

Logica e Inteligencia Artificial

Ulises Jeremias Cornejo Fandos,¹ Lucas Di Cunzolo,² and Federico Ramón Gasquez³

¹13566/7, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

²13572/5, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

³13598/6, Licenciatura en Informatica, Facultad de Informatica, UNLP

compiled: October 12, 2018

1. Ejercicio 1

Sean A , B y C tres fórmulas bien formadas (fbfs) del sistema formal L . Dar una demostración sintáctica en L de los siguientes teoremas. Justificar cada paso en la derivación, indicando cuales son los axiomas instanciados y las reglas de inferencia utilizadas.

i. $\vdash_L ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow A)$

(1)	$(\neg A \rightarrow A)$	<i>hipótesis</i>
(2)	$(\neg A \rightarrow (\neg\neg(\neg A \rightarrow A) \rightarrow \neg A))$	(L_1)
(3)	$(\neg\neg(\neg A \rightarrow A) \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A))$	(L_3)
(4)	$(\neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A)))$	$(2), (3), SH$
(5)	$(\neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A))) \rightarrow ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A)))$	(L_2)
(6)	$(\neg A \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A))$	$(4), (5) MP$
(7)	$(\neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A))$	$(1), (6) MP$
(8)	$(\neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow A)) \rightarrow ((\neg A \rightarrow) \rightarrow A)$	(L_3)
(9)	$(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$	$(7), (8) MP$
(10)	A	$(1), (9) MP$

Así pues, $(\neg A \rightarrow A) \vdash_L A$.

$\therefore \vdash_L ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow A)$, por el Teorema de Deducción.

ii. $\vdash_L (\neg\neg B \rightarrow B)$

Para este caso se escribe a continuación la demostración en L .

(1)	$((B \rightarrow ((B \rightarrow B) \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow (B \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow B))$	(L_2)
(2)	$(B \rightarrow ((B \rightarrow B) \rightarrow B))$	(L_1)
(3)	$((B \rightarrow (B \rightarrow B)) \rightarrow (B \rightarrow B))$	$(1), (2) MP$
(4)	$(B \rightarrow (B \rightarrow B))$	(L_1)
(5)	$(B \rightarrow B)$	$(3), (4) MP$
(6)	$(\neg\neg B \rightarrow B)$	

iii. $\vdash_L ((A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A))$

El enunciado tiene la forma sintáctica del axioma L_3 .

2. Ejercicio 2

Sean A , B y C tres fórmulas bien formadas (fbfs) del sistema formal L . Dar una demostración sintáctica en L para la siguiente deducción. Justificar cada paso en la derivación, indicando cuales son los axiomas instanciados y las reglas de inferencia utilizadas.

- i. $\{((A \rightarrow B) \rightarrow C), B\} \vdash_L (A \rightarrow C)$

(1)	$((A \rightarrow B) \rightarrow C)$	<i>hipótesis</i>
(2)	B	<i>hipótesis</i>
(3)	A	<i>hipótesis</i>

3. Ejercicio 3

Sea $\Gamma = \{A_1, \dots, A_n\}$, $n > 0$, un conjunto de fbfs del C . de Enunciados. Se sabe que $\Gamma \vdash_L A$. ¿Es cierto que si Γ es satisfactible entonces $\vdash_L A$? Fundar.

4. Ejercicio 4

Sea Γ un conjunto de fbfs del C . de Enunciados. Se sabe que $\Gamma \vdash_L A$. ¿Es cierto que para todo Γ_i tal que $\Gamma_i \subset \Gamma$, $\Gamma_i \vdash_L A$? Fundar.

El enunciado es falso. Supongamos un conjunto de fbfs $\Gamma = \{C, B, C \rightarrow A\}$, luego sabemos que, siendo $\{C, C \rightarrow A\} \subset \Gamma$, podemos afirmar que se puede deducir A a partir de ambos, es decir, que $\{C, C \rightarrow A\} \vdash_L A$.

Sin embargo, no podemos afirmar lo mismo de $\{B\}$, incluso cuando $\{B\} \subset \Gamma$. Es decir, no se cumple que $\{B\} \vdash_L A$. Por lo tanto es falso.