Álgebra Linear e Geometria Analítica	Projeto 2
Professor João Soares	1 página
Universidade de Coimbra	18 de dezembro de 2020

Para responder a estas questões deve preparar dois documentos, um contendo os vários comandos MATLAB/OCTAVE que, quando invocado na linha de comandos, conduzem às respostas, e outro contendo os resultados desses mesmos comandos - use, *e.g.*, o comando `diary` para gravar uma sessão. Os dois documentos devem ser enviados até ao dia 17 de janeiro para `jsoares@mat.uc.pt` indicando em assunto apenas dois elementos: `alga2021-TRB2` e o seu número de cartão de estudante separados por um espaço. Use comandos simples que respondam diretamente ao que é pedido, de uma forma tão compacta quanto possível. Deve responder a tudo.

1. Construa uma matriz B, 6×4, definida pelos últimos 6 digitos do seu número de cartão de estudante (a primeira coluna) e o de três amigos (as restantes três colunas). Cada elemento da matriz é definido por um digito apenas. Construa uma coluna $\mathbf{b}$, 4×1, preenchida com os digitos do ano do seu nascimento pela ordem que entender. Defina um escalar c de valor igual ao dia do mês do seu nascimento.

(a). Calcule as matrizes $A \equiv B^T B$ e BB^T.

(b). Verifique que a caraterística das matrizes B, $B^T B$ e BB^T é a mesma.

(c). Avalie a função $f(\mathbf{x}) \equiv \mathbf{x}^T A\mathbf{x}/2 + \mathbf{b}^T\mathbf{x} + c$ em $\mathbf{x} = (1, 2, -1, -2)$.

(d). Calcule para a matriz $A + I$: (i) o determinante; (ii) a matriz adjunta; (iii) a inversa.

(e). Calcule o complemento algébrico de A relativamente ao elemento a_{21}.

2. (a). Obtenha a decomposição $PA = LU$.

(b). Calcule a solução $\mathbf{c}$ do sistema de equações $L\mathbf{y} = P\mathbf{b}$ e a solução $\hat{\mathbf{x}}$ de $U\mathbf{x} = \mathbf{c}$.

(c). Verifique que $\|\mathbf{b} - A\hat{\mathbf{x}}\| = 0$.

3. Retire a última coluna, denotada $\mathbf{b}$, da matriz A definindo assim uma matriz 4×3.

(a). Obtenha a decomposição QR da nova matriz A na forma completa.

(b). Calcule a projeção ortogonal $\mathbf{b}_S$ de $\mathbf{b}$ sobre o espaço das colunas de A, denotado S.

(c). Obtenha a solução $\hat{\mathbf{x}}$ de $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ no sentido dos mínimos quadrados.

4. Acrescente a coluna $\mathbf{b}_S$ à matriz A, definindo assim uma matriz A, 4×4.

(a). Construa a matriz $C = (A + A^T)/2$ e calcule $\left\|C - C^T\right\|$. Conclua.

(b). Obtenha uma fatorização $C = QDQ^T$ (onde D denota uma matriz diagonal e Q uma matriz ortogonal).