Solução da Segunda Prova de Microeconomia 1 – 1º semestre de 2020
Departamento de Economia, Universidade de Brasília
Brasília, 29 de outubro de 2020
Duração da prova: 120 minutos

Questão 1 (25 pontos): Responda Verdadeiro ou Falso (justifique sucintamente):

a) (5 pontos) Um indivíduo que possui dotações iniciais $e_1 = 2$ e $e_2 = 3$ dos dois bens que entram na sua função de utilidade, pode escolher consumir $x_1 = 2$ e $x_2 = 4$, a depender da sua função de utilidade. Nesse caso, dizemos que ele é comprador líquido do bem 2.

S: Falso. Note que para a cesta descrita no item, o indivíduo estaria consumindo sua dotação inicial do bem 1 e comprando uma unidade do bem 2. Consumindo apenas dois bens, é impossível ele ser comprador líquido do bem 2 sem que seja vendedor líquido do bem 1. Logo a cesta descrita no item não pode ser escolhida pelo consumidor por não ser factível para ele.

b) (5 pontos) Se o índice de quantidade de Laspeyres for menor do que 1, então o indivíduo estará melhor no período base.

S: Verdadeiro. Denote por L_Q o índice de quantidade de Laspeyres. O item diz então que se:

$$L_Q = \frac{\mathbf{p}^0 \cdot \mathbf{q}^t}{\mathbf{p}^0 \cdot \mathbf{q}^0} < 1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p}^0 \cdot \mathbf{q}^t < \mathbf{p}^0 \cdot \mathbf{q}^0 \,,$$

onde $\mathbf{p}^0$ e $\mathbf{p}^t$ representam os vetores de preços nos períodos base (0) e corrente (t), respectivamente, $\mathbf{q}^0$ e $\mathbf{q}^t$ representam os vetores de quantidades consumidas nos períodos base e corrente, respectivamente, e $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}$ é definida como uma multiplicação vetorial termo a termo (produto interno). Então como no período corrente base o indivíduo poderia ter adquirido a cesta comprada no período corrente, podemos concluir por preferência revelada que o indivíduo está melhor no período base.

c) (5 pontos) Suponha um indivíduo com utilidade de Bernoulli na riqueza dada por $u(w) = \ln(w)$ e riqueza inicial igual a R$ 0. A utilidade esperada de uma loteria que dá os prêmios 8, 27 e 64 com probabilidades iguais é ln(24).

S: Verdadeiro. A utilidade esperada do indivíduo com a loteria é:

$$UE = \frac{1}{3}\ln(0+8) + \frac{1}{3}\ln(0+27) + \frac{1}{3}\ln(0+64) = \ln(8^{1/3} \times 25^{1/3} \times 64^{1/3}) = \ln(24)\,.$$

d) (5 pontos) Considere a utilidade $u(R) = R^{1/2}$, onde R denota a renda do indivíduo, que possui renda inicial igual a R$ 16,00. Então esse indivíduo aceita desembolsar no máximo R$ 4,25 pela loteria que paga R$ 9,00 com 50% de probabilidade e 0 com 50% de probabilidade.

S: Verdadeiro. A utilidade esperada em comprar essa loteria pagando o preço $p = 4{,}25$ é:

$$UE = \frac{1}{2}\sqrt{16+9-4{,}25} + \frac{1}{2}\sqrt{16+0-4{,}25} = 3{,}99 \approx 4 = \sqrt{16} = UE_{NC}\,,$$

onde UE_{NC} é a utilidade obtida quando a loteria não é adquirida. Como o valor da utilidade pagando o preço $p = 4{,}25$ é praticamente igual ao valor da utilidade em não participar da loteria, o preço $p = 4{,}25$ constitui o maior preço que o indivíduo estaria disposto a pagar para participar dela.

e) (5 pontos) Considere a utilidade $u(R) = R^2$, onde R denota a renda do indivíduo, que possui renda inicial igual a R$ 4,00. Então esse indivíduo aceita desembolsar R$ 4,00 pela loteria que paga R$ 6,00 com 50% de probabilidade e 0 com 50% de probabilidade.

S: Verdadeiro. A utilidade esperada em comprar essa loteria, pagando o preço $p = 4$, é:

$$UE = \frac{1}{2}(4 + 6 - 4)^2 + \frac{1}{2}(4 + 0 - 4)^2 = 18 > 16 = 4^2 = UE_{NC}\,,$$

onde UE_{NC} denota a utilidade obtida quando a loteria não é comprada.

Questão 2 (25 pontos): Considere a função de utilidade dada por

$$u(x_1, x_2) = \ln(x_1) + \ln(x_2),$$

onde x_1 e x_2 são as quantidades consumidas dos bens 1 e 2, respectivamente. Suponha que o indivíduo possua uma dotação inicial de cada bem, nos valores $e_1 = 20$ e $e_2 = 40$.

a) (5 pontos) Calcule as funções de demandas ótimas e a função de utilidade indireta, usando o método de Lagrange.

S: Observe que essa utilidade é uma Cobb-Douglas $\bar{u}(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^3$ log-linearizada. As demandas podem ser encontradas montando o Lagrangeano,

$$\mathcal{L} = \ln(x_1) + \ln(x_2) + \lambda\left[p_1 e_1 + p_2 e_2 - (p_1 x_1 + p_2 x_2)\right]$$

As CPO são:

$$\begin{aligned}(x_1): &\quad \frac{1}{x_1} = \lambda p_1 \\ (x_2): &\quad \frac{1}{x_2} = \lambda p_2 \\ (\lambda): &\quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2\end{aligned}$$

Dividindo a primeira CPO pela segunda CPO, obtemos:

$$\left(\frac{x_2}{x_1}\right) = \frac{p_1}{p_2} \quad \Rightarrow \quad x_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right) x_1$$

Substituindo essa expressão para x_2 na reta orçamentária (terceira CPO) resulta em:

$$p_1 e_1 + p_2 e_2 = p_1 x_1 + p_2 \left(\frac{p_1}{p_2}\right) x_1 = x_1 p_1 \,(1 + 1) = p_1 x_1 \,(2) \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2 p_1}$$

Substituindo x_1 de volta em x_2, obtemos as funções de demanda dos dois bens:

$$x_1(p_1, p_2, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2 p_1} \qquad \text{e} \qquad x_2(p_1, p_2, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2 p_2}$$

A função de utilidade indireta é:

$$v(p_1, p_2, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) = \ln\left(\frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2 p_1}\right) + \ln\left(\frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2 p_1}\right) = \ln\left(\frac{(p_1 e_1 + p_2 e_2)^2}{4 p_1 p_2}\right)$$

b) (5 pontos) Encontre a função dispêndio e as demandas hicksianas.

S: Usando a relação de dualidade $v(p_1, p_2, e(p_1, p_2, \bar{u})) = \bar{u}$ entre função de utilidade indireta e função dispêndio, obtemos:

$$\ln\left(\frac{e(p_1, p_2, \bar{u})^2}{4 p_1 p_2}\right) = \bar{u} \quad \Rightarrow \quad e(p_1, p_2, \bar{u}) = 2\sqrt{p_1 p_2}\, e^{\bar{u}/2}$$

Usando o lema de Shephard, $x_i^h = \partial e / \partial p_i$, para $i = 1, 2$, encontramos as demandas hicksianas:

$$x_1^h(p_1, p_2, \bar{u}) = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}\, e^{\bar{u}/2} \qquad \text{e} \qquad x_2^h(p_1, p_2, \bar{u}) = \sqrt{\frac{p_1}{p_2}}\, e^{\bar{u}/2}$$

c) (5 pontos) Suponha que os preços dos bens 1 e 2 são $p_1 =$ R\$ 1 e $p_2 =$ R\$ 1, respectivamente. Calcule a quantidade consumida de cada bem. Ele é vendedor líquido de algum bem?

S: Primeiro note que a esses preços, a renda do consumidor é $\mathbf{p} \cdot \mathbf{e} = 1 \times 20 + 1 \times 40 = 60$. Usando as funções de demanda do bem encontradas na solução do item a), temos que:

$$x_1^M(p_1 = 1, p_2 = 1, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e} = 60) = \frac{60}{2 \times 1} = 30$$
$$x_2^M(p_1 = 1, p_2 = 1, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e} = 60) = \frac{60}{2 \times 1} = 30$$

Como $e_1 = 20$ e $e_2 = 40$, o indivíduo é comprador líquido do bem 1 e vendedor líquido do bem 2.

d) (5 pontos) Suponha que o preço do bem 1 aumentou para R\$ 2. Você pode dizer o que ocorre com o bem-estar do indivíduo sem fazer qualquer cálculo? Se sim, confirme a sua resposta calculando o bem-estar do indivíduo antes e depois da mudança de preços.

S: Na solução do item c) vimos que o consumidor é comprador líquido do bem 1, cujo preço aumentou. Não podemos garantir o que ocorre com a utilidade dele a priori, pois esse aumento do preço do bem 1 pode ser grande o suficiente para que o indivíduo se torne vendedor líquido do bem 1, de modo que a sua utilidade aumente, diminua ou permaneça a mesma. Primeiro vamos calcular a nova renda do consumidor com este novo preço: $\mathbf{p} \cdot \mathbf{e} = 2 \times 20 + 1 \times 40 = 80$. Usando as funções de demanda do bem encontradas na solução do item a), temos que:

$$x_1^M(p_1 = 2, p_2 = 1, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e} = 80) = \frac{80}{2 \times 2} = 20$$
$$x_2^M(p_1 = 2, p_2 = 1, \mathbf{p} \cdot \mathbf{e} = 80) = \frac{80}{2 \times 1} = 40$$

Como $e_1 = 20$ e $e_2 = 40$, o indivíduo agora não transaciona mais no mercado (não é comprador líquido nem vendedor líquido de nenhum dos bens). Agora é fácil notar que o bem-estar do indivíduo caiu com esse aumento de preço:

$$u^0 = \ln(30 \times 30) = \ln(900) > \ln(800) = \ln(20 \times 40) = u^1$$

e) (5 pontos) Para o aumento de preço descrito no item anterior, determine o efeito total, o efeito substituição de Slutsky e o efeito renda (calcule o efeito renda tradicional e o efeito renda dotação).

S: Usando a solução dos itens anteriores, temos que a demanda pelo bem x_1 caiu em 10 unidades. Logo, o efeito total é $ET = -10$. A renda necessária para comprar a cesta original aos novos preços é $\bar{R} = 2 \times 30 + 1 \times 30 = 90$. Logo a compensação de Slutsky consiste em *aumentar* a renda do indivíduo em 30 unidades monetária. Neste caso, a demanda por x_1 seria $\bar{x}_1 = \bar{R}/2 \times 2 = 22{,}5$. Como a demanda por x_1 aos preço iniciais era 30, então o efeito substituição de Slutsky é uma diminuição no consumo do bem x_1 de 7,5 unidades ($ES = -7{,}5$). Lembrando que o efeito renda é igual ao efeito total menos o efeito substituição, obtemos que o efeito renda total é igual a uma queda no consumo do bem x_1 de 2,5 unidades ($ER_{\text{Total}} = -2{,}5$). Este efeito renda é composto do efeito renda tradicional mais o efeito renda dotação ($ER_{\text{Total}} = ER_{\text{Trad}} + ER_{\text{D}}$). O efeito renda tradicional pode ser obtido calculando qual seria o efeito total *caso a renda não mudasse de valor devido à mudança no preço do bem, que afeta o valor da dotação.* Neste caso, como a renda inicial é $m = 60$, o consumo do bem x_1 com o seu aumento de preço seria $\bar{x}_1 = m/2p_x = 60/(2 \times 2) = 15$. O efeito total seria então de 15 unidades. Como o efeito substituição de Slutsky é $-7{,}5$, então o efeito renda tradicional é $-7{,}5$ ($ER_{\text{Trad}} = -7{,}5$). Logo o efeito renda dotação é igual a um *aumento* no consumo de x_1 de 5 unidades ($ER_{\text{D}} = +5$), de tal modo que $ER_{\text{Total}} = -2{,}5 = -7{,}5 + 5 = ER_{\text{Trad}} + ER_{\text{D}}$.

Questão 3 (25 pontos): Suponha que existam apenas 4 bens e que um certo indivíduo escolhe as cestas $\mathbf{x}^i = (x_1^i, x_2^i, x_3^i, x_4^i)$ aos preços $\mathbf{p}^i = (p_1^i, p_2^i, p_3^i, p_4^i)$, $i = 1, 2, 3, 4$ (logo, existem quatro observações de consumo desse indivíduo), onde:

$$\begin{array}{lll} \text{Observação 1:} & \mathbf{p}^1 = (1,1,1,1), & \mathbf{x}^1 = (4,10,10,15) \\ \text{Observação 2:} & \mathbf{p}^2 = (1,1,1,2), & \mathbf{x}^2 = (6,12,12,10) \\ \text{Observação 3:} & \mathbf{p}^3 = (1,1,2,1), & \mathbf{x}^3 = (6,12,8,16) \\ \text{Observação 4:} & \mathbf{p}^4 = (1,2,1,1), & \mathbf{x}^4 = (6,8,12,16) \end{array}$$

a) (5 pontos) Calcule o índice de preços de Laspeyres do período 1 (base) com relação ao período 2 (corrente).

S: O índice de preços de Laspeyres do período 1 (base) com relação ao período 2 (corrente) utiliza as quantidades no período base (1) como sistema de pesos:

$$P_L^{1,2} = \frac{\mathbf{p}^2 \cdot \mathbf{x}^1}{\mathbf{p}^1 \cdot \mathbf{x}^1} = \frac{1 \times 4 + 1 \times 10 + 1 \times 10 + 2 \times 15}{1 \times 4 + 1 \times 10 + 1 \times 10 + 1 \times 15} = \frac{54}{39} = \frac{18}{13} \approx 1{,}38\,.$$

b) (5 pontos) Calcule o índice de quantidades de Paasche do período 3 (base) com relação ao período 4 (corrente).

S: O índice de quantidade de Paasche do período 3 (base) com relação ao período 4 (corrente) utiliza os preços no período corrente (4) como sistema de pesos:

$$Q_P^{3,4} = \frac{\mathbf{p}^4 \cdot \mathbf{x}^4}{\mathbf{p}^4 \cdot \mathbf{x}^3} = \frac{1 \times 6 + 2 \times 8 + 1 \times 12 + 1 \times 16}{1 \times 6 + 2 \times 12 + 1 \times 8 + 1 \times 16} = \frac{50}{54} = \frac{25}{27} \approx 0{,}93\,.$$

c) (5 pontos) Com relação aos dois índices calculados no item a) e no item b), você pode inferir algo sobre o bem-estar do indivíduo (se está melhor em um dos períodos acima)?

S: Com relação ao índice de quantidade calculado na solução do item b) acima, como o índice de quantidade de Paasche do período 3 (base) com relação ao período 4 (corrente) é menor do que 1, não podemos dizer nada com relação ao bem-estar do indivíduo entre os períodos 3 e 4, já que:

$$Q_P^{3,4} = \frac{\mathbf{p}^4 \cdot \mathbf{x}^4}{\mathbf{p}^4 \cdot \mathbf{x}^3} < 1 \quad \Rightarrow \quad Q_P^{3,4} = \mathbf{p}^4 \cdot \mathbf{x}^4 < \mathbf{p}^4 \cdot \mathbf{x}^3\,,$$

o que significa apenas que no período 4, quando a cesta $\mathbf{x}^4$ foi adquirida, a cesta $\mathbf{x}^3$ não era factível. Já para o índice de preços de Laspeyres do período 1 (base) com relação ao período 2 (corrente), precisamos compará-lo com a variação do gasto total entre esses dois períodos, $\Delta GT^{1,2}$:

$$\Delta GT^{1,2} = \frac{\mathbf{p}^2 \cdot \mathbf{x}^2}{\mathbf{p}^1 \cdot \mathbf{x}^1} = \frac{1 \times 6 + 1 \times 12 + 1 \times 12 + 2 \times 10}{1 \times 4 + 1 \times 10 + 1 \times 10 + 1 \times 15} = \frac{50}{39} =\approx 1{,}28$$

Como $P_L^{1,2} \approx 1{,}38 > 1{,}28 \approx \Delta GT^{1,2}$, não podemos dizer nada sobre o bem-estar do indivíduo entre os períodos 1 e 2, já que:

$$P_L^{1,2} = \frac{\mathbf{p}^2 \cdot \mathbf{x}^1}{\mathbf{p}^1 \cdot \mathbf{x}^1} > \frac{\mathbf{p}^2 \cdot \mathbf{x}^2}{\mathbf{p}^1 \cdot \mathbf{x}^1} = \Delta GT^{1,2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p}^2 \cdot \mathbf{x}^1 > \mathbf{p}^2 \cdot \mathbf{x}^2\,,$$

o que significa apenas que no período 2, quando a cesta $\mathbf{x}^2$ foi adquirida, a cesta $\mathbf{x}^1$ não era factível.

d) (5 pontos) Verifique se essas observações satisfazem ou não o Axioma Fraco da Preferência Revelada (AFrPR).

S: A matriz de gastos do consumidor é:

	Cesta Obs 1	Cesta Obs 2	Cesta Obs 3	Cesta Obs 4
Preços Obs 1:	39	40	42	42
Preços Obs 2:	54	50	58	58
Preços Obs 3:	49 $(*)$	52	50	54
Preços Obs 4:	49 $(*)$	52	54	50

Marcamos com $*$ as entradas em que temos uma relação de preferência revelada. Para este caso, temos que $CO_3 \succeq_{R^D} CO_1$ e $CO_4 \succeq_{R^D} CO_1$ apenas. Como não temos nenhum caso de cestas CO_i e CO_j, $i \neq j$, tais que ocorra $CO_i \succeq_{R^D} CO_j$ e $CO_j \succeq_{R^D} CO_i$, então as observações satisfazem o Axioma Fraco da Preferência Revelada.

e) (5 pontos) Verifique se essas observações satisfazem ou não o Axioma Forte da Preferência Revelada (AFoPR).

S: Usando a matriz calculada no item anterior, vemos que não ocorre nenhuma situação em que $CO_i \succeq_R CO_j$ e $CO_j \succeq_R CO_i$, para duas observações $i \neq j$, seja com revelação direta *ou indireta*, em que assumimos que a preferência revelada é transitiva. Logo, as observações descritas na questão também satisfazem o Axioma Forte da Preferência Revelada.

Questão 4 (25 pontos): Considere um modelo intertemporal de dois períodos, com utilidade dada por:

$$U(c_0, c_1) = u(c_0) + \beta u(c_1)\,,$$

com a função definida como:

$$u(c_t) = -\frac{1}{2}\left(c_t - 2\right)^2, \quad t = 0, 1.$$

Denote por r a taxa de juros e assuma que $\beta = 1/(1+r)$.

a) (10 pontos) Suponha que a renda no período 0 é $m_0 = 1$ e que a renda no período 1 é $m_1 = 1$. Descreva a reta orçamentária intertemporal e resolva o problema do consumidor usando o método de Lagrange, determinando o valor ótimo de c_0 e c_1.

S: As retas orçamentárias de cada período são:

$$\begin{aligned} &\text{Período 0:}\ \ c_0 + s = m_0 \\ &\text{Período 1:}\ \ c_1 = m_1 + (1+r)s \end{aligned}$$

A reta orçamentária para o período 1 implica que $s = (c_1 - m_1)/(1+r)$. Substituindo essa expressão para s na reta orçamentária para o período 0 resulta na reta orçamentária intertemporal abaixo:

$$c_0 + \frac{c_1}{1+r} = m_0 + \frac{m_1}{1+r}$$

O problema de maximização de utilidade desse consumidor é:

$$\max_{c_0, c_1}\ \left[-(1/2)(c_0-2)^2 - \beta(1/2)(c_1-2)^2\right] \qquad \text{s.a.} \qquad c_0 + \frac{1}{1+r}c_1 \leq m_0 + \frac{1}{1+r}m_1 = 1 + \frac{1}{1+r}$$

O Lagrangeano desse problema é:

$$\mathcal{L} = \left[-(1/2)(c_0-2)^2 - \beta(1/2)(c_1-2)^2\right] + \lambda\left(1 + \frac{1}{1+r} - c_0 - \frac{c_1}{1+r}\right),$$

onde λ denota o multiplicador de Lagrange. As CPO são:

$$\begin{aligned} (c_0):&\quad -(c_0 - 2) = \lambda\,, \\ (c_1):&\quad -\beta(c_1 - 2) = \frac{\lambda}{1+r}\,, \quad \text{e} \\ (\lambda):&\quad c_0 + \frac{1}{1+r}c_1 = 1 + \frac{1}{1+r}\,. \end{aligned}$$

Como $\beta = 1/(1+r)$, as duas primeiras CPO implicam:

$$-(c_0^* - 2) = \lambda = -(c_1^* - 2) \quad \Rightarrow \quad c_0^* = c_1^*$$

Usando o fato que $c_0^* = c_1^* = c^*$ na CPO para λ, obtemos:

$$c^* + \frac{c^*1}{1+r} = 1 + \frac{1}{1+r} \quad \Rightarrow c^* = \frac{1 + 1/(1+r)}{1 + 1/(1+r)} = 1\,,$$

ou seja, $c_0^* = c_1^* = 1$.

b) (5 pontos) Suponha agora que o indivíduo sabe que a renda dele no período 0 é $m_0 = 1$, mas que a renda no período 1 é incerta: com probabilidade 1/2 ela pode ser alta, $m_1^A = 1{,}5$, e com probabilidade 1/2 ela pode ser baixa, $m_1^B = 0{,}5$. Agora o problema do consumidor é determinar o consumo no período 0, c_0, o consumo no período 1, *se a renda dele for alta*, c_1^A, e o consumo no período 1, *se a renda dele for baixa*, c_1^B. Formule o problema do consumidor neste caso, utilizando o modelo de utilidade esperada (observe que existem agora duas restrições intertemporais, uma relacionada ao estado da natureza em que a renda é alta e outra relacionada ao estado da natureza em que a renda é baixa).

S: Vamos primeiro descrever as duas restrições do problema, que dependem do estado da natureza:

$$\text{Estado da natureza A:}\ \ c_0 + \frac{c_1^A}{1+r} = m_0 + \frac{m_1^A}{1+r}$$
$$\text{Estado da natureza B:}\ \ c_0 + \frac{c_1^B}{1+r} = m_0 + \frac{m_1^B}{1+r}$$

Considerando o modelo de utilidade esperada, o problema do consumidor agora pode ser escrito como:

$$\max_{c_0, c_1^A, c_1^B} \left[-\frac{1}{2}(c_0 - 2)^2 - \frac{\beta}{2}\left(\frac{1}{2}(c_1^A - 2)^2 + \frac{1}{2}(c_1^B - 2)^2 \right) \right]$$
$$\text{s.a.} \quad c_0 + \frac{c_1^A}{1+r} = m_0 + \frac{m_1^A}{1+r}, \quad \text{e}$$
$$c_0 + \frac{c_1^B}{1+r} = m_0 + \frac{m_1^B}{1+r}$$

c) (10 pontos) Resolva o problema do consumidor para o caso descrito no item b). Como essa solução se compara à solução obtida no item a)?

S: O Lagrangeano do problema formulado na solução do item b) é:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &\left[-\frac{1}{2}(c_0 - 2)^2 - \frac{\beta}{2}\left(\frac{1}{2}(c_1^A - 2)^2 + \frac{1}{2}(c_1^B - 2)^2 \right) \right] \\ &+ \lambda_1 \left(m_0 + \frac{m_1^A}{1+r} - c_0 - \frac{c_1^A}{1+r} \right) + \lambda_2 \left(m_0 + \frac{m_1^B}{1+r} - c_0 - \frac{c_1^B}{1+r} \right),\end{aligned}$$

onde λ_1 e λ_2 denotam os multiplicadores de Lagrange. As CPO são:

$$\begin{aligned}
(c_0):&\quad -(c_0 - 2) = \lambda_1 + \lambda_2 \\
(c_1^A):&\quad -\frac{\beta}{2}(c_1^A - 2) = \frac{\lambda_1}{1+r} \\
(c_1^B):&\quad -\frac{\beta}{2}(c_1^B - 2) = \frac{\lambda_2}{1+r} \\
(\lambda_1):&\quad c_0 + \frac{c_1^A}{1+r} = 1 + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{1+r}\right) \\
(\lambda_2):&\quad c_0 + \frac{c_1^B}{1+r} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+r}\right)
\end{aligned}$$

Como $\beta = 1/(1+r)$, podemos simplificar as CPO para c_1^A e c_1^B, que se tornam:

$$
\begin{aligned}
(c_1^A): \quad & -\frac{c_1^A - 2}{2} = \lambda_1 \\
(c_1^B): \quad & -\frac{c_1^B - 2}{2} = \lambda_2
\end{aligned}
$$

Se substituirmos os valores para λ_1 e λ_2 encontrados nas CPO para c_1^A e c_1^B na CPO para c_0, obtemos:

$$
-(c_0 - 2) = -\frac{c_1^A - 2}{2} - \frac{c_1^B - 2}{2} \quad \Rightarrow \quad c_0 = \frac{c_1^A + c_1^B}{2}
$$

Substituindo este valor para c_0 nas CPO para λ_1 e λ_2, obtemos um sistema linear em duas variáveis, c_1^A e c_1^B:

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1+r}\right) c_1^A + \frac{1}{2}\, c_1^B &= 1 + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{1+r}\right) \\
\frac{1}{2}\, c_1^A + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1+r}\right) c_1^B &= 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+r}\right)
\end{aligned}
$$

A solução deste sistema resulta em $c_1^B = 1/2$ e $c_1^A = 3/2$. Logo, $c_0 = 1$. Agora o consumidor não sabe qual vai ser sua renda futura, que possui valor esperado 1, igual à renda no item a), mas que é certa. Como o indivíduo é avesso ao risco, ele mantém o mesmo consumo hoje (c_0) e faz o consumo futuro depender da renda futura.