Filtragem Espacial

(Processamento Digital de Imagens)

Filtragem Espacial

- Filtragem espacial é uma das principais ferramentas usadas em uma grande variedade de aplicações;
- A palavra “filtro“ foi emprestada do processamento no domínio da freqüência;
- Existe uma correspondência um-para-um entre filtros lineares e filtros no domínio da freqüência;
- Filtros espaciais são mais versáteis, pois existe a possibilidade de construir filtros não-lineares.

Filtragem Espacial

Considere um filtro (operador) H, que produz uma imagem de saída $g(x, y)$ para uma imagem de entrada $f(x, y)$:

$$H[(f(x, y)] = g(x, y)$$

H é um operador linear se:

$$\begin{aligned} H(af_i(x, y) + bf_j(x, y)) &= aH[f_i(x, y)] + bH[f_j(x, y)] \\ &= ag_i(x, y) + bg_j(x, y) \end{aligned}$$

Filtragem Espacial

- O processo de filtragem consiste de:
  - uma *vizinhança*
  - uma *operação* pré-definida realizada sobre os pixels da imagem incluídos na vizinhança
- A filtragem cria um novo pixel com coordenadas iguais ao do centro da vizinhança e cujo valor é resultado da operação de filtragem.

Filtragem Espacial

- O processamento sobre uma vizinhança consiste de:
  - definir um ponto central (x, y);
  - executar uma operação que envolva apenas os pixels da vizinhança pré-definida sobre o ponto central;
  - considerar o resultado da operação como sendo a resposta do processo no ponto (x, y);
  - repetir o processo para todo o ponto da imagem.

- O processo de mover o ponto central cria novas vizinhanças para cada pixel na imagem de entrada. Esta operação é referida como processamento de vizinhança ou *filtragem espacial*;

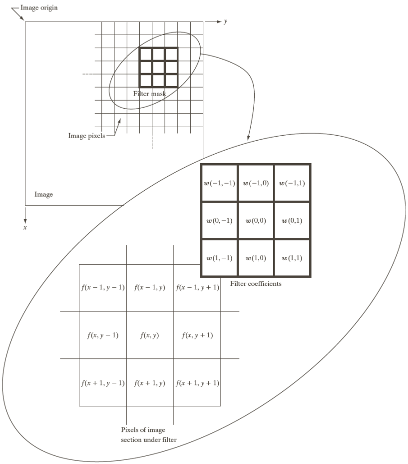
- A filtragem espacial pode ser linear ou não linear.

Filtragem Espacial: exemplo

- Filtro espacial linear

$$\begin{aligned} g(x,y) = {} & w(-1,-1)f(x-1,y-1) \\ & + w(-1,0)f(x-1,y) + \ldots \\ & + w(0,0)f(x,y) + \ldots \\ & + w(1,1)f(x+1,y+1) \end{aligned}$$

- Para máscaras de tamanho $m \times n$ podemos assumir $m = 2a + 1$ e $n = 2b + 1$, onde a e b são inteiros positivos;
- As máscaras terão tamanho ímpar.



Filtragem Espacial: limites da imagem

- **Problema:** Os limites da imagem devem ser propriamente tratados
  1. Ignorar os pixels para os casos em que a operação não possa ser realizada $\rightarrow$ borda não processada;
  2. Utilizar uma máscara modificada nas regiões de borda $\rightarrow$ aumenta complexidade da operação;
- **Solução:** Expandir a imagem criando $a = (m - 1)/2$ linhas e $b = (n - 1)/2$ colunas, preenchendo-as:
  - com valor fixo (podendo ser zero);
  - por replicação: copiar os pixel da borda;
  - por simetria: refletir os pixels da borda;
  - circular: trata a imagem como uma função periódica

Convolução e Correlação Espacial

- Correlação – é o processo de mover sobre a imagem e calcular a soma dos produtos em cada posição (pode ser usada para encontrar matches entre imagens):

$$w(x, y) \circ f(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x + s, y + t)$$

- Convolução – é o mesmo processo, no entanto, primeiro a máscara é rotacionada 180^o (relacionada com a teoria dos sistemas lineares).

$$w(x, y) \bullet f(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x - s, y - t)$$

- Usando máscaras simétricas, não faz diferença qual método usar.

Convolução e Correlação Espacial

Correlation

Origin f w

(a) 0 0 0 1 0 0 0 0 1 2 3 2 8

(b) 0 0 0 1 0 0 0 0
1 2 3 2 8
Starting position alignment

Zero padding

(c) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8

(d) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8
Position after one shift

(e) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8
Position after four shifts

(f) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8
Final position

Full correlation result

(g) 0 0 0 8 2 3 2 1 0 0 0 0

Cropped correlation result

(h) 0 8 2 3 2 1 0 0

Convolution

Origin f w rotated 180°

0 0 0 1 0 0 0 0 8 2 3 2 1 (i)

0 0 0 1 0 0 0 0 (j)
8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (k)
8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (l)
8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (m)
8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (n)
8 2 3 2 1

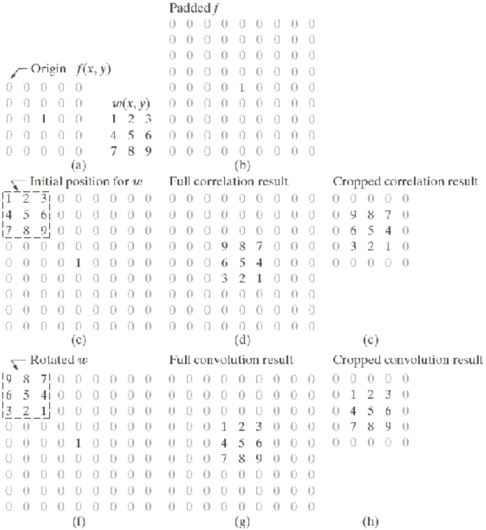
Full convolution result

0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 0 (o)

Cropped convolution result

0 1 2 3 2 8 0 0 (p)

Convolução e Correlação Espacial



Representação Vetorial de Filtros Lineares

- Pode ser interessante escrever as somas dos produtos como a multiplicação de vetores:

$$
\begin{aligned}
R &= w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_{mn} z_{mn} \\
&= \sum_{k=1}^{mn} \\
&= \mathbf{w}^T \mathbf{z}
\end{aligned}
$$

- Correlação: obtém R como mostrado;
- Convolução: rotaciona w e obtém R.

Filtros Não-Lineares

- São baseados em operações sobre uma vizinhança;
- Operações não-lineares são executadas sobre a vizinhança:
  - *Mediana*: consiste em substituir a intensidade de cada pixel pela mediana das intensidades na sua vizinhança;
    - são adequados para reduzir ruídos impulsivos
  - *Max*: consiste em substituir a intensidade de cada pixel pela maior intensidade na sua vizinhança;
    - aumenta a área das regiões claras, dominando as regiões escuras
  - *Min*: consiste em substituir a intensidade de cada pixel pela menor intensidade na sua vizinhança;
    - aumenta a área das regiões escuras, dominando as regiões claras
  - *Moda*: consiste em substituir a intensidade de cada pixel pela intensidade que ocorre com maior freqüência na sua vizinhança;

Filtragem Espacial Linear

- *Suavização* - tem correspondências com o filtro passa-baixa no domínio da freqüência. Este filtro atenua ou elimina componentes de alta freqüências no domínio de Fourier enquanto preserva as componentes de baixas freqüências.

- *Realce* - tem correspondência com o filtro passa-alta no domínio da freqüência. As componentes de alta freqüência caracterizam bordas ou outros detalhes abruptos que ocorrem na imagem. Este filtro atenua ou elimina as componentes de baixa freqüência enquanto preserva as componentes de alta freqüência.

- *Passa-faixa*- remove uma região selecionada de componentes de freqüências. Estes filtros são mais usados em técnicas de restauração de imagens e raramente em realce de imagens.

Filtros Espaciais de Suavização

- São usados para:
  - borrar a imagem - tarefa de pré-processamento, como reduzir detalhes pequenos ou fechar pequenos *gaps* em linhas ou curvas;
  - reduzir ruídos;
- Filtros Lineares de Suavização:
  - A saída é a média dos pixels contidos na vizinhança da máscara (passa-baixa ou filtros da média);
  - Reduz transições abruptas na intensidade:
    - reduz ruído;
    - causa borramento das bordas da imagem;
    - suaviza falsos contornos, resultantes de uma quantização com número insuficiente de níveis de cinza;
    - reduz detalhes irrelevantes na imagem (regiões menores do que o tamanho da máscara).

Filtros Lineares de Suavização

- Filtro da média:

$$R = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{9} z_i$$

- Filtro da média ponderada:

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x + s, y + t)}{\sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t)}$$

Filtros Lineares de Suavização: exemplo

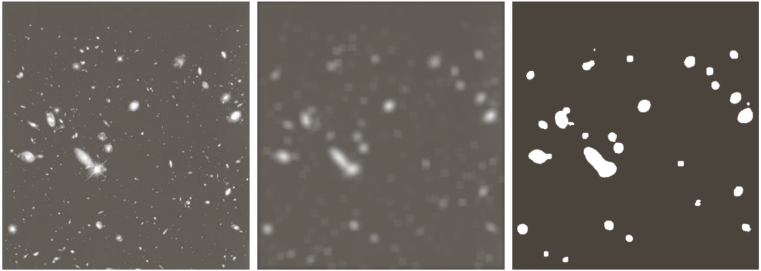
$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad \frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Filtros Lineares de Suavização: aplicação

Filtros Lineares de Suavização: aplicação

- Uma aplicação importante dos filtros de suavização é obter uma representação grosseira de objetos de interesse;

- O tamanho da máscara define o tamanho dos objetos que ficarão em evidência (maiores que a máscara) e os que se misturarão com o fundo (menores que a máscara).



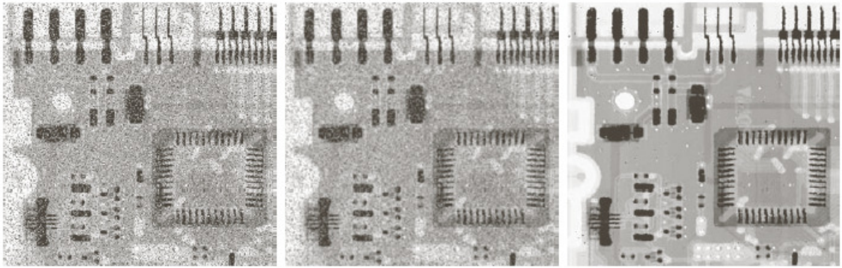
Filtros Não-Lineares de Suavização

- Filtro da mediana
  - força pontos com valores de intensidade distintas ficarem mais parecidos com sua vizinhança;
  - providencia excelente redução de certos ruídos aleatórios com menos borramento que os filtros lineares;
  - são especialmente úteis para remover ruídos impulsivos por causa da sua aparência como pontos branco e preto superimpostos à imagem.

- Agrupamentos isolados de pixels que são claros ou escuros com relação a sua vizinhança e cuja área é menor que $m^2/2$ (metade da área do filtro) são eliminados por um filtro da mediana$m \times m$ (áreas maiores são menos afetadas).

Filtros Não-Lineares de Suavização: aplicação

- Imagem original (ruído ”sal e pimenta“);
- Filtro de média 3×3;
- Filtro da mediana 3×3.



Filtros de Realce

- Realça transições em intensidades;
  - Filtros de derivadas de primeira ordem;
  - Filtros de derivadas de segunda ordem.
- Pontos de interesse para o estudo dos filtros:
  - Áreas de intensidade constante;
  - Início e fim de descontinuidades (degraus e rampas de descontinuidades);
- As derivativas de uma função digital são definidas em termos de diferenças:
  - Mudança máxima possível de intensidade é finita;
  - Menor distância sobre a qual a mudança ocorre é entre pixels adjacentes.

Filtro de Derivada de Primeira Ordem

- Características:
  - deve ser zero em áreas de intensidade constante;
  - deve ser diferente de zero no inicio e fim de um degrau ou rampa de intensidade;
  - deve ser diferente de zero ao longo de uma rampa;

- Definição básica de uma derivada de primeira ordem para uma função $f(x)$:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

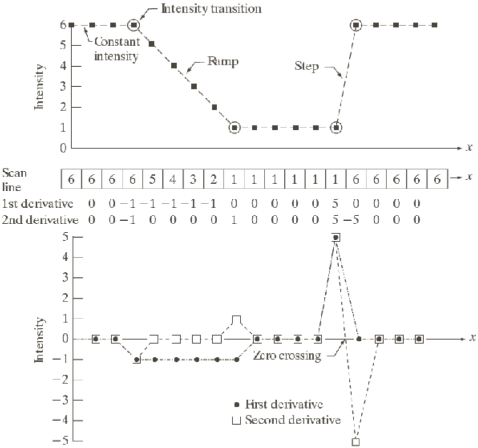
Filtro de Derivada de Segunda Ordem

- Características:
  - deve ser zero em áreas de intensidade constante;
  - deve ser diferente de zero no inicio e fim de um degrau ou rampa de intensidade;
  - deve ser zero ao longo de uma rampa com inclinação constante;

- Definição básica de uma derivada de segunda ordem para uma função $f(x)$:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

Primeira e Segunda Derivada de uma Imagem (linha)



Filtros Derivativos

- Bordas em imagens digitais frequentemente se comportam como transições de rampa de intensidade:
  - Filtro derivativo de primeira ordem: resulta em bordas grossas porque a derivada na rampa é diferente de zero;
  - Filtro derivativo de segunda ordem: produz borda dupla com um pixel de largura, separada por zeros:
    - melhora detalhes finos, uma propriedade desejável para realce de imagens;

Filtro Laplaciano

- Características:
  - Isotropia: a resposta é independente da direção da descontinuidade na imagem em que o filtro é aplicado (invariante à rotação);
  - Linearidade.

Filtro Laplaciano

Definição:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},$$

em que

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y).$$

Assim,

$$\nabla^2 = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y).$$

Filtro Laplaciano

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

0	−1	0
−1	4	−1
0	−1	0

−1	−1	−1
−1	8	−1
−1	−1	−1

Nota: o somatório é zero o que define valores nulos nas regiões homogêneas e valores mais elevados próximos aos seus contornos.

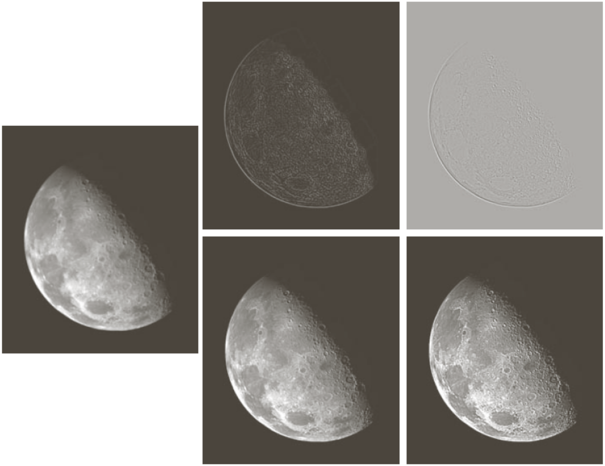
Filtro Laplaciano

- O Laplaciano enfatiza regiões de descontinuidade e ameniza regiões de variação lenta de níveis de intensidade;
- Esta característica tende a produzir imagens que apresentam arestas e outras descontinuidades na cor cinzenta sobreposta a um fundo sem características;
- O fundo pode ser reconstruído, preservando as descontinuidades, somando a imagem Laplaciana à imagem original (cuidado com o sinal). Uso do filtro Laplaciano para realçar imagens:

$$g(x, y) = f(x, y) + c\left[\nabla^2 f(x, y)\right],$$

  Em que, $f(x, y)$ e $g(x, y)$ são as imagens de entrada e saída, c é uma constante: $c = -1$ se o centro da máscara for negativo e $c = 1$, caso contrário.

Filtragem Espacial



Máscara de Nitidez e Filtragem *high-boost*

- Usado na indústria publicitária (impressa) para realçar imagens:
  - subtrai uma versão suavizada de uma imagem da sua original;
- O processo consiste de:
  - borrar a imagem original;
  - subtrair a imagem borrada da original (resultado é chamado de máscara);
  - somar a máscara à imagem original.

Máscara de Nitidez e Filtragem *high-boost*

Seja $\bar{f}(x, y)$ uma imagem borrada. A máscara de descontinuidade g_m é obtida:

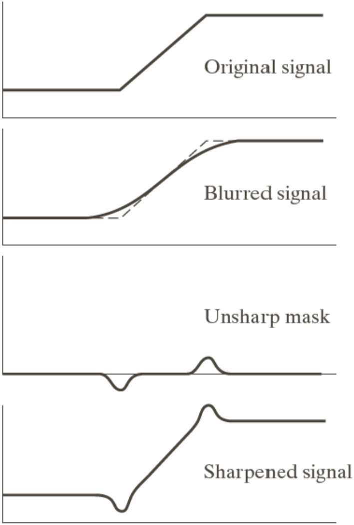
$$g_m = f(x, y) - \bar{f}(x, y).$$

Acrescentando uma porção ponderada da máscara à imagem original:

$$g_m = f(x, y) + k * g_m(x, y).$$

- para $k = 1$, a máscara é somada à imagem original;
- para $k < 1$, reduz a contribuição da máscara;
- para $k > 1$, o processo é conhecido como *high-boost filtering* (filtro com ênfase).

Máscara de Nitidez e Filtragem *high-boost*



Máscara de Nitidez e Filtragem *high-boost*

- imagem original
- suavização com filtro gaussiano
- máscara de nitidez
- resultado da máscara de nitidez
- filtragem *high-boost*

Utilização do Gradiente no Realce de Imagens

- Filtros são implementados utilizando a magnitude do gradiente:

$$\nabla f \equiv \mathtt{grad}(f) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- Propriedade geométrica importante: aponta na direção da maior taxa de mudança de f na posição (x, y).
- A magnitude do vetor $\mathtt{grad}(f)$, denotado por $M(x, y)$ é dado por:

$$M(x, y) \equiv \mathtt{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

- $M(x, y)$ indica, no ponto (x, y), a taxa de mudança na direção do vetor gradiente.

Nota: a imagem gradiente tem o mesmo tamanho que a imagem original

Utilização do Gradiente no Realce de Imagens

- Note que as componentes do vetor gradiente são derivadas e portanto são operadores lineares;
- A magnitude não é linear por causa da exponenciação e da radiciação;
- As derivadas parciais não são invariantes à rotação (isotrópicas), mas a magnitude do gradiente é.

Utilização do Gradiente no Realce de Imagens

- Em algumas implementações é apropriado obter o `grad`(f) como:

$$M(x, y) \approx |g_x| + |g_y|$$

- Esta representação preserva as mudanças relativas na intensidade, mas a propriedade isotrópica é perdida, de uma maneira geral;

- As máscaras mais populares para aproximar o gradiente são isotrópicas em rotações múltiplas de 90^o.

Utilização do Gradiente no Realce de Imagens

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

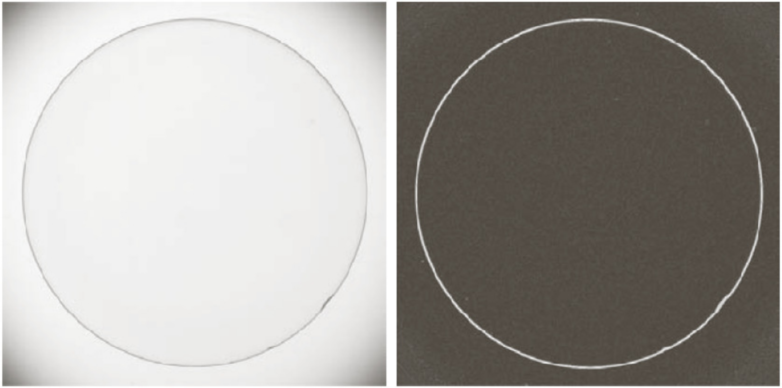
-1	0
0	1

0	-1
1	0

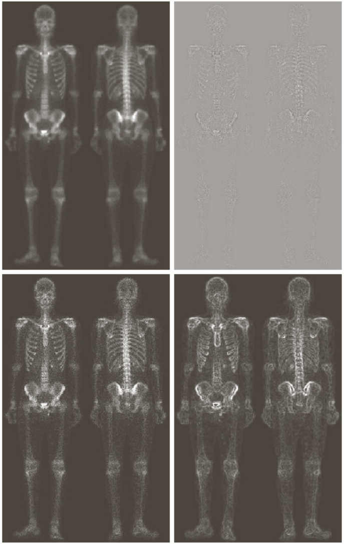
-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Utilização do Gradiente no Realce de Imagens



Utilização do Gradiente no Realce de Imagens



Utilização do Gradiente no Realce de Imagens