

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CÓRDOBA

**Facultad de Ingeniería
ANÁLISIS MATEMÁTICO III**

EXAMEN PRÁCTICO FINAL

13/12/2021

APELLIDO:

NOMBRE:

P1	P2	P3	Ej1	Ej2	Ej3	Total	NOTA

Puntaje	Nota
de 60 a 63	4
de 64 a 69	5
de 70 a 76	6
de 77 a 83	7
de 84 a 89	8
de 90 a 96	9
de 97 a 100	10

CUESTIONARIO (49%)

Pregunta 1 (16%)

¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a las raíces de la ecuación $\cosh(2z) = 0$?

- a) $z = \left(\frac{1}{2} + k\right)\pi i, \quad k \in \mathbb{Z}$
- b) $z = \left(\frac{1}{4} + \frac{k}{2}\right)\pi i, \quad k \in \mathbb{Z}$
- c) $z = \left(\frac{1}{4} + \frac{k}{2}\right)\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$
- d) $z = \left(\frac{1}{2} + k\right)\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$

Pregunta 2 (17%)

Sea la función de variable compleja:

$$f(z) = \frac{(z+i)}{z^2(z^2+1)} e^{\frac{1}{z-i}}$$

¿Qué tipo de singularidad a) evitable, b) polo, c) esencial, tiene en los siguientes puntos?

- $z = i,$ a) b) c) (6%)
- $z = 0,$ a) b) c) (6%)
- $z = -i,$ a) b) c) (5%)

Pregunta 3 (16%)

Sea la función compleja $f(z) = Az + B$ con $A, B \in \mathbb{C}$ y $\begin{cases} f(3+i) = 8+3i \\ f(i) = -1 \end{cases}$.
¿Qué valores deben tener las constantes A y B ?

(8%) $A =$ (8%) $B =$ **EJERCICIOS DE DESARROLLO** (51%)**Ejercicio 1** (17%)

Expresa $f(z) = \frac{2}{z(z-2)}$ en serie de Taylor ó Laurent, según corresponda, válida para la región indicada. Grafique para cada caso la región de convergencia de la serie obtenida indicando la posición de los puntos singulares de f .

(a) (7%) $|z-1| < 1$ (b) (10%) $1 < |z+1| < 3$ **Ejercicio 2** (17%)

Dada la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' + y' - 2y = 4e^{-2t}$$

sujeta a las condiciones iniciales: $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

(a) (7%) Determine $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ identificando todos sus polos e indicando su orden.

(b) (10%) Obtenga (utilizando residuos) la expresión de $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}$.

Ejercicio 3 (17%)

Aplicando el teorema de los residuos obtenga el valor de la siguiente integral real

$$\int_0^{\infty} \frac{4}{(x^2+1)^2} dx$$

Para ello:

(a) (5%) Transforme la integral original en una integral de contorno compleja. Dé la expresión de la función integrando compleja.

(b) (2%) Realice un gráfico en el plano z detallando el contorno de integración utilizado y la ubicación de los polos de la función integrando.

(c) (10%) Calcule solamente los residuos necesarios para evaluar la integral y obtenga el valor de la misma.