[redacted]

<u>**Fundamentos de teoría de la computación. Fecha 1. 13/07/2021**</u>

<u>**EJERCICIO 1:**</u>

Dada la siguiente información:

"Tini es feliz si aparece en TV. Si Tini es buena cantante, entonces graba un disco, pero si no es buena cantante, se deprime y no graba un disco. Tini aparece en TV cuando graba un disco o cuando se deprime".

Simbolizar en el lenguaje de la lógica de Enunciados y responder:

(a) Tini es buena cantante? Fundamentar.

(b) Tini no es buena cantante? Fundamentar.

(c) Tini es feliz? Fundamentar.

Resolución:

p = Tini es feliz q= Tini aparece en TV r= Tini es buena cantante

s= Tini graba un disco t= Tini se deprime

- $q \rightarrow p$ = Tini es feliz si aparece en TV
- $r \rightarrow s$ = Si Tini es buena cantante, entonces graba un disco
- $\neg r \rightarrow (t \wedge \neg s)$ = si no es buena cantante, se deprime y no graba un disco
- $(s \vee t) \rightarrow q$ = Tini aparece en TV cuando graba un disco o cuando se deprime

a) r?
b) ¬r?
c) q?

Puedo garantizar que el enunciado es válido solo si no existe una combinación de premisas verdaderas tales que la conclusión sea falsa.

a) No Puedo concluir **r = Tini es buena cantante** dado que encontré una combinación de premisas verdaderas tales que la conclusión r = F

p	q	r	s	t	$q \rightarrow p$	$r \rightarrow s$	$\neg r \rightarrow (t \wedge \neg s)$	$(s \vee t) \rightarrow q$
F	V	F	F	V	V	V	V	V

b) No Puedo concluir **¬r = Tini no es buena cantante** dado que encontré una combinación de premisas verdaderas tales que la conclusión ¬r = F

p	q	r	s	t	$q \rightarrow p$	$r \rightarrow s$	$\neg r \rightarrow (t \wedge \neg s)$	$(s \vee t) \rightarrow q$	$\neg r$
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F

c) Puedo concluir que **p = Tini es feliz** dado que no puedo hallar una combinación de premisas verdaderas tales que la conclusión sea falsa.
   - Si P es falso
   - Para que $q \rightarrow p$ = V, **q = F**

- dado que q = F para que (s v t) ⟶ q = V, **s = F y t = F**
- dado que s = F para que r ⟶ s = V, **r = F**
- con r = F s = F y t = F, ¬r ⟶ (t ^ ¬s) = F
-

p	q	r	s	t	q ⟶ p	r ⟶ s	¬r ⟶ (t ^ ¬s)	(s v t) ⟶ q
F	F	F	F	F	V	V		V

EJERCICIO 2:

Sean A, B y C formas enunciativas. Se sabe que (¬ (A⟶B)) es tautología.
Dar un ejemplo de Fbf A y otro de B y otro de C.
Determinar, si es posible, cuáles de las siguientes formas enunciativas son tautologías y cuáles contradicciones. Justificar las respuestas.

i. (A⟶B)
ii. (B⟶A)
iii. (((¬A) ᵛ B) → C)

Resolución:

i. (A⟶B): **contradicción** dado que si (¬ (A⟶B)) es tautología (A⟶B) = ¬ (¬ (A⟶B)) y si negamos siempre un resultado Verdadero obtenemos en todos los casos un resultado Falso

ii. (B⟶A): (¬ (A⟶B)) sabemos que es una tautología, para que eso ocurra A⟶B = F, para que dicho operador sea = F, A= V y B=F, es el único caso en el cual el condicional es = F. Por ende dado que B=F (B⟶A) es una **tautología** dado que al ser falso el antecedente, el condicional siempre tomará el valor verdadero

iii. (((¬A) ᵛ B) → C): Por lo explicado en el punto anterior se sabe que A = V y B = F. En este caso el antecedente ((¬A) ᵛ B) siempre tomará el valor falso, por lo cual el condicional siempre será verdadero, estamos ante una **tautología**

EJERCICIO 3

3.1. Indicar si las siguientes afirmaciones valen en el sistema formal L (justificar). Escribir las afirmaciones en lenguaje natural.

i. |-L (p⟶p)
ii. {p} |-L (p⟶q)

Resolución:

i. |-L (p⟶p): Vale dado que p ⟶ P es teorema en L ya que es una tautología. Si se realiza la tabla de verdad nunca va a suceder que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso, dado que ambos tienen el mismo valor, por ende el condicional siempre tomará el valor verdadero.

Lenguaje natural: si ocurre P entonces ocurrirá P Se lee: la formula p entonces p es TEOREMA DE L

ii. {p} |-L (p⟶q): No vale dado que sabiendo que p = V, no tengo ningún dato acerca del valor de verdad de q, y el mismo podría tomar el valor falso, lo cual llevaría a que el condicional sea falso

Lenguaje natural: Sabiendo que p puedo inferir que si ocurre p entonces ocurrirá q

3.2. La siguiente cadena de pasos es una demostración en L a partir de un conjunto de gama de premisas. Indicar qué premisas, axiomas y/o reglas se usan en cada paso.

$\{ p \rightarrow ((\neg s) \rightarrow r), (\neg s) \} \vdash_L (p \rightarrow r)$

1. $(\neg s)$
2. $p \rightarrow ((\neg s) \rightarrow r)$
3. $(p \rightarrow ((\neg s) \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg s)) \rightarrow (p \rightarrow r))$
4. $(p \rightarrow (\neg s)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
5. $(\neg s) \rightarrow (p \rightarrow (\neg s))$
6. $(p \rightarrow (\neg s))$
7. $(p \rightarrow r)$

Resolución:

1. $(\neg s)$ Se utiliza la premisa $\neg s$
2. $p \rightarrow ((\neg s) \rightarrow r)$ Se utiliza la premisa $p \rightarrow ((\neg s) \rightarrow r)$
3. $(p \rightarrow ((\neg s) \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow (\neg s)) \rightarrow (p \rightarrow r))$ Se utiliza el Axioma 2 con A=p, B=¬s y C=r
4. $(p \rightarrow (\neg s)) \rightarrow (p \rightarrow r)$ Se utiliza modus ponens entre 2 y 3
5. $(\neg s) \rightarrow (p \rightarrow (\neg s))$ Se utiliza el axioma 1 con A=¬s y B=p
6. $(p \rightarrow (\neg s))$ Se utiliza MP entre 1 y 5
7. $(p \rightarrow r)$ Se utiliza MP entre 4 y 6

EJERCICIO 4:

Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a la siguiente situación: *"Algunos alumnos de informática, mayores de 18 años han sido vacunados con la vacuna Sputnik V".*
Usar al menos los siguientes predicados:

- $P_1(x,y)$: "x es alumno de la carrera y"
- $P_2(x,y)$:"x es mayor que y"
- $P_3(x,y)$: "x fue vacunado con la vacuna y"

Dar una interpretación I donde la fórmula sea falsa. La I debe incluir el dominio y las interpretaciones de las letras de constantes, funciones y predicados.

Resolución:
P1(x,y) : "x es alumno de la carrera y"
P2(x,y):"x es mayor que y"
P3(x,y): "x fue vacunado con la vacuna y"

$C_1 = informática$

$C_2 = 18\ años$

$C_3 = Sputnik\ V$

$\exists(x)(P1(x, C_1) \wedge P2(x, C_2) \wedge P3(x, C_3))$

La interpretación será con los números enteros
I(P1(x,y)): x es igual a y
I(P2(x,y)):”x es mayor que y”
I(P3(x,y)): “x es menor que y”
$C_1 = 1$
$C_2 = 2$
$C_3 = 5$
En lenguaje natural sería Existe x tal que es igual a 1 y mayor a 2 y menor a 5

EJERCICIO 5:

5.1. Para cada una de las siguientes fbf decir si es satisfactible, verdadera, falsa, contradictoria o lógicamente válida. Recordar que una fbf puede ser verdadera en una interpretación y falsa en otra. Justificar mostrando las diferentes interpretaciones.

Funciones = {f(x)}, Predicados = {P_1, P_2}

i. $\forall x\, (P_1(x) \to \neg P_1(f(x)))$
ii. $P_1(x)$

5.2. Indicar si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes y justificar la respuesta:
$\exists x(P_1(x) \wedge P_2(x))$
$\exists x\, P_1(x) \wedge \exists x\, P_2(x)$

Resolución:

5.1

i. $\forall x\, (P1(x) \to \neg P1(f(x)))$

Puede tomar el valor verdadero o falso dependiendo de la interpretación. Por ejemplo en el universo de los números naturales:

P1(x) = “x es mayor a 3”

f(x) = x * -1

Tu dominio debe ser los números Enteros, ya que los naturales son positivos y tu funcion quedaría definida fuera del dominio.

dadas dichas interpretaciones sería verdadera, dado que = V para cualquier natural.

pero si en cambio f(x) = x * 1, sería lo mismo que decir $\forall x\, (P1(x) \to \neg P1(x))$ lo cual es una contradicción

ii. P1(x) Dependiendo el valor de P1 y el universo puede ser verdadero, satisfactorio o contradicción.

Por ejemplo en los números naturales:

siendo P1(x) = “X es menor a 0”. Sería una contradicción dado que no hay números naturales menores a 0. Siendo P1(x) = “X es mayor o igual a 0”. sería verdadera y si fuera por ej P1(x) = “X es mayor o igual a 5” sería satisfactible dependiendo del valor de “x”

para ser contradictoria tiene que ser falsa en todas las interpretaciones.

5.2

$\exists x(P_1(x) \wedge P_2(x))$ $\exists x\, P1(x) \wedge \exists x\, P2(x)$

No son lógicamente equivalentes, debido a que la tabla de verdad no es igual en todas las interpretaciones.

- **$\exists$ x(P1(x) $\land$ P2(x))** en este primer caso la x del operador existe alcanza a P1 y P2, \`plas x están ligadas al operador y son el mismo valor, en otras palabras se refieren a lo mismo.
- **$\exists$ x P1(x) $\land$ $\exists$ x P2(x)**: en este caso la x de P1 no necesariamente es la X de P2 podría ser una interpretación P1 = igual a 0, P2= x es un mamífero. y dada esa interpretaciòn podría la primer x tomar el valor 0 y la segunda el valor perro por lo que me quedaría la frase “existe 0 igual a 0 y existe un perro que es un mamífero