UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CÓRDOBA
Facultad de Ingeniería
ANÁLISIS MATEMÁTICO III

EXAMEN PRÁCTICO FINAL **07/02/2022**

APELLIDO:

NOMBRE:

P1	P2	P3	Ej1	Ej2	Ej3	Total	NOTA

Puntaje	Nota
de 60 a 63	4
de 64 a 69	5
de 70 a 76	6
de 77 a 83	7
de 84 a 89	8
de 90 a 96	9
de 97 a 100	10

CUESTIONARIO (49%)

Pregunta 1 (16%)
¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a las raíces de la ecuación: $z^2 - 4iz - 3 = 0$?

a) $z = -i, z = 3i$ b) $z = -1, z = 1$ c) $z = 3i,\ z = i$ d) $z = -3i,\ z = -i$

Pregunta 2 (17%)
Sea la función de variable compleja:

$$f(z) = \frac{(z - 2i)}{(z - 1)(z^2 + 4)} sen\left(\frac{1}{z}\right)$$

¿Qué tipo de singularidad a) evitable, b) polo, c) esencial, tiene en los siguientes puntos?

$z = 2i$, a) b) c) (6%)
$z = 0$, a) b) c) (6%)
$z = 1$, a) b) c) (5%)

Pregunta 3 (16%)
Sea la función compleja $u(x, y) + iv(x, y) = 3x - y + 5 + i(Ax + By - 3)$. ¿Qué valores deben tener las constantes reales A y B para que sea entera?

a) $A = -1, B = 3$ b) $A = 3, B = 1$ c) $A = 1, B = 3$ d) $A = 1, B = -3$

<u>EJERCICIOS DE DESARROLLO</u> (51%)

<u>Ejercicio 1</u> (17%)
Sea

$$\oint_C f(z)\,dz$$

donde

$f(z) = \frac{e^z}{z^3-2z^2+z}$ y C es el contorno positivamente orientado de ecuación: $|z| = 2$.

(a) (3%) Determine los puntos donde f no es analítica justificando su obtención.
(b) (2%) Aplique el principio de deformación de contornos para expresar la integral original como una suma de integrales de líneas identificando los nuevos contornos.
(c) (2%) Grafique en el plano complejo el contorno C, los contornos obtenidos y los puntos donde f no es analítica.
(d) (10%) Halle el valor de la integral original empleando las **fórmulas integrales de Cauchy** para calcular las integrales obtenidas luego de la aplicación del principio de deformación de contornos.

<u>Ejercicio 2</u> (17%)
Dada la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' - 2y' + y = e^{-3t}$$

sujeta a las condiciones iniciales: $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

(a) (7%) Determine $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ identificando todos sus polos e indicando su orden.
(b) (10%) Obtenga (utilizando residuos) la expresión de $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}$.

<u>Ejercicio 3</u> (17%)
Sea

$$\oint_C f(z)\,dz$$

donde

$f(z) = (z-1)^2 e^{\frac{1}{z-1}}$ y C es el contorno positivamente orientado de ecuación: $|z-1| = 1$.

(a) (12%) Obtenga la serie de Laurent de f en un entorno reducido de $z = 1$.
(b) (5%) Utilizando la serie obtenida en (a) determine el residuo necesario para evaluar la integral y obtenga el valor de la misma mediante la aplicación del teorema de los residuos.