

## Ejercitación 1

1) Demuestre que, si  $Z$  es una variable aleatoria normal estándar, entonces:

$$(a) E(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0$$

$$(b) Var(Z) = E(Z^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 1$$

$$(c) E(Z^3) = \int_{-\infty}^{+\infty} z^3 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0$$

$$(d) E(Z^4) = \int_{-\infty}^{+\infty} z^4 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 3$$

En función a estos resultados, note que simplemente con un cambio de variables podemos afirmar que para cualquier variable aleatoria que se distribuya como normal, no necesariamente normal estándar, ésta será simétrica (respecto a su media) y su curtosis será igual a tres. Recuerde las definiciones de coeficiente de asimetría y curtosis vistas en clase.

2) En una hoja de Excel, genere en una columna los valores de -8 a 8, con diferencias de 0.1. En otra columna, genere los valores de la pdf de una normal estándar.

(pdf=probability density function), es decir,  $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$ . En otra columna,

genere los valores de la pdf de una normal con media -1.5 y varianza 4, es decir,

$g(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x+1.5)^2}{8}}$ . Y, por último, genere los valores de la pdf de  $X$  donde  $X$  es

una “mixture” de dos normales con pesos 0.75 para la normal estándar y 0.25

para la segunda (la  $N(-1.5,4)$ ). La pdf de  $X$  va a ser  $\frac{3}{4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} + \frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x+1.5)^2}{8}}$ .

Esta última variable aleatoria es una mezcla de dos variables aleatorias normales. En la literatura se las llama “normal mixtures”. Realice un gráfico de la pdf de esta última e indique, en función al gráfico, si es simétrica o asimétrica (positiva o negativa). ¿Cómo puede calcular el coeficiente de asimetría y de curtosis de la mezcla?

3) Para un activo financiero, obtenga una serie de tiempo diaria de precios de cierre de ese activo (3 a 5 años, del período que ustedes deseen).

- (a) Calcule los retornos diarios simples.
- (b) Calcule la media, volatilidad, asimetría y curtosis de los retornos.
- (c) Muestre un histograma de los retornos simples.
- (d) ¿Los retornos de la muestra siguen una distribución normal? Justifique usando Jarque Bera.
- (e) Calcule los retornos logarítmicos diarios y para un mes cualquiera, verifique que la suma de los retornos logarítmicos diarios es igual al retorno logarítmico correspondiente a ese mes.