MICROECONOMIA 1 – GRADUAÇÃO

Departamento de Economia, Universidade de Brasília

Nota de Aula 11 – Dotações Iniciais e Renda Endógena

Prof. José Guilherme de Lara Resende

1 Dotações Iniciais

No problema de maximização de utilidade do consumidor, assumimos que a renda era uma variável exógena, fora do controle do consumidor. Porém, em vários problemas é necessário tratar a renda como uma variável endógena, determinada pelas ações do indivíduo. O exemplo mais importante é o caso da *renda do trabalho*, gerada pelo próprio indivíduo ao decidir se trabalha ou não (uma decisão de *margem extensiva*), e o quanto vai trabalhar, uma vez que decidiu trabalhar (uma decisão de *margem intensiva*). Para desenvolver os modelos de renda endógena, em que o indivíduo deve escolher sobre o quanto trabalhar, vamos primeiro definir dotações iniciais.

Vamos supor que o consumidor possua uma *dotação inicial* $\mathbf{e} = (e_1, e_2, \ldots, e_n)$ dos bens $1, \ldots, n$. Esses bens podem ser vendidos no mercado aos preços $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$. Ou seja, a renda do consumidor é agora então igual à $m = \mathbf{p} \cdot \mathbf{e} = p_1 e_1 + \cdots + p_n e_n$ ($\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}$ representa o produto interno entre o vetor $\mathbf{p}$ de preços e o vetor $\mathbf{e}$ de dotações iniciais).

O problema de maximização de utilidade do consumidor agora é:

$$\max_{\mathbf{x} \geq \mathbf{0}} u(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad \text{s.a.} \qquad p_1 x_1 + \cdots + p_n x_n = p_1 e_1 + \cdots + p_n e_n$$

Resolvendo esse problema, determinamos as *funções de demanda brutas* (ou seja, o consumo *final* de cada bem), denotadas por $\mathbf{x}(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e})$. A *demanda líquida* do bem i é a quantidade comprada ou vendida do bem i, ou seja, é a diferença entre a demanda bruta e a dotação inicial, $x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) - e_i$. Se a demanda líquida for positiva, o consumidor está comprando o bem ($x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) > e_i$). Se a demanda líquida for negativa, o consumidor está vendendo o bem (vendendo parte da dotação inicial que ele possui do bem, $x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) < e_i$).

Para o caso de dois bens, com $m = p_1 x_1 + p_2 x_2$, a reta orçamentária é:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2 \tag{1}$$

Portanto, a reta orçamentária tem que passar pelas quantidades dos bens que o consumidor possui inicialmente, ou seja, pelas dotações iniciais (se o indivíduo resolver não transacionar no mercado, ele pode consumir as dotações).

O que ocorre com a reta orçamentária se a dotação inicial mudar? Nesse caso, o consumidor pode ficar com a mesma renda, se a nova dotação tiver o mesmo valor da antiga, ficar com uma renda maior, se a nova dotação valer mais do que a antiga, ou com uma renda menor, se a nova dotação valer menos do que a antiga. Portanto, a reta orçamentária desloca-se paralelamente quando a dotação varia, como ilustra a Figura 1 abaixo.

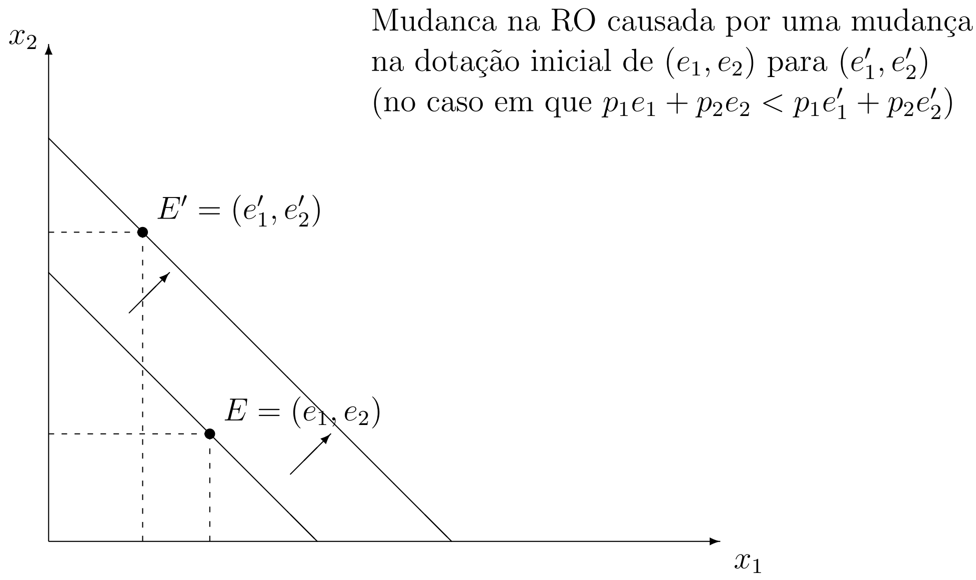

Figura 1: Efeito de uma Mudança na Dotação sobre a Reta Orçamentária

E o que ocorre com a reta orçamentária quando os preços variam? Se algum preço mudar, a renda do consumidor também mudará, já que o valor da sua dotação inicial se altera. Observe que a reta orçamentária sempre passa pela dotação inicial, *quaisquer que sejam os preços dos bens*. Portanto, se a relação de preços mudar, a inclinação da reta orçamentária se altera, mas a nova reta continua passando pela dotação inicial. Por exemplo, suponha que o preço do bem 1 baixou. O bem 1 se tornou mais barato em relação ao bem 2. O deslocamento da reta orçamentária nesse caso é ilustrado na Figura 2.

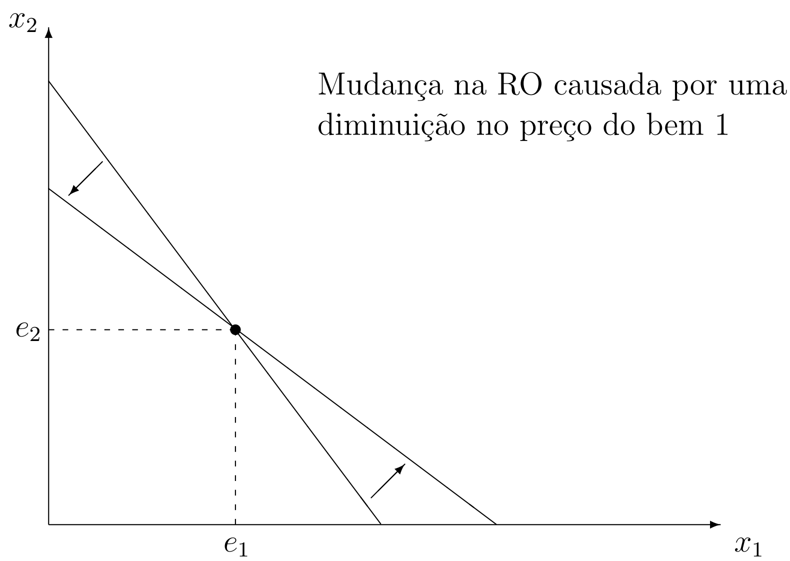

Figura 2: Efeito de uma Mudança no Preço de um Bem sobre a Reta Orçamentária

A reta orçamentária (1) pode ser reescrita como:

$$p_1(x_1 - e_1) + p_2(x_2 - e_2) = 0$$

Portanto, *para o caso de dois bens*, o consumidor não pode ser nem comprador líquido dos dois bens, nem vendedor líquido dos dois bens. No primeiro caso, os dois termos do lado esquerdo da igualdade acima seriam positivos (e então diferentes de zero), no segundo caso, os dois termos seriam negativos. Intuitivamente, o valor dos bens que o consumidor compra tem que ser igual ao valor dos bens que ele vende. Se, por exemplo, ele é comprador líquido do bem 1, então ele consome desse bem uma quantidade maior que a sua dotação inicial. Para comprar essa quantidade extra do bem 1, o indivíduo tem que vender parte da sua dotação do bem 2. Portanto, se ele é comprador líquido de um bem, ele necessariamente será vendedor líquido do outro bem. Similarmente, o indivíduo não pode ser vendedor líquido dos dois bens. No caso de n bens, o consumidor pode ser comprador líquido ou vendedor líquido de no máximo $n - 1$ bens.

Uma diferença importante entre o problema de maximização de utilidade com dotações iniciais e o mesmo problema com renda exógena é que agora a renda depende das ações do consumidor. No caso anterior, pode ocorrer que o consumidor prefira escolher uma cesta que custe menos do que uma outra cesta, como a Figura 3 ilustra.

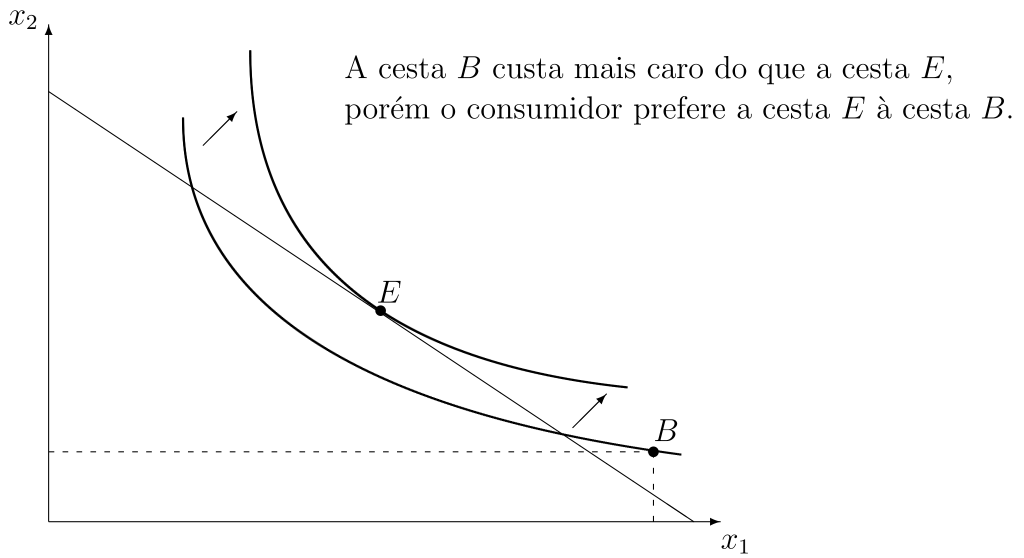

Figura 3: Cestas Mais Caras nem sempre são Preferidas

No modelo de renda endógena isso não ocorrerá mais, já que o consumidor pode vender a cesta de maior valor, aumentando o seu conjunto de possibilidade de consumo e alcançando um nível de utilidade mais alto. No caso ilustrado pela Figura 4 abaixo, o consumidor prefere escolher a cesta B à cesta E, pois ele pode vender a cesta B e comprar a cesta E', melhor do que a cesta E.

Portanto, se o consumidor é obrigado a consumir a cesta dada a ele, pode ocorrer que ele escolha uma cesta mais barata a uma cesta mais cara. Mas se permitimos que o consumidor venda as cestas, ele sempre escolherá a cesta que custa mais caro, já que ele pode vendê-la e obter uma renda maior do que a renda obtida com a cesta que vale menos. Fazendo isto, o consumidor alcançará um nível de utilidade maior.

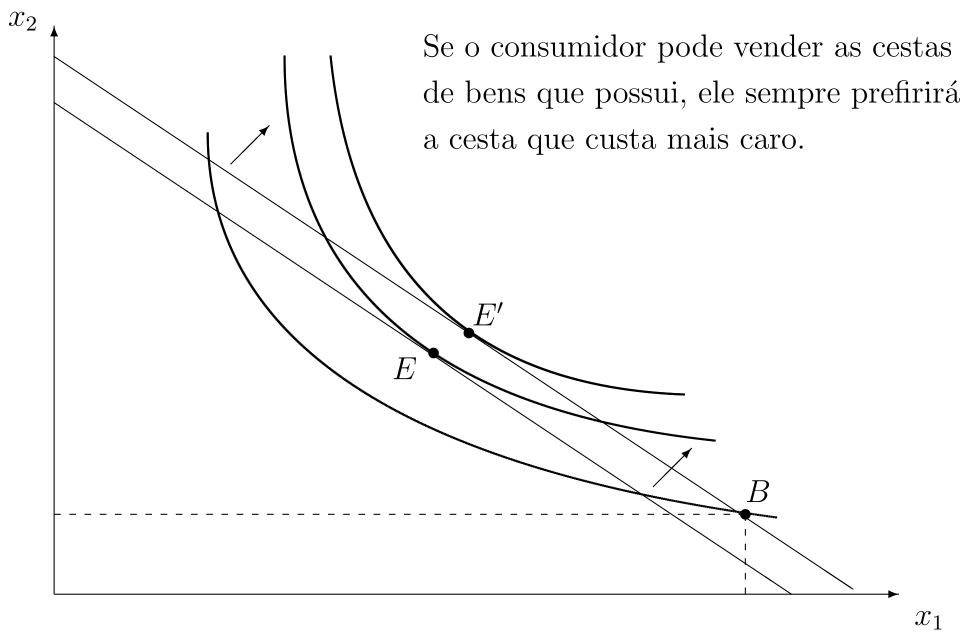

Figura 4: Cestas Mais Caras Permitem Alcançar Utilidade Mais Alta

2 Estática Comparativa

Se o consumidor é vendedor líquido de um bem cujo preço sobe, então necessariamente o seu bem-estar aumentará e ele continuará a vender esse bem (porém pode ocorrer que ele passe a vender uma quantidade maior ou menor do bem). Essa afirmação pode ser provada por um argumento de preferência revelada, elaborado no parágrafo seguinte, com a ajuda da Figura 5 abaixo.

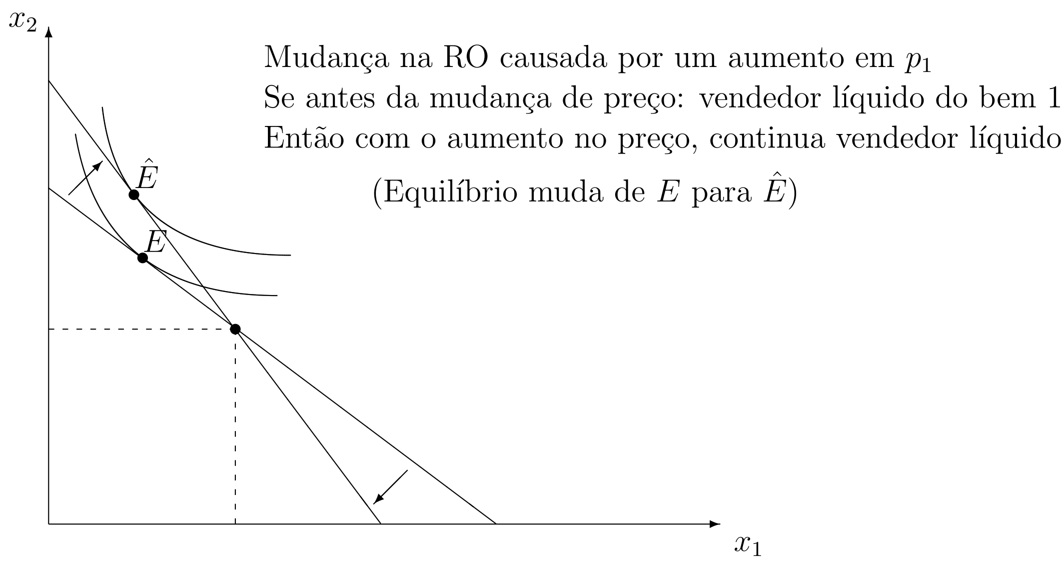

Figura 5: Estática Comparativa

Se o consumidor era vendedor líquido do bem, cujo preço aumentou, ele continuará a ser vendedor líquido do bem, já que a região onde ele é comprador líquido do bem aos novos preços está dentro da região onde ele é comprador líquido do bem aos preços antigos, e que foi revelada inferior à cesta escolhida onde o consumidor vendia o bem (veja a Figura 5 acima). Portanto ele não se tornará comprador líquido do bem.

Se o preço do bem diminuir, *o bem-estar de um consumidor vendedor líquido desse bem irá necessariamente diminuir* ***se ele continuar vendendo o bem***. Se o consumidor passar a ser comprador líquido do bem, então não podemos dizer nada em geral sobre o seu bem-estar, que pode diminuir, continuar o mesmo ou aumentar, dependendo das suas preferências e da magnitude da mudança no preço do bem.

Análise similar vale para o caso de um bem em que o consumidor é comprador líquido: se o preço do bem diminuir, então necessariamente o seu bem-estar aumentará e ele continuará a comprar esse bem (porém pode ocorrer que ele passe a comprar uma quantidade menor do bem que antes).

Se o preço do bem aumentar, *o bem-estar se um consumidor comprador líquido desse bem irá necessariamente diminuir* ***se ele continuar comprando o bem***. Se o consumidor passar a ser vendedor líquido do bem, não podemos dizer nada em geral sobre o seu bem-estar, que pode diminuir, continuar o mesmo ou aumentar, dependendo das suas preferências e da magnitude da mudança no preço do bem.

3 Equação de Slustky Estendida

Na presença de dotações iniciais, uma mudança de preços altera não somente o custo dos bens que o consumidor compra, *mas também o valor da renda que ele possui*. Vamos derivar a função de demanda para analisarmos o efeito de uma mudança de preço mais claramente:

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial p_j} = \left.\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial p_j}\right|_{\mathbf{p}\cdot\mathbf{e}\text{ constante}} + \frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial m}\, e_j$$

O primeiro termo no lado direito da equação acima é a derivada com respeito ao preço, mantendo a renda $m = \mathbf{p}\cdot\mathbf{e}$ inalterada. Esse termo captura o efeito da mudança de preços, mantendo a renda constante. O segundo termo é a derivada da demanda com respeito à renda, multiplicado pela dotação inicial. Esse termo captura o efeito da mudança de preços no valor da renda do consumidor, devido à mudança no valor da sua dotação inicial desse bem.

Podemos expandir o primeiro termo no lado esquerdo da equação acima usando a equação de Slutsky derivada para o caso de renda exógena:

$$\left.\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial p_j}\right|_{\mathbf{p}\cdot\mathbf{e}\text{ constante}} = \frac{\partial x_i^h(\mathbf{p}, \bar{u})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial m}\, x_j$$

Juntando as duas equações, obtemos:

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^h(\mathbf{p}, \bar{u})}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial m}(e_j - x_j)$$

Para o caso da mudança na quantidade demandada causada por uma mudança no preço do próprio bem, vale:

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i^h(\mathbf{p}, \bar{u})}{\partial p_i} + \frac{\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}\cdot\mathbf{e})}{\partial m}(e_i - x_i)$$

Portanto, o efeito renda depende da demanda *líquida* do bem. Se o bem for normal e o consumidor for vendedor desse bem, o efeito renda total será positivo: se o preço do bem aumentar, a sua renda aumentará. Ou seja, um aumento no preço pode levar a um aumento no consumo do bem.

Isso ocorre porque o efeito renda agora é composto de duas partes. A primeira, $-(\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e})/\partial m) \times x_i$, é o efeito renda tradicional: se o preço do bem i aumentar, então a renda real diminuirá, já que sobrará menos dinheiro para gastar com os outros bens. A segunda, $(\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e})/\partial m) \times e_i$, chamada *efeito renda dotação*, surge porque quando o preço do bem i aumenta, a renda do consumidor aumenta, já que o valor da sua dotação desse bem será maior.

A equação de Slutsky derivada para o caso da renda exógena mostrava que a demanda de um bem só responde positivamente a um aumento de preços (ou seja, a demanda aumenta com um aumento do preço) quando esse bem for bastante inferior. Se o indivíduo vender o bem no mercado, isso não é mais verdade. Mesmo para um bem normal, pode ocorrer que um aumento do preço de um bem aumente o consumo desse bem. Para que isso ocorra, devemos ter que $e_i - x_i$ seja positivo (positivo o suficiente para que $(\partial x_i(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e})/\partial m) \times (e_i - x_i) > \left|\partial x_i^h(\mathbf{p}, \bar{u})/\partial p_i\right|$). Neste caso, o consumidor é vendedor líquido do bem. Se ele for vendedor líquido do bem, então um aumento de preço do bem pode aumentar sua renda o suficiente para que ele possa consumir mais desse bem.

4 Modelando Oferta de Trabalho

Vamos agora desenvolver um modelo simples de oferta de trabalho, que utiliza o modelo de dotações iniciais. O modelo base abaixo pode ser aperfeiçoado em várias direções, para melhor capturar certas decisões individuais.

Suponha que existam apenas dois bens que o consumidor escolhe: consumo, c, e lazer, l. O consumidor possui uma quantidade máxima H de lazer que ele pode consumir (um dia tem apenas 24 horas, uma semana apenas 7 dias, etc). O indivíduo pode dividir o seu tempo em lazer ou em trabalho. O salário por unidade de tempo trabalhado é w. O indivíduo recebe também um valor m de renda que independe de suas ações (isto é, m é uma renda qualquer exógena às suas ações). O problema do consumidor é:

$$\max_{c \geq, l \geq 0} u(c, l) \qquad \text{s.a.} \qquad pc = w(H - l) + m \, ,$$

com $0 \leq l \leq H$. Podemos reescrever a restrição orçamentária como:

$$pc + wl = wH + m \, .$$

A restrição orçamentária acima tem uma forma peculiar: no lado direito, temos wH, a *renda plena do trabalho* (o valor que o indivíduo receberia se trabalhasse todo o seu tempo disponível) e no lado esquerdo temos wl, o custo do lazer que o indivíduo consome. O salário w pode então ser interpretado como o *preço implícito do lazer* (*custo de oportunidade*).

A equação de Slutsky nos permite calcular o efeito de uma mudança no salário sobre a demanda de lazer (e, portanto, sobre a oferta de trabalho, igual ao tempo total disponível menos o tempo gasto com lazer):

$$\frac{\partial l(p, w, m)}{\partial w} = \frac{\partial l^h(p, w, \bar{u})}{\partial w} + \frac{\partial l(p, w, m)}{\partial m}(H - l(p, w, m))$$

Qual o efeito de um aumento do salário na oferta de trabalho? Existem dois efeitos. Primeiro, o aumento no salário aumenta a oferta de trabalho, já que o lazer ficou mais caro agora. Porém, o aumento no salário aumenta a renda do consumidor, pois ele passa a ganhar mais por hora trabalhada. Portanto, um aumento do salário pode levar a um aumento da oferta de trabalho ou a uma diminuição da oferta de trabalho: o efeito é incerto. O consumidor é vendedor líquido de lazer. Então, supondo que lazer é um bem normal, pode ocorrer que um aumento do sálario aumente a quantidade de lazer consumida, ou seja, que diminua a oferta de trabalho.

Resumindo, um aumento no salário tende a aumentar a oferta de trabalho, já que para o trabalhador lazer ficou mais caro: ele pode consumir mais trabalhando mais. Porém, o aumento do salário deixa o trabalhador com mais renda, e isso leva a um aumento no consumo de lazer. A soma dos dois efeitos não é clara: a oferta de trabalho pode tanto aumentar como diminuir quando o salário aumenta.

Se o salário está em um nível baixo, é razoável imaginar que aumentos do salário induzam o indivíduo a trabalhar mais. Porém, a partir de um certo nível, se o salário se tornar substancialmente alto, novos aumentos do salário podem induzir o indivíduo a trabalhar menos. Por exemplo, suponha que o indivíduo ganha 100 reais por dia de trabalho e com esse salário decida trabalhar 20 dias por mês, recebendo R$ 2.000,00 por mês. Se o salário aumentasse para R$ 110 por dia, ele escolheria trabalhar 22 dias por mês, ganhando R$ 2.420,00 por mês. Mas se o salário aumentasse para R$ 10.000,00 por dia, ele escolheria trabalhar apenas 10 dias por mês e usar a renda obtida no mês (R$ 100.000,00) para aproveitar o seu lazer de modo mais satisfatório. Logo, a oferta de trabalho terá, neste caso, um formato como o ilustrado na Figura 6.

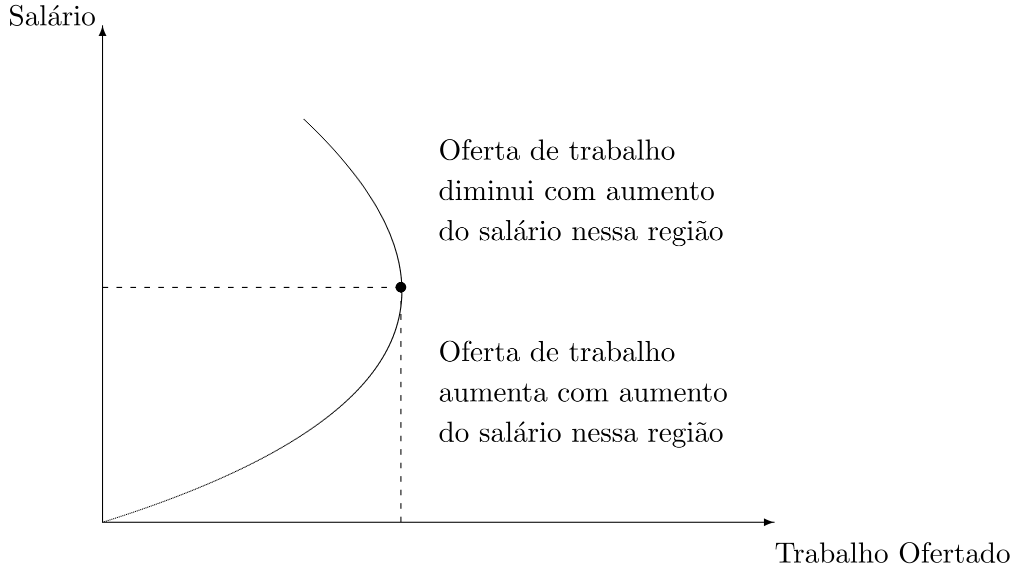

Figura 6: Oferta de Trabalho

É verdade que em muitos casos as pessoas não possuem essa flexibilidade no trabalho. Elas têm que trabalhar turnos de 8 horas/dia, 5 vezes por semana, toda a semana, com direito a um mês de férias por ano. Porém, se elas fossem livres para escolher o número de horas de trabalho, é bem possível que o efeito de aumentos de salário induzisse escolhas como a ilustrada na Figura 6. Mesmo para casos onde há rigidez na quantidade de trabalho ofertada, o indivíduo pode decidir trabalhar menos ao decidir se aposentar mais cedo, por exemplo.

Vamos resolver o problema de escolha entre consumo e lazer. Denote a utilidade por $u(c, l)$. O problema de maximização de utilidade do consumidor é:

$$\max_{c,l \geq 0} u(c, l) \qquad \text{s.a.} \qquad pc + wl = wH + m$$

O Lagrangeano deste problema é:

$$\mathcal{L} = u(c, l) + \lambda(wH + m - pc - wl)\,,$$

em que λ denota o multiplicador de Lagrange. As CPOs do problema resultam em:

$$\begin{aligned} (c):&\ \ \partial u(c, l)/\partial c = \lambda p \\ (l):&\ \ \partial u(c, l)/\partial l = \lambda w \\ (\lambda):&\ \ pc + wl = wH + m \end{aligned}$$

Se dividirmos a segunda CPO pela primeira, obtemos:

$$\frac{\partial u(c, l)/\partial l}{\partial u(c, l)/\partial c} = \frac{w}{p}$$

Esta última equação acima mostra que o valor absoluto da taxa marginal de substituição entre consumo e lazer é igual à relação de preços desses dois bens, como era de se esperar.

Vamos assumir que a utilidade $u(c, l)$ é *separável*: $u(c, l) = u_1(c) + u_2(l)$, com $u_1'(c) > 0$, $u_2'(l) > 0$ e $u_1''(c) < 0$, $u_2''(l) < 0$. A condição para a TMS entre c e l se torna então:

$$\frac{u_2'(l)}{u_1'(c)} = \frac{w}{p}$$

O que ocorre quando o governo taxa a renda do trabalho? Suponha que o governo decida taxar o salário w em τ, de modo que o salário efetivamente recebido seja $(1-\tau)w$. Neste caso, a condição acima para a TMS se torna:

$$\frac{u_2'(l^{**})}{u_1'(c^{**})} = \frac{(1-\tau)w}{p}$$

Podemos dizer o que ocorre com os níveis de consumo e lazer ótimos? Observe que:

$$\frac{u_2'(l^{**})}{u_1'(c^{**})} = \frac{(1-\tau)w}{p} < \frac{w}{p} = \frac{u_2'(l^{*})}{u_1'(c^{*})}$$

Como u_1' e u_2' são decrescentes ($u_1'' < 0$ e $u_2'' < 0$), então obtemos:

$$\frac{l^{**}}{c^{**}} > \frac{l^{*}}{c^{*}}\,,$$

ou seja, a relação lazer-consumo aumentou, o que, pela restrição orçamentária significa que o nível de lazer aumentou e o nível de consumo diminuiu. O aumento no imposto sobre o salário então desestimulou o trabalho e diminuiu o nível de consumo das pessoas.

Leitura Recomendada

- Varian, cap. 9 - "Comprando e Vendendo".
- Hall e Lieberman, cap. 11 - "O Mercado de Trabalho", seção 5 - "Oferta de Trabalho".
- Nicholson e Snyder, cap. 16 - "Labor Markets".

Exercícios

1) Um consumidor tem uma função utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} x_2^{0,5}$ e uma dotação inicial de $e_1 = 2$ e $e_2 = 1$.

   a) Resolva o problema do consumidor e encontre as demandas brutas pelos bens.
   b) Suponha que os preços dos dois bens sejam $p_1 = p_2 = 1$. Calcule a demanda ótima nesse caso. O consumidor é vendedor líquido de algum dos bens?
   c) Suponha que o preço do bem 1 diminui de 1 para $\tilde{p}_1 = 0{,}9$. O que ocorre nesse caso com o bem-estar do consumidor?
   d) Suponha agora que o preço do bem 1 diminui de 1 para $\hat{p}_1 = 0{,}1$. O que ocorre nesse caso com o bem-estar do consumidor? Compare com o item anterior.

2) Responda os seguintes itens, considerando um modelo de renda endógena.

   a) Suponha um consumidor vendedor líquido do bem 1. Suponha que o preço deste bem diminuiu de modo que o consumidor decidiu se tornar comprador líquido do bem 1. Ilustre graficamente os três casos possíveis:
      a.1) bem-estar diminui,
      a.2) bem estar aumenta,
      a.3) bem estar se mantém o mesmo.
   b) Se o consumidor descrito no item a), após a diminuição do preço do bem 1, continuou sendo vendedor líquido do bem, o que ocorre com o seu bem-estar? Ilustre graficamente a sua resposta.
   c) Em aula, nas notas e neste exercício, a análise feita assumiu a existência de apenas dois bens. As conclusões dos itens a) e b) acima e as obtidas em sala para os casos 1, 2, 3 e 4 se alteram? Justifique sua resposta.

3) Carlos pode trabalhar de 0 a 24 horas por dia, recebendo um salário de R$ 1 por hora. O imposto sobre a renda superior a R$ 5 por dia é de 50% (ou seja, os primeiros R$ 5 não são taxados). Carlos escolhe trabalhar 10 horas por dia. Além de lazer, Carlos consome um outro bem, com preço igual a R$ 1. Suponha que Carlos possua preferências bem-comportadas (ou seja, as curvas de indiferença associadas a essas preferências são convexas com relação à origem) e que não possua nenhuma outra fonte de renda além da obtida com trabalho.

   a) Ilustre graficamente a reta orçamentária de Carlos e a sua escolha ótima.
   b) O governo muda a forma do imposto: agora toda a renda está sujeita a um imposto de 25%. Carlos trabalha mais ou menos ou a mesma quantidade de horas agora? O governo coleta mais ou menos receita sobre o imposto de Carlos agora?
   c) Qual tipo de imposto Carlos prefere? Justifique sua resposta.

4) Um consumidor tem uma função utilidade $u(x_1, x_2) = x_1x_2$ e uma dotação inicial de $e_1 = 1$ e $e_2 = 5$.

   a) Resolva o problema do consumidor e encontre as demandas brutas pelos bens.

   b) Suponha que os preços dos dois bens sejam $p_1 = p_2 = 1$. Calcule a demanda ótima nesse caso. O consumidor é vendedor líquido de algum dos bens?

   c) Suponha que o preço do bem 1 diminui de 1 para $\tilde{p}_1 = 0{,}5$. O que ocorre nesse caso com a demanda ótima dos bens 1 e 2 e com o bem-estar do consumidor?

   d) Calcule os efeitos substituição, renda tradicional e renda dotação para a mudança de preço descrita no item anterior. Como se comportam os sinais dos efeitos renda tradicional e renda dotação?

5) Suponha que a função de utilidade de um consumidor é $u(l, c) = l^\alpha c^{1-\alpha}$, em que l é o bem lazer, expresso em horas, e c é um bem de consumo qualquer, cujo preço é p. Suponha que o indivíduo possui T horas de tempo, que ele pode dividir em lazer ou trabalho. Se ele trabalha h horas, ele recebe um salário de w por hora trabalhada. A renda do consumidor é determinada apenas pelo seu trabalho.

   a) Determine a curva de oferta de trabalho.

   b) Suponha que o governo transfere um valor τ para o indivíduo, determinado por $\tau = G - twh$, onde G é a renda mínima garantida pelo governo e t é a alíquota de imposto sobre a renda do trabalho. Encontre a curva de oferta de trabalho para este caso.

   c) Como um aumento em G afeta a oferta de trabalho do indivíduo?

   d) Como um aumento no preço p afeta a oferta de trabalho?