Exercício: Revisão da tentativa

Iniciado em	sexta, 13 mar 2020, 10:35
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 18 mar 2020, 02:51
Tempo empregado	4 dias 16 horas
Avaliar	Ainda não avaliado

Questão 1

Completo

Vale 1,00 ponto(s).

Marcar questão

Texto da questão

O objetivo deste exercício é quantificar a dependência do erro associado ao método de Runge-Kutta de quarta ordem com os parâmetros da equação diferencial, fixado o tamanho do passo de integração.

Escreva um programa que integre numericamente a equação diferencial

$$\frac{dx}{dt} = -2\exp(-\gamma t)\left[\gamma\cos(\omega t) + \omega \operatorname{sen}(\omega t)\right],$$

no intervalo entre $t = 0$ e $t = 10$, utilizando o método Runge-Kutta de quarta ordem. Utilize como condição inicial $x(0) = 0$ e fixe a constante γ como tendo valor igual a 1.0. Além de realizar essas integrações numéricas, seu programa deve calcular o erro médio associado ao cálculo, definido como

$$\text{erro} \equiv \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left[x_{\text{num}}(t_n) - x_{\text{exato}}(t_n)\right]^2},$$

em que $t_n = nh$, sendo h o passo de integração, enquanto $x_{\text{num}}(t_n)$ e $x_{\text{exato}}(t_n)$ representam, respectivamente, os valores de $x(t)$ calculados pela integração numérica e pela solução exata até $t = t_n$. Aqui, N representa o número máximo de passos de tempo utilizados na integração, que deve ser fixado em $N = 100$. A solução exata da equação diferencial, como pode ser facilmente verificado por substituição direta ou por integração analítica, é

$$x_{\text{exato}}(t) = x(0) - 2 + 2\exp(-\gamma t)\cos(\omega t)\,.$$

Em seu programa, crie uma lista para armazenar os valores dos erros para $\omega \in \{1.0, 2.0, 4.0, 8.0, 16.0, 32.0, 64.0, 128.0, 256.0\}$, e a utilize para fazer um gráfico log-log que mostre a dependência desses erros com ω. Você deve perceber uma mudança qualitativa no gráfico entre as regiões $\omega < 32.0$ e $\omega > 32.0$. A que você atribui essa mudança?

Submeta seu programa e a resposta à pergunta através do formulário abaixo.

Atribuo essa mudança à comparação entre frequência do termo cosseno e o tamanho do passo de integração (resolução do método).

Estendendo o conjunto de testes de omegas para valores ainda maiores que os propostos, é plausível inferir que temos um fenômeno de transição de fase. Da região em que a resolução da integração captura bem as oscilações do termo cosseno, para a região em que o período do cosseno se torna irrelevante em comparação ao passo (aprox.: omega>128)

Questão 2

Completo

Vale 1,00 ponto(s).

Marcar questão

Texto da questão

Esta questão vale 1 ponto de bônus no EP 1.

A transformação de coordenadas discutida na aula não é a única que permite integrar numericamente uma equação diferencial em um intervalo infinito. Uma das infinitas demais opções é a transformação

$$u = \tanh t\,.$$

Utilize essa transformação para integrar numericamente a equação diferencial

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{x^2 + t^2}$$

entre $t = 0$ e $t = \infty$, partindo da condição inicial $x(0) = 1$. Em seu programa, utilize o método de Runge-Kutta de quarta ordem, com 100 passos de tempo, e faça um gráfico de $x(t)$ conforme a integração numérica, limitando o eixo das abscissas ao intervalo $t \in (0, 8)$.

Submeta seu programa pelo formulário abaixo.