Felipe Augusto Ferreira de Castro **Matrícula:** 11711BCC033
Sarah Hanna VB Silva **Matrícula:** 11621BCC021
Renata Cristina Gomes da Silva **Matrícula:** 11721BCC012

Trabalho de Analise de Algoritmos

Universidade Federal de Uberlândia
2021

Sumário

1 Coloração de Grafos

1.1 Pseudo-código

O problema de coloração de grafos é um problema bastante discutido na literatura da área e possui vários algoritmos para soluciona-lo. Portanto, nesta seção apresentaremos o algoritmo usado em nosso trabalho para encontrar a disposição de cores e posteriormente discutiremos a eficiência do algoritmo. A seguir o algoritmo utilizado apresentado em pseudo-código.

Algorithm 1: Coloraçao de Grafos

```
Input: grafo
Output: Lista com as cores de cada vertice
declare uma variavel flag;
faça flag = verdadeiro;
atribua a cor 0 para todos os vertices do grafo;
inicie pelo primeiro vértice do grafo;
while não atribuido uma cor a todos os vertices do
    while para todos os vertices adjacentes do
        olhe a cor do vertice adjacente;
        if possui a mesma cor que o vertice adjacente then
            faça flag = falso;
            pare o laço;
        else
        end
    end
    if flag = verdadeiro then
        proximo vertice;
    else
        faça flag = verdadeiro;
        some 1 a cor deste vertice;
    end
end
```

Explicando de maneira mais informal o algoritmo se resume em alguns passos:

- Para cada vértice v do grafo G vamos olhar as cores de seus vertices adjacentes;
- vamos avançando na lista de cores até encontrar uma cor, a qual não foi atribuída a nenhum vértice adjacente a v;

- atribuímos a cor encontrada ao vertice v;

1.2 Estrutura de dados

Visto o algoritmo para coloração apresentado na seção anterior foi decidido estruturar o grafo de maneira a facilitar encontrar os vértices adjacentes de cada vértice v do grafo G. Desta forma, cada vértice é uma estrutura que possui duas informações:

- valor da cor atribuída ao vértice;
- uma lista de identificadores dos vértices adjacentes;

A identificação do vértice adjacente v_d é feita com um indexador da posição de v_d na lista de vértices do grafo G.

A Estrutura do grafo é constituída de duas informações:

- Lista de vértices presentes no grafo(o indexador do vértice nessa lista é o identificador do vértice);
- Quantidade de arestas presentes no grafo;

Utilizando-se desta estrutura, encontrar os vértices adjacentes de um vértice v se resume a apenas percorrer uma lista, excluída a necessidade de verificar se o vértice v_d é adjacente a v.

1.3 Desenvolvimento do Trabalho

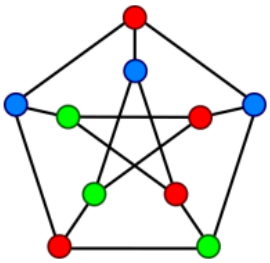
O programa foi desenvolvido na linguagem Python devido a facilidade de encontrar ferramentas prontas para manipular estruturas de dados e o conhecimento prévio que os autores deste trabalho tinham sobre a linguagem. Além disso, o ambiente de desenvolvimento usado foi o Visual Studio Code.

1.3.1 Grafos

Quantos aos grafos, foram utilizados 5 grafos, no formato DIMACS, os quais serão apresentados a seguir.

1. **Grafo 1**
   vertices: 10 , arestas: 15,
   a 0 1,
   a 0 2,
   a 0 3,
   a 1 4,

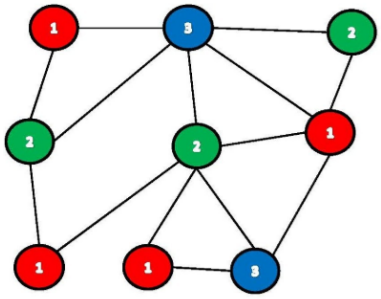
a 1 8,
a 2 6,
a 2 7,
a 3 5,
a 3 9,
a 4 5,
a 4 7,
a 5 6,
a 6 8,
a 7 9,
a 8 9;



Fonte: O enunciado deste trabalho

2. **Grafo 2**

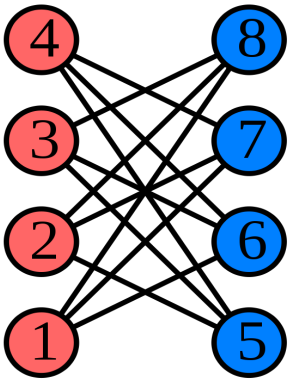
vertices: 9, arestas: 14,
a 0 3,
a 0 1,
a 1 2,
a 1 3,
a 2 4,
a 3 4,
a 3 6,
a 3 7,
a 4 5,
a 4 7,
a 4 8,
a 5 8,
a 6 7,
a 7 8;



Fonte: https://coloringbee.blogspot.com/2018/09/coloring-graph-example.html

3. **Grafo 3**

   vertices: 8, arestas: 12,
   a 0 5,
   a 0 6,
   a 0 7,
   a 1 4,
   a 1 6,
   a 1 7,
   a 2 4,
   a 2 5,
   a 2 7,
   a 3 4,
   a 3 5,
   a 3 6;

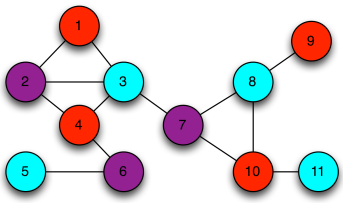


Fonte: https://handwiki.org/wiki/Grundy_number

4. **Grafo 4**

   vertices: 11, arestas: 13 a 0 1,
   a 0 2,
   a 1 2,
   a 1 3,
   a 2 3,

a 2 6,
a 3 5,
a 4 5,
a 6 7,
a 6 9,
a 7 8,
a 7 9,
a 9 10;



Fonte: `https://blog.cryptographyengineering.com/2014/11/27/zero-knowledge-proofs`

5. **Grafo 5**
   vértices: 7393, arestas: 25569.
   Devido a quantidade de vértices e arestas não é viável apresentar aqui a estrutura do grafo. Visto isso, vamos disponibiliza-lo no seguinte link: `https://github.com/felipe-2705/Trabalho-AA/blob/master/grafos/grafo5.dimacs`

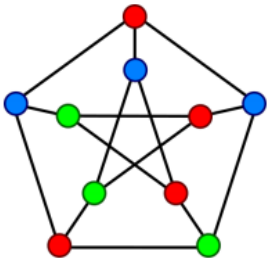
   Fonte: `https://lcs.ios.ac.cn/~caisw/graphs.html`

1.3.2 Execução

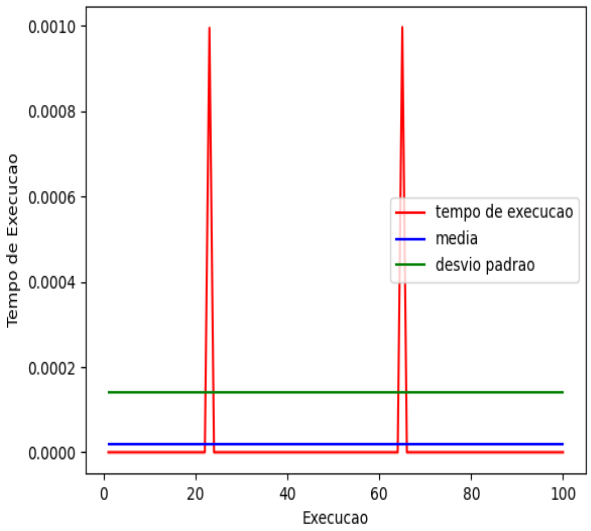
Aqui mostraremos o resulta das colorações para os grafos de 1 a 4 e compararemos com os resultados já conhecidos para cada um dos casos. Além de mostrar o tempo de execução para 100 execuções para cada grafo e suas medias. As bibliotecas utilizada para tal foram *statistics* e *Matplotlib*

1. **Grafo 1**

```
vertice[ 0 ]  :  vermelho
vertice[ 1 ]  :  azul
vertice[ 2 ]  :  azul
vertice[ 3 ]  :  azul
vertice[ 4 ]  :  vermelho
vertice[ 5 ]  :  verde
vertice[ 6 ]  :  vermelho
vertice[ 7 ]  :  verde
vertice[ 8 ]  :  verde
vertice[ 9 ]  :  vermelho
```

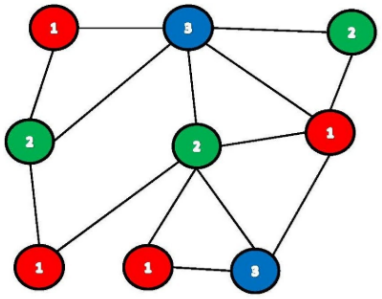


   Podemos observar que para este grafo o algoritmo atingiu uma solução ótima, utilizando 3 cores para colorir o grafo 1; Os tempos de execução são mostrados a seguir:

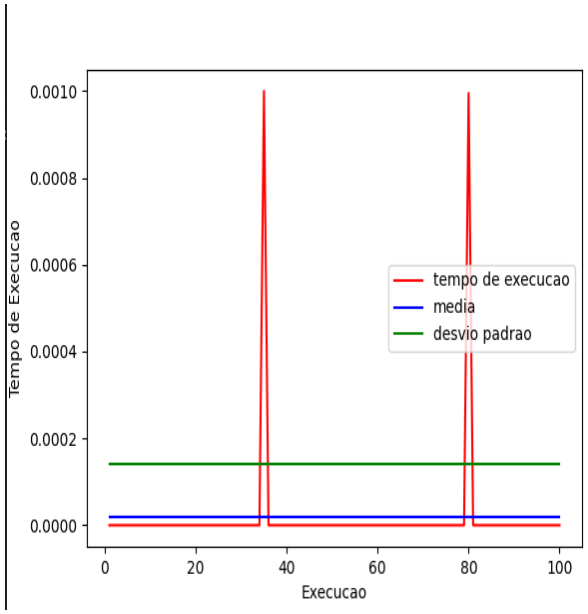


2. **Grafo 2**

```
vertice[ 0 ]  :  vermelho
vertice[ 1 ]  :  azul
vertice[ 2 ]  :  vermelho
vertice[ 3 ]  :  verde
vertice[ 4 ]  :  azul
vertice[ 5 ]  :  vermelho
vertice[ 6 ]  :  vermelho
vertice[ 7 ]  :  Amarelo
vertice[ 8 ]  :  verde
```

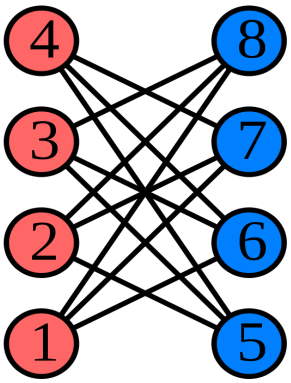


Para este grafo a coloração atingida pelo algoritmo não foi a solução ótima, utilizando 4 cores para colorir o grafo, sendo o ideal 5 cores; Os tempos de execução são mostrados a seguir:

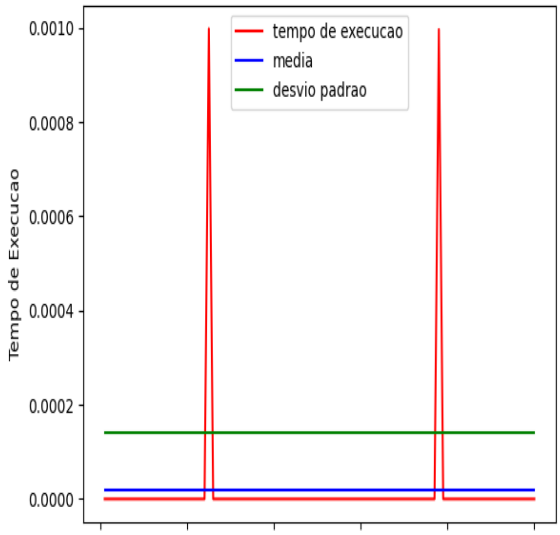


3. **Grafo 3**

```
vertice[ 0 ]  :  vermelho
vertice[ 1 ]  :  vermelho
vertice[ 2 ]  :  vermelho
vertice[ 3 ]  :  vermelho
vertice[ 4 ]  :  azul
vertice[ 5 ]  :  azul
vertice[ 6 ]  :  azul
vertice[ 7 ]  :  azul
```

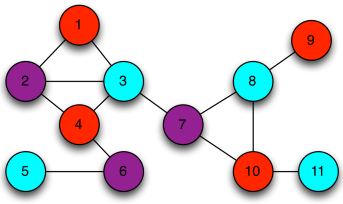


Para o Grafo bipartido a solução ótima foi atingida de 2 cores; Os tempos de execução são mostrados a seguir:

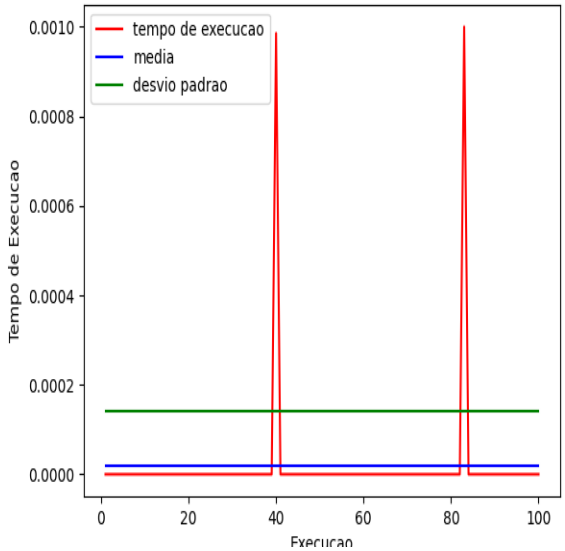


4. **Grafo 4**

```
vertice[ 0 ]  :  vermelho
vertice[ 1 ]  :  azul
vertice[ 2 ]  :  verde
vertice[ 3 ]  :  vermelho
vertice[ 4 ]  :  vermelho
vertice[ 5 ]  :  azul
vertice[ 6 ]  :  vermelho
vertice[ 7 ]  :  azul
vertice[ 8 ]  :  vermelho
vertice[ 9 ]  :  verde
vertice[ 10 ]  :  vermelho
```

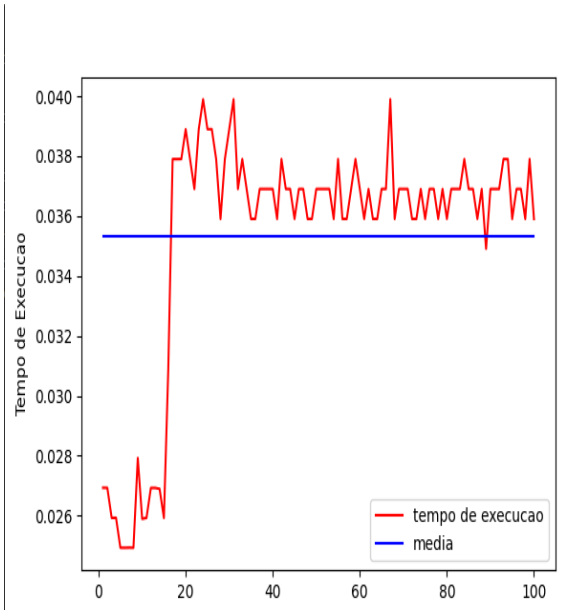


Para este caso também foi obtido um resultado ótimo de 3 cores para a coloração do grafo; Os tempos de execução são mostrados a seguir:



5. **Grafo 5**

   Devido ao tamanho do grafo 5 não será apresentada uma comparação das coloração realizada, porém foram utilizada 3 cores. Não se sabe se este é a coloração ótima; Para os tempos de execução foi obtido um desvio padrão de 0.004048385768314759. Para o caso apresentado abaixo o desvio padrão não foi incluído e os seguintes tempos foram obtidos:



1.4 conclusão

A seção anterior apresentou os resultados para os cinco gráficos descritos neste trabalho. Nesta seção iremos discutir estes resultados. Podemos observar que o algoritmo conseguiu

atingir para os grafos 1,3,4 uma solução ótima e para o grafo 2 uma bastante próximo do ótimo, visto que utilizou apenas uma cor a mais, o que é um bom resultado para o algoritmo. Quanto aos tempos de execução podemos ver que para os grafo 1 ao 4 permanece bastante próximo de 0 segundos, tendo pouquíssima variação como podemos observar pelo valor do desvio padrão. Por isso foi adicionado o grafo 5, cujo numero de vértices e arestas é bastante superior ao aos demais. O grafo 5 manteve tempo de execução entre 0.035 e 0.040 para as 100 execuções e um desvio padrão baixo, o que é um aumento abaixo do esperado, visto a diferença de grandeza entre o grafo 5 e os demais.

1.5 Vídeo

O vídeo apresentando uma execuçao desse trabalho encontra-se em : `https://web.microsoftstream.com/video/05dafa84-e1f3-44f9-b7fe-269058867a08`

2 Caixeiro Viajante

Este algoritmo foi desenvolvido em python e pode ser encontrado em `https://github.com/felipe-2705/Trabalho-AA/tree/master/caixeiro`. Tanto os códigos quanto o grafo se encontram nesse link. Sobre o grafo, não será apresentado aqui por ser muito extenso constituído de 38 vértices e 1444 arestas. Porém pode ser acessado no link citado anteriormente. Este grafo é dividido em um arquivo de distancias ("distancia.txt") e um com os dados dos vértices ("cidades.txt").

2.1 Resultados

O algoritmo percorreu caminhos com 38 entradas obtendo os seguintes resultados:

1. Execução:

```
[25, 37, 8, 32, 35, 17, 34, 3, 12, 13, 18, 2, 9, 30, 22, 31, 16, 38, 11, 23, 5, 7, 19, 36, 14, 24, 21, 10
, 26, 15, 33, 20, 4, 1, 28, 27, 6, 29] Solução final da rota
28149.86009401262 Custo final da rota
```

2. Execução:

```
[37, 19, 17, 38, 21, 11, 18, 22, 9, 26, 3, 16, 13, 1, 5, 4, 34, 33, 14, 6, 27, 8, 32, 29, 15, 23, 20, 35,
12, 10, 30, 31, 24, 36, 28, 25, 2, 7] Solução final da rota
26684.27031356556 Custo final da rota
```

3. Execução:

```
[6, 9, 36, 12, 27, 38, 37, 7, 31, 16, 23, 13, 28, 35, 5, 22, 19, 4, 32, 24, 30, 2, 18, 26, 11, 1, 15, 17,
10, 20, 3, 34, 21, 8, 14, 25, 29, 33] Solução final da rota
29754.403167834964 Custo final da rota
```

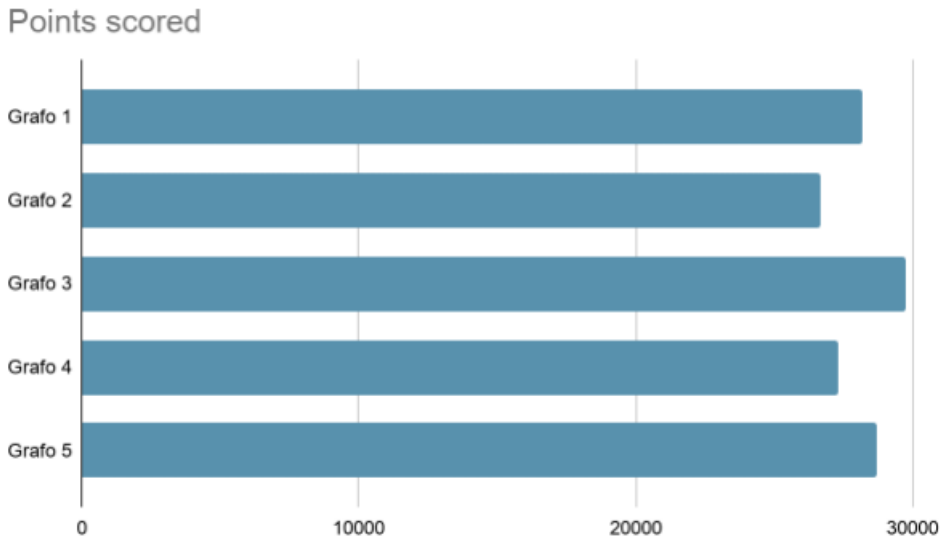
4. Execução:

```
[31, 24, 3, 1, 27, 14, 21, 35, 4, 32, 10, 16, 38, 6, 8, 2, 26, 33, 7, 25, 29, 34, 20, 13, 9, 19, 30, 15,
28, 5, 12, 18, 17, 37, 11, 22, 23, 36] Solução final da rota
27300.496489370264 Custo final da rota
```

5. Execução:

```
[21, 9, 10, 18, 12, 22, 8, 3, 28, 2, 20, 25, 31, 5, 38, 7, 36, 23, 29, 1, 27, 34, 14, 4, 16, 26, 32, 11,
6, 15, 17, 19, 35, 33, 30, 24, 37, 13] Solução final da rota
28711.76885834833 Custo final da rota
```

A seguir apresentamos o gráfico dos tempos de execução, no eixo y temos cada grafo sendo correspondente a uma execução e no eixo x o tempo de execução, em segundos, gasto para concluir o algoritmo.



Ao final dos testes foi obtido um tempo médio de 28119 segundos com um desvio padrão de 1199 segundos.