**Questão 04** a)
as

Em um caso em que temos bens complementares perfeitos, a TMS ao longo das curvas de indiferença apresentam na parte vertical uma TMS = $\infty$, e na parte horizontal, TMS = 0. Todavia, no ponto ótimo, a TMS é indefinida.

b)
Tendo em vista a restrição orçamentária:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

Se a = b, então $x_1 = x_2$

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$
$$x(p_1 + p_2) = m$$
$$x = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

Se a $\neq$ b, então $ax_1 = bx_2$. A partir da restrição orçamentário, podemos resolver pra $x_1$ como:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$
$$p_1x_1 + p_2\frac{ax_1}{b} = m$$
$$p_1x_1 + p_2ax_1 = bm$$
$$x_1(p_1 + ap_2) = bm$$
$$x_1 = \frac{bm}{p_1 + ap_2}$$

Resolvendo para $x_2$, temos:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$
$$p_1(\frac{bx_2}{a}) + p_2x_2 = m$$
$$p_1bx_2 + p_2x_2 = am$$
$$x_2(bp_1 + p_2) = am$$
$$x_2 = \frac{am}{bp_1 + p_2}$$

c)
Primeiro caso:

$$x = \frac{m}{p_1 + p_2}$$
$$x = \frac{100}{1 + 2}$$
$$x = \frac{100}{3}$$

Segundo caso:

$$x = \frac{m}{p_1 + p_2}$$
$$x = \frac{100}{2 + 1}$$

$$x = \frac{100}{3}$$

Questão 06

$$\phi = [ax_1^{\rho} + bx_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}} - \lambda(m - x_1p_1 - x_2p2)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial x_1} = \frac{1}{\rho}[ax_1^{\rho} + bx_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}-1}\rho a x_1^{\rho-1} - \lambda p_1 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho}[ax_1^{\rho} + bx_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}-1}\rho b x_2^{\rho-1} - \lambda p_2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\lambda} = m - x_1p_1 - x_2p_2 \tag{3}$$

Dividindo (1) por (2), temos

$$\frac{ax_1^{\rho-1}}{bx_2^{\rho-1}} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\frac{bp_1}{ap_2} = \frac{x_1^{\rho-1}}{x_2^{\rho-1}}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = (\frac{bp_1}{ap_2})^{\frac{1}{\rho-1}}$$

$$x_1 = x_2(\frac{bp_1}{ap_2})^{\frac{1}{\rho-1}}$$

Resolvendo para restrição orçamentária para $x_2$:

$$m - x_1p_1 - x_2p2 = 0$$

$$m - x_2(\frac{bp_1}{ap_2})^{\frac{1}{\rho-1}}p_1 - x_2p2 = 0$$

$$x_2[(\frac{bp_1}{ap_2})^{\frac{1}{\rho-1}}p_1 - p2] = m$$

$$x_2[(bp_1)^{\frac{1}{\rho-1}}p_1 - p2] = m(ap_2)^{\frac{1}{\rho-1}}$$

$$x_2 = \frac{m(ap_2)^{\frac{1}{\rho-1}}}{(bp_1)^{\frac{1}{\rho-1}}p_1 - p2}$$