Fundamentos de teoria de la computación. Fecha 1. 13/07/2021

[redacted]

EJERCICIO 1:
Dada la siguiente información:
"Juan tiene suerte si es estudioso o si es un obstinado. Si Juan es inteligente, entonces es estudioso. Pero si no es inteligente, es obstinado y no es estudioso. Juan aprueba el examen si tiene suerte"

Simbolizar en el lenguaje de la lógica de Enunciados y responder:
(a) Juan es inteligente? Fundamentar.
(b) Juan no es inteligente? Fundamentar.
(c) Juan aprueba el examen? Fundamentar.

p= Juan tiene suerte
q= Juan es estudioso
r= Juan es un obstinado
s= Juan es inteligente
t= Juan aprueba el examen

A: Juan tiene suerte si es estudioso o si es un obstinado.
$(q \lor r) \rightarrow p$

B**: **Si Juan es inteligente, entonces es estudioso
$s \rightarrow q$

C: Pero si no es inteligente, es obstinado y no es estudioso.
$(\neg s) \rightarrow (r \land (\neg q))$

D: Juan aprueba el examen si tiene suerte
$p \rightarrow t$

Para poder determinar las afirmaciones dadas, lo primero que hice fue pasar al lenguaje de la logica de Enunciados las argumentaciones previas. Ahora procedemos a analizar las consignas siguientes.

(a) Juan es inteligente? Fundamentar.

Para el caso de que “Juan es inteligente” la conclusión es igual a la letra s, por lo que para probar esta afirmacion debemos tener en cuenta la definicion de argumentacion valida la cual indica que si todas las premisas toman el valor V, la conclusión debe tambien tomar valor verdadero. Por esto mismo lo que buscaremos ser un caso donde las premisas sean V pero la conclusión sea Falsa, en cuyo caso la argumentacion NO seria valida.

(q ∨ r) → p	s → q	(¬s) → (r ∧ (¬q))	p → t	s
f v v **V** v	f **V** f	vf **V** v v vf	F **V** F	**F?**

p= V
q= F
r= V
s= F por la consigna
t= V

Comprobamos que es una forma argumentativa **inválida** dado que hay uno o más casos donde asignamos valores de verdad a las variables de enunciado de modo tal que las premisas tomen el valor V y la conclusión el valor F. Por lo cual no se puede afirmar que Juan es inteligente.

(b) Juan no es inteligente? Fundamentar.

Para el caso de que “Juan no es inteligente” la conclusión es igual a negar la letra s.

(q ∨ r) → p	s → q	(¬s) → (r ∧ (¬q))	p → t	¬s
V V F **V** V	V **V** V	FV **V** F F FV	V **V** V	**F?**

p= V
q= V
r= F
s= V por la consigna
t= V

Comprobamos que es una forma argumentativa **inválida** dado que hay uno o más casos donde asignamos valores de verdad a las variables de enunciado de modo tal que las premisas tomen el valor V y la conclusión el valor F. Por lo cual no se puede afirmar que Juan no es inteligente.

(c) Juan aprueba el examen? Fundamentar.

Para el caso de que “Juan aprueba el examen” la conclusión es igual a la letra t.

$(q \vee r) \rightarrow p$	$s \rightarrow q$	$(\neg s) \rightarrow (r \wedge (\neg q))$	$p \rightarrow t$	t
F F F **V** F	F **V** F	VF **V** F V VF	F **V** F	**F?**

p= F
q= F
r= F
s= F
t= F por la consigna

En este caso es imposible asignar valores de verdad a las variables de enunciado de manera tal que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa, por lo que se puede afirmar que Juan aprueba el examen

EJERCICIO 2:

Sean A, B y C formas enunciativas. Se sabe que (A→ B) es contradicción.
Dar un ejemplo de Fbf A y otro de B y otro de C.
Determinar, si es posible, cuáles de las siguientes formas enunciativas son tautologías y cuáles contradicciones. Justificar las respuestas.

i. $(A \vee B)$
ii. $(A \wedge (\neg B))$
iii. $(((\neg A) \vee B) \rightarrow C)$

Sabiendo que A→ B es contradicción, podemos afirmar que A vale siempre Verdadero y B vale siempre Falso, dado que cualquier otro caso seria Verdadero el condicional y por lo tanto no seria contradiccion.

A= la persona es varon

B= la persona es mujer

C= la persona canta bien

MAL los ejemplos. Dijimos que A es siempre verdadero, o sea que es una tautologia. Tu ejemplo no lo es. Y B tampoco es una contradiccion.

i. (A v B)

En este caso y en base a la información anterior podemos afirmar que es una tautologia, dado que al ser A siempre Verdadero, y al haber un conectivo OR entre A y B, el OR siempre tomara valor Verdadero.

A	B	A v B
V	F	V

ii. (A ^ (¬ B))
En este caso y en base a la información anterior, podemos afirmar que es una tautologia tambien. En este caso el AND requiere que ambos sean verdaderos, pero como dijimos arriba el A siempre vale Verdadero y B siempre vale Falso, pero al estar negado B en el AND, nos quedaria V ^ ¬F, es decir V ^ V que es siempre Verdadero.

A	B	-B	A ^ (¬ B)
V	F	V	V

iii. (((¬A) ∨ B) → C)

En este caso y en base a la información anterior podemos podemos afirmar que es una tautologia, dado que al estar negado A en el condicional siempre tomara valor Falso (recordemos que en base a la consigna siempre tomaba valor Verdadero), por su parte la B tambien era siempre Falso por consigna, por lo que el OR, y en consecuencia el antecedente del condicional seran siempre Falso. En base a esto y a la tabla de verdad del condicional podemos decir que sin importar el valor de verdad de C, el resultado del condicional sera siempre Verdadero. falta concluir que la fbf es una tautologia.

A	-A	B	C	(¬A) ∨ B) → C
V	F	F	V	V
V	F	F	F	V

EJERCICIO 3

3.1. Indicar si las siguientes afirmaciones valen en el sistema formal L (justificar) y escribir las afirmaciones en lenguaje natural (indicar, en una oración, que expresa la notación en cada inciso).

i. $\vdash_L (p \rightarrow q)$
ii. $\{p\} \vdash_L (p \rightarrow q)$

i. $\vdash_L (p \rightarrow q)$

En este caso, y teniendo en cuenta las propiedades del sistema deductivo L, para que p→ q fuera un teorema en L como afirma, la fbf p→ q deberia ser una tautologia, la cual podemos ver que no es al mirar su tabla de verdad la cual contiene un caso para el que el condicional toma valor Falso.

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

ii. $\{p\} \vdash_L (p \rightarrow q)$

En este caso la afirmación indica que en base a p se puede deducir el valor de verdad de p→ q, lo cual podemos afirmar que no es real dado que conocer el valor de verdad de p no es suficiente para determinar el valor de q, y por lo tanto el valor de p→ q. Esto podemos verlo si aplicamos el metateorema de la deducción, pasando p a la afirmación (quedando **(p → (p→ q))**), donde luego de hacer esto la afirmación debería ser una tautología, pero podemos ver en la tabla de verdad que no sucede para todos los casos.

p	q	p → q	p → (p → q)
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

3.2. La siguiente cadena de pasos es una demostración en L a partir de un conjunto de gama de premisas. Indicar qué premisas, axiomas y/o reglas se usan en cada paso.

$\{ p \to ((\neg s) \to r), (\neg s) \} \vdash_L (p \to r)$

1. $(p \to ((\neg s) \to r)) \to ((p \to (\neg s)) \to (p \to r))$ **Instancia de axioma L2 con A=(p), B=(-s) y C=(r)**
2. $p \to ((\neg s) \to r)$ **Hipotesis**
3. $(\neg s) \to (p \to (\neg s))$ **Instancia de axioma L1 con A=(-s) y B=(p)**
4. $(\neg s)$ **Hipotesis**
5. $(p \to (\neg s)) \to (p \to r)$ **MP entre 1 y 2**
6. $(p \to (\neg s))$ **MP entre 3 y 4**

1. $(p \to r)$ **MP entre 5 y 6**

EJERCICIO 4:

Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a la siguiente situación: "*Todos los alumnos de FTC cuyo documento es par y han aprobado el parcial con nota mayor a 7 están inscriptos en la mesa de finales de Agosto*".

Usar al menos los siguientes predicados:

- $P_1(x,y)$: "x es alumno de la materia y"
- $P_2(x,y)$: "x aprobó el parcial con nota y"
- $P_3(x,y)$: "x está inscripto a la mesa de finales del mes y"
- $P_4(x)$: "x es par"

Dar una interpretación I donde la fórmula sea verdadera. La I debe incluir el dominio y las interpretaciones de las letras de constantes, funciones y predicados.

"*Todos los alumnos de FTC cuyo documento es par y han aprobado el parcial con nota mayor a 7 están inscriptos en la mesa de finales de Agosto*".

En este caso:

U=alumnos de FTC

C_1= FTC
C_2= 8
C_3= 9
C_4= 10
C_5= Agosto

f(x)= retorna el número de DNI de x

$$\forall (x) \left((P_1(x,c_1) \wedge P_4(f(x)) \wedge (P_2(x, c_2) \vee P_2(x, c_3) \vee P_2(x, c_4))) \to P_3(x, c_5) \right)$$

falta dar una I donde la fórmula sea verdadera

EJERCICIO 5:

5.1. Para cada una de las siguientes fbf decir si es satisfactible, verdadera, falsa, contradictoria o lógicamente válida. Recordar que una fbf puede ser verdadera en una interpretación y falsa en otra. Justificar mostrando las diferentes interpretaciones.

Funciones = {f(x)}, Predicados = {P_1, P_2}

i. $\forall x\ (P_1(x) \rightarrow P_2(f(x)))$

Universo: numeros naturales

$P_1(x)$= x es par

$P_2(x)$= x es divisible por 4

f(x)= sucesor

En este caso la formula es Falsa para esta interpretacion.

Universo: numeros naturales

$P_1(x)$= x es par

$P_2(x)$= x es impar

f(x)= sucesor

En este caso la formula es Verdadera para esta interpretacion.

ii. $\neg P_1(x)$

el ejercicio está perfecto, salvo que tomaste la formula P(x) en vez de la negación, como dice el enunciado.

Universo: numeros naturales
$P_1(x)$: x >= 0

En este caso y en esta interpretacion la formula es Verdadera dado que todos los numeros naturales son mayores o iguales a 0.

Universo: numeros naturales
$P_1(x)$: x >0

En este caso y en esta interpretacion la formula es Satisfactible dado que todos los numeros naturales son mayores excepto el mismo 0, por lo que no es Verdadera.

Universo: numeros naturales
$P_1(x)$: x < 0

En este caso y en esta interpretacion la formula es Falsa dado que todos los numeros naturales son mayores o iguales a 0.

5.2. Indicar si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes y justificar la respuesta:

1. $\exists x(P_1(x) \vee P_2(x))$
2. $\exists x\, P_1(x) \vee \exists x\, P_2(x)$

Primero debemos definir equivalencia logica. Dos formulas A y B son logicamente equivalentes si la forma enunciativa $A \leftrightarrow B$ es una tautologia. En este caso es verdadero que son logicamente equivalentes dado que en 1. sera V si existe un x que cumpla $P_1(x)$ o $P_2(x)$, o ambas, dado que al estar entre paréntesis el cuantificador alcanza a ambas. En cambio en 2. el caso es el mismo, salvo que al no estar entre paréntesis cada una tiene su cuantificador. Cualquier x que cumpla alguna de ellas hara que se cumpla la expresion total tanto en 1. como en 2.

esta bien la idea, pero se podia expresar de manera mas formal recurriendo a las definiciones de valoracion y satisfacción.

Ejemplo

Universo: números naturales

$P_1(x)$: x es par

$P_2(x)$: x es impar

Por ejemplo con x=2, 1. se satisface dado que x=2 cumple con $P_1(x)$, y al haber un OR es suficiente para la expresión entera. Lo mismo sucede en la 2., al haber un OR con que exista un x, en este caso x=2, que cumpla una, en este caso $P_1(x)$, es suficiente para decir que es verdadera la afirmación completa.