

# DINCON 2011

## 10ª Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações

### 28 de agosto a 1º de setembro de 2011



## MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UM SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA ATRAVÉS DE PROGRAMAÇÃO EM LINGUAGEM GRÁFICA.

*Evandro Rech<sup>1</sup> and Alexandre Brincalepe Campo<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>IFSP, São Paulo, Brasil, evandrorech@yahoo.com.br

<sup>2</sup>IFSP, São Paulo, Brasil, brinca@cefetsp.br

**Resumo:** Neste trabalho são realizados estudos das não-linearidades de sistemas de levitação magnética, seu controle por realimentação de variáveis de estado e simulação em uma ferramenta de linguagem gráfica. Ao final são apresentados os resultados obtidos e a próxima fase do projeto, que resultará na execução de experimentos práticos.

**Palavras-chave:** levitação magnética, simulação, espaço de estados.

### 1. INTRODUÇÃO

O estudo de sistemas de levitação magnética está presente em muitos trabalhos devido a diversidade de técnicas de controle que podem ser usadas para efetuar a sua estabilização e pelo resultado visual que é obtido.

Uma planta de levitação magnética que relaciona a posição de um objeto levitado com a tensão elétrica aplicada é não-linear quando são estudadas a relação entre a força magnética, a corrente elétrica e a derivada da indutância do eletroímã com a posição [1, 2].

A linearização em torno de um ou mais pontos de operação permite aplicar a essa planta técnicas de controle clássico, como compensadores de fase e controladores PID [1, 3, 4], e controle moderno, como controle ótimo, controle robusto [5] e controle difuso [6].

Para o controle, dado que se trata de uma planta não-linear, a simulação prévia permite prever o comportamento do sistema e assim dimensionar o controlador e seus periféricos (sensores e atuadores) para operar dentro das regiões desejadas. Além disso, dispondo de um modelo confiável, novas técnicas mais eficientes de controle podem ser estudadas sem a necessidade de uma implementação física [7].

Para que a simulação forneça uma resposta muito similar a da planta de levitação magnética real, todas as não-linearidades e interferências previstas devem ser incluídas [2]. A simulação efetuada em ambientes gráficos fornece na forma de blocos grande parte das possíveis não-linearidades que per-

mitem ao usuário montar o seu sistema mais rapidamente do que através de linhas de programação. Além dos programas especializados em simulação para áreas específicas, temos de forma geral o *MATLAB Simulink* [7] e o *NI LabVIEW* [2], este último apresentado neste trabalho.

### 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 2.1. Planta de levitação magnética

A função de transferência do sistema de levitação magnética relaciona as forças atuantes sobre o objeto em levitação, conforme observado na figura 1 e na equação 1 [2, 3].

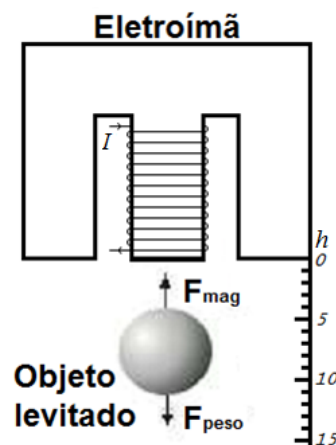


Figura 1 – Representação de um sistema de levitação magnética.

$$F_{\text{peso}} - F_{\text{mag}}(i, h) = m\ddot{h}(t) \quad (1)$$

A força magnética, conforme pode ser observado na equação 2, é não-linear por ser proporcional ao quadrado da corrente elétrica e à derivada da indutância com a posição [1].

$$F_{\text{mag}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(h)}{dh} \quad (2)$$

A função da indutância com a posição depende das características construtivas da planta, tais como o formato e o material que constituem o objeto levantado e o núcleo do eletroímã, além do número de espiras de fio no seu enrolamento. Devido a isso, diferentes representações para esta função aparecem nas referências, algumas delas obtidas através de verificações práticas em um sistema real com a medição de uma série de pontos e sua aproximação para uma função polinomial ou exponencial, esta última descrita na equação 3 [1].

$$F_{mag}(i, h) = \frac{i^2}{2} \frac{d}{dh} \left( L_1 + L_0 e^{-\frac{h}{a}} \right) = -\frac{i^2}{2a} L_0 e^{-\frac{h}{a}} \quad (3)$$

Reorganizando as equações para a obedecer o fluxo do sinal da entrada para a saída:

$$\ddot{h} = \frac{mg - \frac{i^2}{2a} L_0 e^{-\frac{h}{a}}}{m} \quad (4)$$

A introdução da equação 4 em um ambiente de programação não basta para prever todo o comportamento do sistema, é preciso também prever nos integradores os valores limites que existirão na planta real, no caso, distância mínima que existirá entre o objeto levantado e o núcleo do eletroímã. O controle será feito com base no sistema linearizado, dessa forma é preciso também introduzir uma variável que representa a posição inicial do objeto para que ele inicie dentro da faixa linearizada [2].

Dadas essas características, a representação da planta que será utilizada como simulador elaborada no *toolbox Control Design & Simulation* do programa *NI LabVIEW* é apresentada na figura 2.

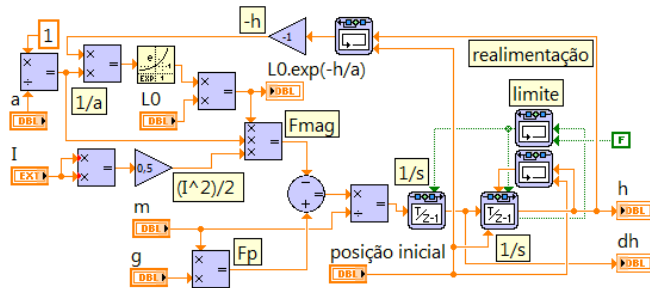


Figura 2 – Diagrama de blocos do sistema de levitação magnética.

## 2.2. Circuito de acionamento

O circuito de acionamento é a etapa que relaciona a corrente elétrica aplicada no eletroímã com uma tensão de referência. Será considerado um circuito de acionamento chaveado como o apresentado na figura 3 [3].

Levando em conta a forma utilizada para análise em [2] e considerando as chaves eletrônicas (M1, M2, D1 e D2) ideais, a parte linear da função de transferência desta etapa é descrita na equação 5.

$$V_{ref} = Ri + L\dot{i} \rightarrow \dot{i} = \frac{V_{ref} - Ri}{L} \quad (5)$$

Considerando agora as principais não-linearidades deste

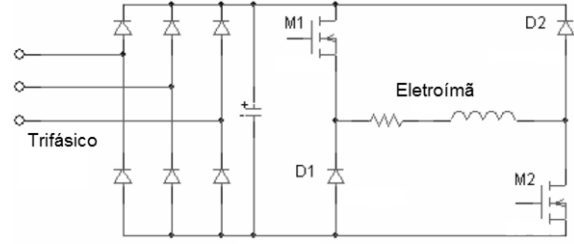


Figura 3 – Circuito de acionamento utilizado como referência.

circuito, é preciso introduzir nos blocos de programação:

- As características presentes devido ao chaveamento, como a função PWM utilizada, a adequação dos seus limites de entrada e o valor da sua tensão de alimentação;
- Realimentar do bloco do sistema de levitação magnética o valor instantâneo da indutância do eletroímã com a posição, inicialmente omitida para simplificar a função de transferência do circuito de acionamento;
- Limitar o integrador na saída para trabalhar apenas com correntes elétricas positivas devido às características do circuito proposto;
- Uma variável para representar o valor inicial do estado, ou seja, a corrente elétrica inicial para que o sistema inicie sua operação dentro da faixa linearizada que será apresentada a seguir.

A representação do circuito de acionamento com as características propostas é apresentada na figura 4.

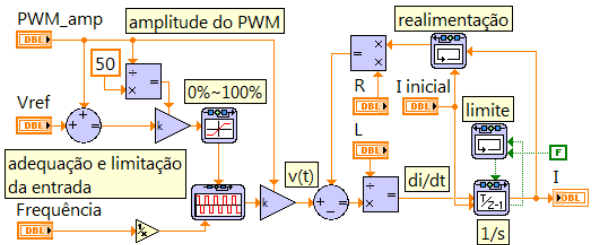


Figura 4 – Diagrama de blocos do circuito de acionamento.

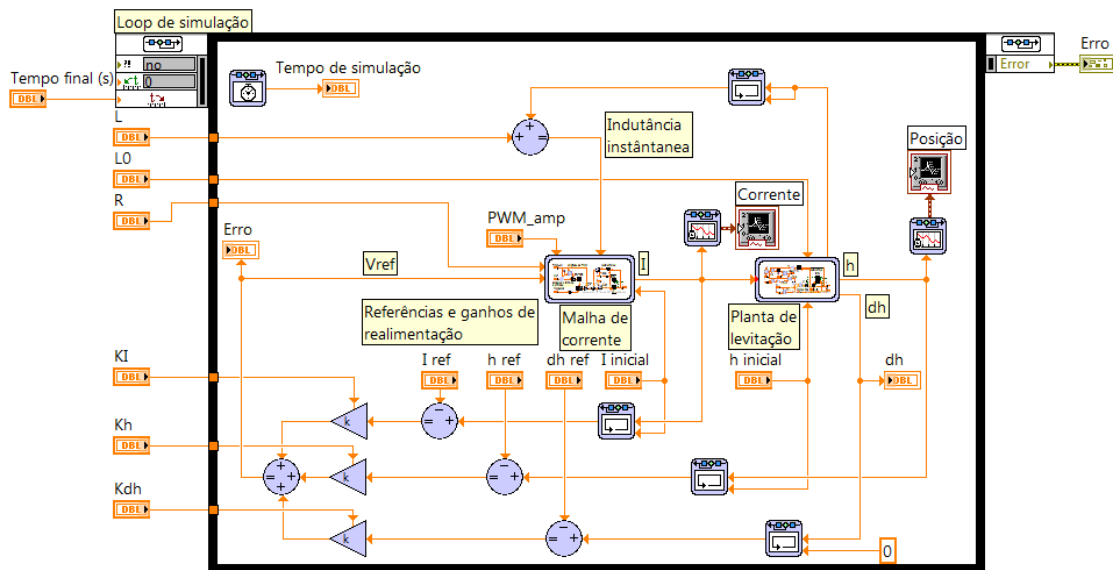
## 2.3. Elaboração do controlador

Um sistema de levitação magnética em malha aberta não estabiliza no estado estacionário, para isso é necessário trabalhar em malha fechada e utilizar um controlador não-linear [4] ou linear [1, 2]. Será utilizado para tanto um controlador com realimentação de variáveis de estado.

Para o projeto do controlador e a representação do sistema de levitação magnética no espaço de estados, será feita a linearização da planta em torno dos pontos de operação  $I$  e  $H$ .

$$F_{peso} - (F_{mag}(I, H) + k_i \Delta i + k_h \Delta h) = m\ddot{h} \quad (6)$$

Onde  $k_h$  e  $k_i$  são as derivadas parciais da força magnética com a posição e com a corrente elétrica nos pontos de operação, respectivamente. Em equilíbrio, a  $F_{peso}$  e a  $F_{mag}(I, H)$



**Figura 5 – Diagrama de blocos em malha fechada.**

na equação 6 se anulam. Dessa forma, para a representação em espaço de estados, foram escolhidos [8]:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta \dot{h} \\ \Delta i \end{bmatrix} \quad ; \quad u = V_{ref} \quad ; \quad y = x_1 \quad (7)$$

Utilizando as características da planta e os pontos de operação apresentados em [2]:

$$\begin{array}{lll} R = 4, 3\Omega & L\theta = 0, 229\text{H} & L1 = 0, 349\text{H} \\ a = 6, 66\text{mm} & I = 1, 84\text{A} & H = 13, 3\text{mm} \\ m = 0, 8\text{kg} & k_{\text{h}} = 1178, 38 & k_i = -8, 54 \end{array}$$

A representação no espaço de estados é descrita na equação 8.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ y &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1472,97 & 0 & -10,68 \\ 0 & 0 & -10,75 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,5 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

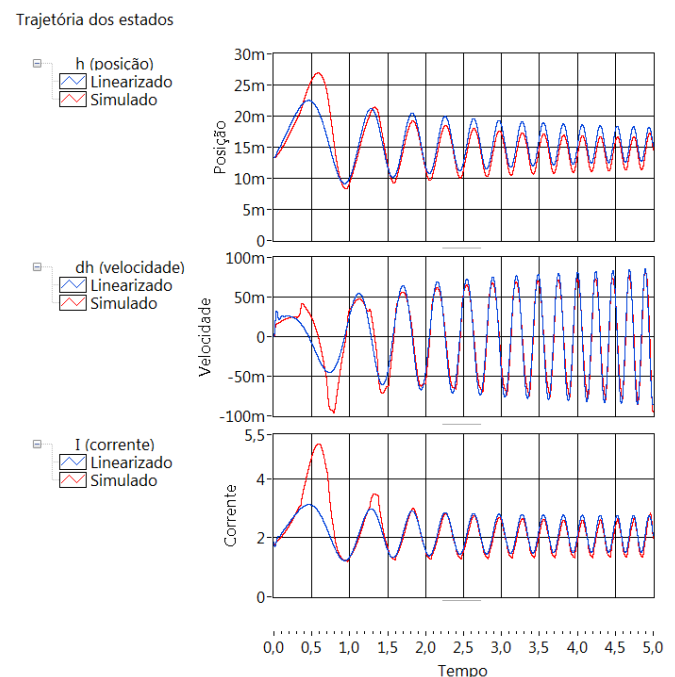
Com a realimentação de todas as variáveis de estado é possível reposicionar os polos do sistema em qualquer região do plano complexo com a utilização dos ganhos adequados [9]. Escolhendo os polos em  $-28 \pm 90$  e  $-10, 75$  para que o sistema seja controlado como em [2] e utilizando a fórmula de Ackerman no *NI LabVIEW*, obtêm-se os ganhos:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{x_1} & K_{x_2} & K_{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7259,3 & 410,4 & 22,4 \end{bmatrix}$$

Para efeito da simulação será considerado que todas as variáveis de estado escolhidas possuem um sensor com ganho

unitário associado, de forma que o sistema possa trabalhar em malha fechada (Fig. 5).

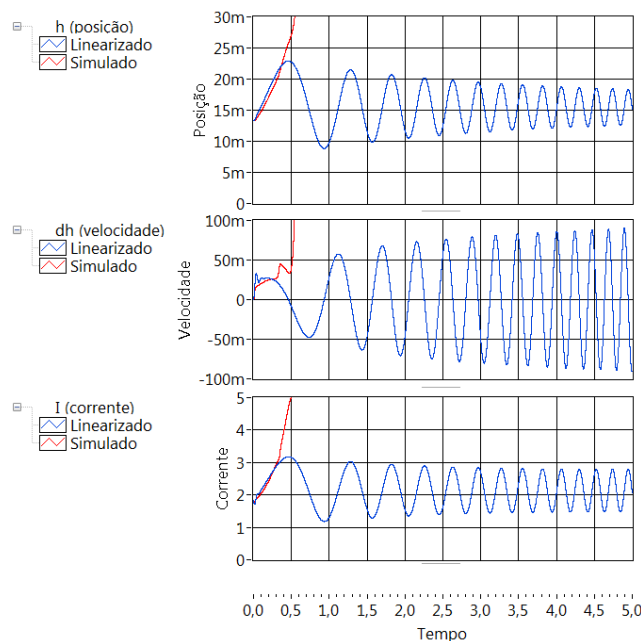
### 3. SIMULAÇÃO DOS SISTEMAS PROPOSTOS



**Figura 6 – Resposta dos estados a uma senoide modulada com oscilação de 3,8mm.**

Para verificar a resposta do sistema, o valor inicial dos estados foi definido de acordo com a linearização, ou seja, 13,3mm para a posição, 1,84A para a corrente. Um sinal senoidal com frequência modulada de 0,5Hz a 5Hz e amplitude oscilando 3,8mm em torno do ponto de operação é aplicado tanto no sistema linearizado quanto no simulador não-linear e as respostas de cada estado são apresentados na figura 6.

Trajetória dos estados



**Figura 7 – Resposta dos estados a uma senoide modulada com oscilação de 4mm.**

Alterando a amplitude da oscilação para 4mm em torno do ponto de operação (fora da região de linearização), as respostas são as obtidas na figura 7.

#### 4. RESULTADOS OBTIDOS

As figuras 6 e 7 apresentam as respostas a diferentes amplitudes de oscilação dos sistemas. Percebe-se uma pequena diferença no estado transitório entre as respostas do sistema linearizado e não-linearizado na figura 6. Na figura 7, a resposta obtida no sistema não-linearizado não estabiliza devido a oscilação da referência fora da faixa de operação, enquanto a resposta do sistema linearizado acompanha a referência.

A comparação realizada entre as respostas permite avaliar que a simulação diretamente no sistema linearizado não é capaz de representar o sistema real caso a faixa de trabalho esteja fora da faixa de linearização, o que ocorreria por exemplo, se fossem consideradas nulas as condições iniciais deste sistema.

As respostas dos sistema incluídas as não-linearidades avaliadas se aproximaram melhor da realidade, pois como em [1, 2, 4], ao se afastar muito do ponto de operação, perdeu-se a estabilidade.

#### 5. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

As plantas de levitação magnética, devido a suas características não-lineares, apresentam em geral dificuldades para sua estabilização, por isso seu controle é, em geral, efetuado com base em um modelo linearizado.

Ao não se dispor de uma planta real ou durante o projeto do controlador, a criação de um modelo com a inclusão das não-linearidades que seja confiável, permite realizar o sistema

de forma computacional e assim efetuar testes para criação de controladores mais eficientes. A comparação entre a resposta linearizada e a do simulador demonstrou, por exemplo, a desestabilização do sistema, o que permite criar artifícios de controle para resolver esse problema em uma situação real. Além disso, caso ocorram modificações na planta real ou uma nova planta seja analisada, o mesmo simulador pode ser utilizado com as devidas características ajustadas.

A próxima etapa para complementação do presente trabalho é a utilização do controlador na planta real para comparação dos resultados, para isso será necessário um estudo de observadores de estados uma vez que na planta real os sensores disponíveis são capazes de apenas fornecer a posição do objeto levitado ( $h$ ) e a corrente elétrica na planta ( $i$ ). Tal observador também será simulado previamente de forma a facilitar a sua inclusão no sistema real.

#### Referências

- [1] DOI W. G. Hurley, M. Hynes, W. H. Wölfle, "PWM Control of a magnetic Suspension System", *Transactions on Education*, vol. 47, no. 2, pp 165-173, May 2004.
- [2] E. Rech "Simulação e Projeto de Circuitos de Acionamento para Sistemas de Levitação Magnética através dos Programas NI LabVIEW e NI Multisim", Monografia (Esp. de Controle e Automação) - IFSP, São Paulo, 2011.
- [3] R. R. Gomes, R. M. Stephan "Um sistema para ilustrar o sistema de levitação eletromagnética utilizado em trens MAGLEV", Projeto de fim de curso, UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.
- [4] A. Lempel, G. Michel, R. Carbajales "Ensayos de Control No Lineal sobre un Levitador Magnético", *Revista Argentina de Trabajos Estudiantiles*, vol. I, no. 1, pp 36-40 Febrero 2006.
- [5] DOI Z.J Yang, H. Tsubakihara, S. ? anae, K. Wada, C.Y Su "A Novel Robust Nonlinear Motion Controller With Disturbance Observer", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16, no. 1, January 2008.
- [6] DOI K. shaque, Y. Galeem, S.S"5dbullah, M. Amjad, M. Rashid, S. Kazi "Modeling and Control of Magnetic Levitation System via Fuzzy Logic Controller", *4th International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization (ICMSAO)*, pp 1-4, April 2011.
- [7] DOI A.<. ElSinawi, S.Emam "Dual LQG-PID Control of a Highly Nonlinear Magnetic Levitation System", *4th International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization (ICMSAO)*, pp 1-4, April 2011.
- [8] B. Messner, D. Tilbury, et al. "Control Tutorials for MATLAB and Simulink - State Space Tutorial", Carnegie Mellon University/University of Michigan, 1997. Disponível em <<http://www.engin.umich.edu/class/ctms/state/state.htm>>. Acesso em 28 mai. 2011.
- [9] F. Leonardi, P. Maya, "Controle Essencial", São Paulo - Pearson Prentice Hall, 2011.