

Exercício: Revisão da tentativa

Iniciado em	sábado, 7 mar 2020, 18:40
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 11 mar 2020, 02:54
Tempo empregado	3 dias 8 horas
Avaliar	Ainda não avaliado

Questão 1

Completo

Vale 1,00 ponto(s).

Marcar questão

Texto da questão

O objetivo deste exercício é verificar numericamente as previsões para a dependência dos erros associados aos métodos de Euler e de Runge-Kutta de segunda ordem com o tamanho do passo de integração.

Escreva um programa que integre numericamente a equação diferencial

$$\frac{dx}{dt} = -2\exp(-\gamma t)(\gamma \cos t + \sin t),$$

no intervalo entre $t = 0$ e $t = 10$, utilizando tanto o método de Euler quanto o método de Runge-Kutta de segunda ordem. Utilize como condição inicial $x(0) = 0$. Além de realizar essas integrações numéricas, seu programa deve calcular o erro médio associado ao cálculo, definido em cada caso como

$$\text{erro} \equiv \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [x_{\text{num}}(t_n) - x_{\text{exato}}(t_n)]^2},$$

em que $t_n = nh$, sendo h o passo de integração, enquanto $x_{\text{num}}(t_n)$ e $x_{\text{exato}}(t_n)$ representam, respectivamente, os valores de $x(t)$ calculados pela integração numérica e pela solução exata até $t = t_n$. Aqui, N representa o número máximo de passos de tempo utilizados na integração. A solução exata da equação diferencial, como pode ser facilmente verificado por substituição direta ou por integração analítica, é

$$x_{\text{exato}}(t) = x(0) - 2 + 2\exp(-\gamma t)\cos t.$$

Em seu programa, crie listas para armazenar os valores dos erros associados aos dois métodos para $N \in \{8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024\}$, e as utilize para fazer um gráfico log-log que mostre a dependência desses erros com N (e, consequentemente, com o tamanho do passo de integração h). Você deve obter dependências do tipo

$$\text{erro} \propto h^\alpha \propto N^{-\alpha},$$

com valores diferentes do expoente α para os dois métodos. Teste seu programa com os valores $\gamma = 0$ e $\gamma = 1$. Os valores do expoente α dependem de γ ?

Submeta seu programa e através do formulário abaixo.