**ALGEBRA Y GEOMETRIA**
**TRABAJO PRACTICO 2**
**MATRICES**

**1.** Sea $A=\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

*a)* Construir una matriz $C$ de dos filas que sean combinación lineal de las filas de $A$ según los escalares 2, $-1$ y 3 para la primer fila y 3, 0 y 2 para la segunda fila.

*b)* Construir una matriz $D$ de dos columnas que sean combinación lineal de las columnas de $A$ según los escalares 5 y 3 para la primer columna y los escalares $-1$ y 1 para la segunda.

**2.** Sea la matriz $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$, donde $\alpha_1$, $\alpha_2$ y $\alpha_3$ son las filas de $A$. Expresar como combinación lineal de las filas de $A$ las siguientes matrices fila:

*i)* $2\alpha_1+\alpha_3$

*ii)* $\alpha_2-\alpha_3$

*iii)* $2\alpha_1$

*iv)* $\alpha_3$

**3.** Efectuar los siguientes productos:

*a)* $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

*b)* $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

*c)* $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

*d)* $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

**4.** Sean $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ y $M=\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$. Verificar que $AM=BM$.
Observar que no vale la ley de cancelación puesto que $A\neq B$.

**5.** Sean $B=(\beta_1,\beta_2)$ y $C=(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3)$, donde los $\beta_i$ y $\gamma_j$ son las filas de $B$ y $C$ respectivamente, con $\gamma_1=2\beta_1+\beta_2$, $\gamma_2=\beta_1-3\beta_2$ y $\gamma_3=5\beta_1$. Dar una matriz $A$ tal que $AB=C$.

6. Expresar como producto de matrices:

*a)* $2\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}1\\5\end{bmatrix}-8\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$

*b)* $1\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}-3\begin{bmatrix}2 & 0 & 2\end{bmatrix}+4\begin{bmatrix}2 & 1 & -1\end{bmatrix}$

7. Dar las matrices elementales $3\times 3$ correspondientes a cada una de las siguientes operaciones elementales de filas:

*i)* $e = L_{1,3}$

*ii)* $e = -3L_2$

*iii)* $e = L_1 - L_2$

8. Sea $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 1\\2 & 1\end{bmatrix}$. En cada caso, dar la matriz elemental $E$ tal que $EA = B$.

*a)* $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\2 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}$

*b)* $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\\2 & 1\end{bmatrix}$

*c)* $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 3\\2 & 1\end{bmatrix}$

*d)* $B=\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 2\\2 & 1\end{bmatrix}$

9. Encontrar una matriz $P$ tal que $PA = R$, donde $R$ es la reducida por filas de $A$, en los siguientes casos:

*i)* $A=\begin{bmatrix}1 & 3 & -1\\2 & 2 & 0\end{bmatrix}$

*ii)* $\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\3 & 1 & 2\\0 & 1 & 2\end{bmatrix}$

10. En cada uno de los siguientes casos verificar si $A$ es inversible y cuando lo sea hallar su inversa.

*i)* $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\5 & 3\end{bmatrix}$

*ii)* $A = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

*iii)* $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

*iv)* $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

*v)* $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & 0 \\ 11 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

**11.** Encontrar una matriz $B$ tal que $AB = C$, cuando $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 11 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

**12.** Dadas $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, obtener $(ABC)^{-1}$.

**13.** Si $(A+B)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ y $A - B = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, hallar $A+B$, $A$ y $B$.

**14.** Dadas $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, hallar una matriz $B$ tal que $(A+B)C = B(A+C)$.

**15.** Sean $A$ y $B$ matrices de tres filas tales que:

*a)* $A \xrightarrow{L_{1,2}} B$
*b)* $A \xrightarrow{3L_2} B$
*c)* $A \xrightarrow{L_2+2L_1} B$

En cada caso expresar las filas de $B$ como combinación lineal de las filas de $A$.

**16.** Sean $A$, $B$ y $C$ matrices de tres filas tales que: $A \xrightarrow{2L_3} B \xrightarrow{L_2-L_1} C$. Expresar las filas de $A$ como combinación lineal de las filas de $C$.