

Ejercitación 2

Ejercicio 1:

Sean $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, $i = 1, 2$, donde $X_1 \sim N(-1, 9)$ y $X_2 \sim N(-1, 4)$ son dos variables aleatorias con distribución normal. Usted decide mezclarlas con pesos 0.40 y 0.60 respectivamente. De modo que la función de densidad (pdf) de la mixtura será $f(x) = 0.4\varphi_1(x) + 0.6\varphi_2(x)$, donde $\varphi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{18\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{18}}$ y donde $\varphi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}$.

- Grafique la pdf de la mixtura para valores del soporte de la variable aleatoria entre -10 y 10 con deltas de 0,1.
- Solamente observando el gráfico, ¿puede afirmar si esta mixtura es asimétrica? Explique.
- Calcule la media, la varianza, el coeficiente de asimetría y el de curtosis de la mixtura. Recuerde que esto requiere calcular varios momentos de la variable aleatoria, que en definitiva son integrales.
- ¿Es la mixtura leptocúrtica? Responda en función al valor que obtuvo en el inciso anterior y además muestre en un mismo gráfico la pdf de la mixtura del gráfico anterior y la pdf de una normal con la misma media y varianza que la mixtura.
- Genere una muestra de 2000 valores aleatorios de esta mixtura y realice un QQ-Plot a partir de estos valores, donde en el eje vertical aparezcan los valores teóricos de la normal estándar y en el horizontal los valores aleatorios generados estandarizados. Estos valores aleatorios puede generarlos usando el software que desee (deberá entregar el archivo donde los genera). ¿Qué le sugiere el QQ-Plot?

Ejercicio 2:

Sean $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, $i = 1, 2$, donde $X_1 \sim N(1.2, 0.09)$ y $X_2 \sim N(-0.8, 0.81)$ son dos variables aleatorias con distribución normal. Usted decide mezclarlas con pesos 0.35 y 0.65 respectivamente. De modo que la función de densidad (pdf) de la mixtura será

$$f(x) = 0.35\varphi_1(x) + 0.65\varphi_2(x), \text{ donde } \varphi_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}, i = 1, 2.$$

- f) Grafique la pdf de la mixtura para valores del soporte de la variable aleatoria entre -10 y 10 con deltas de 0,1.
- g) Solamente observando el gráfico, ¿puede afirmar si esta mixtura es asimétrica positiva? ¿Leptocúrtica? ¿Bimodal? Explique.
- h) Calcule la media, la varianza, el coeficiente de asimetría y el de curtosis de la mixtura. Recuerde que esto requiere calcular varios momentos de la variable aleatoria, que, en definitiva, son integrales. ¿Puede afirmar si esta mixtura es asimétrica positiva y/o leptocúrtica en base a los valores que obtuvo?
- i) Muestre en un mismo gráfico la pdf de la mixtura del gráfico anterior y la pdf de una normal con la misma media y varianza que la mixtura.
- j) Genere una muestra de 2000 valores aleatorios de esta mixtura y realice un QQ-Plot con estos valores, donde en el eje vertical aparezcan los valores teóricos de la normal estándar y en el horizontal los valores generados estandarizados. Estos valores aleatorios puede generarlos usando el software que desee. ¿Qué le sugiere el QQ-Plot?

Ejercicio 3:

Usando los datos de PBI de EEUU que se encuentran en la última hoja del Excel de la clase 2, descomponga la serie de PBI en la parte tendencial y la parte cíclica usando (1) el filtro de Hodrick y Prescott con lambda igual a 100 y (2) usando medias móviles de 11 observaciones (es decir, la contemporánea ± 5 observaciones). Para ambas metodologías, grafique la serie observada y la tendencial, por un lado, y la parte cíclica por otro. Recuerde trabajar con las series en logaritmos en ambos casos.