3º Caso:

Maximizar 'Z'

Múltiplas Soluções

Maximizar: $Z = 40x_1 + 40x_2$

Sujeito a:
$$S \begin{cases} 2X_1 + X_2 \leq 70 \\ X_1 + X_2 \leq 40 \\ X_1 + 3X_2 \leq 90 \end{cases}$$

Os 3 primeiros passos são iguais ao 1º Caso.

{

1º Passo:
Inserir uma variável de folga em cada inequação, obtendo assim um novo sistema 'S1'.

2º Passo:
Jogar os coeficientes das restrições e da função 'Z' na tabela.
Obs.: Os coeficientes de 'Z' devem ter o sinal trocado na tabela.

3ºPasso: Encontrar a Matriz Identidade na tabela. Elas são as Variáveis Básicas(VB) e devem ter valor '0' na última linha.

}

4ºPasso:
Encontrar os novos valores de 'X' e 'Z'.
As Variáveis Não Básicas (VNB) possuem valor Zero. E as VB possuem o valor encontrado na coluna 'b'

	VB	VB			VB		
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	b	Q
	1	0	1	- 1	0	30	
	0	1	- 1	2	0	10	
	0	0	2	- 5	1	30	
Z	0	0	0	40	0	1600	

$(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = (\boxed{30, 10}, 0, 0, 30)$

$Z = 40x_1 + 40x_2 = 40.30 + 40.10 = 1600$

5º Passo: Inicio do Ciclo Simplex:

1º - Encontrar o maior número negativo em módulo. Se Não há número Negativo na ultima linha da tabela, mas há o *<u>valor '0' em uma coluna de VNB</u>*, **então pode ser que haja múltiplas soluções. Para isso, abrir um novo Ciclo Simplex a partir do ponto encontrado.**

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	b	Q
	1	0	1	- 1	0	30	
	0	1	- 1	2	0	10	
	0	0	2	- 5	1	30	
Z	0	0	**0**	40	0	1600	

2º - Dividir os valores de 'b' pela coluna selecionada no passo 1º. O resultado será a coluna 'Q'

Obs.: A linha que possui a função Z não é dividida. E caso tenha números negativos, também Não se faz a divisão.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	b	Q
	1	0	1	- 1	0	30	**30**
	0	1	- 1	2	0	10	
	0	0	2	- 5	1	30	**15**
Z	0	0	0	40	0	1600	

3º – Encontrar o menor numero da coluna 'Q'

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	b	Q
	1	0	1	- 1	0	30	30
	0	1	- 1	2	0	10	
	0	0	2	- 5	1	30	**15**
Z	0	0	0	40	0	1600	

4º – Encontrar o Pivo na intersecção do passo 1º com o passo 3º.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	b	Q
1	0	1	- 1	0	30	30
0	1	- 1	2	0	10	
0	0	2	- 5	1	30	15
0	0	0	40	0	1600	

5º – Aplicar Operações Elementares de modo que o Pivo tenha o valor '1' e os demais itens da coluna tenham valor '0'

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	b	Q	
1	0	1	- 1	0	30	30	**E_{13} (- ½)**
0	1	- 1	2	0	10		**E_{12} (½)**
0	0	2	- 5	1	30	15	**E_3 (½)**
0	0	0	40	0	1600		

Fim do Ciclo Simplex.

Ao encontrar a nova tabela, encontrar as VB e verificar se elas tem o valor '0' na ultima linha. Encontrar os novos valores de 'x' e de 'Z'. Se o valor de Z for o mesmo que na tabela anterior, então é porque há Múltiplas Soluções.

VB	VB	VB				
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	b	Q
1	0	0	3/2	- ½	15	
0	1	0	- ½	½	25	
0	0	1	- 5/2	½	15	
0	0	0	40	0	1600	

$(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = (\boxed{15, 25}, 15, 0, 0)$

$Z = 40x_1+40x_2 = 40.15 + 40.25 = 1600$

Como nas duas tabelas há os valores ‘0’ em uma VNB e o valor de Z são iguais em ambas, então é porque são Múltiplas Soluções.

A resposta está na restrição que aceitar os dois pontos encontrados na tabela:

$$S \begin{cases} 2X_1 + X_2 \leq 70 & (1) \\ X_1 + X_2 \leq 40 & (2) \\ X_1 + 3X_2 \leq 90 & (3) \end{cases}$$

Pontos encontrados na tabela: (30, 10) e (15, 25)

(1) $2 X_1 + X_2 = 70$
$2.30 + 10 = 70$ (OK)
$2.15 + 25 = 70$ (Falso)

(2) $X_1 + X_2 = 40$
$30 + 10 = 40$ (OK)
$15 + 25 = 40$ (OK)

(3) $X_1 + 3 X_2 = 90$
$30 + 3.10 = 90$ (Falso)
$15 + 3.25 = 90$ (OK)

A única restrição que aceita os dois pontos é a (2). Portanto todos os pontos que passam pela reta $X_1 + X_2 = 40$, cujos extremos são (30,10) e (15,25) e tem $Z=1600$ são as soluções.