MICROECONOMIA 1

Departamento de Economia, Universidade de Brasília

Notas de Aula 9 – Graduação

Prof. José Guilherme de Lara Resende

1 Excedente do Consumidor

Quando ocorre alguma mudança no ambiente econômico, como por exemplo um aumento de preço, um novo imposto, etc, o consumidor pode ficar numa situação melhor ou pior do que antes. A variação no excedente do consumidor (ΔEC) é a medida clássica da mudança do bem-estar de um indivíduo devido a uma mudança no ambiente econômico.

O excedente do consumidor representa o ganho que o consumidor obtém ao comprar várias unidades do bem *pagando sempre o mesmo preço*. Graficamente, ele é a área hachurada superior na Figura 1 abaixo.

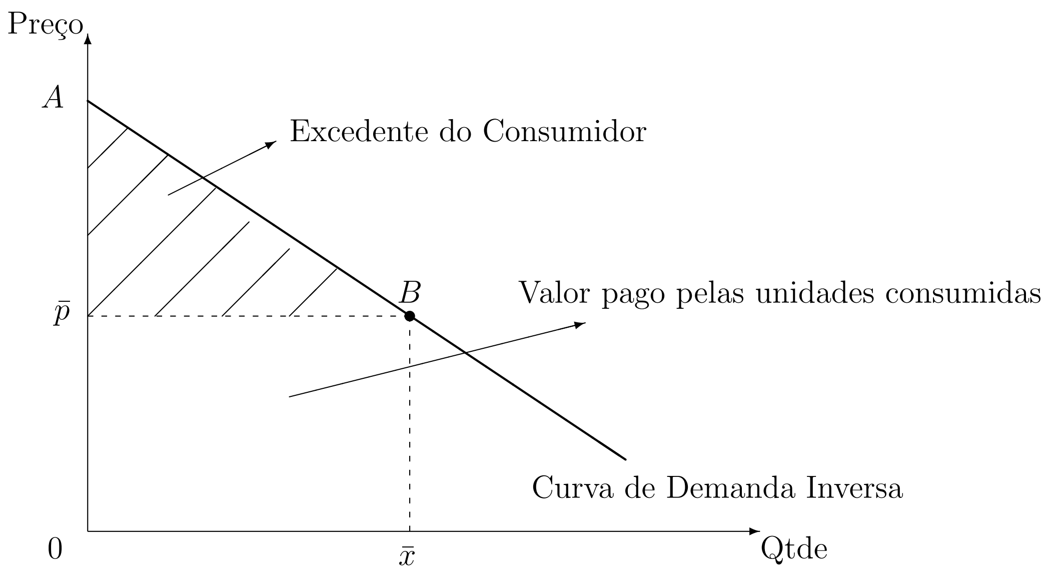

Figura 1: Excedente do Consumidor

O excedente do consumidor é portanto a diferença entre a quantidade máxima que o consumidor está disposto a pagar pelo bem e a quantia realmente paga. Lembrem-se que a curva de demanda inversa revela o valor que o comprador assinala a cada unidade do bem. No gráfico acima, o consumidor decidiu, dado o preço $\bar{p}$ do bem, comprar $\bar{x}$ unidades dele. Todas as unidades *infra-marginais* (isto é, anteriores à última unidade sendo consumida) geram um ganho de bem-estar acima do preço pago por aquela unidade. A somatória desse excedente para todas as unidades demandadas é o excedente do consumidor, que mede *em valor monetário* os ganhos recebidos pelos compradores por fazer trocas no mercado (e pagar o mesmo preço por todas unidades compradas).

Suponha que o preço do bem 1 seja $\bar{p}$. Então o consumidor comprará $\bar{x}$ unidades desse bem. A área do triângulo $A\bar{p}B$ na figura acima é o excedente do consumidor. A área do retângulo $0\bar{p}B\bar{x}$ é o valor pago pelas unidades consumidas. A soma das áreas do triângulo e do retângulo é a utilidade total gerada pelo consumo das $\bar{x}$ unidades do bem. Podemos medir o excedente do consumidor como a área do triângulo, ou seja, a área entre a *função de demanda inversa* do bem e o preço do bem, onde $\bar{x}$ é a quantidade consumida do bem:

$$EC = \int_0^{\bar{x}} [p(x) - \bar{p}]\, dx$$

Nota: Excluímos do argumento das funções usadas (demanda, demanda inversa) a sua dependência de variáveis mantidas constantes, como os preços dos outros bens e a renda, para simplificar a notação.

O excedente do consumidor é a ferramenta clássica para medir mudanças no bem-estar do consumidor causadas por alguma mudança de política. Por exemplo, qual a perda para o consumidor se o preço de um bem aumenta devido a um novo imposto sobre o consumo desse bem? A variação no excedente do consumidor (ΔEC) para uma mudança no preço do bem de p^0 para p^1 , $p^1 > p^0$ (e a quantidade muda de x^0 para x^1, $x^1 < x^0$) é:

$$\Delta EC = EC(p^1) - EC(p^0) = \int_0^{x^1} \left[p(x) - p^1\right] dx - \int_0^{x^0} \left[p(x) - p^0\right] dx, \qquad (1)$$

onde $p(x)$ é a função de demanda inversa do bem 1. A Figura 2 abaixo ilustra essa variação.

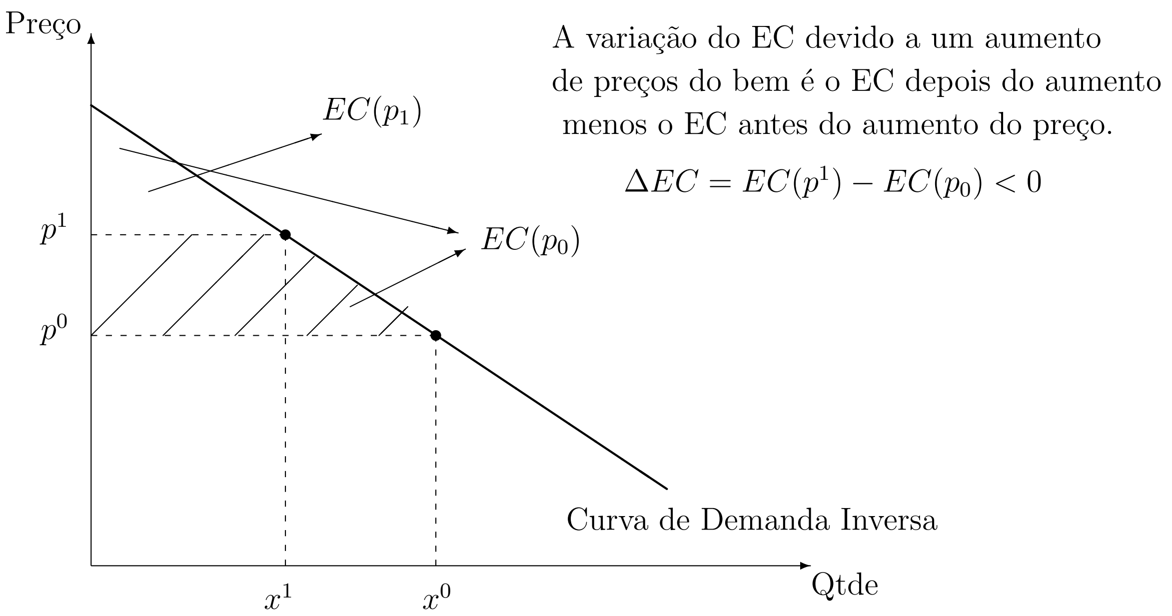

Figura 2: Variação no Excedente do Consumidor

A variação no EC causada por um aumento do preço do bem pode ser decomposta em duas áreas. A primeira é a perda gerada pelo aumento do preço nas quantidades do bem que ainda são consumidas (área A na figura abaixo). A segunda é a perda gerada pela diminuição do consumo do bem causada pelo aumento do preço (área B na figura abaixo). Note que pela fórmula (1) acima, o valor do excedente do consumidor será negativo. O sinal negativo serve apenas para indicar que, com o aumento do preço do bem, houve uma queda no bem-estar do consumidor.

Decomposição do EC em duas áreas, no caso de um aumento do preço do bem:

1. A é a perda por pagar mais pelas unidades ainda consumidas do bem, e
2. B é a perda por consumir menos do bem.

$$\Delta EC_{Total} = \Delta EC_1 + \Delta EC_2$$

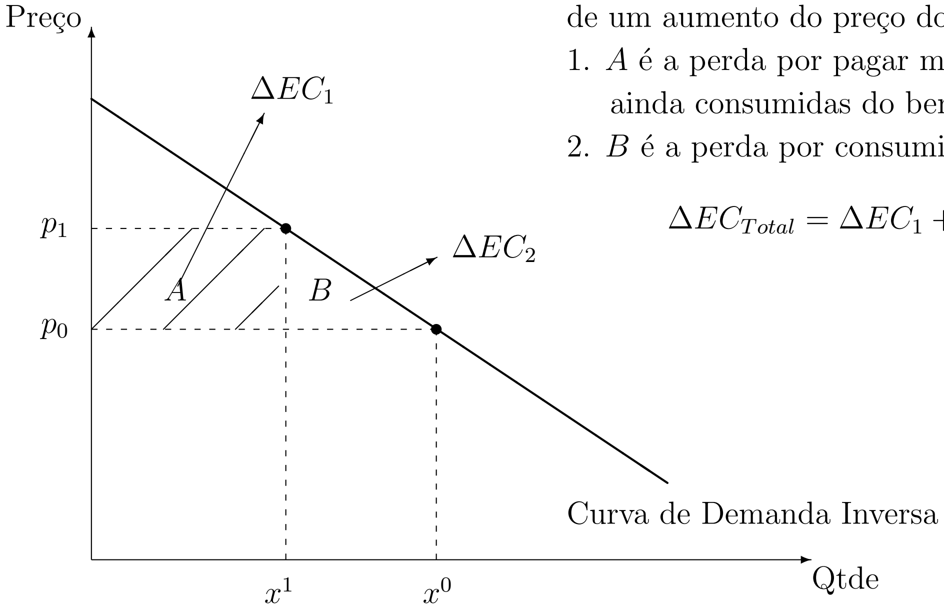

Figura 3: Decomposição de ΔEC

A interpretação do EC usando a função de demanda inversa é bem intuitiva. Porém, é mais conveniente em alguns casos usar a demanda marshalliana diretamente para calcular a variação de EC causada por uma mudança de preços. O EC para um nível de preços p, calculado usando a demanda marshalliana, é:

$$EC = \int_{p}^{\hat{p}} x^M(p)dp\,,$$

onde $\hat{p}$ é o menor preço que faz a demanda se igualar a zero ($x^M(\hat{p}) = 0$). Portanto, se o preço do bem se alterar de p^0 para p^1, a variação no excedente do consumidor é:

$$\Delta EC = \int_{p^1}^{p^0} x^M(p)dp$$

Logo, o ΔEC calculado usando a demanda diretamente é apenas a área abaixo da demanda do bem, como ilustra a Figura 4 abaixo.

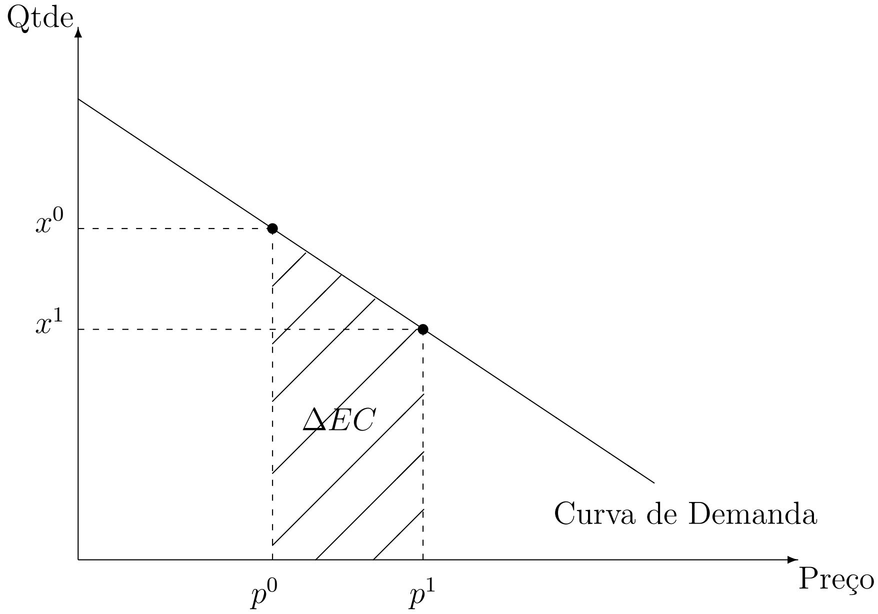

Figura 4: Demanda Direta e Excedente do Consumidor

Exemplo: Suponha que a utilidade de um indivíduo com renda $m =$ R\$ $1.000,00$ é $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$, que os preços dos bens 1 e 2 são R\$ 1,00 e R\$ 2,00, respectivamente. Vamos supor também que o preço do bem 1 aumentou para R\$ 2,00 e calcular a variação no excedente desse consumidor. Sabemos que para essa utilidade Cobb-Douglas, a demanda do bem 1 como função do seu preço é:

$$x_1 = \frac{m}{2p_1} = \frac{500}{p_1}$$

Logo, a variação no excedente do consumidor é:

$$\Delta EC = \int_1^2 \frac{500}{p_1}\, dp_1 = 500 \ln(2) \approx 347\,.$$

Também sabemos que a função de utilidade indireta desse consumidor é $v(p_1, p_2, m) = m^2/4p_1p_2$. Vamos calcular a utilidade inicial do consumidor, ou seja, aos preços $p_1 = 1$ e $p_2 = 2$ e a utilidade final dele, ou seja, aos preços $p_1 = 2$ e $p_2 = 2$, sendo que neste caso concedemos uma compensação monetária no valor da variação do excedente do consumidor:

$$v(1, 2, 1000) = (1000)^2/(4 \times 1 \times 2) = 125.000$$
$$v(2, 2, 1347) = (1347)^2/(4 \times 2 \times 2) \approx 113.401$$

Ou seja, uma compensação na renda baseada na variação do excedente desse consumidor *não é suficiente* para que o seu bem-estar retorne ao nível inicial. Logo, dizemos que o excedente do consumidor *não é, em geral, uma medida exata de bem-estar*. Na seção abaixo discutiremos duas outras medidas de bem-estar que são exatas, no sentido de serem calculadas como valores que mantêm o nível de utilidade do indivíduo constante.

2 Variação Compensadora e Variação Equivalente

Suponha uma mudança de política econômica qualquer que resulta na redução do preço de um certo bem de p^0 para p^1 (ou seja, $p^1 < p^0$). Uma medida natural da variação no bem-estar do consumidor causada pela mudança de preço é dada pela variação na sua utilidade indireta:

$$v(p^1, m) - v(p^0, m)$$

Como uma redução no preço de um bem beneficia o indivíduo, essa medida é não-negativa (positiva, caso o indivíduo consuma o bem). Se o preço tivesse aumentado, a diferença acima seria não-positiva, significando que a mudança de política não aumenta o bem-estar do consumidor, e caso ele consuma o bem, diminui esse bem-estar. Vamos supor que uma variação no preço do bem afeta o bem-estar do indivíduo e assim evitar os casos em que ele não consome o bem.

Porém, essa medida é vazia de significado prático, já que considera diferenças na utilidade indireta, que depende da forma funcional da utilidade usada. Isso ocorre por que a teoria do consumidor é puramente ordinal. Mas podemos utilizar a utilidade indireta de outro modo, para calcular duas medidas monetárias de bem-estar do consumidor, que são independentes da representação da utilidade usada. Essas duas medidas foram propostas pelo economista John Hicks, no livro *Value and capital*, publicado em 1939.

Definição: Variação Compensadora. A *variação compensadora* (ou *compensatória*) (VC) é a quantidade de dinheiro que temos que *tirar* do indivíduo *depois* da variação de preços, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que tinha *antes* dessa variação.

Portanto, a VC pode ser calculada *implicitamente* como:

$$v(p^1, m - VC) = v(p^0, m)\,. \tag{2}$$

Usando a definição (2) acima, podemos empregar a função dispêndio para determinar VC *explicitamente*:

$$e(p^1, v(p^1, m - VC)) = e(p^1, v(p^0, m))$$

Como $e(p, v(p, m)) = m$, encontramos:

$$VC = m - e(p^1, v(p^0, m))\,.$$

Essa é uma forma *explícita* de calcular a variação compensadora: ela é a diferença entre a renda original e a renda que, aos novos preços, mantém o consumidor com o nível de utilidade original. No caso de uma queda no preço do bem, essa diferença é positiva: como o preço baixou, precisamos diminuir a renda m do consumidor para que, diante dos novos preços, continue com o nível de utilidade original.

Definição: Variação Equivalente. A *variação equivalente* (VE) é definida como a quantidade de dinheiro que temos que *dar* ao indivíduo *antes* da variação de preços, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que terá *depois* dessa variação (compare com a definição acima da VC).

Portanto, a VE pode ser calculada *implicitamente* como:

$$v(p^1, m) = v(p^0, m + VE)\,. \tag{3}$$

Usando a definição (3) acima, podemos empregar a função dispêndio para determinar VE *explicitamente*:

$$e(p^0, v(p^1, m)) = e(p^0, v(p^0, m + VE))$$

Como $e(p, v(p, m)) = m$, encontramos:

$$VE = e(p^0, v(p^1, m)) - m\,.$$

Essa é a forma explícita de calcular a variação equivalente: ela é a diferença entre a renda que, aos preços antigos, mantém o consumidor com o nível de utilidade que terá após a mudança de preços e a renda original. Essa diferença no caso de uma queda no preço do bem é positiva: como o preço baixou, precisamos aumentar a renda m do consumidor para que, aos preços antigos, ele alcance hoje o nível de utilidade que terá amanhã, após a mudança de preços.

A variação compensadora e a variação equivalente são, ao contrário da variação no excedente do consumidor, medidas *exatas* de bem-estar, pois são calculadas mantendo-se a utilidade do indivíduo constante.

Pelo modo como definimos VE e VC, os duas medidas terão sempre o mesmo sinal. Mais ainda, se a mudança de preço é tal que $p^0 > p^1$, ou seja, melhorou o bem-estar do indivíduo, então $VC > 0$ e $VE > 0$. Se a mudança de preço é tal que $p^0 < p^1$, ou seja, piorou o bem-estar do indivíduo, então $VC < 0$ e $VE < 0$. Note que o sinal de VC e VE é igual ao sinal da variação do EC: se a variação de preços melhora o bem-estar do consumidor, então $VC > 0$, $VE > 0$ e $\Delta EC > 0$; se a variação de preços piora o bem-estar do consumidor, então $VC < 0$, $VE < 0$ e $\Delta EC < 0$.

A função $\mu(p^0, p^1, m) = e(p^0, v(p^1, m))$, usada para calcular a VC e a VE, mede quanto dinheiro o consumidor precisa aos preços p^0 para estar tão bem quanto estaria aos preços p^1 e renda m. Ela é chamada *função indireta da métrica do dinheiro* e tem a propriedade desejável de conter apenas variáveis observáveis e de não existir nenhuma ambiguidade quanto a transformações monótonas da função utilidade.

Se escrevermos as VC e VE em termos da função indireta da métrica do dinheiro, obtemos:

$$\begin{aligned} VC &= \mu(p^1, p^1, m) - \mu(p^1, p^0, m) \\ VE &= \mu(p^0, p^1, m) - \mu(p^0, p^0, m), \end{aligned}$$

pois $\mu(p, p, m) = m$ (pela relação de dualidade $e(p, v(p, m)) = m$). Logo, as duas medidas diferem apenas com relação ao preço usado como base. A VC usa o preço p_1 como base, enquanto a VE usa o preço original p_0 como base.

Vamos analisar graficamente essas duas medidas, ainda para o caso de uma queda do preço do bem 1. Suponha que os preços e a renda originais são m^* e p_1^*, com $p_2^* = 1$ (o preço do bem 2 é normalizado em R\$ 1,00). A escolha ótima do consumidor *antes* da mudança de preço é representada por $E = (x_1^*, x_2^*)$, onde ele alcança o nível de utilidade u^*. A escolha ótima do consumidor *após* a mudança de preço é representada por $\hat{E} = (\hat{x}_1^*, \hat{x}_2^*)$, onde ele alcança o nível de utilidade $\hat{u}^*$. As duas medidas de bem-estar estão representadas nos gráficos ilustrados na Figura 5 abaixo.

Variação Equivalente: quanto de dinheiro tem que ser dado ao indivíduo antes da mudança de preços, para deixá-lo com a mesma utilidade que ele terá após a variação de preços.

Variação Compensadora: quanto de dinheiro tem que ser tirado do indivíduo após a mudança de preços, para deixá-lo com a mesma utilidade que ele tinha antes da variação de preços.

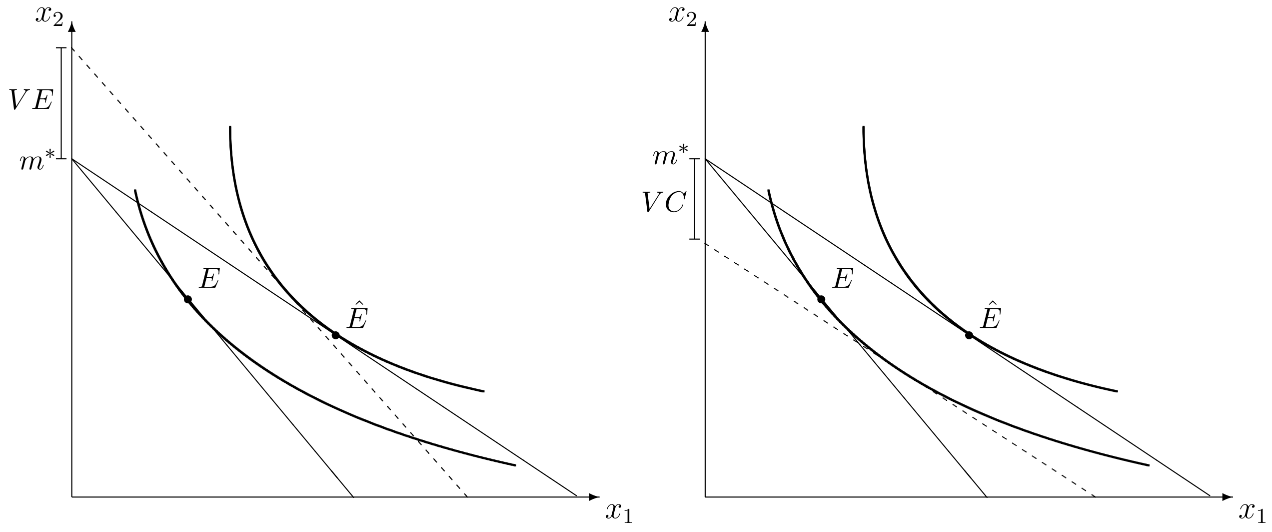

Figura 5: Variação Compensadora e Variação Equivalente

Uma vantagem da VC e da VE sobre ΔEC é que as duas primeiras podem ser calculadas mesmo quando mais de uma variável se modifica. Suponha então uma mudança de política que tem como consequência mudanças nos preços e na renda do consumidor, de $(\mathbf{p}^0, m^0)$ para $(\mathbf{p}^1, m^1)$ ($\mathbf{p}$ representa um vetor de preços, ou seja, podemos analisar o efeito no bem-estar do consumidor de uma mudança em *vários preços* de bens).

Vimos que a VC é a quantidade de dinheiro que temos que *tirar* do indivíduo *depois* da variação de preços e renda, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que tinha *antes* dessa variação. Portanto, lembrando que $e(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m)) = m$, a VC pode ser calculada como:

$$VC = e(\mathbf{p}^1, v(\mathbf{p}^1, m^1)) - e(\mathbf{p}^1, v(\mathbf{p}^0, m^0)) = m^1 - e(\mathbf{p}^1, v(\mathbf{p}^0, m^0)),$$

Vimos que a VE é a quantidade de dinheiro que temos que *dar* ao indivíduo *antes* da variação de preços e renda, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que terá *depois* dessa variação. Portanto, lembrando que $e(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m)) = m$, a VE pode ser calculada como:

$$VE = e(\mathbf{p}^0, v(\mathbf{p}^1, m^1)) - e(\mathbf{p}^0, v(\mathbf{p}^0, m^0)) = e(\mathbf{p}^0, v(\mathbf{p}^1, m^1)) - m^0 \, .$$

A VC e a VE usam preços bases diferentes: a VC usa o preço após a mudança e a VE usa o preço antes da mudança como preço base. A VC responde à questão de qual é a mudança na renda necessária para compensar o consumidor pela mudança de preços. A VE responde à questão de qual é a alteração na renda equivalente à mudança que ocorrerá na utilidade do consumidor, dados os preços antigos. Vamos comparar a fórmula dessas duas medidas para analisar melhor esse ponto:

$$VC = e(\mathbf{p}^1, v(\mathbf{p}^1, m^1)) - e(\mathbf{p}^1, v(\mathbf{p}^0, m^0)) = m^1 - e(\mathbf{p}^1, v(\mathbf{p}^0, m^0))$$
$$VE = e(\mathbf{p}^0, v(\mathbf{p}^1, m^1)) - e(\mathbf{p}^0, v(\mathbf{p}^0, m^0)) = e(\mathbf{p}^0, v(\mathbf{p}^1, m^1)) - m^0$$

Tanto VC quanto VE são medidas do efeito no bem-estar do consumidor devido a uma mudança no ambiente econômico. As duas medidas terão sempre o mesmo sinal (se a mudança beneficiar o consumidor, as duas serão positivas; se a mudança de política prejudicar o consumidor, as duas serão negativas). Porém, elas terão magnitudes diferentes em geral, *já que o valor de uma unidade monetária depende dos preços usados como base.* Note que o caso geral acima se reduz ao caso particular quando queremos avaliar apenas o efeito de uma mudança de preços no bem-estar do consumidor.

Qual medida é mais apropriada? Depende do que queremos medir. Se queremos calcular um esquema de compensação aos novos preços, então a VC deve ser utilizada. Se queremos calcular o quanto o consumidor está disposto a pagar por uma mudança de política, seja para evitar essa mudança, no caso em que ela piora o seu bem-estar, seja para implementar essa mudança, no caso em que ela melhora o seu bem-estar ("willingness to pay"), então a VE deve ser utilizada, por duas razões. Primeiro, a VE é uma medida da renda aos preços atuais, o que torna mais fácil o seu cálculo. Segundo, se estamos comparando várias políticas diferentes, a VC usa diferentes preços como preço base para cada política avaliada, enquanto a VE usa o preço atual como preço base para todas as políticas avaliadas. Logo, a VE é mais adequada para análise de diversos projetos diferentes.

Como calculamos na prática VC e VE? Elas podem ser calculadas se observarmos as demandas do indivíduo, e se essas demandas satisfizerem as condições impostas pela maximização da utilidade. Esse é um problema de *integrabilidade*: como recuperar a função de utilidade observando as demandas e a renda do consumidor. A análise formal desse problema é tecnicamente complicada (envolve equações diferenciais, o que está além do escopo deste curso). O importante é saber que essas funções podem ser estimadas na prática.

Observação: *Alguns livros definem essas medidas de modo que elas terão o sinal inverso ao da definição que usamos*: a VC pode ser definida como a quantidade de dinheiro que temos que *dar* ao indivíduo depois da variação de preços, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que tinha antes dessa variação; e a VE pode ser definida como a quantidade de dinheiro que temos que *tirar* do indivíduo antes da variação de preços, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que terá depois dessa variação. Isso implica que se a mudança piora o bem-estar do consumidor, então VC e VE teriam sinal positivo. Mas observe que qualquer que seja a definição usada, o valor absoluto dessas medidas será o mesmo e apenas a interpretação do sinal delas muda.

3 Relação entre EC, VC e VE

Imagine que o preço do bem mude de p^0 para p^1, e a renda e os preços dos outros bens permaneçam inalterados. Para simplificar a notação, vamos deixar apenas o preço do bem sob consideração e a renda como variáveis explícitas nas funções abaixo. Nesse caso, temos que:

$$VC = m - e(p^1, v(p^0, m))$$
$$VE = e(p^0, v(p^1, m)) - m$$

Denote $u^0 = v(p^0, m)$ e $u^1 = v(p^1, m)$. Substituindo essas duas expressões para as funções VC e VE e lembrando que $e(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, m)) = m$, obtemos:

$$VC = e(p^0, u^0) - e(p^1, u^0)$$
$$VE = e(p^0, u^1) - e(p^1, u^1)$$

Usando o Teorema Fundamental do Cálculo e o lema de Shepard, podemos reescrever essas duas últimas equações como:

$$VC = e(p^0, u^0) - e(p^1, u^0) = \int_{p^1}^{p^0} \frac{\partial e}{\partial p}(p, u^0)\, dp = \int_{p^1}^{p^0} x^h(p, u^0)\, dp$$
$$VE = e(p^0, u^1) - e(p^1, u^1) = \int_{p^1}^{p^0} \frac{\partial e}{\partial p}(p, u^1)\, dp = \int_{p^1}^{p^0} x^h(p, u^1)\, dp$$

Portanto, a variação compensadora é a integral da demanda Hicksiana calculada no nível inicial de utilidade u^0 e a variação equivalente é a integral da demanda Hicksiana calculada no nível final de utilidade u^1. As duas medidas exatas de bem-estar são de fato obtidas calculando-se a integral da demanda, mas usando-se a demanda Hicksiana e não a demanda Marshalliana, como é o caso do excedente do consumidor. Como a demanda Hicksiana mantém o nível de utilidade constante, isso faz com que as integrais desse tipo de demanda resultem em medidas exatas de bem-estar.

Lembre-se que a variação no excedente do consumidor é:

$$\Delta EC = \int_{p^1}^{p^0} x^M(p)\, dp$$

Vamos mostrar que:

$$VC \leq \Delta EC \leq VE,$$

se o bem cujo preço mudou for normal. Nesse caso então, a variação equivalente é sempre menor do que a variação compensadora, e o excedente do consumidor está sempre entre essas duas medidas. Se o bem for inferior, a relação acima se inverte:

$$VE \leq \Delta EC \leq VC\,.$$

Para mostrar isso, usamos a equação de Slustky:

$$\frac{\partial x^M(p, m)}{\partial p} = \frac{\partial x^h(p, u^*)}{\partial p} - \frac{\partial x^M(p, m)}{\partial m} x^M(p, m)$$

Se o bem for normal, então o efeito renda será negativo e a derivada da demanda Marshalliana será menor do que a derivada da demanda Hicksiana (lembre-se que as derivadas são negativas, então a demanda Marshalliana é mais inclinada do que a demanda Hicksiana nesse caso). Se o bem for inferior, então o efeito renda será positivo e a derivada da demanda Marshalliana será menor do que a derivada da demanda Hicksiana:

$$\frac{\partial x^M(p,m)}{\partial p} < \frac{\partial x^h(p,u^*)}{\partial p}, \quad \text{se o bem é normal} \quad \left(\text{ou seja,} \quad \left|\frac{\partial x^M(p,m)}{\partial p}\right| > \left|\frac{\partial x^h(p,u^*)}{\partial p}\right|\right),$$
$$\frac{\partial x^M(p,m)}{\partial p} > \frac{\partial x^h(p,u^*)}{\partial p}, \quad \text{se o bem é inferior} \quad \left(\text{ou seja,} \quad \left|\frac{\partial x^M(p,m)}{\partial p}\right| < \left|\frac{\partial x^h(p,u^*)}{\partial p}\right|\right).$$

Quando o bem for normal, a curva de demanda Marshalliana $x^M(p,m)$ será mais inclinada do que as curvas de demanda Hicksiana $x^h(p,u^0)$ e $x^h(p,u^1)$. A curva de demanda Marshalliana cruza essas duas curvas nos preços p^0 e p^1, pois:

$$x^M(p^0,m) = x^h(p^0, v(p^0,m)) = x^h(p,u^0)$$
$$x^M(p^1,m) = x^h(p^1, v(p^1,m)) = x^h(p,u^1)$$

Suponha que o preço diminuiu: $p^0 > p^1$ (a mudança melhorou o bem-estar do consumidor: VC, VE e ΔEC são positivas). Como a função de utilidade indireta é decrescente nos preços, temos que $v(p^0,m) = u^0 < u^1 = v(p^1,m)$. Como $u^0 < u^1$, então a demanda Hicksiana para u^0 está abaixo da demanda Hicksiana para u^1: dado um nível de preço qualquer, se o indivíduo consome menos do bem 1, ele obtém uma utilidade menor. Essa relação é ilustrada na Figura 6 abaixo, que deixa claro que:

$$\underbrace{\int_{p^1}^{p^0} x^h(p,u^0)\,dp}_{VC} \leq \underbrace{\int_{p^1}^{p^0} x^M(p)\,dp}_{\Delta EC} \leq \underbrace{\int_{p^1}^{p^0} x^h(p,u^1)\,dp}_{VE},$$

ou seja,

$$VC \leq \Delta EC \leq VE\,.$$

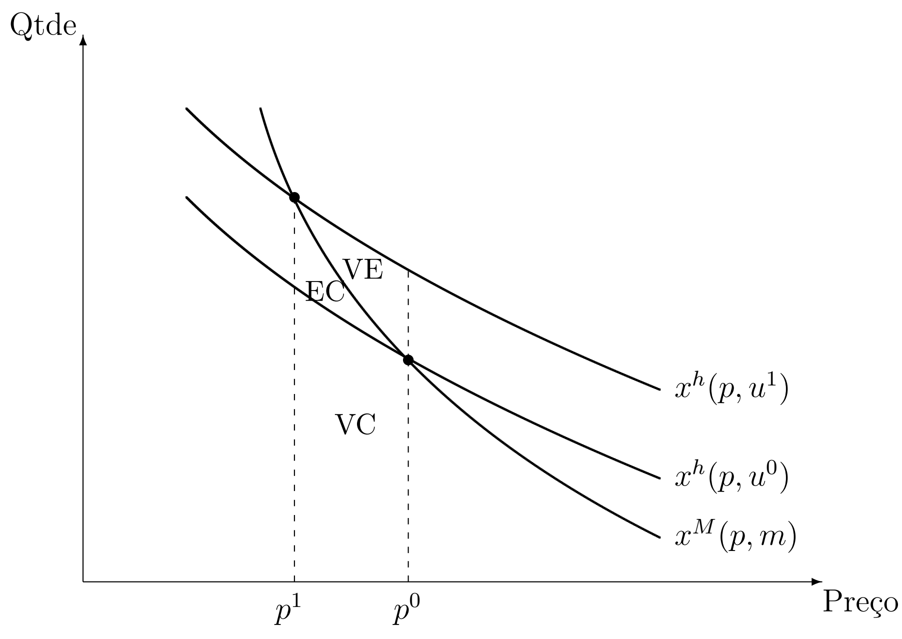

Figura 6: Relação entre VC, VE e ΔEC (Bem Normal – Queda no Preço)

Se considerarmos um aumento do preço do bem, a relação acima continua válida. Vamos mostrar isso. Suponha que o preço aumentou: $p^0 < p^1$ (a mudança piorou o bem-estar do consumidor: VC, VE e ΔEC são negativas). Como a função de utilidade indireta é decrescente nos preços, temos que $v(p^0, m) = u^0 > u^1 = v(p^1, m)$. Como $u^0 > u^1$, então a demanda Hicksiana para u^0 está acima da demanda Hicksiana para u^1: dado um nível de preço qualquer, se o indivíduo consome menos do bem 1, ele obtém uma utilidade menor. Note que isso é o contrário do que obtivemos no caso de uma queda do preço do bem. A Figura 7 abaixo ilustra essa relação.

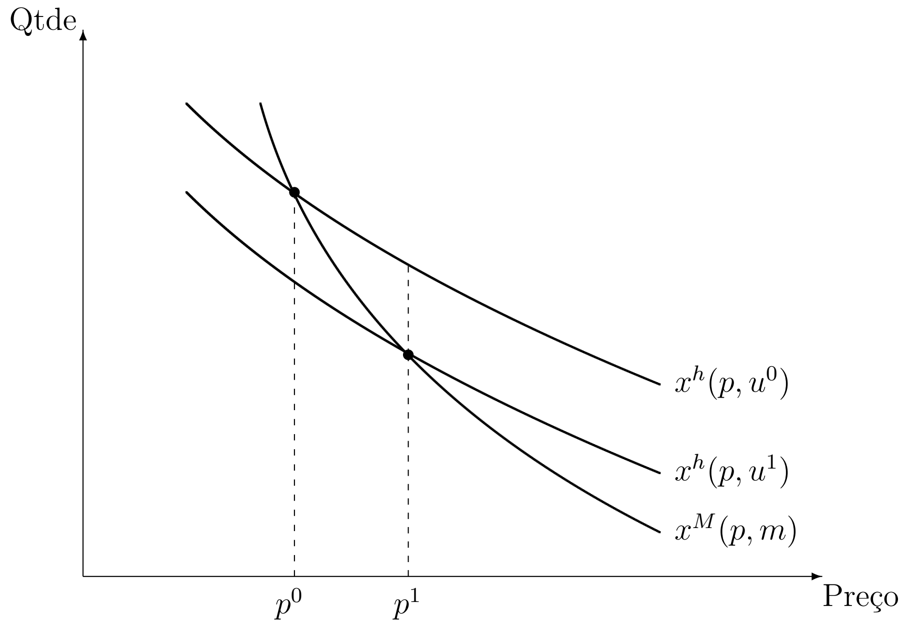

Figura 7: Relação entre VC, VE e ΔEC (Bem Normal – Aumento no Preço)

Como a ordem de integração é de p_1 a p_0 e nesse caso temos que $p_0 < p_1$, os valores para VC, VE e ΔEC são negativos. Logo,

$$\underbrace{\int_{p^1}^{p^0} x^h(p, u^0)dp}_{VC} \leq \underbrace{\int_{p^1}^{p^0} x^M(p)dp}_{\Delta EC} \leq \underbrace{\int_{p^1}^{p^0} x^h(p, u^1)dp}_{VE},$$

equivalente à seguinte integração:

$$\underbrace{-\int_{p^0}^{p^1} x^h(p, u^0)dp}_{VC} \leq \underbrace{-\int_{p^0}^{p^1} x^M(p)dp}_{\Delta EC} \leq \underbrace{-\int_{p^0}^{p^1} x^h(p, u^1)dp}_{VE},$$

Portanto, no caso de um bem normal, teremos sempre $VC \leq \Delta EC \leq VE$. A demonstração de que relação análoga vale para bens inferiores é feita do mesmo modo, lembrando que nesse caso a derivada da demanda Marshalliana é maior do que a derivada da demanda Hicksiana. Portanto, se o bem for inferior, valerá a seguinte relação:

$$VE \leq \Delta EC \leq VC.$$

Em ambos os casos, bens normais e bens inferiores, a variação no excedente do consumidor está entre as duas medidas exatas de bem-estar de um consumidor, VE e VC. Isso mostra que a variação no excedente do consumidor ΔEC é uma boa medida para mudanças no bem-estar do indivíduo. Veremos abaixo que, se a utilidade for quaselinear no bem analisado, as três medidas, ΔEC, VC e VE serão iguais.

4 Funções Quaselineares

Se a utilidade for quaselinear no bem analisado, então as três medidas de bem-estar, VC, VE e ΔEC, serão iguais (assumindo a renda grande o suficiente para garantirmos solução interior). Nesse caso, a demanda do bem depende apenas do preço desse bem, se a solução for interior. Logo, vamos supor (hipótese ($\star$)) que a renda é grande o suficiente para que o consumo de ambos os bens seja positivo. Portanto, o efeito-renda para o bem que entra de modo não linear na utilidade é zero e, pela equação de Slutsky, a demanda Marshalliana é igual à demanda Hicksiana, qualquer que seja o nível de utilidade considerado. Vamos ver um exemplo para ilustrar esse fato.

O problema de maximização de utilidade do consumidor para utilidade quaselinear $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$ é:

$$\max_{x_1, x_2} \sqrt{x_1} + x_2, \quad \text{s.a.} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

Esse problema é equivalente a:

$$\max_{x_1} \sqrt{x_1} + \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$

Por ($\star$), a solução é interior e a CPO para x_1 resulta em:

$$\frac{1}{2\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Rightarrow \quad x_1^M(p_1, p_2, m) = \frac{p_2^2}{4p_1^2}$$

Já o problema de minimização de dispêndio desse consumidor é dado por:

$$\min_{x_1, x_2} p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \text{s.a.} \quad \sqrt{x_1} + x_2 = u_0$$

Esse problema é equivalente a:

$$\min_{x_1} p_1 x_1 + p_2(u_0 - \sqrt{x_1})$$

Por ($\star$), a solução é interior e a CPO resulta em:

$$p_1 = \frac{p_2}{2\sqrt{x_1}} \quad \Rightarrow \quad x_1^h(p_1, p_2, u_0) = \frac{p_2^2}{4p_1^2}$$

As demandas Hicksiana (para qualquer nível de utilidade considerado) e Marshalliana são portanto iguais. Essas duas demandas são funções apenas dos preços. Essa é uma propriedade geral das funções quaselineares. Logo, *o efeito-renda para o bem 1 é nulo:* uma variação na renda não altera a quantidade consumida do bem 1 (supondo solução interior). Então o efeito total de uma mudança de preços é igual ao efeito substituição. Como as curvas de demanda Marshalliana e Hicksiana são iguais, então temos que $VC = \Delta EC = VE$.

Leitura Recomendada

- Hicks, John. Value and Capital. Oxford University Press. Ler a "Note to Chapter II - Consumer's Surplus".
- Nicholson e Snyder, cap. 5 – "Income and Substitution Effects", seção 8 – "Consumer Surplus".
- Pindick e Rubinfeld, cap. 4 – "Demanda Individual e Demanda de Mercado", seção 4 – "Excedente do Consumidor".
- Varian, cap. 14 – "O Excedente do Consumidor.

Exercícios

1. Considere a função de utilidade dada por:

$$u(x_1, x_2) = x_1^2 x_2,$$

onde x_1 e x_2 são as quantidades consumidas dos bens 1 e 2, respectivamente.

a) Calcule as funções de demandas Marshallianas e a função de utilidade indireta.

b) Suponha que os preços dos bens 1 e 2 são $p_1 =$ R\$ 4 e $p_2 =$ R\$ 2, respectivamente, e que a renda do consumidor é R\$ 90. Calcule a quantidade consumida de cada bem.

c) Calcule as elasticidades preço e renda do bem 1. Se a renda aumentar em 10%, você pode dizer o que ocorre com o consumo do bem, sem ter conhecimento do valor original da renda?

d) Suponha que os preços dos bens e a renda são como dados no item b). Calcule a variação no excedente do consumidor no caso em que o preço do bem 2 aumenta para R\$ 4.

2. Suponha dois bens com preços positivos ($p_1 > 0$ e $p_2 > 0$). A renda do consumidor é denotada por $m > 0$ e a sua utilidade é:

$$u(x_1, x_2) = x_1$$

a) Determine as demandas Marshallianas desse consumidor (justifique sua resposta).

b) Determine as demandas Hicksianas desse consumidor (justifique sua resposta).

c) Suponha que m é igual a R\$ 10. Calcule a VC, a VE e a variação no EC quando o preço do bem 1 aumenta de R\$ 1 para R\$ 2. Compare essas medidas. Qual é a maior? Qual é a menor? Com base apenas nessas comparações, o bem 1 deve ser normal ou inferior?

3. Considere a função de utilidade dada por:

$$u(x_1, x_2) = \ln(x_1) + \ln(x_2),$$

onde x_1 e x_2 são as quantidades consumidas dos bens 1 e 2, respectivamente.

a) Calcule as funções de demandas ótimas e a função de utilidade indireta, usando o método de Lagrange.

b) Suponha que os preços dos bens 1 e 2 são $p_1 =$ R\$ 1 e $p_2 =$ R\$ 1, respectivamente, e que a renda do consumidor é R\$ 1.000. Calcule a quantidade consumida de cada bem.

c) Suponha que o preço do bem 2 aumentou para R\$ 2. Calcule o excedente do consumidor e a variação compensadora.

d) Encontre a função dispêndio e as demandas hicksianas.

4. Considere a mesma função de utilidade do exercício anterior, e suponha que a renda do indivíduo é R\$ 1.000, o preço do bem 1, $p_1 = 1$ e o preço do bem 2, $p_2 = 1$. Suponha também que o preço do bem 2 aumentou para R\$ 2.

   a) Decomponha o efeito total da mudança de preço do bem 2 em efeito substituição e efeito renda, usando a decomposição de Slutsky (que mantém o poder de compra original constante).
   b) Decomponha o efeito total da mudança de preço do bem 2 em efeito substituição e efeito renda, usando a decomposição de Hicks (que mantém o nível de utilidade original constante).
   c) Calcule o valor de uma compensação de Slutsky. Mostre que essa compensação, que mantém o poder de compra original, aumentará o bem-estar do indivíduo. Seria possível que a utilidade do indivíduo fose menor do que a original com esse tipo de compensação? Justifique sua resposta.
   d) Calcule o valor de uma compensação de Hicks. Mostre que essa compensação mantém o nível de utilidade constante, e é menor do que a compensação de Slutsky.
   e) Imagine que você é chamado pelo ministro da economia para elaborar uma política de compensação na tarifa de energia elétrica para pessoas com um nível de renda de até R\$ 1.000 mensais. Discuta os pontos positivos e negativos de cada uma das compensações vistas acima.

5. A utilidade de Letícia é $u(x, y) = \min\{x, y\}$. Letícia recebe R\$200 de salário por mês. Os preços dos dois bens que Letícia consome são $p_x = p_y = 1$. O chefe de Letícia quer transferí-la para outra cidade. Letícia gosta das duas cidades igualmente. Porém, na nova cidade, os preços são $p_x = 1$ e $p_y = 2$. Letícia diz que mudar para a outra cidade é tão ruim quanto um corte no salário de A reais. Ela diz também que não se importa de se mudar caso receba um aumento de B reais. Calcule e compare A e B. Qual a relação de A e B com a variação compensadora e a variação equivalente?

6. Considere novamente a utilidade Cobb-Douglas $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$.

   a) Calcule a demanda Hicksiana dos dois bens e a função de dispêndio.
   b) Verifique se o lema de Shepard é válido para o bem 1.
   c) Verifique se as duas relações entre demanda Marshalliana e demanda Hicksiana são válidas.
   d) Verifique se as duas relações entre a função de utilidade indireta e a função de dispêndio são válidas.
   e) Verifique a equação de Slutsky para o bem 2, dada uma mudança no seu preço.

   Suponha que os preços são $p_1 = 2$ e $p_2 = 1$, $\alpha = 0,5$, e a renda do consumidor igual a R\$20.

   f) Calcule as quantidades ótimas consumidas.
   g) O preço de x_2 aumentou para R\$2. Calcule a variação no excedente do consumidor, a variação compensadora e a variação equivalente dessa mudança de preços. Compare os resultados obtidos.

7. Suponha que a função de utilidade de um consumidor é:

$$u(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$$

   a) Ilustre graficamente as curvas de indiferença deste consumidor. Determine o caminho da expansão da renda.
   b) Determine as demandas Hicksianas e a função dispêndio.
   c) Determine a função de utilidade indireta e as demandas Marshallianas.

   Para os itens d) e e), suponha que $\alpha = \beta = 1$, a renda do consumidor é R$ 800,00 e os preços dos dois bens são $p_1 = 2$ e $p_2 = 2$.

   d) Suponha que o preço do bem 1 aumentou para $\bar{p}_1 = 3$. Usando a equação de Slutsky, decomponha esse aumento de preço em efeito substituição e efeito renda. Qual os valores destes efeitos?
   e) Calcule a variação compensadora, a variação equivalente e a variação no excedente do consumidor para a mudança de preço descrita no item d). Qual a relação entre estas medidas? O que esta relação diz sobre o bem 1?