ENCONTRO 05 - GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

CURSO MATEMÁTICA ATIVA

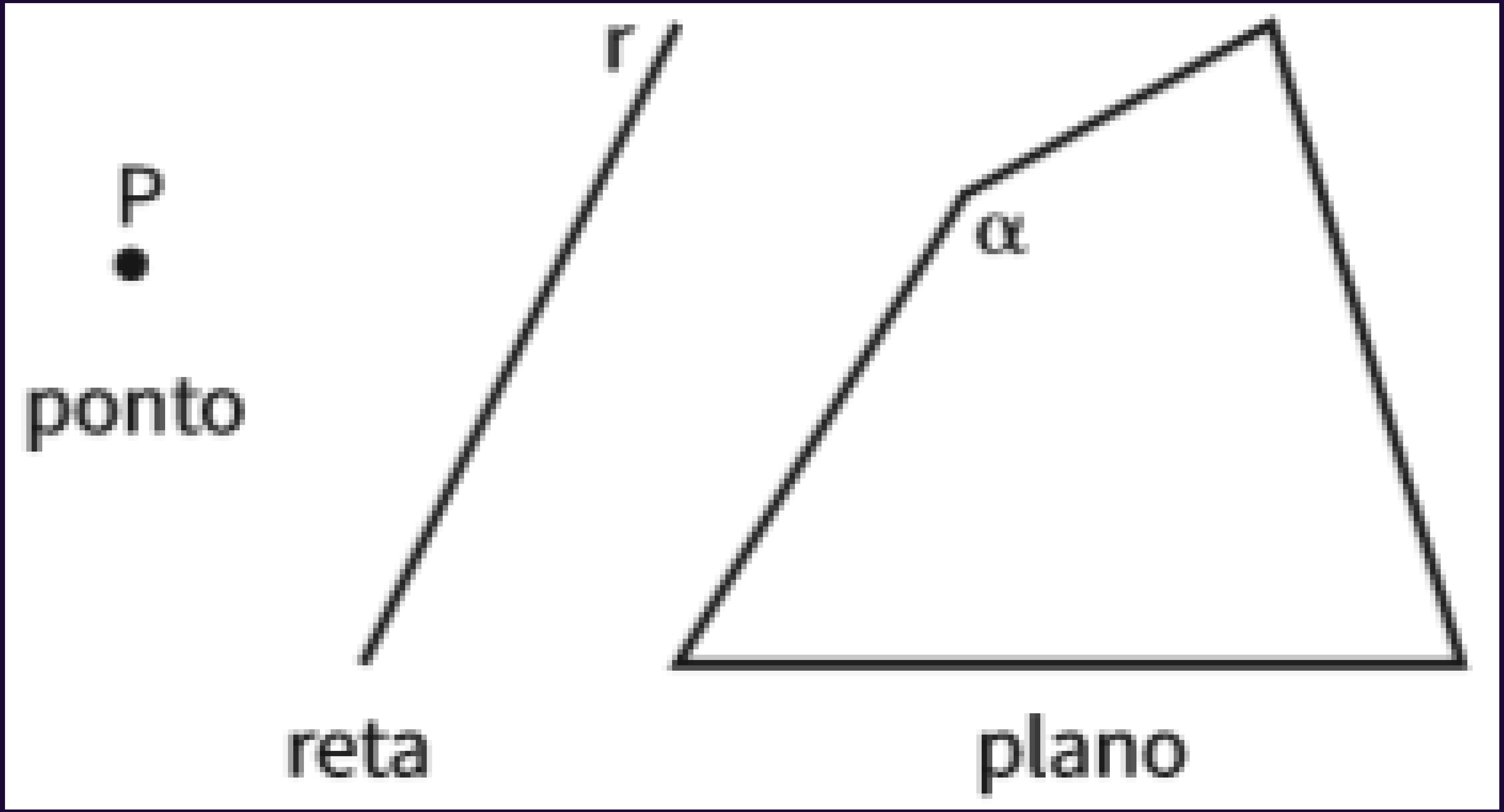
André Isac

Felipe Dantas

Siga no instagram @rdmonitoria

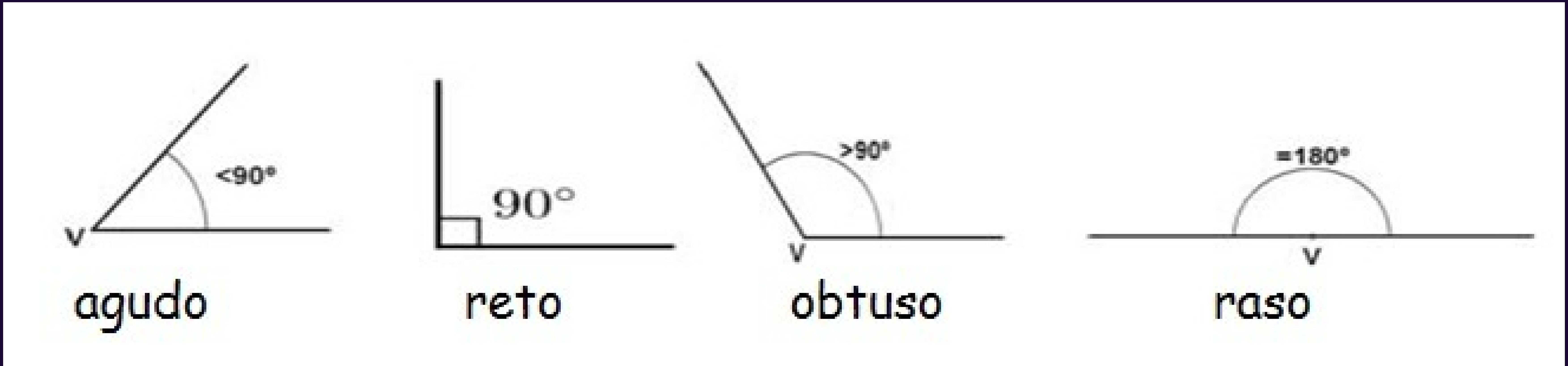
GEOMETRIA PLANA

Fundamentos:



GEOMETRIA PLANA

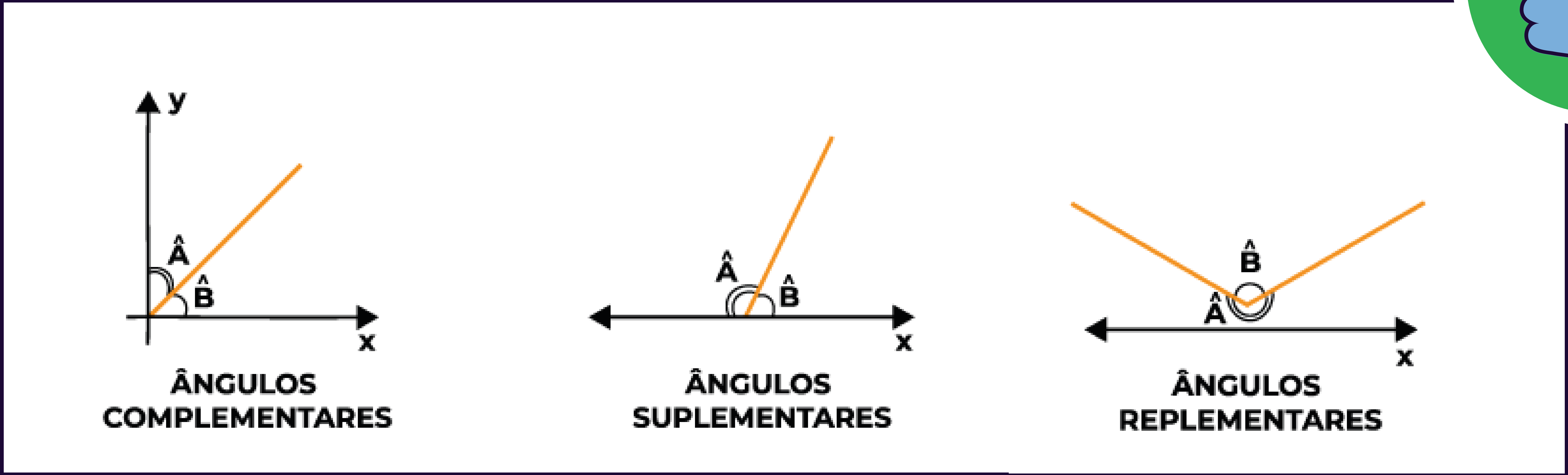
Fundamentos:



MONITORIA

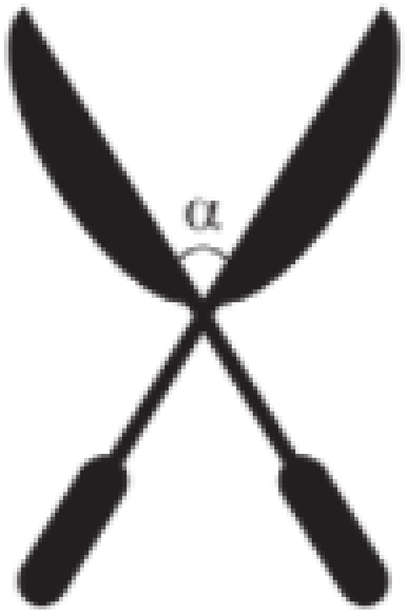
GEOMETRIA PLANA

Fundamentos:



+Exemplos:

Um jardineiro comprou uma nova tesoura de jardinagem, cujo modelo simplificado pode ser mostrado a seguir:



Na embalagem, havia a informação de que, para o melhor funcionamento da tesoura para o corte de um tipo específico de planta com o caule mais duro, o ângulo α não devia superar dois sétimos de seu suplemento.

Dessa forma, para o corte do tipo de planta especificado na embalagem, garantindo o melhor funcionamento da tesoura, o maior valor, em graus, para o ângulo α é igual a

- A 20.
- B 30.
- C 40.
- D 50.
- E 60.

Alternativa C

Resolução: Seja $180° - \alpha$ o suplemento de α, tem-se:

$$\alpha \leq \frac{2}{7}(180° - \alpha) \Rightarrow$$

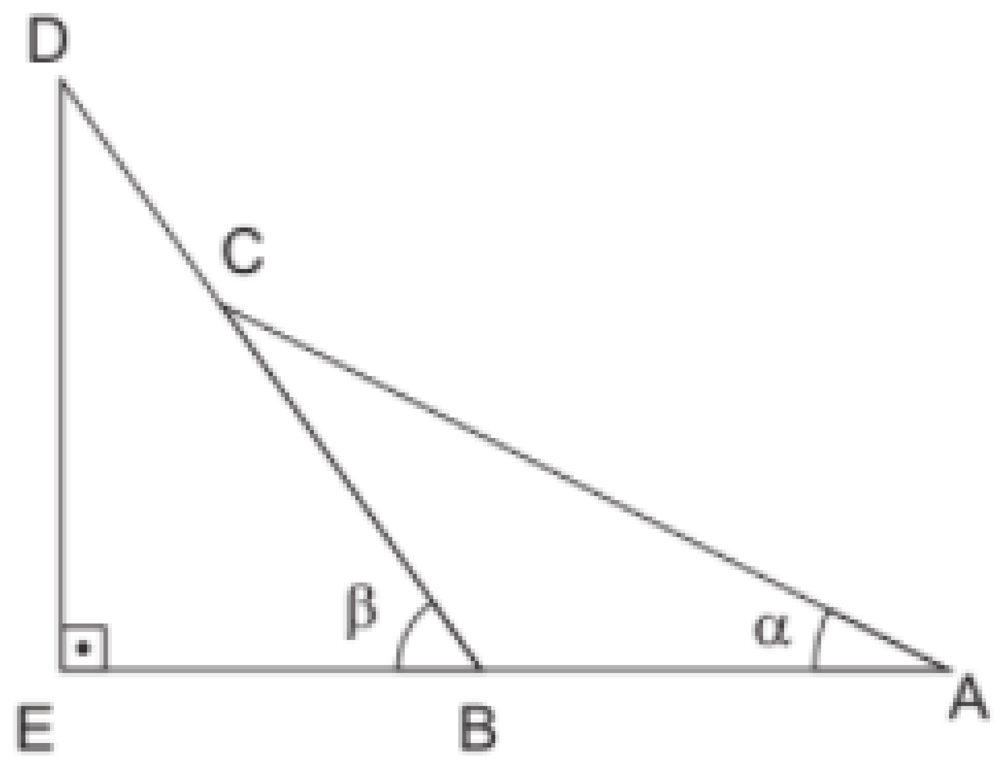
$$7\alpha \leq 360° - 2\alpha \Rightarrow$$

$$9\alpha \leq 360° \Rightarrow \alpha \leq 40°$$

MONITORIA

Exemplo estilo ENEM:

Uma pessoa precisava subir uma rampa, representada pelo triângulo EBD a seguir. Para facilitar o seu trabalho na subida, colocou uma tábua, representada por AC, de tal forma que AB = BC.



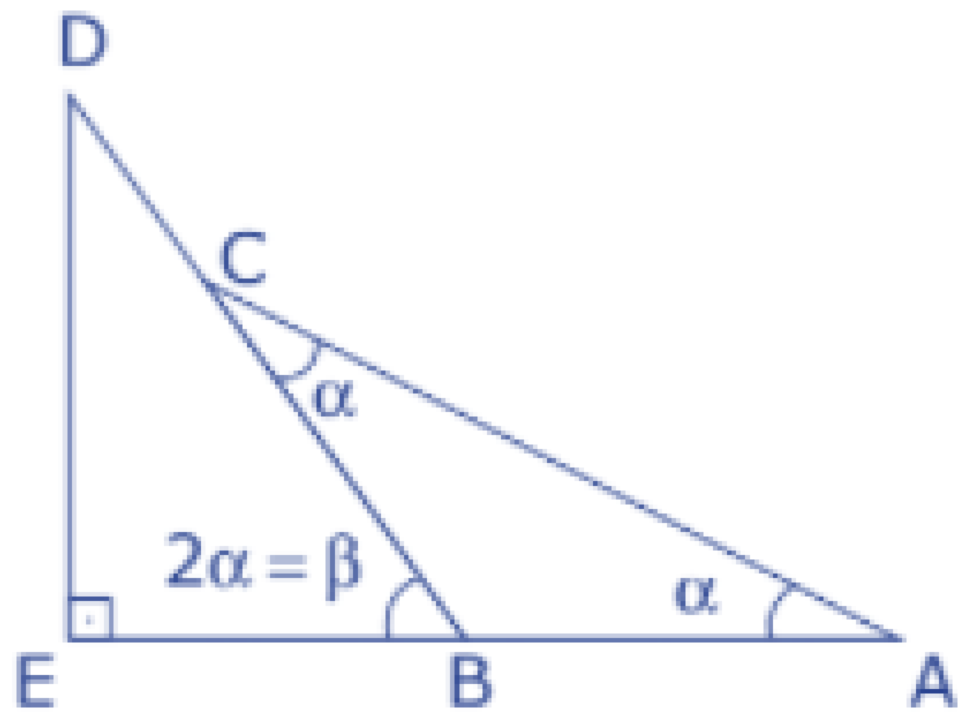
Sabendo-se que as inclinações α e β são complementares, o módulo da diferença, em graus, entre elas é igual a

- **A** 15.
- **B** 20.
- **C** 25.
- **D** 30.
- **E** 35.

Resolução:

Alternativa D

Resolução: De acordo com as informações e considerando a imagem a seguir para a resolução, tem-se:



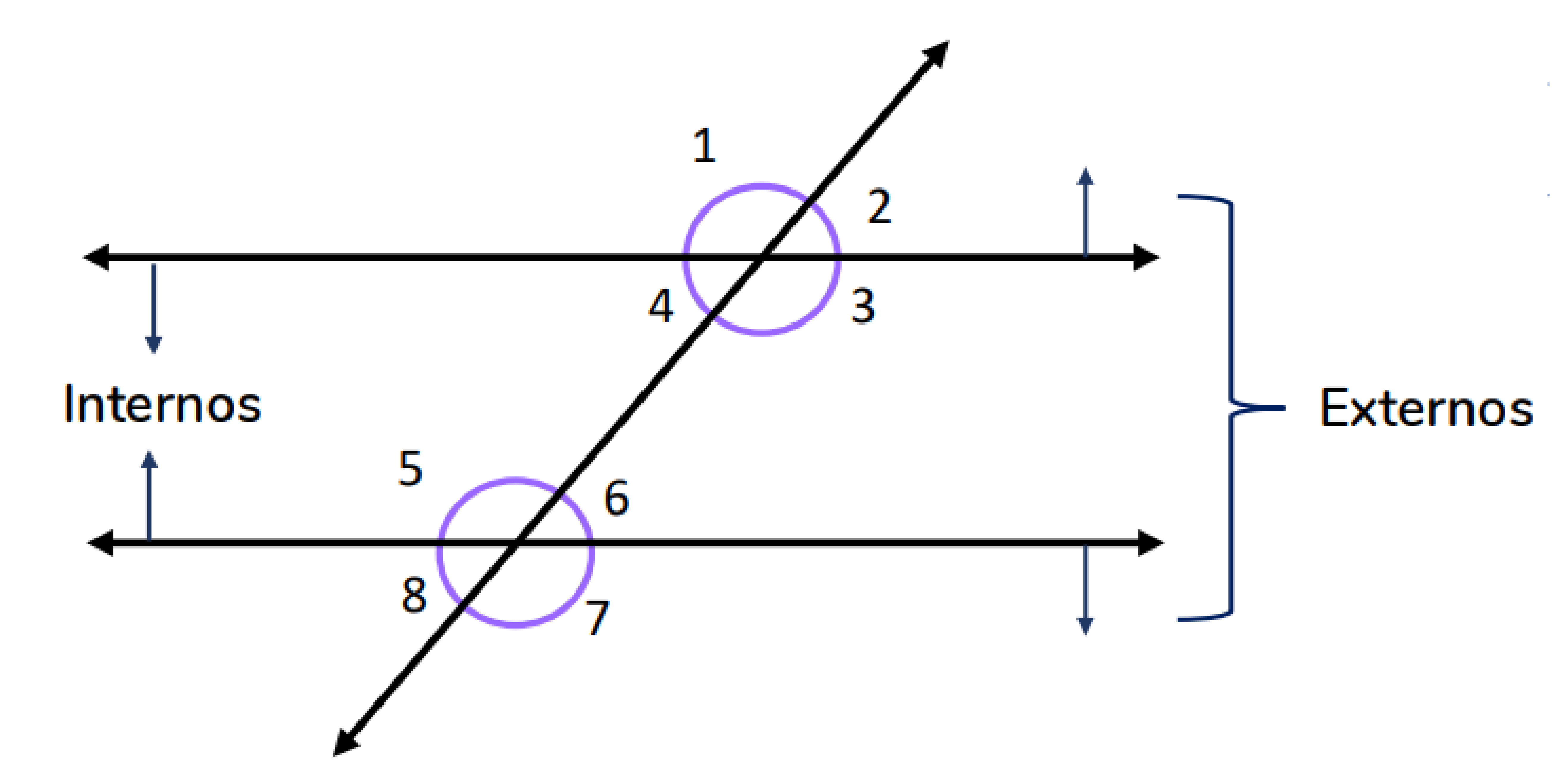
$2\alpha = 90° - \alpha \Rightarrow 3\alpha = 90° \Rightarrow \alpha = 30°$

$\beta = 2\alpha \Rightarrow \beta = 60°$

$\beta - \alpha = 30°$

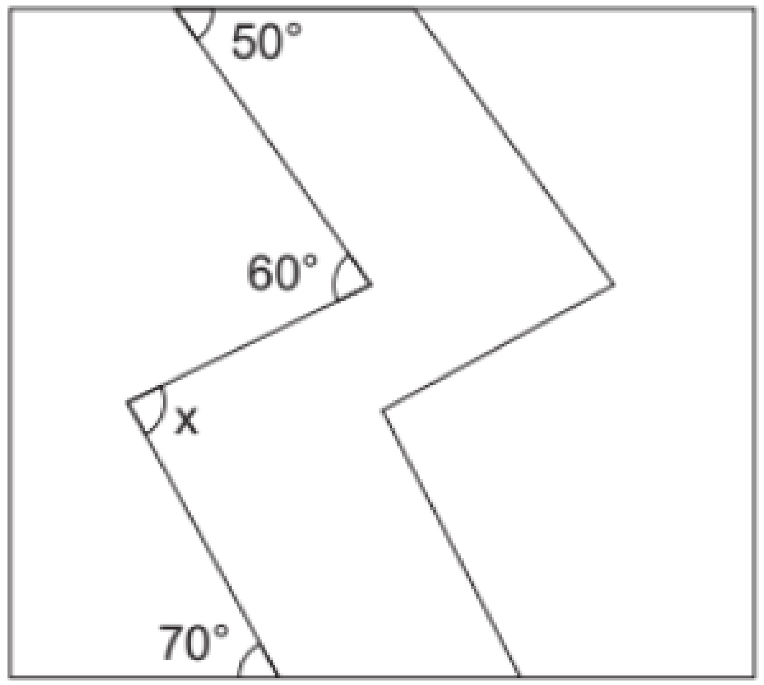
GEOMETRIA PLANA

Fundamentos:



Questão Maluca

Para a produção de uma grade para uma janela com molde quadrado, um artesão está utilizando o seguinte padrão:



Para determinar o ângulo x na imagem, ele realizou alguns cálculos, encontrando um valor, em graus, igual a

A) 50.

B) 60.

C) 70.

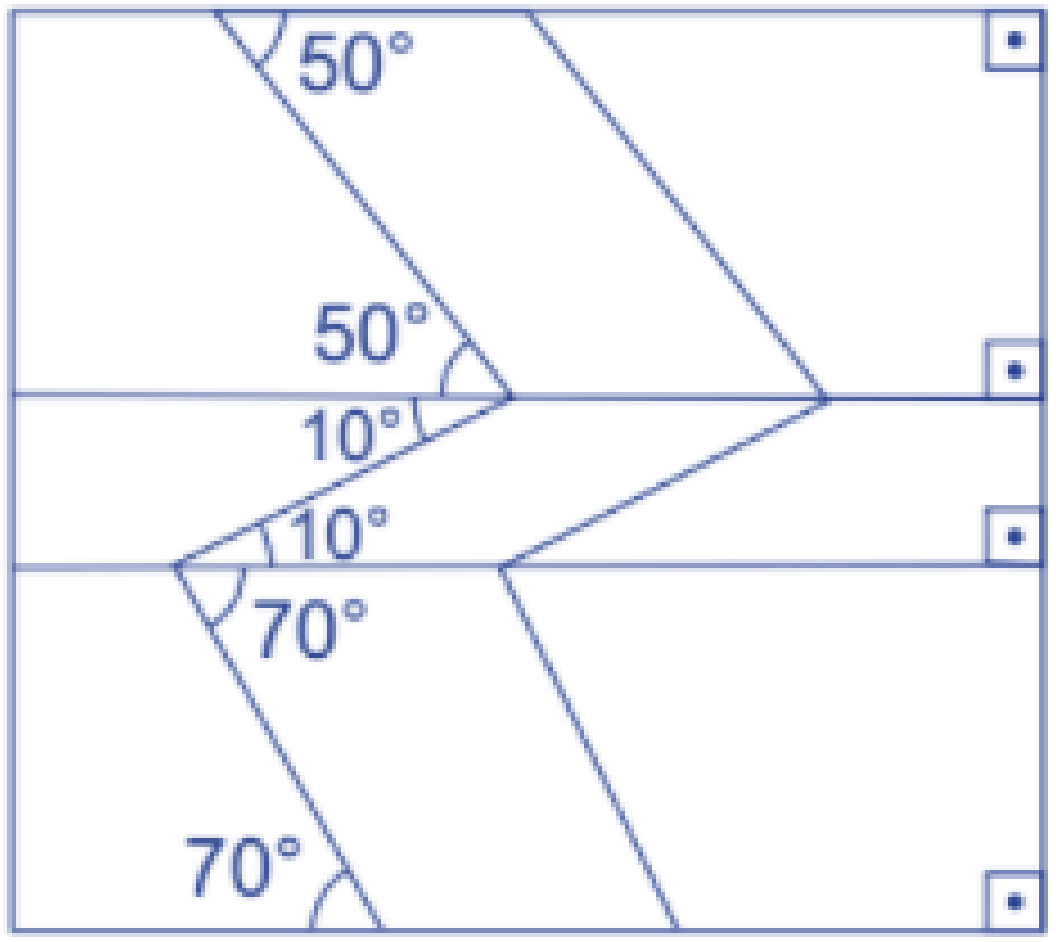
D) 80.

E) 90.

Resolução:

Alternativa D

Resolução: Considere a imagem a seguir para a resolução do problema.



Dessa forma, tem-se $x = 70° + 10° \Rightarrow x = 80°$.

GEOMETRIA PLANA

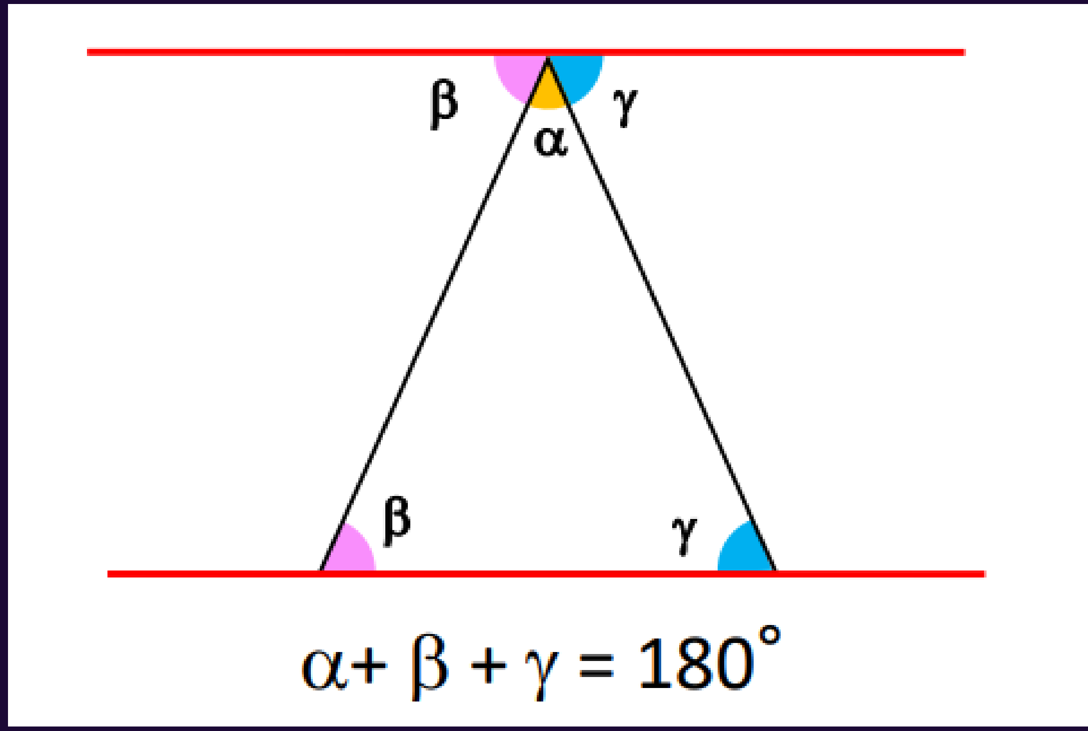
TRIÂNGULO

Equilátero: quando todos os lados são iguais e os ângulos internos têm 60°.

Isósceles: apenas dois dos lados e ângulos do triângulo são iguais.

Escaleno: onde todos os lados do triângulo são diferentes.

A soma dos ângulos internos de todo triângulo é 180°



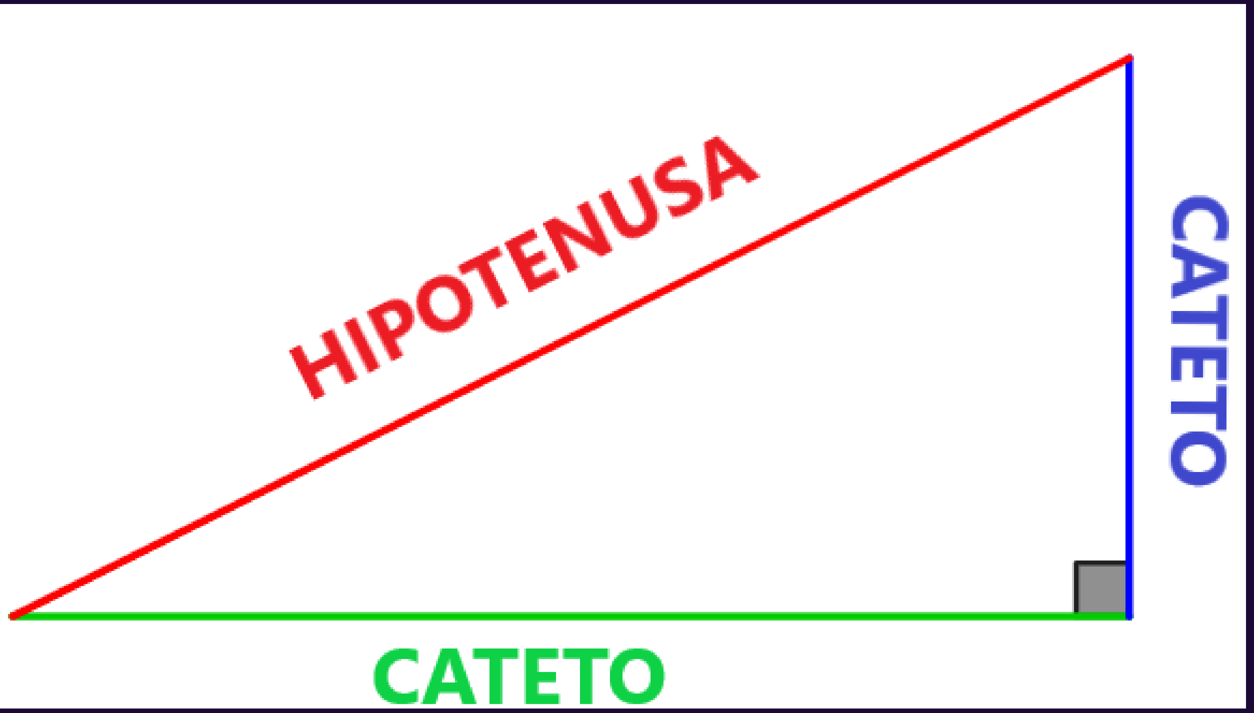
MONITORIA

GEOMETRIA PLANA

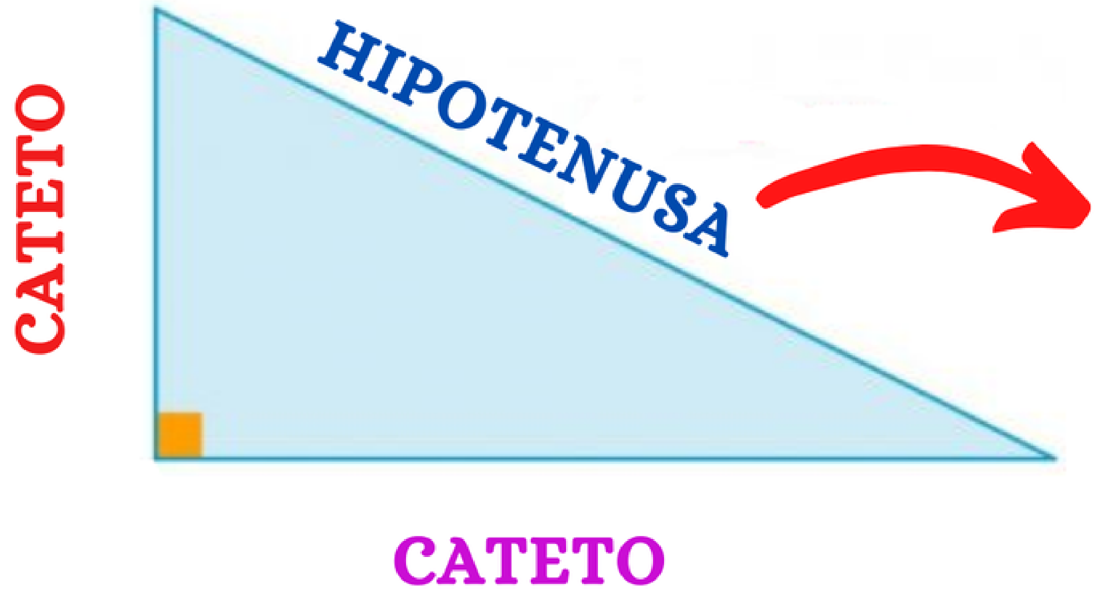
Retângulo: tem um ângulo interno igual a 90°;
Obtusângulo: possui dois ângulos agudos, menores que 90°;
Acutângulo: possui três ângulos menores que 90°.

Só irá existir um triângulo se um de seus lados for maior que o valor absoluto (módulo) da diferença dos outros dois lados e menor que a soma dos outros dois lados.

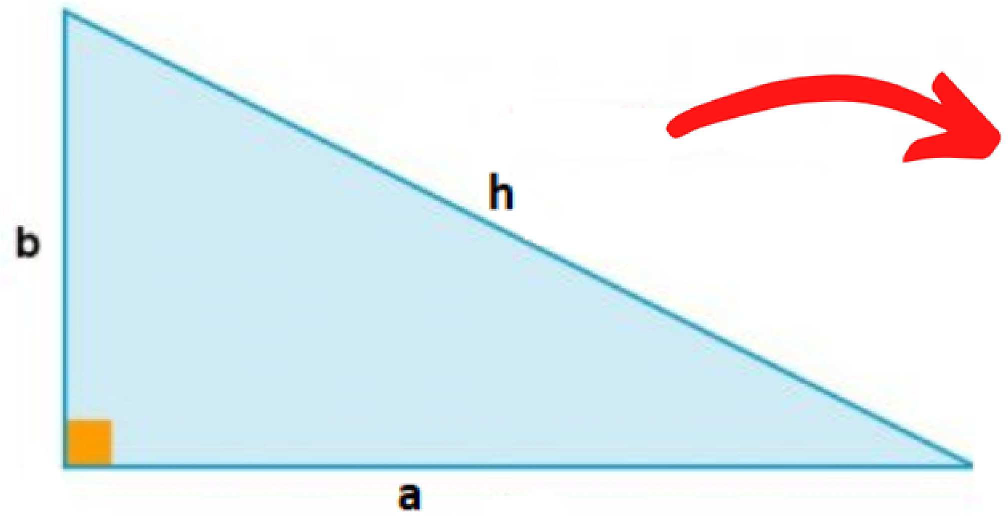
Recorrente no Enem



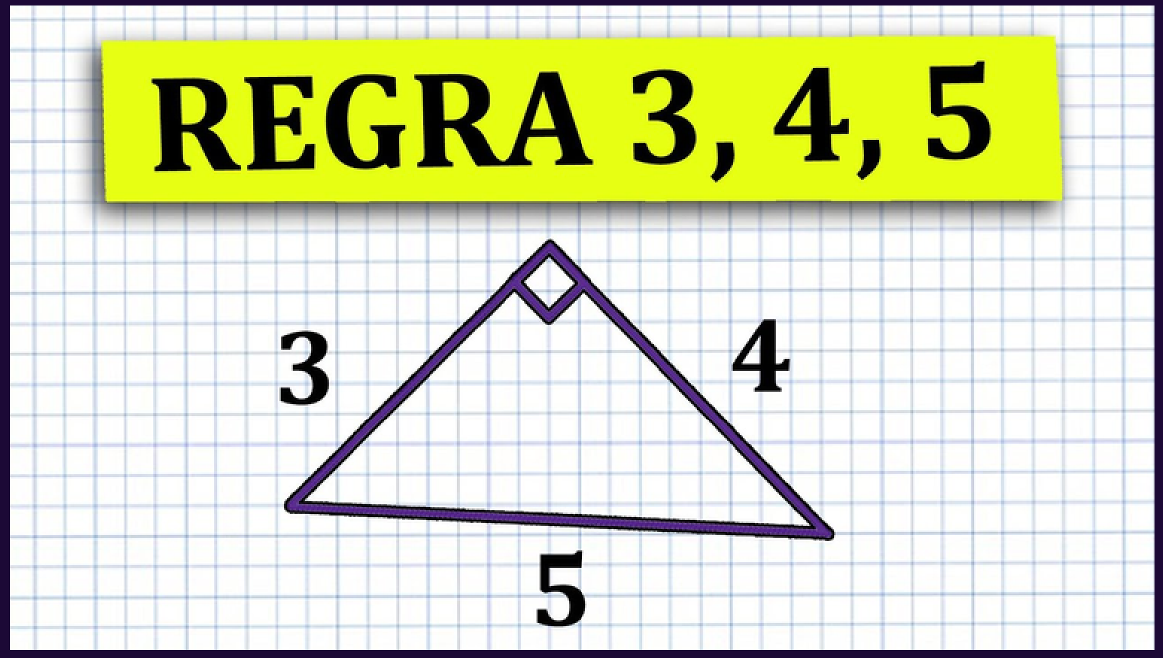
Triângulo Retângulo



É o maior lado do triângulo retângulo e também é o lado oposto ao ângulo reto.



$$h^2 = a^2 + b^2$$

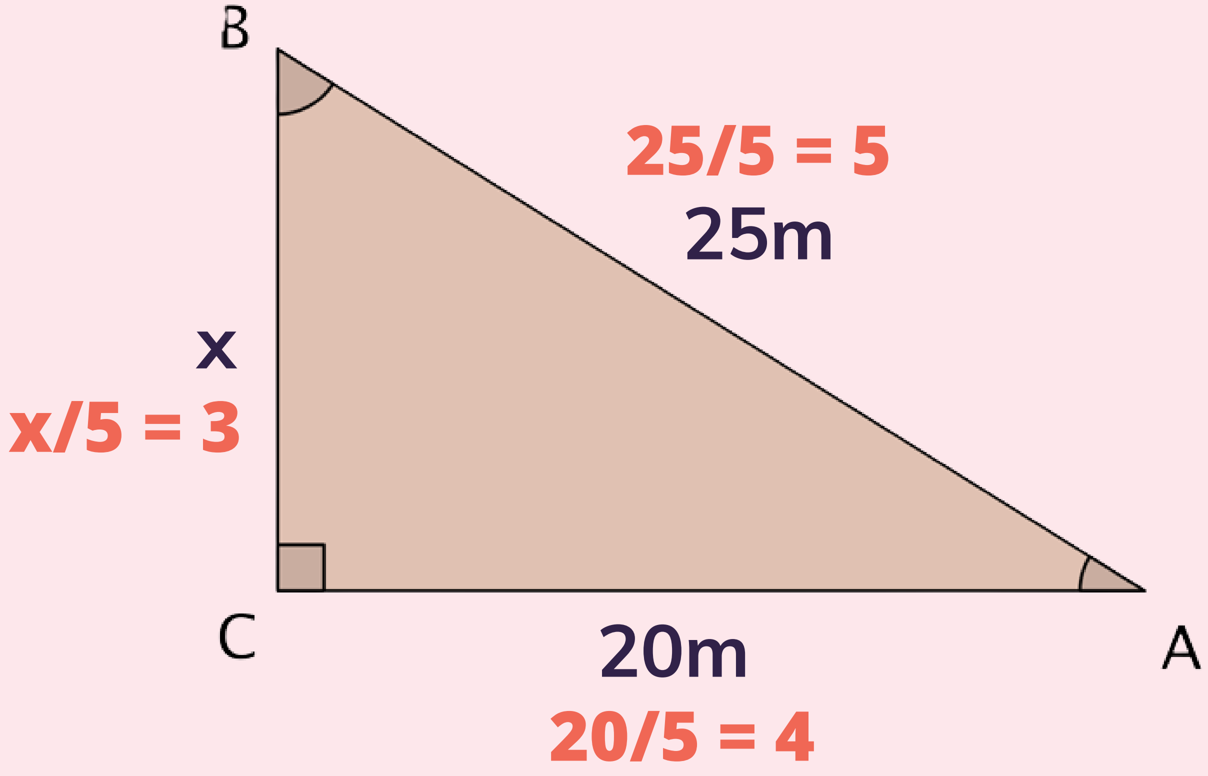


(o mais comum mas existem outros)

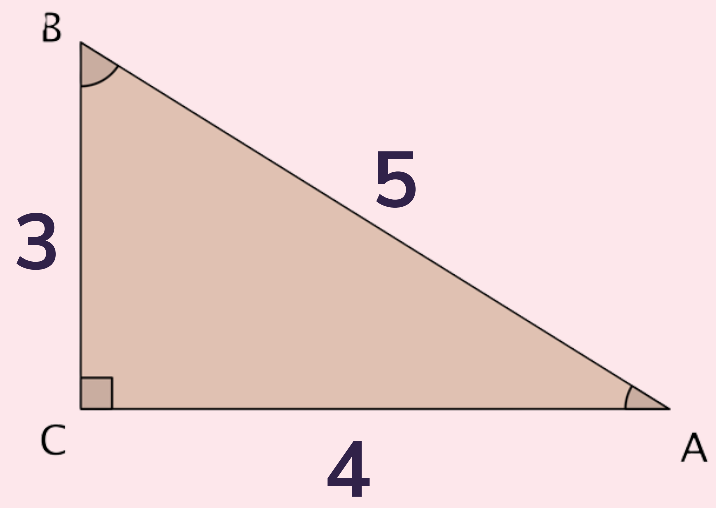
Macete utilizado para responder as questões mais rápido por meio da proporcionalidade

Questões modelo

Valdinar subiu uma rampa plana, de 25m de comprimento, pecorrendo assim horizontalmente um percusso de 20m. Uma pessoa que sobe a rampa inteira eleva-se verticalmente quantos metros?



MACETE



$x/5 = 3$

$x = 5 \times 3 = 15m$

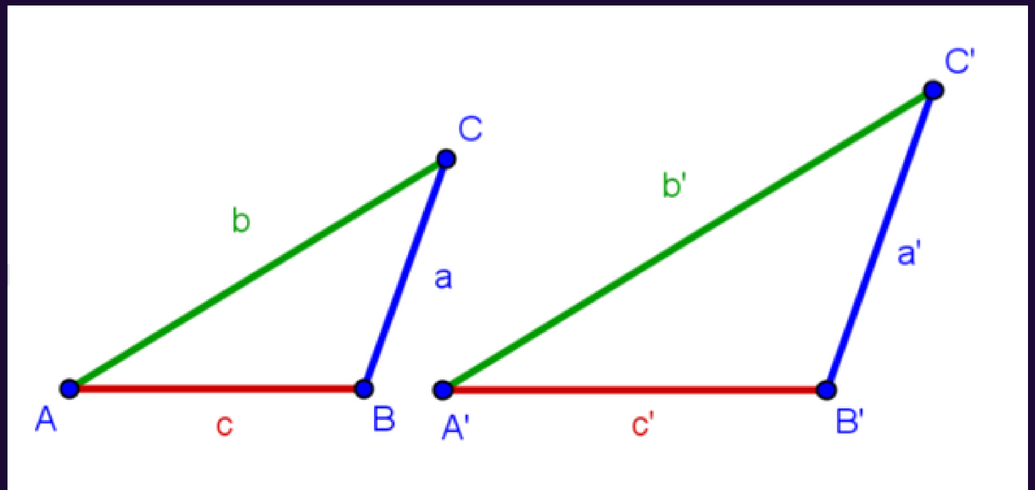
Pontos notáveis de um triângulo

MONITORIA

Semelhança de triângulos

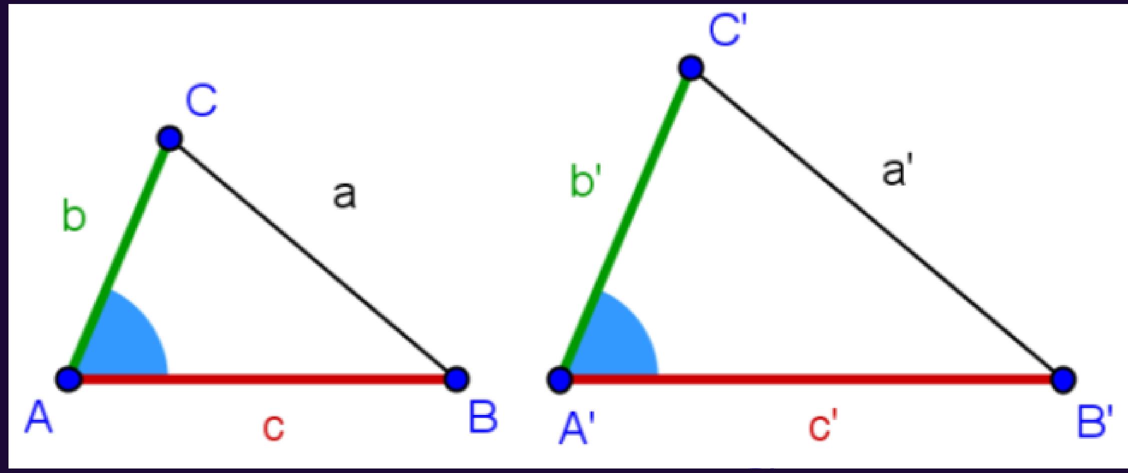
1) Critério Lado/Lado/Lado

Se dois triângulos possuem lados homólogos proporcionais, então eles são semelhantes



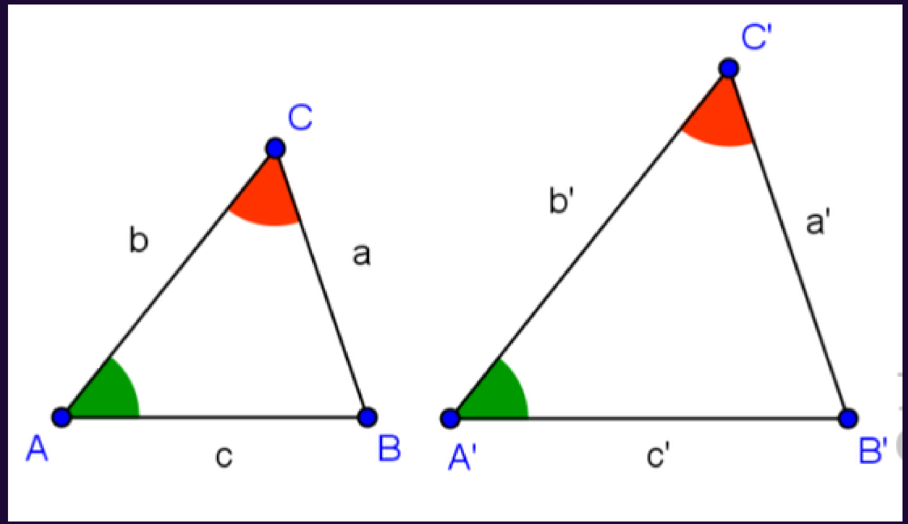
2) Critério Lado/Ângulo/Lado

Se dois triângulos possuem dois lados homólogos proporcionais e um ângulo formado por ele congruente, então eles são semelhantes



3) Critério Ângulo/Ângulo

Se dois triângulos possuem ângulos correspondentes congruentes, então eles são semelhantes



MONITORIA

Questão de Enem

O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.

Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF ?

Alternativas

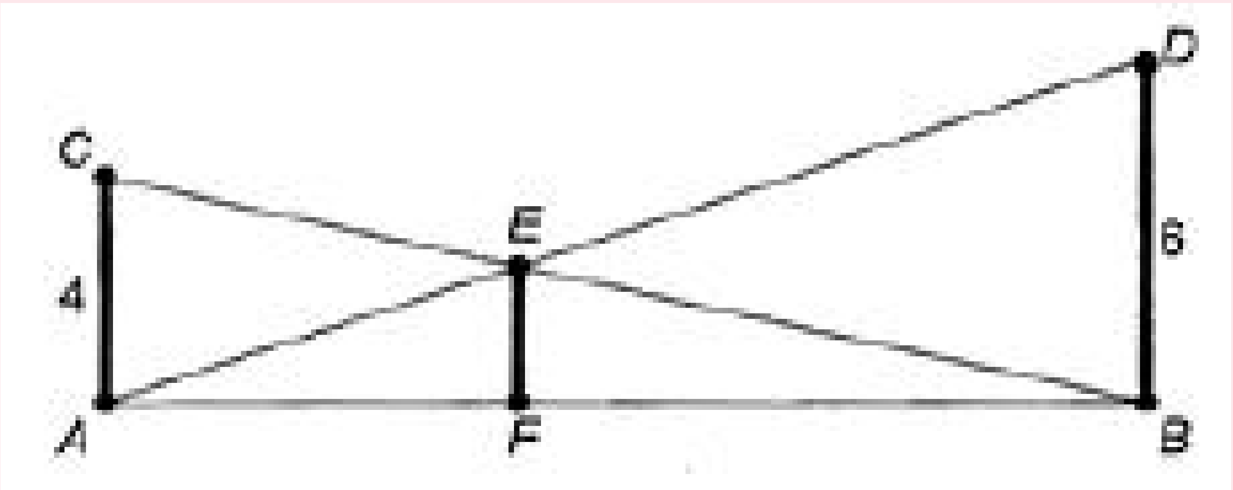
A) 1 m

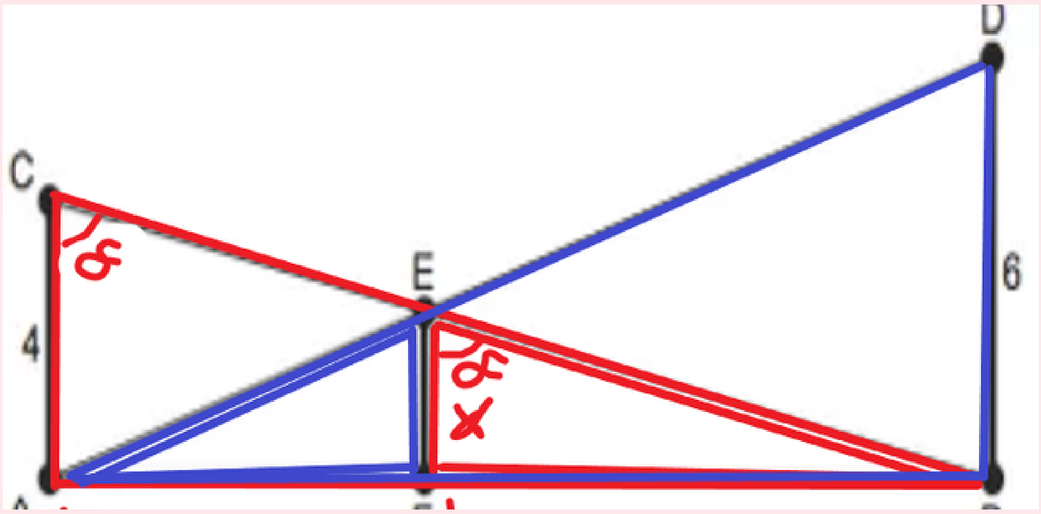
B) 2 m

C) 2,4 m

D) 3 m

E) 2v6 m





- Semelhança dos triângulos AEF e ADB

= EF/6 = AF/AB

- Semelhança dos triângulos BEF e BCA

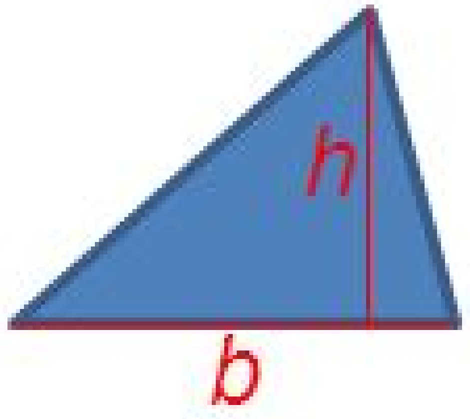
= EF/4 = FB/AB

- De ambos, temos:

EF/6 + EF / 4 = AF/AB + FB/AB ⇒ EF/6 + EF/4 = 1 ⇔ EF = 2,4

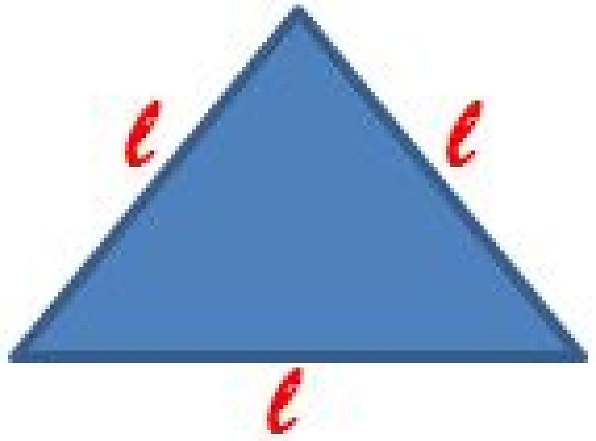
Fórmulas Triângulo

TRIÂNGULO QUALQUER:



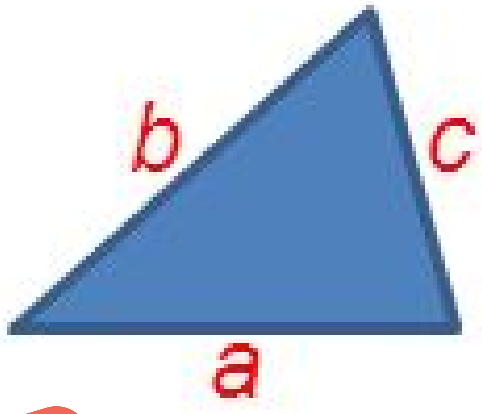
$$A = \frac{b.h}{2}$$

TRIÂNGULO EQUILÁTERO:



$$A = \frac{l^2.\sqrt{3}}{4}$$

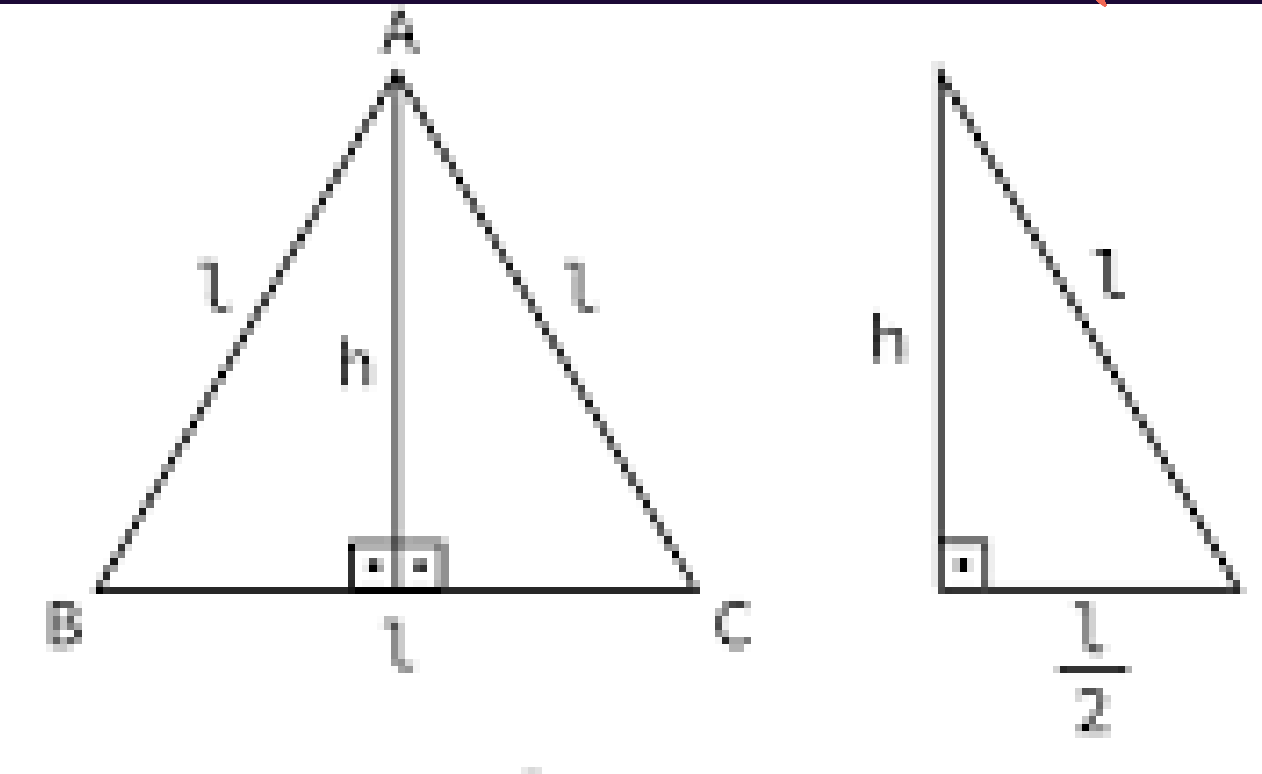
FÓRMULA DE HERON:



$$A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$$

****p* = semi-perímetro**

Equilátero - RECEBAA!!!



$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$l^2 - \frac{l^2}{4} = h^2$$

$$\frac{4l^2 - l^2}{4} = \frac{4h^2}{4}$$

$$4h^2 = 3l^2$$

$$h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}}$$

$$\boxed{h = \frac{l\sqrt{3}}{2}}$$

$$A = \frac{l.h}{2}$$

$$A = \frac{l.\frac{l\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A = \frac{l^2.\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A = l^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}}$$

MONITORIA

+exemplos de Enem

Os alunos do curso de matemática de uma universidade desejam fazer uma placa de formatura, no formato de um triângulo equilátero, em que os seus nomes aparecerão dentro de uma região quadrada, inscrita na placa, conforme a figura. Considerando que a área do quadrado, em que aparecerão os nomes dos formandos, mede 1 m2, qual é aproximadamente a medida, em metro, de cada lado do triângulo que representa a placa? (Utilize 1,7 como valor aproximado para √3).

a. 1,6
b. 2,1
c. 2,4
d. 3,7
e. 6,4

tg 60° = co/ca

1,7 = 1/ca

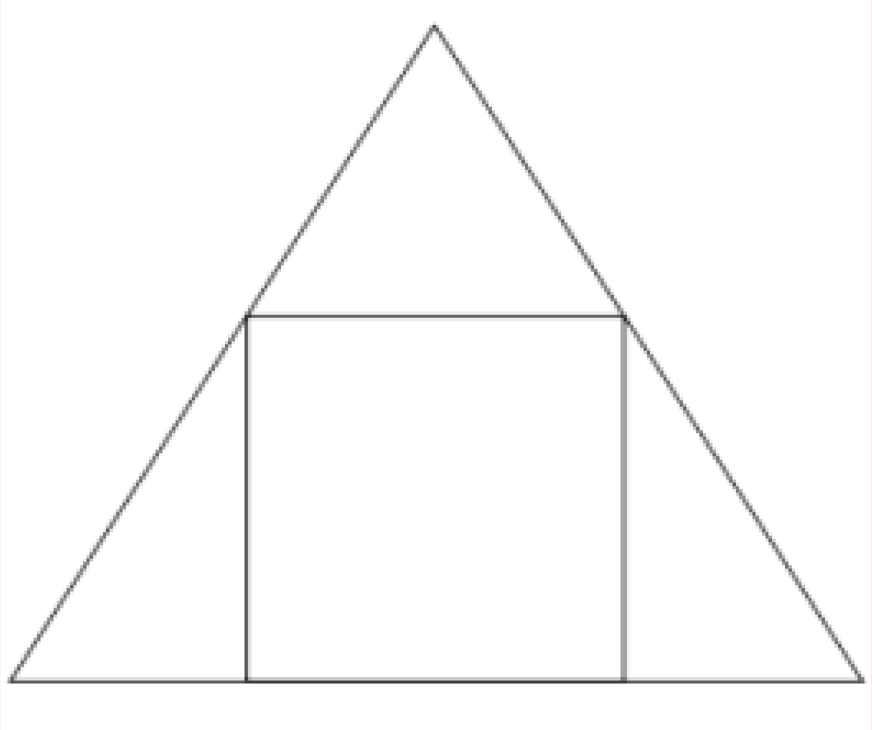
ca = 1/1,7

ca = 0,59 (aprox.)

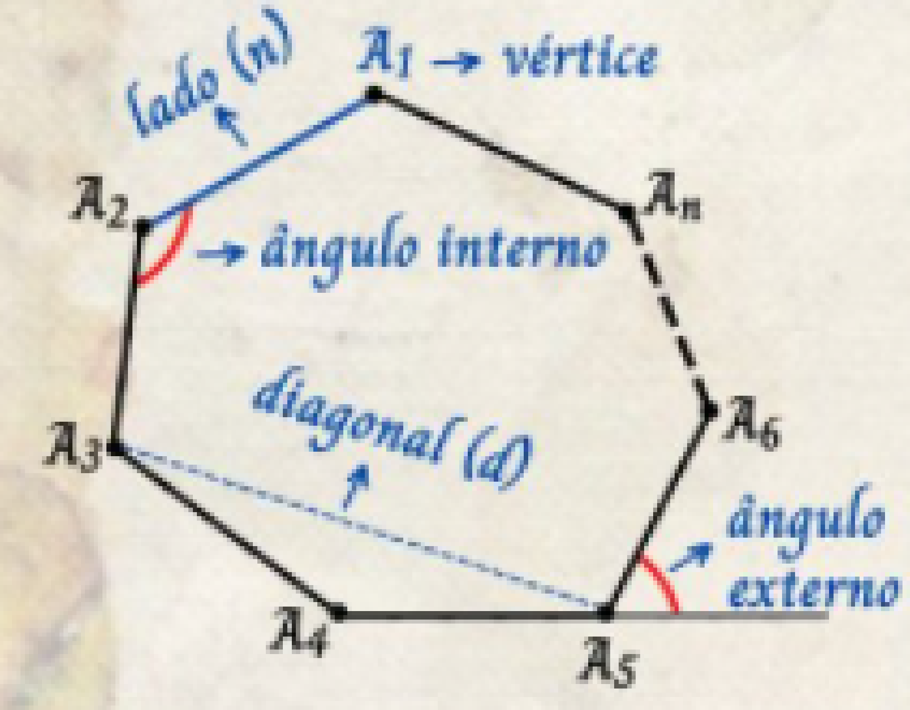
Agora é só somar os lados:

1 metro (quadrado) + 0,59 * 2 (os dois triângulos) = 2,18 metros

Alternativa B.

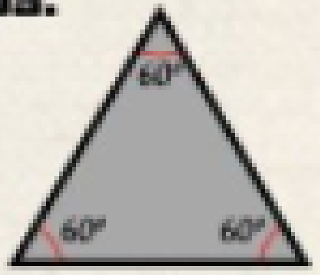


Polígonos

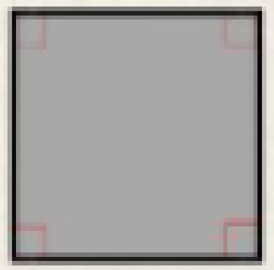


Polígonos regulares Possuem os lados congruentes e todos os ângulos congruentes.

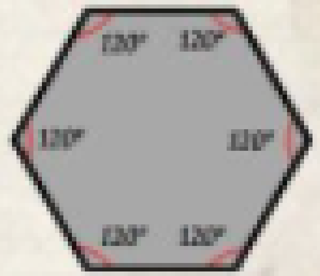
Exemplos:



Triângulo regular (triângulo equilátero)



Quadrilátero regular (quadrado)



Hexágono regular

Número de diagonais

$$\boxed{d = \frac{n(n-3)}{2}}$$

Soma dos ângulos externos
(Polígono Convexo)

$$\boxed{S_e = 360^\circ}$$

Soma dos ângulos internos
(Polígono Convexo)

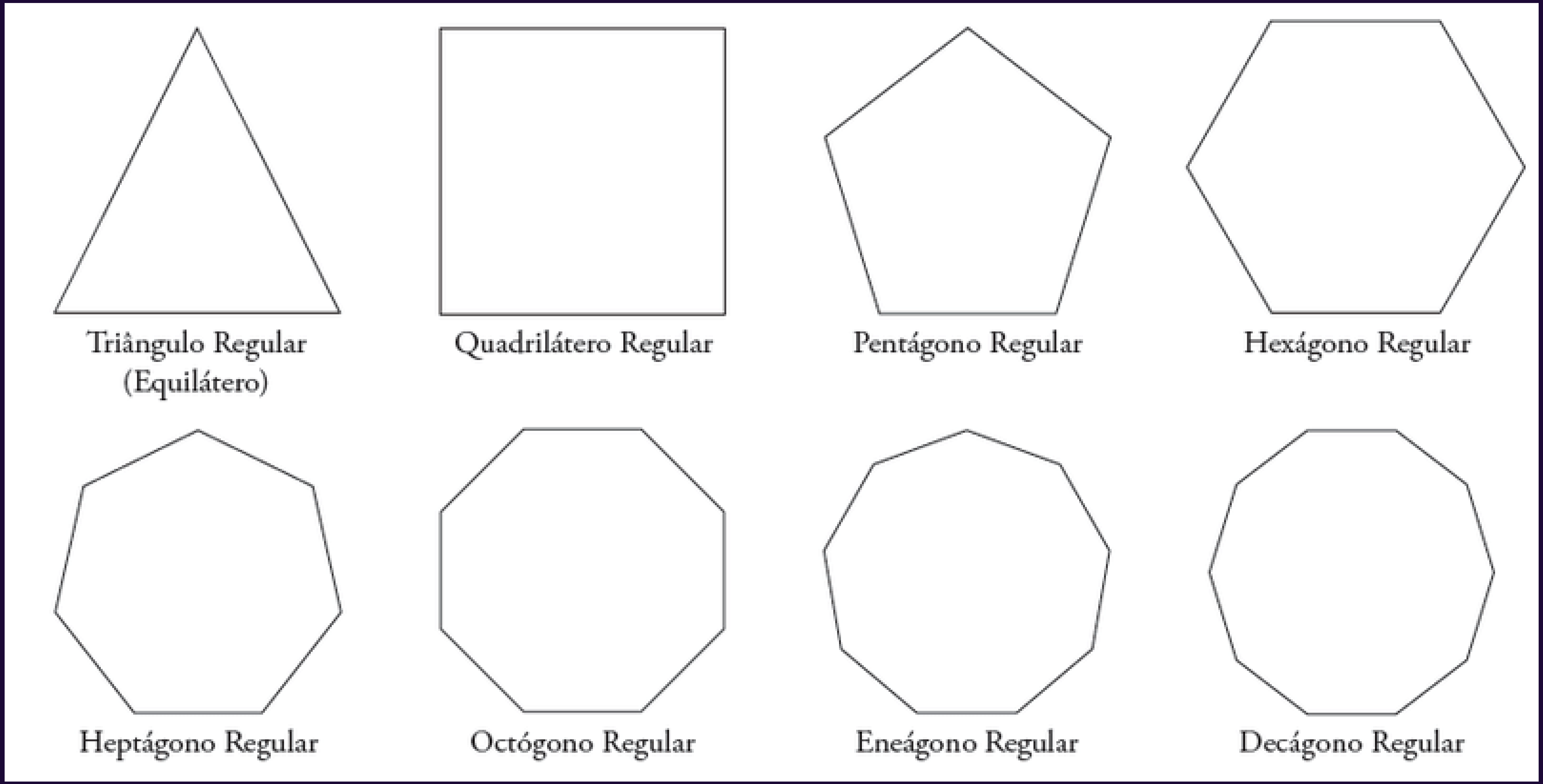
$$\boxed{S_i = (n-2) \times 180^\circ}$$

Ângulo interno e ângulo externo
(Polígono Regular)

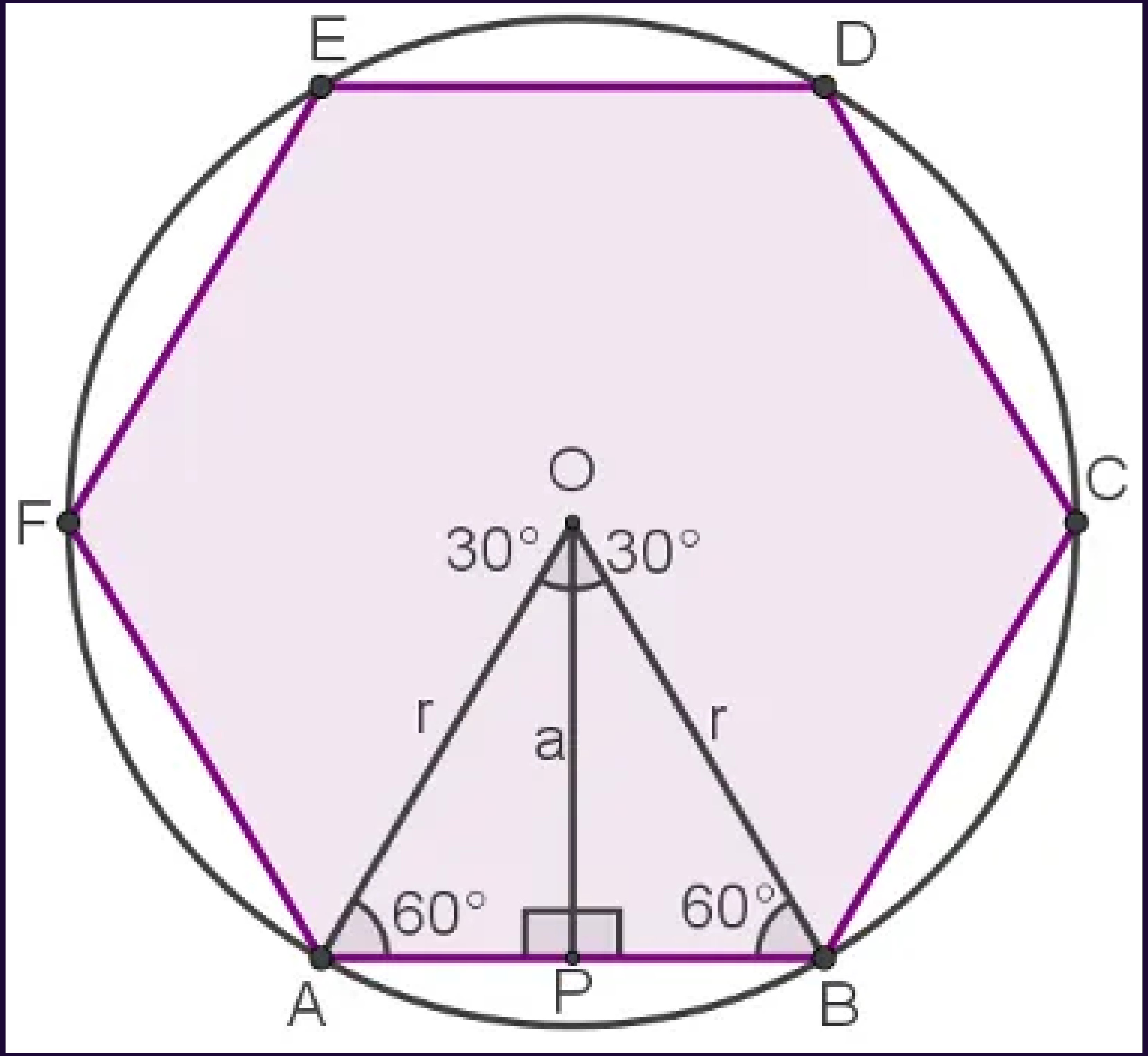
$$\boxed{a_i = \frac{S_i}{n}} \qquad \boxed{a_e = \frac{360^\circ}{n}}$$

MONITORIA

Polígonos regulares



Hexágono regular



$$A = 6 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Número de triângulos equiláteros

Área do triângulo equilátero

O raio da circunferência é igual ao lado do triângulo equilátero (r)

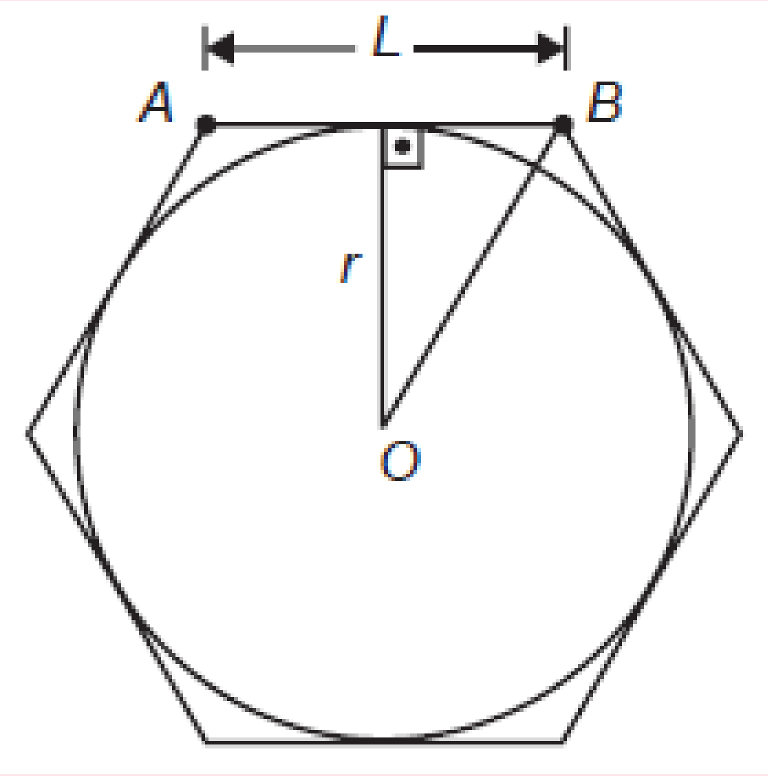
Questão de Enem

Um brinquedo chamado pula-pula, quando visto de cima, consiste de uma cama elástica com contorno em formato de um hexágono regular. Se a área do círculo inscrito no hexágono é 3π metros quadrados, então a área do hexágono, em metro quadrado é:

a. 9
b. $6\sqrt{3}$
c. $9\sqrt{2}$
d. 12
e. $12\sqrt{3}$

$A=\pi\times R^2$
$3\pi=\pi\times R^2$, logo $R=\sqrt{3}$

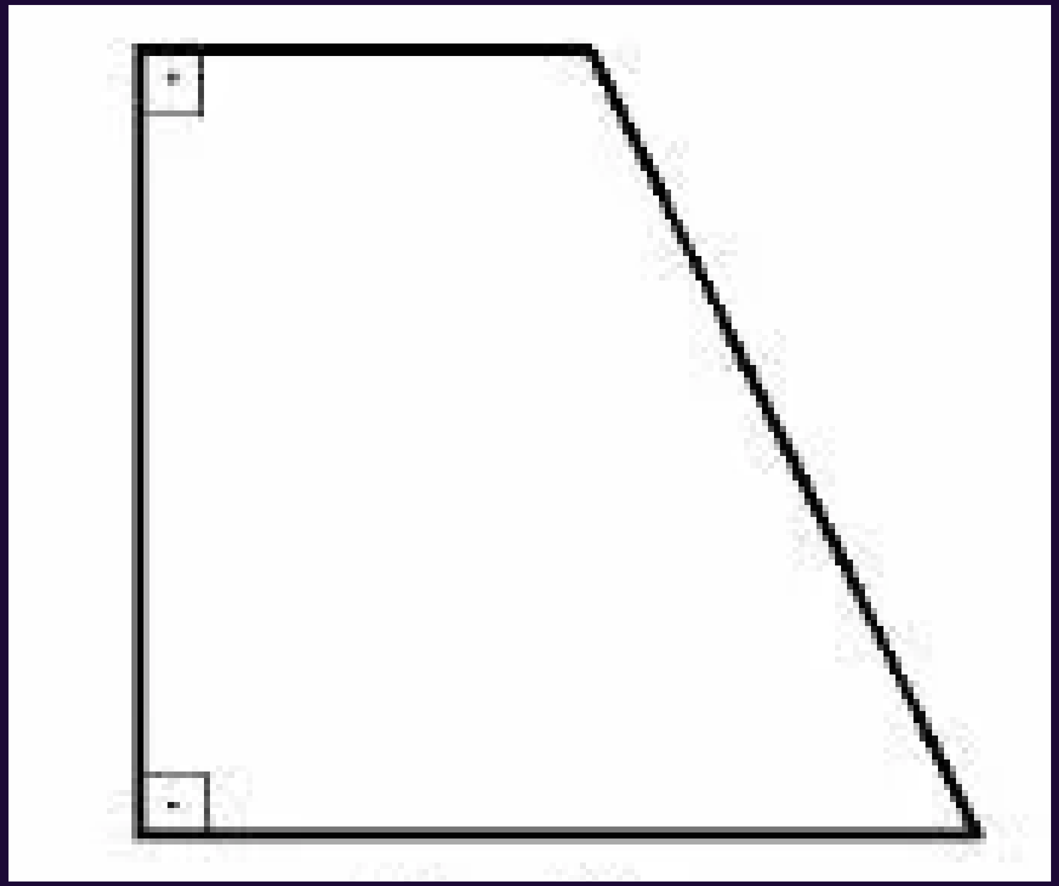
É possivel dividir o hexagono em 6 triangulos equilateros de acordo com a imagem anexada, sendo a altura desses triangulos equivalentes ao raio.



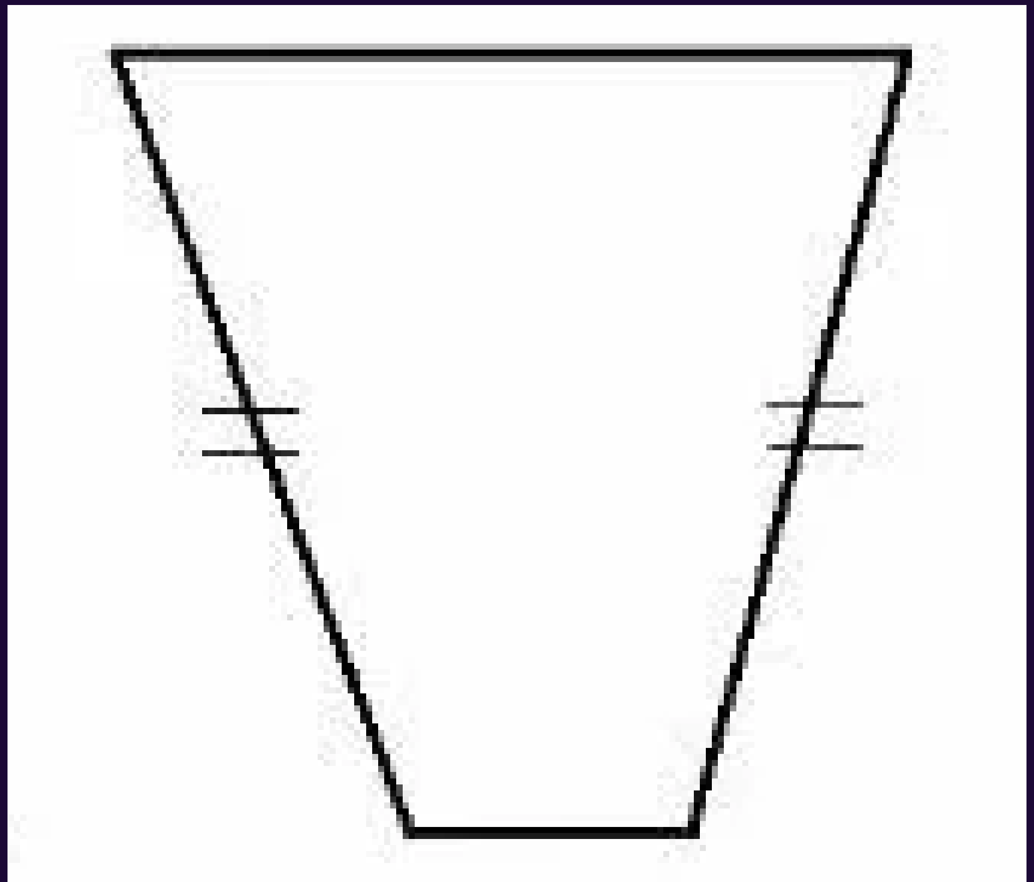
$h=L\sqrt{3}/2$
$h=R$
$\sqrt{3}=L\sqrt{3}/2$
$L=2$

$Ahex=L^2\times6\sqrt{3}/4$
$Ahex=6\sqrt{3}$

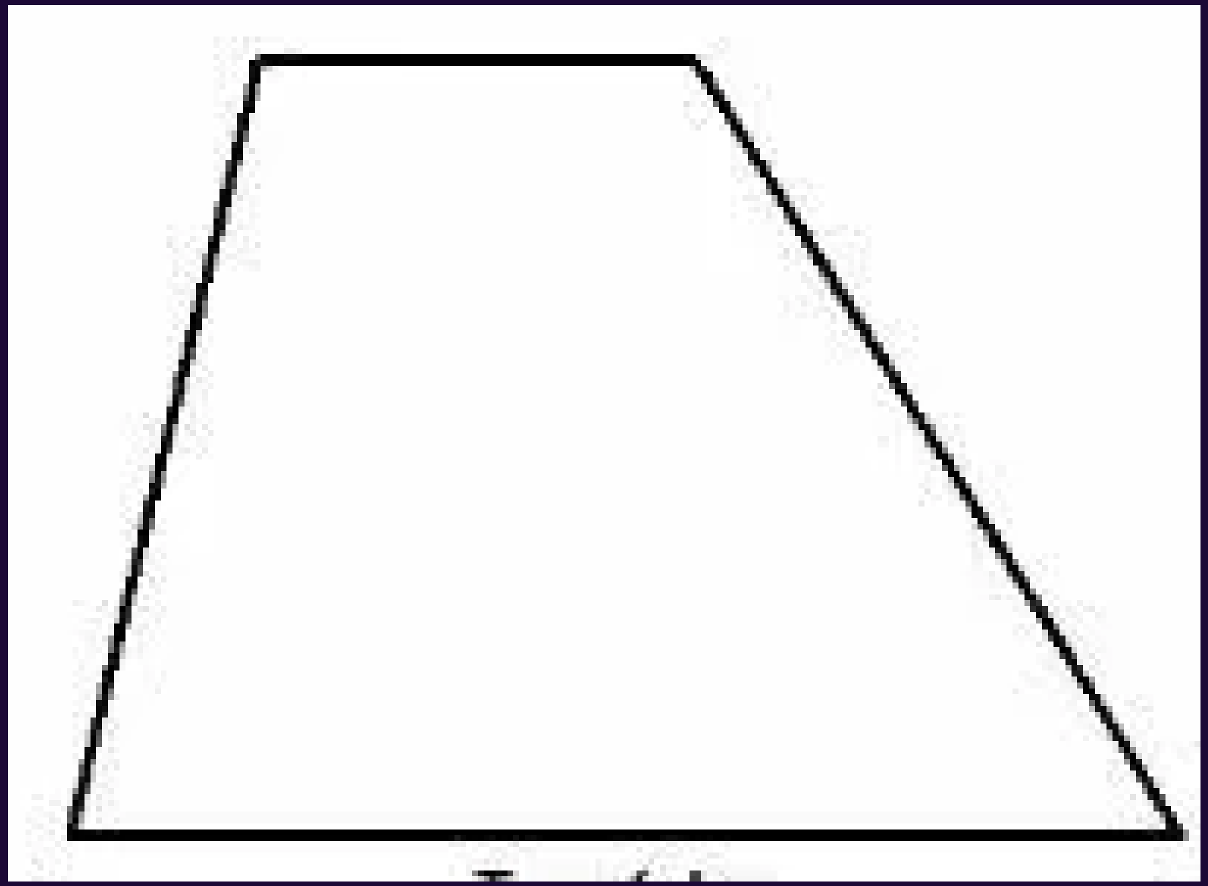
Trapézio



Regular



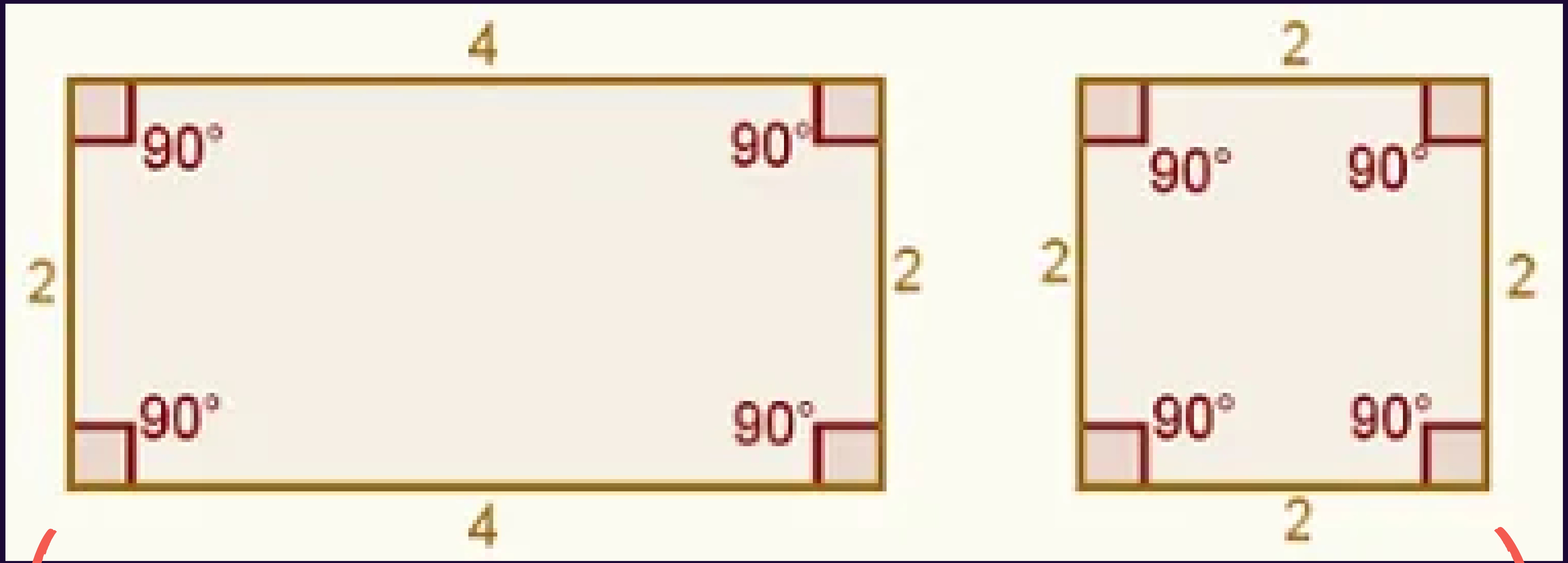
Isóceles



Escaleno

$$A = \frac{(B+b).h}{2}$$

Retângulo e Quadrado



$$Área = b \cdot h$$

$$Perímetro = 2(b + h)$$

Área do quadrado

$$A = \ell^2$$

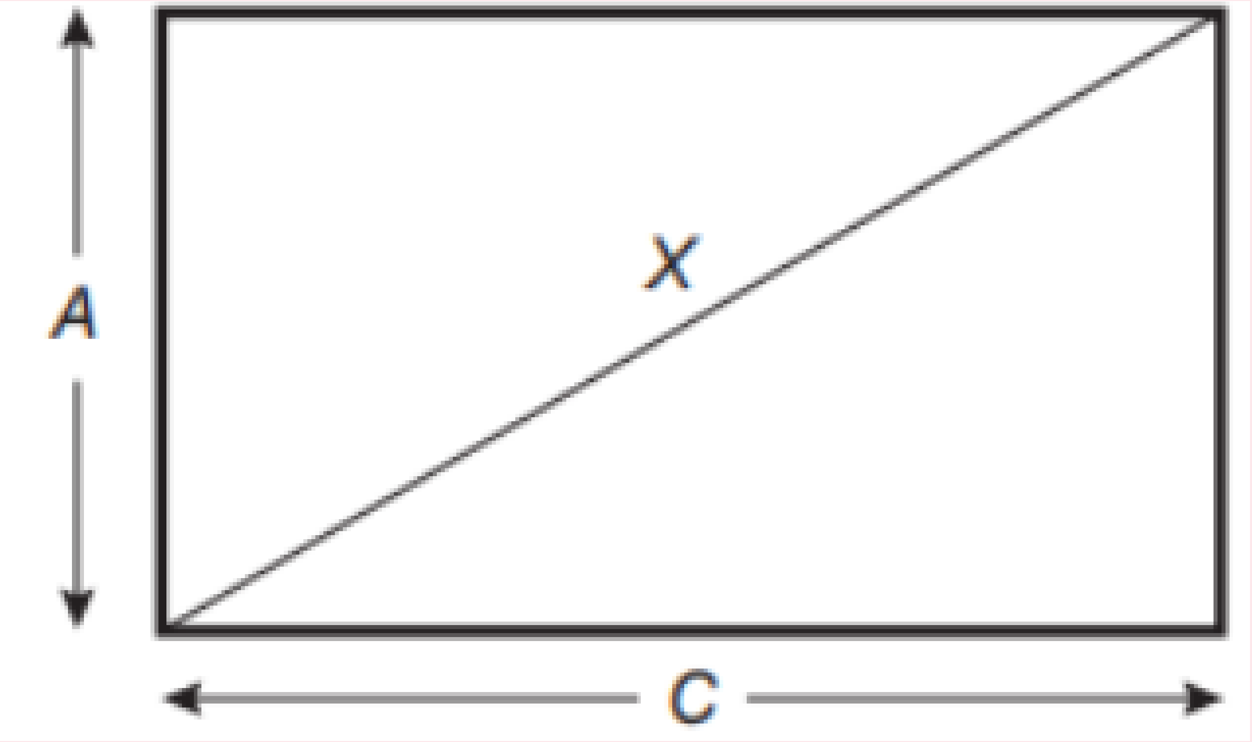
Lembrete!

Apesar de todo quadrado ser um retângulo, nem todo retângulo é um quadrado.

MONITORIA

Questão de Enem

A unidade de medida utilizada para anunciar o tamanho das telas de televisores no Brasil é a polegada, que corresponde a 2,54 cm. Diferentemente do que muitos imaginam, dizer que a tela de uma TV tem X polegadas significa que a diagonal do retângulo que representa sua tela mede X polegadas, conforme ilustração. O administrador de um museu recebeu uma TV convencional de 20 polegadas, que tem como razão do comprimento (C) pela altura (A) a proporção 4 : 3, e precisa calcular o comprimento (C) dessa TV a fim de colocá-la em uma estante para exposição. A tela dessa TV tem medida do comprimento C, em centímetro, igual a:



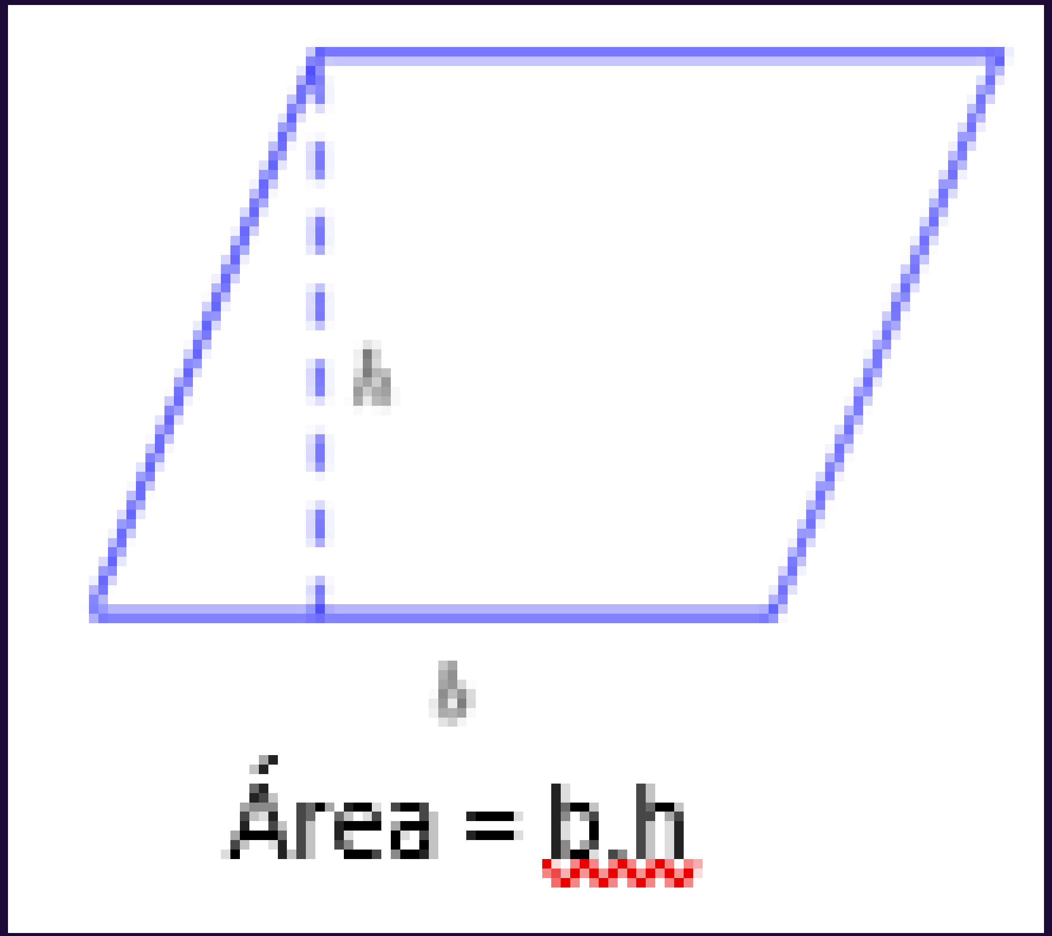
a. 12,00.
b. 16,00.
c. 30,48.
d. 40,64.
e. 50,80.

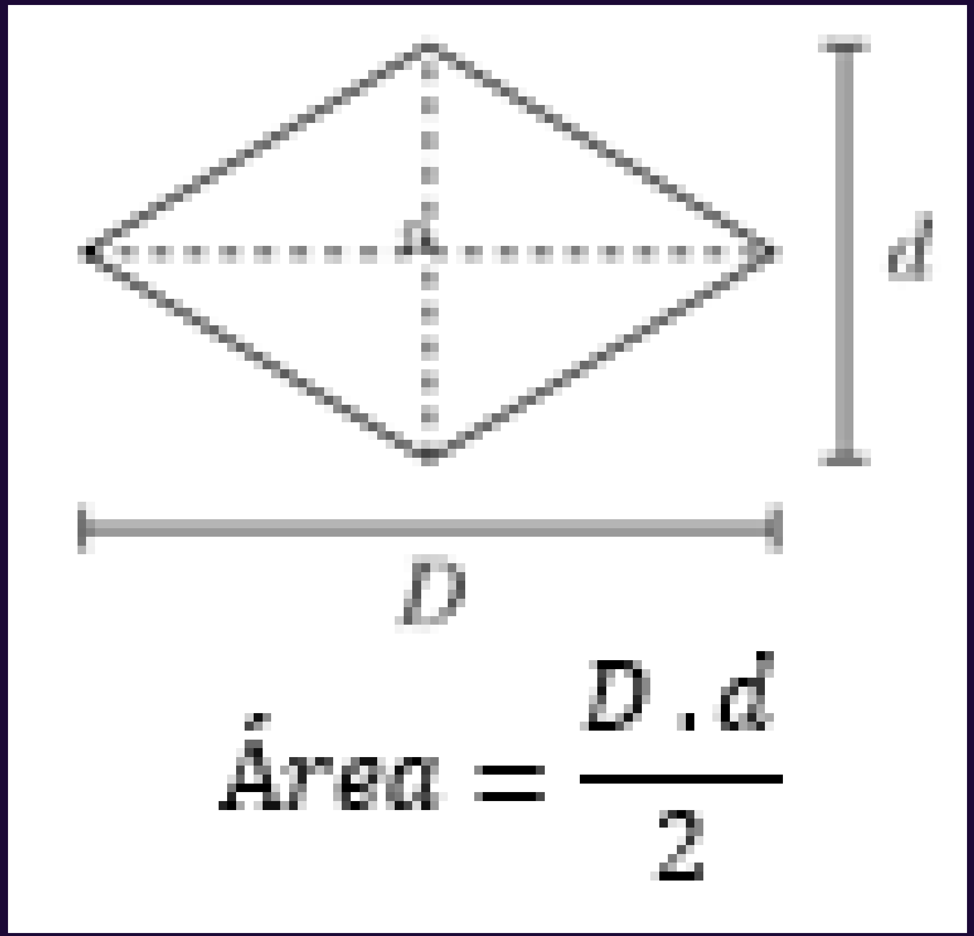
$c/a = 4/3$
$a = 3c/4$

$\rightarrow$ sendo d a diagonal, c o comprimento e a a altura da TV

$20^2 = c^2 + (3c/4)^2$
$400 = c^2 + 9c^2/16$
$400 = 25c^2/16$
$25c^2 = 6400$
$c^2 = 256$
$c = 16''$ $\rightarrow$ $c = 16 \cdot 2{,}54 = 40{,}64$ cm

Paralelogramo e Losango

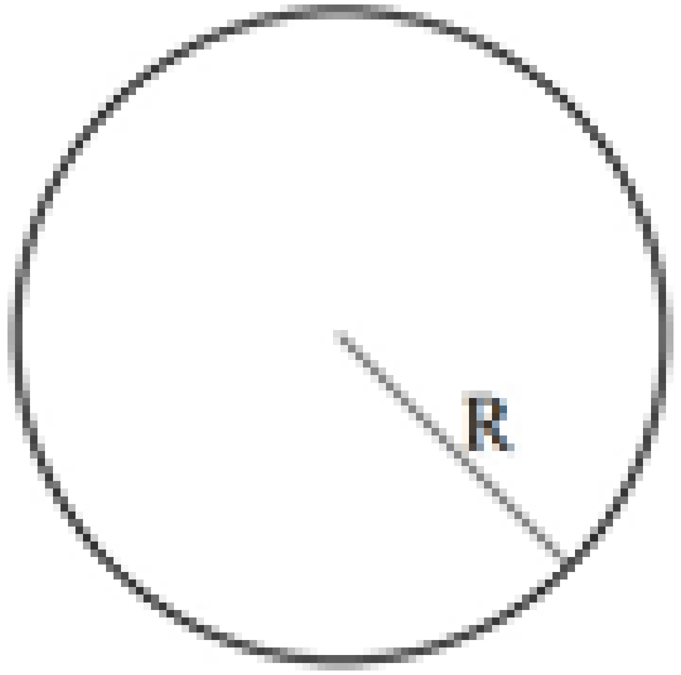




O paralelogramo e o losango são retângulos mas não são quadrados

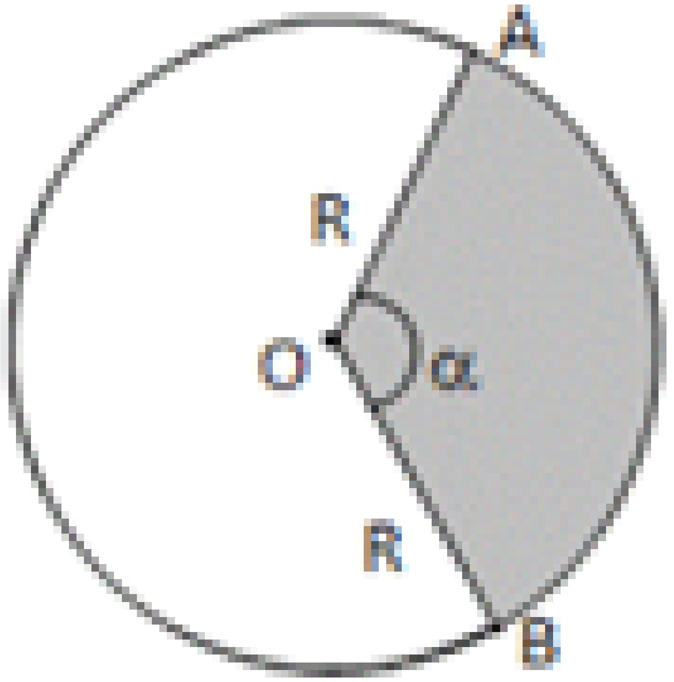
MONITORIA

Circunferência

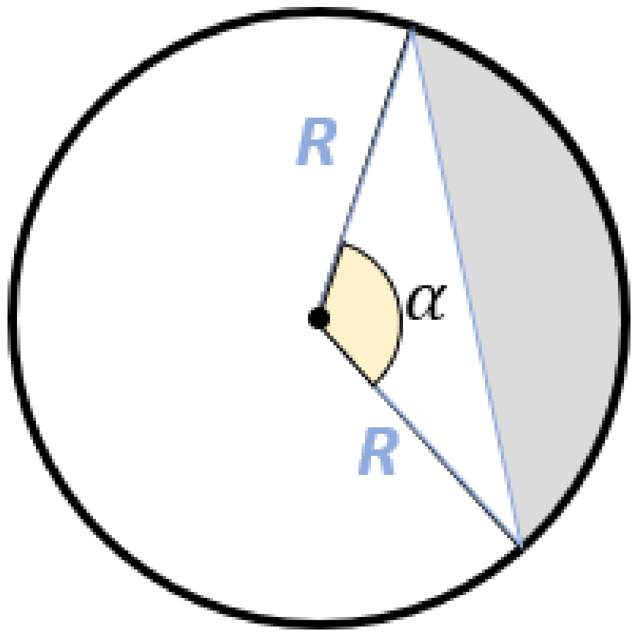


$C = 2 . \pi . R$

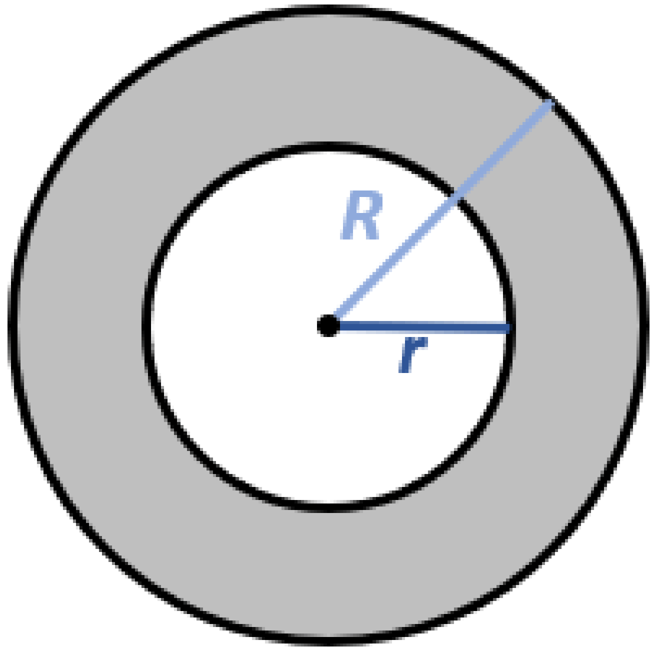
$A = \pi . R^2$



$$A\,(setor) = \frac{\alpha \pi r^2}{360°}$$

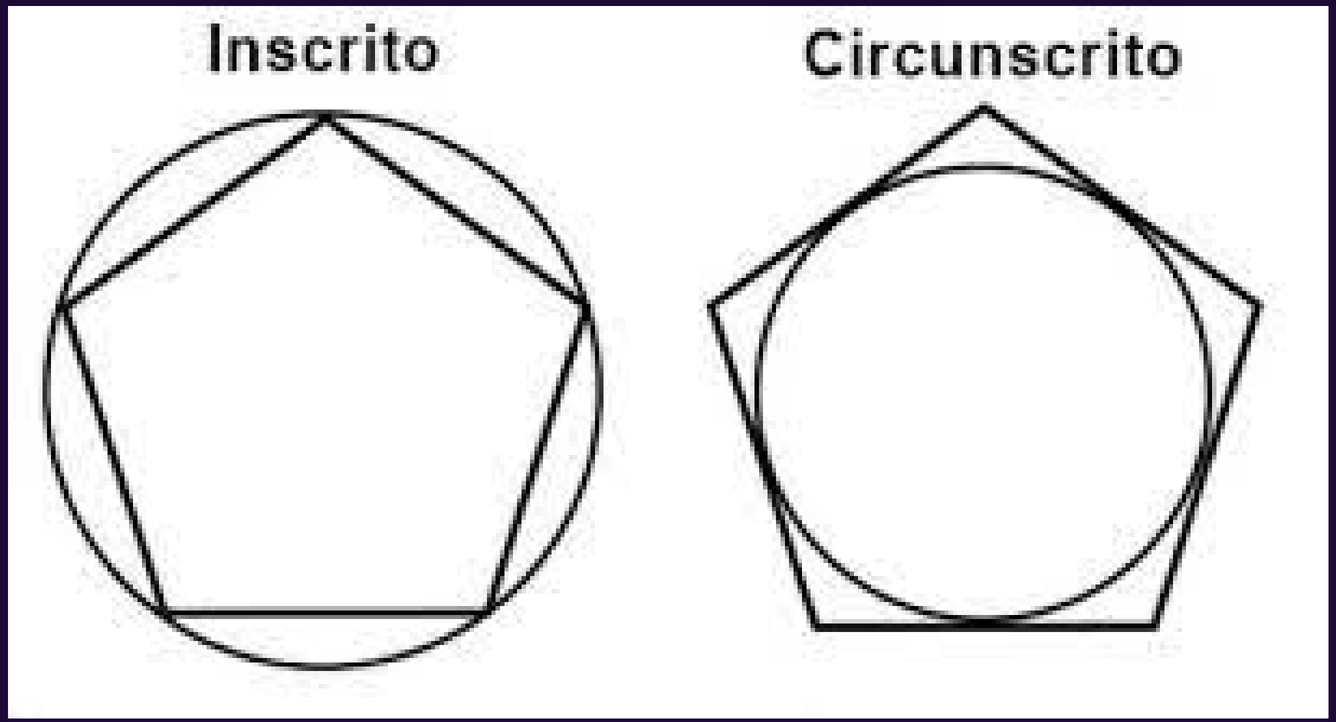


$$A_{segmento} = A_{setor} - A_{triângulo}$$



$$A_{coroa} = \pi . R^2 - \pi . r^2$$

$$A_{coroa} = \pi . (R^2 - r^2)$$



Inscrito: circunferência FORA

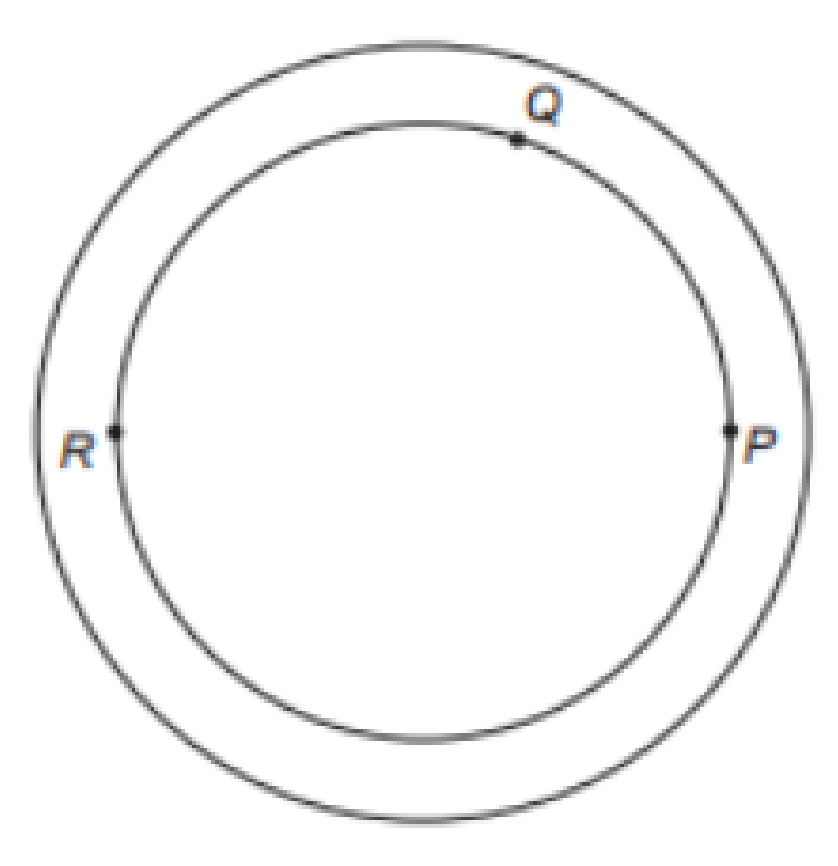
Circunscrito: circunferência DENTRO

+exemplos de Enem

Uma pista circular delimitada por duas circunferências concêntricas foi construída. Na circunferência interna dessa pista, de raio 0,3 km, serão colocados aparelhos de ginástica localizados nos pontos P, Q e R, conforme a figura. O segmento RP é um diâmetro dessa circunferência interna, e o ângulo PRQ tem medida igual a π/5 radianos. Para uma pessoa ir do ponto P ao ponto Q andando pela circunferência interna no sentido anti-horário, ela percorrerá uma distância, em quilômetro, igual a:

a. 0,009π
b. 0,03π
c. 0,06π
d. 0,12π
e. 0,18π

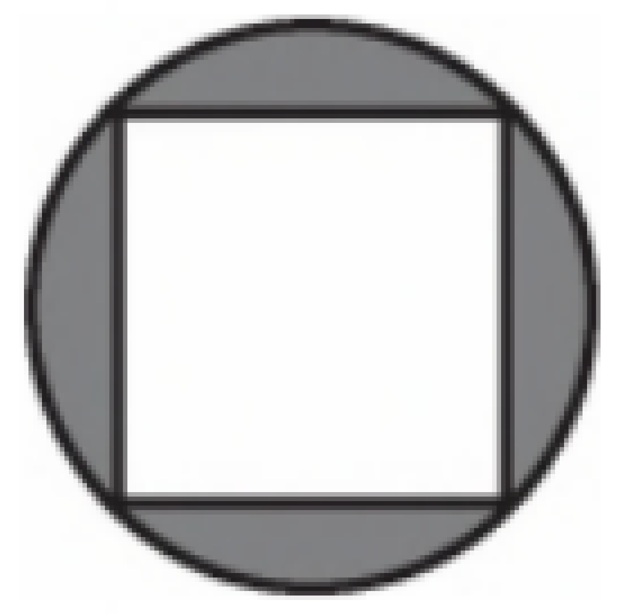
l = ângulo central. raio
l=2π/5 . 0,3
l=0,6π/5
l= 0,12π



Questão de Enem

Um arquiteto deseja construir um jardim circular de 20 m de diâmetro. Nesse jardim, uma parte do terreno será reservada para pedras ornamentais. Essa parte terá a forma de um quadrado inscrito na circunferência, como mostrado na figura. Na parte compreendida entre o contorno da circunferência e a parte externa ao quadrado, será colocada terra vegetal. Nessa parte do jardim, serão usados 15 kg de terra para cada m2. A terra vegetal é comercializada em sacos com exatos 15 kg cada. Use 3 como valor aproximado para π. O número mínimo de sacos de terra vegetal necessários para cobrir a parte descrita do jardim é:

a. 100
b. 140
c. 200
d. 800
e. 1000



Resolução:

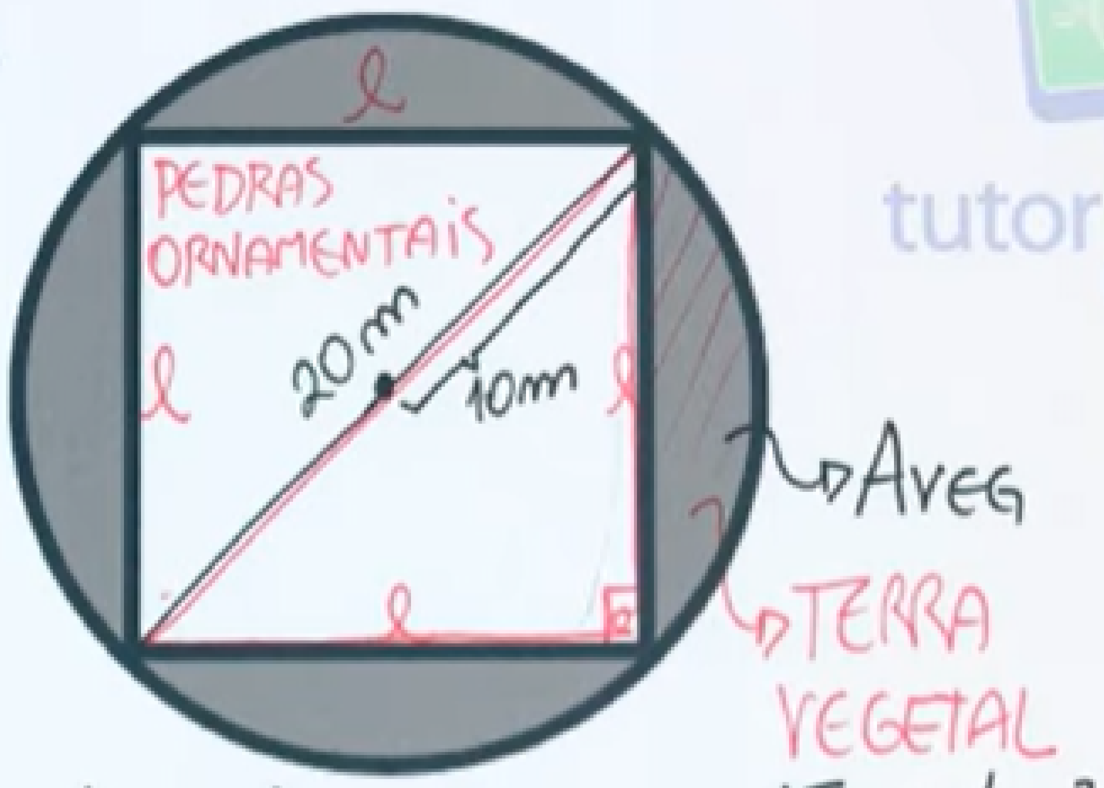
PITÁGORAS

$$20^2 = \ell^2 + \ell^2$$

$$400 = 2\ell^2$$

$$\ell^2 = \frac{400}{2} \Rightarrow \boxed{\ell^2 = 200}$$

$\boxed{\pi = 3}$



15 kg/m²

1 SACO/m²

$$A_{VEG} = A_{\circ} - A_{\square}$$

$$A_{VEG} = \pi \cdot 10^2 - \ell^2$$

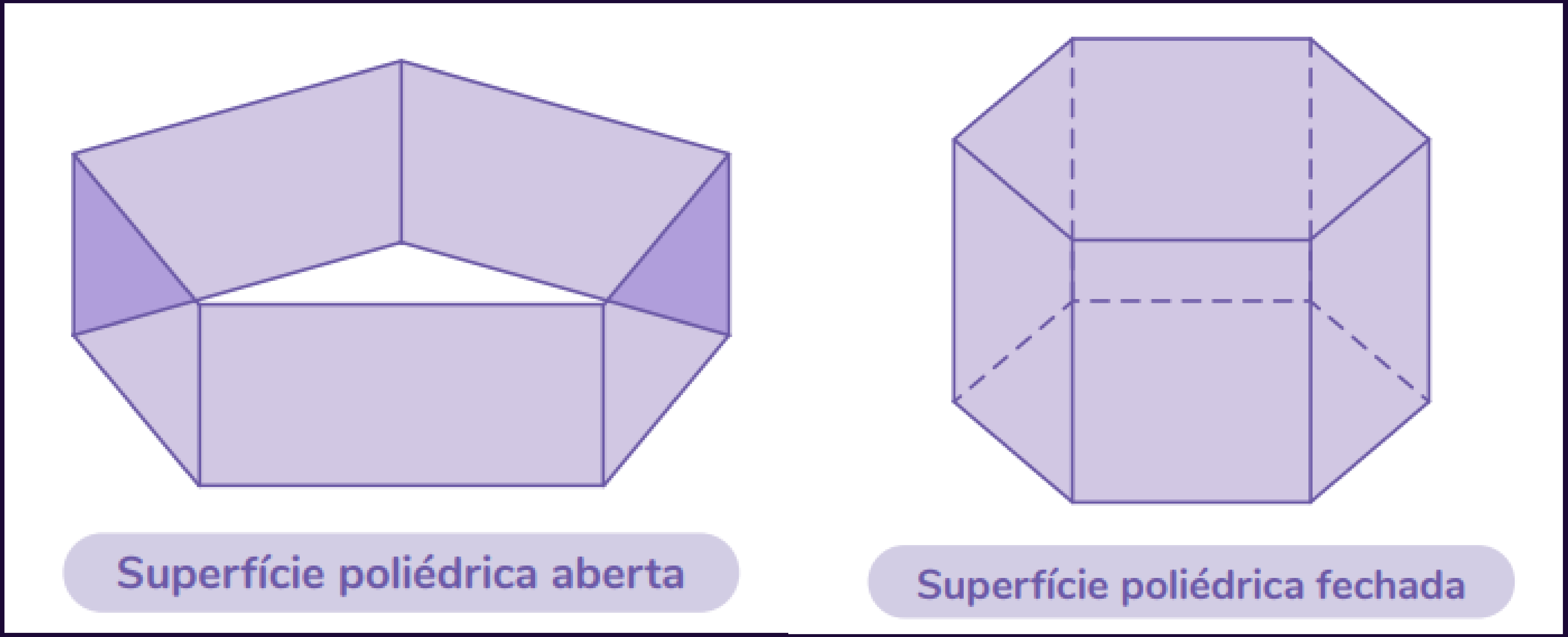
$$A_{VEG} = 300 - 200$$

$$\boxed{A_{VEG} = 100\ m^2}$$

↳ 100 SACOS

GEOMETRIA ESPACIAL

Todos os polígonos têm ao menos um lado em comum com um dos outros polígonos.

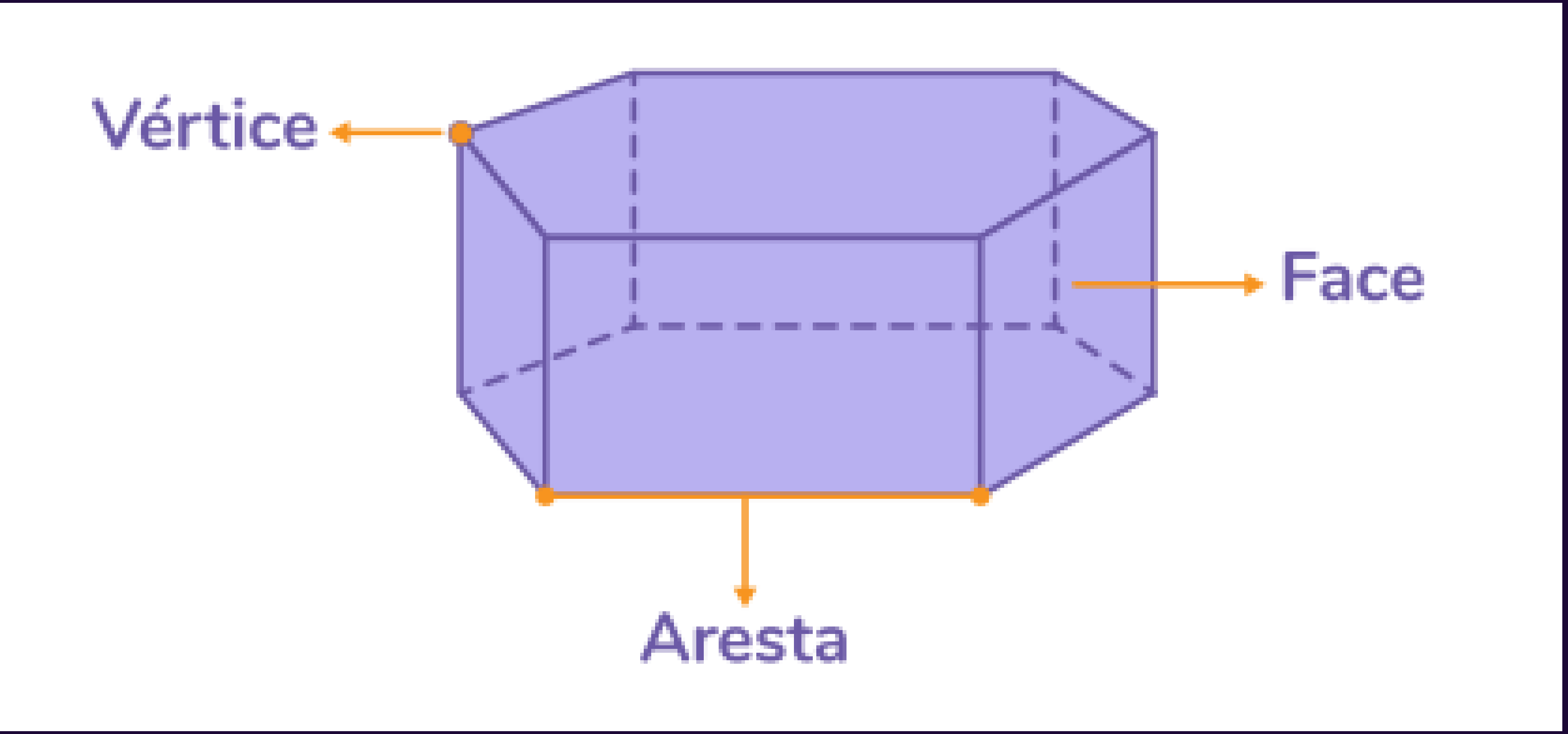


MONITORIA

ELEMENTOS DOS POLIEDROS

MONITORIA

A **face** é um polígono.
A **aresta** é o lado que dois polígonos têm em comum.
O **vértice** é o ponto de interseção das arestas.

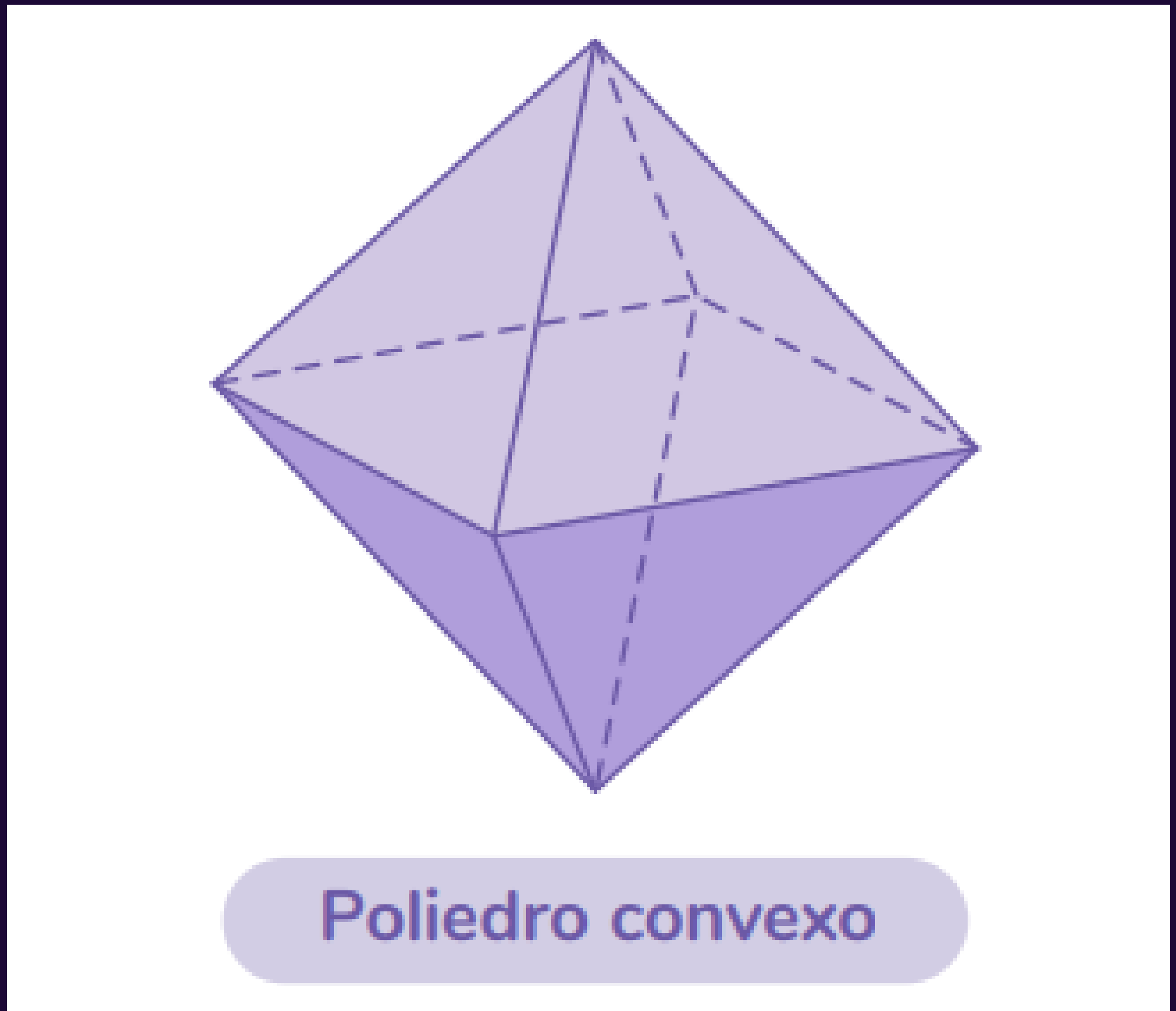


Relação de Euler

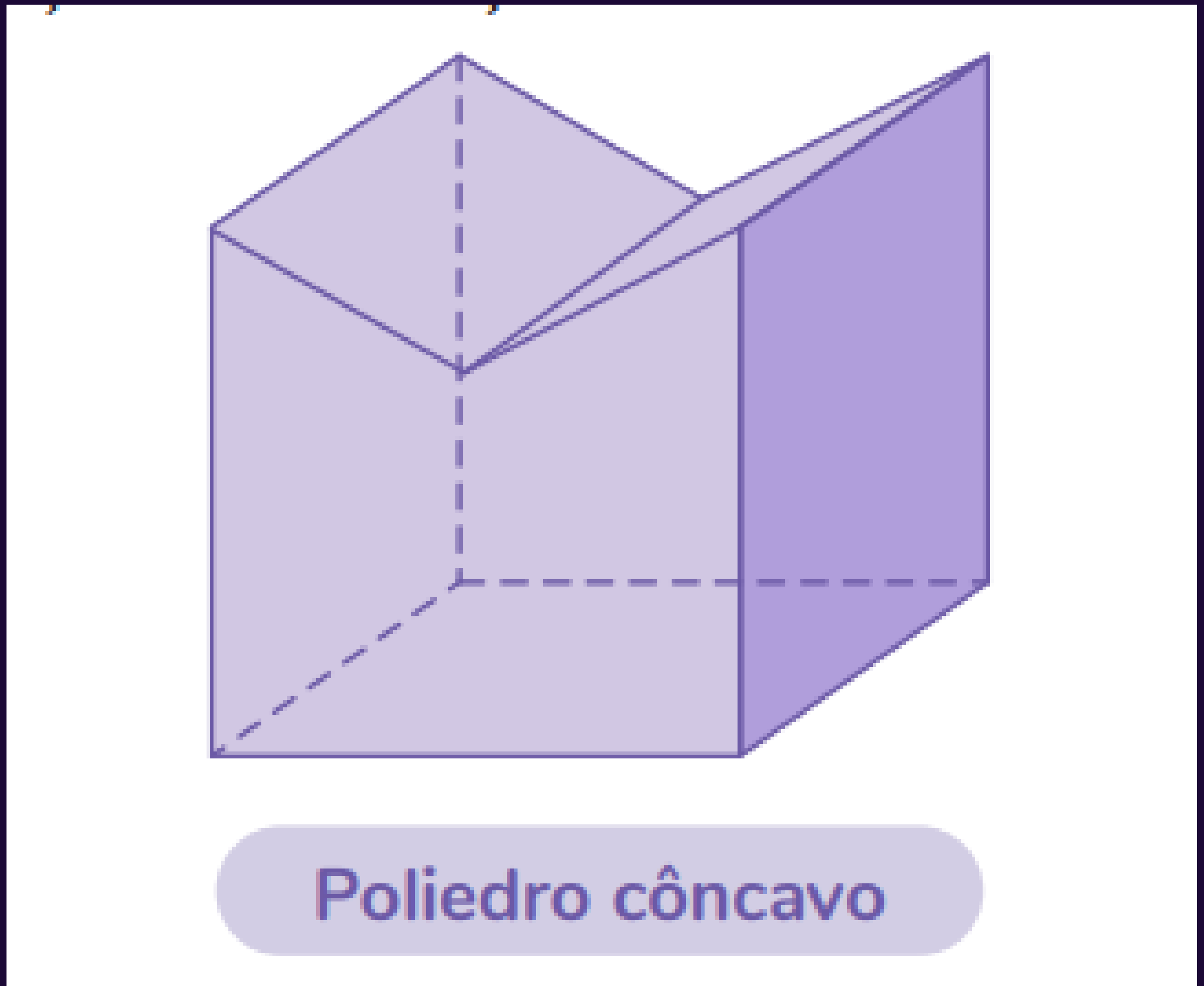
$$V - A + F = 2$$

POLIEDRO CONVEXO E CÔNCAVO

Nos poliedros convexos, dois polígonos não podem ocupar o mesmo plano.

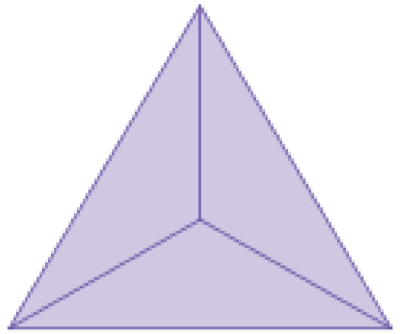


Nos poliedros côncavos há polígonos que ocupam o mesmo plano



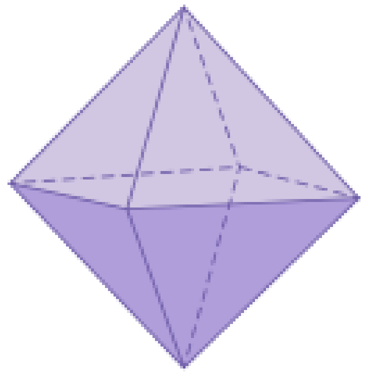
MONITORIA

NÚMERO DE FACES E NOMENCLATURA



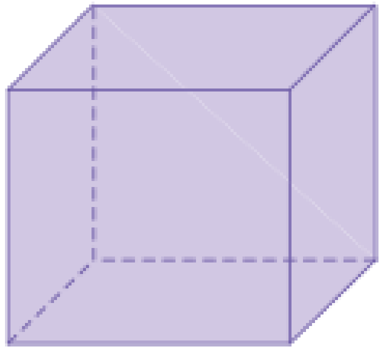
Tetraedro

Tetraedro é o Poliedro que possui 4 faces.



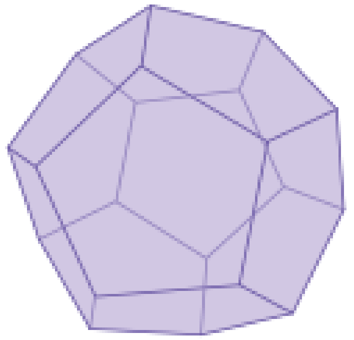
Octaedro

Octaedro é o Poliedro que possui 8 faces.



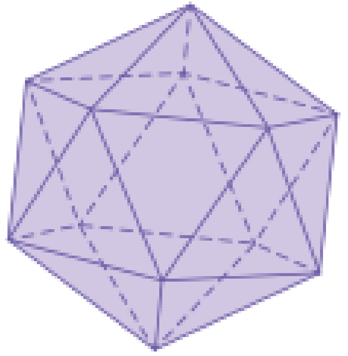
Hexaedro

Hexaedro é o Poliedro que possui 6 faces.



Dodecaedro

Dodecaedro é o Poliedro que possui 12 faces.

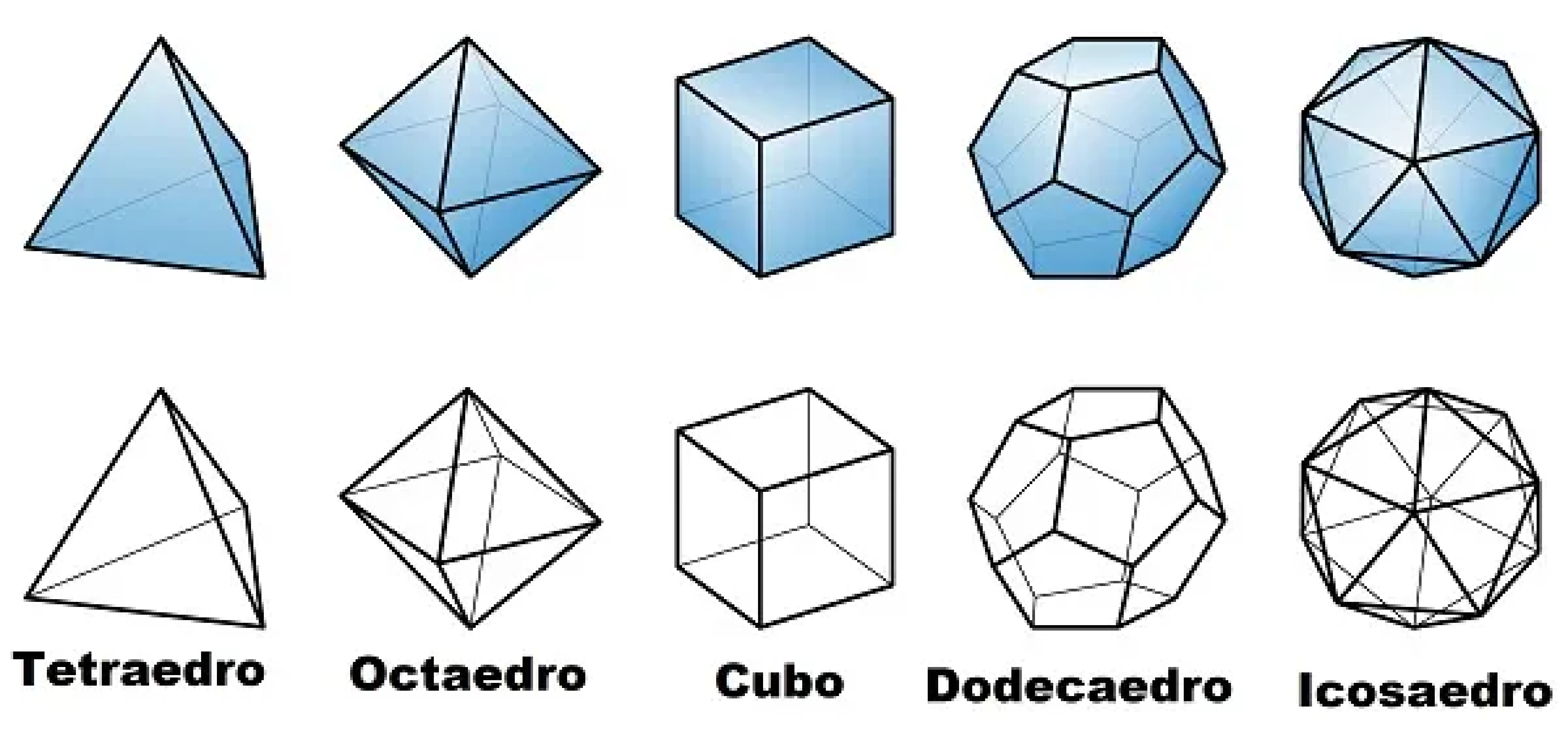


Icosaedro

Icosaedro é o Poliedro que possui 20 faces.

POLIEDROS REGULARES

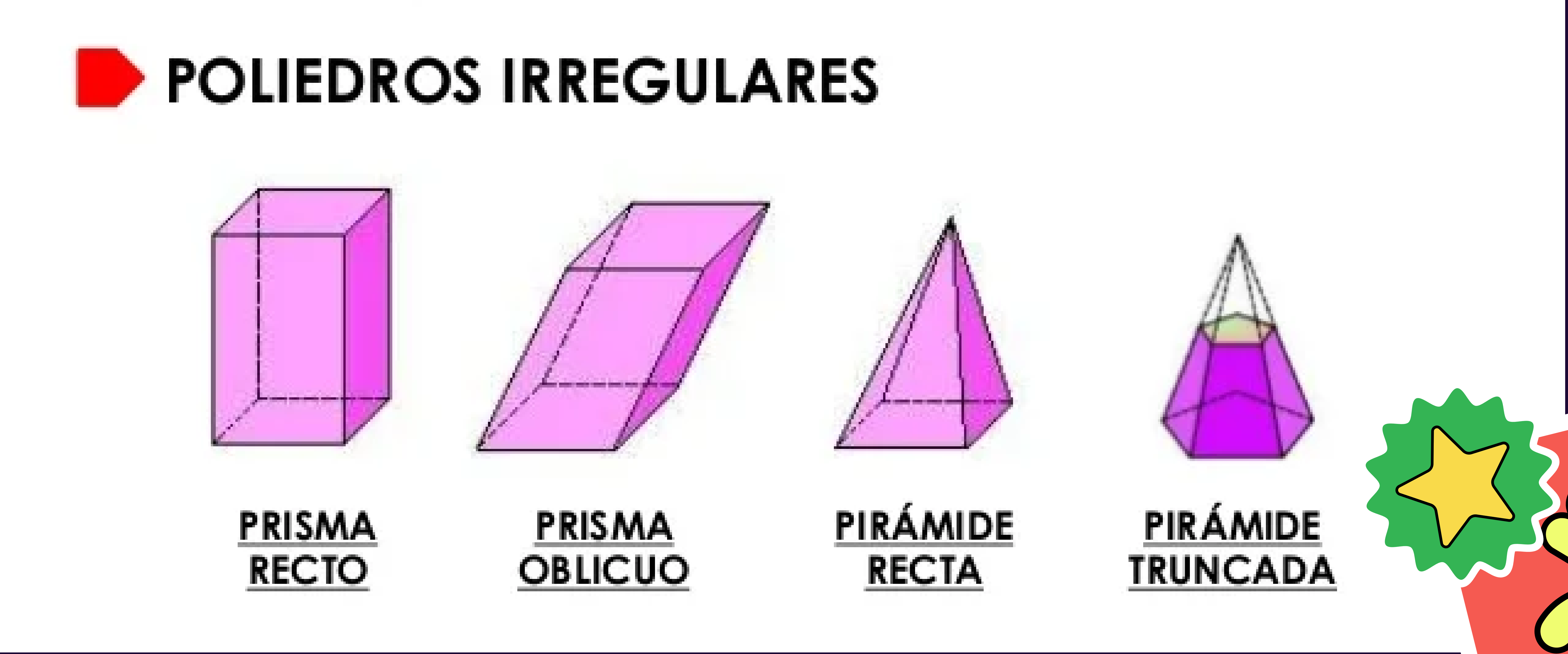
Poliedros regulares são os poliedros cujas faces são polígonos regulares congruentes entre si. Eles possuem, também, os ângulos poliédricos congruentes entre si.



Obs.: Todo poliedro regular é poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é um poliedro regular.

MONITORIA

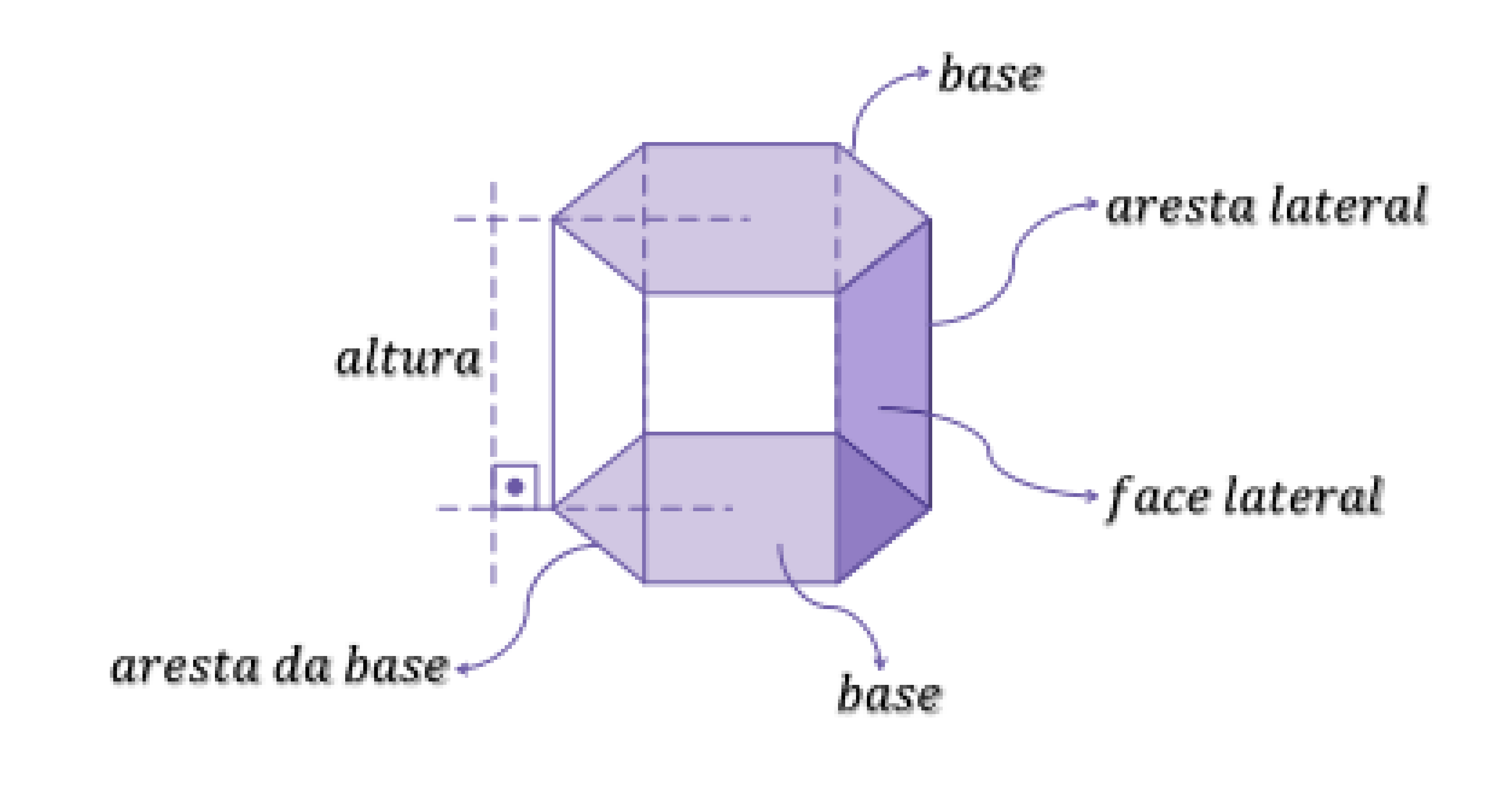
POLIEDROS IRREGULARES



MONITORIA

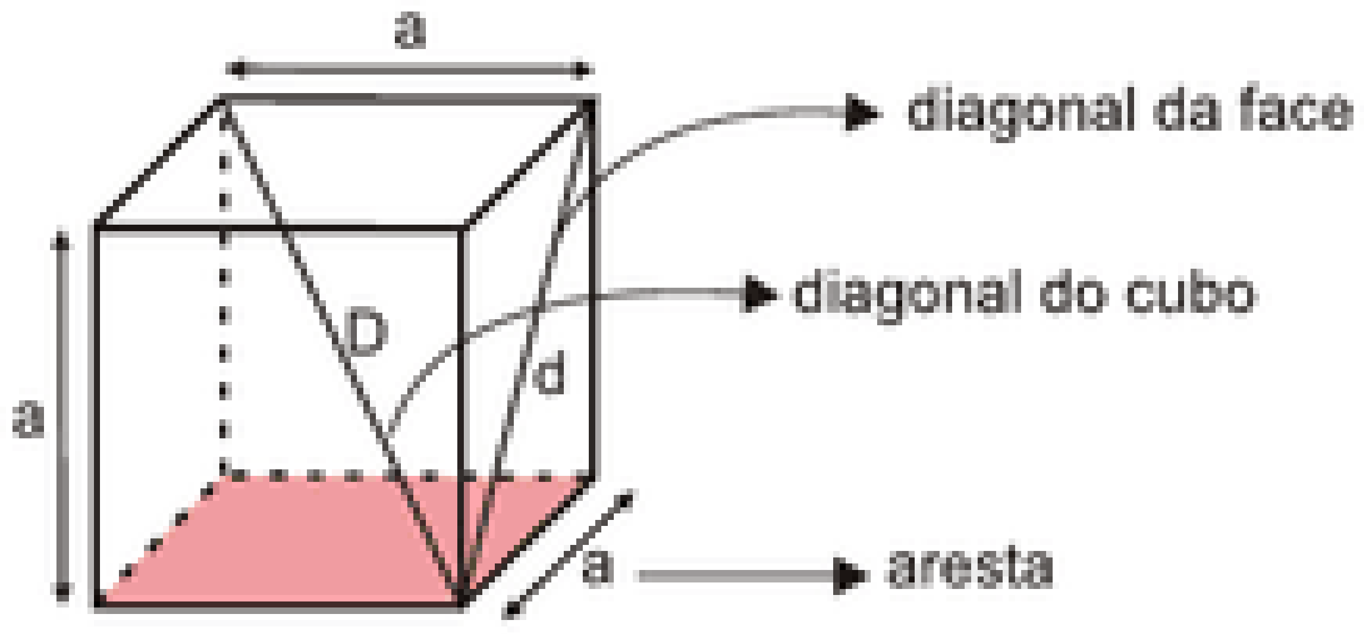
PRISMAS

Prisma é um poliedro convexo cujas bases são polígonos congruentes e paralelos e as faces laterais são paralelogramos.



MONITORIA

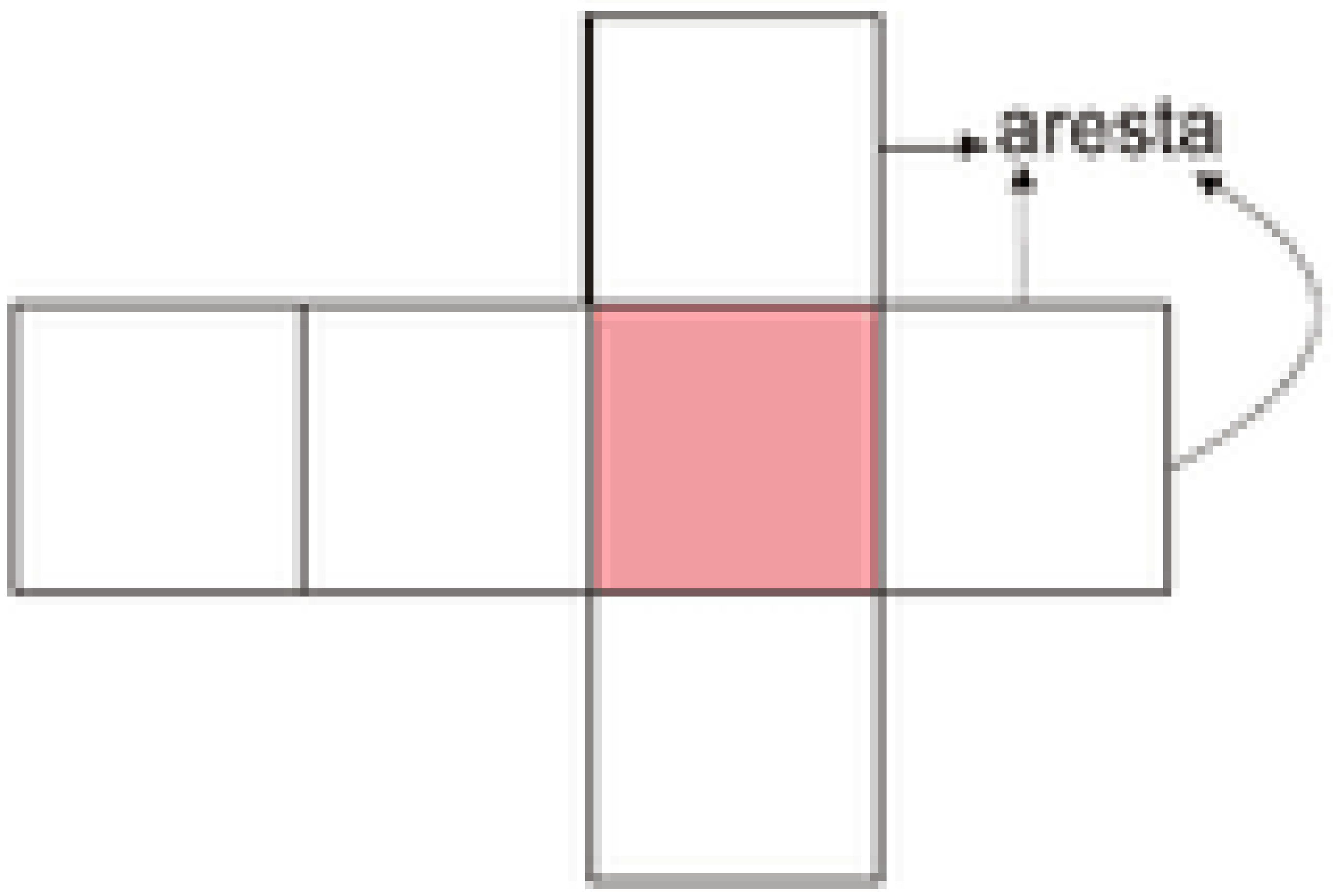
CUBO



a: aresta
D: diagonal do cubo
d: diagonal da face

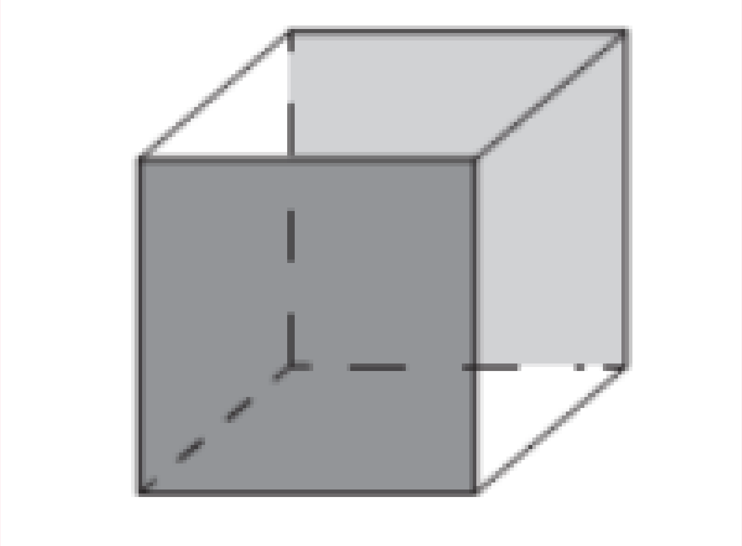
$S_T = 6.a^2$ ⟶ Área total
$V = a^3$ ⟶ Volume
$d = a\sqrt{2}$ ⟶ Diagonal da face
$D = a\sqrt{3}$ ⟶ Diagonal do cubo

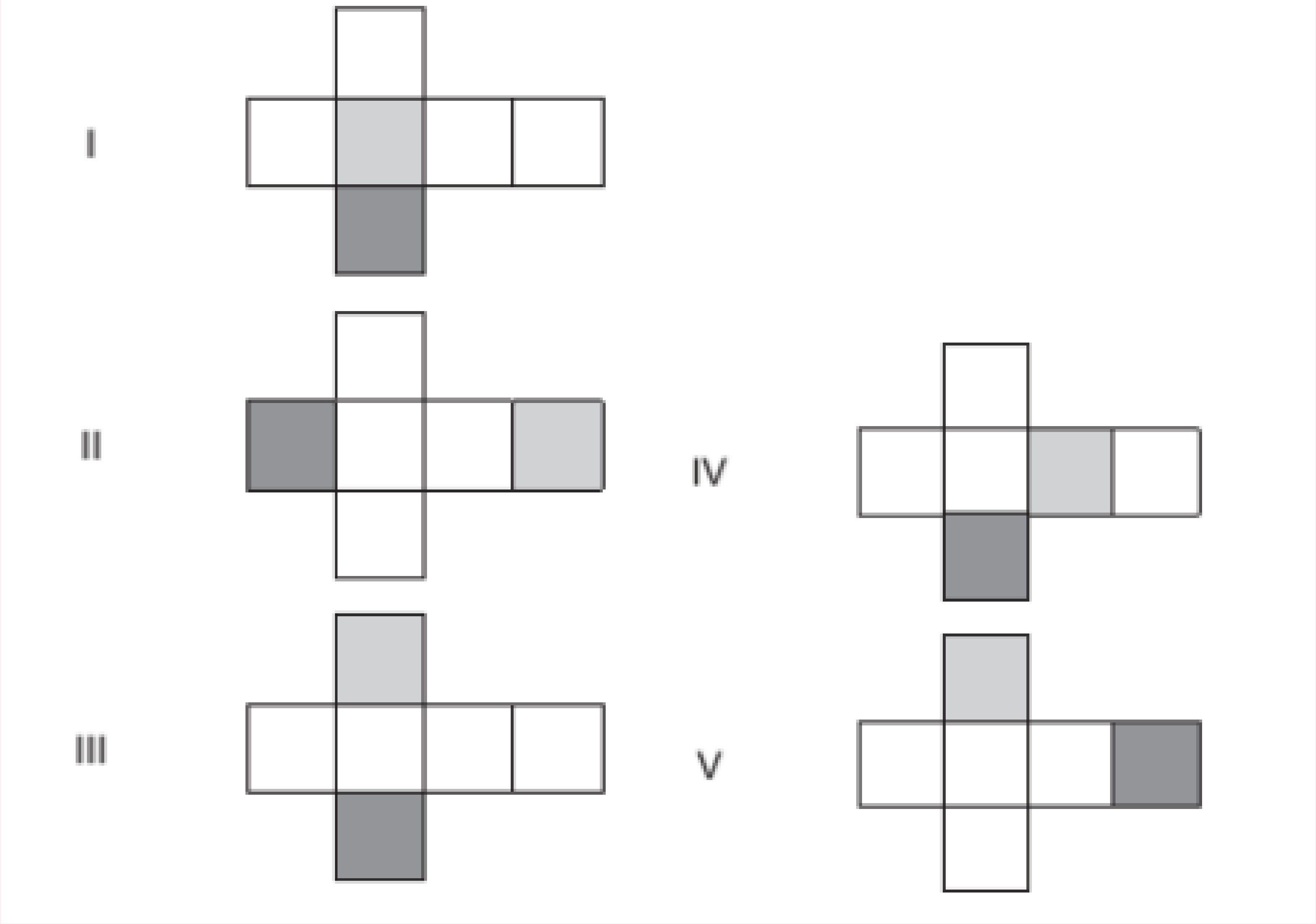
Planificação



Questão de Enem

Uma empresa que embala seus produtos em caixas de papelão, na forma de hexaedro regular, deseja que seu logotipo seja impresso nas faces opostas pintadas de cinza, conforme a figura. A gráfica que fará as impressões dos logotipos apresentou as seguintes planificadas:

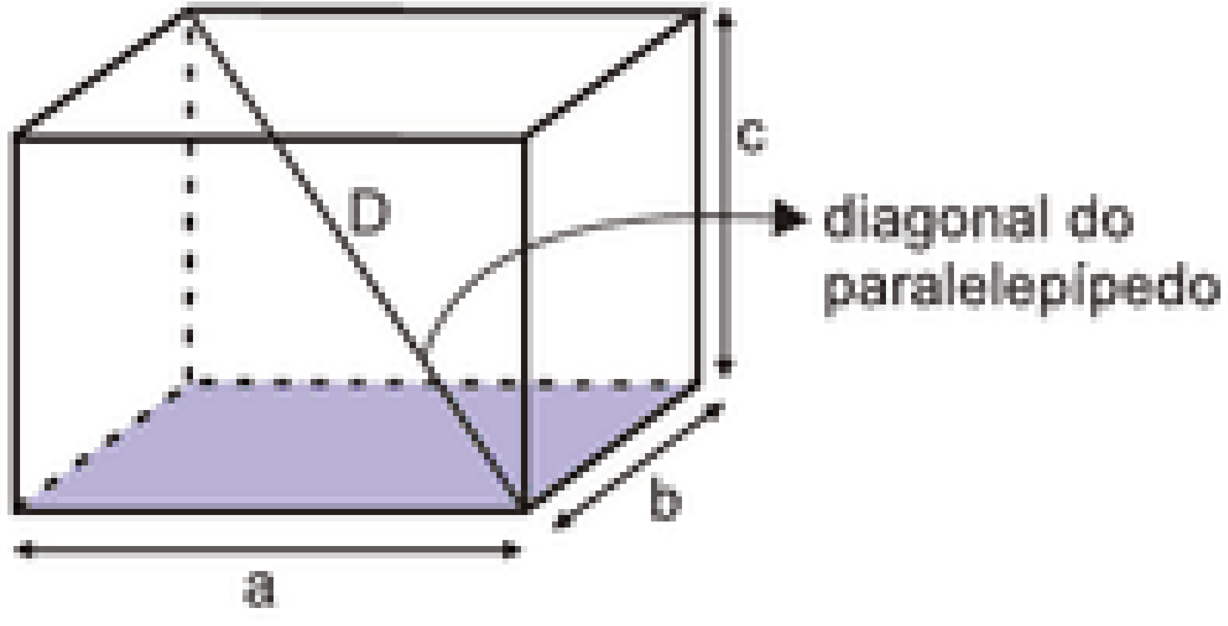




Que opção sugerida pela gráfica atende ao desejo da empresa?

a. I
b. II
c. III
d. IV
e. V

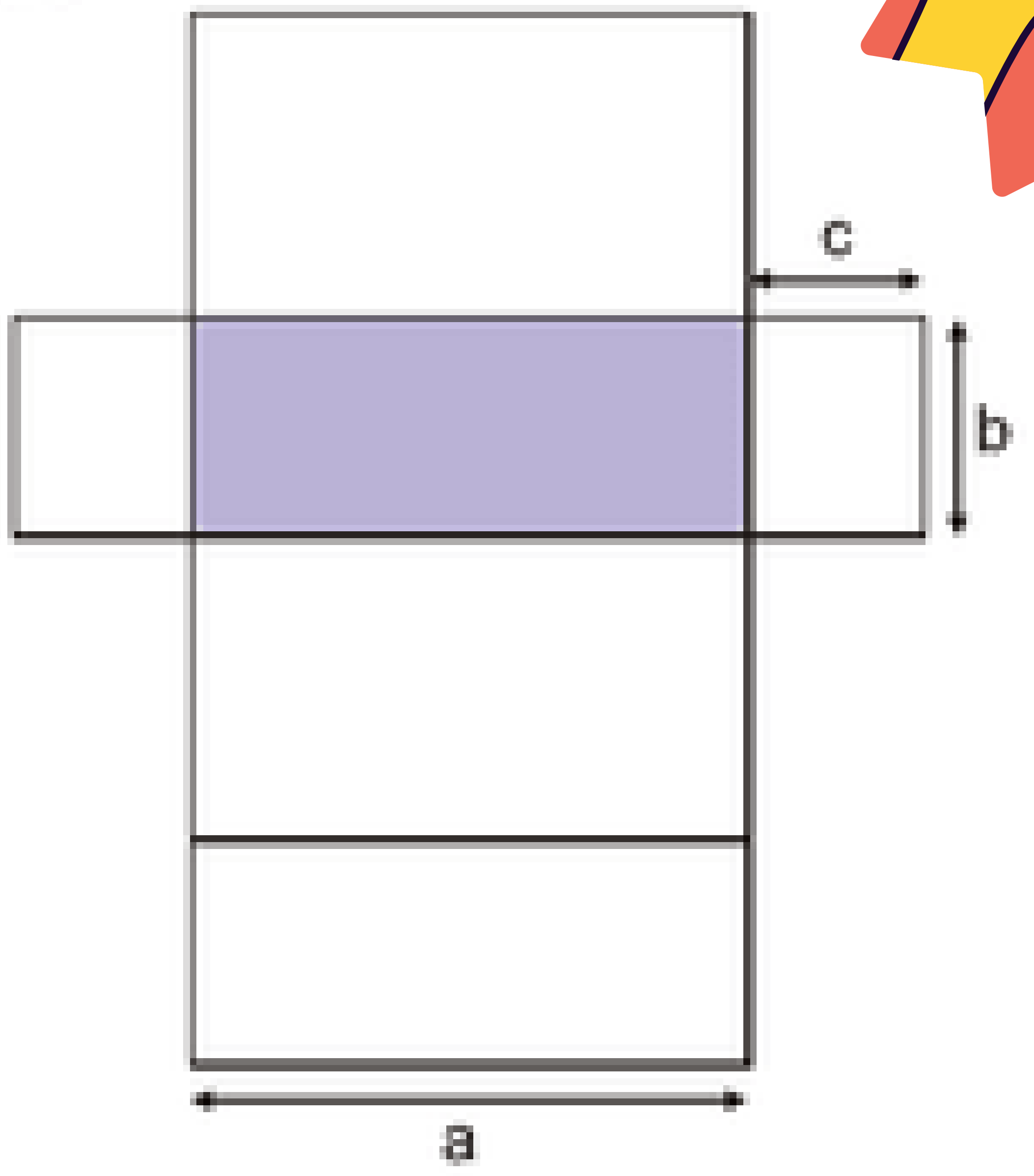
PARALELEPÍPEDO



a: comprimento
b: largura
c: altura

$S_T = 2(ab + ac + bc)$ ⟶ Área total
$V = a.b.c$ ⟶ Volume
$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ⟶ Diagonal

Planificação



PRISMAS PARTICULARES

Quadrangular

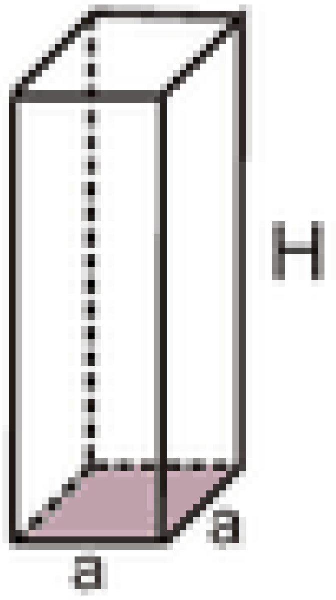
base = quadrado

$A_b = a^2$

$A_l = 4aH$

$A_T = 2A_b + A_l$ ou $A_T = 2a^2 + 4aH$

$V = A_b . H$ ou $V = a^2H$



Triangular

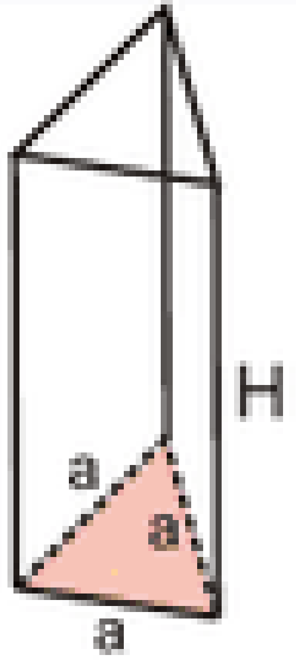
base = triângulo equilátero

$A_b = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$A_l = 3aH$

$A_T = 2A_b + A_l$ ou $A_T = 2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 4aH$

$V_T = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.H$



Hexagonal

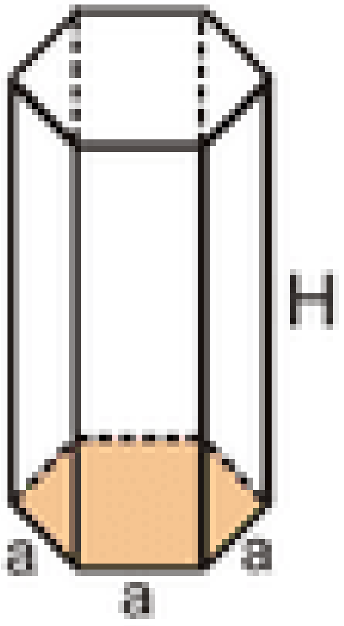
base = hexágono

$A_b = 6.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$A_l = 6aH$

$A_T = 2A_b + A_l$ ou $A_T = 2.6.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 4aH$

$V_T = 6.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.H$



Questão de Enem

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água. Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm3 cada, que ficarão totalmente submersas. O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de:

a. 14
b. 16
c. 18
d. 30
e. 34

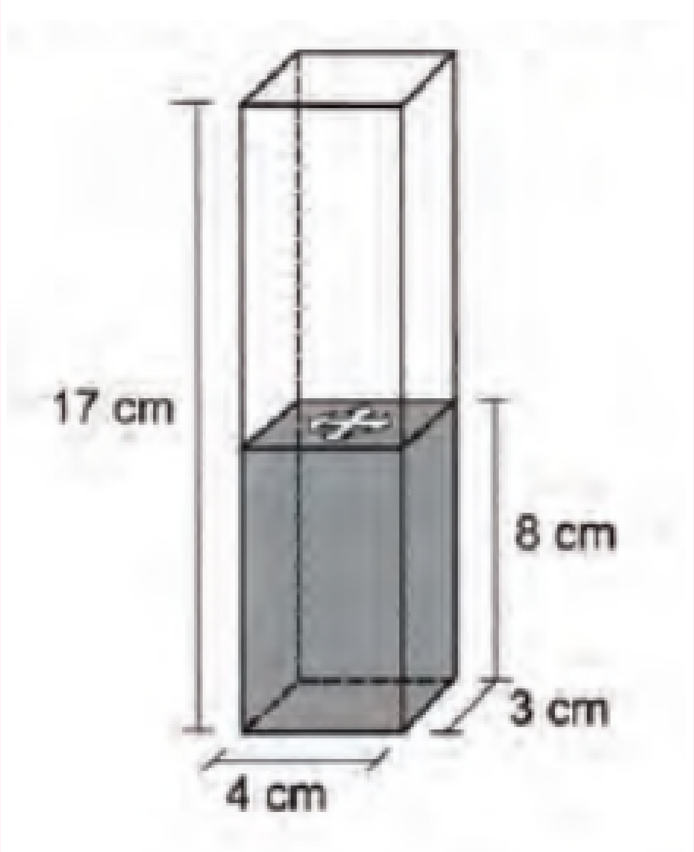
Volume a ser adicionado: 3cm x 4 cm x 7 cm = 84 cm^3

1 bolinha ———————— 6 cm^3
x bolinhas ———————— 84 cm^3

6x= 84

x= 84/6

x= 14 bolinhas



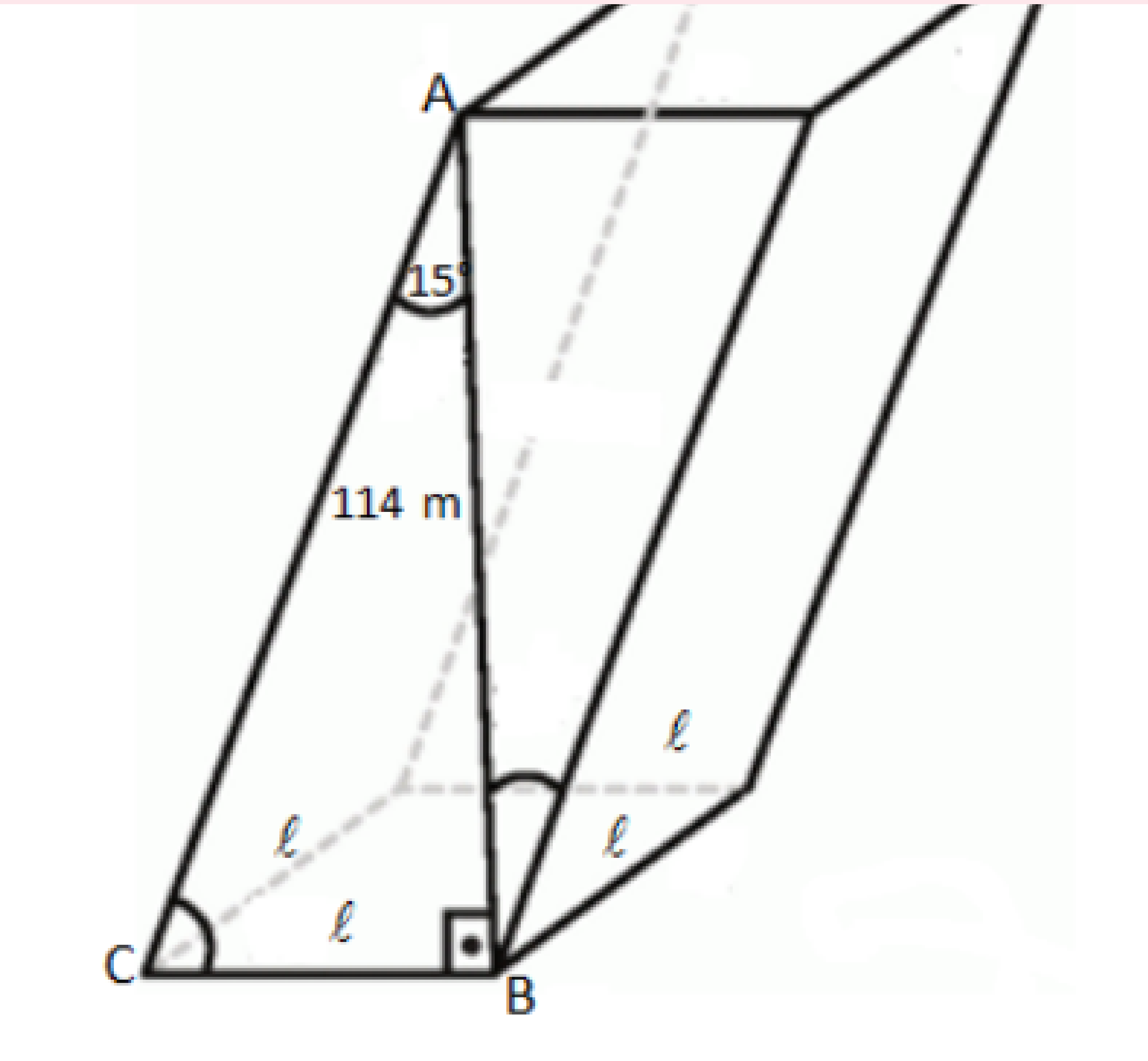
Questão de Enem

As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem. Utilizando 0,26 como valor aproximado para a tangente de 15° e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço:

Disponível em: www.flickr.com.
Acesso em: 27 mar. 2012.

A) menor que 100 m2.
B) entre 100 m2 e 300 m2.
C) entre 300 m2 e 500 m2.
D) entre 500 m2 e 700 m2.
E) maior que 700 m2.

Resolução:



Considerando o triângulo ABC:

Tem-se: $\text{tg } 15° = \dfrac{\ell}{\text{cateto adjacente} = 114 \text{ m}}$

$0{,}26 = \dfrac{\ell}{114\text{m}}$

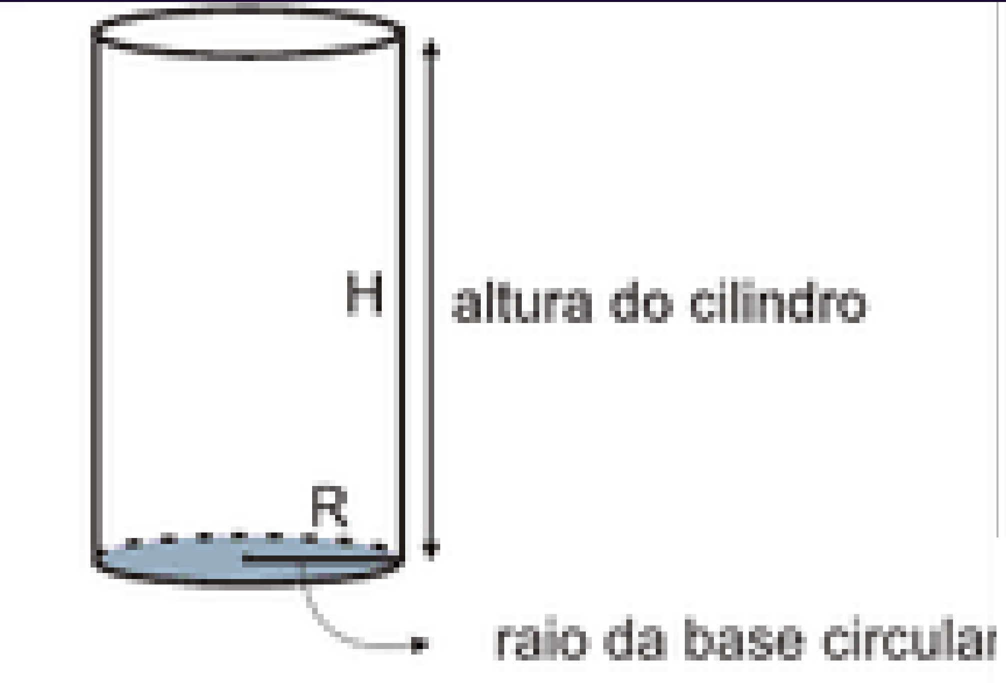
$\ell \cong 26{,}94$ m

Como ℓ = área do quadrado da base, e a área do quadrado é dada por ℓ^2, tem-se

$A = (26{,}94)^2$
$A \cong 878{,}5 \text{ m}^2$

Resp.: E

CILINDRO



$A_b = \pi R^2$ → Área da base

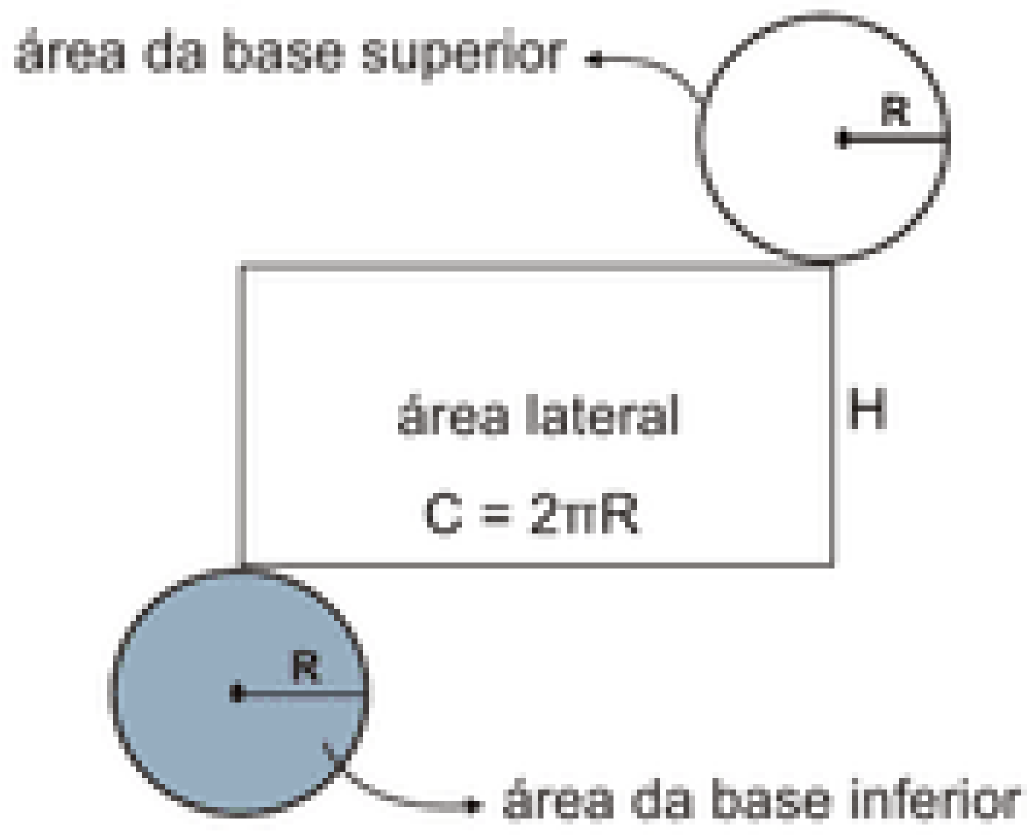
$A_l = 2\pi RH$ → Área lateral

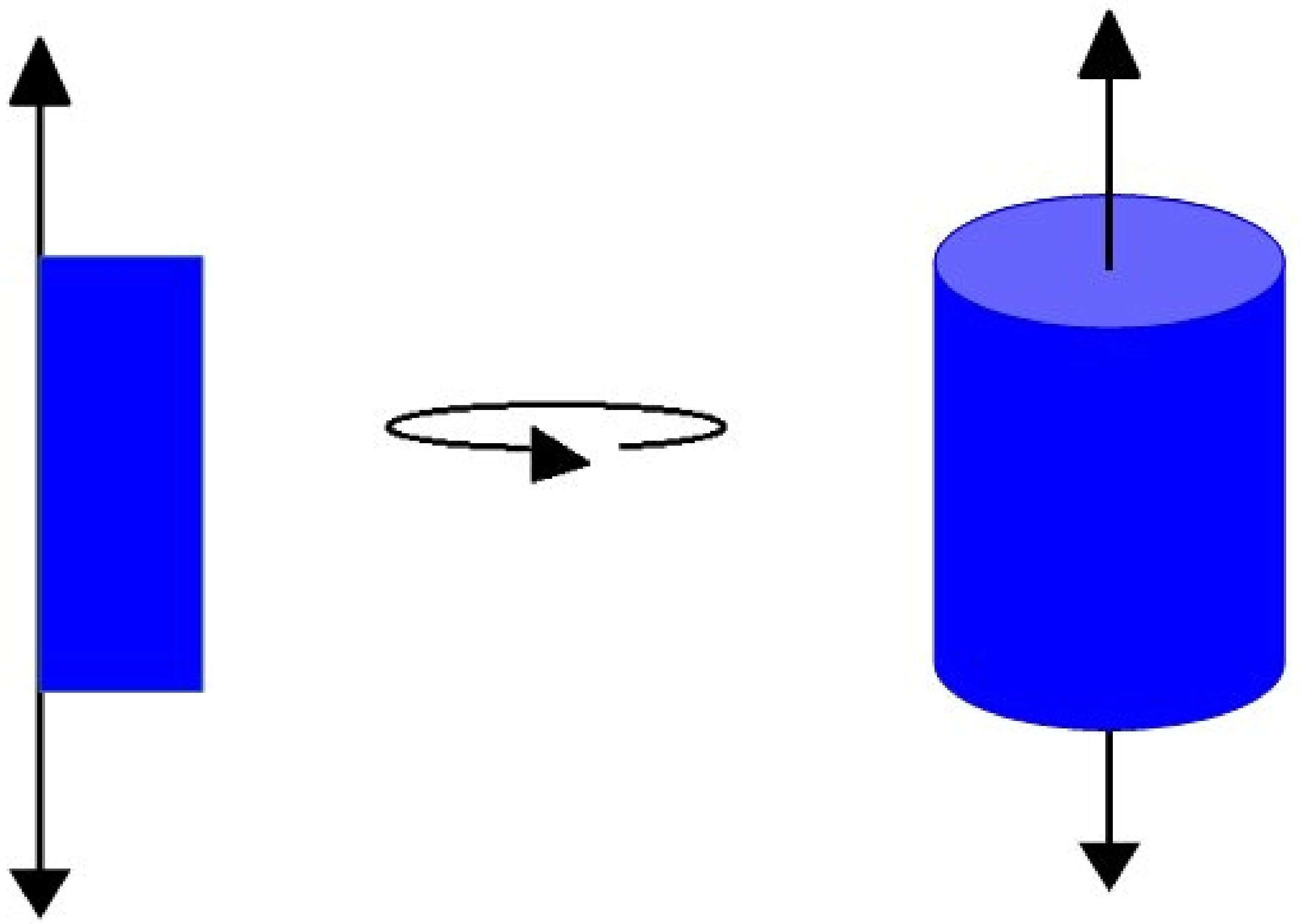
$A_T = 2A_b + A_l$ ou $A_T = 2\pi R(R + H)$ Área total

$V = \pi R^2 H$ → Volume

Obs.: Para o **cilindro equilátero** tem-se que **H = 2R**

Planificação





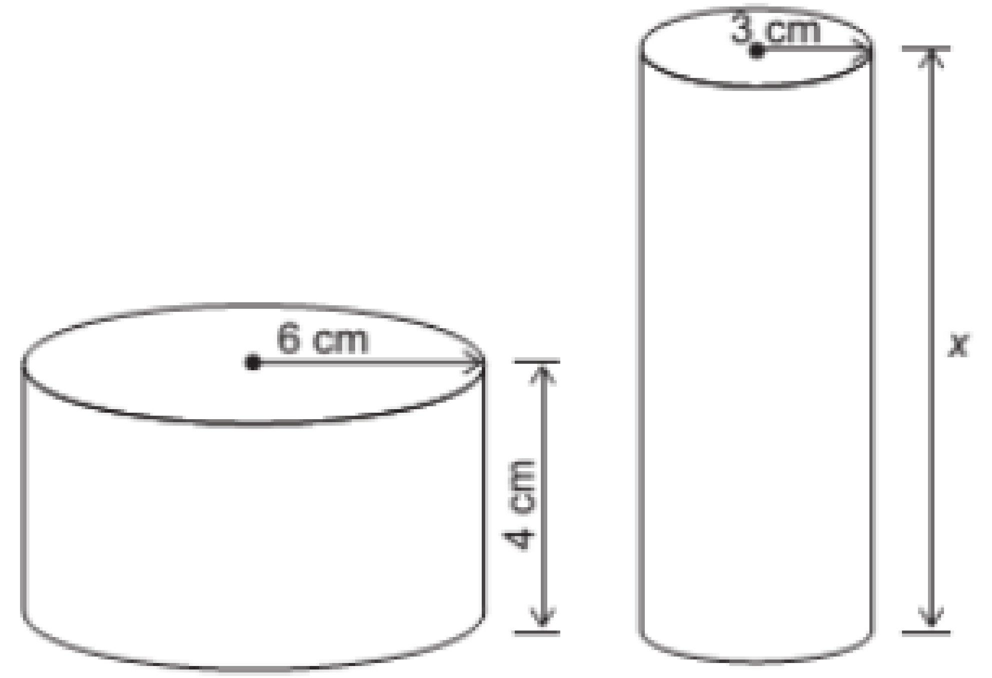
Questão de Enem

Uma fábrica brasileira de exportação de peixes vende para o exterior atum em conserva, em dois tipos de latas cilíndricas: uma de altura igual a 4 cm e raio 6 cm, e outra de altura desconhecida e raio de 3 cm, respectivamente, conforme figura. Sabe-se que a medida do volume da lata que possui raio maior, V1, é 1,6 vezes a medida do volume da lata que possui raio menor, V2. A medida da altura desconhecida vale:

a. 8 cm.
b. 10 cm.
c. 16 cm.
d. 20 cm.
e. 40 cm.

$V1 = \pi \,.\, 6^2 \,.\, 4 = \pi \,.\, 36 \,.\, 4$
$V2 = \pi \,.\, 3^2 \,.\, h = \pi \,.\, 9 \,.\, h$

Como $V1 = 1{,}6 . V2$:
$\pi \,.\, 36 \,.\, 4 = 1{,}6 \,.\, \pi \,.\, 9 \,.\, h$
$h = 10$



Disponível em: www.cbra.org.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Questão de Enem

Se girarmos um retângulo em torno do seu lado maior, teremos um cilindro de volume igual a 375π cm3 . Sabendo que o lado maior do retângulo mede o triplo do lado menor, então a razão entre a sua área e o seu perímetro é igual a:

a. 5
b. 15
c. 15/3
d. 5/8
e. 15/8

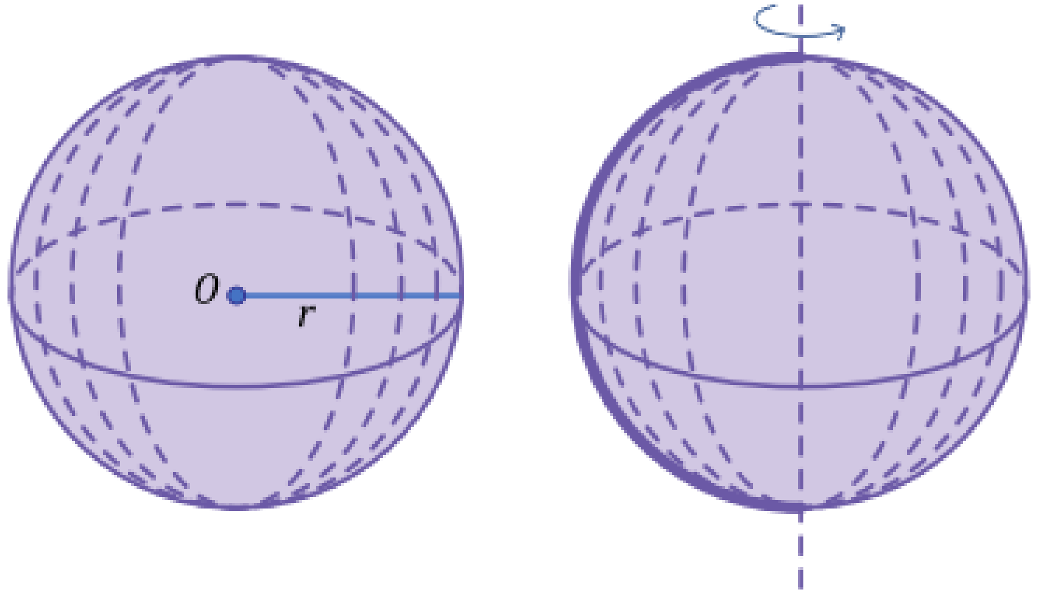
$$V = \pi \cdot x^2 \cdot 3x = \cancel{\pi} \cdot 3 \cdot x^3 = 375\cancel{\pi}$$

$$x^3 = \frac{375}{3} = 125 \Rightarrow$$

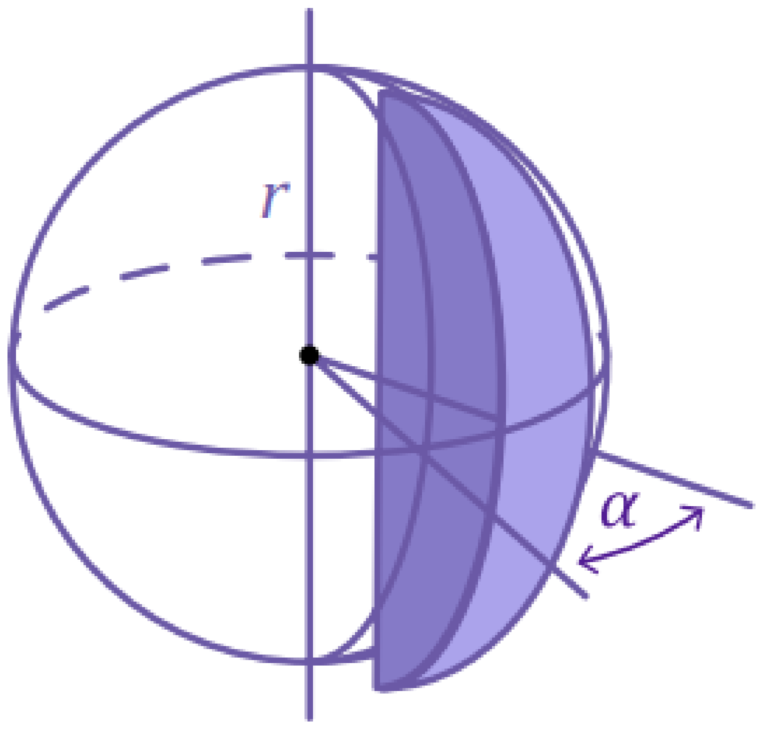
$$x = \sqrt[3]{125} = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{A}{P} = \frac{3x \cdot \cancel{x}}{8\cancel{x}} = \frac{3x^{\cancel{2}}}{8\cancel{x}} = \frac{3 \cdot 5}{8}$$

ESFERA

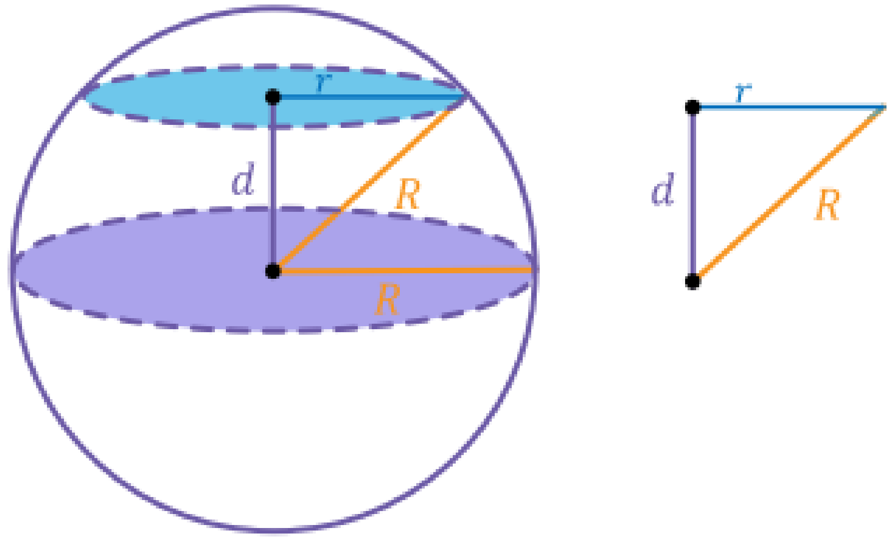


$$\alpha \Leftrightarrow A_{fuso}$$



$$360° \Leftrightarrow V_{esf}$$

$$\alpha \Leftrightarrow V_{cunha}$$



$$A_{esf} = 4.\pi.R^2$$

$$R^2 = d^2 + r^2$$

$$V_{esf} = \frac{4.\pi.R^3}{3}$$

Questão de Enem

Em um recipiente cilíndrico de raio 6 cm e altura 9 cm, completamente cheio de água, foi colocada uma esfera metálica. Assim, observou-se que a esfera ficou totalmente submersa na água, transbordando 36 π cm3 de água. Então, o raio da esfera, em cm, mede:

a. 2
b. 3
c. 4
d. 5
e. 6

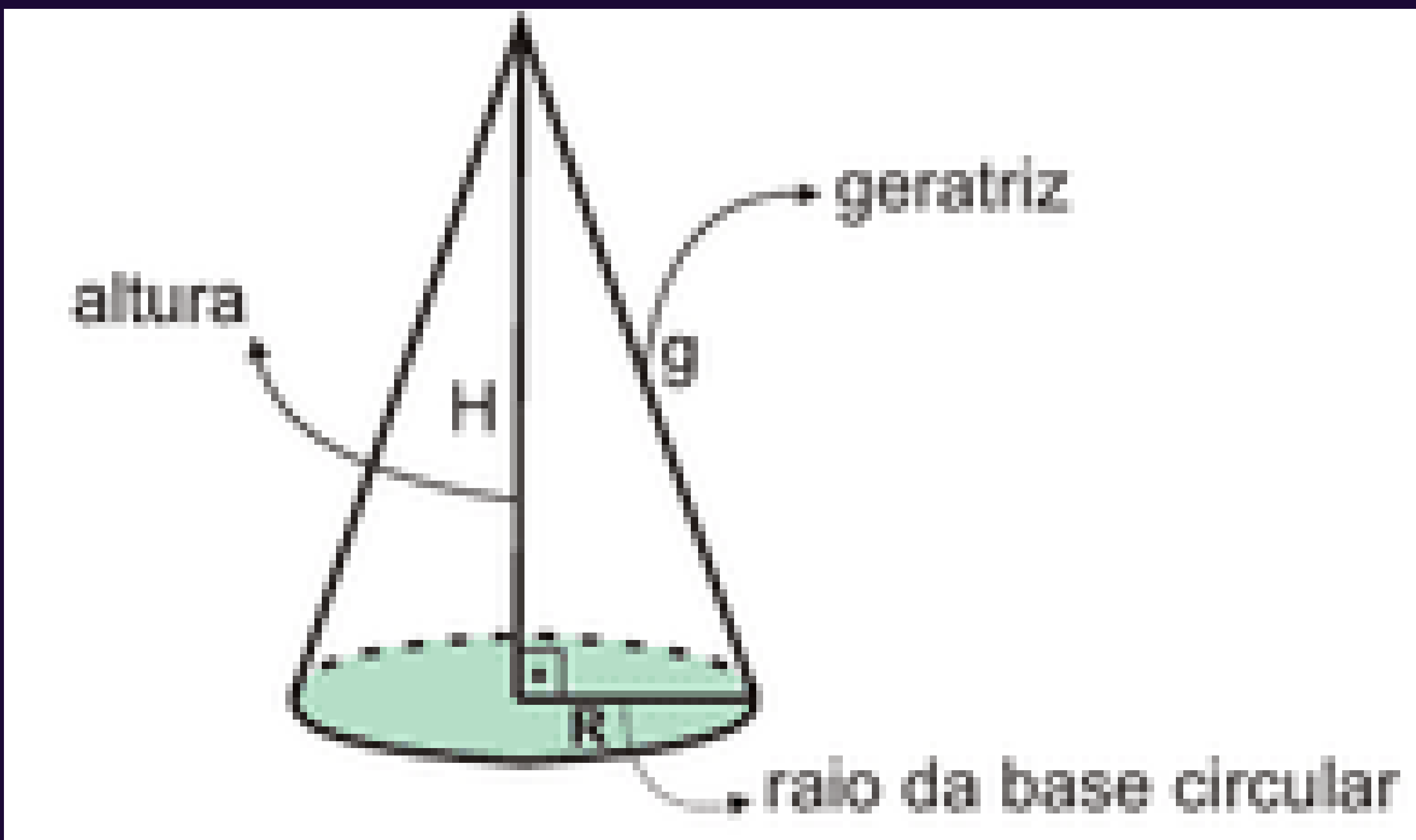
$$V_E = \frac{4}{3}\cancel{\pi}R^3 = 36\cancel{\pi}$$

$$\frac{4}{3}R^3 = 36 \rightarrow R^3 = \frac{\overset{9}{\cancel{36}} \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{4}}} = 3^3 \rightarrow R^3 = 3^3$$

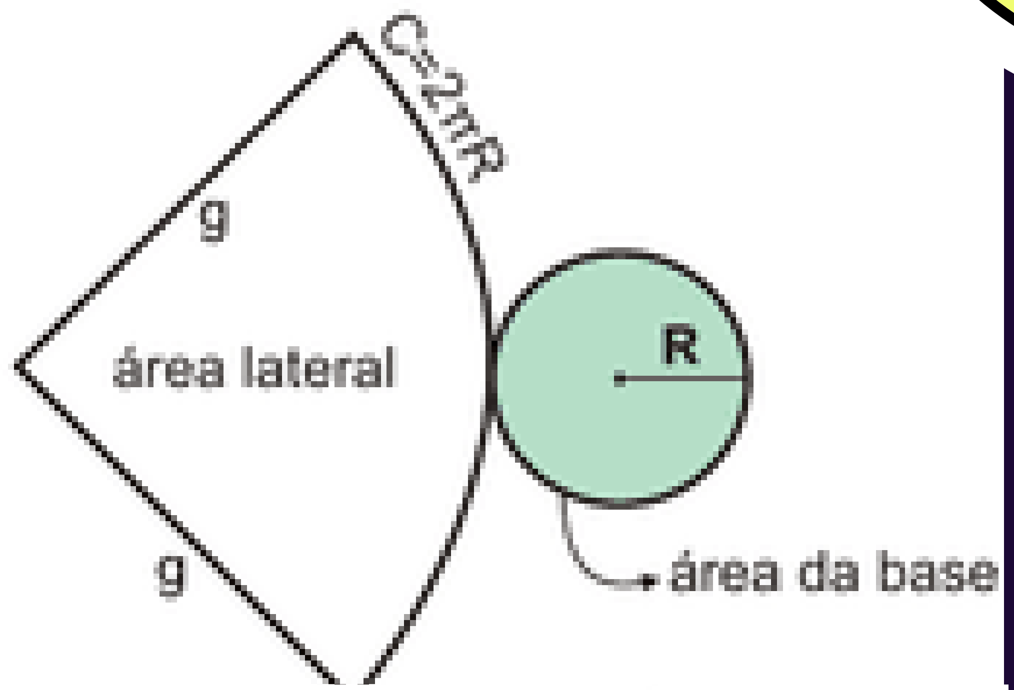
$$\rightarrow R = 3 \text{ cm}$$

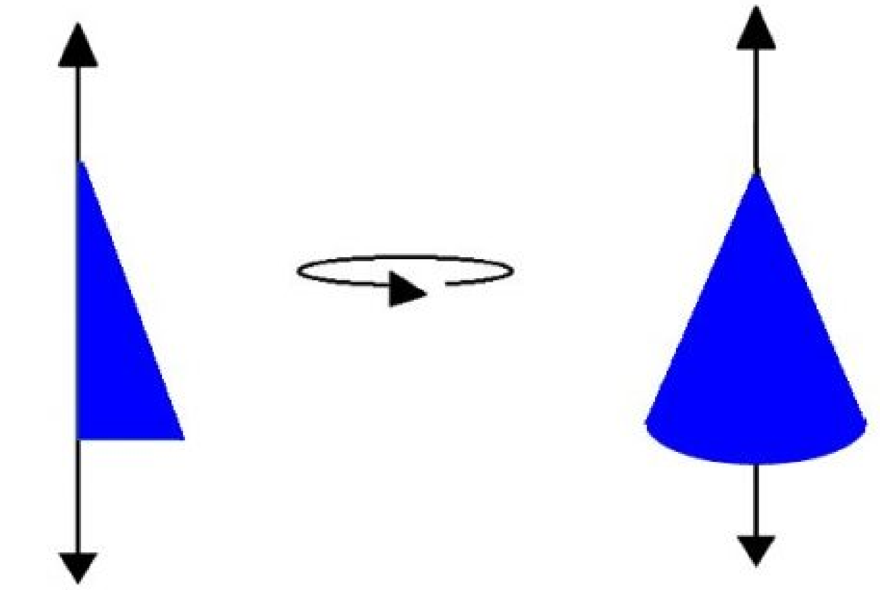
MONITORIA

CONE



Planificação





$A_b = \pi.R^2$ → Área da base

$A_L = \pi.R.H$ → Área lateral

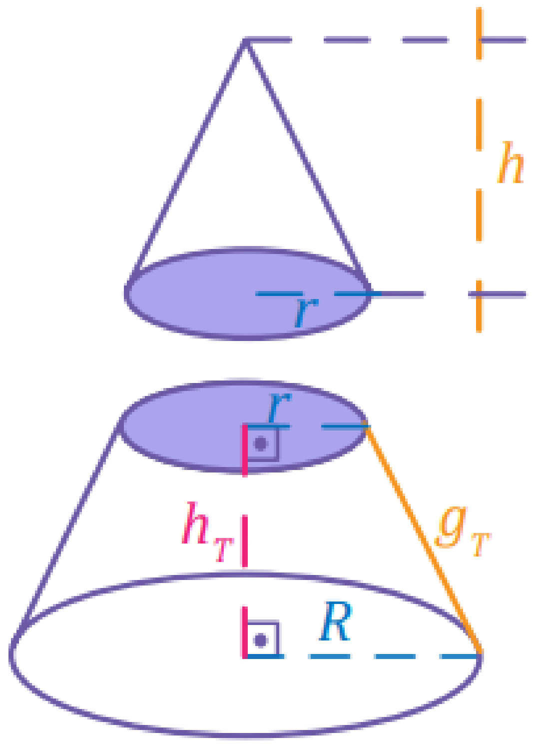
$A_T = A_b + A_L$ ou $A_T = \pi.R(g + H)$ → Área total

$V_T = \dfrac{\pi R^2 H}{3}$ → Volume

$g^2 = h^2 + R^2$ (relação pitagórica entre **g**, **H** e **R**)

Obs.: Para o **cone equilátero** tem-se que **g = 2R**

TRONCO DE CONE

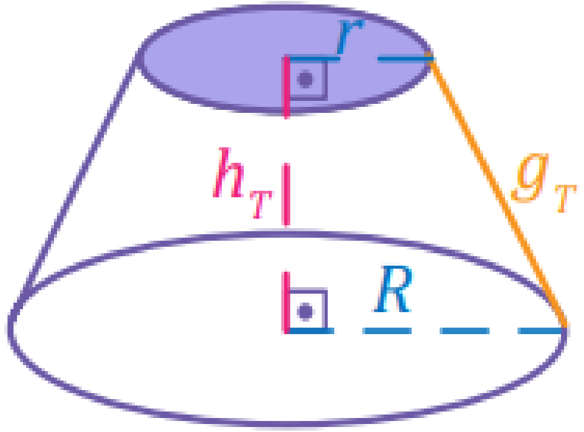


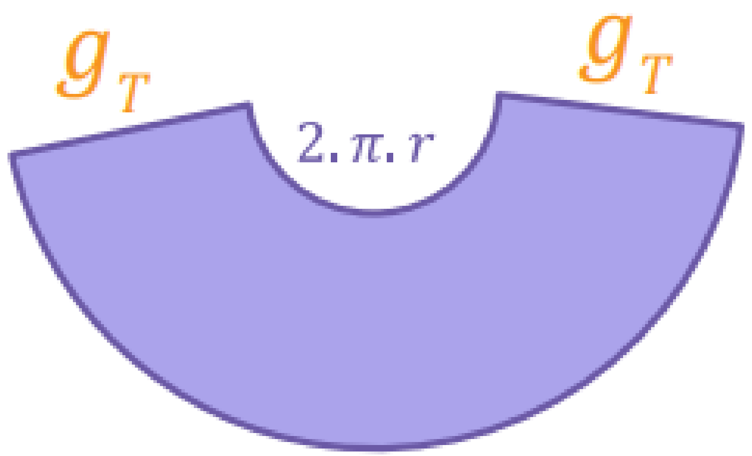
$$V_{TRONCO} = V_{TOTAL} - V_p$$

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = \frac{g}{G}$$

$$\frac{A_b}{A_B} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \left(\frac{g}{G}\right)^3$$

$$\frac{V_p}{V_{total}} = \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \left(\frac{g}{G}\right)^3$$

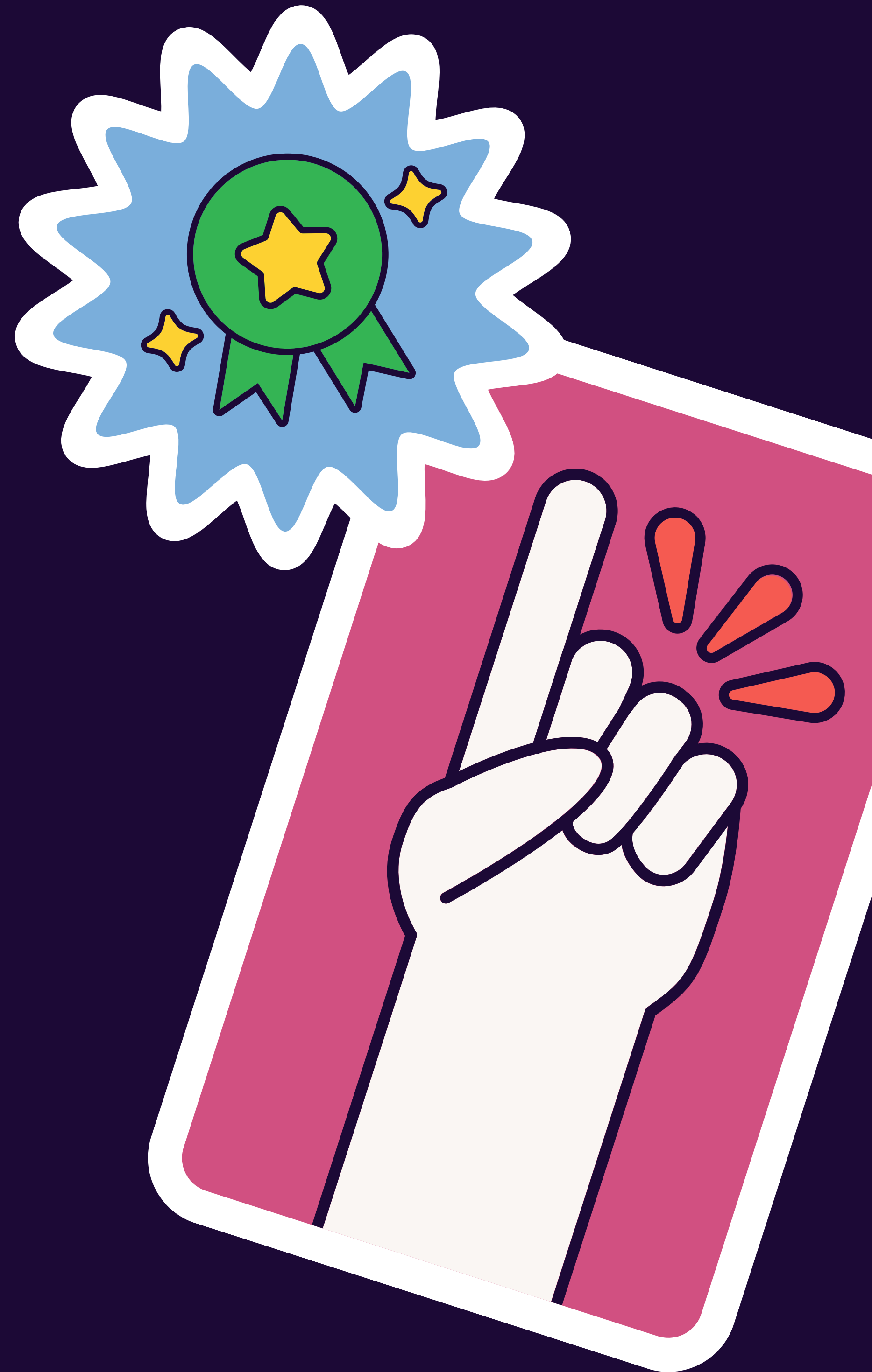




$$A\ell_{tronco} = \pi.(r+R).g_t$$

$$A_{total} = A_{lateral} + A_b + A_B$$

$$V_{TRONCO} = \frac{h_T}{3}.\left(A_b + \sqrt{A_b.A_B} + A_B\right)$$



MONITORIA

Questão de Enem

Uma empresa responsável por produzir arranjos de parafina recebeu uma encomenda de arranjos em formato de cone reto. Porém, teve dificuldades em receber de seu fornecedor o molde a ser utilizado e negociou com a pessoa que fez a encomenda o uso de arranjos na forma de um prisma reto, com base quadrada de dimensões 5 cm x 5 cm. Considerando que o arranjo na forma de cone utilizava um volume de 500 mL, qual deverá ser a altura, em cm, desse prisma para que a empresa gaste a mesma quantidade de parafina utilizada no cone?

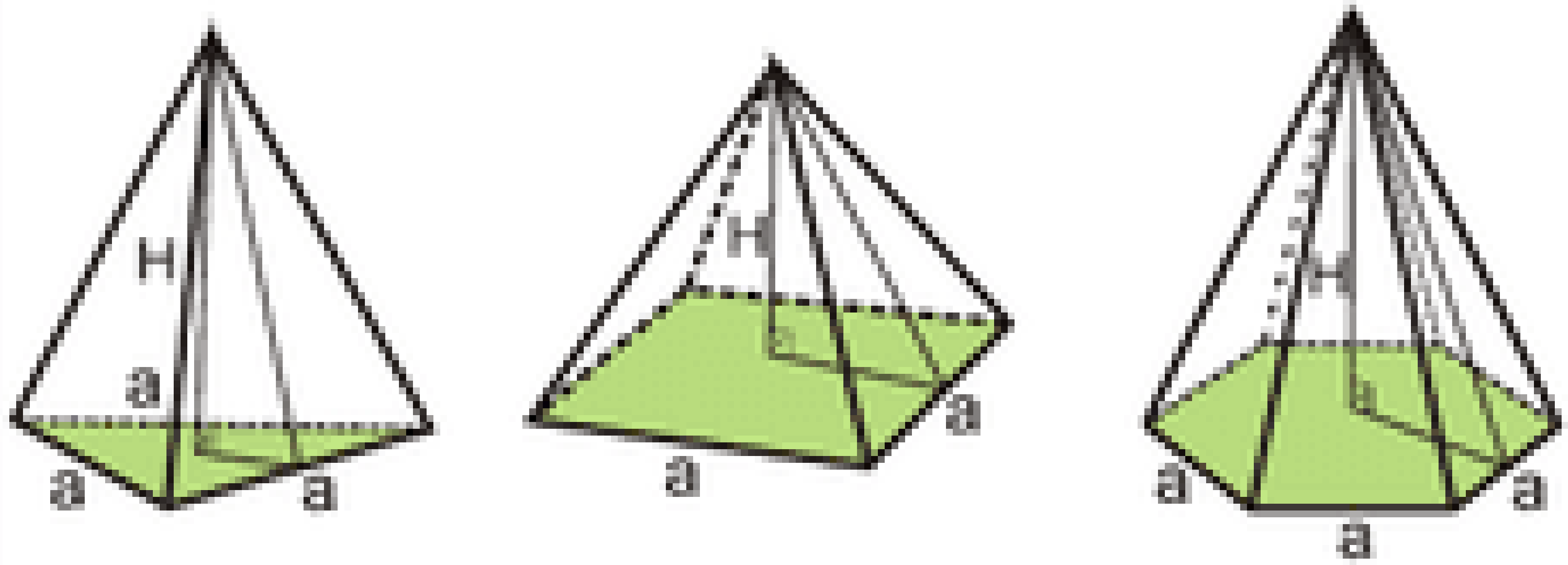
a) 8
b) 14
c) 20
d) 60
e) 200

Vp = volume do prisma = 5.5.h = 25h
Vc = volume do cone = 500 ml = 500 cm³
(lembre-se que 1 ml = 1 cm³)

Vp = Vc
25h = 500
h = 500/25
h = 20 cm

PIRÂMIDES

Triangular Quadrangular Hexagonal



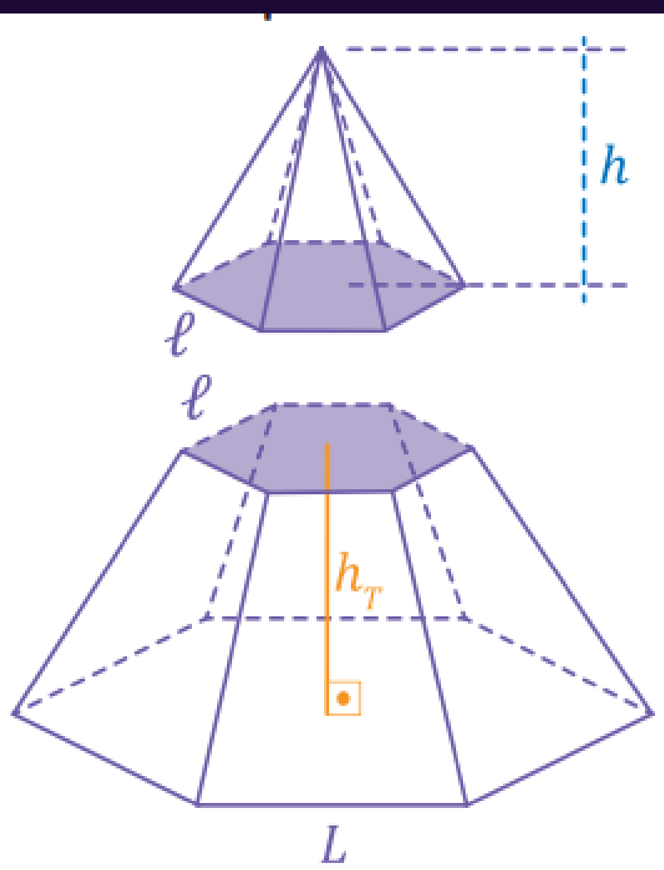
A_b = área da figura da base

A_L = áreas dos triêngulos que formam as faces laterais

$A_T = A_b + A_L$

$V = \dfrac{A_b . H}{3}$

TRONCO DE PIRÂMIDE

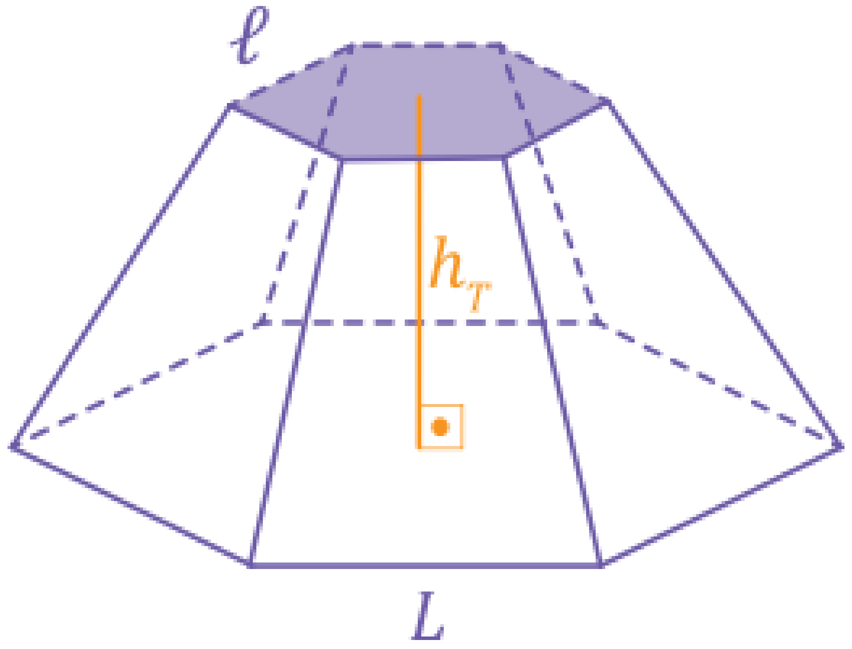


$$V_{TRONCO} = V_{TOTAL} - V_p$$

$$\frac{\ell}{L} = \frac{h}{H} = \cdots$$

$$\frac{A_b}{A_B} = \left(\frac{\ell}{L}\right)^2 = \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \cdots$$

$$\frac{V_p}{V_{total}} = \left(\frac{\ell}{L}\right)^3 = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \cdots$$



$$V_{TRONCO} = V_{TOTAL} - V_p$$

$$V_{TRONCO} = \frac{h_T}{3}.\left(A_b + \sqrt{A_b.A_B} + A_B\right)$$

$$A_{face} = \frac{(\ell + L).h_T}{2}$$

$$A_{lateral} = n.A_{face}$$

$$A_{total} = A_{lateral} + A_b + A_B$$

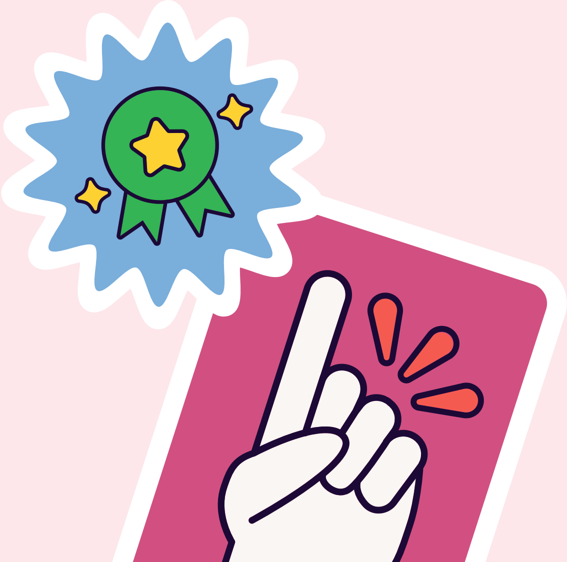
MONITORIA

Questão de Enem

A figura mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 m, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam 204 m. O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é:

Disponível em: www.mauroweigel.blogspot.com. Acesso em: 23 nov. 2011.

a) 97,0.
b) 136,8.
c) 173,7.
d) 189,3.
e) 240,0.



Resolução:

$p^2 + 107^2 = 204^2$
$p^2 = 204^2 - 107^2 \quad (I)$

$h^2 + 107^2 = p^2 \quad (II)$

$h^2 + 107^2 = 204^2 - 107^2$
$h^2 + 107^2 + 107^2 = 204^2$
$h^2 + 2.107^2 = 204^2$
$h^2 = 204^2 - 2.107^2$
$h^2 = (200 + 4)^2 - (100 + 7)^2.2$
$h^2 = 40000 + 1600 + 16 - (10000 + 1400 + 49).2$
$h^2 = 41616 - (11449).2$
$h^2 = 41616 - 22898$
$h^2 = 18718$
$h = \sqrt{18718}$
$h = 136{,}81$

Questão de Enem

Um reservatório em forma de tronco de pirâmide regular de base quadrada e dimensões indicadas na figura deverá ter suas paredes laterais externas cobertas por uma tinta impermeável, cujo rendimento é de 11m² por galão. O número mínimo de galões que devem ser adquiridos para tal operação é:

a) 6
~~b)~~ 7
c) 9
d) 10
e) 11

$g^2 = (L/2 - l/2)^2 + h^2$
$g^2 = (3{,}6 - 1{,}2)^2 + 3{,}2^2$
$g^2 = 2{,}4^2 + 3{,}2^2$
$g^2 = 10{,}24 + 5{,}76$
$g^2 = 16$
$g = \sqrt{16}$
$g = 4$

B = 7,2
b = 2,4
h = 4

$$A = \frac{(B+b)h}{2}$$
$$A = \frac{(7{,}2 + 2{,}4) \cdot 4}{2}$$
$$A = \frac{9{,}6 \cdot 4}{2}$$
$$A = 9{,}6 \cdot 2$$
$$A = 19{,}2$$

$19{,}2 \cdot 4 = 76{,}8 \text{ m}^2$
$76{,}8 : 11 = 6{,}98$