MICROECONOMIA 1

Departamento de Economia, Universidade de Brasília

Notas de Aula 10 – Graduação

Prof. José Guilherme de Lara Resende

1 Preferência Revelada

As preferências das pessoas não são observáveis. O que podemos observar são as escolhas que as pessoas fazem. O objetivo da ideia de preferência revelada é verificar se as escolhas observadas são coerentes com o princípio de maximização da utilidade.

A hipótese fundamental para essa análise é de preferências *estáveis*. Se as preferências mudarem no período em que estamos conduzindo nossa investigação, então não podemos tirar nenhuma conclusão observando as escolhas do consumidor. No caso de preferências que se modificam, qualquer comportamento pode ser justificado. Vamos supor que existam apenas dois bens para simplificar a notação e facilitar a visualização gráfica. O caso geral é a extensão natural do caso de dois bens.

Qual é a idéia que motiva o conceito de preferência revelada? O indivíduo, ao fazer sua escolha de consumo, está *revelando sua preferência*. Portanto, para o caso de dois bens, se ele escolhe a cesta $E = (x_1^*, x_2^*)$, então ele prefere essa cesta a todas outras cestas *que ele também poderia comprar*. O gráfico abaixo ilustra essa relação.

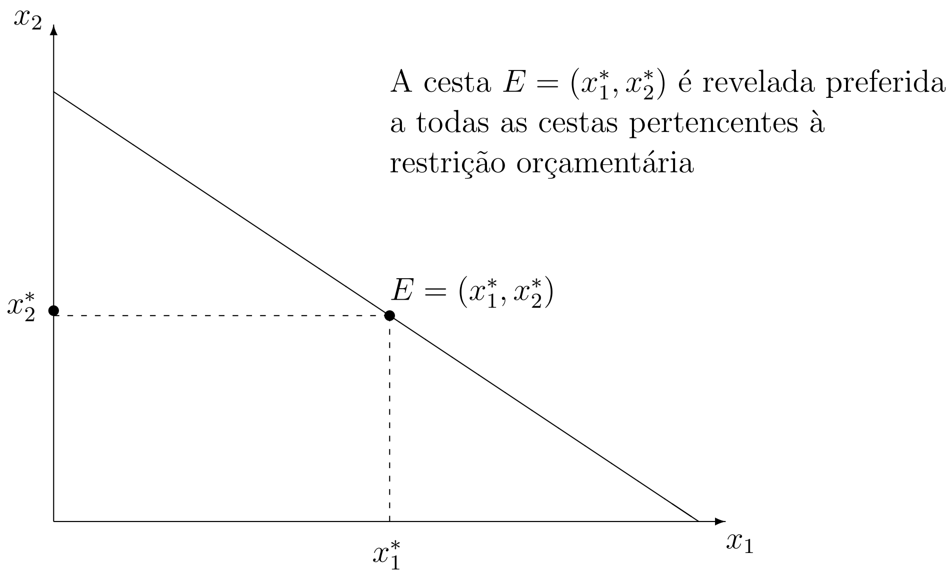

Figura 1: Revelação da Preferência

Na figura acima, o consumidor escolheu a cesta (x_1^*, x_2^*), quando os preços são p_1 e p_2, e a renda m. Então essa cesta satisfaz a reta orçamentária:

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$$

Qualquer outra cesta (x_1, x_2) factível de ser comprada aos preços p_1 e p_2 e renda m é revelada inferior à cesta ótima. A cesta (x_1, x_2) é factível se:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$$

Portanto, se a desigualdade acima é satisfeita (e a cesta (x_1, x_2) é diferente da cesta (x_1^*, x_2^*)), isso significa que a cesta (x_1, x_2) foi preterida em relação à cesta (x_1^*, x_2^*), e, portanto, a cesta (x_1^*, x_2^*) é *diretamente revelada preferida* à cesta (x_1, x_2). Podemos então definir esse conceito do modo a seguir.

Definição: Dizemos que a cesta $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ é *diretamente revelada preferida* à cesta $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ (e escrevemos $\mathbf{x} \succeq_{R^D} \mathbf{y}$) se o consumidor escolheu a cesta $\mathbf{x}$ e se a cesta $\mathbf{y}$ custa no máximo o mesmo que a cesta $\mathbf{x}$, isto é,

$$p_1 y_1 + p_2 y_2 \leq p_1 x_1 + p_2 x_2 \,.$$

Se o consumidor maximiza o seu bem-estar, dada a sua restrição orçamentária, então podemos afirmar o seguinte:

Princípio da Preferência Revelada. Seja (x_1, x_2) a cesta escolhida quando os preços são p_1, p_2. Se o consumidor maximiza a sua utilidade dada sua restrição orçamentária, então para qualquer outra cesta (y_1, y_2) tal que $p_1 y_1 + p_2 y_2 \leq p_1 x_1 + p_2 x_2$, temos que $(x_1, x_2) \succeq_{R^D} (y_1, y_2)$.

O princípio da preferência revelada parece circular, porém ele é um teste da teoria do consumidor. Se o consumidor está agindo de modo coerente com a maximização do seu bem-estar, o seu comportamento vai satisfazer o princípio da preferência revelada e também o axioma abaixo.

2 O Axioma Fraco da Preferência Revelada

Se a cesta $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ foi escolhida quando a cesta $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ estava também disponível ao consumidor (ou seja, custava o mesmo ou menos do que a cesta escolhida), então a cesta escolhida deve ser a cesta preferida do consumidor.

Axioma Fraco da Preferência Revelada (AFrPR). Seja (x_1, x_2) uma cesta revelada preferida à cesta (y_1, y_2), com $(x_1, x_2) \neq (y_1, y_2)$. Então (y_1, y_2) não pode ser revelada preferida à (x_1, x_2).

O AFrPR diz que se a cesta (x_1, x_2) foi revelada preferida à cesta (y_1, y_2) quando os preços eram p_1 e p_2 e a cesta (y_1, y_2) é escolhida quando os preços são $\widetilde{p}_1$ e $\widetilde{p}_2$ (com $(x_1, x_2) \neq (y_1, y_2)$), então não pode ocorrer que:

$$\widetilde{p}_1 x_1 + \widetilde{p}_2 x_2 \leq \widetilde{p}_1 y_1 + \widetilde{p}_2 y_2 \,.$$

O AFrPR diz que se a cesta (x_1, x_2) foi revelada preferida à cesta (y_1, y_2), e a cesta (y_1, y_2) foi escolhida em um outro momento, dada uma nova relação de preços, então a cesta (x_1, x_2) não pode mais ser comprada neste outro momento – ela necessariamente deve custar mais caro do que a cesta (y_1, y_2). Ou seja, se a cesta (x_1, x_2) foi revelada preferida à cesta (y_1, y_2), então a cesta (y_1, y_2) não pode ser revelada preferida à cesta (x_1, x_2).

A Figura 2 ilustra duas cestas que foram adquiridas, em que a reta orçamentária vingente para cada uma delas é a que a cesta se encontra sobre. Então as duas escolhas ilustradas, (y_1^*, y_2^*) e (x_1^*, x_2^*) violam o AFrPR, já que quando (y_1^*, y_2^*) foi escolhida, (x_1^*, x_2^*) era factível e quando (x_1^*, x_2^*) foi escolhida, (y_1^*, y_2^*) era factível. Observe que não é possível desenhar na figura abaixo duas curvas de indiferença convexas, tangentes à restrição orçamentária pertinente, tal que para cada uma delas a cesta ótima seja (x_1^*, x_2^*) e (y_1^*, y_2^*), sem que essas curvas de indiferença se cruzem.

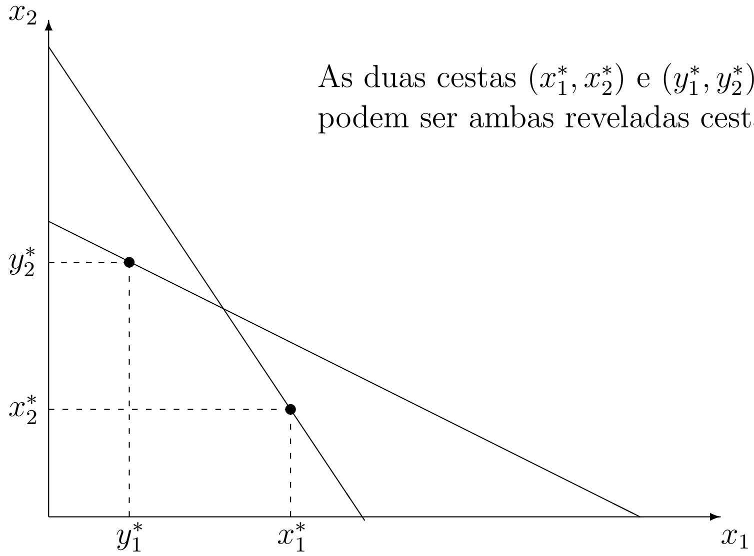

Figura 2: AFrPR violado

O AFrPR é uma consequência natural do comportamento otimizador: se o consumidor escolheu (x_1, x_2) e não (y_1, y_2) quando ele podia comprar essas duas cestas, então o consumidor poderá vir a escolher a cesta (y_1, y_2) em qualquer outra situação (qualquer outro nível de preços) *somente se ele não puder mais adquirir a cesta* (x_1, x_2). Se esse não for o caso, então esse consumidor está violando a sua escolha anterior. É fácil agora compreender por que a hipótese de preferências estáveis é fundamental: se as preferências mudam, o AFrPR não tem mais porque ser válido.

O AFrPR não esgota todas as implicações testáveis do comportamento maximizador. Um axioma básico sobre preferências é a transitividade. Se as preferências satisfazem o axioma de transitividade, então a preferência revelada também deve satisfazer esse axioma.

3 O Axioma Forte da Preferência Revelada

Considere a figura abaixo, em que temos três retas orçamentárias, e sobre cada delas a respectiva escolha feita pelo consumidor. Observe primeiro que comparando as cestas $\mathbf{x}$ e $\mathbf{z}$, não temos que nenhuma delas foi revelada diretamente preferida à outra: quando $\mathbf{x}$ foi adquirida, $\mathbf{z}$ não poderia ser comprada e quando $\mathbf{z}$ foi adquirida, $\mathbf{x}$ não poderia ser comprada.

Porém, temos que $\mathbf{x} \succeq_{R^D} \mathbf{y}$, pois quando a cesta $\mathbf{x}$ foi adquirida, a cesta $\mathbf{y}$ poderia ter sido comprada. Porém não vale $\mathbf{y} \succeq_{R^D} \mathbf{x}$, já que quando $\mathbf{y}$ foi adquirida, $\mathbf{x}$ não poderia ser comprada. Usando o mesmo raciocínio, podemos concluir que $\mathbf{y} \succeq_{R^D} \mathbf{z}$ mas que não vale $\mathbf{z} \succeq_{R^D} \mathbf{y}$.

Logo, temos que $\mathbf{x} \succeq_{R^D} \mathbf{y}$ e $\mathbf{y} \succeq_{R^D} \mathbf{z}$. Se assumirmos que a relação de preferência revelada é transitiva, então podemos dizer que a cesta $\mathbf{x}$ foi revelada preferida à cesta $\mathbf{z}$ *de modo indireto*. Dizemos então que $\mathbf{x}$ foi *indiretamente revelada preferida* a $\mathbf{z}$ e escrevemos $\mathbf{x} \succeq_{R^I} \mathbf{z}$.

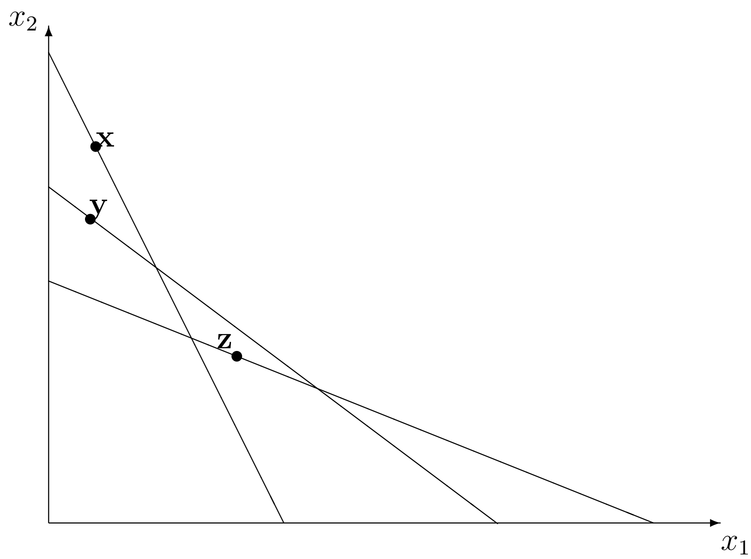

Figura 3: Transitividade da Preferência Revelada

Dizemos que $\mathbf{x}$ foi *indiretamente* revelada preferida a $\mathbf{z}$ porque não observamos essa relação entre as cestas $\mathbf{x}$ e $\mathbf{z}$ diretamente: observamos diretamente apenas a relação de escolhas entre as cestas $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ e entre as cestas $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}$. Logo, supondo que a preferência revelada é transitiva, podemos *indiretamente* afirmar que $\mathbf{x}$ é preferida à cesta $\mathbf{z}$. Isso leva à seguinte extensão do AFrPR:

Axioma Forte da Preferência Revelada (AFoPR). Seja (x_1, x_2) uma cesta revelada preferida direta ou indiretamente à cesta (y_1, y_2), $(x_1, x_2) \neq (y_1, y_2)$. Então (y_1, y_2) não pode ser revelada preferida nem direta nem indiretamente à (x_1, x_2).

O AFoPR extende o AFrPR ao incluir a relação indireta de preferência revelada. É fácil notar que se o consumidor maximiza a utilidade, então suas escolhas devem satisfar o AFoPR. Um resultado mais surpreendente (e mais difícil de provar) é que o AFoPR esgota *todas* as implicações do comportamento maximizador do consumidor: se as escolhas de consumo do indivíduo satisfazem o AFoPR, então podemos encontrar um sistema de preferências ou utilidade que representa as escolhas desse indivíduo.

4 Usando os Axiomas

Suponha as seguintes três observações, contendo as escolhas do consumidor e os preços cobrados quando essas escolhas foram feitas:

observação	x_1	x_2	p_1	p_2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	1
3	2	2	1	1

Essas escolhas satisfazem o AFrPR? Para verificarmos esse axioma, devemos calcular o gasto realizado em cada observação e quanto o consumidor gastaria para obter as outras cestas observadas aos preços observados naquela observação. Na tabela abaixo, temos os custos de cada cesta, em que as linhas reportam esse custo calculado para os preços de cada observação, e as colunas representam as cestas escolhidas em cada observação.

	Cesta Obs 1	Cesta Obs 2	Cesta Obs 3
Preços Obs 1	5	4	6
Preços Obs 2	4	5	6
Preços Obs 3	3	3	4

A diagonal da matriz acima é o valor que o consumidor pagou pelas cestas compradas. Cada linha diz o quanto ele pagaria pelas outras cestas, *aos preços da cesta escolhida*. Como podemos verificar se o AFrPR é satisfeito ou não? A diagonal representa o valor das cestas escolhidas. A primeira linha diz o preço da cesta escolhida e o valor das outras cestas, calculados com os mesmos preços da cesta escolhida. Como para a cesta 2 o valor é menor, a cesta 1 foi revelada preferida à cesta 2. A cesta 3 custava mais caro do que a cesta escolhida nessa observação, então não podemos inferir nenhuma relação entre a cesta 1 e a cesta 3 usando a primeira linha. Na segunda linha, a cesta 2 foi escolhida. A cesta 3 custava mais caro do que a cesta escolhida nessa observação, então não podemos inferir nenhuma relação entre a cestas 2 e 3 usando a segunda linha. Porém, a cesta 1 poderia ter sido comprada aos preços vigentes quando a cesta 2 foi escolhida. Portanto, a cesta 2 é revelada preferida à cesta 1. Mas como a cesta 1 foi revelada preferida à cesta 2 na primeira observação, então o AFrPR é violado. Na terceira linha, a cesta 3 foi a escolhida e é revelada preferida às cestas 1 e 2, já que essas cestas custavam mais barato do que a cesta 3 quando essa cesta foi comprada. Como nas observações anteriores, as cestas escolhidas custavam menos do que a cesta 3, essa observação não viola o AFrPR.

Um modo simples de verificar o AFrPR é marcar com um asterisco em cada linha as cestas dominadas pela cesta escolhida, ou seja, entre as quais a cesta escolhida é revelada preferida. Procedendo deste modo, obtemos:

	Cesta Obs 1	Cesta Obs 2	Cesta Obs 3
Preços Obs 1	5	4(*)	6
Preços Obs 2	4(*)	5	6
Preços Obs 3	3(*)	3(*)	4

Teremos uma violação do AFrPR quando ambas as entradas m_{ij} e m_{ji} na matriz de custos acima, com $i \neq j$, forem marcadas com asteriscos. Nesse caso, a cesta i foi revelada preferida à cesta j (a entrada m_{ij} marcada com asterisco indica isso), e a cesta j foi revelada preferida à cesta i (a entrada m_{ji} marcada com asterisco indica isso). Portanto, como m_{12} e m_{21} estão marcados com astericos na tabela acima, o AFrPR é violado nesse exemplo.

O AFoPR é mais restritivo do que o AFrPR. Se as observações acima não satisfazem o AFrPR, então também não satisfazem o AFoPR. Porém, pode ser o caso em que as cestas observadas satisfaçam o AFrPR mas não satisfaçam o AFoPR. O procedimento acima só verificou preferências reveladas diretamente. Porém temos que verificar a relação indireta de preferência revelada. Suponha que a matriz com o valor das cestas, para todos os preços observados, é:

	Cesta Obs 1	Cesta Obs 2	Cesta Obs 3
Preços Obs 1	5	4(*)	6
Preços Obs 2	8	7	5(*)
Preços Obs 3	3(*)	5	4

Nesse caso, não temos nenhuma violação do AFrPR. Porém, temos uma violação do AFoPR: a cesta 1 foi revelada preferida à cesta 2, a cesta 2 foi revelada preferida à cesta 3. Isso implica que a cesta 1 foi indiretamente revelada preferida à cesta 3. Porém, a terceira linha mostra que a cesta 3 foi (diretamente) revelada preferida à ceta 1. Isso constitui uma violação do AFoPR.

Finalmente, observamos que é impossível encontrar uma tabela de custos como a de cima, onde ocorre uma violação do AFoPr mas não do AFrPR, se considerarmos cestas com apenas dois bens. Logo, uma tabela como esta só pode ser calculada se considerarmos cestas com três ou mais bens. Esse resultado é consequência de que no caso de dois bens, o AFrPR esgota todas as implicações testáveis da teoria do consumidor.

5 Números Índices

Para compararmos a variação de consumo de um determinado bem entre dois períodos, o seguinte cálculo é o modo óbvio de procedermos: se nesse mês um indivíduo consumiu dez quilos de arroz e no mês seguinte onze quilos, então o seu consumo aumentou em 10%. Porém como podemos comparar a variação no seu consumo de arroz e feijão conjuntamente? Números índices provêm um meio de responder essa questão.

Vamos supor n bens. Suponha que temos duas observações, uma para o *período base* b (ou período 0) e outra para o *período corrente* t:

$$\begin{aligned} \text{Período base } (b)\text{:} \quad & \mathbf{x}^b = (x_1^b, x_2^b, \dots, x_n^b) \\ \text{Período corrente } (t)\text{:} \quad & \mathbf{x}^t = (x_1^t, x_2^t, \dots, x_n^t) \end{aligned}$$

Medimos a variação no consumo total (ΔVCT) como uma média das variações nos consumos desses n bens, ponderada pelo sistema de pesos $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_n)$:

$$\Delta VCT = \frac{\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^t}{\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^b} = \frac{w_1 x_1^t + \cdots + w_n x_n^t}{w_1 x_1^b + \cdots + w_n x_n^b}$$

A questão então se resume a escolha do sistema de pesos $\mathbf{w}$. Existem duas escolhas óbvias: os preços do período base e os preços do período corrente. No primeiro caso, obtemos o *índice de* *quantidade de Laspeyres* (Q_L) e no segundo caso obtemos o *índice de quantidade de Paasche* (Q_P):

$$Q_L = \frac{\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^t}{\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^b} = \frac{p_1^b x_1^t + \cdots + p_n^b x_n^t}{p_1^b x_1^b + \cdots + p_n^b x_n^b} \qquad \text{e} \qquad Q_P = \frac{\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^t}{\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^b} = \frac{p_1^t x_1^t + \cdots + p_n^t x_n^t}{p_1^t x_1^b + \cdots + p_n^t x_n^b}$$

Usualmente, esses índices são calculados para uma série longa de períodos. Nesse caso, os índices são multiplicados por 100 e, portanto, o índice calculado para o ano base é igual a 100 (não há variação de consumo do ano base em relação ao ano base).

Podemos mostrar que as seguintes proposições podem ser provadas usando um argumento de preferência revelada (e assumindo que o AFrPR é válido):

1. Se $Q_L < 1$, então o consumidor está melhor no período base,
2. Se $Q_P > 1$, então o consumidor está melhor no período t.

A proposição 1 é válida porque se $Q_L < 1$, então $\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^t < \mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^b$. Ou seja, a cesta $\mathbf{x}^b$ foi revelada preferida à cesta $\mathbf{x}^t$. Como a cesta $\mathbf{x}^t$ foi escolhida no período t, então o consumidor não pode mais comprar a cesta $\mathbf{x}^b$ e sua utilidade é menor no período corrente t do que no período base b.

Similarmente, a proposição 2 é válida porque se $Q_P > 1$, então $\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^t > \mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^b$. Ou seja, a cesta $\mathbf{x}^t$ foi revelada preferida à cesta $\mathbf{x}^b$. Como a cesta $\mathbf{x}^b$ foi escolhida no período base, então o consumidor não pôde comprar a cesta $\mathbf{x}_t$ no período base e sua utilidade é menor no período base b do que no período corrente t.

Note que para os casos $Q_L > 1$ e $Q_P < 1$ não podemos inferir nada sobre como se modificou o bem-estar do consumidor. Se $Q_L > 1$, então $\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^t > \mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^b$, o que diz apenas que a cesta $\mathbf{x}^t$ não era "comprável" no período base. Similarmente, se $Q_P < 1$, então $\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^t < \mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^b$, o que diz apenas que a cesta $\mathbf{x}^b$ não era "comprável" no período t. Ou seja, nos dois casos não podemos tirar nenhuma conclusão sobre o bem-estar do consumidor (se esse bem-estar aumentou ou diminuiu).

Os índices que calculamos acima medem a variação na quantidade consumida. Podemos adaptá-los facilmente para medir variações nos preços. Como pesos, usamos as quantidades consumidas no período base ou no período t. No primeiro caso, obtemos o *índice de preços de Laspeyres* (P_L) e no segundo, o *índice de preços de Paasche* (P_P):

$$P_L = \frac{\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^b}{\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^b} = \frac{p_1^t x_1^b + \cdots + p_n^t x_n^b}{p_1^b x_1^b + \cdots + p_n^b x_n^b} \qquad \text{e} \qquad P_P = \frac{\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^t}{\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^t} = \frac{p_1^t x_1^t + \cdots + p_n^t x_n^t}{p_1^b x_1^t + \cdots + p_n^b x_n^t}$$

Esses índices também indicam mudanças no bem-estar do consumidor em certos casos. Se calcularmos a variação do gasto total (ΔGT) do período base para o período t,

$$\Delta GT = \frac{\text{gasto total no período } t}{\text{gasto total no período base}} = \frac{\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^t}{\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^b} = \frac{p_1^t x_1^t + \cdots + p_n^t x_n^t}{p_1^b x_1^b + \cdots + p_n^b x_n^b},$$

então obtemos as seguintes relações:

1. Se $P_L < \Delta GT$, então o consumidor está melhor no período t,
2. Se $P_P > \Delta GT$, então o consumidor está melhor no período base.

A proposição 1 é válida porque se $P_L < \Delta GT$, então $\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^b < \mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^t$. Ou seja, a cesta $\mathbf{x}^t$ foi revelada preferida à cesta $\mathbf{x}^b$. Como a cesta $\mathbf{x}^b$ foi escolhida no período base, então o consumidor não pôde comprar a cesta $\mathbf{x}^t$ no período base e sua utilidade é menor no período base do que no período t.

Similarmente, a proposição 2 é válida porque se $P_P > \Delta GT$, então $\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^b > \mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^t$. Ou seja, a cesta $\mathbf{x}^b$ foi revelada preferida à cesta $\mathbf{x}^t$. Como a cesta $\mathbf{x}^t$ foi escolhida no período t, então o consumidor não pôde comprar a cesta $\mathbf{x}^b$ no período t e sua utilidade é menor no período corrente t do que no período base.

Note que para os casos $P_L > \Delta GT$ e $P_P < \Delta GT$ não podemos inferir nada sobre como se modificou o bem-estar do consumidor. Se $P_L > \Delta GT$, então $\mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^b > \mathbf{p}^t \cdot \mathbf{x}^t$, o que diz apenas que a cesta $\mathbf{x}^b$ não era "comprável" no período t. Similarmente, se $P_P < \Delta GT$, então $\mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^b < \mathbf{p}^b \cdot \mathbf{x}^t$, o que diz apenas que a cesta $\mathbf{x}^t$ não era "comprável" no período base. Ou seja, nos dois casos não podemos tirar nenhuma conclusão sobre o bem-estar do consumidor (se esse bem-estar aumentou ou diminuiu).

Leitura Recomendada

- Varian, cap. 7 - "Preferência Revelada".
- Nicholson e Snyder, cap. 5 "Income and Substitution Effects".

Exercícios

1. Suponha que existam apenas 3 bens e que um certo indivíduo escolhe as cestas $\mathbf{x}^i = (x_1^i, x_2^i, x_3^i)$ aos preços $\mathbf{p}^i = (p_1^i, p_2^i, p_3^i)$, $i = 1, 2, 3$ (logo, existem três observações de consumo desse indivíduo), onde:

$$\begin{array}{lll} \text{Observação 1:} & \mathbf{p}^1 = (1,1,2), & \mathbf{x}^1 = (5,19,9) \\ \text{Observação 2:} & \mathbf{p}^2 = (1,1,1), & \mathbf{x}^2 = (12,12,12) \\ \text{Observação 3:} & \mathbf{p}^3 = (1,2,1), & \mathbf{x}^3 = (27,11,1) \end{array}$$

   a) Mostre que essas observações satisfazem o Axioma Fraco da preferência revelada.
   b) Mostre que essas observações não satisfazem o Axioma Forte da preferência revelada.