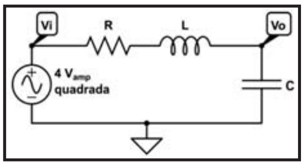
Prática de Circuitos Eletrônicos 1

Tutorial 11

CIRCUITOS DE SEGUNDA ORDEM RLC

Professor: Marcus Vinícius Chaffim Costa
Tutora: Camila Ferrer

- Utilizando o conceito de impedância, determine a razão entre a tensão de saída e a tensão de entrada, seja no domínio fasorial ou no domínio de Laplace.



$$\begin{cases} V_i(s) = \left(R + sL + \frac{1}{sC}\right) I(s) \\ V_o(s) = \frac{1}{sC} I(s) \rightarrow I(s) = sCV_o(s) \end{cases}$$

$$V_i(s) = \left(R + sL + \frac{1}{sC}\right) sCV_o(s)$$

$$V_i(s) = (s^2LC + sRC + 1)V_o(s)$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{(s^2LC + sRC + 1)}$$

- A partir da resposta ao item anterior, determine os polos do circuito, ou seja, as raízes do denominador da função de transferência. Expresse estes polos em função apenas de R, L e C.

$$s^2LC + sRC + 1 = 0$$

$$d = (RC)^2 - 4 \times LC \times 1 = R^2C^2 - 4LC$$

$$s_{1,2} = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 - 4LC}}{2CL} = \frac{-RC \pm RC\sqrt{1 - \frac{4L}{R^2C}}}{2CL}$$

$$s_{1,2} = \frac{-R \pm R\sqrt{1 - \frac{4L}{R^2C}}}{2L}$$

- *Que condição R, L e C devem satisfazer para que os polos sejam reais e distintos?* (Sobreamortecido)

Para se ter dois polos reais e distintos, o discriminante do denominador da Função de Transferência deve ser maior que zero:

$$d = R^2C^2 - 4LC > 0$$

$$R^2C^2\left(1 - \frac{4L}{R^2C}\right) > 0$$

$$1 - \frac{4L}{R^2C} > 0$$

$$\frac{4L}{R^2C} < 1 \rightarrow \frac{R^2C}{4L} > 1$$

- *Que condição R, L e C devem satisfazer para que os polos sejam reais e iguais? (Criticamente amortecido)*

O discriminante deve ser igual a zero:

$$1 - \frac{4L}{R^2C} = 0 \qquad \frac{4L}{R^2C} = 1 \rightarrow \frac{R^2C}{4L} = 1$$

- *Que condição R, L e C devem satisfazer para que os polos sejam complexos conjugados? (Subamortecido)*

O discriminante deve ser menor que zero:

$$1 - \frac{4L}{R^2C} < 0 \qquad \frac{4L}{R^2C} > 1 \rightarrow \frac{R^2C}{4L} < 1$$

- *Suponha que L = 100μH e C = 10nF. Qual o valor de R para que o circuito seja criticamente amortecido?*

$$\frac{R^2C}{4L} = 1 \rightarrow R^2 = \frac{4L}{C}$$

$$R^2 = \frac{4 \times 100 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-9}} = 4 \times 10^4$$

$$R_{crit} = \sqrt{4 \times 10^4} = 200\Omega$$

- *Calcule a frequências de ressonância (ou frequência natural) do circuito, considerando os valores de L e C dados anteriormente. Qual o seu valor em Hz?*

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{100 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-9}}} = 10^6 rad/s$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{10^6}{2\pi} \cong 159{,}15kHz$$

- *Para cada um dos três casos encontrados no item (c), calcule o coeficiente de amortecimento do circuito, ξ .*

Sobreamortecido

$$\xi\omega_0 = \frac{R}{2L} \rightarrow \xi = \frac{R}{2L\omega_0} = \frac{R\sqrt{LC}}{2L}$$

$$\xi^2 = \frac{R^2LC}{4L^2} = \frac{R^2C}{4L}$$

$$\xi^2 = \frac{R^2C}{4L} > 1 \rightarrow \xi > 1$$

- *Para cada um dos três casos encontrados no item (c), calcule o coeficiente de amortecimento do circuito, ξ .*

Criticamente Amortecido

$$\xi^2 = \frac{R^2C}{4L} = 1 \rightarrow \xi = 1$$

Subamortecido

$$\xi^2 = \frac{R^2C}{4L} < 1 \rightarrow \xi < 1$$

- *Considerando os valores de L e C dados, calcule a frequência de amortecimento, ω_d, do circuito para o caso subamortecido.*

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0{}^2 - \alpha^2} \qquad \alpha = \xi\omega_0$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0{}^2 - \xi^2\omega_0{}^2} = \sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0$$

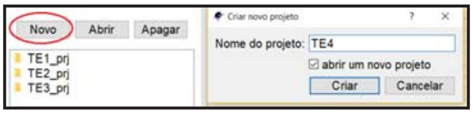
$$\omega_d = \sqrt{1 - \frac{R^2C}{4L}}\,\omega_0 = \sqrt{1-(25\times10^{-6}\times R^2)}\,\omega_0$$

$$para\ R < 200\Omega$$

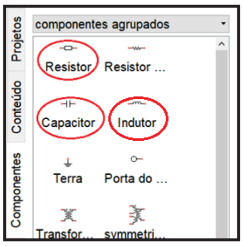
Simulação

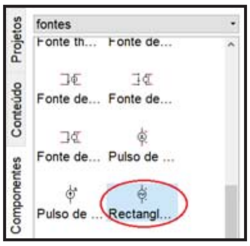
Simule o circuito acima adotando L=100μH e C=10nF. Configure a tensão de entrada como uma onda quadrada com amplitude de 4V, frequência $\omega=\omega_0/10$ rad/s e $R=R_{crit}$ para que o circuito seja criticamente amortecido.

- Abra o QUCS, vá em *Main Dock* e crie um novo projeto.

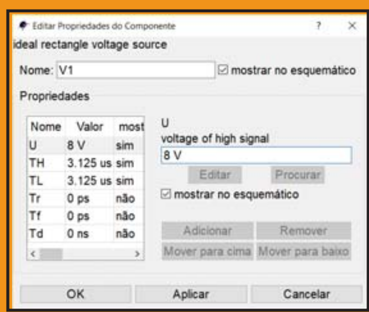


- Na aba *Componentes*, vá em *componentes agrupados* e coloque um resistor, um indutor e um capacitor no esquemático. Vá em *Fontes* e coloque uma fonte *rectangle voltage*

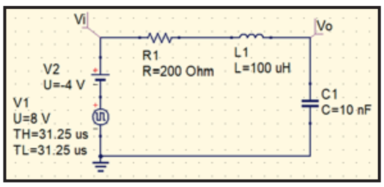




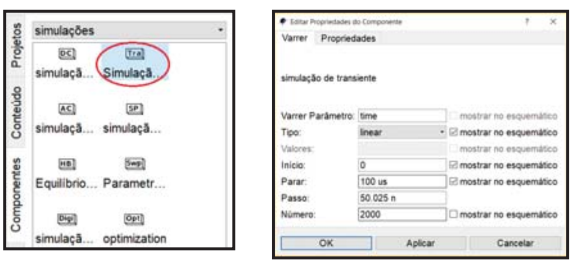
- Para uma onda com V_{amp}=4V, U deve ser 8V. Como a frequência é 15,9kHz, o período será 62,5 us, logo TH e TL devem ser metade do período.



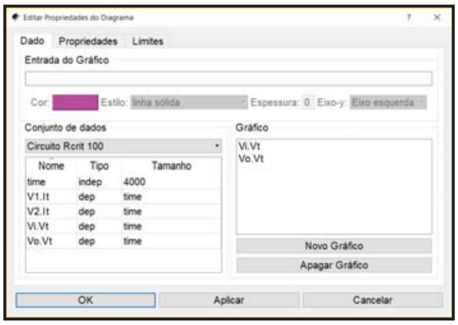
- Para deslocar a onda na metade da amplitude e colocar para ela variar entre +4V e –4V, será utilizada uma fonte DC de -4V. Conecte os componentes sem esquecer da referência do terra e ajuste seus valores para os pedidos no exercício. Nomeie os nós para medir a tensão V_i e V_o.



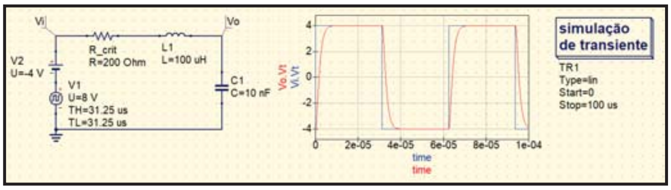
- Será utilizada a simulação transiente. Coloque tempo suficiente para visualizar o comportamento da onda e resolução grande o suficiente para gerar a onda.



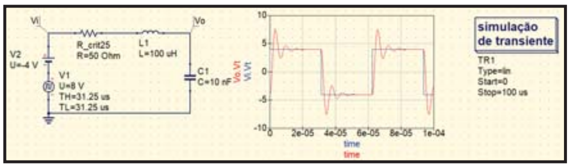
- Vá em *Diagramas* e insira um plano cartesiano. Coloque os valores das tensões V_i.Vt e V_o.Vt.

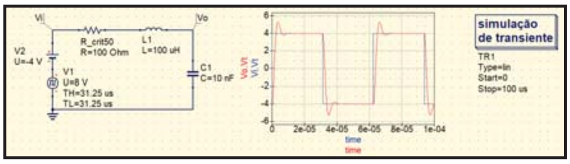


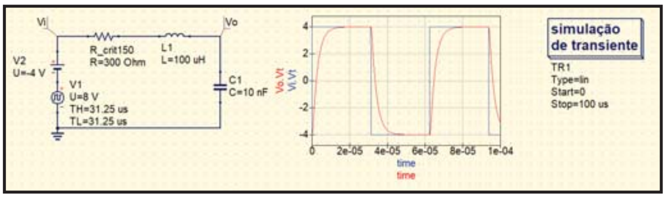
- Assim, verifica-se que os valores pedidos no exercício.

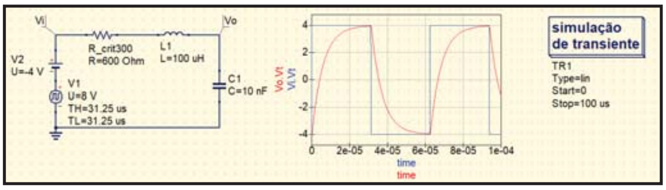


- Obtenha o sinal de saída do circuito fazendo R igual a diferentes valores percentuais de R_{crit}: 25%, 50%, 100%, 150% e 300%.

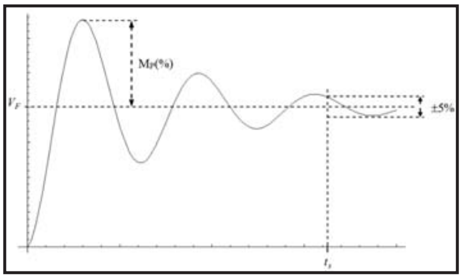








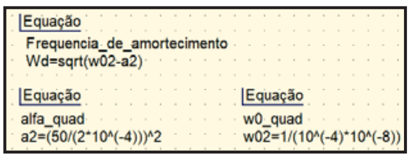
- *Para o caso em que R=0,25R_{crit}, obtenha a partir do gráfico do sinal de saída, o valor final V_f, a frequência de amortecimento ω_d, a ultrapassagem percentual M_p(%) e o tempo de acomodação em 5% $t_{s5\%}$.*



- O Valor Final $\mathbf{V_f}$ é o valor para o qual tende a resposta.
- A Ultrapassagem Percentual $\mathbf{M_p}$**(%)** é o quanto a forma de onda, no instante de pico, ultrapassa o valor de estado estacionário, final, expresso como uma percentagem do valor de estado estacionário.
- O Tempo de Acomodação $\mathbf{t_s}$ é o tempo em que a resposta se encontra definitivamente dentro de determinada margem em torno do valor final, nesse caso, uma margem de ±5% do valor final.

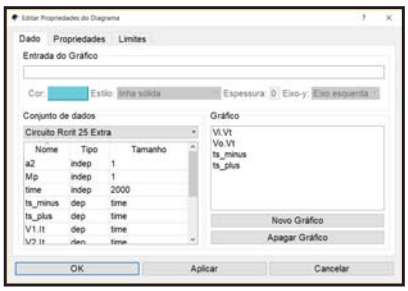
$$M_p(\%) = \frac{V_{max} - V_{final}}{V_{final}} \times 100 \qquad t_{s5\%} = \frac{3}{\xi \omega_0}$$

- Utilizando o circuito de 25%, adicione as equações para calcular a frequência de amortecimento.

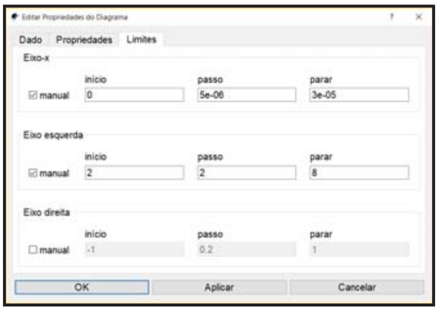


- Adicione as equações para gerar dois gráfico para visualizar a margem do tempo de acomodação

- Salve e simule. Vá em *Diagramas* e insira um plano cartesiano. Coloque os valores das tensões V_i.Vt, V_o.Vt, ts_plus e ts_minus.

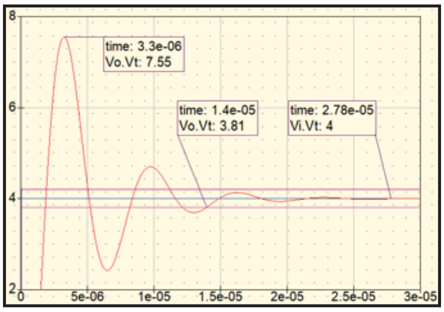


- Configure os limites do gráfico para visualizar a oscilação da onda.



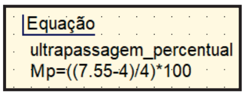
Universidade de Brasília Programa Tutoria

- Marque no gráfico o ponto máximo de V_0.Vt, o ponto onde o gráfico entra na margem de ts e o valor final para qual tende a resposta.



Universidade de Brasília Programa Tutoria

- Com o valor máximo e o valor final, crie uma equação para calcular o valor de M_p(%).



Universidade de Brasília Programa Tutoria