

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CÓRDOBA**Facultad de Ingeniería
ANÁLISIS MATEMÁTICO III****EXAMEN PRÁCTICO FINAL****29/11/2021****APELLIDO:****NOMBRE:**

P1	P2	P3	Ej1	Ej2	Ej3	Total	NOTA

Puntaje	Nota
de 60 a 63	4
de 64 a 69	5
de 70 a 76	6
de 77 a 83	7
de 84 a 89	8
de 90 a 96	9
de 97 a 100	10

CUESTIONARIO (49%)**Pregunta 1** (16%)

Considere la siguiente función compleja:

$$f(z) = z^2 e^z$$

¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a la parte imaginaria de la misma?

- a) $v(x, y) = (x^2 - y^2)e^x \cos(y) - 2xye^x \sin(y)$
- b) $v(x, y) = (x^2 + 2x - y^2)e^x \cos(y) - 2y(1 + x)e^x \sin(y)$
- c) $v(x, y) = (x^2 - y^2)e^x \sin(y) + 2xye^x \cos(y)$
- d) $v(x, y) = (x^2 + 2x - y^2)e^x \sin(y) + 2y(1 + x)e^x \cos(y)$

Pregunta 2 (16%)

Dada la función de variable compleja

$$f(z) = \frac{(z - i)e^{\frac{3}{z-1}}}{(z^2 + 1)(z - 1)^2}$$

Clasifique el tipo de singularidad a) evitable, b) polo, c) esencial, en los siguientes puntos:

- $z = i$, a) b) c)
- $z = 1$, a) b) c)
- $z = -i$, a) b) c)

Pregunta 3 (17%)

Considere la siguiente ecuación diferencial con condiciones iniciales:

$$y'' - 4y = t^2, \quad y(0) = y'(0) = 0$$

Obtenga la transformada de Laplace $Y(s)$ de la solución y encuentre por residuos el término de dicha solución correspondiente al punto singular $s = 2$:

$$\text{Res}(Y(s)e^{st}, 2) =$$

EJERCICIOS DE DESARROLLO (51%)

Ejercicio 1 (17%)

Para el exponente complejo:

$$i^{-2i}$$

- (a) (13%) Obtenga todos sus valores y expréselos en forma binómica.
- (b) (4%) Dé su valor principal.

Ejercicio 2 (17%)

Para la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -2, & \text{si } -3 < x < -2 \\ 2, & \text{si } -2 \leq x < -1 \\ 0, & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 2, & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ -2, & \text{si } 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

- (a) (5%) Realice una gráfica de la misma e indique si tiene alguna paridad.
- (b) (12%) Obtenga su serie trigonométrica de Fourier en el intervalo $(-3,3)$.

Ejercicio 3 (17%)

Aplicando el teorema de los residuos obtenga el valor de la siguiente integral real

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1)\cos(x)}{x^2 + 4x + 5} dx$$

Para ello:

- (a) (5%) Transforme la integral original en una integral de contorno compleja. Dé la expresión de la función integrando compleja.
- (b) (2%) Realice un gráfico en el plano z detallando el contorno de integración utilizado y la ubicación de los polos de la función integrando.
- (c) (10%) Calcule solamente los residuos necesarios para evaluar la integral y obtenga el valor de la misma.