

# Logica e Inteligencia Artificial

Ulises Jeremias Cornejo Fandos,<sup>1</sup> Lucas Di Cunzolo,<sup>2</sup> and Federico Ramón Gasquez<sup>3</sup>

<sup>1</sup>13566/7, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

<sup>2</sup>13572/5, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

<sup>3</sup>13598/6, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

compiled: October 15, 2018

## 1. Ejercicio 1

Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  tres fórmulas bien formadas (fbfs) del sistema formal  $L$ . Dar una demostración sintáctica en  $L$  de los siguientes teoremas. Justificar cada paso en la derivación, indicando cuales son los axiomas instanciados y las reglas de inferencia utilizadas.

i.  $\vdash_L ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow A)$

(1)	$(\neg A \rightarrow A)$	<i>hipótesis</i>
(2)	$(\neg A \rightarrow (\neg\neg(\neg A \rightarrow A) \rightarrow \neg A))$	$(L_1)$
(3)	$(\neg\neg(\neg A \rightarrow A) \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A))$	$(L_3)$
(4)	$(\neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A)))$	$(2), (3), SH$
(5)	$(\neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A))) \rightarrow ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A)))$	$(L_2)$
(6)	$(\neg A \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A))$	$(4), (5) MP$
(7)	$(\neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A))$	$(1), (6) MP$
(8)	$(\neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A)) \rightarrow ((\neg A \rightarrow) \rightarrow A)$	$(L_3)$
(9)	$(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$	$(7), (8) MP$
(10)	$A$	$(1), (9) MP$

Así pues,  $(\neg A \rightarrow A) \vdash_L A$ .

$\therefore \vdash_L ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow A)$ , por el Teorema de Deducción.

ii.  $\vdash_L (\neg\neg B \rightarrow B)$

Para este caso se escribe a continuación la demostración en  $L$ .

(1)	$((B \rightarrow ((B \rightarrow B) \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow (B \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow B))$	$(L_2)$
(2)	$(B \rightarrow ((B \rightarrow B) \rightarrow B))$	$(L_1)$
(3)	$((B \rightarrow (B \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow B))$	$(1), (2) MP$
(4)	$(B \rightarrow (B \rightarrow B))$	$(L_1)$
(5)	$(B \rightarrow B)$	$(3), (4) MP$
(6)	$(\neg\neg B \rightarrow B)$	

iii.  $\vdash_L ((A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A))$

El enunciado tiene la forma sintáctica del axioma  $L_3$ .

## 2. Ejercicio 2

Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  tres fórmulas bien formadas (fbfs) del sistema formal  $L$ . Dar una demostración sintáctica en  $L$  para la siguiente deducción. Justificar cada paso en la derivación, indicando cuales son los axiomas instanciados y las reglas de inferencia utilizadas.

- i.  $\{((A \rightarrow B) \rightarrow C), B\} \vdash_L (A \rightarrow C)$

(1)	$((A \rightarrow B) \rightarrow C)$	hipótesis
(2)	$B$	hipótesis
(3)	$A$	hipótesis

## 3. Ejercicio 3

Sea  $\Gamma = \{A_1, \dots, A_n\}$ ,  $n > 0$ , un conjunto de fbfs del C. de Enunciados. Se sabe que  $\Gamma \vdash_L A$ . ¿Es cierto que si  $\Gamma$  es satisfactible entonces  $\vdash_L A$ ? Fundar.

El enunciado es falso. Sabemos a partir del mismo que  $\Gamma$  es un conjunto de fbfs tal que  $\Gamma \vdash_L A$ . Luego, que  $\Gamma$  sea satisfactible, no nos dice nada respecto de  $A$ . Es decir, que  $A$  podría ser tranquilamente una contingencia deducible a partir de  $\Gamma$ , y en ese caso no sería válido decir que  $\vdash_L A$  para cualquier  $A$ .

Por ejemplo, nosotros podríamos tener el siguiente conjunto de fbfs,  $\Gamma = \{C, B, C \rightarrow A\}$ . Luego,  $A$  es una contingencia deducible a partir de  $\Gamma$ , pero no necesariamente se cumple que  $\vdash_L A$ .

## 4. Ejercicio 4

Sea  $\Gamma$  un conjunto de fbfs del C. de Enunciados. Se sabe que  $\Gamma \vdash_L A$ . ¿Es cierto que para todo  $\Gamma_i$  tal que  $\Gamma_i \subset \Gamma$ ,  $\Gamma_i \vdash_L A$ ? Fundar.

El enunciado es falso. Supongamos un conjunto de fbfs  $\Gamma = \{C, B, C \rightarrow A\}$ , luego sabemos que, siendo  $\{C, C \rightarrow A\} \subset \Gamma$ , podemos afirmar que se puede deducir  $A$  a partir de ambos, es decir, que  $\{C, C \rightarrow A\} \vdash_L A$ .

Sin embargo, no podemos afirmar lo mismo de  $\{B\}$ , incluso cuando  $\{B\} \subset \Gamma$ . Es decir, no se cumple que  $\{B\} \vdash_L A$ . Por lo tanto es falso.

## 5. Ejercicio 5

Sean  $\Gamma$  y  $\Gamma_0$  conjuntos de fbfs del C. de Enunciados. ¿Es cierto que para todo  $\Gamma$  existe algún  $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$  tal que si  $\Gamma \vdash_L A$  entonces  $\Gamma_0 \vdash_L A$ ? Fundar. Nota: relacionar con ejercicio 10.