MICROECONOMIA 1 – GRADUAÇÃO

Departamento de Economia, Universidade de Brasília

Nota de Aula 18 – Funções Custo

Prof. José Guilherme de Lara Resende

1 Função Custo no Curto Prazo

Suponha que existam n fatores de produção, denotados pelo vetor $\mathbf{x}$, onde k fatores estão fixos no curto prazo e $n-k$ fatores são variáveis. Vamos denotar as quantidades e os preços dos fatores fixos pelo superescrito f e vamos denotar as quantidades e os preços dos fatores variáveis pelo superescrito v. Vamos usar a notação $\mathbf{w} = (\mathbf{w}^v, \mathbf{w}^f)$ e $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^v, \mathbf{x}^f)$, onde $\mathbf{w}^v$, $\mathbf{w}^f$, $\mathbf{x}^v$, $\mathbf{x}^f$ são vetores e vamos usar a notação $\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}$, $\mathbf{w}^v\cdot\mathbf{x}^v$, $\mathbf{w}^f\cdot\mathbf{x}^f$ para representar a multiplicação de vetores termo a termo (produto interno). Note que $\mathbf{w}$ e $\mathbf{x}$ são vetores com n coordenadas, enquanto $\mathbf{w}^f$ e $\mathbf{x}^f$ possuem k coordenadas e $\mathbf{w}^v$ e $\mathbf{x}^v$ possuem $n-k$ coordenadas.

A *função custo de curto prazo* (ou *função custo restrita*) é definida como:

$$c_{cp}(\mathbf{w}, q; \mathbf{x}^f) = \min_{\mathbf{x}^v \geq \mathbf{0}} \mathbf{w}^v\cdot\mathbf{x}^v + \mathbf{w}^f\cdot\mathbf{x}^f \qquad \text{s.a.} \qquad q = f(\mathbf{x}^v, \mathbf{x}^f)$$

A firma não consegue modificar os insumos fixos no curto prazo. Apenas os insumos variáveis podem ser alterados. A escolha desses insumos é feita de modo a minimizar o custo de produção de q no curto prazo, dado os preços dos insumos *e o valor dos insumos fixos*. As demandas condicionais podem ser então representadas da seguinte forma:

$$\mathbf{x}^v = \mathbf{x}(\mathbf{w}, q; \mathbf{x}^f) \qquad \text{e} \qquad \mathbf{x}^f = \mathbf{x}^f$$

O problema de minização de custos de curto prazo é:

$$\min_{\mathbf{x}^v \geq \mathbf{0}} \mathbf{w}^v\cdot\mathbf{x}^v + \mathbf{w}^f\cdot\mathbf{x}^f \qquad \text{s.a.} \qquad q = f(\mathbf{x}^v, \mathbf{x}^f)$$

Vamos supor que podemos resolver esse problema usando o método de Lagrange. O Langrangeano associado é:

$$\mathcal{L} = \mathbf{w}^v\cdot\mathbf{x}^v + \mathbf{w}^f\cdot\mathbf{x}^f - \lambda\left(q - f(\mathbf{x}^v, \mathbf{x}^f)\right)$$

As CPO resultam em:

$$\begin{aligned} w_i^v &= \lambda f_i(\mathbf{x}^v, \mathbf{x}^f)\,, \qquad \text{para todo insumo } i \text{ variável,} \\ q &= f(\mathbf{x}^v, \mathbf{x}^f) \end{aligned}$$

Ou seja, as CPO para os insumos variáveis continuam semelhantes às CPO do problema sem insumos fixos. Se a firma utiliza três insumos, onde apenas um está fixo, então para os dois insumos variáveis continua valendo a condição de que a taxa técnica de substituição entre eles deve ser igual à sua relação de preços.

No caso de apenas dois fatores, x_1 e x_2, em que o valor do insumo x_2 está fixo em $\bar{x}_2$, a *função custo de curto prazo* é:

$$c_{cp}(w_1, w_2, q; \bar{x}_2) = \min_{x_1 \geq 0} w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2 \qquad \text{s.a.} \qquad q = f(x_1, \bar{x}_2)$$

No caso de apenas um insumo variável, a escolha ótima da firma é óbvia: é a quantidade mínima do insumo variável capaz de produzir q unidades do bem final. Para o caso de mais de um insumo variável, essa escolha não será tão direta, já que a firma deve escolher a melhor combinação dos insumos variáveis existentes.

O subescrito *cp* indica que a função custo é de curto prazo. A demanda pelo primeiro insumo depende do nível que a firma possui do segundo insumo, $\bar{x}_2$. Por exemplo, se o primeiro insumo é trabalho e o segundo é uma máquina necessária na produção do bem final, a demanda por trabalho dependerá da quantidade de máquinas que a firma tem disponível hoje.

Determinadas as demandas condicionais dos insumos variáveis, o custo de curto prazo é dado por:

$$c_{cp}(\mathbf{w}, q; \mathbf{x}^f) = \mathbf{w}^v \cdot \mathbf{x}^v(\mathbf{w}, q; \mathbf{x}^f) + \mathbf{w}^f \cdot \mathbf{x}^f$$

No longo prazo, a firma pode ajustar todos os insumos (ou seja, todos os insumos são variáveis) e, portanto, o problema de minimização de custos da firma é:

$$\min_{\mathbf{x} \geq \mathbf{0}} \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} \qquad \text{s.a.} \qquad q = f(\mathbf{x}) \, ,$$

em que $\mathbf{x}$ denota o vetor com todos os insumos. Vamos representar as funções de demanda de longo e de curto prazo e a função custo de longo e de curto prazo apenas como funções do nível de produção. Denote as demandas condicionais de longo prazo por $\mathbf{x}_{lp}(q)$ e a função custo de longo prazo por $c_{lp}(q)$.

A seguinte relação entre a função custo de longo prazo e a função custo de curto prazo é válida:

$$c_{lp}(q) \leq c_{cp}(q; \mathbf{x}^f) \, ,$$

com a igualdade valendo se $\mathbf{x}^f = \mathbf{x}^f_{lp}(q)$.

A desigualdade acima diz que o custo mínimo de longo prazo é sempre menor ou igual ao custo mínimo de curto prazo. Esse resultado é intuitivo e imediato: se todos os insumos podem ser ajustados, então o custo de se produzir a quantidade q será menor ou igual ao custo de se produzir q quando algum ou alguns insumos não podem ser modificados (estão fixos). A igualdade vale *quando a quantidade dos insumos fixos for igual ao nível ótimo de longo prazo (que seria escolhido se a firma pudesse ajustar todos os insumos).*

A seguinte relação entre demandas de longo e de curto prazo é válida:

$$\mathbf{x}^v_{lp}(q) = \mathbf{x}^v_{cp}(q; \mathbf{x}^f_{lp}(q)) \, .$$

Essa igualdade diz que a quantidade ótima de longo prazo dos insumos que são variáveis no curto prazo necessária para se produzir q é igual à quantidade ótima de curto prazo, *quando a quantidade dos insumos fixos for igual ao nível ótimo de longo prazo.*

2 Funções Custos

Os custos de uma empresa podem ser divididos em várias categorias. Primeiro, custos como gastos salariais, pagamentos a fornecedores de insumos e materiais, gastos de operação e manutenção. Também existem custos associados ao desgaste de bens de capital durante o processo produtivo, chamado depreciação ou amortização. Finalmente, os donos da empresa devem receber uma remuneração por seus investimentos. A função custo que analisamos contempla todos esses tipos de custos. Vamos descrever algumas classificações possíveis para os custos de uma firma.

O *custo fixo* de uma firma é a parte do custo que não varia com a quantidade produzida no curto prazo. Exemplos são gastos com aluguel, contador, segurança, etc. O *custo variável* é a parte do custo que muda com a quantidade produzida. Exemplos são gastos com mão-de-obra, insumos variáveis, etc. Como vimos, a classificação de um custo como fixo ou variável depende do horizonte temporal da análise (no longo prazo todos os custos são variáveis). O *custo total* é a soma do custo fixo e do custo variável.

Outros dois tipos de custos importantes são o *custo afundado* (ou *custo irrecuperável*) e o *custo quase-fixo*. Custo afundado é um custo fixo que uma vez feito, é perdido. Ou seja, uma vez realizado, a firma não tem como recuperá-lo. Custo quase-fixo ocorre apenas se a firma decide produzir uma quantidade positiva do bem. Se ela produz zero, não gasta nada desse custo. Se ela produz qualquer quantidade, ela gasta um valor fixo. Por isso o nome quase-fixo.

Considere uma situação de curto prazo, ou seja, onde alguns fatores de produção estão fixos. Usando a notação acima, a função custo de curto prazo pode ser escrita como a soma dos custos variáveis e dos custos fixos da firma:

$$\underbrace{c(\mathbf{w},q;\mathbf{x}^f)}_{\text{Custo Total }(CT)} = \underbrace{\mathbf{w}^v\cdot\mathbf{x}^v(\mathbf{w},q;\mathbf{x}^f)}_{\text{Custo Variável }(CV)} + \underbrace{\mathbf{w}^f\cdot\mathbf{x}^f}_{\text{Custo Fixo }(CF)}$$

Portanto, $CT(q) = CV(q) + CF$, onde:

- Custo Variável (CV): $CV(q) = \mathbf{w}^v\mathbf{x}^v(\mathbf{w},q;\mathbf{x}^f)$: é o custo que depende da quantidade produzida.
- Custo Fixo (CF): $CF = \mathbf{w}^f\mathbf{x}^f$: é o custo que não depende da quantidade produzida.

Podemos também definir:

1. *Custo Médio* (CMe): é o custo total dividido pela quantidade produzida: $CMe(q) = c(\mathbf{w},q;\mathbf{x}^f)/q = CT(q)/q$, diz quanto custou, na média, para produzir uma unidade do bem, dado que foram produzidas um total de q unidades do bem. O custo médio pode ser decomposto em:
   - Custo Variável Médio ($CVMe$): É o custo variável médio de produção, $CVMe(q) = \mathbf{w}^v\cdot\mathbf{x}^v(\mathbf{w},q;\mathbf{x}^f)/q = CV(q)/q$.
   - Custo Fixo Médio ($CFMe$): é o custo fixo médio de produção, $CFMe(q) = \mathbf{w}^f\cdot\mathbf{x}^f/q = CF/q$.
2. *Custo Marginal* ($CMg(q)$): é o acréscimo no custo ao se produzir mais uma unidade adicional do bem final: $CMg(q) = c'(q) = \partial CT(q)/\partial q = CV'(q)$.

Todos esses custos são de curto prazo, pois pressupõem a existência de insumos fixos. Vamos discutir as propriedades e a geometria das curvas de custo de curto prazo na seção a seguir.

3 Geometria das Funções Custos de Curto Prazo

3.1 Custos Médios

O custo médio divide-se em custo variável médio e custo fixo médio. O custo fixo médio é sempre decrescente na quantidade produzida, pois quanto mais a firma produz, mais os custos fixos são diluídos entre as várias unidades produzidas do bem final. O custo variável médio pode ser decrescente inicialmente, mas, como alguns fatores estão fixos, ele se tornará crescente quando a produção aumentar (se a produção aumentar muito, vai chegar um momento onde os fatores fixos vão ser o principal empecilho à produção).

Portanto, para quantidades pequenas de produção, boa parte dos custos totais são custos fixos. Para níveis altos de produção, esses custos fixos são diluídos e irão compor uma parte menor dos custos totais. Em termos de custos médios, esses são decrescentes para níveis baixos de produção, em razão da predominância dos custos fixos médios sobre custos variáveis médios quando o nível de produção é baixo, e são crescentes para níveis altos de produção, já que a relação entre custos fixos médios e custos variáveis médios se inverte para níveis de produção altos. Podemos concluir então que o formato mais comum para a curva de custo médio é em U, como ilustra a Figura 1.

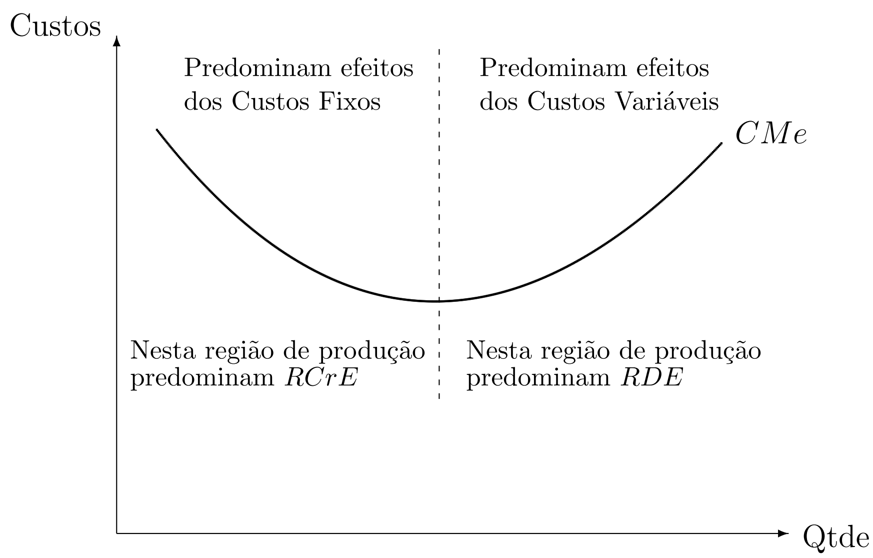

Figura 1: Curva de Custo Médio em Formato de U

Resumindo, a curva de custo médio é a soma da curva de custo variável médio mais a curva de custo fixo médio. A curva de custo fixo médio é sempre decrescente, e se aproxima de zero quando a produção aumenta. Logo, para níveis mais altos de produção, a curva de custos variáveis médios se aproxima da curva de custo médio total. A Figura 2 ilustra esse ponto.

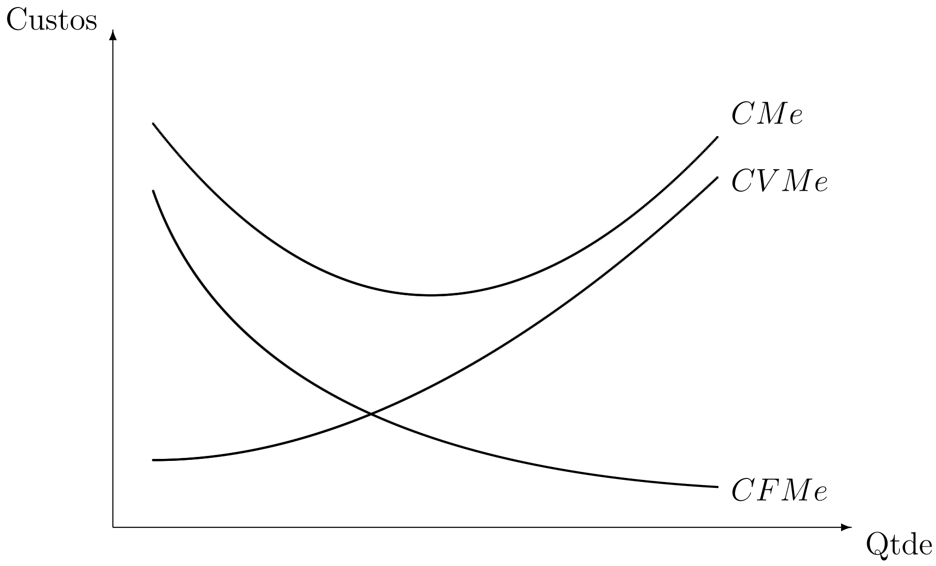

Figura 2: CMe, $CFMe$, e $CVMe$

Qual a relação entre custos médios e rendimentos de escala? Vimos anteriormente que se a tecnologia apresentar RCE, a função custo será uma função linear na quantidade produzida: $c(w_1, w_2, q) = qc(w_1, w_2, 1)$. Neste caso, o custo médio da firma é o mesmo para qualquer nível de produção. Se a tecnologia apresentar RCrE, o custo médio será decrescente, já que nesse caso o custo total crescerá em proporção menor do que o aumento da produção. Se a tecnologia apresentar RDE, o custo médio será crescente, já que nesse caso o custo total crescerá em proporção maior do que o aumento da produção. Então, na figura acima, na região onde a curva de custo médio decresce, podemos dizer que a produção apresenta ganhos de escala. Com o aumento da quantidade produzida, é de se esperar que os ganhos de escala se exaurem, dada a presença de insumos fixos. Nessa região, o custo médio se torna crescente, refletindo deseconomias de escala a partir desse nível de produção. Essa relação é resumida na tabela abaixo.

Tipo de Rendimentos de Escala	Forma da Curva de CMe
Decrescentes	Crescente
Constantes	Horizontal
Crescentes	Decrescente

O custo médio é fundamental na determinação da viabilidade econômica de uma empresa. Se o preço ou tarifa ou receita média (a receita da firma dividida pelas unidades produzidas e vendidas, igual ao preço do produto em um ambiente competitivo) é maior que o custo médio, a empresa obtém uma receita maior que a necessária para cobrir seus custos totais. Se a receita média é igual ao custo médio, a empresa consegue cobrir exatamente todos seus compromissos. Se a tarifa de receita média é menor que os custos médios, a empresa tem perdas financeiras.

O custo marginal é fundamental na determinação da quantidade ótima a ser produzida pela firma competitiva (oferta). Analisaremos esta questão com cuidado na nota de aula 19.

3.2 Custo Marginal

A curva de custo marginal possui uma relação importante com a curva de custo médio, descrita pela proposição abaixo e ilustrada pela Figura 3 abaixo.

Proposição: A curva de custo marginal está abaixo da curva de custo médio quando esta é decrescente e acima da curva de custo médio quando esta é crescente. As duas curvas se cruzam no ponto mínimo da curva de custo médio.

Prova: Vamos derivar a curva de custo médio:

$$\frac{d\,(CMe(q))}{dq} = \frac{d\,(c(q)/q)}{dq} = \frac{qc'(q) - c(q)}{q^2}$$

Se o custo médio é decrescente, a derivada acima é negativa, ou seja,

$$\frac{qc'(q) - c(q)}{q^2} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad c'(q) < \frac{c(q)}{q},$$

e, portanto, a curva de custo marginal está abaixo da curva de custo médio. Se o custo médio é crescente, a derivada acima é positiva, ou seja,

$$\frac{qc'(q) - c(q)}{q^2} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad c'(q) > \frac{c(q)}{q}$$

e, portanto, a curva de custo marginal está acima da curva de custo médio. Se o custo médio está no seu ponto de mínimo, então a derivada acima é nula, ou seja,

$$\frac{qc'(q) - c(q)}{q^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c'(q) = \frac{c(q)}{q}$$

o custo marginal iguala-se ao custo médio.■

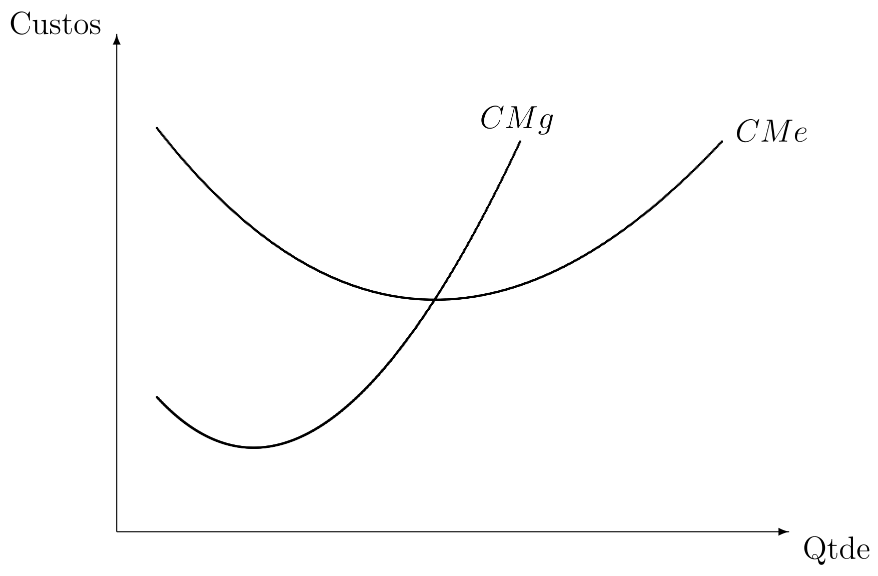

Figura 3: Relação entre CMe e CMg

Essa propriedade é intuitiva. Imagine a seguinte situação. Foram corrigidas dez provas de microeconomia, e a média das notas dessas provas é 7. Se a nota da próxima prova for 8 (*nota marginal acima da nota média*), então a nota média sobe com a inclusão dessa nova prova. Porém, se a nota da próxima prova corrigida for 6, a nota média diminui com a inclusão dessa nova prova. Esse mesmo raciocíonio é válido para a relação entre custo médio e custo marginal. A Figura 3 acima ilustra as curvas de custo médio e custo marginal em um mesmo gráfico.

A curva de custo marginal é a derivada do custo total. Mais precisamente, ela é a derivada do custo variável, já que o custo fixo não varia com a quantidade produzida. Pelo Teorema Fundamental do Cálculo, obtemos:

$$CV(\bar{q}) = \int_0^{\bar{q}} c'(q)dq$$

Portanto, ao calcularmos a área abaixo da curva de custo marginal de 0 até o nível de produção $\bar{q}$, como a fórmula indica, obtemos o custo variável de se produzir $\bar{q}$. Se considerarmos as funções de custo de longo prazo, a área abaixo da curva de custo marginal mede o custo total de produção da firma, já que no longo prazo não existe custo fixo.

4 Geometria das Funções Custos de Longo Prazo

No longo prazo, todos os fatores são variáveis. Vamos supor apenas um insumo fixo, x_2, para facilitar a análise. Suponha que o insumo 2 esteja fixo no curto prazo em $x_2 = \bar{x}_2$. Suponha também que essa quantidade de insumo 2 seria a quantidade que a firma escolheria no longo prazo se desejasse produzir $\bar{q}$ unidades do bem final. Para esse valor, vimos acima que as duas curvas de custo, de curto e de longo prazo, serão iguais: $c^{lp}(\bar{q}) = c^{cp}(\bar{q}; x_2^{lp}(\bar{q}))$.

4.1 Custo Médio de Longo Prazo

Para qualquer outro nível de produção, o custo de longo prazo vai ser menor do que o custo de curto prazo, já que a firma pode ajustar o insumo 2 no longo prazo (e no curto prazo, não). Essa relação se mantém válida para as curvas de custo médio de curto prazo e de longo prazo, já que o custo médio é apenas o custo total dividido pelo nível de produção. A Figura 4 abaixo ilustra a relação entre custo médio de curto prazo e custo médio de longo prazo.

Portanto, *a curva de custo médio de longo prazo é a envoltória inferior de todas as curvas de custo médio de curto prazo*, onde cada curva de custo médio de curto prazo é obtida ao variarmos o valor do insumo fixo. A relação $c(q) = c^{cp}(q, x_2(q))$ deixa esse ponto claro: cada nível do insumo fixo corresponde a algum nível ótimo que seria escolhido no longo prazo, para a quantidade certa de produção. A Figura 5 abaixo ilustra essa relação.

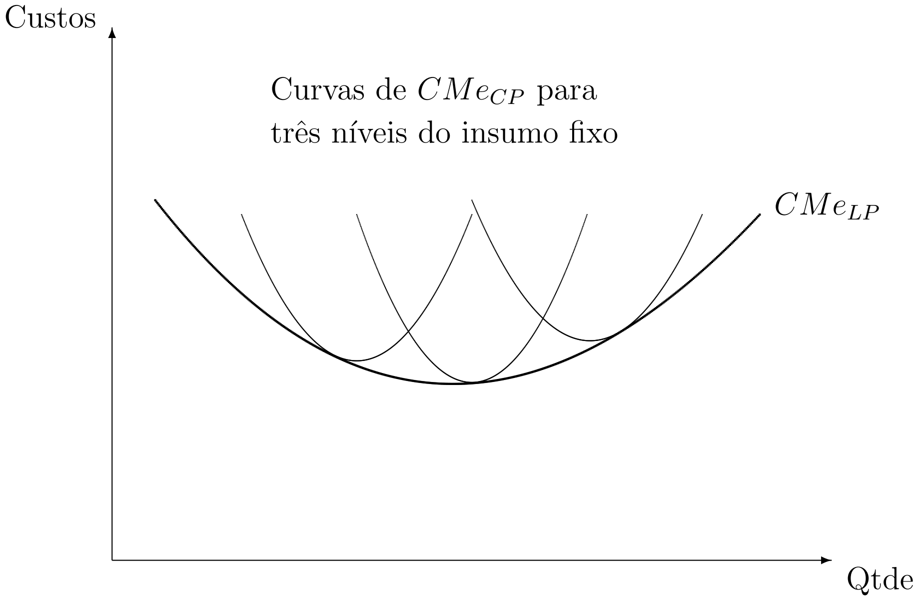

Figura 5: CMe de Longo Prazo

Se o insumo fixo assumir apenas uma quantidade limitada de valores, então a curva de custo médio passa a ter um formato menos suave, mas continua a envoltória inferior das curvas de custo médio de curto prazo. A Figura 6 abaixo ilustra a curva de custo médio de longo prazo para uma situação onde o insumo fixo pode tomar apenas três valores no longo prazo (por exemplo, imagine que esse insumo é o tamanho do galpão que a firma pode alugar, e no longo prazo existem apenas três tamanhos possíveis).

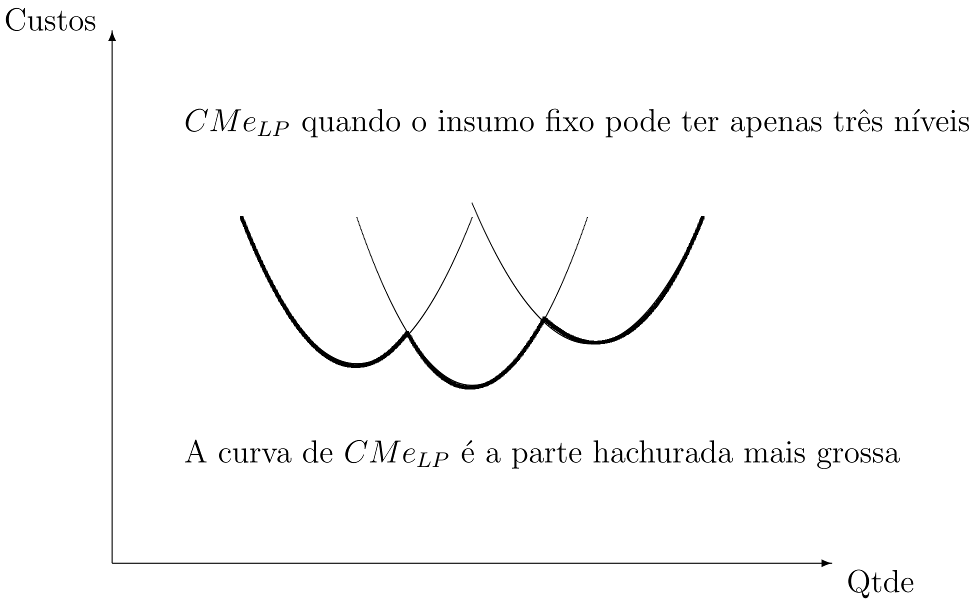

Figura 6: Três Valores para o Insumo Fixo

4.2 Custo Marginal de Longo Prazo

O custo marginal de longo prazo, para o caso onde o insumo era fixo e agora pode assumir qualquer valor, é apenas a curva de custo marginal obtida da função custo de longo prazo. Ela será menos inclinada do que qualquer curva de custo marginal de curto prazo, refletindo o fato de que no longo prazo é mais barato produzir o bem final, já que a firma pode ajustar todos os fatores de produção.

No exemplo acima, onde a firma pode escolher para o insumo fixo apenas três valores no longo prazo, a curva de custo marginal de longo prazo é dada pelas três seções descontínuas das curvas de custo marginal de curto prazo que correspondem às seções da curva de custo médio de curto prazo que por sua vez geram a curva de custo médio de longo prazo. A Figura 7 abaixo ilustra esse caso.

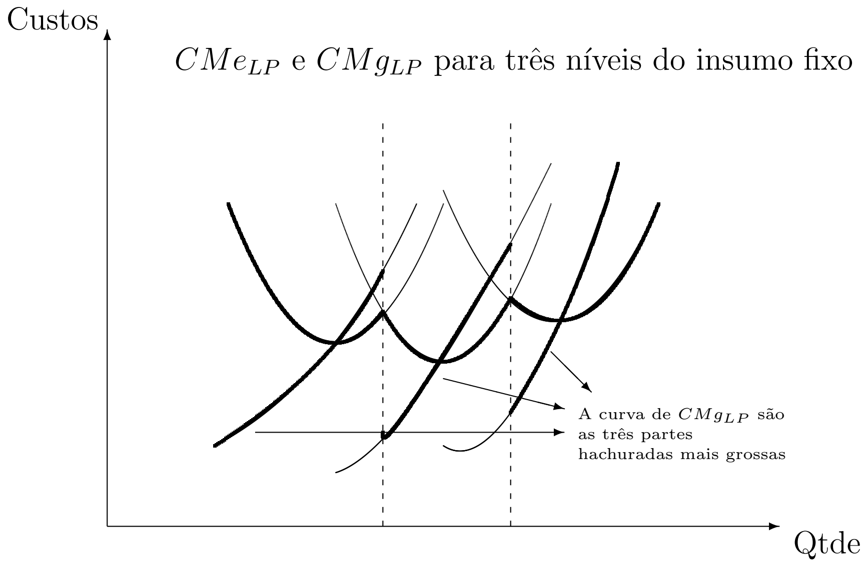

Figura 7: CMe e CMg de Longo Prazo

Para o caso onde o insumo fixo pode assumir uma infinidade de valores, a curva de custo marginal terá um formato convencional, bem comportado. A Figura 8 abaixo ilustra um exemplo de curvas de custo médio e custo marginal tanto para o longo prazo como para o curto prazo (estamos desconsiderando complicações técnicas que podem surgir quando existem mais de dois insumos fixos no curto prazo).

Leitura Recomendada

- Varian, cap. 21 - "Curvas de Custo".
- Pindick e Rubinfeld, cap. 7 - "Custos de Produção", seções 7.4, 7.5 e Apêndice.
- Hall e Lieberman, cap. 6 - "Produção e Custo", seção 7 - "Utilizando a Teoria: As Curvas de Custo e a Reforma Econômica na Rússia" e 6 - "Produção e Custo no Longo Prazo".

Exercícios

1. Suponha uma firma que usa apenas trabalho como insumo. Suponha que a sua produção, por hora trabalhada, é descrita pela tabela abaixo.

Quantidade de Trabalho	Produção Total
6	1
10	2
13	3
15	4
18	5
23	6
30	7
40	8

   Se o insumo trabalho custa R\$ 2 por hora trabalhada e a firma tem um custo fixo de R\$ 30, construa uma tabela calculando o custo variável, o custo total, o custo médio, o custo váriável médio e o custo marginal dessa firma. Explique, sucintamente, como cada item foi calculado.

2. Suponha uma firma que use apenas trabalho e capital como insumos. Suponha que a sua produção, por hora trabalhada e por unidade de capital utilizada, é descrita pela tabela abaixo.

Qtde de Trabalho	Qtde de Capital	Produção Total
5	5	1
10	10	2
15	15	3
20	20	4
25	25	5
30	30	6
35	35	7
40	40	8

3. Suponha que o insumo trabalho custa R\$ 2 por hora trabalhada e o insumo capital custa R\$ 3 por unidade utilizada e a firma não tem custo fixo.

   a) Construa uma tabela calculando o custo total, o custo médio e o custo marginal dessa firma. Explique, sucintamente, como cada item foi calculado.

   b) A relação entre custo médio e custo marginal obtida na tabela está de acordo com o que a teoria prediz?

   c) Que função de produção e qual a sua forma funcional que é capaz de gerar a relação acima entre os insumos utilizados e a produção obtida?

4. Suponha que a função de produção de uma firma competitiva é $q = x_1 x_2$, onde x_1 e x_2 são as quantidades dos insumos 1 e 2 usadas, cujos preços são $w_1 = 4$ e $w_2 = 9$, respectivamente.

   a) Determine as demandas ótimas que minimizam o custo de se produzir a quantidade $q = 36$. Qual o custo mínimo de se produzir esta quantidade do bem que a firma vende?

   b) Suponha agora que a firma deseja ampliar a produção para $q = 64$, mas não pode variar o insumo x_2, que está fixo no valor encontrado no item a). Encontre a demanda ótima do insumo x_1 neste caso e o custo mínimo de curto prazo associado ao nível de produção $q = 64$.

c) Suponha agora que a firma pode ajustar o insumo x_2. Quais as novas demandas ótimas dos insumos x_1 e x_2 que minimizam o custo de produção de $q = 64$? Qual o novo custo mínimo de produção? Como estas novas demandas e custo se comparam com as demandas e custo encontrados no item b)?

d) Analise intuitivamente se a comparação feita no item c) acima está de acordo com a teoria de minimização de custos da firma.

5. Suponha uma firma competitiva cuja função de produção seja descrita por $q = x_1^{0,5} x_2^{0,5}$.

a) Determine e represente graficamente o custo médio e o custo marginal de longo prazo.

b) Determine e represente graficamente o custo médio, o custo variável médio e o custo marginal, para o caso em que o insumo x_2 está fixo no valor $\bar{x}_2$.

c) Explique intuitivamente para qual valor de produção q os custos médios de longo prazo e curto prazo serão iguais. Represente graficamente as duas curvas de custo médio, levando em conta o valor q para o qual as duas curvas serão iguais.

d) De modo geral, qual a relação entre as curvas de custo total de curto prazo e custo total de longo prazo? Justifique intuitivamente sua resposta.

6. Suponha um mercado competitivo e considere a função de produção:

$$f(x_1, x_2) = (\min\{x_1, x_2\})^2$$

Suponha que $w_1 = w_2 = 10$.

a) Determine de que grau essa função de produção é homogênea (mostre como você encontrou o grau de homogeneidade da função). Essa tecnologia apresenta que tipo de retornos de escala? Justifique.

b) Encontre as funções de demanda condicionais e a função custo dessa firma. Determine as funções de custo médio e de custo marginal dessa firma.

c) Suponha que a firma quer produzir $q = 100$, qual a quantidade usada de cada insumo? Qual o custo médio de produção?

d) Suponha agora que a firma quer produzir $q = 400$, qual a quantidade usada de cada insumo? Qual o custo médio de produção?

e) A variação observada no custo médio de produção está de acordo com os retornos de escala que essa função apresenta? Argumente sucintamente.

7. Suponha um mercado competitivo e considere a função de produção:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3$$

a) Determine a demanda condicional de cada um desses insumos.

b) Encontre a função custo dessa firma.

c) Suponha agora que o insumo x_3 está fixo no valor $\bar{x}_3 = 100$, e que a firma não consegue alterar esse valor no curto prazo. Suponha ainda que os preços dos insumos são $w_1 = 3$, $w_2 = 2$ e $w_3 = 1$. Qual a escolha ótima de insumos de curto prazo no caso em que a firma deseja produzir $q = 500$? Qual o custo dessa produção?

d) Suponha ainda que a firma quer produzir $q = 500$, mas que agora a firma pode alterar todos os seus insumos (longo prazo). Qual a escolha ótima de insumos da firma agora? Qual o custo total? Compare a solução agora com a do item anterior.

8. Suponha um mercado competitivo e considere a seguinte função de produção de uma firma que utiliza cinco insumos:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \min\{x_1, x_2\} + \min\{x_3, x_4\} + x_5\,.$$

Suponha em todos os itens abaixo que a firma minimiza custos.

a) Suponha que $w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $w_3 = 3$, $w_4 = 1$ e $w_5 = 10$. Suponha também que os insumos x_1 e x_2 estão fixos em 1.000 unidades (ou seja, $x_1 = 1.000$ e $x_2 = 1.000$) e não podem variar no curto prazo. Qual a demanda condicional ótima de cada um dos cinco insumos para o caso em que a firma deseja produzir $q = 2.000$? Qual o custo de produção neste caso?

b) Suponha que $w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $w_3 = 3$, $w_4 = 1$ e $w_5 = 10$. Qual a quantidade ótima de cada um dos cinco insumos para o caso em que a firma deseja produzir $q = 2.000$ ao menor custo possível, sendo que agora ela pode ajustar todos os insumos da forma que quiser? Qual o custo de produção de $q = 2.000$?

c) Calcule o custo médio para os itens a) e b). Qual é menor? Essa relação é esperada?

d) Continue supondo longo prazo (ou seja, que todos os insumos são ajustáveis), mas que agora o preço do insumo 5 baixou para $w_5 = 2$, com os preços dos outros insumos permanecendo inalterados (ou seja, iguais aos valores descritos nos itens a) e b)). Se a firma deseja ainda produzir $q = 2.000$, qual a quantidade usada de cada um dos cinco insumos agora? Qual o custo médio de produção? Ele é maior ou menor do que o custo médio encontrado para o item b)? Interprete intuitivamente.

e) Suponha os preços de insumos considerados no item d) (ou seja, $w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $w_3 = 3$, $w_4 = 1$ e $w_5 = 2$, mas que ocorreu uma inovação tecnológica de modo que a função de produção agora seja $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = 2\min\{x_1, x_2\} + \min\{x_3, x_4\} + x_5$. Supondo que a firma ainda deseja produzir $q = 2.000$, qual a quantidade usada de cada um dos cinco insumos? Qual o custo médio de produção? Ele poderia ser maior do que o do item anterior? Explique.

9. Suponha que uma firma competitiva produz eletricidade em duas usinas diferentes, uma hidrelétrica e outra nuclear. O custo de produzir q_h megawatts de eletricidade na hidrelétrica é $C_h(q_h) = 20 + 40q_h + 5q_h^2$. O custo de produzir q_n megawatts de eletricidade na usina nuclear é $C_n(q_n) = 20 + 10q_n + 5q_n^2$. Qual o menor custo possível de se produzir um total 11 megawatts?