Questão 1
Completo
Vale 1,00 ponto(s).

As equações de Lotka-Volterra são um modelo matemático para interações predador-presa entre espécies biológicas. Sejam duas variáveis x e y proporcionais ao tamanho das populações de duas espécies, tradicionalmente chamadas de "coelhos" (as presas) e "raposas" (os predadores). Você pode pensar em x e y como sendo, digamos, a população em milhares, de modo que $x = 2$ signifique que há 2000 coelhos. Nesse caso, estritamente, os únicos valores permitidos de x e y seriam múltiplos de 0.001, já que somente é possível haver um número inteiro de coelhos ou raposas. Mas 0.001 é um espaçamento bastante pequeno de valores, de forma que tratar x e y como variáveis contínuas é uma aproximação bastante razoável, desde que nenhum dos valores torne-se muito próximo de zero.

No modelo de Lotka-Volterra, os coelhos se reproduzem a uma taxa proporcional à sua população, mas são devorados pelas raposas a uma taxa proporcional tanto à sua população quanto à população de raposas:

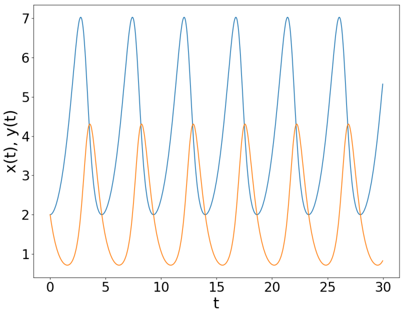
$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy,$$

em que α e β são constantes. Ao mesmo tempo, as raposas se reproduzem a uma taxa proporcional à taxa com que devoram coelhos, já que precisam de comida para crescer e se reproduzir, mas também morrem de velhice a uma taxa proporcional à sua própria população:

$$\frac{dy}{dt} = \gamma xy - \delta y,$$

em que também γ e δ são constantes.

1. Escreva um programa para resolver essas equações utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem para o caso em que $\alpha = 1$, $\beta = \gamma = 0.5$ e $\delta = 2$, partindo de uma condição inicial em que $x = y = 2$. Faça o seu programa traçar um único gráfico que mostre tanto x quanto y em função do tempo, entre $t = 0$ e $t = 30$. O aspecto deve ser o da figura abaixo.



2. Descreva em palavras o que está acontecendo com as populações de coelhos e raposas, segundo o gráfico.

Envie seu programa e registre sua resposta nos campos abaixo.

Dadas as constantes da simulacao, para condicoes iniciais propostas, os predadores nao encontram alimento suficiente e sua populacao diminui. Para as presas, em primeiro momento, a presenca de predadores eh escassa e sua populacao aumenta.

Com o crescimento da populacao de presas, a diminuicao da quantidade de predadores desacelera até que para. O crescimento da populacao de presas continua, provocando o crescimento da populacao de predadores. Isto desacelera o crescimento da populacao de presas ate que para e comeca a diminuir.

A diminuicao de presas desacelera o crescimento de predadores ate que o para e provoca sua diminuicao tambem. Para este conjunto de constantes, a diminuicao de ambas as especies perdura ate que as condicoes inicias se repitam, formando o intervalo de periodicidade da solucao.

questao1.py

Histórico de respostas

Passo	Hora	Ação	Estado	Pontos
1	28/03/2020 17:04	Iniciada	Ainda não respondida	

Passo	Hora	Ação	Estado	Pontos
2	1/04/2020 04:50	Salvou: Dadas as constantes da simulacao, para condicoes iniciais propostas, os predadores nao encontram alimento suficiente e sua populacao diminui. Para as presas, em primeiro	Resposta salva	

Questão **2**

Completo

Vale 1,00 ponto(s).

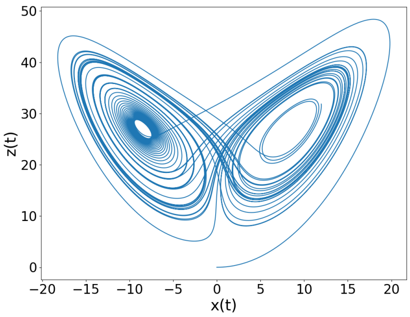
Um dos mais célebres conjuntos de equações diferenciais em física são as equações de Lorenz:

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \qquad \frac{dy}{dt} = rx - y - xz, \qquad \frac{dz}{dt} = xy - bz,$$

em que σ, r e b são constantes. (O uso de σ, r e b para nomear essas constantes tem raízes históricas.)

Essas equações foram primeiro estudadas em 1963 por Edward Lorenz, que as deduziu a partir de um modelo simplificado de previsão do tempo. A razão para sua fama é que elas constituem um dos primeiros exemplos incontroversos de *caos determinístico*, a ocorrência de movimento aparentemente aleatório mesmo que não haja qualquer aleatoriedade embutida nas equações. Outro exemplo é o mapa logístico, discutido na disciplina de Introdução à Física Computacional I.

1. Escreva um programa para resolver as equações de Lorenz para o caso $\sigma = 10$, $r = 28$ e $b = 8/3$ no intervalo entre $t = 0$ e $t = 50$ com condições iniciais $(x, y, z) = (0, 1, 0)$. Faça seu programa traçar um gráfico de y em função do tempo. Perceba o caráter imprevisível do movimento. (Dica: se você escrever seu programa com base em códigos anteriores, tenha cuidado. Este problema tem parâmetros r e b com os mesmos nomes de variáveis em programas anteriores. Certifique-se de que você não dê o mesmo nome a variáveis distintas.)
2. Inclua também um gráfico de z contra x. Você deve obter uma figura do famoso "atrator estranho" de Lorenz, um gráfico que lembra uma borboleta mas nunca se repete. Você deve obter uma figura semelhante à mostrada abaixo.



Submeta seu programa no campo abaixo.

questao2.py

Histórico de respostas

Passo	Hora	Ação	Estado	Pontos
1	28/03/2020 17:04	Iniciada	Ainda não respondida	
2	1/04/2020 04:50	Salvou: {$a}	Resposta salva	
3	**1/04/2020 04:50**	**Tentativa finalizada**	**Completo**	

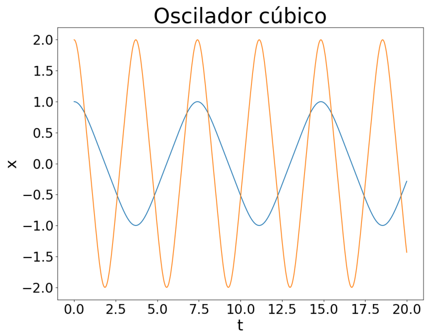
Questão 3

Completo

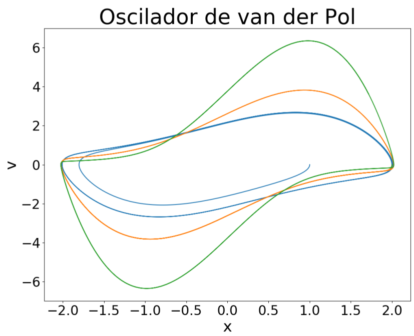
Vale 1,00 ponto(s).

Osciladores surgem em muitos problemas físicos, em mecânica, em eletricidade e magnetismo e na física de matéria condensada, entre outras áreas.

1. Considere a equação geral do **oscilador harmônico simples**:
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x.$$
Utilizando os métodos descritos na aula, transforme essa equação de segunda ordem em duas equações de primeira ordem acopladas. Escreva um programa para resolvê-las no caso $\omega = 1$, no intervalo $t = 0$ até $t = 20$. Uma equação de segunda ordem requer duas condições inicias, uma para x e outra para sua derivada. Para este problema utilize $x = 1$ e $dx/dt = 0$ como condições iniciais. Faça seu programa traçar um gráfico de x como função do tempo.
2. Agora aumente a amplitude das oscilações, escolhendo uma posição inicial $x = 2$, trace a nova curva ***no mesmo gráfico da curva anterior*** e confirme que o período das oscilações permanece o mesmo.
3. Acrescente uma função ao seu programa para lidar com o **oscilador anarmônico** definido pela equação
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x^3.$$
Acrescente ao seu programa um trecho para realizar a integração numérica dessa equação entre $t = 0$ e $t = 20$, mantendo $\omega = 1$ e uma velocidade inicial nula. Trace em um mesmo gráfico (diferente do gráfico anterior) as curvas correspondentes às escolhas de posição inicial $x = 1$ e $x = 2$. Você deve observar que o período das oscilações diminui com o aumento da amplitude, como mostrado na figura abaixo, em que a curva azul (laranja) corresponde à condição inicial $x = 1$ ($x = 2$).



4. Sempre no mesmo programa, e para a última escolha de condições iniciais, trace um gráfico de v contra x, ou seja, da velocidade do oscilador contra sua posição. Esse é um gráfico do ***espaço de fase*** do oscilador.
5. O **oscilador de van der Pol**, que surge no contexto de circuitos elétricos e na física de *lasers*, é descrito pela equação
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} - \omega^2 x.$$
Sempre no mesmo programa, acrescente uma função que permita integrar numericamente essa equação entre $t = 0$ e $t = 20$, utilizando $\omega = 1$ e as condições iniciais $x = 1$ e $dx/dt = 0$, e trace, em um mesmo gráfico, curvas do espaço de fase do oscilador de van der Pol para $\mu = 1$, $\mu = 2$ e $\mu = 4$. Certifique-se de que seu passo de tempo seja suficientemente pequeno para as curvas sejam suaves e precisas. Você deve obter uma figura como aquela abaixo.



Submeta seu programa no campo abaixo.

questao3.py

Histórico de respostas

Passo	Hora	Ação	Estado	Pontos
1	28/03/2020 17:04	Iniciada	Ainda não respondida	
2	1/04/2020 04:50	Salvou: {$a}	Resposta salva	
3	**1/04/2020 04:50**	**Tentativa finalizada**	**Completo**	