Pronósticos

Podemos generar predicciones/pronósticos (forecasts) en modelos ARIMA o modelos VAR o VEC.

Modelos ARIMA:

`arima dlws, ar(1)` // Para entender bien qué hace Stata más adelante, vamos a estimar un AR(1). Esto puede generalizarse para cualquier ARIMA

`estimates store mi_ar_1` // Con el comando `estimates store` Stata guarda la estimación previa con el nombre mi_ar_1 `forecast create mi_arma, replace` // Para hacer pronósticos, debo empezar con creando el forecast con el comando `forecast create`, y lo voy a llamar mi_arma

`forecast estimates mi_ar_1` // Agrego la información de la regresión previa al forecast que acabo de crear

`forecast solve, begin(m(2019m1)) end(m(2021m9))` // Con este comando Stata nos calcula los forecasts, es decir, las predicciones a futuro de la(s) variable

Sea y_t un proceso AR(1), el cual podemos representar de la siguiente manera

$$y_t = c + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Su media será $\mu = E(y_t) = \frac{c}{1-\rho}$, y a este proceso AR(1) podemos reescribirlo como

$$y_t - \mu = \rho(y_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

De modo que,

$$(1 - \rho L)(y_t - \mu) = \varepsilon_t$$

Sea $\rho(L) = \frac{1}{1-\rho L}$,

$$\rho(L)^{-1}(y_t - \mu) = \varepsilon_t$$

Note que para el AR(1), $\rho(L) = \frac{1}{1-\rho L} = 1 + \rho L + \rho^2 L^2 + \rho^3 L^3 + \cdots$

Caso General: note que en el caso general, (no necesariamente AR(1)),

$$\frac{\rho(L)}{L^s} = L^{-s} + \rho_1 L^{-s+1} + \rho_2 L^{-s+2} + \rho_{s-1} L^{-1} + \rho_s L^0 + \rho_{s+1} L^1 + \rho_{s+2} L^2 + \cdots$$

Definimos el *annihilation operator* (operador de eliminación) como:

$$\left[\frac{\rho(L)}{L^s}\right]_+ = \rho_s + \rho_{s+1} L^1 + \rho_{s+2} L^2 + \cdots$$

Este operador reemplaza las potencias negativas de L por ceros.

Si queremos pronosticar para el período de t+s con información hasta el período t, el pronóstico óptimo es

$$\hat{E}(y_{t+s} | \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots) = \mu + \left[\frac{\rho(L)}{L^s}\right]_+ \varepsilon_t$$

Volvemos al AR(1): en este caso, $\rho(L) = \frac{1}{1-\rho L} = 1 + \rho L + \rho^2 L^2 + \rho^3 L^3 + \cdots$

Y además,

$$\left[\frac{\rho(L)}{L^s}\right]_+ = \rho^s + \rho^{s+1} L^1 + \rho^{s+2} L^2 + \cdots = \frac{\rho^s}{1-\rho L}$$

Consecuentemente,

$$\hat{E}(y_{t+s} | y_t, y_{t-1}, \dots) = \mu + \frac{\rho^s}{1-\rho L}(1-\rho L)(y_t - \mu) = \mu + \rho^s (y_t - \mu)$$

Esto es lo que calcula Stata cuando ejecutamos `forecast solve`.