

Prática de Circuitos Eletrônicos 1

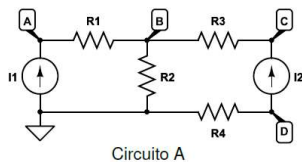
Tutorial 07

Leis de Kirchhoff

Professor: Marcus Vinicius Chaffim Costa

Tutora: Camila Ferrer

- Utilizando as Leis de Kirchhoff, resolva o circuito abaixo. Você deverá determinar as tensões elétricas nos pontos indicados em função das fontes e dos valores de resistores. Obtenha ainda as correntes em R_1 e R_4 .



Circuito A

- Isolando as tensões em função das fontes e dos valores de resistores, encontra-se os seguintes valores:

$$(4) \rightarrow \frac{-V_D}{R_4} = I_2 \rightarrow V_D = -I_2 R_4$$

$$(3) \rightarrow \frac{V_B}{R_2} = I_3 \rightarrow V_B = I_3 R_2 = (I_1 + I_2) R_2$$

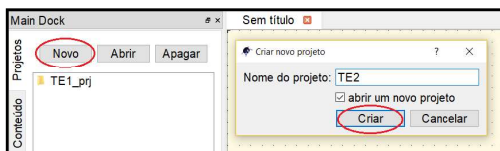
$$(2) \rightarrow V_C - V_B = I_2 R_3 \rightarrow V_C = I_2 R_3 + V_B = I_2 R_3 + (I_1 + I_2) R_2$$

$$(1) \rightarrow V_A - V_B = I_1 R_1 \rightarrow V_A = I_1 R_1 + V_B = I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_2$$

$$V_A = I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_2 \quad V_B = (I_1 + I_2) R_2 \quad V_C = I_2 R_3 + (I_1 + I_2) R_2 \quad V_D = -I_2 R_4$$

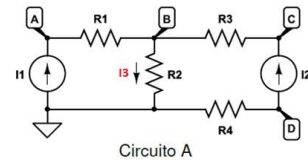
- As correntes em R_1 e R_4 são respectivamente I_1 e I_2 .

- Abra o QUCS, vá em Main Dock e crie um novo projeto.



Circuito A

- A corrente que passa pelo R_2 será chamada de I_3 . Utilizando as Leis de Kirchhoff, encontra-se as seguintes equações:



Circuito A

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$\frac{V_A - V_B}{R_1} = I_1 \quad (1)$$

$$\frac{V_C - V_B}{R_3} = I_2 \quad (2)$$

$$\frac{V_B - 0}{R_2} = I_3 \quad (3)$$

$$\frac{0 - V_D}{R_4} = I_2 \quad (4)$$

- Assumiu-se $R_1 = R_4 = 2,2k$, $R_2 = 1k$, $R_3 = 4,7k$, $I_1 = 12mA$ e $I_2 = 20mA$. Em seguida, substituiu-se os mesmos valores nas fórmulas encontradas para verificar os cálculos:

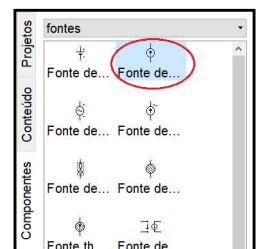
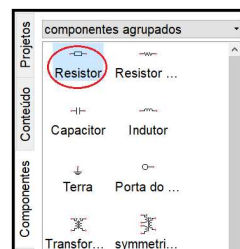
$$V_A = 12mA * 2,2k + (12mA + 20mA)1k = 58,4V$$

$$V_B = (12mA + 20mA)1k = 32V$$

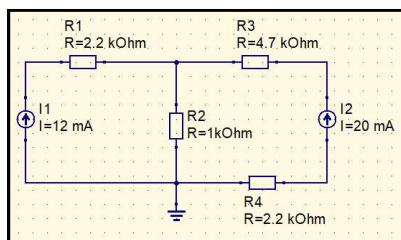
$$V_C = 12mA * 4,7k + (12mA + 20mA)1k = 126V$$

$$V_D = -20mA * 2,2k = -44V$$

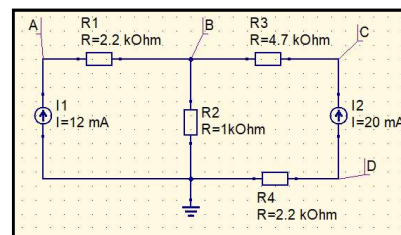
- Na aba Componentes, vá em componentes agrupados e coloque quatro resistores no esquemático. Vá em Fontes e coloque duas fontes de corrente DC.



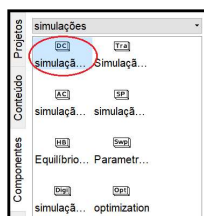
- Conecte os componentes sem esquecer da referência do terra e ajuste seus valores para os pedidos no exercício.



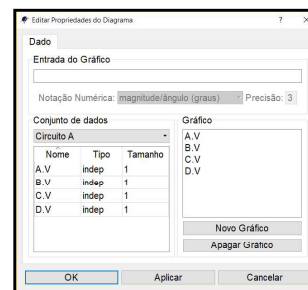
- Nomeie os nós para medir as tensões.



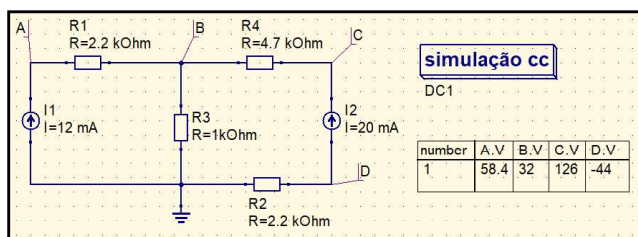
- Coloque a Simulação DC no esquemático, salve e simule.



- Vá em Diagramas e insira uma tabela. Coloque os valores das tensões dos nós A.V, B.V, C.V e D.V.

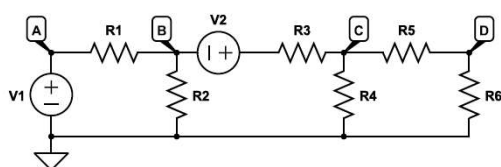


- Assim, verifica-se que para os valores pedidos no exercício.



Circuito B

- Utilizando as Leis de Kirchhoff, resolva o circuito abaixo. Você deverá determinar as tensões elétricas nos pontos indicados em função das fontes e dos valores de resistores. Obtenha ainda as correntes em R_1 e R_4 .



Circuito B

- Utilizando as Leis de Kirchhoff, encontra-se as seguintes equações:

$$\text{Nó A: } V_A = V_1$$

$$\text{Nó B: } \frac{V_B - V_1}{R_1} + \frac{V_B}{R_2} + \frac{V_B + V_2 - V_C}{R_3} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Nó C: } \frac{V_C - V_D}{R_5} + \frac{V_C}{R_4} + \frac{V_C - V_2 - V_B}{R_3} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Nó D: } \frac{V_D - V_C}{R_5} + \frac{V_D}{R_6} = 0 \quad (3)$$

- Isolando as tensões em função das fontes e dos valores de resistores, encontra-se os seguintes valores:

$$\begin{aligned} (1) &\rightarrow \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right] V_B + \left[-\frac{1}{R_3} \right] V_C = \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_3} \\ (2) &\rightarrow \left[-\frac{1}{R_3} \right] V_B + \left[\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right] V_C + \left[-\frac{1}{R_5} \right] V_D = \frac{V_2}{R_3} \\ (3) &\rightarrow \left[-\frac{1}{R_5} \right] V_C + \left[\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right] V_D = 0 \end{aligned}$$

- Assumiu-se $R_1 = R_4 = 2,2k$, $R_2 = R_6 = 1k$, $R_3 = R_5 = 4,7k$, $V_1 = 12V$ e $V_2 = 20V$. Em seguida, substitua os mesmos valores nas fórmulas encontradas.

$$\begin{aligned} (1) &\rightarrow [1,6673]V_B + [-0,21277]V_C + [0]V_D = 1,1992 \\ (2) &\rightarrow [-0,21277]V_B + [0,88008]V_C + [-0,21277]V_D = 4,2553 \\ (3) &\rightarrow [0]V_B + [-0,21277]V_C + [1,2128]V_D = 0 \end{aligned}$$

- Resolvendo o sistema linear $Ax = b$, tem-se:

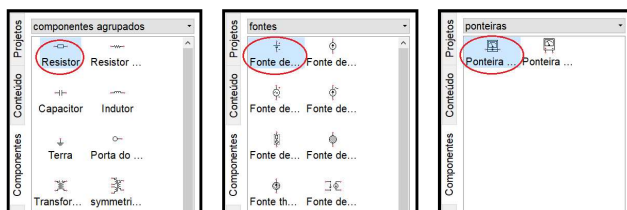
$$A = \begin{bmatrix} 1,6673 & -0,2128 & 0 \\ -0,2128 & 0,8801 & -0,2128 \\ 0 & -0,2128 & 1,2128 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} V_B \\ V_C \\ V_D \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1,1992 \\ 4,2553 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} V_B &= 1,4091V \\ V_C &= 5,4050V \\ V_D &= 0,9483V \end{aligned} \quad \begin{aligned} i_{R1} &= \frac{V_A - V_B}{R_1} = 4,8140mA \\ i_{R4} &= \frac{V_C}{R_4} = 2,4568mA \end{aligned}$$

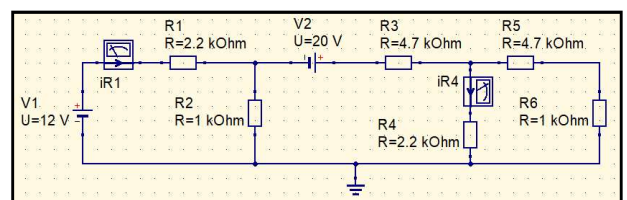
- Abra um novo esquemático.



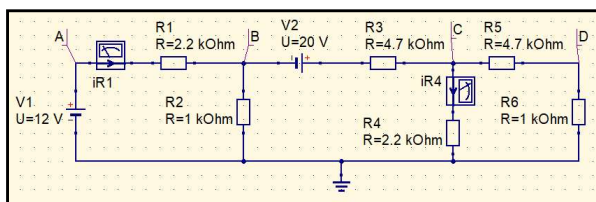
- Na aba *Componentes*, vá em *componentes agrupados* e coloque seis resistores no esquemático. Vá em *Fontes* e coloque duas fontes de tensão DC. Vá em *Ponteiras* e coloque duas ponteiras de corrente.



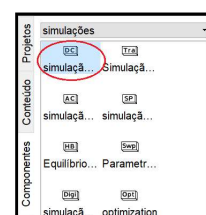
- Conecte os componentes sem esquecer da referência do terra e ajuste seus valores para os pedidos no exercício.



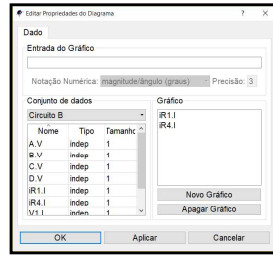
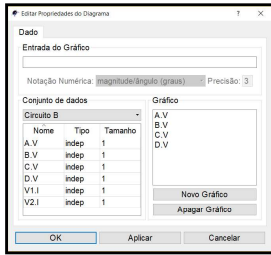
- Nomeie os nós para medir as tensões.



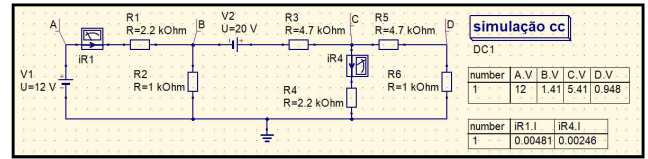
- Coloque a Simulação DC no esquemático, salve e simule.



- Vá em *Diagramas* e insira uma tabela. Coloque os valores das tensões dos nós A.V, B.V, C.V e D.V. Insira putra tabela e coloque os valores de $i_{R1.I}$ e $i_{R4.I}$.

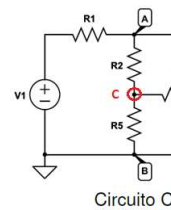


- Assim, verifica-se que para os valores pedidos no exercício.



- Utilizou-se o método nodal para calcular as tensões e o método dos laços para calcular as correntes em todos os resistores do circuito C.

Circuito C



$$\text{Nó B: } V_B = 0 \quad (1)$$

$$\text{Nó A: } \frac{V_A - V_1}{R_1} + \frac{V_A - V_C}{R_2} + \frac{V_A - V_D}{R_4} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Nó C: } \frac{V_C - V_A}{R_2} + \frac{V_C}{R_5} + \frac{V_C - V_D}{R_6} = 0 \quad (3)$$

$$\text{Nó D: } \frac{V_D - V_A}{R_4} + \frac{V_D - V_C}{R_6} + \frac{V_D}{R_3} = 0 \quad (4)$$

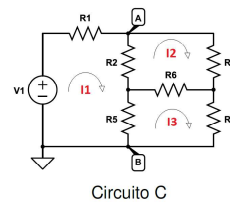
- Isolando as tensões em função das fontes e dos valores de resistores, encontra-se os seguintes valores:

$$(2) \rightarrow \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right] V_A + \left[-\frac{1}{R_2} \right] V_C + \left[-\frac{1}{R_4} \right] V_D = \frac{V_1}{R_1}$$

$$(3) \rightarrow \left[-\frac{1}{R_2} \right] V_A + \left[\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right] V_C + \left[-\frac{1}{R_6} \right] V_D = 0$$

$$(4) \rightarrow \left[-\frac{1}{R_4} \right] V_A + \left[-\frac{1}{R_6} \right] V_C + \left[\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right] V_D = 0$$

- Utilizou-se o método dos laços para calcular as correntes em todos os resistores do circuito C.



$$\begin{cases} R_1 I_1 + (I_1 - I_2) R_2 + (I_1 - I_3) R_5 = 10 \\ R_4 I_2 + (I_2 - I_3) R_6 + (I_2 - I_1) R_2 = 0 \\ R_3 I_3 + (I_3 - I_1) R_5 + (I_3 - I_2) R_6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [R_1 + R_2 + R_5] I_1 + [-R_2] I_2 + [-R_5] I_3 = 10 \\ [-R_2] I_1 + [R_2 + R_4 + R_6] I_2 + [-R_6] I_3 = 0 \\ [-R_5] I_1 + [-R_6] I_2 + [R_3 + R_5 + R_6] I_3 = 0 \end{cases}$$

- Assumiu-se $R_1 = 2,2k$, $R_2 = R_3 = 1k$, $R_4 = R_5 = 4,7k$, $R_6 = 100$ e $V_1 = 10V$. Em seguida, substituiu-se os mesmos valores nas fórmulas encontradas.

$$(2) \rightarrow [1,6673] V_A + [-1] V_C + [-0,2128] V_D = 4,5455$$

$$(3) \rightarrow [-1] V_A + [11,2128] V_C + [-10] V_D = 0$$

$$(4) \rightarrow [-0,2128] V_A + [-10] V_C + [11,2128] V_D = 0$$

- Resolvendo o sistema linear $Ax = b$, tem-se:

$$A = \begin{bmatrix} 1,6673 & -1 & -0,2128 \\ -1 & 11,2128 & -10 \\ -0,2128 & -10 & 11,2128 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} V_A \\ V_C \\ V_D \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 4,5455 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} V_A &= 4,3444V \\ V_C &= 2,2528V \\ V_D &= 2,0916V \end{aligned}$$

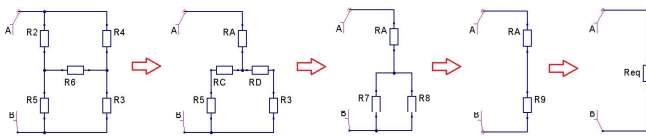
- Resolvendo o outro sistema linear, tem-se:

$$A = \begin{bmatrix} 1,6673 & -1 & -0,2128 \\ -1 & 11,2128 & -10 \\ -0,2128 & -10 & 11,2128 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= 2,5708mA \\ I_2 &= 0,4793mA \\ I_3 &= 2,0915mA \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{R1} = I_1 &= 2,5708mA & i_{R2} = I_1 - I_2 &= 2,0915mA & i_{R3} = I_3 &= 2,0915mA \\ i_{R4} = I_2 &= 0,4793mA & i_{R5} = I_1 - I_3 &= 0,4793mA & i_{R6} = I_3 - I_2 &= 1,6122mA \end{aligned}$$

- Obtêm-se uma fórmula para a resistência equivalente entre os pontos A e B do circuito C utilizando a conversão entre associação delta para estrela e tem-se o seguinte circuito:



$$R_A = \frac{R_2 + R_4}{R_2 \cdot R_4 \cdot R_6}$$

$$R_C = \frac{R_2 + R_6}{R_2 \cdot R_4 \cdot R_6}$$

$$R_D = \frac{R_4 + R_6}{R_2 \cdot R_4 \cdot R_6}$$

$$R_7 = R_C + R_5$$

$$R_8 = R_D + R_3$$

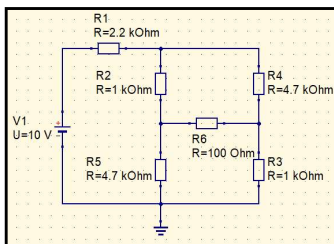
$$R_9 = \frac{R_7 + R_8}{R_7 \cdot R_8}$$

$$R_{eq} = R_A + R_9$$

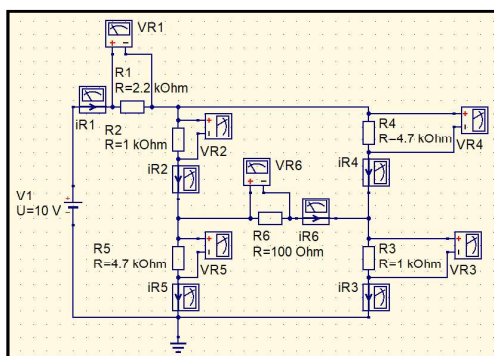
- Abra um novo esquemático.



- Conecte os componentes sem esquecer da referência do terra e ajuste seus valores para os pedidos no exercício como na figura abaixo.



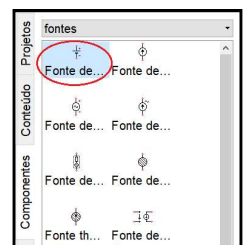
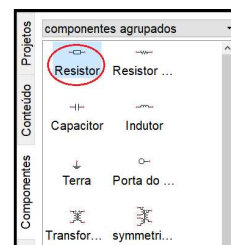
- Vá em *Ponteiras* e coloque seis ponteiros de tensão.



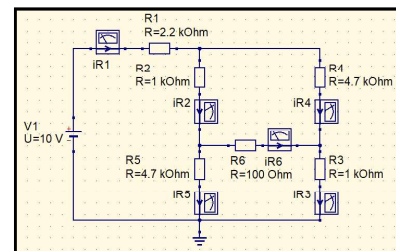
- Utilizando o Octave para o cálculo, tem-se:

```
Janela de Comandos
>> R1 = 2.2;
>> R2 = 1;
>> R3 = 1;
>> R4 = 4.7;
>> R5 = 4.7;
>> R6 = 0.1;
>> RA=(R2*R4)/(R2+R4+R6);
>> RC=(R2*R6)/(R2+R4+R6);
>> RD=(R4*R6)/(R2+R4+R6);
>> R7=RC+R5;
>> R8=RD+R3;
>> R9=(R7*R8)/(R7+R8);
>> Req=RA+R9
Req = 1.6898
>>
```

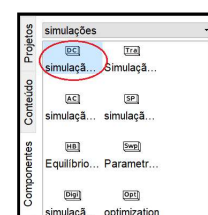
- Na aba *Componentes*, vá em *componentes agrupados* e coloque seis resistores no esquemático. Vá em *Fontes* e coloque uma fonte de tensão DC.



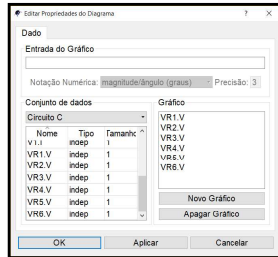
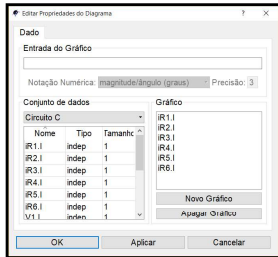
- Vá em *Ponteiras* e coloque seis ponteiros de corrente.



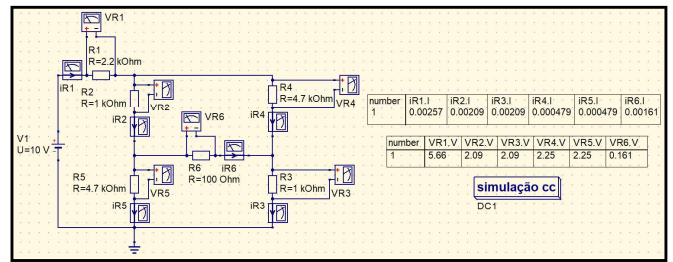
- Coloque a *Simulação DC* no esquemático, salve e simule.



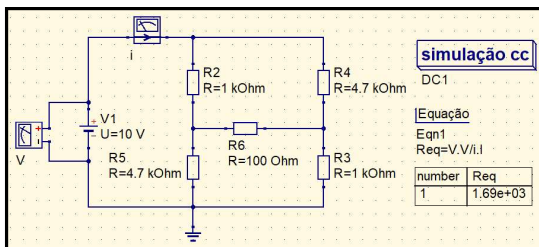
- Vá em *Diagramas* e insira uma tabela. Coloque os valores das correntes. Insira outra tabela e coloque os valores das tensões dos resistores.



- Assim, verifica-se que para os valores pedidos no exercício.



- Ainda na simulação do circuito C, para encontrar a resistência equivalente, retire R_1 e coloque uma ponteira de tensão em paralelo com a fonte e uma ponteira de corrente em série com a fonte.



- Fazendo $R_2 = R_3$ e $R_4 = R_5$ no circuito C, determine quais modificações deveriam ser feitas no layout do circuito, sem modificar os valores dos componentes utilizados, para que a tensão se anule sobre o resistor R_6 .

Resposta: Se a razão R_5/R_2 for igual a razão entre as resistências R_3/R_4 , então a tensão elétrica entre os dois pontos centrais será nula e nenhuma corrente fluirá entre estes pontos. Para que essa configuração aconteça, a única modificação necessária no circuito C será trocar R_3 e R_4 de posição.

- Refazendo a simulação do circuito C rearranjando os resistores de forma que i_{R6} seja nula, tem-se o circuito abaixo:

