



CURSO MATEMÁTICA ATIVA



André Isac



Felipe Dantas



Siga no instagram @rdmonitoria



EQUAÇÃO DO 1º GRAU

ax + b = 0

Exemplos:

$$2x - 6 = 0$$

$$3x - 4 = 2x + 1$$

$$3x - 4 - 2x - 1 = 0$$

$$x - 5 = 0$$

Raiz de uma equação: é o que torna ela verdadeira

$$3x - 12 = 0 \rightarrow x = 4$$





Sistema de equações

Quando temos mais de uma variável

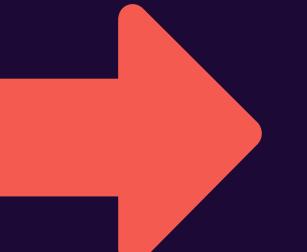


Exemplo:

$$3x + 4y = 13$$

$$x - 2y = 1$$

Temos vários modos de resolver





Modo 01: Substituição

$$X = 1 + 2y$$

Substituindo

$$3(1 + 2y) + 4y = 13$$

$$3 + 6y + 4y = 13$$

$$\text{Logo : } 10y = 10$$

$$y=1$$

$$X = 1 + 2 = 3$$



Modo 02: Adição

$$5x - 3y = 11$$

$$x + y = -1 \leftarrow$$

multiplico por 3 toda a expressão

$$5x - 3y = 11$$

$$\underline{3x + 3y = -3}$$

$$8x = 8$$

$$X=1, \text{ logo } Y= -2$$

Problemas que envolvem a equação do 1º grau

A população de uma cidade A é o triplo da população da cidade B. Se as duas cidades juntas têm uma população de 100.000 habitantes, quantos habitantes tem a cidade B?

Passo 01: interpretar e anotar da maneira que a questão me diz

$$A = 3B$$

$$A + B = 100\ 000$$

Substitui a variável:

$$3B + B = 100\ 000$$

$$4B = 100\ 000 \rightarrow B = 25\ 000, \text{ logo } A = 3 \cdot 25\ 000 = 75\ 000$$



+ Exemplos clássicos e simples

Carol é cinco anos mais velha do que eu. O triplo da minha idade, somando ao dobro da idade dela, dá 100 anos. Qual a minha idade?

Idade de Carol = C

Minha idade= A

$$C = A + 5$$

$$3A + 2C = 100$$

$$3A + 2 \cdot (A + 5) = 100$$

$$3A + 2A + 10 = 100$$

$$5A = 90$$

$$A = 18 \text{ anos}$$



Questões modelo

Pedro Augusto ganha 5 pontos por exercícios que acerta e perde 3 por exercícios que erra. Ao fim de 50 exercícios, tinha 130 pontos. Quantos exercícios acertou?

A - números de exercícios que acerta

E - números de exercícios que erra

$$A + E = 50 \quad \times 3 \rightarrow 3A + 3E = 150$$

$$5A - 3E = 130 \qquad 5A - 3E = 130$$

ISSO É UM SISTEMA DE EQUAÇÕES

$$8A = 280$$

$$A = 35$$



+ Questões

No estacionamento do Teresina Shopping, tem carros e motos, no total de 100 veículos. Sabe-se que o número de pneus nesse local equivale à 240. Quantos carros tem nesse estacionamento?

$$C + M = 100 \quad \longrightarrow \quad C = 100 - M$$

$$4C + 2M = 240$$

$$4(100 - M) + 2M = 240$$

$$400 - 4M + 2M = 240$$

$$-2M = -160$$

$$M = 80$$

logo o número de carros é igual a 20



Equação do 2º grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Possui no máximo duas raízes

Como achar essas raízes?

Baskara!!

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemplo: $2x^2 - 9x + 7 = 0$

A=2

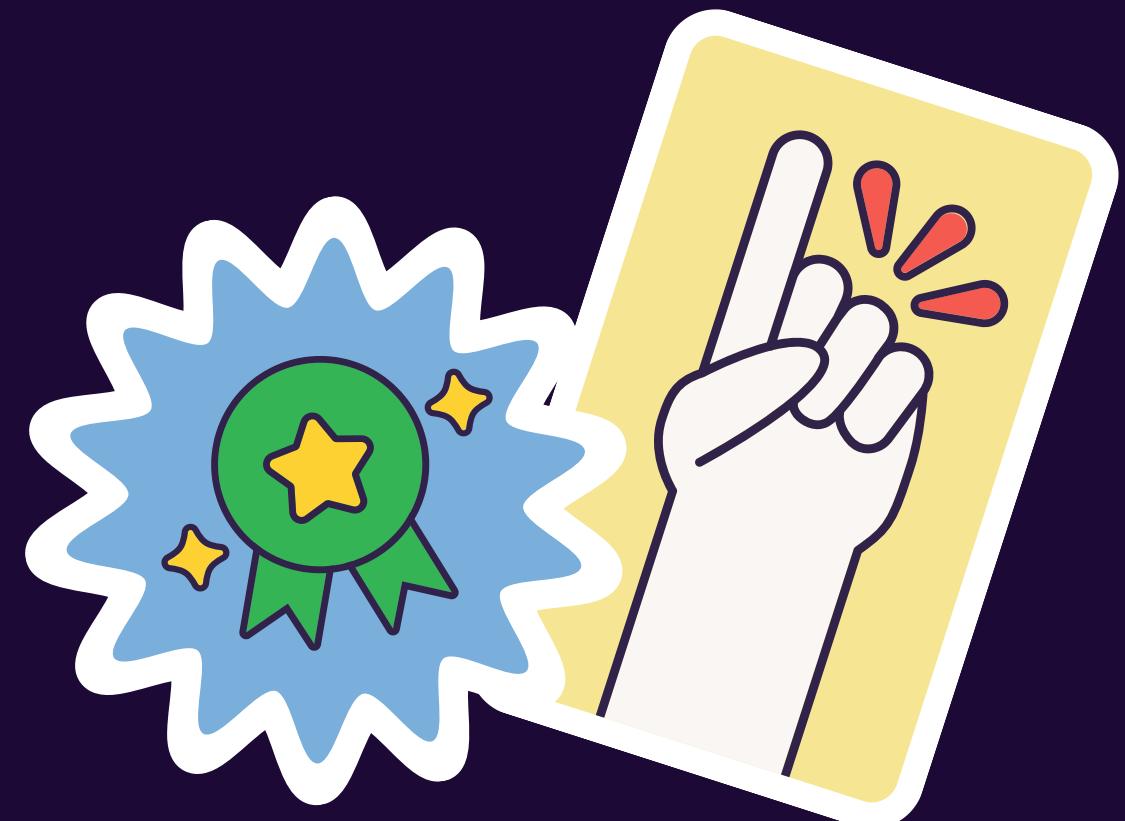
B=-9

C=7

$$\Delta = 81 - 4.2.7$$

$$= 81 - 56$$

$$= 25 \dots$$



Vamos ver exemplos nos modelos

O produto da idade de Felipe pela idade de André é 374. André é 5 anos mais velho que Felipe. Quais são as suas idades?

$$F \cdot A = 374$$

$$A = F + 5$$

Substituindo

$$F \cdot (F + 5) = 374$$

$$F^2 + 5F = 374$$

$$F^2 + 5F - 374 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-374)$$

$$\Delta = 1521$$



O modelo mais padrão de todos:

Brendo caminhou 240km em uma certa viagem. Se caminhasse mais 4km por dia, teria gasto 2 dias a menos na viagem. Quantos dias gastou na viagem??

Suponha que nessa viagem v seja dada por km/dia . Sendo assim:

$$\begin{cases} v = \frac{240}{t} \\ v+4 = \frac{240}{t-2} \end{cases}$$

Substituindo a primeira na segunda:

$$\frac{240}{t} + 4 = \frac{240}{t-2}$$

Multiplicando em ambos os lados por $t(t-2)$:

$$240(t-2) + 4 \cdot t(t-2) = 240t$$

$$240t - 480 + 4t^2 - 8t = 240t$$

$$4t^2 - 8t - 480 = 0$$

Função afim

Tipo

$$f(x) = ax + b \quad (a \neq 0)$$
$$a, b \in \mathbb{R}$$

coeficientes

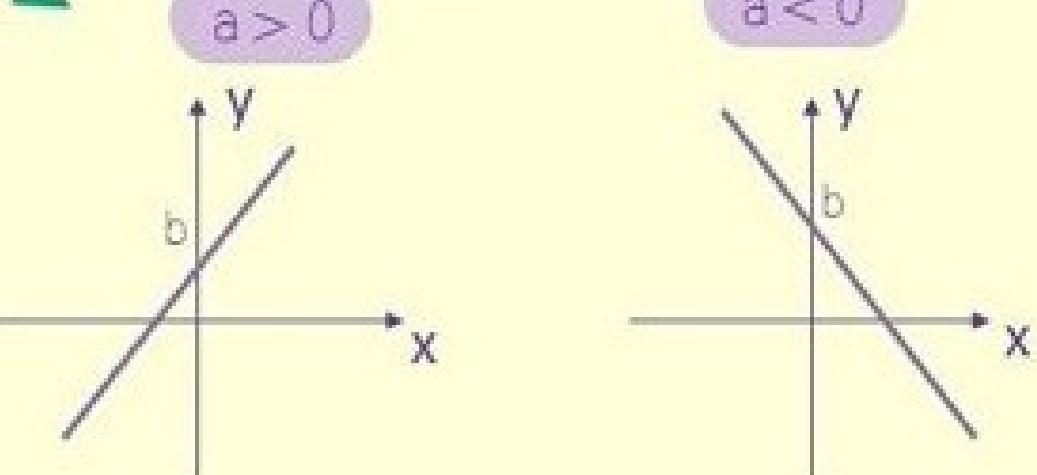
$$f(x) = ax + b$$

coeficiente angular coeficiente linear

Gráfico

é uma reta

- $a > 0$: crescente
- $a < 0$: decrescente
- o valor de "b" corta o eixo Y $\rightarrow (0, b)$
- Interseção no eixo X \rightarrow raiz



Função Afim

Função polinomial do 1º grau

zero da função

$$ax + b = 0$$
$$x = \frac{-b}{a}$$

sinal

$$a > 0$$

$$f(x) > 0 \quad x > -b/a$$

$$f(x) = 0 \quad x = -b/a$$

$$f(x) < 0 \quad x < -b/a$$

$$a < 0$$

$$f(x) > 0 \quad x < -b/a$$

$$f(x) = 0 \quad x = -b/a$$

$$f(x) < 0 \quad x > -b/a$$



Exemplos para por em prática

Uma cidade é servida por duas empresas de telefonia. A empresa Tim cobra, por mês, uma assinatura de R\$ 35,00 mais R\$ 0,50 por minuto utilizado. A empresa Vivo cobra, por mês, uma assinatura de R\$ 26,00 mais R\$ 0,65 por minuto utilizado. Quantos minutos utilizados não faz diferença o preço de operadora?

Montando as funções:

X- número de minutos

Y- valor total

$Y = 0,5x + 35$ (tim) $X = 60$ minutos

$Y = 0,65x + 26$ (vivo)

Igualando as funções

$$0,5x + 35 = 0,65x + 26$$

$$9 = 0,15x$$



+ Questões para praticar

Uma prestadora de serviços cobra pela visita à residência do cliente e pelo tempo necessário para realizar o serviço na residência. O valor da visita é R\$ 40 fixo e o valor da hora para realização do serviço é R\$ 20. Uma expressão que indica o valor a ser pago (P) em função das horas (h) necessárias à execução do serviço é:

Montando a função:

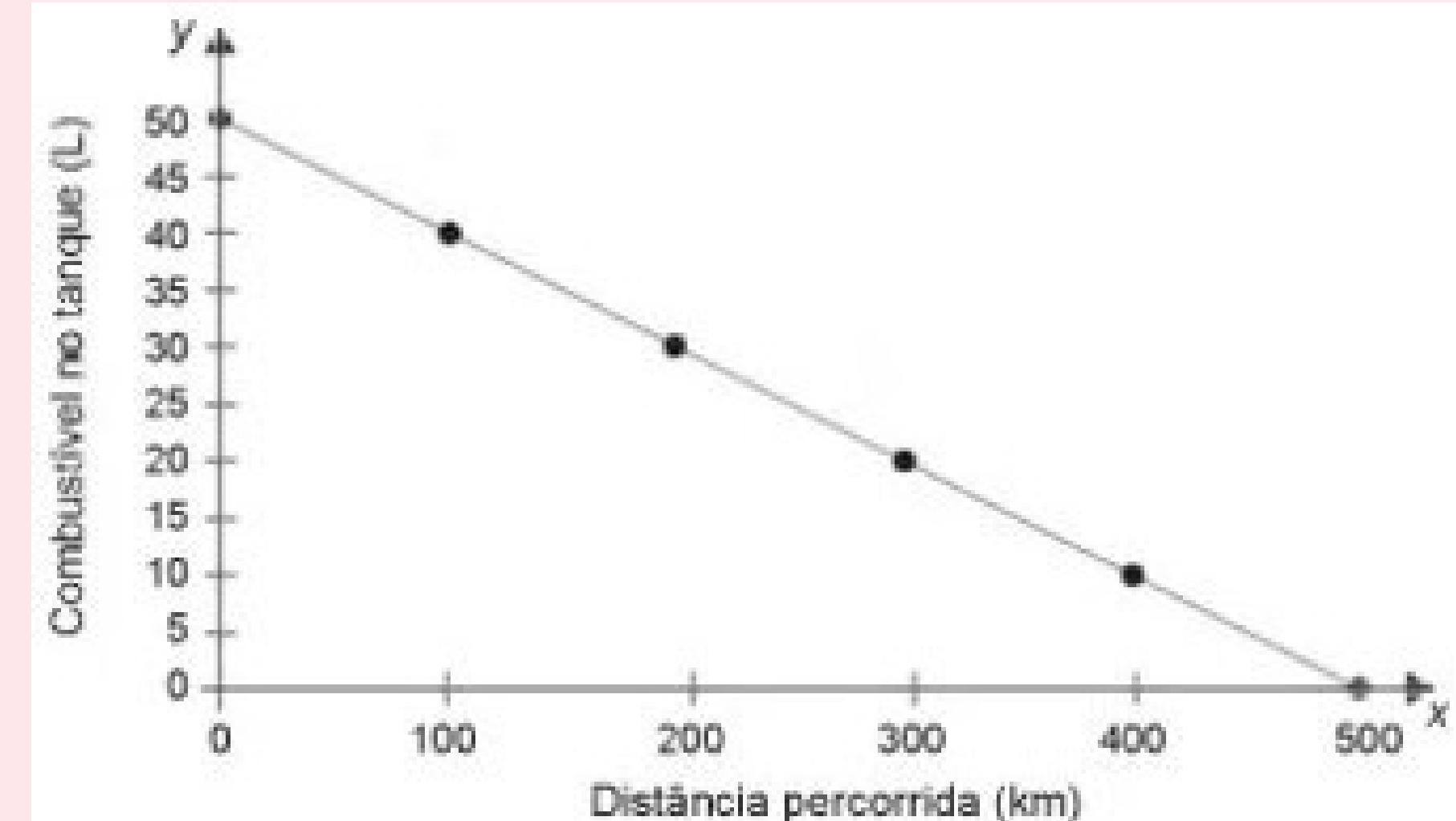
$$P(h) = 20h + 40$$



+ Questões

Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal).

A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é:



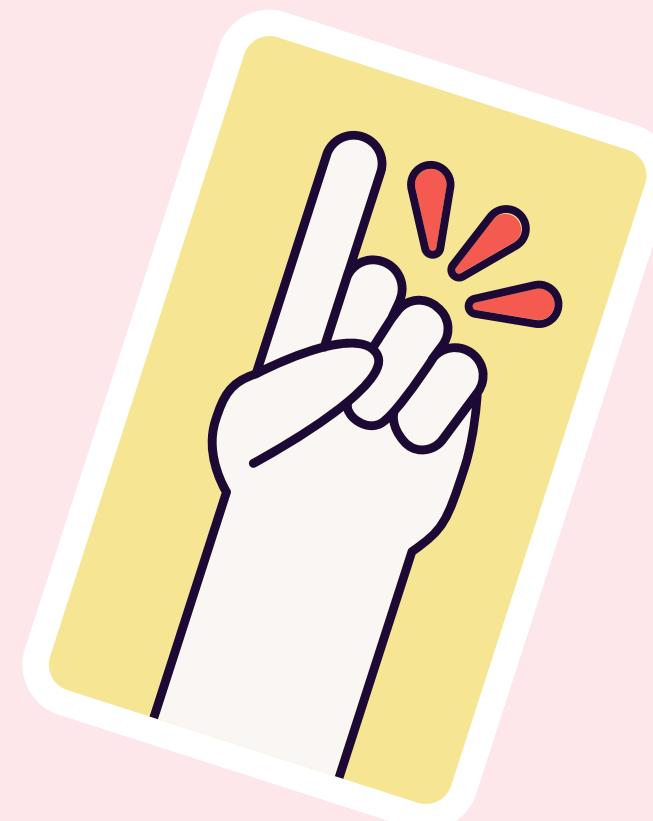
a) $y = -10x + 500$

b) $y = \frac{-x}{10} + 50$

c) $y = \frac{-x}{10} + 500$

d) $y = \frac{x}{10} + 50$

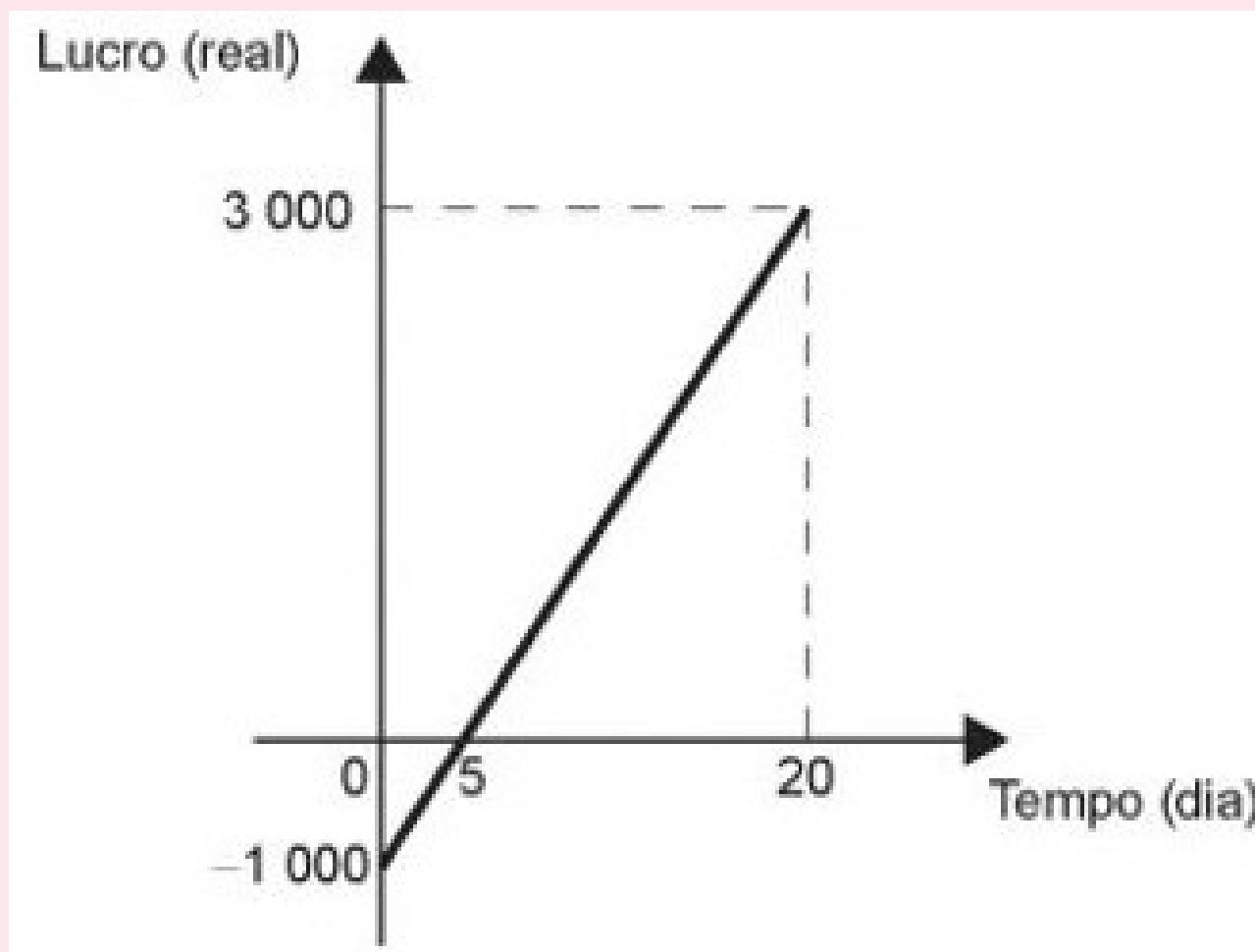
e) $y = \frac{x}{10} + 500$



+ Questões para exercitar

Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.

A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é:



- A) $L(t) = 20t + 3\,000$
- B) $L(t) = 20t + 4\,000$
- C) $L(t) = 200t$
- D) $L(t) = 200t - 1\,000$
- E) $L(t) = 200t + 3\,000$



Função quadrática

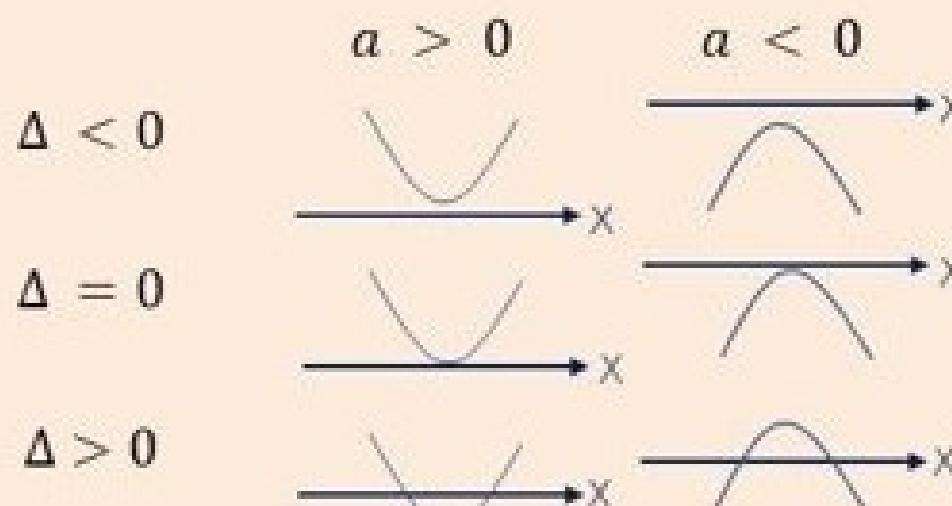


$f(x) = ax^2 + bx + c$
($a \neq 0$)
 $a, b, c \in \mathbb{R}$

Gráfico

é uma parábola

- $a > 0$ concavidade p/ cima
- $a < 0$ concavidade p/ baixo
- o valor de "c" corta o eixo Y $\rightarrow (0, c)$
- Interseções no eixo X \rightarrow raízes



Vértice

Valor máximo ($a < 0$) e Valor mínimo ($a > 0$)

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Soma e Produto

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Forma fatorada

$$f(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Função Quadrática

Função polinomial 2º grau

Fórmula de Bháskara

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

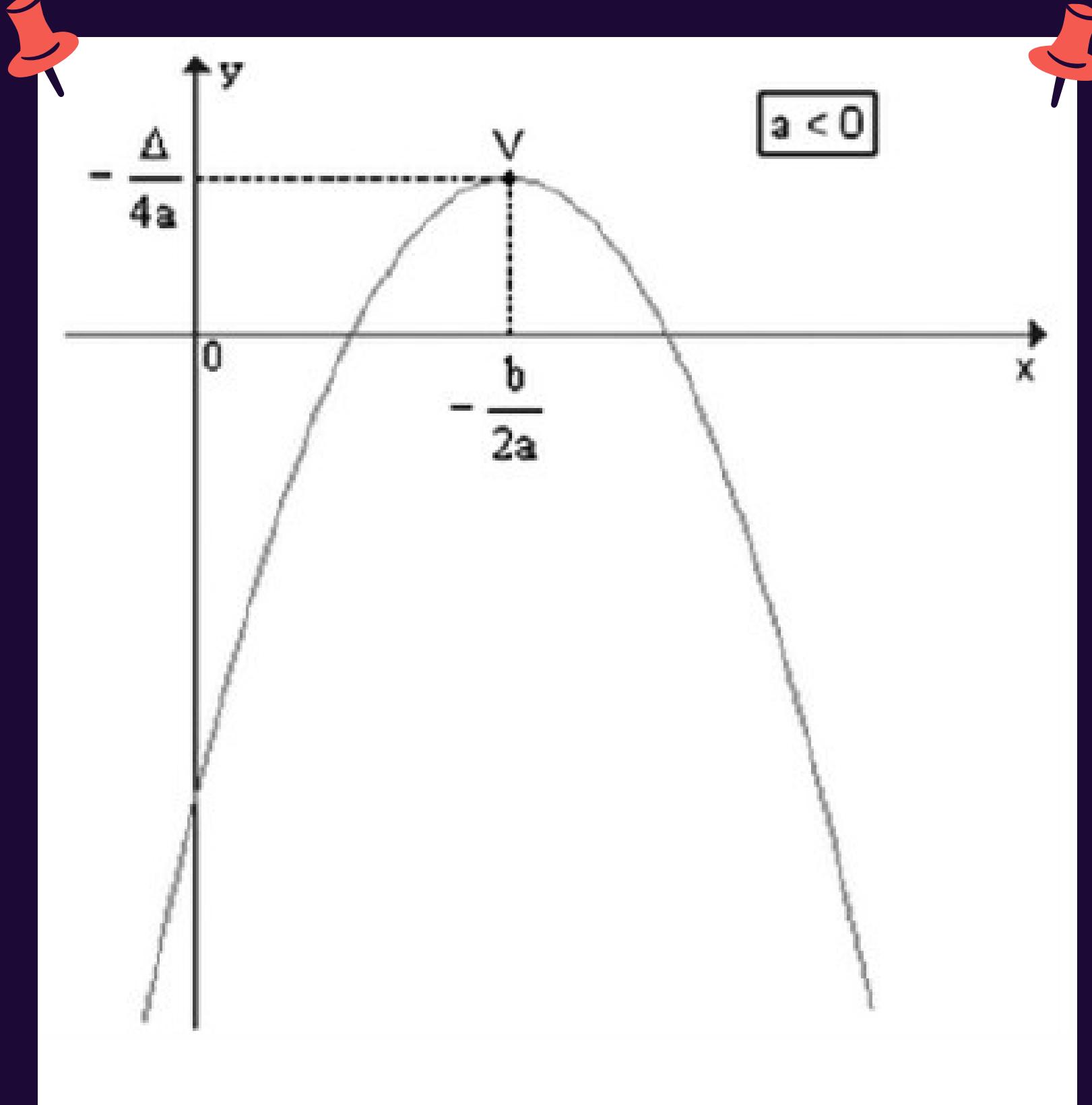
Raízes

$\Delta < 0$: não possui raízes reais

$\Delta = 0$: possui duas raízes reais e iguais

$\Delta > 0$: possui duas raízes reais e distintas

Função quadrática



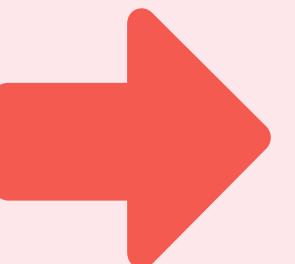
Para compreender...

Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia. A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

A segunda dedetização começou no

- a) 19º dia.
- b) 20º dia.
- c) 29º dia.
- d) 30º dia.
- e) 60º dia.

Acompanhe a resolução



Resolução, Part 1

A dedetização será feita quando a $f(t) = 1600$, então substituindo esse valor na função, encontraremos o valor de t .

$$1600 = -2 \cdot t^2 + 120 \cdot t$$

$$2 \cdot t^2 - 120 \cdot t + 1600 = 0$$

Podemos dividir toda a equação por 2 para simplificar as contas. Assim, a equação ficará:

$$t^2 - 60 \cdot t + 800 = 0$$

Para encontrar as raízes da equação, usaremos a fórmula de Bhaskara:

$$\Delta = 3600 - 4 \cdot 800$$

$$\Delta = 3600 - 3200$$

$$\Delta = 400$$



Resolução, Part 2

$$t_1 = \frac{-(-60) - \sqrt{400}}{2} = \frac{60 - 20}{2} = 20 \text{ dias}$$

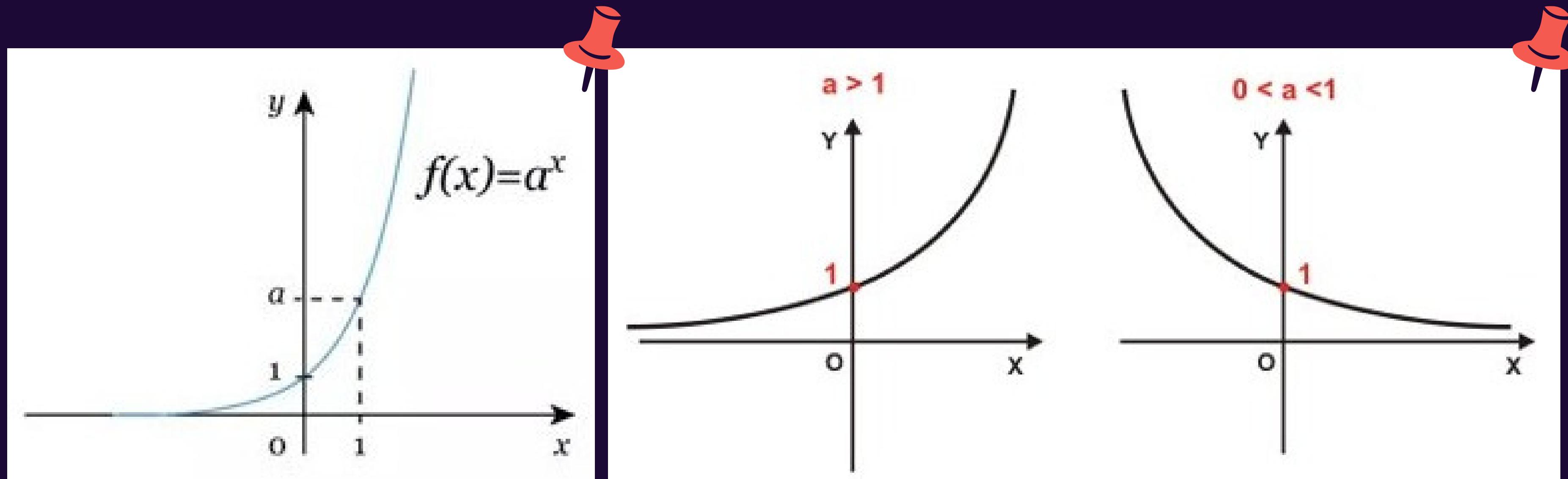
$$t_2 = \frac{-(-60) + \sqrt{400}}{2} = \frac{60 + 20}{2} = 40 \text{ dias}$$

Portanto, a segunda dedetização ocorrerá no 20º dia, que é quando chegará a 1600 infectados após a primeira dedetização.

Alternativa: b) 20º dia.



Função exponencial



Para exercitar...

Um botânico, encantado com o pau-brasil, dedicou-se, durante anos de estudos, a conseguir criar uma função exponencial que medisse o crescimento dessa árvore no decorrer do tempo. Sua conclusão foi que, ao plantar-se essa árvore, seu crescimento, no decorrer dos anos, é dado por $C(t) = 0,5 \cdot 2^t - 1$. Analisando essa função, quanto tempo essa árvore leva para atingir a altura de 16 metros?

- A) 7 anos
- B) 6 anos
- C) 5 anos
- D) 4 anos
- E) 3 anos

Resolução

$$0,5 \cdot 2^{t-1} = 16$$

$$2^{t-1} = \frac{16}{0,5}$$

$$2^{t-1} = 32$$

$$2^{t-1} = 2^5$$

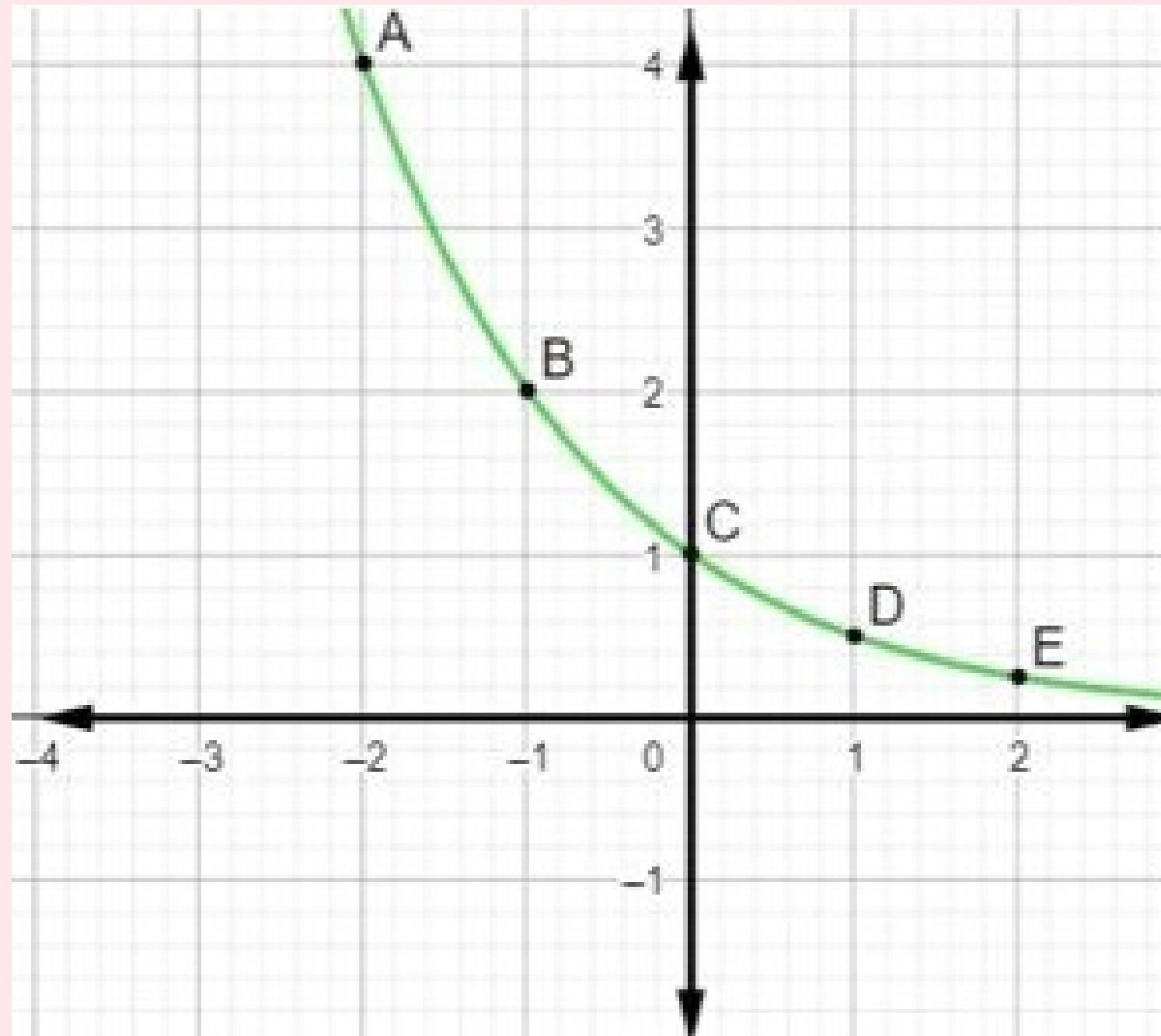
$$t - 1 = 5$$

$$t = 5 + 1$$

$$t = 6$$



Para exercitar...



Analisando o gráfico, a lei de formação dessa função exponencial é:

- A) $f(x) = 5^x$
- B) $f(x) = 0,2^x$
- C) $f(x) = 2^x$
- D) $f(x) = 0,5^x$
- E) $f(x) = 0,5^{-x}$