1 Modelo

Consideramos un modelo quiral tipo $SU(2)_1 \otimes SU(2)_2 \otimes U(1)$ que, a través de un mecanismo sigma no lineal, se rompe al grupo de simetría electrodébil del modelo estandar $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Si miramos solamente el grupo quiral el siguiente contenido de campos: 2 campos de gauge $A_{\mu 1}$ y $A_{\mu 2}$ asociados a cada grupo de simetría, 3 campos escalares ϕ_1, ϕ_2 y Σ. Los campos de gauge transforman de la siguiente manera

$$\begin{aligned} A_{\mu 1} &\rightarrow U_1 A_{\mu 1} U_1^\dagger - \frac{i}{g_1}(\partial U_1) U_1^\dagger \\ A_{\mu 2} &\rightarrow U_2 A_{\mu 2} U_2^\dagger - \frac{i}{g_2}(\partial U_2) U_2^\dagger \end{aligned}$$

donde g_1 y g_2 son las constantes de acoplamiento de cada grupo respectivamente. U_1 y U_2 son matrices de transformacion definidas como

$$U_1 = e^{i\vec{\beta}_1 \cdot \vec{\tau}/2} \qquad U_2 = e^{i\vec{\beta}_2 \cdot \vec{\tau}/2} \tag{1}$$

$\vec{\tau}$ son las matrices de pauli. La transformación de los campos escalares está definida de la siguiente manera

$$\begin{array}{llll} SU(2)_1: & \phi_1 \rightarrow U_1\phi_1 & \phi_2 \rightarrow \phi_2 & \phi_1 \sim (2,1) \\ SU(2)_2: & \phi_1 \rightarrow \phi_1 & \phi_2 \rightarrow U_2\phi_2 & \phi_2 \sim (1,2) \end{array}$$

$$\Sigma \rightarrow U_1 \Sigma U_2^\dagger$$

En base a esto podemos escribir el lagrangiano que involucra al sector de gauge más el sector escalar

$$\begin{aligned} \mathscr{L} &= -\frac{1}{4}A_{\mu\nu 1}A^{\mu\nu 1} - \frac{1}{4}A_{\mu\nu 2}A^{\mu\nu 2} - (D_\mu\phi_1)^\dagger(D^\mu\phi_1) - (D_\mu\phi_2)^\dagger(D^\mu\phi_2) + \\ & \quad v^2 \mathrm{Tr}\left[D_\mu\Sigma)^\dagger(D^\mu\Sigma)\right] + V(\phi_1, \phi_2, \Sigma) \end{aligned} \tag{2}$$

Podemos definir las derivadas covariantes como

$$\begin{aligned} D_\mu\Sigma &= \partial_\mu\Sigma - ig_1 A_{\mu 1}\Sigma + ig_2\Sigma A_{\mu 2} \\ D_\mu\phi_1 &= \partial_\mu\phi_1 + ig_1 A_{\mu 1}\phi + ig_y B_\mu \phi_1 \\ D_\mu\phi_2 &= \partial_\mu\phi_2 + ig_2 A_{\mu 1}\phi + ig_y B_\mu \phi_2 \end{aligned} \tag{3}$$

Al romper la simetría nos paramos en la gauge unitario $\langle\Sigma\rangle = 1$ el término cinético del campo escalar Σ queda como

$$u^2 \mathrm{Tr}\left[D_\mu\Sigma)^\dagger(D^\mu\Sigma)\right] = u^2 \mathrm{Tr}\left[g_1 A_{\mu 1} - g_2 A_{\mu 2}\right]^2 \tag{4}$$

Luego de la ruptura de la primera simetría el lagrangiano queda como

$$\begin{aligned} \mathscr{L} &= -\frac{1}{4}A_{\mu\nu 1}A^{\mu\nu 1} - \frac{1}{4}A_{\mu\nu 2}A^{\mu\nu 2} - (D_\mu\phi_1)^\dagger(D^\mu\phi_1) - (D_\mu\phi_2)^\dagger(D^\mu\phi_2) + \\ & \quad u^2 \mathrm{Tr}\left[g_1 A_{\mu 1} - g_2 A_{\mu 2}\right]^2 + V(\phi_1, \phi_2) \end{aligned} \tag{5}$$

En este nuevo lagrangiano seguimos teniendo 2 campos de gauge que transforman ahora bajo el grupo de simetría diagonal $SU(2)_L$ de la sifuiente forma

$$A_{\mu i} \rightarrow U A_{\mu i} U^\dagger - \frac{i}{g_i}(\partial U) U^\dagger$$

Donde $U = e^{i\vec{\beta}_L \cdot \vec{\tau}/2}$ con $\vec{\beta}_L = \vec{\beta}_1 = \vec{\beta}_2$. Sin embargo ahora aparece un término explícito de masa que involucra a ambos campos. En este punto podemos realizar la ruptura de simetría del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ considerando que solo el campo escalar ϕ_1 es el que adquiere un valor de espectación del vacío $\langle\phi_1\rangle = v$. Trabajando en la base $(A^3_{\mu 1}, A^3_{\mu 2}, B_\mu)$, la matriz de masa para el sector neutro queda expresada como

$$M_{\text{neutra}} = \frac{v^2}{4}\begin{bmatrix} (1+a^2)g_1^2 & -a^2 g_1 g_2 & -g_1 g_y \\ -a^2 g_1 g_2 & a^2 g_2^2 & 0 \\ -g_1 g_y & 0 & g_y^2 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Considerando la base $(A^{\pm}_{\mu 1}, A^{\pm}_{\mu 2})$, la matriz de masa para el sector cargado queda expresada como

$$M_{\rm cargada} = \frac{v^2}{4}\begin{bmatrix} (1+a^2)g_1^2 & -g_1 g_2 a^2 \\ -g_1 g_2 a^2 & a^2 g_2^2 \end{bmatrix} \tag{7}$$

donde $a = u/v$. La matriz de masa puede ser diagonalizada en el límite donde $g_2 \gg g_1$ y manteniendo términos de orden g_1/g_2. Con esta aproximación obtenemos las siguientes mezclas (Autoestados de masa en función de autoestados de sabor)

$$\begin{aligned}
A &= \frac{g_y}{\sqrt{g_1^2+g_y^2}} A^3_{\mu 1} + \frac{g_1 g_y}{g_2\sqrt{g_1^2+g_y^2}} A^3_{\mu 2} + \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_y^2}} B_\mu \\
Z &= -\frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_y^2}} A^3_{\mu 1} - \frac{g_1^2}{g_2\sqrt{g_1^2+g_y^2}} A^3_{\mu 2} + \frac{g_y}{\sqrt{g_1^2+g_y^2}} B_\mu \\
\rho^0 &= -\frac{g_1}{g_2} A^3_{\mu 1} + A^3_{\mu 2} \\
W^{\pm} &= A^{\pm}_{\mu 1} + \frac{g_1}{g_2} A^{\pm}_{\mu 2} \\
\rho^{\pm} &= -\frac{g_1}{g_2} A^{\pm}_{\mu 1} + A^{\pm}_{\mu 2}
\end{aligned} \tag{8}$$

donde

$$A^{\pm}_{\mu 1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^1_{\mu 1} \mp i A^2_{\mu 1}) \tag{9}$$

$$A^{\pm}_{\mu 2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^1_{\mu 2} \mp i A^2_{\mu 2}) \tag{10}$$