# Experimento 03:
# Análise de Circuitos Resistivos

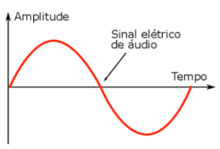
## 1) Objetivos

Demonstração prática do Princípio da superposição de sinais e do Teorema de Thévenin, com montagem em protoboard e realização de medidas de tensão e o cálculo da corrente em circuitos resistivos lineares. Comparação dos resultados teóricos com simulações de circuitos.

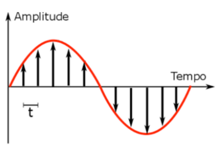
## 2) Estudo pré-laboratorial

### 2.1) Princípio da Superposição e Conversores D/A

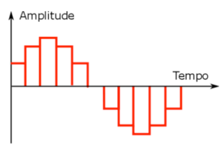
Os sinais elétricos podem ser descritos genericamente como estando nas formas analógica ou digital. Um sinal analógico é contínuo tanto no tempo quanto na amplitude. Como exemplo, pode-se citar um sinal de uma gravação de música na saída de um amplificador de áudio que alimenta um alto-falante. Por outro lado, um sinal digital, tipicamente representado por números binários, corresponde a uma representação por amostras do sinal analógico original. As amostras do sinal digital podem assumir valores discretos (isto é, um número finito de valores) e representam o sinal em instantes de tempo discretos (em instantes de tempo definidos). Assim, um número binário pode corresponder a um determinado valor de tensão em um determinado instante de tempo. A Fig. 2.1 ilustra o processo de digitalização de um sinal de áudio. Primeiramente, os valores de tensão do sinal analógico (Fig. 2.1a) são tomados a intervalos regulares de tempo, resultando no sinal amostrado (Fig. 2.1b). Depois, o sinal amostrado é quantizado (Fig. 2.1c), ou seja, cada valor de tensão do sinal amostrado será substituído por um dos 2n valores de tensão possíveis, onde n é o número de bits que irão representar cada amostra. Por fim, o sinal quantizado é convertido em uma sequência de bits, onde cada grupo de bits corresponde a um dos valores possíveis no processo de quantização (Fig. 2.1d). Um problema importante em engenharia eletrônica é o uso de um circuito para a conversão de um sinal da forma digital para a forma analógica. O circuito poderia ser usado, por exemplo, em um aparelho de CD. Um número binário (formado por zeros e uns) — correspondente a uma amostra do sinal original, gravado no CD — deve ser convertido para um valor de tensão, que vai representar uma aproximação do sinal analógico durante um intervalo de tempo definido. Um circuito para converter de digital para analógico é apresentado na Fig. 2.2. Cada um dos bits do número binário está associado a um conjunto formado por uma bateria e uma chave. Quando o valor do bit é igual a 1 , a chave correspondente é conectada à bateria; quando o valor é igual a 0 , a chave é conectada ao terra do circuito. A posição da chave é controlada pelo valor do bit. Desta forma, um número binário 000 faz aparecer uma tensão $V_o = 0$ V , enquanto que o número 111 faz aparecer uma tensão $V_o = 7/12\ V_{bat}$ . No circuito, cada número binário entre 000 e 111 corresponde a um valor de tensão que vai representar uma amostra do sinal durante um intervalo de tempo determinado. Por exemplo, para obter uma forma de onda do tipo rampa na saída $V_o$ , bastaria escrever em sequência as palavras binárias que vão de 000 a 111 , em incrementos de 1 . Um conversor D/A com mais bits pode ser obtido simplesmente acrescentando novos pares de resistores R-2R e novas chaves ao circuito.



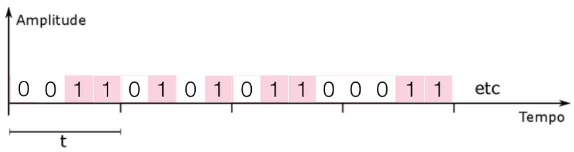

(a)




(b)




(c)




(d)

**Figura 2.1**: Conversão analógico-digital (A/D): (a) sinal analógico; (b) discretização no tempo (amostragem); (c) discretização em amplitude (quantização); e (d) representação do sinal digital na forma de bits.

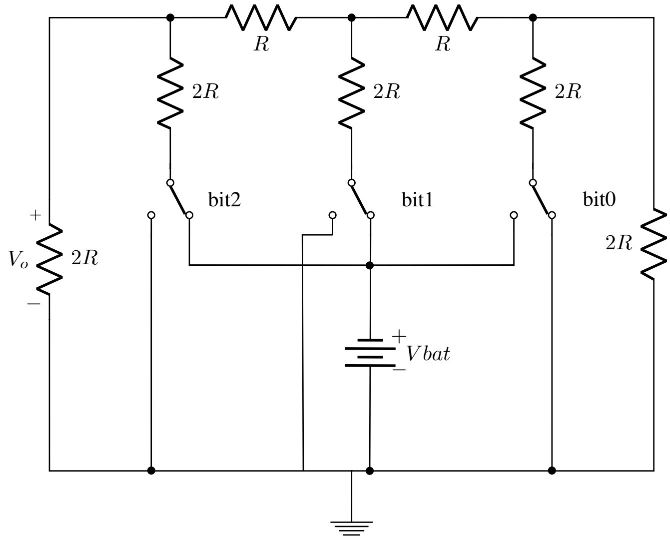



**Figura 2.2**: Conversor Digital-Analógico (D/A) tipo rede R-2R de 3 bits.

**2.1.1) Por meio de análise teórica do circuito da Fig. 2.2, encontre o valor da saída V o para cada uma das 8 palavras binárias de 3 bits possíveis ( 000 a 111 ). Para tal, considere $V_{bat}$ = 5 V.**

Dica: ao invés de resolver o circuito oito vezes, resolva apenas para as palavras binárias 000, 001, 010 e 100. A seguir, aplique o teorema da superposição para encontrar o resultado para as demais palavras binárias

**a)** Para a palavra binária 000, tem-se o seguinte circuito:

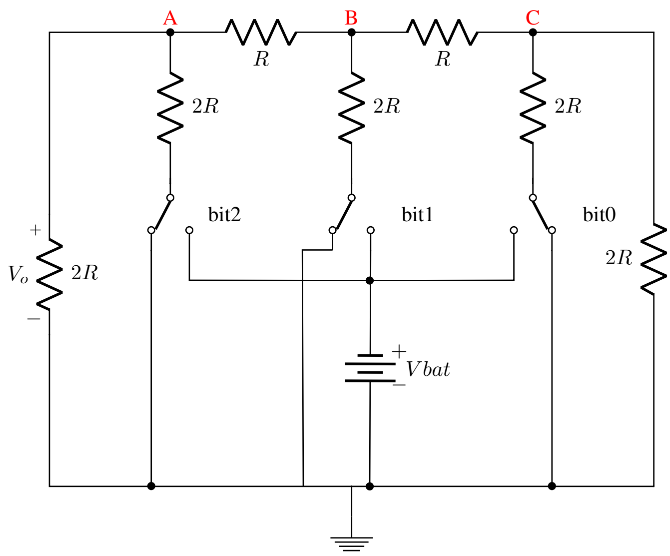



**Figura 2.3**: Conversor Digital-Analógico (D/A) tipo rede R-2R de 3 bits.

Como não há participação da fonte (bateria), então o valor de $V_o = V_{000} = 0V$.

**b)** Para a palavra binária 001, tem-se o seguinte resultado:

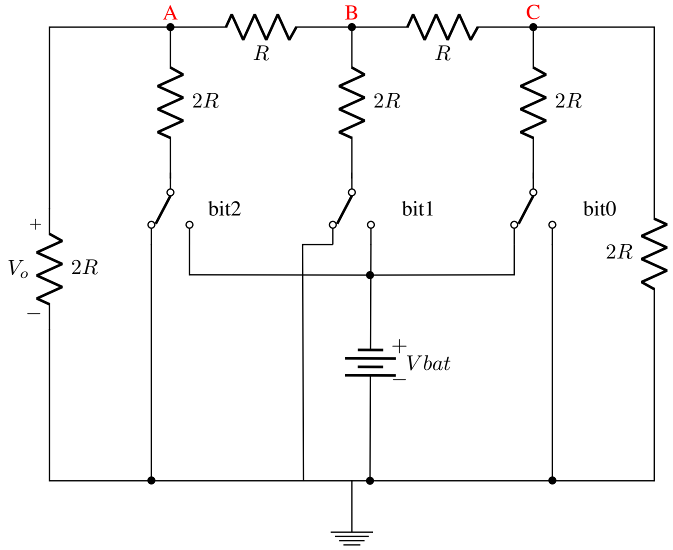



**Figura 2.4**: Conversor Digital-Analógico (D/A) tipo rede R-2R de 3 bits.

Aplicando a LKT, temos

$$\begin{cases} \dfrac{V_A - V_B}{R} + \dfrac{V_A}{2R} = 0 \\ \\ \dfrac{V_B - V_A}{R} + \dfrac{V_B}{2R} + \dfrac{V_B - V_C}{R} = 0 \\ \\ \dfrac{V_C - V_B}{R} + \dfrac{V_C - 5}{2R} + \dfrac{V_C}{2R} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2V_A - V_B + 0V_C = 0 \\ -1V_A + 2,5V_B - 1V_C = 0 \\ 0V_A - 1V_b + 2V_C = 0 \end{cases}$$

Transpondo o sistema de equações obtido acima para uma matriz $3x3$, temos

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2,5 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolvendo a matriz encontramos

$$\begin{cases} V_A = 0,4167 \\ V_B = 0,8333 \\ V_C = 1,6667 \end{cases}$$

Logo,

$$V_A = V_o = V_{001} = 0,4167V \tag{1}$$

**c)** Para a palavra binária 010, temos a seguinte configuração

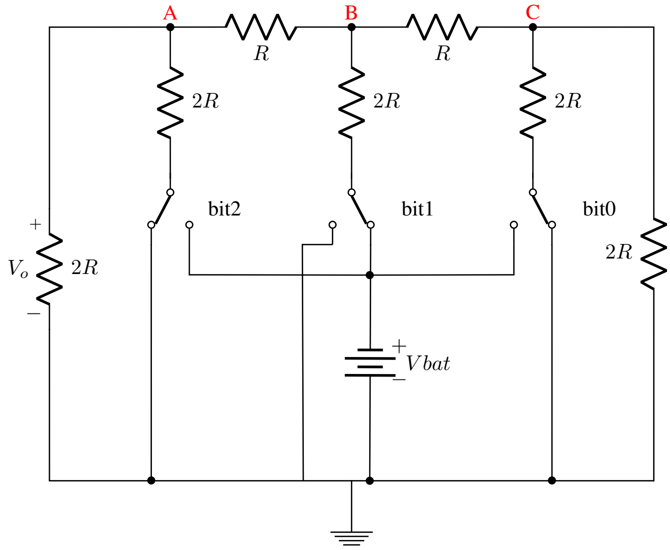



**Figura 2.5**: Conversor Digital-Analógico (D/A) tipo rede R-2R de 3 bits.

Aplicando a LKT, temos

$$\begin{cases} \dfrac{V_A - V_B}{R} + \dfrac{V_A}{2R} + \dfrac{V_A}{2R} = 0 \\ \\ \dfrac{V_B - V_A}{R} + \dfrac{V_B - 5}{2R} + \dfrac{V_B - V_C}{R} = 0 \\ \\ \dfrac{V_C - V_B}{R} + \dfrac{V_C}{2R} + \dfrac{V_C}{2R} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2V_A - 1V_B + 0V_C = 0 \\ -1V_A + 2,5V_B - 1V_C = 2,5 \\ 0V_A - 1V_B + 2V_C = 0 \end{cases}$$

Colocando em forma matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2,5 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolvendo a matriz, obtem-se

$$\begin{cases} V_A = 0,8333V \\ V_B = 1,6667V \\ V_C = 0,8333V \end{cases}$$

Logo,

$$V_A = V_o = V_{010} = 0,8333V \tag{2}$$

**d)** Para a palavra 100, tem-se o seguinte circuito

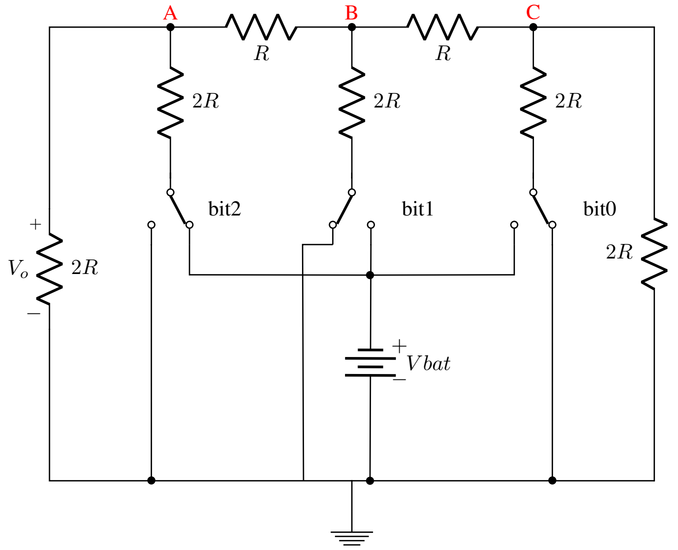



**Figura 2.6**: Conversor Digital-Analógico (D/A) tipo rede R-2R de 3 bits.

Aplicando a LKT, tem-se

$$\begin{cases} \dfrac{V_A - V_B}{R} + \dfrac{V_A - 5}{2R} + \dfrac{V_A}{2R} = 0 \\ \\ \dfrac{V_B - V_A}{R} + \dfrac{V_B}{2R} + \dfrac{V_B - V_C}{R} = 0 \\ \\ \dfrac{V_C - V_B}{R} + \dfrac{V_C}{2R} + \dfrac{V_C}{2R} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2V_A - 1V_B + 0V_C = 2,5 \\ -1V_A + 2,5V_B - 1V_C = 0 \\ 0V_A - 1V_B + 2V_C = 0 \end{cases}$$

Arranjando o sistema de equações de forma matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2,5 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como resultado, obtem-se

$$\begin{cases} V_A = 1,6667V \\ V_B = 0,8333V \\ V_C = 0,4167V \end{cases}$$

Logo,

$$V_A = V_o = V_{100} = 1,6667V \tag{3}$$

**e)** Aplicando-se o teorema da superposição, se pode encontrar os valores em volts das demais palavras binárias. Assim

$$\begin{cases} V_{011} = V_{001} + V_{010} = 0,4167 + 0,8333 = 1,25V \\ V_{101} = V_{100} + V_{001} = 1,6667 + 0,4167 = 2,0834V \\ V_{110} = V_{010} + V_{100} = 0,8333 + 1,6667 = 2,5V \\ V_{111} = V_{001} + V_{010} + V_{100} = 0,4167 + 0,8333 + 1,6667 = 2,9167V \end{cases}$$

**b)** Verifique os resultados teóricos encontrados, simulando o circuito no Qucs 0.0.19. Obtenha os valores da saída $V_o$ correspondentes a cada uma das entradas possíveis ( 000 a 111 ).

- Abra um novo esquemático.

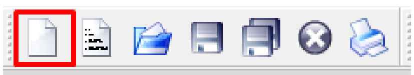
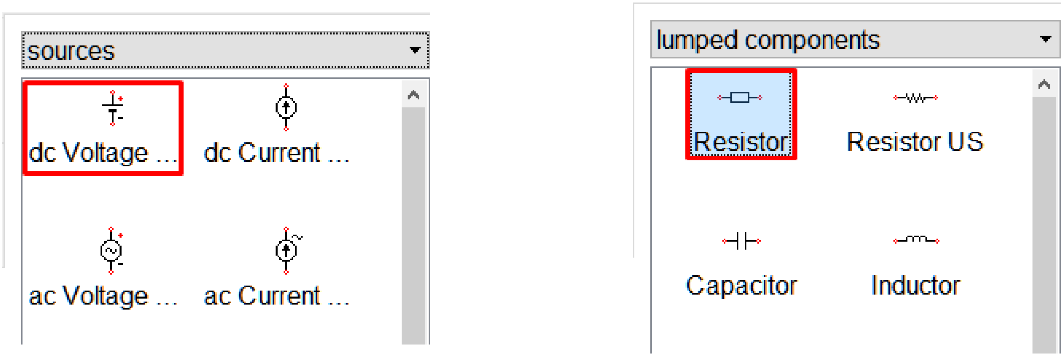


**Figura 2.7**: Abra um novo esquemático.

- Vá em componentes e coloque 7 resistores.
- Vá em fontes e insira 6 fontes de tensão DC.




(a) (b)

**Figura 2.8**: Inserção dos componentes.

- Monte o circuito ajustando os valores para os pedidos no exercício. Não se esqueça do terra. Neste caso, assumiu-se $R = 50\Omega$. Nomeio o nó para medir $V_o$.

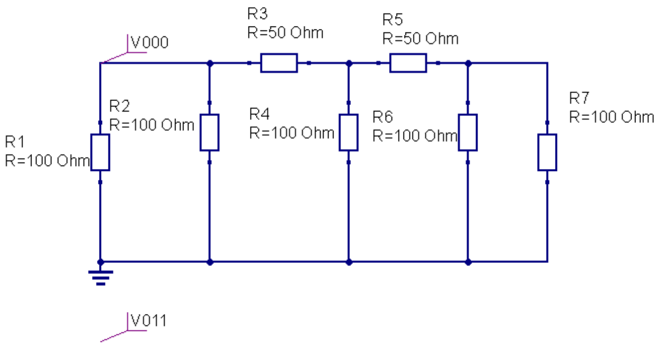



**Figura 2.9**: Montagem de circuito.

- Replique o circuito 7 vezes copiando e colando. Insira as fontes para cada palavra binária. Não esquecendo que o bit mais significativo encontra-se a esquerda.

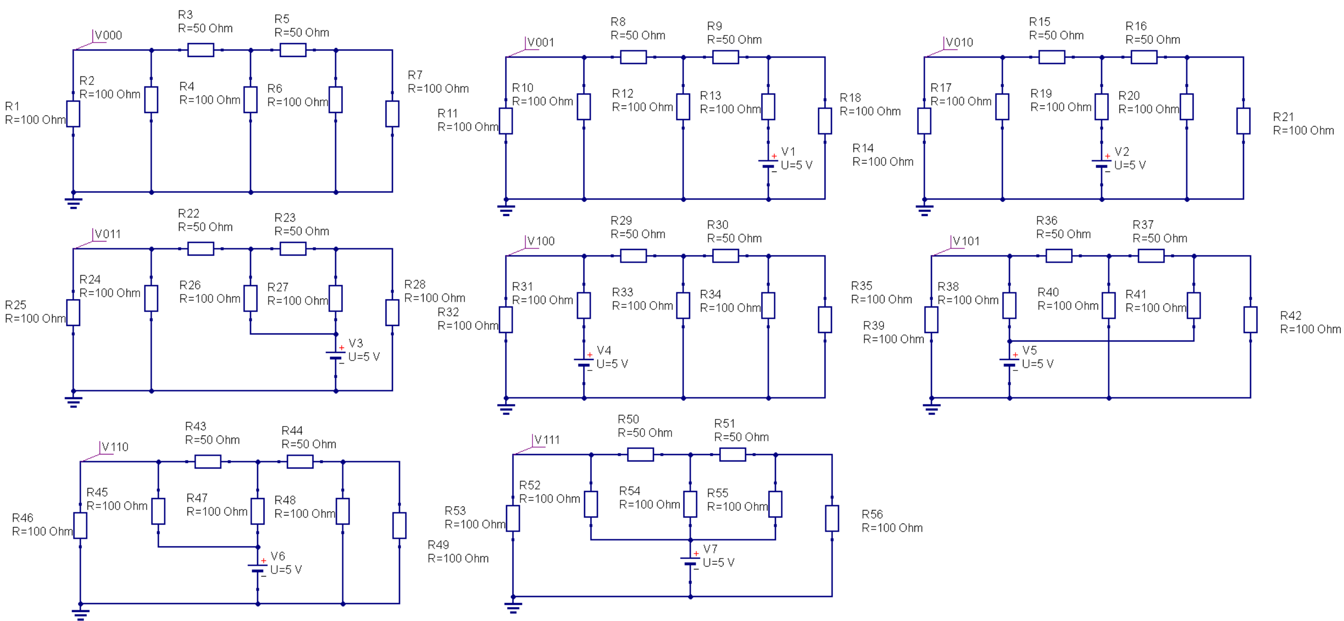


**Figura 2.10**: Circuitos após serem replicados.

- Vá na aba simulações e insira a simulação DC.
- Salve e simule.

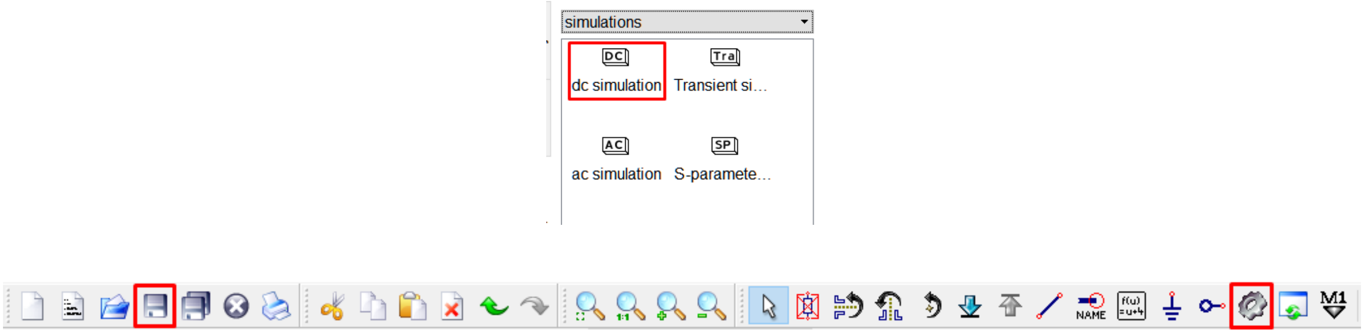



**Figura 2.11**: Insira a simulação e simule

- Insira em Diagramas e insira uma tabela. Coloque os valores das tensões nos nós.

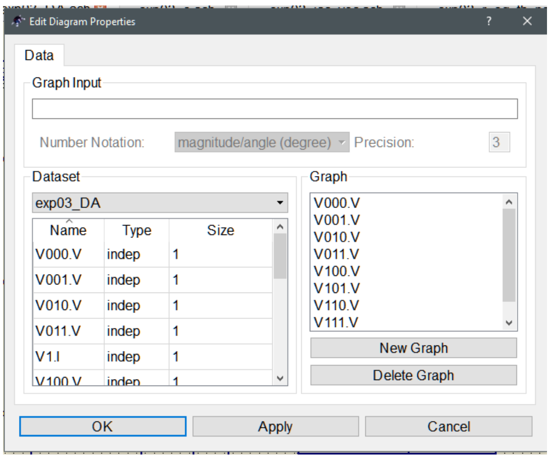
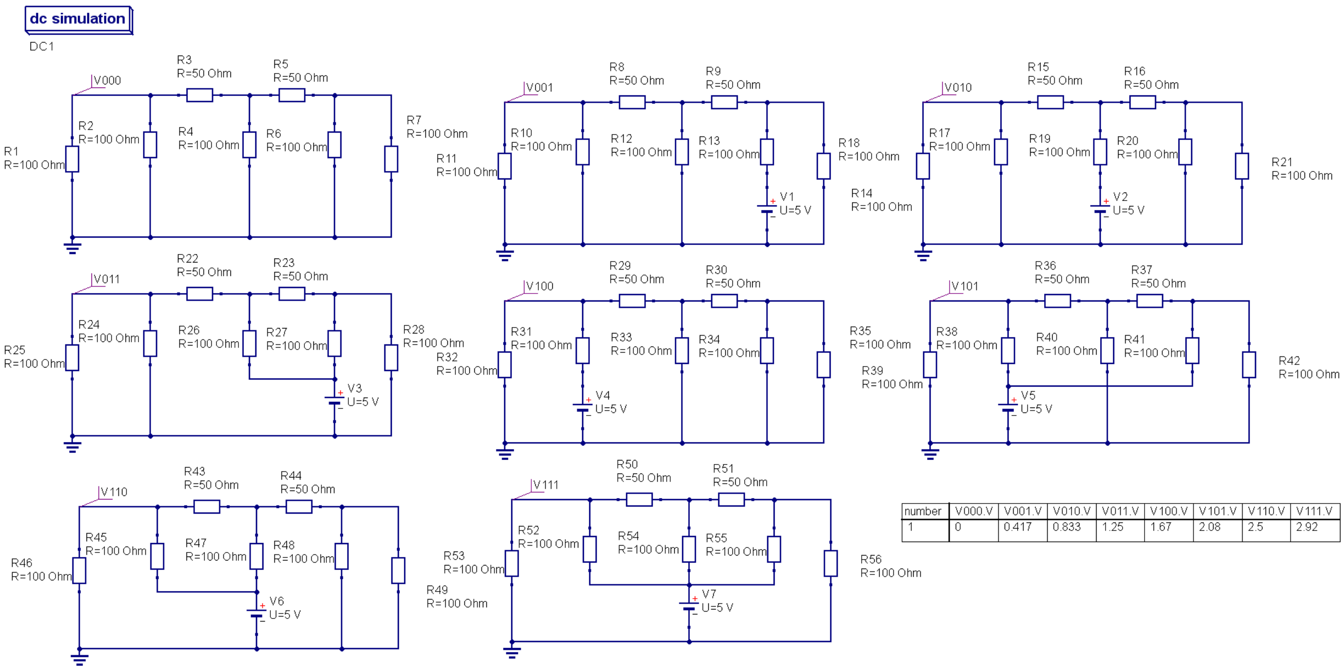



**Figura 2.12**: Parâmetros para os diagramas.

- Assim verifica-se os valores pedidos no exercício.




| number | V000.V | V001.V | V010.V | V011.V | V100.V | V101.V | V110.V | V111.V |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0.417 | 0.833 | 1.25 | 1.67 | 2.08 | 2.5 | 2.92 |

**Figura 2.13**: Resultado final esperado.

**2.2) Teorema de Norton e Thévenin**

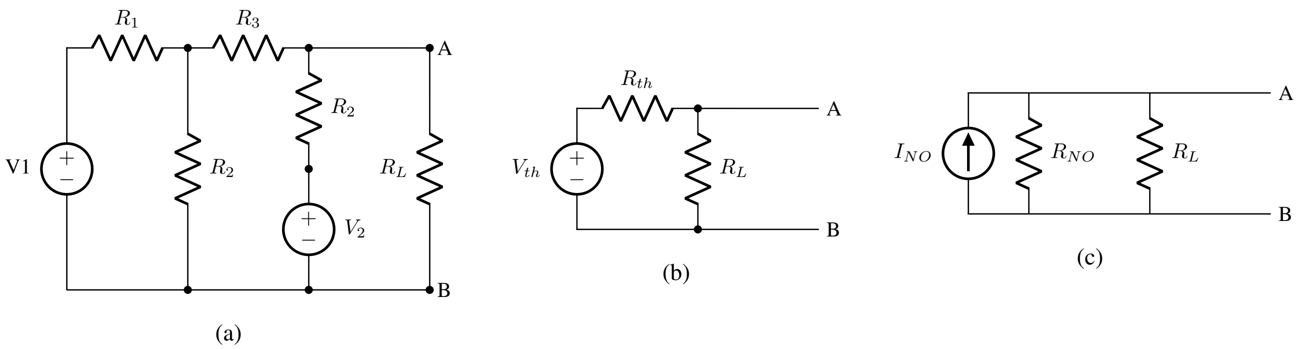



**Figura 2.14**: (a) Circuito original, (b) Equivalente Thévenin, (c) Equivalente Norton

Para os circuitos da Fig. 2.14, assuma $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 4,7k\Omega$, $R_3 = R_4 = 1k\Omega$, $V_1 = 3V$ e $V_2 = 2V$ e responda:

**a)** Quais os valores de tensão $V_{AB}$ e corrente $i_AB$ sobre o resistor de carga para o circuito da Fig. 2.14a? Calcule também a corrente sobre o resistor $R_3$ . Dica: use o teorema da superposição novamente.

Aplicando a LKT conseguimos as seguintes equações:

$$\begin{cases} \dfrac{V_C - V_A}{R_3} + \dfrac{V_C - V1}{R_3} + \dfrac{V_C}{R_2} = 0 \\ \dfrac{V_A}{R_L} + \dfrac{V_A - V_C}{R_3} + \dfrac{V_A - V2}{R_4} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_2}\right) V_C + \left(\dfrac{-1}{R_3}\right) V_A = \dfrac{V_1}{R_3} \\ \left(\dfrac{1}{R_L} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}\right) V_A + \left(\dfrac{-1}{R_3}\right) V_C = \dfrac{V_2}{R_4} \end{cases}$$

Dispondo em forma matricial

$$\begin{bmatrix} 11,213 & -1 \\ -1 & 2,4545 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_C \\ V_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Resolvendo a matriz, tem-se

$$V_C = 2,8518 \tag{4}$$
$$V_A = 1,9767 \tag{5}$$

onde

$$i_{R_3} = \frac{V_C - V_A}{R_3} = 0,8751A \tag{6}$$
$$i_{AB} = \frac{V_A}{R_L} = 0,8985A \tag{7}$$

**b)** Obtenha as expressões de $V_{Th}$ e $R_{Th}$ para o circuito equivalente mostrado na Fig. 2.15.

Encontrando para $V_{th}$, temos

$$\frac{V_A - V_{th}}{R_{th}} + \frac{V_A}{R_L} = 0 \rightarrow \frac{V_A}{R_{th}} + \frac{V_A}{R_L} = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$
$$\frac{(R_{th} + R_L)}{R_{th}R_L} V_A = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$
$$V_{th} = \frac{(R_{th} + R_L)}{R_L} V_A$$

Encontrando para $R_{th}$, temos

$$\frac{V_A - V_{th}}{R_{th}} + \frac{V_A}{R_L} = 0 \rightarrow \frac{-V_A + V_{th}}{R_{th}} = \frac{V_A}{R_L}$$
$$R_{th} = \frac{(V_{th} - V_A}{V_A} R_L$$

**c)** Obtenha as expressão de $I_{NO}$ e de $R_{NO}$ para o circuito equivalente mostrado na Fig. 2.16.

Obtendo para $I_{NO}$, temos

$$\frac{V_A}{R_L} + \frac{V_A}{R_{NO}} = I_{NO}$$
$$I_{NO} = \frac{(R_{NO} + R_L)}{R_{NO} R_L} V_A$$
$$I_{NO} = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

Obtendo para $R_{NO}$, temos

$$\frac{V_A}{R_{NO}} + \frac{V_A}{R_L} = I_{NO} \rightarrow \frac{V_A}{R_{NO}} = I_{NO} - \frac{V_A}{R_L}$$
$$R_{NO} = \frac{V_A R_L}{I_{NO} R_L - V_A}$$
$$R_{NO} = R_{th}$$

**d)** Descreva como é possível obter experimentalmente os valores de $V_{Th}$ e $R_{Th}$ para um circuito. E para $I_{NO}$ e de $R_{NO}$?

Para calcular $R_{th}$, deve-se substituir todas as fontes de tensão do circuito por curtos-circuitoe todas as fontes de corrente por circuitos abertos e, em seguida, determinar a resistência equivalente entre os terminais escolhidos.

Para calcular $V_{th}$, deve-se determinar a diferença de potencial entre os terminais escolhidos em aberto (circuito aberto).

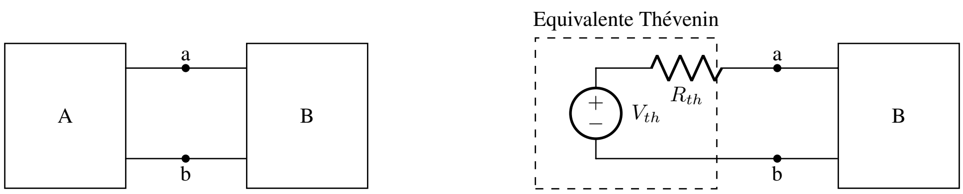



**Figura 2.15**: Equivalente Thévenin.

O teorema de Norton é utilizado para simplificar um circuito complexo em termos de correntes em vez de tensões. Esse teorema afirma que qualquer rede ligada aos terminais a e b, pode ser substituída por uma única fonte de corrente $I_N$ em paralelo com uma única resistência $R_N (R_{th} = R_{NO})$.

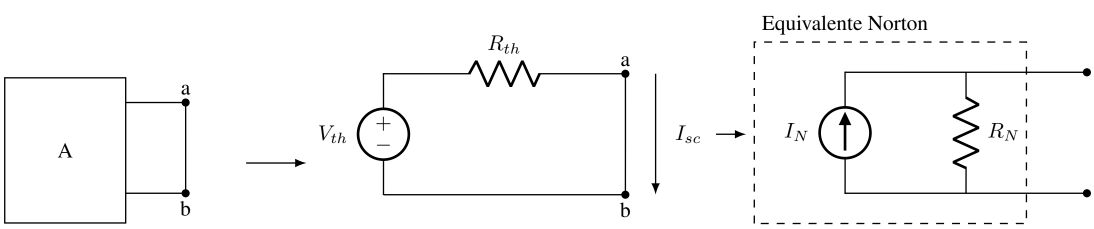



**Figura 2.16**: Equivalente Norton.

**e)** Simule os três circuitos da Fig. 2.3 e obtenha os valores de tensão V AB e corrente i AB sobre o resistor de carga.

- Abra um novo esquemático

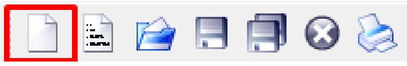


**Figura 2.17**: Abra um novo esquemático.

- Na aba componentes, vá em componenetes agrupados e coloque cinco resistores no esquemático. Vá em fontes e coloque duas fontes de tensão DC. Vá em ponteiras e coloque uma ponteira de corrente e uma de tensão.

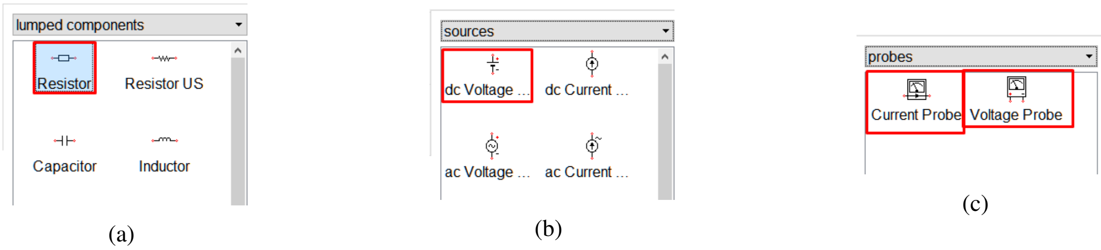



**Figura 2.18**: Insira os componentes no esquemático

- Conecte os componentes sem esquecer da referência do terra e ajuste seus valores para os pedidos no exercício.

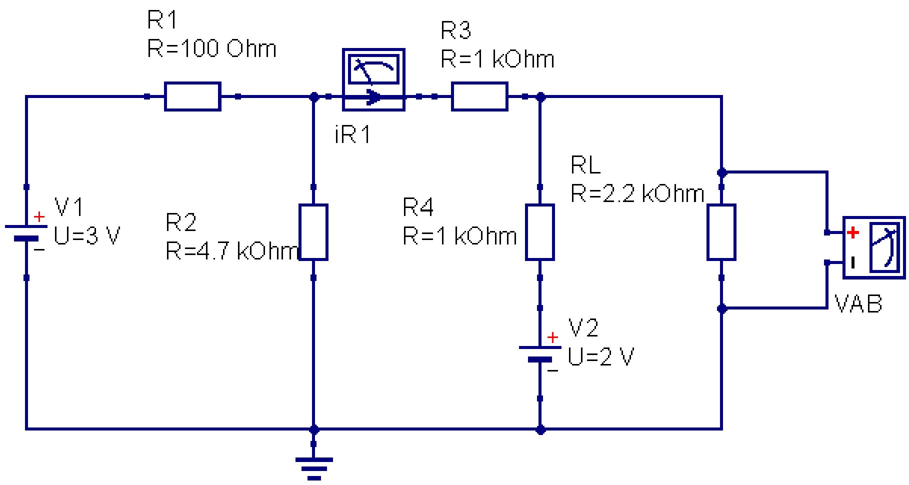



**Figura 2.19**: Circuito exigido pelo exercício.

- Coloque a simulação DC no esquemático, salve e simule.

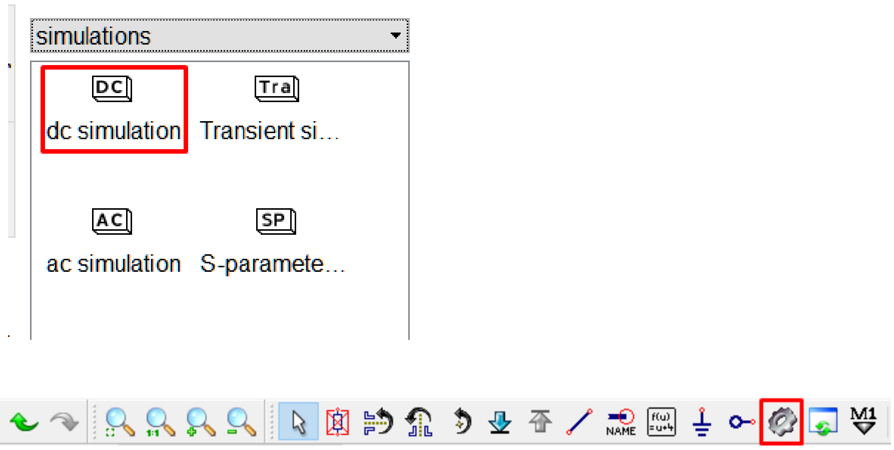



**Figura 2.20**: Insira a simulação depois salve e simule.

- Vá em diagramas e insira uma tabela. Coloque o valor da corrente $i_{R3}.I$ e da tensão $V_{AB}.V$.

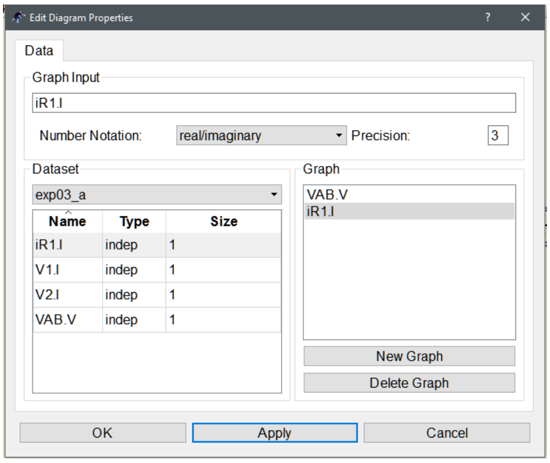



**Figura 2.21**: Insira uma tabela para obter os valores simulados.

- Assim, verifica-se os valores pedidos no exercício.

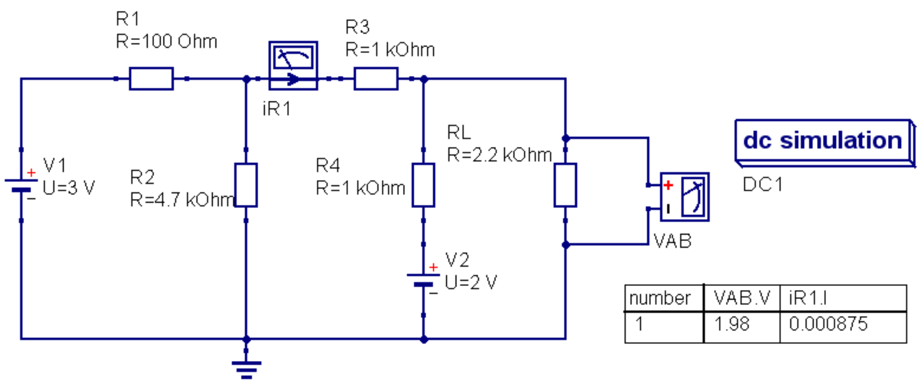



**Figura 2.22**: Circuito exigido pelo exercício.

- Vá em *Arquivo* → *Salvar como...* e mude o nome do arquivo para usar o circuito já montado na próxima simulação.

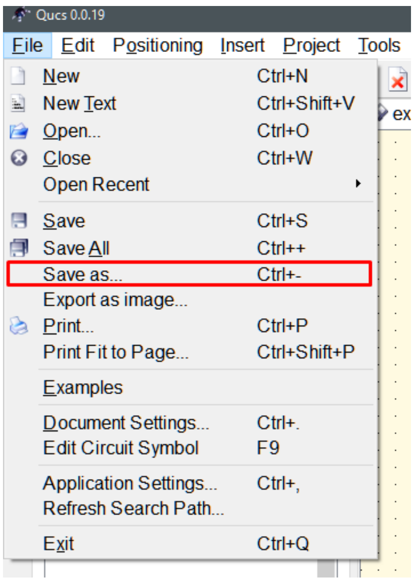



**Figura 2.23**: Salve a simulação.

- Desative a fonte $V_1$ como circuito fechado utilizando a ferramenta Desativar/Ativar e clicando duas vezes sobre a fonte, até a marcação ficar verde.

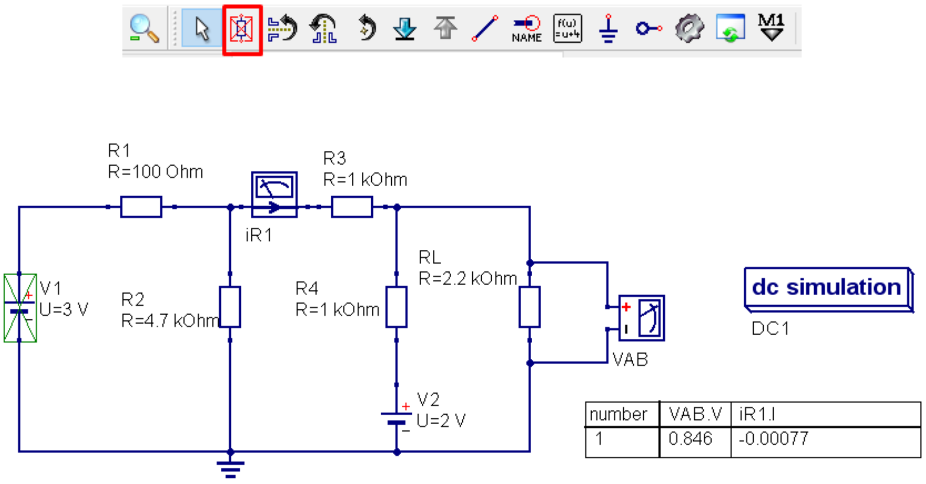



**Figura 2.24**: Desabilite a fonte de tensão V1.

- Vá em *Arquivo* $\rightarrow$ *Salvar como...* e mude o nome do arquivo para usar o circuito já montado na próxima simulação.

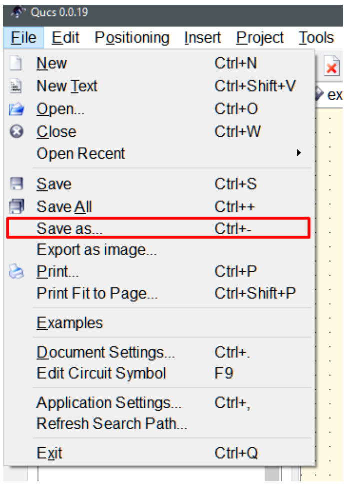



**Figura 2.25**: Salve o projeto.

- Ative a fonte $V_1$ e desative a fonte $V_2$.

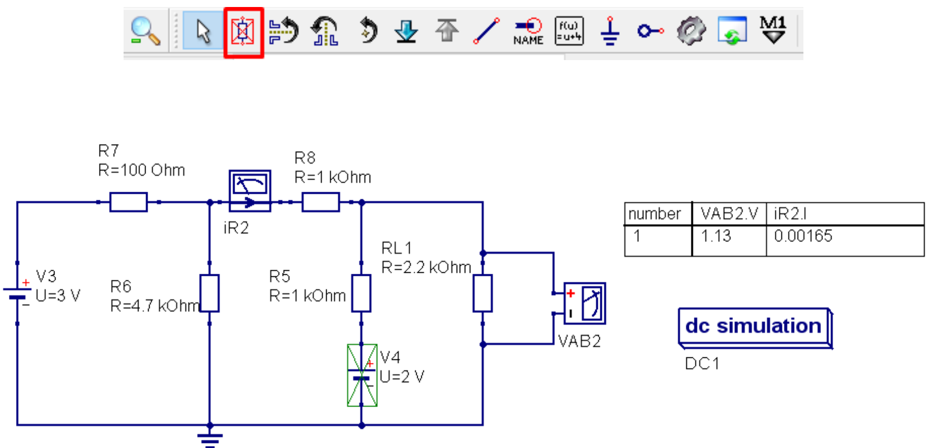



**Figura 2.26**: Desabilite a fonte de tensão V2.

- Vá em $Arquivo \rightarrow Salvar\ como...$ e mude o nome do arquivo para usar o circuito já montado na próxima simulação.

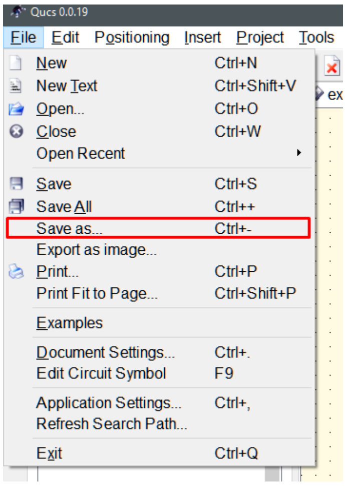
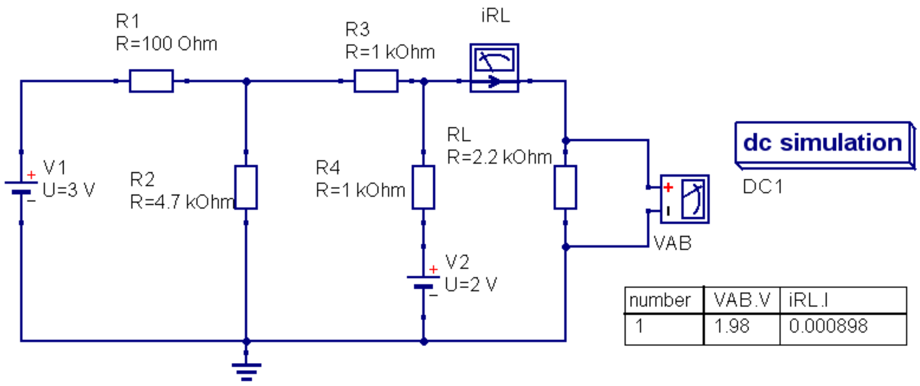



**Figura 2.27**: Salve o projeto.

- Ative $V_2$ e insira um ponteira de corrente para medir a corrente sobre o resistor $R_L$.




| number | VAB.V | iRL.I |
|---|---|---|
| 1 | 1.98 | 0.000898 |

**Figura 2.28**: Habilite ambas as fontes e coloque o amperímetro para a medição do $i_{RL}$

- Encontre a tensão de circuito aberto $V_{oc}$ para o circuito. Para isso, remova a carga e meça a corrente de curto-circuito $i_{sc}$.

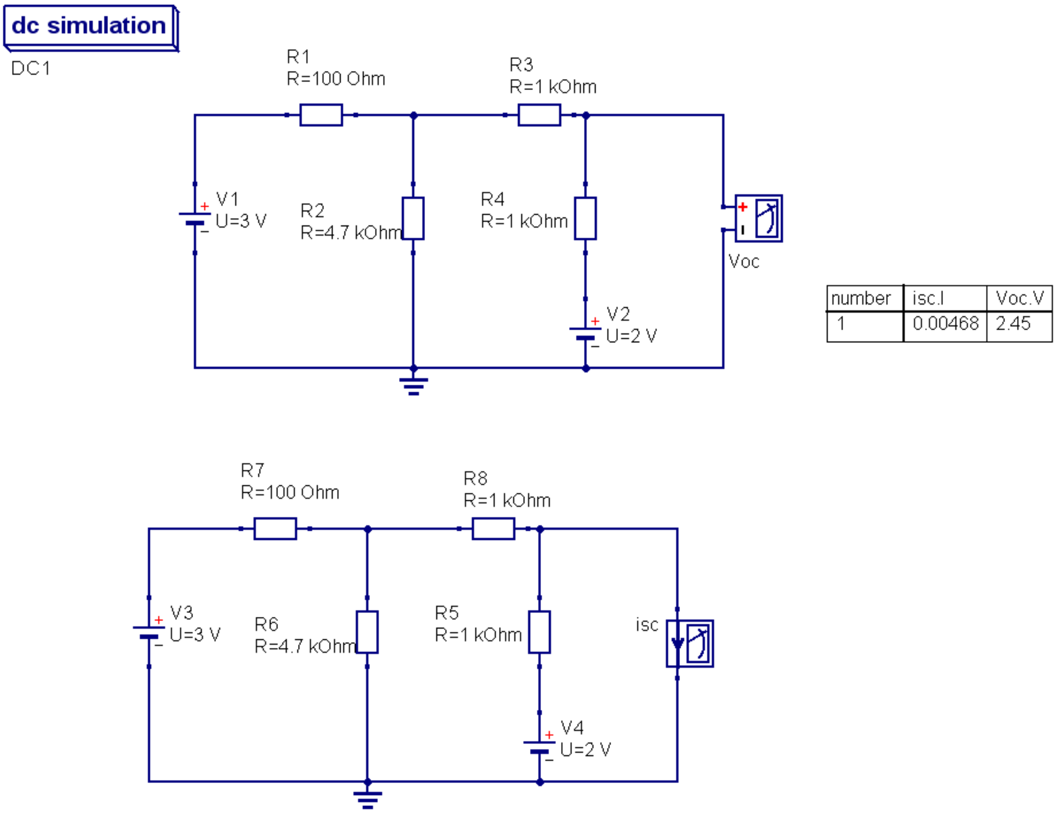



**Figura 2.29**: Retire o $R_L$ e meça a tensão de circuito aberto.

- Vá em $Arquivo \rightarrow Salvar\ como...$ e mude o nome do arquivo para usar o circuito já montado na próxima simulação.

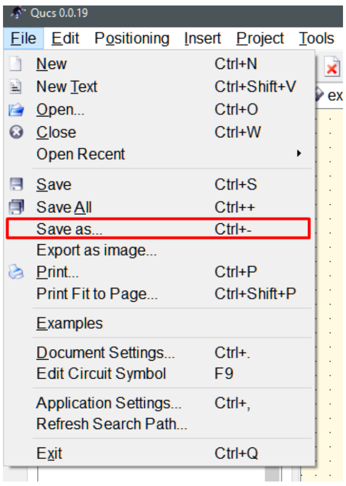



**Figura 2.30**: Salve o projeto.

- Insira as equações para encontrar o $R_{eq}$ e o $i_{sc}$..

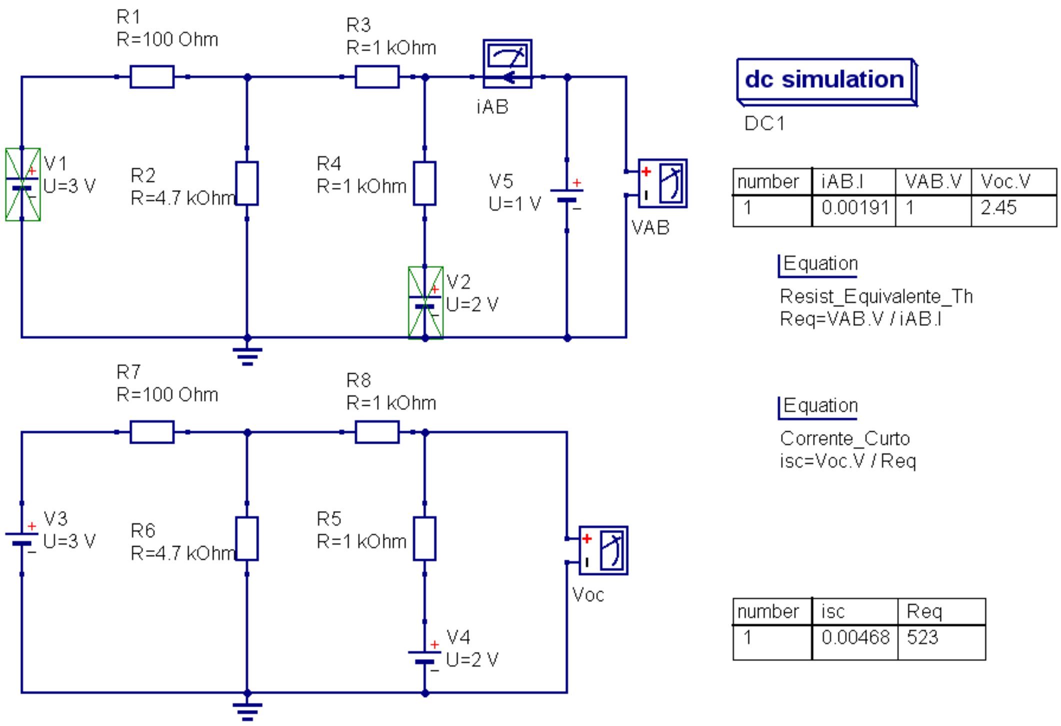



**Figura 2.31**: Resultado exigido pelo exercício.

- Montou-se o circuito equivalente de Thévenin utilizando uma fonte de tensão em série com um resistor $R_{Th}$ e o resistor de carga. Ajustou-se a fonte de acordo com a tensão de Thévenin medida e o resistor R Th de acordo com a resistência equivalente medida.
- Montou-se o circuito equivalente de Norton utilizando uma fonte de corrente em paralelo com um resistor $R_{No}$ e o resistor de carga. Ajustou-se a fonte de acordo com a corrente de Norton medida e o resistor $R_{N}o$ de acordo com a resistência equivalente medida.
- Vá em *Arquivo* $\rightarrow$ *Salvar como...* e mude o nome do arquivo para usar o circuito já montado na próxima simulação.

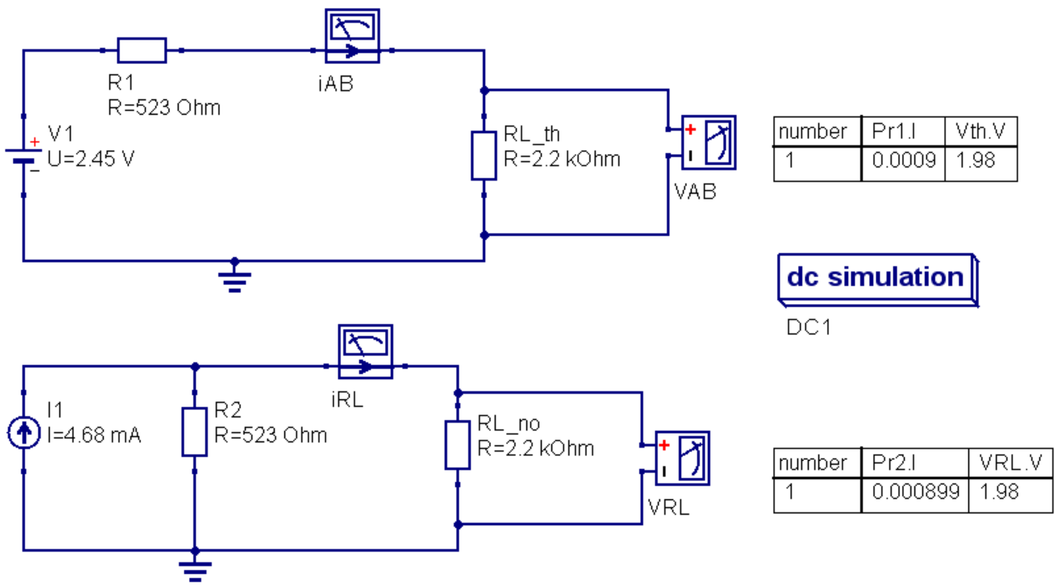



**Figura 2.32**: Resultado equivalente Thévenin e Norton.

## 3) Procedimento Experimental

### 3.1) Superposição de Sinais

a) Monte o circuito da Fig. 2.3, com $R_1 = 100\Omega$ ,$R_2 = 4,7k\Omega$, $R_3 = R_4 = 1k\Omega$ , $R_L = 2,2k\Omega$ , $V_1 = 3V$ e $V_2 = 2V$ . Com as duas fontes de tensão ligadas, use o multímetro para medir a tensão no resistor $R_L$ e a corrente no resistor $R_3$.

b) Coloque $V_1$ em repouso e, mantendo $V_2$ ligada, meça a tensão no resistor $R_L$ e a corrente no resistor $R_3$.

c) Agora, coloque $V_2$ em repouso e, mantendo $V_1$ ligada, meça a tensão no resistor $R_L$ e a corrente no resistor $R_3$. A partir dos resultados obtidos, discuta: o princípio da superposição foi verificado na tensão do resistor $R_L$? E na corrente do resistor $R_3$? Explique.

### 3.2) Circuitos equivalentes Thévenin e Norton

a) Monte o circuito da Fig. 2.3, usando $R_1 = 100\Omega$ , $R_2 = 4,7k\Omega$ , $R_3 = R_4 = 1k\Omega$ , $V1 = 3V$ e $V2 = 2V$ . Use um resistor de carga $R_L = 2,2k\Omega$ . Com um multímetro, meça a tensão entre os terminais A e B, bem como a corrente na carga $R_L$.

c)Encontre a tensão de circuito aberto $V_oc$ para o circuito. Para isso remova a carga e meça a tensão entre os pontos A e B com o multímetro. A seguir, meça a corrente de curto-circuito $i_sc$. O que estes valores de tensão e de corrente representam?

c) Com ambas as fontes em repouso, meça a resistência equivalente de Thévenin $R_eq$ entre os terminais A e B (em aberto e sem carga). Calcule a corrente de curto-circuito esperada a partir de $V_oc$ e $R_eq$. O que este valor de resistência e de corrente representam?

d) Monte o circuito equivalente de Thévenin utilizando uma fonte de tensão em série com um potenciômetro e o resistor de carga. Ajuste a fonte de acordo com a tensão de Thévenin medida e o potenciômetro de acordo com a resistência equivalente medida. Observe e registre a tensão e a corrente na carga $R_L$ no novo circuito montado. Os resultados foram os esperados? Explique.