II SENIC - Semana Nacional de Iniciação Científica da SBM UFPA - Universidade Federal do Pará Belém-PA, 18 a 22 de agosto de 2025

Análise e Implementação de Fundamentos Matemáticos de Redes Neurais Artificiais

Felipe Adeildo[1]

Esta pesquisa apresenta uma implementação completa e original de redes neurais artificiais, construída inteiramente do zero, sem utilização de bibliotecas especializadas como TensorFlow ou PyTorch. O trabalho enfoca a compreensão profunda dos fundamentos matemáticos e algorítmicos, proporcionando insights sobre o funcionamento interno destes modelos computacionais.

Desenvolvi cada componente essencial do sistema: os neurônios individuais, as estruturas de camadas interconectadas, as funções de ativação e os algoritmos de propagação e otimização. Os neurônios foram modelados matematicamente como unidades que computam a soma ponderada de suas entradas ($z = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i + b$), seguida pela aplicação de uma função de ativação não-linear ($a = \sigma(z)$). Esta não-linearidade é fundamental para que a rede possa aproximar funções complexas.

Implementei e analisei quatro funções de ativação principais (Sigmoid, ReLU, Tanh e Softmax), cada uma com características matemáticas distintas e aplicações específicas. A propagação direta foi codificada seguindo o princípio de transformações sequenciais entre camadas, onde a saída de cada camada torna-se a entrada da próxima, expressável como $A^L = \sigma_{L(W^L A^{L-1} + b^L)}$.

Um dos maiores desafios foi a implementação do algoritmo de retropropagação, que utiliza o cálculo de gradientes e a regra da cadeia para propagar o erro da saída de volta às camadas anteriores. Para a camada de saída, o erro é calculado como a diferença entre a previsão e o valor real ($\delta^2 = A^2 - Y$), enquanto para as camadas ocultas envolve a propagação deste erro modificado pelos pesos ($\delta^1 = (W^2)^T \delta^2 \times \sigma'(Z^1)$).

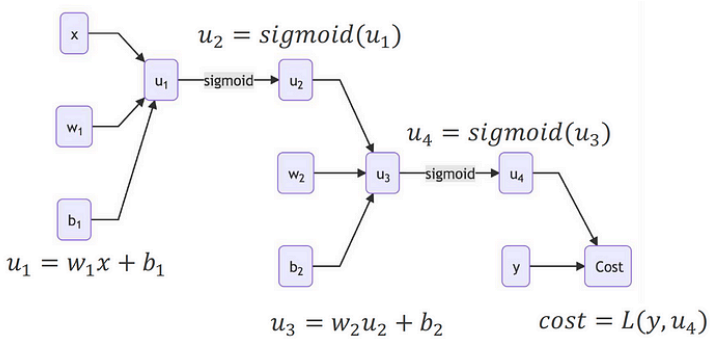

Figure 1: Visualização da propagação direta em uma rede neural de múltiplas camadas, destacando o fluxo de transformações

Como demonstração prática, apliquei a implementação ao problema de reconhecimento de dígitos manuscritos usando o conjunto MNIST. Utilizando uma arquitetura com uma camada oculta de 128 neurônios e ativação ReLU, seguida por uma camada de saída com ativação Softmax, o modelo atingiu precisão de 92% após 30 épocas de treinamento.

A implementação completa, incluindo código-fonte e documentação, está disponível em github.com/felipeadeildo/neural-network.

[1]Ciência da Computação, Insper, email: contato@felipeadeildo.com