

Trabalho Prático 2

Ant Colony Optimization

Felipe Cadar Chamone

November 13, 2018

1 Introdução

O problema do caminho mais longo consiste em encontrar um caminho simples de comprimento máximo num dado grafo. Este trabalho utiliza o algoritmo de Ant Colony Optimization (ACO) para achar soluções para o problema do caminho mais longo.

2 Implementação

2.1 Decisões de Implementação

A implementação deste trabalho foi baseada no artigo de *Dorigo et al.* [1], indicado como material de referência no moodle. Para usar a teoria de [1], tivemos que modelar algumas partes do nosso problema, como:

1. Como representar uma solução
2. Como calcular a fitness de uma solução
3. Como calcular a probabilidade de transição entre vértices
4. Como lidar com soluções inválidas

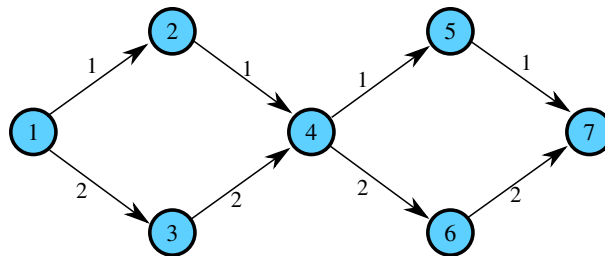


Figure 1: Exemplo de Grafo Direcionado ponderado.

2.1.1 Como representar uma solução

O objetivo do nosso algoritmo é encontrar o caminho mais longo entre dois vértices do grafo, então uma solução pode representada como uma lista de arestas. Usando o grafo da figura 1, podemos representar a solução $\{[1-2], [2-4], [4-5], [5-7]\}$ que vai do vértice 1 ao 7 com distância 4. Este modelo de solução também nos permite iterar sobre as arestas escolhidas para atualizar a quantidade de feromônio.

2.1.2 Como calcular a fitness de uma solução

A fitness de uma solução deve representar o quão bem a solução resolve o problema. No nosso caso a fitness é a quantidade de feromônio que um agente deixa em seu caminho. Para calcular esse feromônio foi utilizado a distância percorrida por esse agente, como é mostrado na equação 1.

$$\begin{cases} \tau_{ij}^k = \frac{L_k}{Q}, & \text{se } K\text{-ésima formiga usa a aresta } [i,j] \text{ no caminho} \\ 0 & \end{cases} \quad (1)$$

Onde τ_{ij}^k representa a quantidade de feromônio a ser adicionado na aresta $[i,j]$ pela formiga K , L_k representa a distância percorrida pela formiga K e Q é uma constante para regular a quantidade de feromônio pela distância.

Originalmente a equação conteria $\frac{Q}{L_k}$, porém essa fração foi invertida para incentivar os agentes a colocarem mais feromônio nas soluções de caminhos maiores.

2.1.3 Como calcular a probabilidade de transição entre vértices

Para calcular a probabilidade de uma arestas ser escolhida nos utilizamos a equação 2.1.3. Onde $\rho_{ij}^k(t)$ representa a probabilidade da aresta $[i,j]$ ser escolhida pela formiga K no tempo t , $\tau_{ij}(t)$ representa a quantidade de feromônio presente na aresta $[i,j]$ no tempo t , η_{ij} representa o peso da aresta $[i,j]$, V_K representa o conjunto de vértices em que a formiga K pode se mover e α e β são constantes para regular a visibilidade do feromônio e do peso das arestas.

Mais resumidamente, o numerador da equação calcula um peso para a aresta $[i,j]$ e o denominador calcula um termo normalizador que faz com que a soma dos pesos da arestas sejam 1, assim podemos usar essas pesos como uma distribuição de probabilidade para fazer a escolha de uma das arestas para entrar na solução

$$\rho_{ij}^K(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{k \in V_K} [\tau_{ik}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ik}]^\beta} & , \text{se } j \in V_K \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

Nesta equação também foi feita uma alteração. Onde originalmente η_{ij} representaria o inverso do peso da aresta $[i,j]$, alteramos para apenas o peso da aresta $[i,j]$, desse modo as arestas com maior distância acrescentam positivamente na probabilidade de escolha.

2.1.4 Como lidar com soluções inválidas

Como o caminho representado pela solução não pode passar mais de uma vez pelo mesmo vértice, eventualmente uma formiga pode ficar sem escolha de vértices para se deslocar. Neste trabalho todas as soluções inválidas são descartadas e não acrescentam feromônio nas arestas.

2.2 Algoritmo

Como foi mencionado anteriormente, este trabalho foi baseado no artigo de *Dorigo et al.* [1]. Originalmente o autor utilizava o algoritmo para encontrar o caminho mais curto entre dois vértices de um grafo, portanto algumas adaptações foram feitas para trocar o objetivo do algoritmo. Nesta implementação trabalhamos com um ambiente e um agente. O ambiente é o grafo direcionado ponderado, que guarda as informações da quantidade de feromônio deixado por cada agente. A gente é responsável de gerar uma solução a cada ciclo do algoritmo. Em cada ciclo o agente é posicionado no vértice inicial e escolhe uma aresta para ser adicionada a solução. O processo de seleção da aresta segue a equação 2.1.3 descrita na sessão 2.1.3. Depois de escolher uma aresta o agente se move para o vértice escolhido e repete esse passo até chegar no vértice final ou ficar sem opções de movimentação. Depois que todos os agentes completam um ciclo nós usamos a solução de cada agente e a taxa de evaporação para atualizar os feromônios do ambiente, seguindo a equação 1 descrita na sessão 2.1.2.

3 Experimentos

3.1 Análise de Sensibilidade

Nesta sessão realizamos experimentos focados em descobrir bons valores para os parâmetros do algoritmo. Esses parâmetros são as constantes α e β da equação 2.1.3, a taxa de evaporação p , o regulador de feromônio Q da equação 1, o tamanho da população e o número de ciclos. Em cada experimento congelamos todos os parâmetros e alteramos um deles, desse modo podemos analisar seu impacto individualmente. Repetimos cada set de parâmetros 10 vezes e observamos os valores de média, máximos e mínimos entre essas repetições.

Infelizmente nem todos os parâmetros passaram por essa análise por falta de tempo. Então os valores de quantidade de ciclos e tamanho da população foram determinados manualmente observando algumas alterações e velocidade de convergência.

3.1.1 α

O parâmetro α é responsável por regular a importância do feromônio na conta da probabilidade de escolha de uma aresta. No grafo 1, como mostra a figura 2, os melhores resultados foram obtidos com $\alpha = 1$, e no grafo 2 com α alterando entre 0.5 e 1, como mostra a figura 3

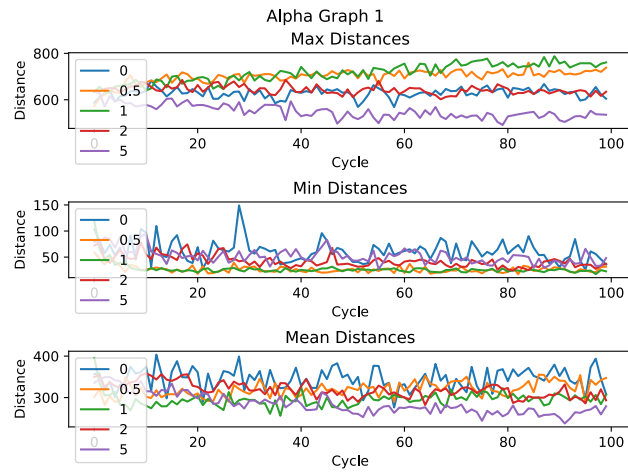


Figure 2: Análise de sensibilidade do parâmetro α do grafo 1

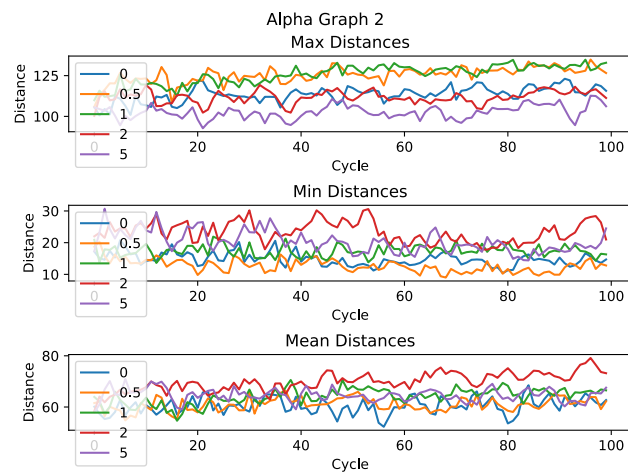


Figure 3: Análise de sensibilidade do parâmetro α do grafo 2

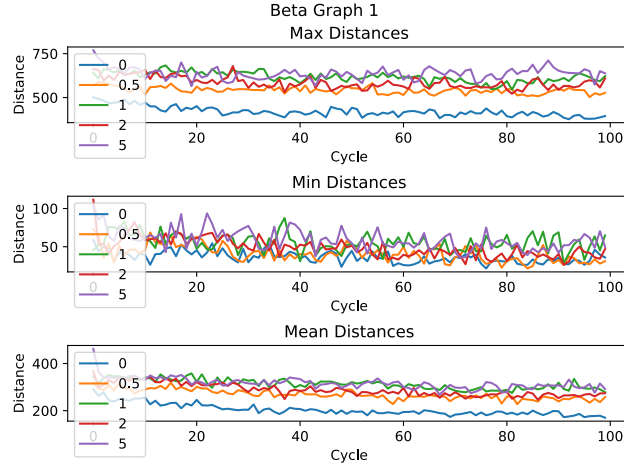


Figure 4: Análise de sensibilidade do parâmetro β do grafo 1

3.1.2 β

O parâmetro β é responsável por regular a importância do feromônio na conta da probabilidade de escolha de uma aresta. No grafo 1, como mostra a figura 4, os resultados foram similares com os valores de β para 0.5, 1, 2 e 5, e no grafo 2 os resultados foram similares para todos os valores de β , como mostra a figura 5

3.1.3 Taxa de Evaporação

Neste trabalho a taxa de evaporação é representada como $1-p$, onde p é chamado de *persistência*. Nos grafo 1 e 2, observando os resultados médios nas figuras 6 e 7, o valor de $p = 0.9$ se destaca.

3.1.4 Regulador de Feromônio

O regulador de feromônio é uma constante que divide a quantidade de feromônio que uma formiga coloca em cada aresta de sua solução. Observando as figuras 8 e 9, a alteração desse parâmetro não foi tão impactante. O valor escolhido para esse parâmetro foi o que obteve a maior média, $Q = 10$

3.2 Conclusão

O método de otimização por colônia de formigas se mostrou extremamente interessante e funcional para casos pequenos. Entretanto, a má escolha dos parâmetros para os casos maiores, como os grafos 1, 2 e 3, afetou o desempenho. Mesmo assim, se observarmos os feromônios de cada aresta ao longo dos ciclos podemos dizer que houve uma convergência. A imagem 10 consegue mostrar isso muito bem (o resultado completo pode ser observado em um GIF clicando aqui).

Um dos maiores problemas observados foi a convergência rápida, deixando um pouco de lado o processo de exploração das soluções. Isso pois, uma vez que

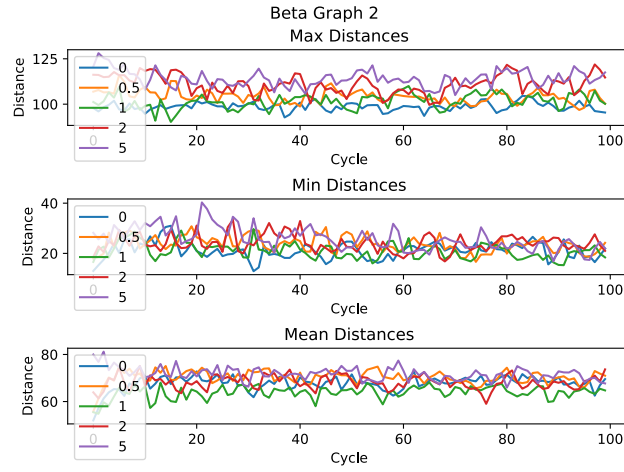


Figure 5: Análise de sensibilidade do parâmetro β do grafo 2

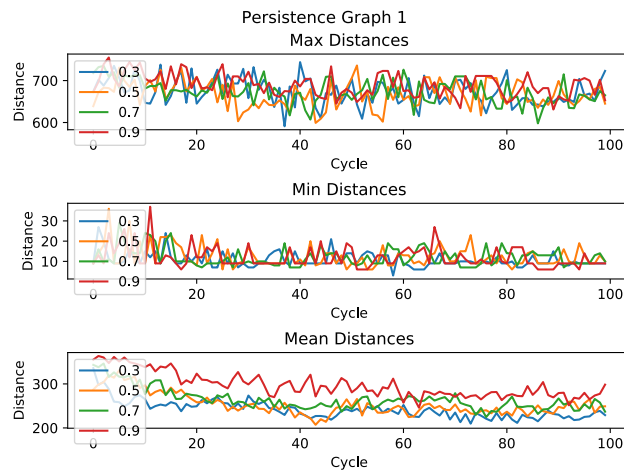


Figure 6: Análise de sensibilidade do parâmetro p do grafo 1

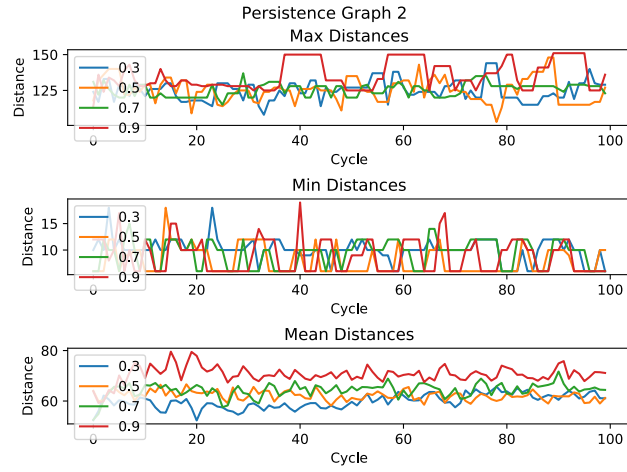


Figure 7: Análise de sensibilidade do parâmetro p do grafo 2

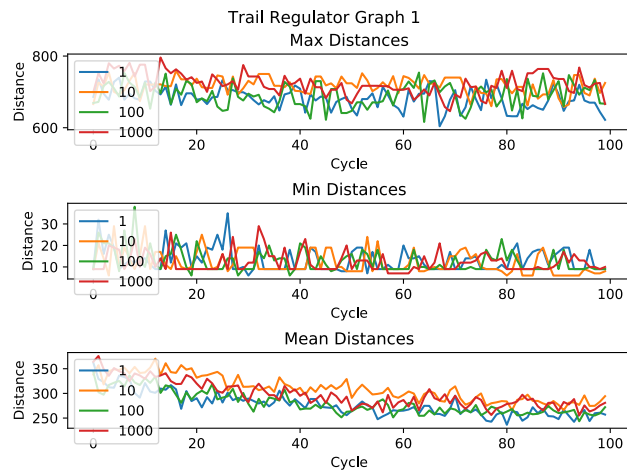


Figure 8: Análise de sensibilidade do parâmetro Q do grafo 1

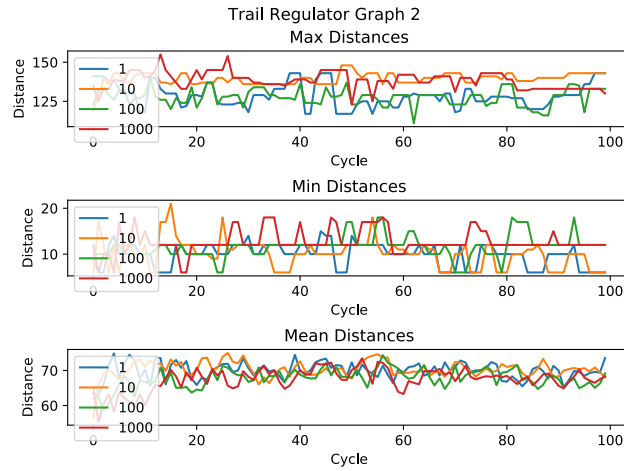


Figure 9: Análise de sensibilidade do parâmetro Q do grafo 2

uma trilha de arestas era selecionada por várias formigas, se torna muito difícil outra trilha se destacar, uma vez que um grande número de formigas teriam que assumir caminhos com probabilidades baixas para intensificar a quantidade de feromônios nessas soluções.

References

- [1] M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Coloni. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 26(1):29–41, 1996.

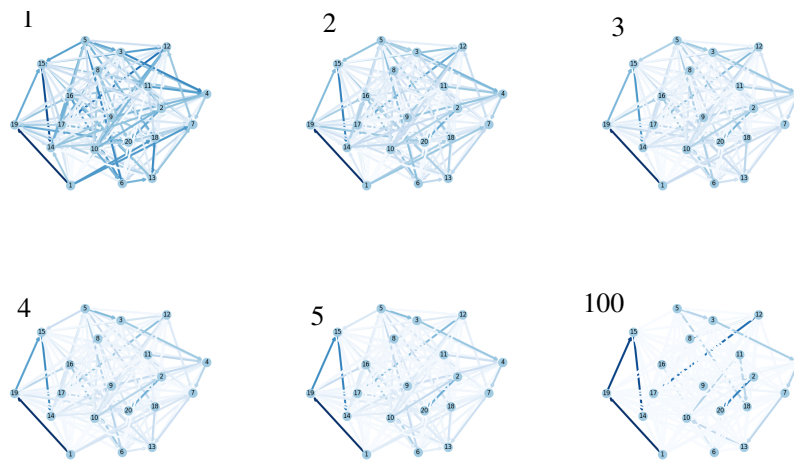


Figure 10: Estado do grafo 2 nos ciclos 1, 2, 3, 4, 5 e 100. A intensidade da cor das aresta representa a quantidade de feromônios em cada ciclo. Quanto mais escuro maior é a concentração feromônios.