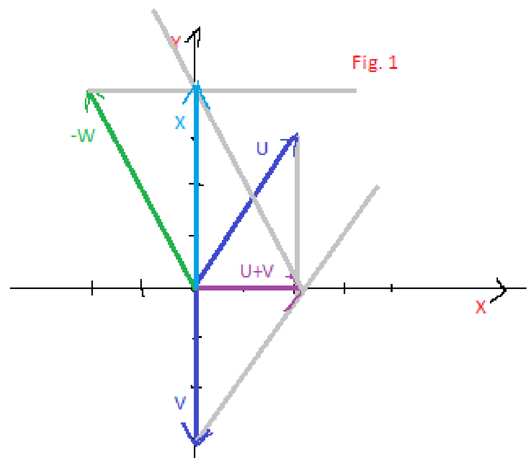

Exercise 1 *(4 − practico 3) Nos dan los vectores libres del plano*

$$U = (2,3), \;\; V = (0,-3) \;\; y \;\; W = (2,-4)$$

Nos piden obtener el vector $X = U + V - W \; (\neq U + V + (-W))$

Recordemos cómo habíamos definido las operaciones con vectores libres:

$$\begin{aligned} X &= (2,3) + (0,-3) - (2,-4) \\ &= [(2,3) + (0,-3)] - (2,-4) \\ &= (2,0) - (2,-4) \\ &= (2,0) + (-1)(2,-4) \\ &= (2,0) + (-2,4) \\ &= (0,4) \end{aligned}$$

Nos piden resolver gráficamente (Ver $Fig.1$). Recordemos que cuando leemos "$X = (0,4)$" estamos diciendo que el vector libre X tiene los números de dirección 0 y 4.

Exercise 2 *(5e−practico 3) Diremos que un vector V es combinación lineal de los vectores $U_1, U_2, ..., U_n$ según los escalares $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ si podemos expresar*

$$V = \alpha_1 U_1 + \alpha_2 U_2 + ... + \alpha_n U_n$$

Tenemos dados los vectores $U = (2,0,1)$, $V = (3,2,0)$ y $W = (1,0,3)$. Y los escalares $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = -1$ y $\alpha_3 = 3$. Entonces la combinación lineal es

$$\begin{aligned} \alpha_1 U + \alpha_2 V + \alpha_3 W &= 2(2,0,1) + (-1)(3,2,0) + 3(1,0,3) \\ &= (4,0,2) + (-3,-2,0) + (3,0,9) \\ &= (4,-2,11) \end{aligned}$$

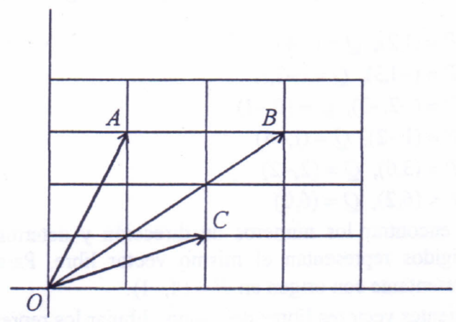

Figura 2

Exercise 3 *($5f$ – practico 3) Ahora debemos ver si el vector $(-3,-4,-1)$ es combinación lineal de los vectores U, V, W.*

Para ver si esto pasa deberíamos ver si existen escalares $a, b, c \in \mathbb{R}$ tales que

$$(-3,-4,-1) = aU + bV + cW$$

resolvemos el lado derecho:

$$\begin{aligned} (-3,-4,-1) &= a(2,0,1) + b(3,2,0) + c(1,0,3) \\ (-3,-4,-1) &= (2a+3b+c,\ 2b,\ a+3c) \end{aligned}$$

Llegamos a que los vectores de cada lado son iguales. Dos vectores son iguales si tienen sus componentes iguales (en este caso como son vectores libres debe ser que tienen los mismos números de dirección!) Esto implica que se debe cumplir

$$\begin{aligned} 2a+3b+c &= -3 \\ 2b &= -4 \\ a+3c &= -1 \end{aligned}$$

nos aparece un sistema de ecuaciones. Pasamos a la matriz ampliada y resolvemos:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \end{array}\right]$$

La reducimos por filas y vemos las soluciones (hacer).

Exercise 4 *(6 – practico 3) Tenemos los vectores dados en la **figura 2***

Nos piden encontrar escalares m y n tales que $C = mA + nB$.

Debemos darnos cuenta que nos piden los escalares adecuados para que el vector C sea combinación lineal de los vectores A y B. En vista del dibujo podemos expresar a los vectores libres dados mediante sus números de dirección

$$A = (1,3),\ B = (3,3) \text{ y } C = (2,1)$$

Entonces queremos que

$$\begin{aligned} C &= mA + nB \\ (2,1) &= m(1,3) + n(3,3) \\ (2,1) &= (m + 3n,\ 3m + 3n) \end{aligned}$$

es decir :

$$\begin{cases} m + 3n = 2 \\ 3m + 3n = 1 \end{cases}$$

Si escribimos la matriz ampliada:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{array}\right]$$

la resolvemos y obtendremos las soluciones (única ya que la matriz de coeficientes es invertible).

Exercise 5 *($8 -$ practico 3) Nos piden encontrar los vetores (libres) $A = (a,b)$ y $B = (c,d)$ tales que $A + B = (1,0)$ y $A - B = (0,1)$.*

Al plantear la suma y la resta vemos que

$$\begin{aligned} (1,0) &= A + B \\ (1,0) &= (a,b) + (c,d) \\ (1,0) &= (a + c, b + d)\ (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (0,1) &= A - B \\ (0,1) &= (a,b) - (c,d) \\ (0,1) &= (a - c, b - d)\ (2) \end{aligned}$$

(1) y (2) nos dicen que se debe cumplir

$$\begin{cases} a + c = 1 \\ b + d = 0 \\ a - c = 0 \\ b - d = 1 \end{cases}$$

Y la matriz ampliada es

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right]$$

y debemos resolver este sistema (hacer).