Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Computação

Disciplina:	IEC082 – Cálculo Numérico
Professor:	Dr. José Luiz de Souza Pio (`josepio@icomp.ufam.edu.br`)
Período:	2º semestre / 2016
Página:	`https://www.facebook.com/calcnum`

Trabalho Final[1]

Fundamentação. Quando uma longa e esbelta haste é submetida à uma tensão de compressão longitudinal, ela irá encurvar-se, ou flambar-se, quando a carga exceder a um certo valor crítico. A magnitude dessa carga crítica de flambagem depende da geometria da haste, de suas propriedades elásticas e das restrições aplicadas à ela. Este trabalho consiste no estudo de uma haste engastada com seção circular, submetida a um esforço de compressão em sua extremidade livre, como apresentado na Figura 1. Uma solução aproximada para a carga de flambagem pode ser obtida pelo método da energia, conforme demonstrado por Timoshenko e Gere.

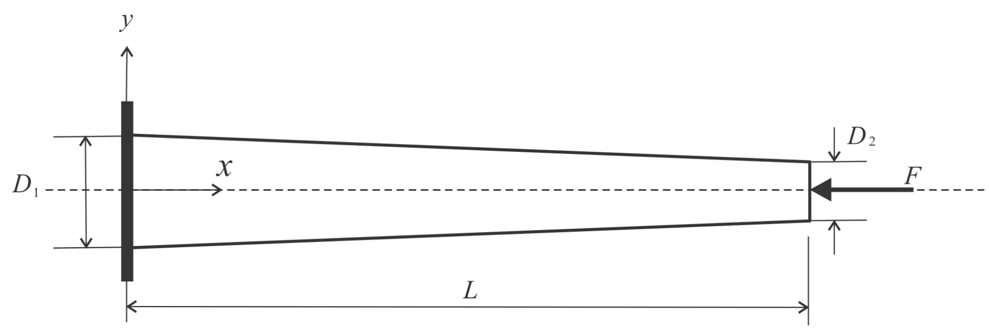

Figura 1: Haste delgada sujeita a esforço de compressão.

Quanda a haste é encurvada, a energia armazena E_A devido essa curvatura é dada por

$$E_A = \frac{E}{2}\int_0^L I(y''(x))^2 dx, \qquad (1)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material da haste, L é o seu comprimento, I é o momento de inércia da seção em torno de seu eixo neutro a uma distância x da sua extremidade engastada. A forma da

[1]Este trabalho é em grupo(máximo 5 componentes) e a data de entrega é fixa, devendo o trabalho ser entregue até as 23h 59min do dia 27 de fevereiro de 2017, por via eletrônica para o email do professor (`josepio@icomp.ufam.edu.br`).

deflexão é dada pela função $y(x)$. De maneira semelhante, o trabalho realizado pela força F em sua outra extremidade é dada por meio de

$$W = \frac{F}{2}\int_0^L (y^{'}(x))^2 dx. \tag{2}$$

Como a condição de flambagem é um equilíbrio neutro, essas duas quantidades são iguais e o valor da carga crética é dada por

$$F = \frac{E\int_0^L I(y^{''}(x))^2 dx}{\int_0^L (y^{'}(x))^2 dx}. \tag{3}$$

Normalmente a forma da deflexão da haste não é conhecida. Assume-se uma forma que satisfaça apropriadamente as condições de contorno impostas ao problema, mas também pode-se assumir formas mais convenientes como um polinômio ou uma função trigonométrica. As funções trigonométricas são mais aceitas por propiciarem boas aproximações da forma da curvatura da haste. Mesmo sendo comparativamente uma aproximação pobre, funções trigonométricas propiciam boas estimativas para a carga crítica de flambagem.

Especificação do Problema. Estimar a carga crítica de flambagem da haste engastada mostrada na Figura **??**. O diâmetro da haste diminui uniformemente de D_1, na extremidade fixa, até D_2 na outra extremidade. O comprimento da haste é $L = 2.5m$, $D_1 = 0.20m$, enquanto três valores de D_2 devem ser considerados$0.2m$, $0.15m$ e $0.10m$. O módulo de elasticidade do material da haste é $E = 208GNm^{-2}$. A forma da deflexão é dada pela equação

$$y(x) = \delta(1 - \cos(\pi x/2L)), \tag{4}$$

onde δ é a deflexão no extremo livre.

Sugestões para Solução . A Equação 4 satisfaz as condições de engastamento da peça $y(0) = y'(0) = 0$. Por outro lado, a mesma equação envolve o conhecimento prévio da deflexão δ do extremo livre. Mas, essa informação é irrelevante para o cálculo da carga crítica, visto que o valor δ é cancelado na computação da Equação 3.

O cálculo do momento de inércia da seção transversal da haste é dado por

$$I = \frac{\pi D^4}{64}. \tag{5}$$

O diâmetro D a uma distância x ao longo da haste é dado por

$$D = D_1 + \frac{x(D_2 - D_1)}{L}. \tag{6}$$

As derivadas de $y(x)$ são obtidas a partir da Equação 4 como

$$y'(x) = \frac{\delta\pi}{2L}\sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \tag{7}$$

e

$$y''(x) = \frac{\delta\pi^2}{4L^2}\cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right), \tag{8}$$

respectivamente.

O que deve ser entregue. A equipe deve entrgar um relatório contendo a descrição da solução do problema e uma análise dos resultados obtidos. A carga crítica de flambagem deve ser calculada pelos métodos do Trapézio composto e 1/3 Simpson composto variando o número áreas consideradas para o cálculo da integral. O erro também dever ser estimado e avaliado para ambos os métodos.

Sugere-se fortemente que as análises venham acompanhadas de gráficos que apresentem a variação do erro em função da quantidade de áreas utilizadas para o cálculo das integrais em ambos os métodos empregados,assim como gráficos que expressem a deflexão da haste. Memória de cálculo, planilhas ou código fonte dos programas eventualmente utilizados devem ser encaminhados anexos ao relatório.

O cálculo pode ser realizado a mão com uma calculadora científica, com planilhas eletrônicas (Excel) ou por meio de programas desenvolvidos no Scilab ou Matlab. Recomenda-se fortemente que os cálculos sejam realizados com auxílio de programas desenvolvidos em Scilab ou Matlab.

Código Auxiliar //

- Exemplo da definição de uma função para integração.

```
function y=f(x)
    y=(1-%e^-(2*x));
endfunction
```

- Cálculo da integral pelo método dos trapézios composto.

```
function integral(a, b, n)

    h=(b-a)/n; //intervalo h
    xi=a+h; // valor inicial para x
    soma=0;
```

```
    for i=1:n-1; // contagem da soma das partes
        soma=soma+f(xi); //soma partes intermediárias
         xi=xi+h;  // novo valor de xi
    end

    I=(h/2)*(f(a)+f(b))+h*soma; //resultado da integral
    printf(&quot;O valor da Integral numérica é: %f&quot;,I);

endfunction
```

- Método 1/3 Simpson composto (em Matlab).

```
%limite de a à b com n intervalos
function simpson13C(a,b,n)
global I;   %Variável global para o valor da Integral.
global f;   %Váriavel global para a função F definida na interface.
h=(b-a)/n;  %tamanho do intervalo
soma1=0;
soma2=0;
xi=a+h;     %valor inicial para x

barra = waitbar(0,'Calculando...'); %declara barra

    for i=1:n-1  %Somando as partes de acordo com 1/3 de Simpson.
        if rem(i,2)~=0  %Se o resto de i por 2 for diferente de zero.
            soma1=soma1+f(xi);
            xi=xi+h;
        else
            soma2=soma2+f(xi);
            xi=xi+h;
        end
        waitbar(i/ (n-1));  %atualização da barra de progresso.
    end
    close(barra);                                %fecha a barra.
    I=(h/3)*(f(a)+4*soma1+2*soma2+f(b));     %Valor da Integral
end
```