

Modelos y simulación

Universidad Católica de Córdoba

1417749@ucc.edu.ar

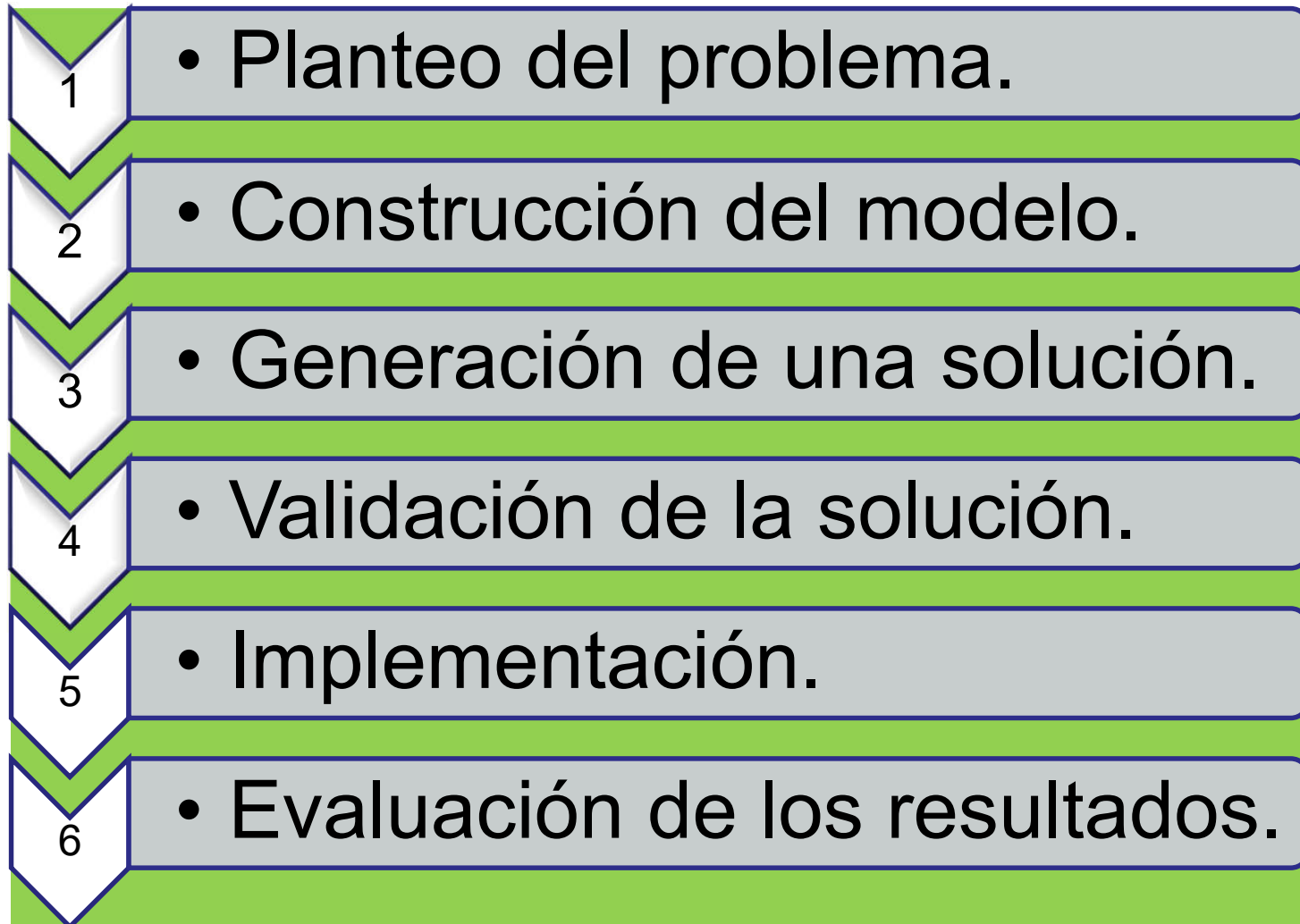
Ing. Sergio H. Rosa
Curso 2021

Definición

La IO es aplicación del método científico a la toma de decisiones ejecutivas con un enfoque sistémico, que consiste en:

- ✓ El arte de modelar situaciones complejas;
- ✓ La ciencia de desarrollar técnicas de solución para resolver dichos modelos y
- ✓ La capacidad de comunicar efectivamente los resultados.

Metodología



Unidad 2: Programación Lineal

Modelo Matemático General de PL

- Forma canónica (explícita)

$$\text{Maximizar } Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \dots + c_n x_n$$

Sujetas las x_j a:

$$\begin{array}{rcl} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \dots + a_{1n} x_n & \leq & b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \dots + a_{2n} x_n & \leq & b_2 \\ \cdot & & \cdot \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + a_{m3} x_3 + \dots + a_{mn} x_n & \leq & b_m \end{array}$$

$$\forall x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Ejemplo

Concepto	Productos		Disponibilidad (mensual)
	I	II	
Materia prima	2	5	2.000
Hs Mano de obra	1	1	500
Hs máquina	2	1	800
Ingreso	70	40	

Ejemplo

1. Variables de decisión:

x_1 = cantidad de producto I a producir por mes

x_2 = cantidad de producto II a producir por mes

2. Objetivo:

Maximizar el ingreso

3. Restricciones:

- Disponibilidad de materia prima.
- Disponibilidad de horas de mano de obra.
- Disponibilidad horas máquinas.

4. Condición de no negatividad:

Ejemplo: modelo

$$\begin{array}{ll} \text{Máx. (Z) =} & 70 x_1 + 40 x_2 \\ \text{S a} & 2 x_1 + 5 x_2 \leq 2.000 \\ & 1 x_1 + 1 x_2 \leq 500 \\ & 2 x_1 + 1 x_2 \leq 800 \\ & x_1 ; x_2 \geq 0 \end{array}$$

Resolución de un problema

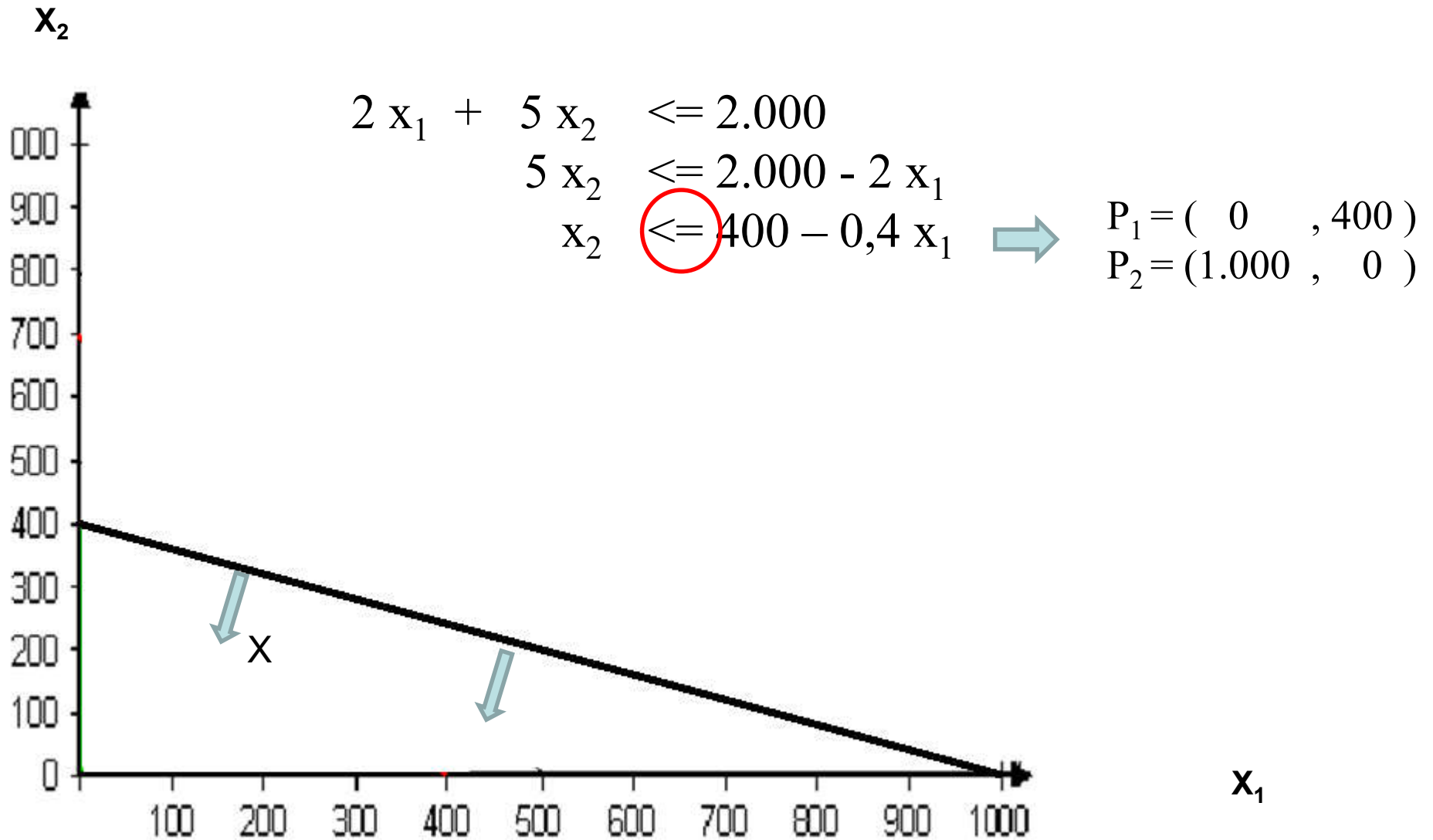
¿Qué significa Resolver?

Encontrar los valores de las variables que cumplan con “todas” las restricciones y maximicen (minimicen) a la función objetivo.

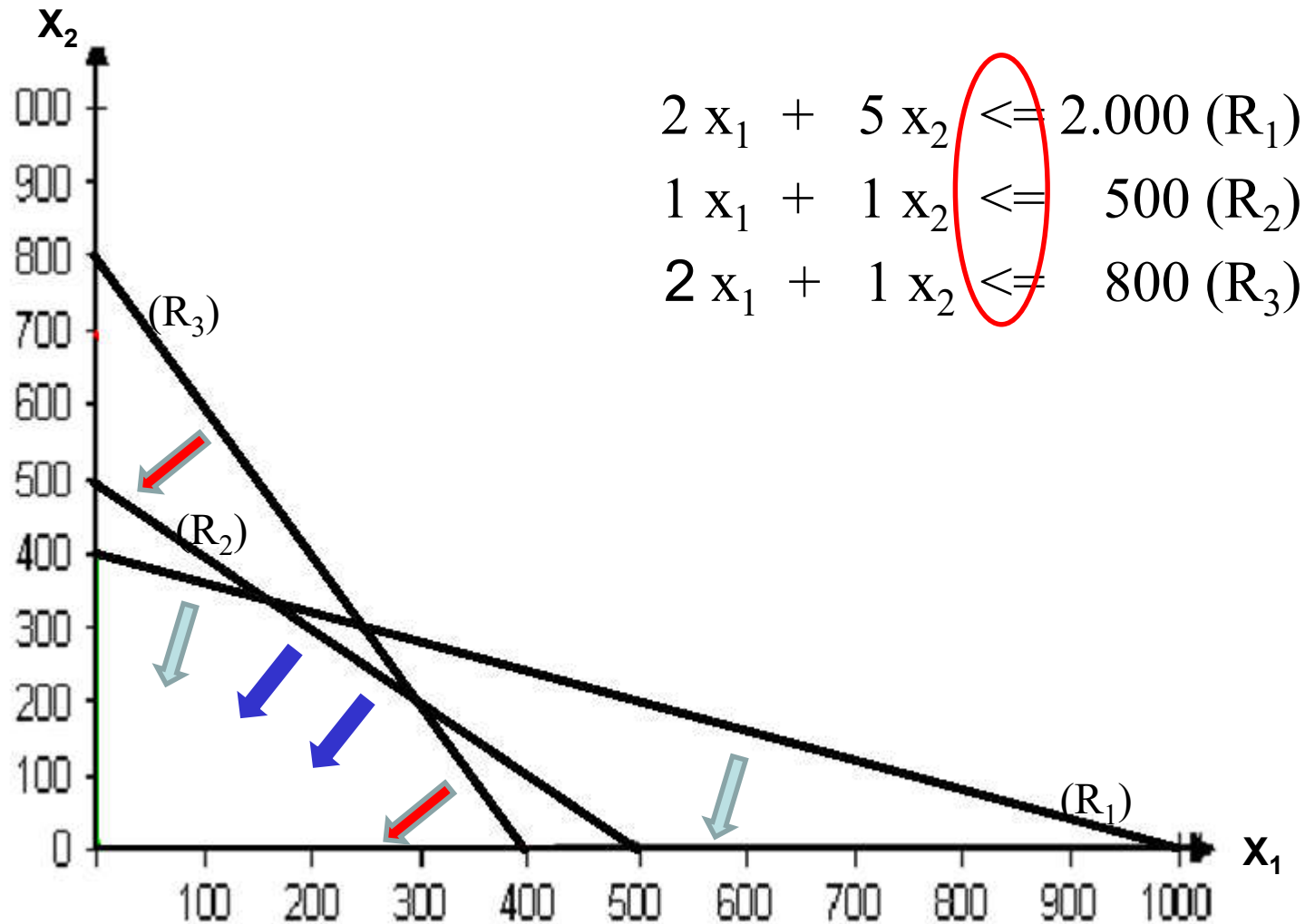
¿Cómo podemos hacerlo?

Resolviendo el sistema de inecuaciones de restricción y luego con la función objetivo identificar el óptimo.

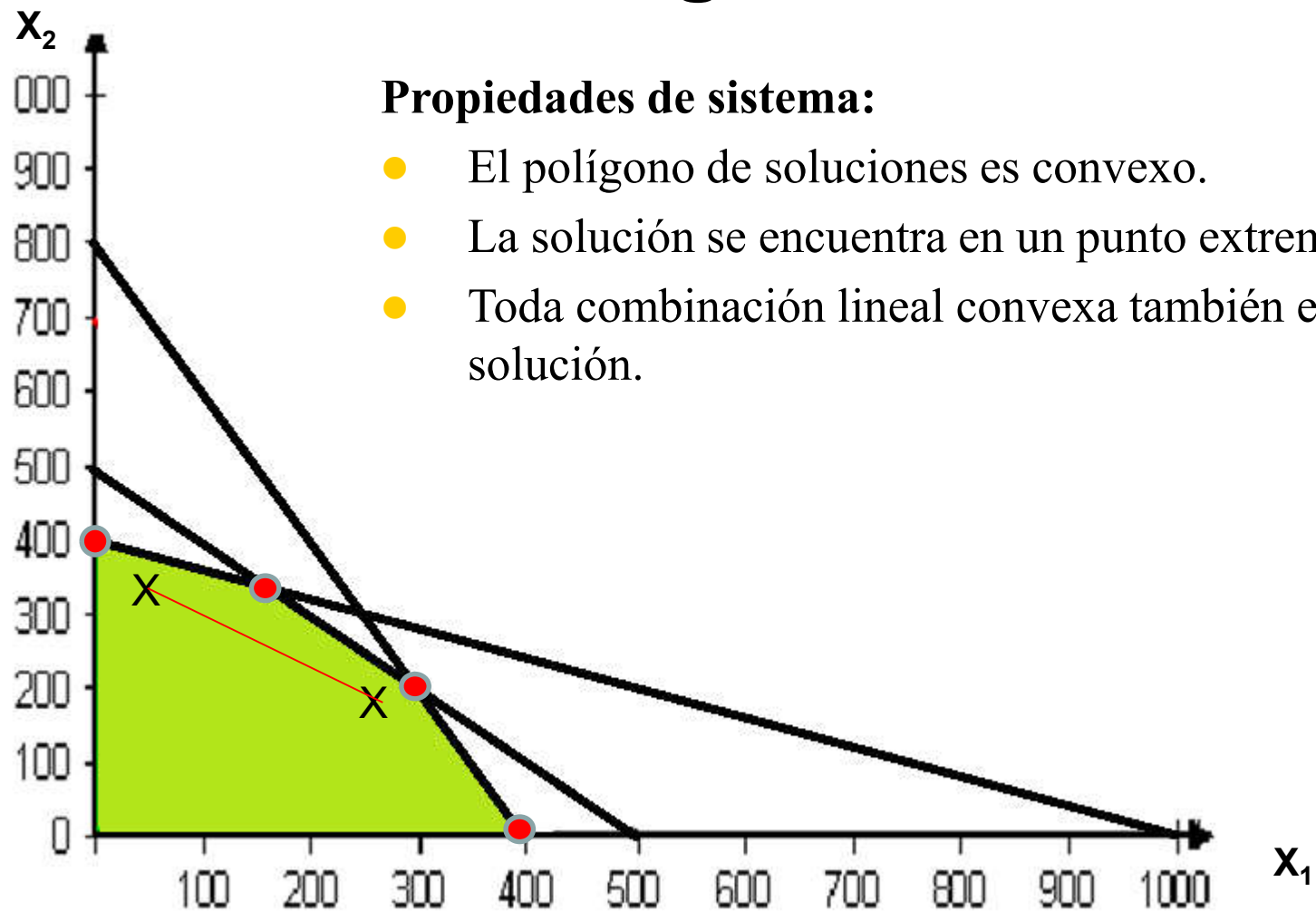
Solución gráfica



Solución gráfica

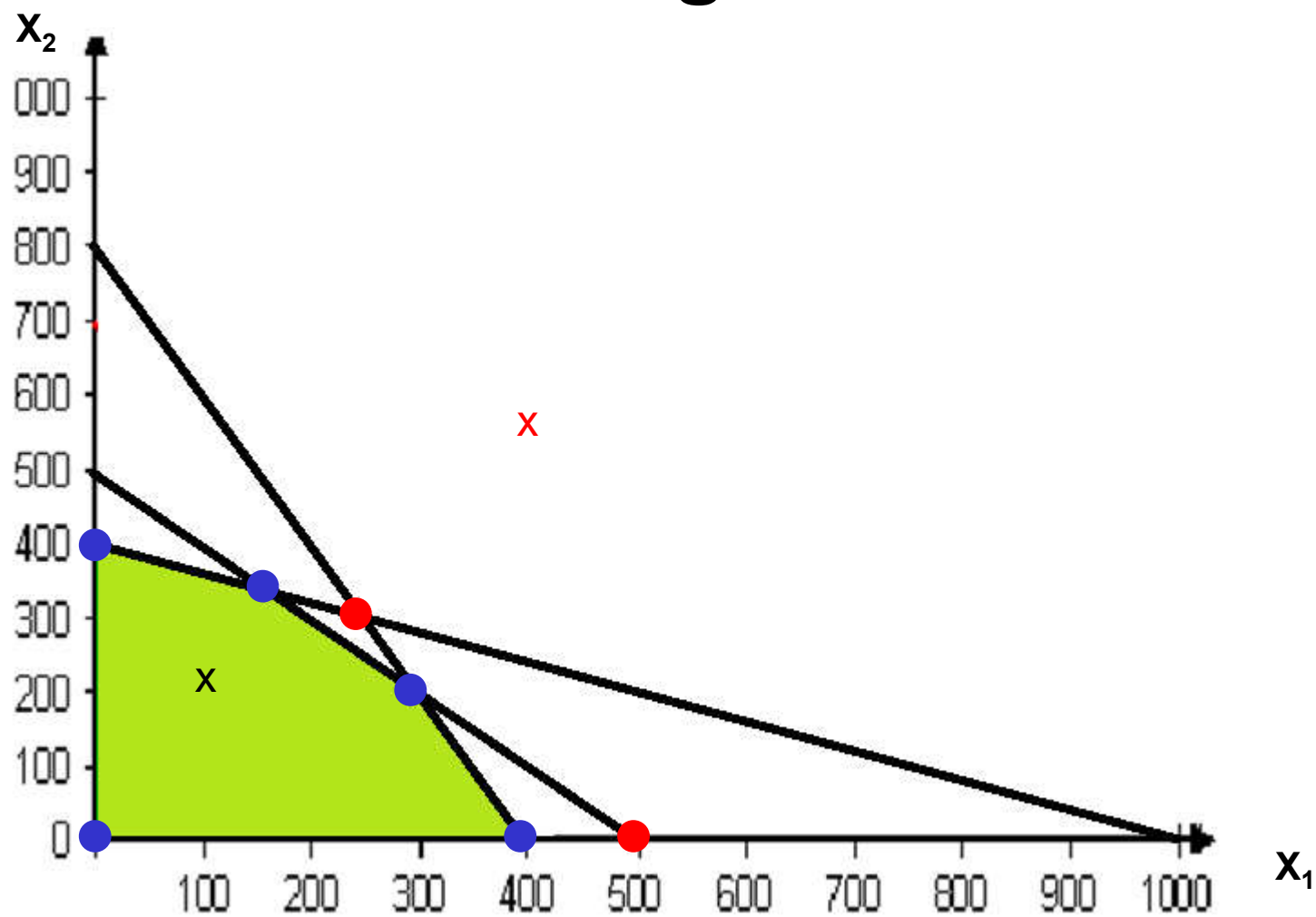


Solución gráfica

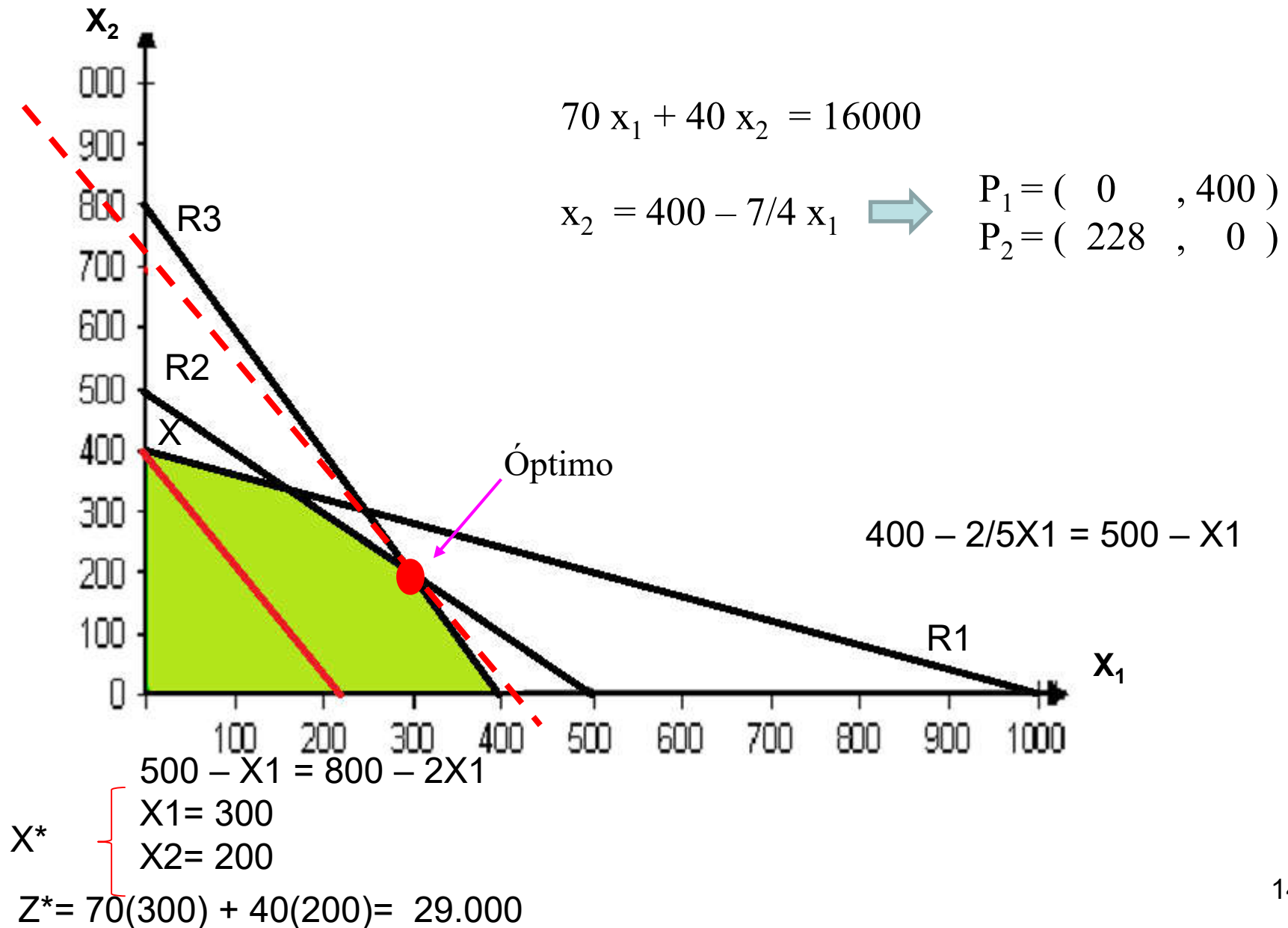


$$70X_1 + 40X_2 = 16.000 \rightarrow X_2 = 400 - \frac{7}{4}X_1 \rightarrow P_1(0, 400) \\ \rightarrow P_2(228,3, 0)$$

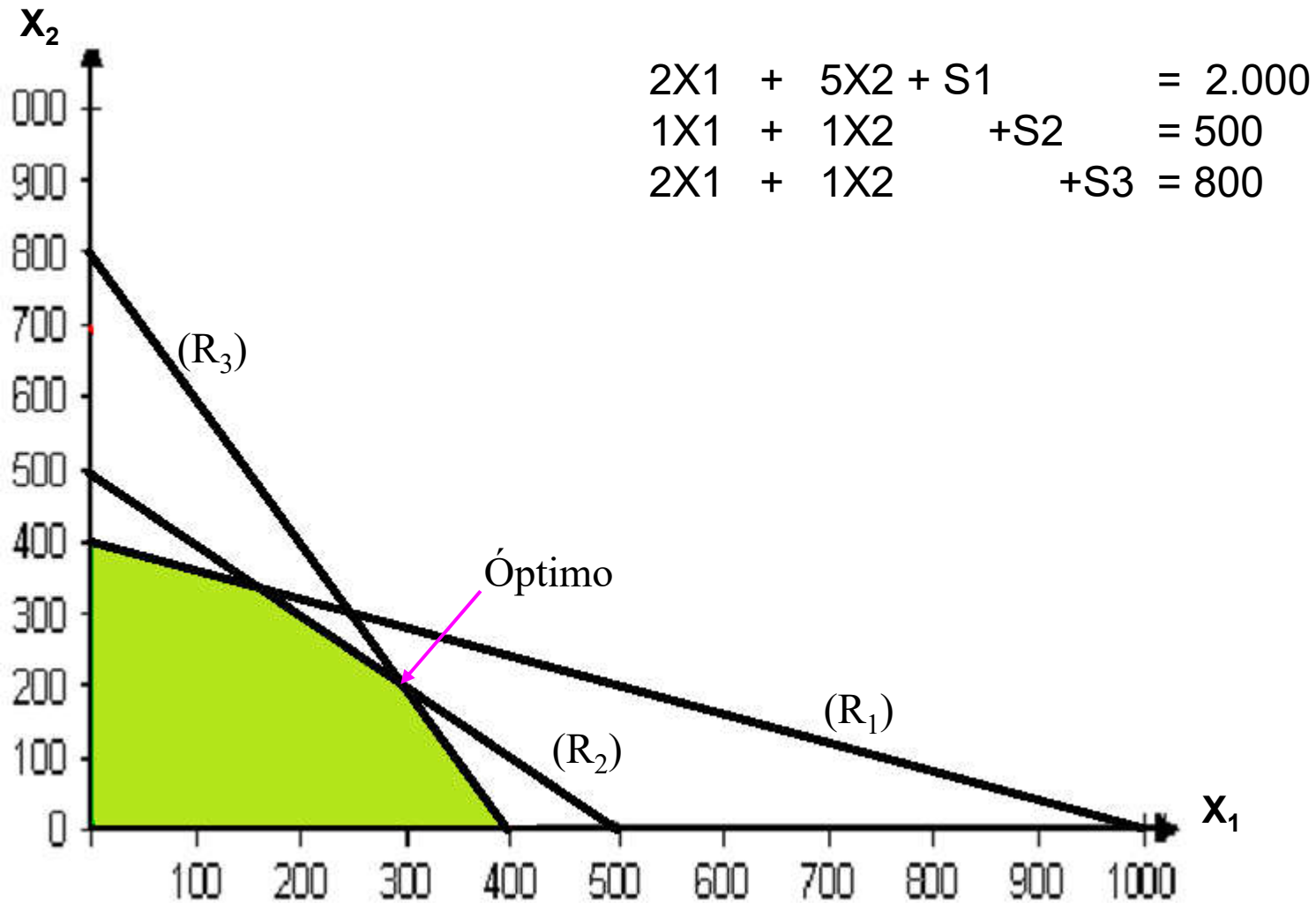
Solución gráfica



Solución gráfica



La solución



Soluciones

Definiciones y conceptos:

- Soluciones.
- Soluciones factibles.
- Soluciones factibles básicas (no degenerada y degenerada).
- Solución factible básica óptima.

Ejemplo 5 de la guía

La *Ser Motors* se dedica a la fabricación de motos de lujo. Fabrica dos tipos de motos M1 y M2. La compañía opina que sus clientes más probables son mujeres y hombres de ingresos altos. Para llegar a estos grupos, Ser Motors lanzó una campaña ambiciosa de publicidad por televisión y decidió comprar comerciales de 1 minuto en dos tipos de programa: series cómicas y partidos de fútbol. Siete millones de mujeres de ingresos altos y dos millones de hombres de ingresos altos ven cada comercial en series cómicas. Dos millones de mujeres de ingresos altos y doce millones de hombres de ingresos altos ven cada comercial en partidos de fútbol. Un comercial de 1 minuto en una serie cómica cuesta 30.000 dólares; y un comercial de 1 minuto en un partido de fútbol cuesta 60.000 dólares. Ser Motors quisiera que por lo menos 28 millones de mujeres de ingresos altos y 24 millones de hombres de ingresos altos vieran los comerciales. Análisis de costos le indican que puede comprar hasta 10 minutos de publicidad entre ambos comerciales. Además, no quiere que los comerciales en partidos de fútbol superen el 50% del total. Utilice un modelo de programación lineal para determinar cómo Ser Motors puede alcanzar sus requerimientos publicitarios a un costo mínimo.

Ejemplo 5 de la guía

PLANTEO DEL PROBLEMA:

1) Variables de decisión

X_{sc} = Cant. comerciales de 1 min. a contratar en series cómicas para la siguiente campaña.

X_{sf} = cant. de comerciales de 1 min. a contratar en series de futbol para la siguiente temporada.

2) Objetivo= Minimizar los costos totales de la próxima campaña.

3) Restricciones

I) Cant. minima de mujeres que vean los comerciales, 28 mill.

II) Cant. minima de hombres que vean los comerciales, 24 mill.

III) Cant. máx. de comerciales a comprar, 10 comerciales.

IV) Los comerciales en series de futbol, no debe superar el 50% del total.

4) Condición de no negatividad.

Ejemplo 5 de la guía

EL MODELO:

$$\text{Min. (Z)} = 30X_{sc} + 60X_{sf}$$

$$\begin{aligned} \text{S. A.} \quad & 7X_{sc} + 2X_{sf} \geq 28 \rightarrow \text{Cant. min. de mujeres} \\ & 2X_{sc} + 12X_{sf} \geq 24 \rightarrow \text{Cant. min. de hombres} \\ & X_{sc} + X_{sf} \leq 10 \rightarrow \text{cant. máx. de comerciales} \\ & X_{sf} \leq 0,5 (X_{sc} + X_{sf}) \text{ Max. cant. de com. en series de F.} \\ & X_{sc}, X_{sf} \geq 0 \end{aligned}$$

Ejemplo 1

$$\text{Min } (Z) = 10X_1 + 15X_2$$

$$\text{S.A.} \quad 1X_1 + 3X_2 \leq 90$$

$$2X_1 + 1X_2 \geq 120$$

$$X_1, \quad X_2 \geq 0$$

Solución Ej.1

$$1X_1 + 3X_2 \leq 90$$

$$3X_2 \leq 90 - 1X_1$$

$$X_2 \leq 30 - 1/3X_1 \rightarrow P_1(0, 30) \\ \rightarrow P_2(90, 0)$$

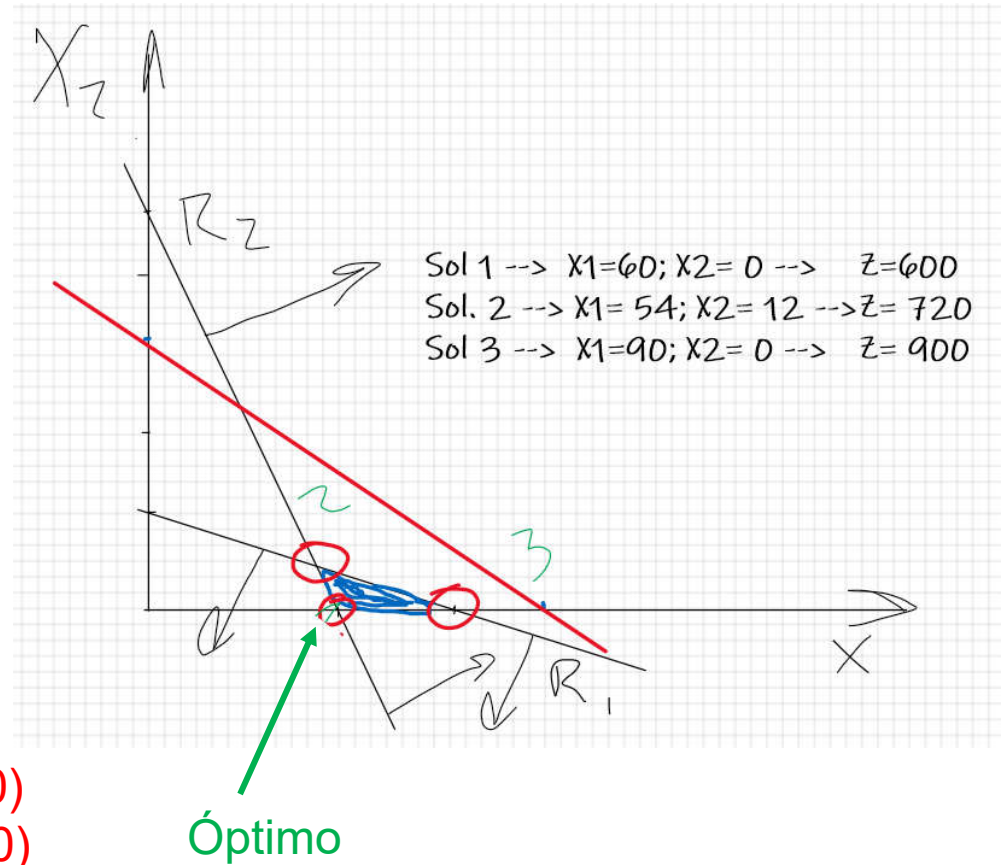
$$2X_1 + 1X_2 \geq 120$$

$$X_2 \geq 120 - 2X_1 \rightarrow P_1(0, 120) \\ \rightarrow P_2(60, 0)$$

$$10X_1 + 15X_2 = 1200$$

$$15X_2 = 1200 - 10X_1$$

$$X_2 = 80 - 2/3 X_1 \rightarrow P_1(0, 80) \\ \rightarrow P_2(120, 0)$$



Ejemplo

$$\text{Max (Z)} = 8X_1 + 5X_2$$

$$\text{SA} \quad 2X_1 + 1X_2 \leq 500$$

$$X_1 \leq 150$$

$$-3X_1 + X_2 = 0$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Ejemplo

Una importante entidad financiera de la provincia de Córdoba debe determinar cómo invertirá sus activos en el año en curso. Actualmente dispone de 1,4 millones de dólares y analiza invertirlos en bonos, préstamos hipotecarios, préstamos para automóviles y préstamos personales. La tasa de rendimiento anual para cada inversión del 0.08 para bonos, 0.12 para préstamos hipotecarios, 0.15 para préstamos para compra de automóviles y 0.18 para préstamos personales. Para asegurar que la cartera no sea demasiado riesgosa, el gerente ha propuesto las siguientes condiciones:

- La cantidad invertida en préstamos personales no puede superar la cantidad invertida en bonos.
- No puede invertirse en préstamos personales más del 22% de la inversión total.
- La cantidad invertida en préstamos hipotecarios no puede ser mayor que la cantidad invertida en préstamos para automóviles.

Formule un modelo de PL que le permita a la compañía maximizar el rendimiento anual de su cartera.