¹13566/7, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

²13572/5, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

³13598/6, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

compiled: September 18, 2018

1. Ejercicio 1

Sean A, B fbfs que cumplen que $(\neg A \vee B)$ es tautología. Sea C una fbfs cualquiera. Determinar, si es posible, cuáles de las siguientes fbfs son tautologías y cuáles contradicciones. Justificar las respuestas.

1. $((\neg(A \rightarrow B)) \rightarrow C)$

Sean las variables de enunciados p y q , sabemos que

$$(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \quad (1)$$

es tautología. De la proposición 1.10 se deduce que para formas enunciativas cualesquiera A, B ,

$$(\neg A \vee B) \leftrightarrow (A \rightarrow B) \quad (2)$$

es tambien una tautología. Por lo tanto, $(\neg A \vee B)$ es logicamente equivalente a $(A \rightarrow B)$ y, reemplazando en el enunciado original, queda la siguiente formula:

$$((\neg(\neg A \vee B)) \rightarrow C) \quad (3)$$

Luego, sabemos por hipótesis que $(\neg A \vee B)$ es siempre verdadero para todo par de enunciados A, B , pues es una tautología. Entonces, dado que el antecedente del enunciado 3, sabemos que el mismo será *falso* para todo par de enunciados A, B . Finalmente, independientemente del valor de verdad de la fbfs C , sabemos que el enunciado completo será siempre verdadero, pues la unica configuración posible que permite que una implicación sea falsa es cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso.

Por lo tanto, la fbfs $((\neg(A \rightarrow B)) \rightarrow C)$ es una tautología.

2. $(C \rightarrow ((\neg A) \vee B))$

Sean A, B fbfs, sabemos que $((\neg A) \vee B)$ es una tautología por hipotesis. Luego, dado el enunciado

$$(C \rightarrow ((\neg A) \vee B)) \quad (4)$$

sabemos que el consecuente de la implicación que lo define será siempre verdadero, pues como meciona anteriormente, el mismo es una tautología. Finalmente, independientemente del valor de verdad de la fbfs C , la

5. Ejercicio 6

Determinar cuáles de las siguientes fbfs son lógicamente implicadas por la fbf $(A \wedge B)$. Fundamental. Def. de implicación lógica, ver def. 1.7 del Hamilton.

1. A

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$A)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	F	V	V	F
F	F	F	V	F

Luego, dado que la implicación es una tautología, $(A \wedge B)$ implica lógicamente a A .

2. B

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$B)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	F

Luego, dado que la implicación es una tautología, $(A \wedge B)$ implica lógicamente a B .

3. $A \vee B$

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$(A$	\vee	$B))$
V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	F
F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	F

Luego, dado que la implicación es una tautología, $(A \wedge B)$ implica lógicamente a $A \vee B$.

4. $\neg A \vee B$

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$((\neg$	$A)$	\vee	$B))$
V	V	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	F

Luego, dado que la implicación es una tautología, $(A \wedge B)$ implica lógicamente a $\neg A \vee B$.

5. $\neg B \rightarrow A$

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$((\neg$	$B)$	\rightarrow	$A))$
V	V	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F	F	F

Luego, dado que la implicación es una tautología, $(A \wedge B)$ implica lógicamente a $\neg B \rightarrow A$.

6. $A \leftrightarrow B$

Luego, dado que la implicación es una tautología, $(A \wedge B)$ implica lógicamente a $A \leftrightarrow B$.

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$(A$	\leftrightarrow	$B)$
V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	F	V	F

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$(A$	\rightarrow	$B)$
V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	F

7. $A \rightarrow B$

Luego, dado que la implicación es una tautología, $(A \wedge B)$ implica lógicamente a $A \rightarrow B$.

8. $\neg B \rightarrow \neg A$

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$((\neg$	$A)$	\rightarrow	$(\neg$	$B))$
V	V	V	V	F	V	V	F	V
V	F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	V	F
F	F	F	V	V	F	V	V	F

Luego, dado que la implicación es una tautología, $(A \wedge B)$ implica lógicamente a $\neg B \rightarrow \neg A$.

9. $B \rightarrow \neg A$

$((A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	$(B$	\rightarrow	$(\neg$	$A))$
V	V	V	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	F
F	F	F	V	F	V	V	F

Luego, dado que la implicación no es una tautología, $(A \wedge B)$ no implica lógicamente a $B \rightarrow \neg A$.

6. Ejercicio 8

Sea A una fbf donde aparecen sólo los conectivos \wedge, \neg . Sea A' la fbf que se obtiene a partir de A reemplazando cada \wedge por \vee y cada letra de proposición por su negación (o sea, cada p por $\neg p$, cada q por $\neg q$, etc.). ¿Es cierto que A' es lógicamente equivalente a $\neg A$? Fundamental. Ejemplificar con algunos ejemplos concretos escritos en lenguaje natural.

Sean p_1, p_2, \dots, p_n variables de enunciado, y sean $A = ((\neg p_1) \wedge (\neg p_2) \wedge \dots \wedge (\neg p_n))$ y $A' = ((p_1) \vee (p_2) \vee \dots \vee (p_n))$. Se cumple que

$$\left(\bigwedge_{i=1}^n (\neg p_i) \right) \quad (6)$$

es lógicamente equivalente a

$$\left(\neg \left(\bigvee_{i=1}^n p_i \right) \right) \quad (7)$$

, pues el mismo es un caso especial de la proposición 1.15 y se plantea en el corolario 1.16. El mismo se cumple siempre independientemente del valor de verdad de las variables de enunciado.