MONITORIA

ENCONTRO 06 – ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

CURSO MATEMÁTICA ATIVA

André Isac

Felipe Dantas

Siga no instagram @rdmonitoria

ANÁLISE COMBINATÓRIA

- Princípio Fundamental da Contagem
- Arranjos
- Combinações
- Permutações

MONITORIA

FATORIAL

$0! = 1$

$1! = 1$

$2! = 2.1 = 2$

$3! = 3.2.1 = 6$

$4! = 4.3.2.1 = 24$

$5! = 5.4.3.2.1 = 120$

$$\frac{7!}{3!} = \frac{7.6.5.4.3!}{3!} = 7.6.5.4$$

MONITORIA

Princípio Fundamental da Contagem

- Duas ou mais etapas sucessivas e independentes
- O número de combinações será determinado pelo produto entre as possibilidades de cada conjunto

Numa lanchonete há 8 tipos de sanduíche, 5 tipos de sucos e 6 tipos de sorvetes. Quantas são as possíveis combinações de um lanche nessa lanchonete?

MONITORIA

Problemas que envolvem PFC

João possui 4 camisas, 3 calças, 2 pares de meia e 2 pares de sapatos.
De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir?

Problemas que envolvem PFC

João possui 4 camisas, 3 calças, 2 pares de meia e 2 pares de sapatos. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir?

PFC: Aplicar o Princípio Fundamental da Contagem

$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ combinações

Arranjos Simples

Nos arranjos, os agrupamentos dos elementos dependem da ordem e da natureza dos mesmos.

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

n: Total de elementos

p: Tamanho do arranjo

Problemas que envolvem Arranjos

Para acessar um site, cada usuário cria uma senha com 4 algarismos, todos distintos entre si. Então, o número de senhas possíveis que esse site admite é igual a:

Problemas que envolvem Arranjos

Para acessar um site, cada usuário cria uma senha com 4 algarismos, todos distintos entre si. Então, o número de senhas possíveis que esse site admite é igual a:

Método 1 --> **Aplicar a fórmula**

$$A_{10,4} = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

Método 2 --> **Fazer pelo PFC**

$$N = \underline{10} \cdot \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} = 5040$$

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Combinação

Utilizamos as combinações quando a ordem dos subconjuntos não é importante.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

n: Total de elementos

p: Tamanho do arranjo

Problemas que envolvem Combinação

A fim de exemplificar, podemos pensar na escolha de 3 membros para formar uma comissão organizadora de um evento, dentre as 10 pessoas que se candidataram.
De quantas maneiras distintas essa comissão poderá ser formada?

Problemas que envolvem Combinação

A fim de exemplificar, podemos pensar na escolha de 3 membros para formar uma comissão organizadora de um evento, dentre as 10 pessoas que se candidataram.
De quantas maneiras distintas essa comissão poderá ser formada?

Passo 1 --> Aplicar a fórmula

$$C_{10,3} = \frac{10!}{3!\,.\,7!} = \frac{10.9.8.7!}{3.2\,.\,7!} = 10\,.\,3\,.\,4 = \mathbf{120}$$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Problemas que envolvem Combinação

Para hospedar seus nove representantes durante um torneio esportivo, o departamento de recursos humanos de uma instituição reservou os quartos de números 101 ,102 e 103 em um hotel, sendo a lotação máxima de cada um deles três pessoas. O número de formas distintas de acomodar os nove representantes nos três quartos é expresso por

Problemas que envolvem Combinação

Para hospedar seus nove representantes durante um torneio esportivo, o departamento de recursos humanos de uma instituição reservou os quartos de números 101 ,102 e 103 em um hotel, sendo a lotação máxima de cada um deles três pessoas. O número de formas distintas de acomodar os nove representantes nos três quartos é expresso por

Passo 1 --> Aplicar a fórmula para cada um dos grupos

C9,3 . C6,3 . C3,3 ==> ATENÇÃO!

A QUESTÃO DEFINIU OS QUARTOS! --> OS GRUPOS SÃO "DIFERENTES"

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Problemas que envolvem Combinação

Durante suas férias, oito amigos decidem realizar um torneio de vôlei de praia. Eles precisam formar quatro duplas para a realização do torneio. De quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas duplas?

Problemas que envolvem Combinação

Durante suas férias, oito amigos decidem realizar um torneio de vôlei de praia. Eles precisam formar quatro duplas para a realização do torneio. De quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas duplas?

Passo 1 --> Aplicar a fórmula para cada um dos grupos

$$\frac{C_{8,2} \cdot C_{6,2} \cdot C_{4,2} \cdot C_{2,2}}{4!} \Longrightarrow \text{ATENÇÃO!}$$

A QUESTÃO NÃO ESPECIFICOU OS GRUPOS
--> OS GRUPOS NÃO SÃO "DIFERENTES" ENTRE SI
--> DIVIDIR PELO FATORIAL SO NÚMERO DE GRUPOS --> 4!

Permutação

As permutações são agrupamentos ordenados, onde o número de elementos (n) do agrupamento é igual ao número de elementos disponíveis

É um tipo especial de arranjo simples

$$P_n = n!$$

n: Total de elementos

Problemas que envolvem Permutação

(Escola de Aprendizes-Marinheiros 2021) *Assinale a opção que contém o número de anagramas da palavra APRENDIZ.*

Problemas que envolvem Permutação

(Escola de Aprendizes-Marinheiros 2021) Assinale a opção que contém o número de anagramas da palavra APRENDIZ.

Passo 1 --> Verificar se há letras repetidas ou não! --> Não possui

Passo 2 --> Aplicar a fórmula

P8 = 8! = 4320

$$P_n = n!$$

Permutação com Repetição

ARARA, CONCURSO, LEAL

$$P_n^{(\alpha,\beta,\ldots,\gamma)} = \frac{n!}{\alpha!\,\beta!\ldots\gamma!}$$

MONITORIA

Problemas que envolvem Permutação

Determine o número de anagramas que podem ser formados com as letras do nome ALEMANHA.

Problemas que envolvem Permutação

Determine o número de anagramas que podem ser formados com as letras do nome ALEMANHA.

Passo 1 --> Verificar se há letras repetidas ou não! --> Possui Letra A 3x

Passo 2 --> Aplicar a fórmula

$$P8 = \frac{8!}{3!} = 8 \,.\, 7 \,.\, 6 \,.\, 5 \,.\, 4 = 6720$$

$$P_n^{(\alpha, \beta, \ldots, \gamma)} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \ldots \gamma!}$$

Permutação Circular

Mesa redonda para organizar os convidados

$$PC_n = \frac{n!}{n} \text{ ou } Pc_n = (n-1)!$$

MONITORIA

Problemas que envolvem Permutação

Uma família é composta por seis pessoas: o pai, a mãe e quatro filhos. Num restaurante, essa família vai ocupar uma mesa redonda. Em quantas disposições diferentes essas pessoas podem se sentar em torno da mesa?’

Problemas que envolvem Permutação

Uma família é composta por seis pessoas: o pai, a mãe e quatro filhos. Num restaurante, essa família vai ocupar uma mesa redonda. Em quantas disposições diferentes essas pessoas podem se sentar em torno da mesa?'

Passo 1 --> Aplicar a fórmula

P8 = (6-1)! = 5! = **120**

$$PC_n = \frac{n!}{n} \text{ ou } Pc_n = (n-1)!$$

Probabilidade

Permite analisar ou calcular as chances de obter determinado resultado diante de um experimento aleatório

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

P (A): probabilidade de ocorrer um evento A
n (A): número de resultados favoráveis
n (Ω): número total de resultados possíveis

MONITORIA

Problemas que envolvem Probabilidade

Se lançarmos um dado perfeito, qual a probabilidade de sair um número menor que 3?

Passo 1 --> Verificar o espaço amostral (total de possibildade)

==> O dado pode indicar 6 números (espaço amostral)

Passo 2 --> Verificar o número de eventos positivos

==> (1,2,3,4,5,6) --> apenas 1 e 2 sevem (2 possibilidades)

Aplicar a fórmula --> $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Probabilidade Indepente

Se o eventos são independentes, basta multiplicar a probabilidade deles individualmente

$$P(A \cap B) = P(A)\ x\ P(B)$$

MONITORIA

Problemas que envolvem Probabilidade

Em uma gaveta temos 12 camisas, das quais, quatro são de gola polo e o restante, de gola normal. Retirando duas camisas sucessivamente ao acaso e sem reposição, qual é a probabilidade de as duas camisas serem de gola polo?

Passo 1 --> Identificar a probabilidade de cada um dos eventos

Evento 1: P1= 4/12

Evento 2: P2= 3/11 --> ATENÇÃO!!!

P = P1 . P2 = 4/12 . 3/11 = 1/11

$$P(A \cap B) = P(A) \; x \; P(B)$$