Iniciado em	quarta, 22 abr 2020, 09:29
Estado	Finalizada
Concluída em	terça, 28 abr 2020, 23:58
Tempo empregado	6 dias 14 horas
Avaliar	Ainda não avaliado

Questão **1**

Completo

Vale 1,00 ponto(s).

Neste exercício você deve calcular as órbitas de dois dos planetas do Sistema Solar utilizando o método de Bulirsch-Stoer, que fornece resultados significativamente mais precisos do que o método de Verlet utilizado para calcular a órbita da Terra na aula 5.

As equações de movimento para as coordenadas x e y da posição de um planeta em seu plano orbital são as mesmas que para qualquer corpo em órbita, ou seja,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -GM\frac{x}{r^3}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -GM\frac{y}{r^3},$$

em que $G = 6.6738 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} é a constante da gravitação de Newton, $M = 1.9891 \times 10^{30}$ kg é a massa do Sol e $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

1. Utilize inicialmente as equações para determinar a órbita da Terra, que não é perfeitamente circular, mas ligeiramente elíptica. No periélio, o ponto de maior proximidade do Sol, a Terra move-se de forma exatamente tangencial (perpendicularmente à linha que a liga ao Sol) e situa-se a 1.4710×10^{11} m do Sol, com velocidade linear de 3.0287×10^4 m s^{-1}. Utilize o método de Bulirsch-Stoer com uma precisão na posição de 1 km por ano, dividindo a órbita em intervalos de comprimento $H = 1$ semana. Faça um gráfico da órbita, mostrando ao menos uma revolução completa em torno do Sol.
2. Faça uma cópia do seu programa, modificando-o para calcular a órbita do planeta anão Plutão. A distância entre o Sol e Plutão no periélio é de 4.4368×10^{12} m e a velocidade linear de Plutão nesse ponto é de 6.1218×10^3 m s^{-1}. Escolha um valor adequado para H, de forma que sua simulação seja executada em um tempo razoável, novamente com uma precisão de 1 km por ano. Você deve observar uma órbita significativamente elíptica, com o Sol visivelmente deslocado do centro da órbita. Plutão é um objeto do cinturão de Kuiper, da mesma forma que muitos cometas, e é comum que tais objetos (ao contrário dos planetas verdadeiros) tenham órbitas substancialmente elípticas.

Envie seus programas pelo campo abaixo.

Questao1_1.py

Questao1_2.py

Questão **2**

Completo

Vale 1,00 ponto(s).

Este exercício revisita o primeiro exercício da aula 4.

A dinâmica de um oscilador harmônico amortecido e forçado em uma dimensão é governada pela equação diferencial

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \rho\frac{dx}{dt} + F_{\text{ext}}\cos(\omega_{\text{ext}}t),$$

em que x mede a deformação da mola, m é a massa do oscilador, k é a constante da mola, ρ é um coeficiente de viscosidade e F_{ext} é a amplitude de uma força externa harmônica de frequência angular ω_{ext}.

Como visto na disciplina de Física 2, essa equação diferencial tem solução analítica expressa como

$$x(t) = x_{\text{trans}}(t) + x_{\text{est}}(t),$$

em que $x_{\text{est}}(t)$ é a **solução estacionária**, determinada apenas pela força externa e dada por

$$x_{\text{est}} = A_{\text{ext}}\cos(\omega_{\text{ext}}t + \phi),$$

com

$$A_{\text{ext}} = \frac{F_{\text{ext}}/m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{\text{ext}}^2\right)^2 + \gamma^2\omega_{\text{ext}}^2}}, \qquad \phi = -\arccos\frac{\omega_0^2 - \omega_{\text{ext}}^2}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_{\text{ext}}^2\right)^2 + \gamma^2\omega_{\text{ext}}^2}},$$

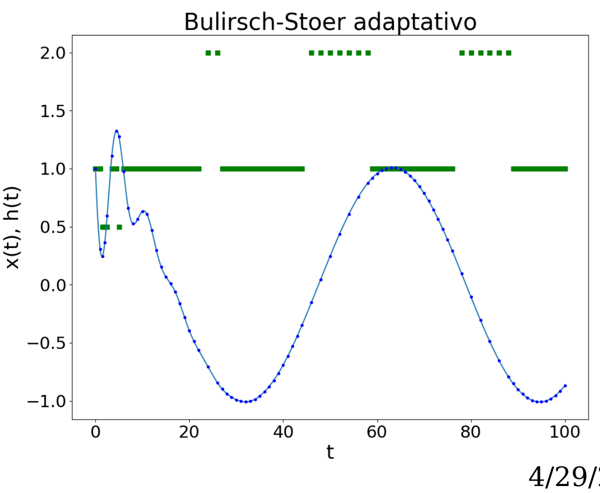
sendo $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ a **frequência natural** de oscilação do sistema e $\gamma = \rho/m$.
Já $x_{\text{trans}}(t)$ é o **transiente da solução**, que carrega as informações das condições iniciais e, no limite de amortecimento subcrítico, pode ser escrito como

$$x_{\text{trans}}(t) = e^{-\gamma t/2}\left[\alpha\cos(\omega t) + \beta\,\text{sen}(\omega t)\right],$$

em que α e β são constantes e

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}.$$

1. Transforme a equação diferencial de segunda ordem em duas equações diferenciais de primeira ordem, usando as técnicas que aprendeu.
2. Escreva um programa para integrar numericamente as equações resultantes de $t = 0$ até $t = 100$, supondo $k = 1$, $m = 1$, $\rho = 0.4$, $F_{\text{ext}} = 1$, $\omega_{\text{ext}} = 0.1$ e partindo da posição inicial $x_0 = 1$ com uma velocidade inicial $v_0 = -1$. (Todas as unidades estão no SI.) Para realizar a integração numérica, utilize o método de Bulirsch-Stoer adaptativo, impondo uma precisão de 10^{-8} na deformação da mola por unidade de tempo, tolerando no máximo 8 iterações do algoritmo antes de diminuir o tamanho H do passo, partindo de valor padrão $H = 4$. Seu programa deve produzir um gráfico que mostre, em função do tempo, a solução exata como uma curva contínua, a solução numérica em pontos azuis e o tamanho de cada passo numérico em pontos verdes. Envie seu programa pelo campo mais abaixo. Você deve obter um gráfico semelhante ao da figura a seguir.



Questao2.py