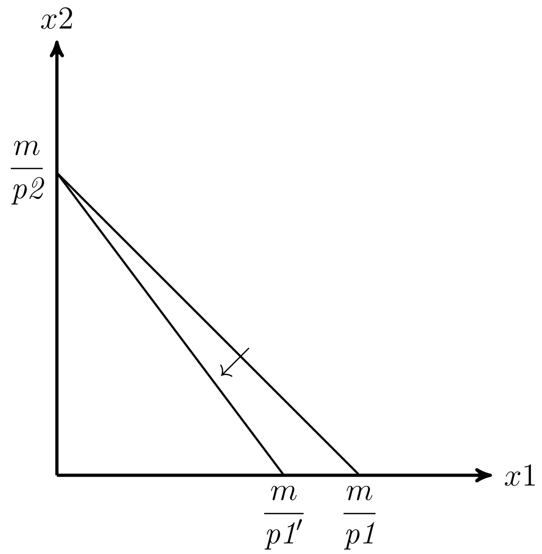
Questões José Guilherme - Nota 02

1. Assuma que existam apenas dois bens e suponha que o preço do bem 2 aumentou. Represente graficamente essa mudança. Se sabemos que o consumidor exaure toda a sua renda e prefere consumir mais a menos, esse aumento do preço do bem 2 irá afetar o seu bem-estar de que forma? Isso ocorrerá sempre?

Resposta: breezzj

Gráfico demonstrando o exercício.



Suponhamos, que temosz dois bens a e b, temos, uma representação normal do consumo destes dois bens, quando o preço do bem *b'* aumenta, logo, sabemos que o agente irá consumir menos, pois, a sua renda m não é infinita, logo, ocorre uma rotação na inclinação, conforme demonstrado no gráfico. Ou seja, esse aumento gera perda de bem-estar, afinal, o consumidor não irá consumir b, e verá o seu consumo diminui para *b'*. Porém, nem sempre pode ocorrer perda de bem-estar, se houvesse aumenta do consumo do bem a, ocorreria uma situação adversa.

2. Suponha que os preços de todos os bens aumentem na mesma proporção. Isso é equivalente a uma mudança na renda? Explique.

Resposta: Depende, por exemplo, ocorre uma mudança na renda, já que que a alteração dos preços provoca uma diminuição do poder que a renda tem ao consumidor, dobrando os preços da restrição, ocorre essa variação da renda. **Por exemplo:**

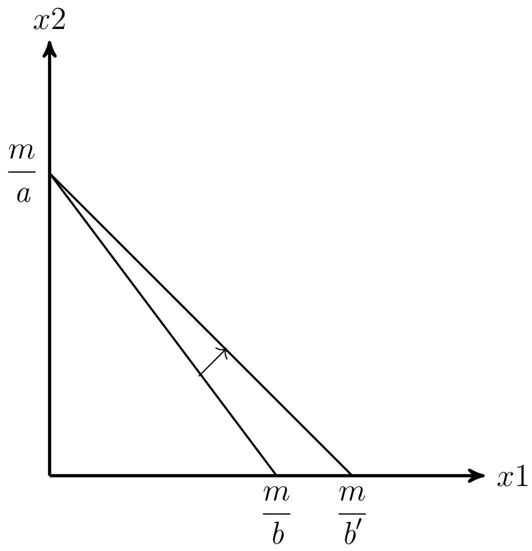
A restrição orçamentária: $p1x1 + p2x2 + ... + pnxn \leq m$

Quando ocorre um aumento simultâneo em todos os preços (respeitando a condição de "ceteris paribus": $(2p1)x1 + (2p2)x2 + ... + (2pn)xn \leq (m)$

3. Suponha que o bem 1 teve o seu preço quadruplicado e o bem 2 teve o seu preço duplicado. O que ocorre com a inclinação da reta orçamentária? Faz sentido dizermos que o bem 1 se tornou relativamente mais barato do que o bem 2?

Resposta:

Gráfico demonstrando o exercício.

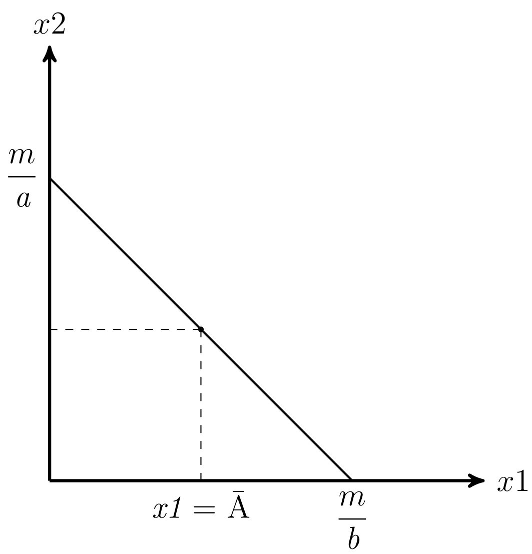


Em tese, sim. Porque o bem 1 ou a teve um aumento quadruplicado, já o bem 2 ou b teve um aumento, porém, um aumento menor que o bem 1, logo, ele se tornou barato em relação ao bem a, mas ainda houve um aumento, no gráfico acima, fizemos a mudança de inclinação demonstrando o aumento do consumo do bem 2.

$x_1 + 2(x_2 - 5) + 5 = 10$, se $x_2 > 5$, $0 \leq x_1 \leq 5$
$2(x_1 - 5) + 5 + x_2 = 10$, se $x_1 > 5$, $0 \leq x_2 \leq 5$
4. Suponha que o individuo consome apenas dois bens, em que o bem 1 é saúde, medido emtermos qualidade (ou seja, quanto mais afastado da origem no eixo horizontal, melhor o serviço de saúde adquirido). O governo resolve prover gratuitamente o nível de saúde $x1 = \bar{\text{A}}$(e apenas esse nível é provido de modo gratuito). Represente a reta orçamentária neste caso.

Respostas:

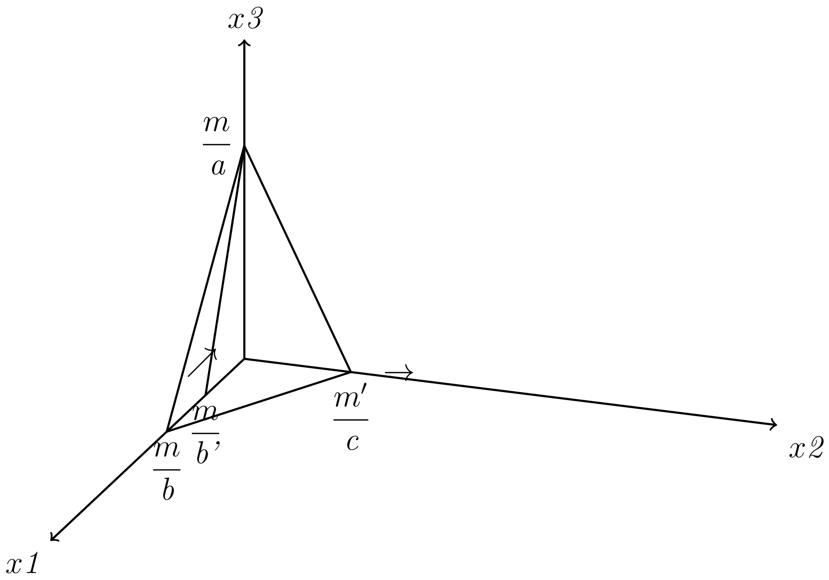
Gráfico demonstrando o exercício.



Neste caso, havera uma quebra da restrição orçamentária, pois a uma inferencia do governo para que a saúde seja gratuita, no ponto $x1 = \bar{A}$, logo, a restrição orçamentária não funcionará normalmente, ocasionando essa quebra.

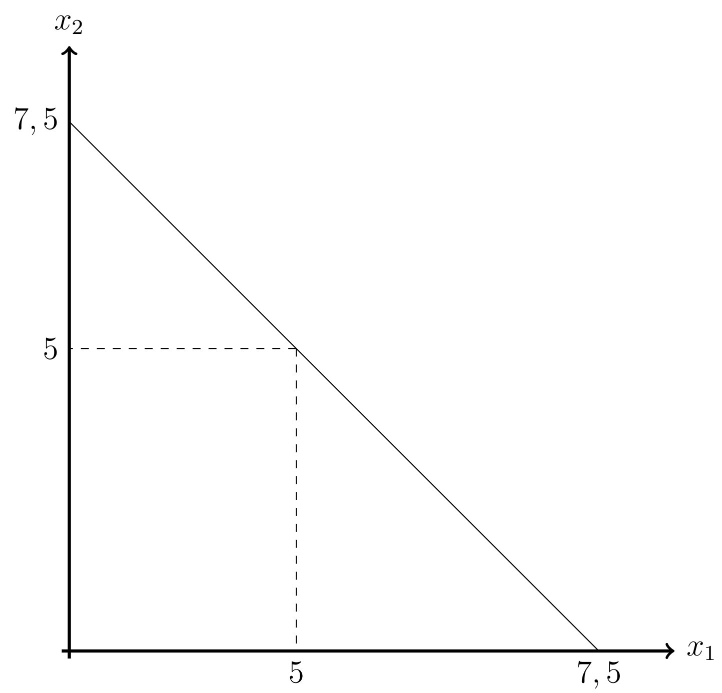
5. Ilustre graficamente a restrição orçamentária para o caso de três bens. O que ocorre com essa restrição se a renda aumentar? E se o preço de um bem aumentar?

Respostas:
Primeiro, para demonstrar a variação do aumenta da renda, pegamos o bem x*2* e aplicamos a variação na renda, ou seja, havendo um aumento na renda, ocorre uma variação no consumo do bem x*2*, havendo um aumento na quantidade consumida em **m** para **m'**. Já no caso do bem x*1*, ocorre o inverso, quando o preço do bem aumenta, ocorrendo uma diminuição na quantidade consumida **b** para **b'**.



6. Suponha que existam apenas dois bens e o governo resolve controlar os preços desses bens do seguinte modo: o preço é R$ 1,00 até 5 unidades adquiridas, e o preço é R$ 2,00 para unidades adicionais (acima das primeiras 5 unidades adquiridas). Suponha que Carlos tem uma renda de R$ 10,00.

A) Ilustre graficamente a reta orçamentária de Carlos.
Resposta:
A)



B)

$$x_1 + 2(x_2 - 5) + 5 = 10, \text{ se } x_2 > 5,\ 0 \leq x_1 \leq 5$$
$$2(x_1 - 5) + 5 + x_2 = 10, \text{ se } x_1 > 5,\ 0 \leq x_2 \leq 5$$

7. Suponha uma economia com dois bens, denotados por x e y. A reta orçamentária de Maria é $p_x^M x + p_y^M y = m^M$ é a reta orçamentária de João $p_x^j x + p_y^j y = m^j$, onde $p_x^M/p_y^M \neq p_x^j/p_y^j$. Ou seja, o custo de mercado entre x e y para Maria é diferente do custo de mercado para João. Maria e João decidem se casar e formar uma família onde a renda dos dois é gasta em conjunto, apesar de que os preços dos bens para cada um deles continuam os mesmos de antes.

A) Defina a restrição orçamentária do casal.
B) Haverá especialização na compra dos bens?

Resposta:
A)

$$p_x x + p_y y = m.$$
Onde:
$$p_x = \min\{p_x^M, p_x^J\},$$
$$p_y = \min\{p_y^M, p_y^J\},$$
$$m = m^M \text{ e } m^J.$$

B)
Sim, haverá especialização pois, a Maria irá concentrar renda no produto mais barato no caso o produto x. Enquanto, o João irá comprar bens y, assim, realizando uma especialização na compra dos produtos.

8. Dados p*1* = -1; p*2* = -2 e m = 16, pede-se:

A) Desenhe a restrição orçamentária;

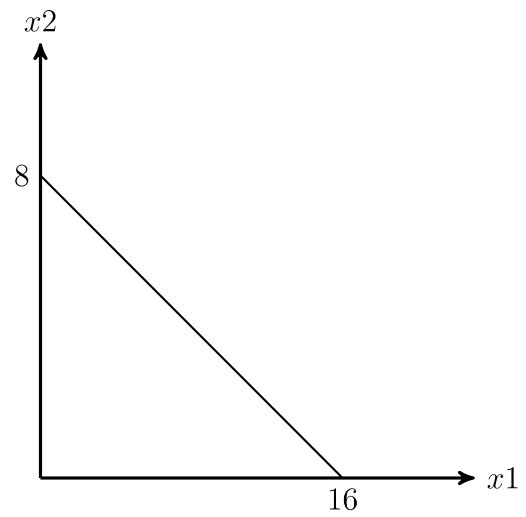
B) Qual o valor da declividade da restrição orçamentária?
C) Se o consumidor resolve gastar tudo em q1, qual a quantidade que pode comprar de q1?
D) Idem para q2;
E) Suponha que a renda aumente para 20. Desenhe a nova restrição orçamentária;
F) Qual o valor da declividade da nova restrição orçamentária?
G) Suponha que p1 aumente para 2 e p2 e m = 16. Desenhe a nova restrição orçamentária e o valor da sua declividade.

Resposta:

A)

$$\text{A primeira restrição é formada pelo } \frac{M}{p1} = \frac{16}{1} = 16.$$

$$\text{Já a segunda é composta por } \frac{M}{p2} = \frac{16}{2} = 8.$$



B)
O valor da declividade da RO é $\frac{-p1}{p2}$, usando os valores $p1 = 1$ e $p2 = 2$, calculamos que $\frac{1}{2}$, o resultado da nossa inclinação é -0,5.

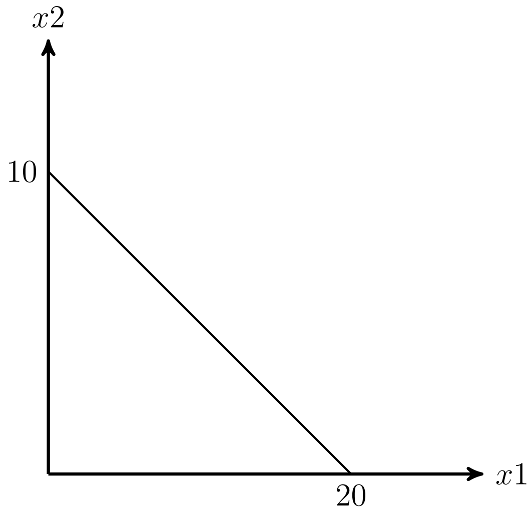
C)
Se ele gastar tudo em q_1, ele poderá consumir a quantidade de 16. Já que ficaria dessa seguinte forma: $\frac{M}{p1} = \frac{16}{1} = 16$.

D)
Se gastar tudo em q_2, a quantidade que será consumida será de $\frac{M}{p2} = \frac{16}{2} = 8$.

E)

$$\text{A primeira restrição é formada pelo } \frac{M}{p1} = \frac{20}{1} = 20.$$

$$\text{Já a segunda é composta por } \frac{M}{p2} = \frac{20}{2} = 10.$$

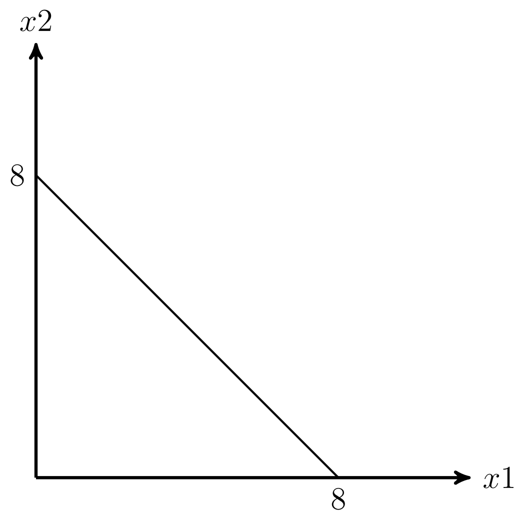


F)
Continuará a mesma, pois para se calcular a declividade é dividindo os preços.

G)

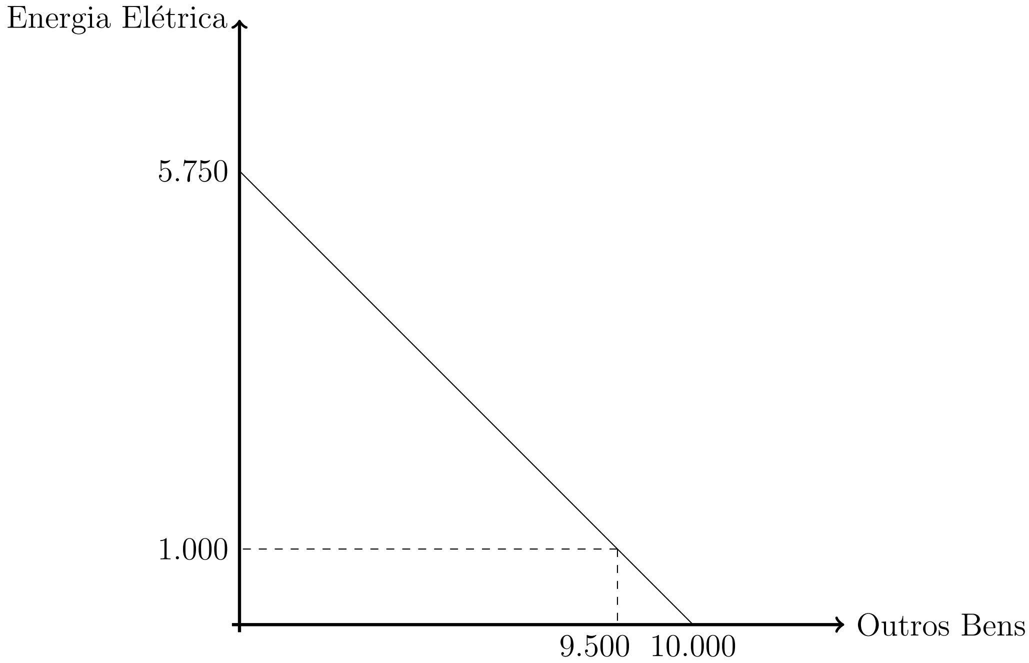
$$\text{A primeira restrição é formada pelo } \frac{M}{p1} = \frac{16}{2} = 8.$$

$$\text{Já a segunda é composta por } \frac{M}{p2} = \frac{16}{2} = 8.$$



A declividade será de 1, pois $\frac{-p_1}{p_2}$, terá o resultado de $\frac{-2}{2}$ gerando o resultado de 1.

9. Imagine que haja apenas duas mercadorias: energia elétrica e outros bens. A mercadoria "outros bens" tem um preço de R$ 1 por unidade, os primeiros 1000kWh de energia elétrica consumidos no período de um mês têm o preço de R$ 0,50 por kWh; a energia elétrica que for consumida em excesso a 1.000 kWh/mês é vendida ao preço de R$ 2. Desenhe a curva de restrição orçamentária de um consumidor que tem uma renda mensal igual a R$ 1.000,00. **Resposta:**

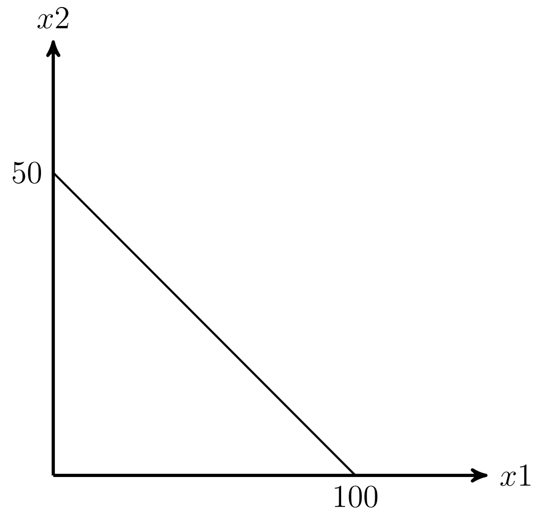


10. Imagine que m = 100, p_1 = -1, e p_2 = 2.

A) Faça o
gráfico da restrição orçamentária;
B) O que acontece com a restrição se os preços e a renda subirem em uma mesma proporção?
C) Desenhe a nova restrição se a renda cair pela metade e o preço do bem dois também cair pela metade.

Resposta:
A)
p_1 = -1, e p_2 = 2 e a renda m = 100.

logo, $\frac{m}{p_1}$ e $\frac{m}{p_2}$, usando os preços na formula, temos, $\frac{100}{1} = 100$ e $\frac{100}{2} = 50$.

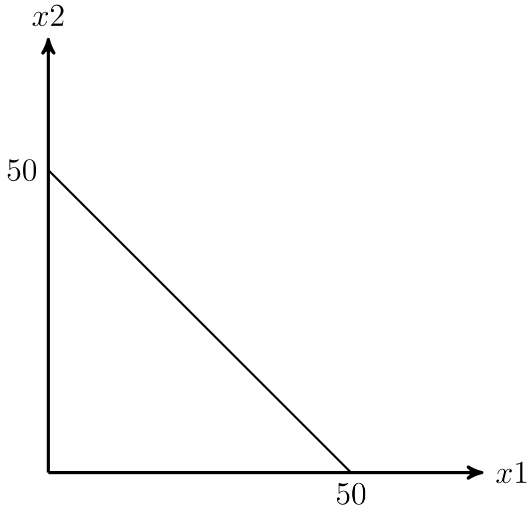


B)

Acontece uma ilusão monetária, já que os preços e a renda terão o mesmo aumento da renda, logo, um efeito nulo, apenas haverá mudanças nos valores e não no poder de compra do consumidor.

C)
p_1 = -0,5, e $p_2 = 1$ e a renda m = 100.

logo, $\frac{m}{p_1}$ e $\frac{m}{p_2}$, usando os preços na formula, temos, $\frac{50}{1} = 50$ e $\frac{50}{1} = 50$.



Questões José Guilherme - Nota 03

2 - O técnico de vôlei Bernardo acha que os jogadores devem ter três qualidade: altura, agilidade e obediência. Se o jogador A é melhor que o jogador B em duas dessas três características, então Bernardo prefere A a B. Para os outros casos, ele é indiferente entre A e B. Carlos mede 2,08m, é pouco ágil e obediente. Luis mede 1,90m, é muito ágil, e muito desobediente. Paulo mede 1,85m, é ágil, e extremamente obediente.

A) Bernardo prefere Carlos ou Luis? Bernardo prefere Luis ou Paulo? Bernardo prefere Carlos ou Paulo?
B) As preferências do técnico são transitivas?
C) Depois de perder vários campeonatos, Bernardo decide mudar sua forma de comparar os jogadores. Agora ele prefere o jogador A ao jogador B se A é melhor do que B nas três caracteristicas. Ele é indiferente entre A e B se eles têm todas as três caracteristicas iguais. Para todas as outras possibilidades, Bernardo diz que não é possível comparar os jogadores. As novas preferências de Bernardo são: completas? transitivas? reflexivas? Justifique.

Respostas:
A) Na primeira opção, Bernardo vai agir da seguinte maneira Carlos $\succeq$ Luis, já que Carlos respeita a condição de ter duas qualidades. Na segunda opção, entre Luis $\succeq$ Paulo vai ocorrer uma preferência, pois, Luis é mais alto e com mais agilidade. Já Paulo $\succeq$ Carlos, pois, Paulo tem qualidades melhores que Carlos.

B) Não são transitivas, pois, na última escolha entre Paulo e Carlos, deveria ser o inverso para respeitar a regra de transitividade.

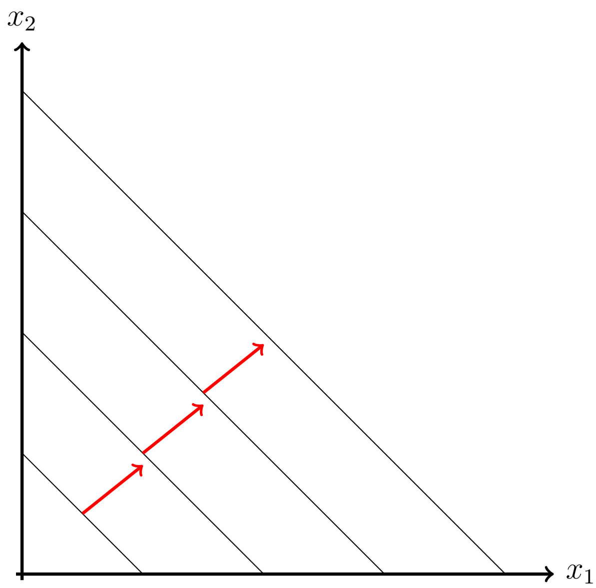
C)

5 Desenhe as curvas de indiferença para as seguintes utilidades:

a) Utilidade Linear: u$(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$, a,b > 0.
Resposta:

Curvas de Indiferença

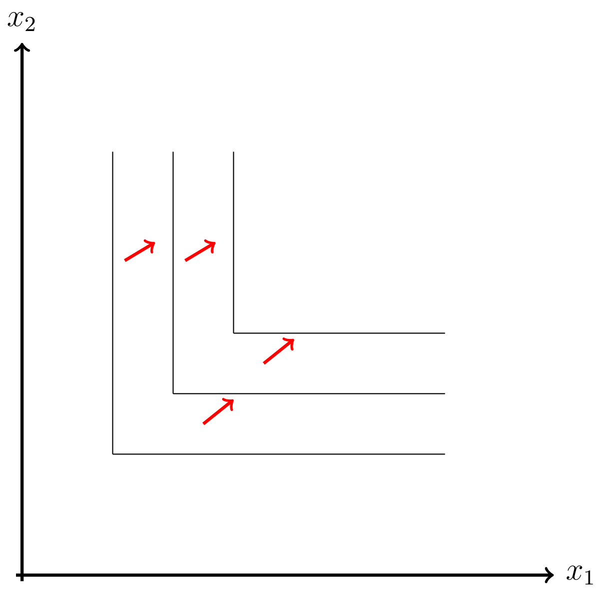
u$(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$



b) Utilidade de Leontief: u$(x_1, x_2) = min\{ax_1, bx_2\}$, a, b > 0.
Resposta:

Curvas de Indiferença

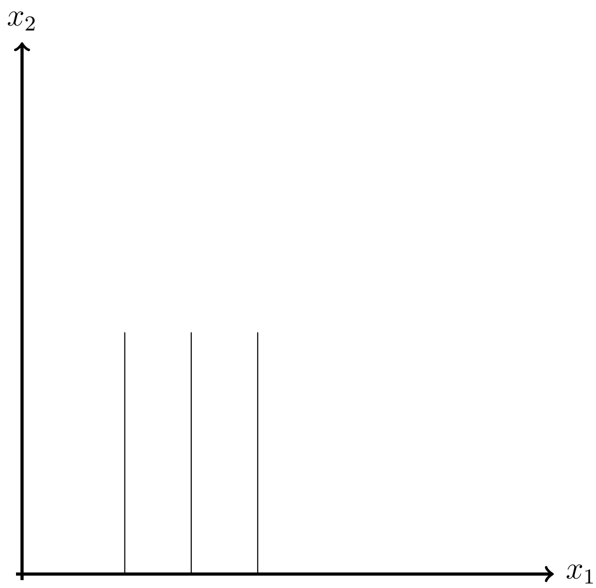
u$(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$



c) Utilidades com um Bem Neutro: u$(x_1, x_2) = x_1$ e u$(x_1, x_2) = x_2$.
Resposta:

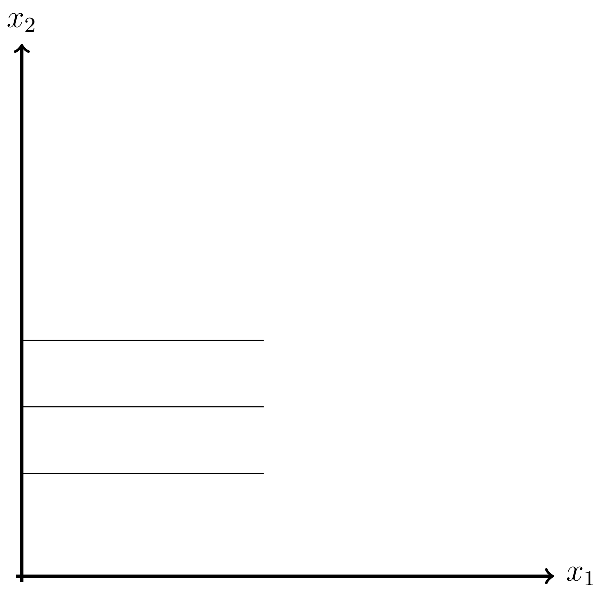
Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = x_1$



Curvas de Indiferença

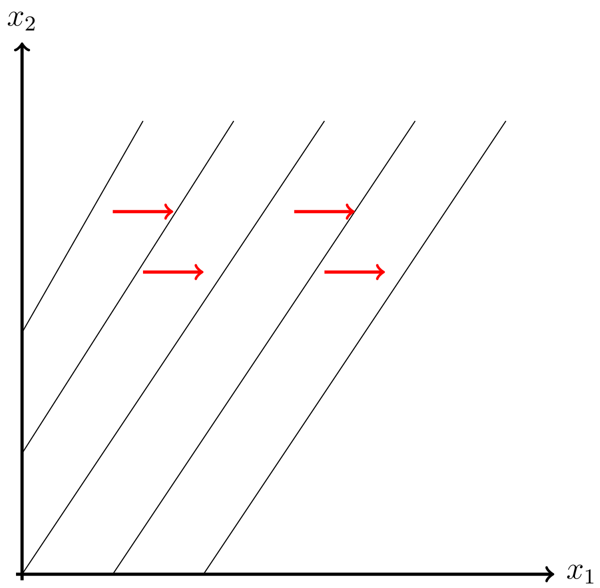
u$(x_1, x_2) = x_2$



d) Utilidade com um Mal: u$(x_1, x_2) = x_1 - x_2$.
Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = x_1 - x_2$



Questões ANPEC
1. Um consumidor possui a função de utilidade cardinal dada por $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$. As preferências do consumidor são convexas. (Questão ANPEC - 2O03)

Resposta:
Sim, essa função de utilidade é do tipo Cobb-Douglas, logo, as utilidades que fazem parte deste grupo são convexas.

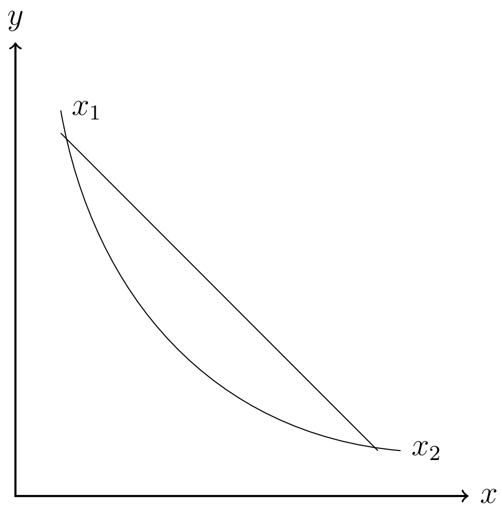
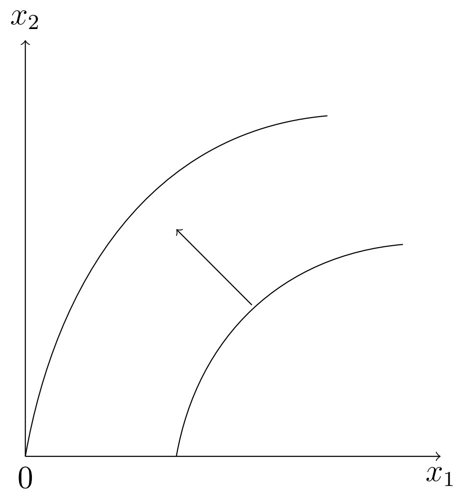


Gráfico: Convexidade Estrita

2 - A figura abaixo mostra as curvas de indiferença de um consumidor e a direção na qual a utilidade deste consumidor aumenta.
1- Existe saciedade.



2) Considerando a Figura acima, o indivíduo gosta da diversificação.

3) Considerando a Figura acima, o bem x_1 é indesejável;

4) Considerando a Figura acima, no equilíbrio, o indivíduo só consome um tipo de bem.

5) Considerando a Figura acima, a utilidade marginal do bem 2 é não negativa.

Respostas:
1- Não existe saciedade, primeiro, porque essa curva de indiferença tem um formato pouco usual, já que a TMS é crescente. Também ocorrerá que o eixo x_2 irá atigir o seu máximo enquanto o x_1 será igual a 0.

2- Isso também não é verdade, já que o agente economico está querendo maximar o bem x_2, o que ocorre neste caso é que as suas preferências não são convexas quando o individuo está diversificando o seu consumo, o padrão dessa utilidade é concava, fazendo o inverso dessa operação.

3- Sim, a figura do eixo x_1 é considerado um bem "mal".

4- Sim, o individuo irá se concentrar em consumir apenas a mercadoria 2.

Questões José Guilherme - Nota 04

Questão 2: Suponha uma função utilidade definida por:

$$U(x_1, y_2) = \min\{x_2 + 2x_1, x_1 + 2x_2\}$$

a) Desenha a curva de indiferença para $U(x_1, y_2) = 20$.

b) Para que os valores de p_1/p_2 a solução ótima consistirá em $x_1 = 0$ e $x_2 = \text{m}/p_2$?

c) Para que os valores de p_1/p_2 a solução ótima consistirá em $x_1 = \text{m}/p_1$ e $x_2 = 0$?

d) Para que os valores de p_1/p_2 a solução ótima será interior (ou seja, $x_1^* > 0$ e $x_2^* > 0$)?

Respostas:

a)
Algumas condições para a solução da questão **a**;

1 - Complementaridade.

$$\begin{cases} x_2 + 2x_1 \\ x_1 + 2x_2 \end{cases} \tag{1}$$

Desenvolvendo:

$$\begin{cases} x_2 + 2x_1 = & 0 \\ x_1 + 2x_2 = & 0 \\ x_1 = x2 & \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} x_2 = -2x_1 \\ x_1 = -2x_2 \end{cases} \tag{3}$$

Sabendo que estamos trabalhando com substitutos e complementares, vamos agora, a segunda condição.

2- Restrição.

$$m = P_1x_1 + P_2x_2$$

3- Aplicando o metódo para solucionar os problemas de uma questão complementar.

$$U(x_1, y_2) = 20$$

logo,

$$x_2 + 2x_1 = 20 \tag{4}$$

$$x_1 + 2x_2 = 20 \tag{5}$$

Substituindo (3) na equação(4).

$$x_2 + 2(-2x_2) = 20 \tag{6}$$

$$x_2 = \frac{20}{3} \tag{7}$$

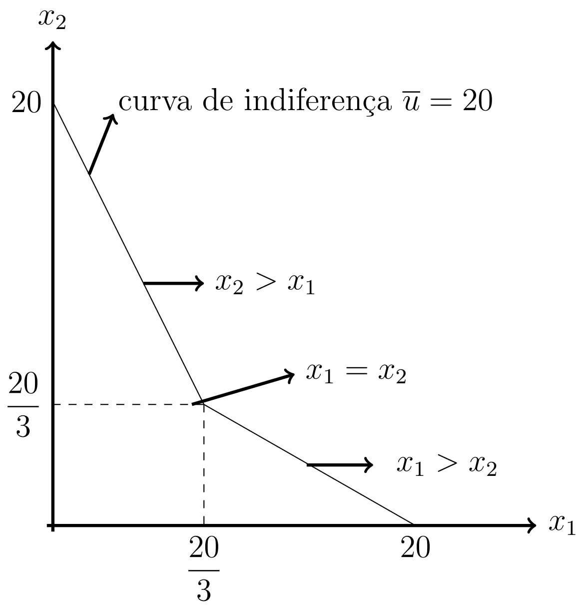
logo,

$$x_1 = x2 \tag{8}$$

$$x_1 = \frac{20}{3}$$

$$x_2 = \frac{20}{3} \tag{9}$$

Gráfico



b)
Sabendo como se aplica a resolução dos substitutos perfeitos e complementares, vamos ter que pensar da seguinte maneira;

$$x_1^m(p_1, p_2, m) = \{\ x_1 + 2x_2 \tag{10}$$

Questão 5: Encontre as demandas ótimas para os seguitnes casos, onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

b) $u = (x_{1,x_2}) = x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$;

Resposta:

$$u = (x_{1,x_2}) = x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \rightarrow P_1x_1 + P_2x_2 = m$$

$$\ell = x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} - P_1x_1\lambda - P_2x_2\lambda + m\lambda$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_1} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} x_1^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} - P_1\lambda = 0$$

$$\lambda = \frac{\frac{\alpha}{\alpha+\beta} x_1^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}{P_1} \tag{11}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_2} = \frac{\beta}{\alpha+\beta} x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} - P_2\lambda = 0$$

$$\lambda = \frac{\frac{\beta}{\alpha+\beta} x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}{P_2} \tag{12}$$

Igualando os $\lambda = \lambda$

$$\frac{\frac{\alpha}{\alpha+\beta} x_1^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}{P_1} = \frac{\frac{\beta}{\alpha+\beta} x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}{P_2}$$

$$\frac{\frac{\alpha}{\alpha+\beta} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}{P_1 x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}} = \frac{\frac{\beta}{\alpha+\beta} x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}}{P_2 x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}} \tag{13}$$

Isolando o x_2, temos o resultado:

$$x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1 x_1}{P_2} \tag{14}$$

Derivando em função de λ e Substituindo por x_2

$$\frac{\partial \ell}{\partial \lambda} = -P_1 x_1 - P_2 x_2 + m = 0$$

$$-P_1 x_1 - P_2 \frac{P_1}{P_2} \frac{\beta x_1}{\alpha} + m = 0$$

$$m = P_1 x_1 - \frac{P_1 \beta x_1}{\alpha}$$

$$x_1 = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} . \frac{m}{P_1} \tag{15}$$

Por fim, substituindo x_1 em x_2.

$$x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \frac{P_1 x_1}{P_2}$$

$$x_2 = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)} . \frac{m}{P_2} \tag{16}$$

Questões José Guilherme - Nota 05

1- Considere a seguinte função de utilidade:

$$u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} + x_2^{0,5}.$$

a) Determine as funções de demanda marshallianas e a função de utilidade indireta.

b) Mostre que a função de utilidade indireta satisfaz as propriedades de homogeneidade de grau 0 nos preços e na renda.

Respostas:
a)

$$u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} + x_2^{0,5} \ s.a \ [p_1x_1 + p_2x_2 - m]$$

$$\ell = x_1^{0,5} + x_2^{0,5} - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_1} = 0,5x_1^{0,5} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_2} = 0,5x_2^{0,5} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\lambda} = p_1x_1 - p_2x_2 - m = 0 \tag{17}$$

Agora dividindo a primeira CPO pela segunda, teremos:

$$\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{0,5} = \frac{p_1}{p_2} \tag{18}$$

Agora, isolando o x_2:

$$x_2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 x_1 \tag{19}$$

Substituindo na restrição orçamentária:

$$-p_1x_1 - p_2\left(\frac{p_1^2}{p_2}\right)x_1 = -m$$

$$-p_1x_1 - \left(\frac{p_2p_1^2x_1}{p_2}\right) = -m(-1)$$

$$x_1\left(\frac{p_1^2 + p_1p_2}{p_2}\right) = m$$

$$x_1\left(\frac{p_1p_2 + p_1^2}{p_2}\right) = m$$

$$x_1 = \frac{p_2m}{p_1p_2 + p_1^2} \tag{20}$$

Agora substituindo x_1 em x_2.

$$x_2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 x_1$$

$$x_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{p_2 m}{p_2 p_1 + p_1^2}\right)$$

$$x_2 = \frac{p_1 m}{p_1 p_2 + p_2^2} \tag{21}$$

Agora, a função utilidade indireta é quando você pega as funções x_1 e x_2 e substitui na função utilidade.

$$u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} + x_2^{0,5}$$

$$v(p_1, p_2, m) = \left[\left(\frac{p_2 m}{p_1 p_2 + p_1^2}\right)^{0,5} + \left(\frac{p_1 m}{p_1 p_2 + p_2^2}\right)^{0,5}\right]$$

$$v(p_1, p_2, m) = \left[\left(\frac{p_2}{p_1 p_2 + p_1^2}\right)^{0,5} + \left(\frac{p_1}{p_1 p_2 + p_2^2}\right)^{0,5}\right] \sqrt{m} \tag{22}$$

b)

Agora multiplicando todos os termos por t, iremos provar a homogeneidadede grau 0.

$$v(p_1, p_2, m) = \left[\left(\frac{p_2}{p_1 p_2 + p_1^2}\right)^{0,5} + \left(\frac{p_1}{p_1 p_2 + p_2^2}\right)^{0,5}\right] \sqrt{m}$$

$$v(tp_1, tp_2, tm) = \left[\left(\frac{(tp_2)}{(tp_1)(tp_2) + (tp_1^2)}\right)^{0,5} + \left(\frac{(tp_1)}{(tp_1)(tp_2) + (tp_2)^2}\right)^{0,5}\right] \sqrt{tm}$$

$$v(tp_1, tp_2, tm) = \frac{1}{\sqrt{t}} \left[\left(\frac{p_2}{(p_1)(p_2) + (p_1^2)}\right)^{0,5} + \left(\frac{p_1}{(p_1)(p_2) + (p_2)^2}\right)^{0,5}\right] \sqrt{t}\sqrt{m}$$

$$v(p_1, p_2, m) = \left[\left(\frac{p_2}{p_1 p_2 + p_1^2}\right)^{0,5} + \left(\frac{p_1}{p_1 p_2 + p_2^2}\right)^{0,5}\right] \sqrt{m} \tag{23}$$

2- Suponha que a utilidade de Rafael seja u$(x_1, x_2) = x_1^{0,2} x_2^{0,8}$, onde x_1 é a quantidade de alimentos que Rafael consome e x_2 é a quantidade de todos os outros bens que Rafael consome (um bem composto, portanto). Suponha que o preço do bem 2 é $p_2 =$ R$ 1 e que a renda de Rafael é R$ 1.000.

a) Se o preço do bem 1 é R$ 2, qual é o consumo de alimentos do Rafael?

d) Construa um diagrama comparando as situações **b)** e **c)** e mostre em qual situação o consumidor está melhor.

Respostas:

a)

Primeiro passo é achar as demandas de x_1 e x_2.

$$u(x_1, x_2) = x_1^{0,2} x_2^{0,8} \ s.a \ (p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

$$\ell = x_1^{0,2} x_2^{0,8} - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

$$\ell = x_1^{0,2} x_2^{0,8} - \lambda p_1x_1 - \lambda p_2x_2 + \lambda m$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_1} = 0,2x_1^{-0,8} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_2} = 0,8x_2^{-0,2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \lambda} = -p_1x_1 - p_2x_2 + m = 0$$

$$\lambda = \frac{0,2x_1^{-0,8} x_2^{0,8}}{p_1}$$

$$\lambda = \frac{0,8x_1^{0,2} x_2^{-0,2}}{p_2} \tag{24}$$

Agora, devemos igualar os $\lambda = \lambda$.

$$\frac{0,2x_2^{0,8}}{p_1x_1^{0,8}} = \frac{0,8x_1^{0,2}}{p_2x_2^{0,2}}$$

$$0,2p_2x_2 = 0,8p_1x_1$$

$$x_2 = \frac{0,8p_1x_1}{0,2p_2} \rightarrow x_2 = \frac{4p_1x_1}{p_2} \tag{25}$$

Substituindo x_2 na terceira CPO.

$$-p_1x_1 - p_2x_2 + m = 0 \rightarrow -p_1x_1 - p_2x_2 = -m$$

$$-p_1x_1 - p_2\left(\frac{4p_1x_1}{p_2}\right) = -m$$

$$x_1 = \frac{m}{5p_1} \tag{26}$$

substituindo x_1 em x_2.

$$x_1 = \frac{m}{5p_1}$$

$$x_2 = \frac{4p_1x_1}{p_2}$$

$$x_2 = \frac{4p_{x1}}{p_2}.\frac{m}{5p_1}$$

$$x_2 = \frac{4m}{5p_2} \tag{27}$$

Agora que temos as funções demanda, o preço e a renda, podemos substituir e obter os resultados.

$$x_1 = \frac{m}{5p_1}$$

$$x_1 = \frac{1000}{5.2}$$

$$x_1 = 100$$

$$x_2 = \frac{4m}{5p_2}$$

$$x_2 = \frac{4.1000}{5.1}$$

$$x_2 = 800 \tag{28}$$

d)

Situação **b**: $p_1 = 4, p_2 = 1 \ e \ m = 1000$

$$x_1 = \frac{m}{5p_1}$$

$$x_2 = \frac{4m}{5p_2}$$

$$x_1 = \frac{1000}{5.4}$$

$$x_1 = 50$$

$$x_2 = \frac{4.1000}{5.1}$$

$$x_2 = 800 \tag{29}$$

É o que ocorre na questão **b**, quando o preço duplica. Agora no caso **c** quando o governo deseja subsidiar o bem 1, temos que ter as noçoes de que $p_1 = 2, p_2 = 1 \ e \ m = 1000$.

$$\overline{m} = m - tx_1$$

$$\overline{m} = 1000 - 2.100$$

$$\overline{m} = 1000 - 200 \rightarrow \overline{m} = 800$$

$$x_1 = \frac{800}{5.2} \rightarrow x_1 = 80$$

$$x_2 = \frac{4.800}{5.1} \rightarrow x_2 = 640 \tag{30}$$

Agora, temos as nossas quantidades consumidas pra x_1 e x_2. Por fim, vamos fazer uma comparação para saber em qual situação o consumidor estará melhor, se é com ou sem subsídio.

$$\rightarrow u(x_1^* u_2^*) = 50^{0,2} 800^{0,8} = 459,48.$$

$$\rightarrow u(x_1^{**} u_2^{**}) = 80^{0,2} 640^{0,8} = 422,24. \tag{31}$$

Ou seja, se pegar a utilidade sem subsídio será 459,48 e com subsídio será de 422,24. ocorrendo que autilidade sem subsídio é melhor do que com essa política.

Questões José Guilherme - Nota 06

1- Derive as agregações de Engel e Cournot para o caso de n bens. Reescreva essas agregações em termos de elasticidades. Interprete (por exemplo, é possível que todos os bens que um individuo consuma sejam bens inferiores? Por quê? Se um individuo consome n bens, no máximo quantos bens podem ser inferiores? Justifique sua resposta).

Respostas:

Derivando a Lei de Walras para n bens:

$$p_1 x_1(\mathbf{p}, m) + p_2 x_2(\mathbf{p}, m) + \ldots + p_n x_n(\mathbf{p}, m) = m \tag{32}$$

Quando derivamos em relação a renda, obteremos o seguinte resultado:

$$p_1 \frac{\partial x_1(\mathbf{p}, m)}{\partial m} + p_2 \frac{\partial x_2(\mathbf{p}, m)}{\partial m} + \ldots + p_n \frac{\partial x_n(\mathbf{p}, m)}{\partial m} = 1 \tag{33}$$

Agregação de Engel:

$$\frac{p_1 x_1}{m} \left(\frac{m}{x_1} \frac{\partial x_1}{\partial m} \right) + \frac{p_2 x_2}{m} \left(\frac{m}{x_2} \frac{\partial x_2}{\partial m} \right) + \ldots + \frac{p_n x_n}{m} \left(\frac{m}{x_n} \frac{\partial x_n}{\partial m} \right) = 1 \tag{34}$$

A agregação de Engel escrita em termos de elasticidades:

$$s_1 n_1 + s_2 n_2 + \ldots + s_n n_n = 1 \tag{35}$$

Para derivar a lei de Walras e encontrar a agregação de Cournot, precisamos usar o caso geral.

$$x_i^m + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial x_k^m}{\partial p_i} = 0 \tag{36}$$

Agora derivando em relação ao preço do bem i:

$$x_i(\mathbf{p}, m) + \sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(\mathbf{p}, m)}{\partial p_i} = 0$$

$$\frac{x_i p_i}{m} + \sum_{j=1}^{n} p_j \frac{p_j x_j}{m} \frac{p_i}{x_j} \frac{\partial x_j}{\partial p_i}$$

$$0 = s_i + \sum_{j=1}^{n} p_j s_j \in_{ji}^m$$

$$s_i(1+ \in_{ii}^m) = - \sum_{j=1, j\neq i}^{n} s_j \in_{ji}^m \tag{37}$$

Para o caso da agregação de Engel, no máximo n - 1 bens podem ser inferiores (se todos os bens forem inferiores, então a elasticidade-renda n_i será negativa para todo bem $_i$ = 1,2,. . ., n. Como se $s_i \geq 0$ (s_i é a fração da renda gasta com bem $_i$), então se todas elasticidades-renda forem negativas, a igualdade acima não será verificada). Logo, não será possível gastar toda a sua renda com bens inferiores, haverá de ter pelo menos um bem normal.
No caso da agregação de Cournot, Se o bem $_i$ é elástico (inelástico), então $\in_{ii}^m$ < -1, e o lado esquerdo é negativo (positivo). O lado direito deve ser negativo (positivo) também, ou seja, a soma ponderada das elasticidades-preço cruzadas dos outros bens com relação ao bem $_i$ deve ser na média positiva(negativa). Portanto, se a demanda do bem i é elástica (inelástica), então os outros bens devem ser, na média ponderada pela fração gasta em cada bem, substitutos (complementares)do bem i, independente de como esses bens afetem a função de utilidade.
Outra implicação que pode ser tirada da equação é a relação dos gastos nos outros bens devido a uma mudança no preço do bem $_i$: essa relação depende da elasticidade-preço de $_i$. Se a demanda do bem $_i$ é elástica, então quando o preço do bem $_i$ diminui, o gasto com os outros bens diminui também.

Questões José Guilherme - Nota 07

1- A utilidade de Maria é u$(x_1, x_2) = ln(x_1) + x_2$.

A) Encontre as demandas Marshallianas de Maria. Derive as elasticidades-preço, preço-cruzada e renda para os dois bens, para o caso de solução interior.
B) Classifique os bens em termos de cada uma dessas elasticidades, como visto em sala, para o caso de solução interior.

C) Encontre as demandas Hicksianas dos dois bens. Compare a demanda Hicksiana com a demanda Marshalliana do bem 1, quando as demandas são positivas. Interprete.

Podemos definir elasticidades similares ás que foram definidas na Nota de Aula 6, mas usando as demandas hicksianas. Essas elasticidades são denominadas compensadas. Podemos definir um bem i como substituto líquido (complementar líquido) do bem j caso ε_{ij}^h seja positivo (negativo), onde ε_{ij}^h denota a elasticidade preço-cruzada da demanda compensada do bem i (com relação ao preço do bem j).

D) Classifique os bens 1 e 2 em termos de complementares ou substitutos líquidos. Neste caso, ao contrário do que o item b) acima mostra, seria possível ocorrer que o bem i seja substituto líquido (complementar líquido) do bem j mas o bem j não seja substituto líquido (complementar líquido) do bem i? Explique.

Respostas:
A)
Sabemos que esse caso é uma representação de uma função quaselinear, para responder essa questão utilizaremos o que aprendemos na **Nota 4**, sem precisar usar o Lagrangeano.

$$\max_{x_1,x_2} ln(x_1) + x_2 \ s.a \ p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{38}$$

Isolando x_2

$$x_2 = \left(\frac{m}{p_2}\right) - \left(\frac{p_1}{p_2}\right) x_1 \tag{39}$$

Agora, substituindo x_2 na função original, já podemos resolver o exercício.

$$ln(x_1) + \left(\frac{m}{p_2}\right) - \left(\frac{p_1}{p_2}\right) x_1$$

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1} \tag{40}$$

Agora, que temos x_1, iremos substituir na nossa função.

$$x_2 = \left(\frac{m}{p_2}\right) - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$x_2 = \left(\frac{m}{p_2}\right) - 1 \tag{41}$$

Montando as soluções de cantos para os bens x_1 e x_2

$$x_1^m(p_1, p_2, m) = \begin{cases} p_2/p_1 \ se \ p_2 \leq m \\ m/p_1 \ se \ p_2 > m \end{cases}$$

$$x_2^m(p_1, p_2, m) = \begin{cases} m/p_2 - 1 \ se \ p_2 \leq m \\ 0 \ se \ p_2 > m \end{cases} \tag{42}$$

Soluções de cantos

B)

Soluções para o bem x_1
Elasticidade-preço da demanda.

$$\varepsilon_1 = \frac{p_i}{x_i}\frac{\Delta x_i}{\Delta p_i}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{p_1}{p_2/p_1}\left(-\frac{p_2}{p_1^2}\right)$$

$$\varepsilon_1 = -1. \tag{43}$$

Elasticidade-preço cruzada da demanda.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{p_j}{x_i}\frac{\Delta x_i}{\Delta p_j}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{P_1}{p_2/p_1}\frac{p_2/p_1}{p_1} = 1 \tag{44}$$

Elasticidade-renda

$$\eta_i = \frac{m}{x_i}\frac{\Delta x_i}{\Delta m} \tag{45}$$

$$\eta_1 = \frac{m}{p_2/p_1}\frac{p_2/p_1}{0} = 0 \tag{46}$$

Soluções para o bem x_2
Elasticidade-preço da demanda.

$$\varepsilon_2 = \frac{p_i}{x_i}\frac{\Delta x_i}{\Delta p_i}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{p_2}{m/p_2 - 1}\left(\frac{p_2}{1 - p_2^2/m}\right)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{1}{1 - p_2/m} \tag{47}$$

Elasticidade-preço cruzada da demanda.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{p_j}{x_i}\frac{\Delta x_i}{\Delta p_j}$$

$$\varepsilon_{21} = 0 \tag{48}$$

Elasticidade-renda

$$\eta_i = \frac{m}{x_i}\frac{\Delta x_i}{\Delta m} \tag{49}$$

$$\eta_2 = \frac{1}{1 - p_2/m} \tag{50}$$

O bem 1 tem as elasticidade-preço unitária, é um bem normal. A demanda não é afetada pela renda ($\eta 1 = 0$).
Já o bem 2 é um bem comum, por causa da nossa solução interior m$\geq p_2$. É um bem normal de luxo, e não é nem substituo bruto e nem complementar bruto do bem 1.

C)

No caso das demandas hickisianas, usaremos a mesma lógica. Primeiro, montaremos a estrutura.

$$\min_{x_1>0} p_1 x_1 - p_2(ln(x_1) - \overline{u}) \tag{51}$$

Agora, iremos isolar o x_1.

$$p_1 x_1 - p_2 = 0$$

$$p_1 x_1 = p_2$$

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1} \tag{52}$$

Substituindo na restrição.

$$x_2 = ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - \overline{u}$$

$$x_1^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{p_2}{p_1}$$

$$x_2^h(p_1, p_2, \overline{u}) = ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - \overline{u} \tag{53}$$

D)

$$\varepsilon_1^2 = \frac{1}{p_1}\left(\frac{p_2}{p_2/p_1}\right)$$

$$\varepsilon_1^h = 1 > 0$$

$$\varepsilon_2^h = \frac{1}{p_1}\left(\frac{p_2}{\overline{u} - ln(p_2/p_1)}\right)$$

$$\varepsilon_2^h = \frac{p_2}{\overline{u}p_1 - p_1 ln(p_1/p_2)} > 0 \tag{54}$$

Por definição os dois bens são substitutos líquidos.

Questões José Guilherme - Nota 08

1- Suponha que os únicos bens que Renata consome são guaraná e pão e que as preferências de Renata são estritamente convexas.

A) Entre janeiro e fevereiro, o preço do guaraná sobe (e nada mais muda). Ilustre em um mesmo gráfico escolhas ótimas de Renata nos dois meses (denote por J a escolha ótima em Janeiro e por F a escolha ótima em fevereiro), representando o consumo de pão no eixo vertical e o consumo do guaraná no eixo horizontal (mantenha essa convenção para o resto do exercício).

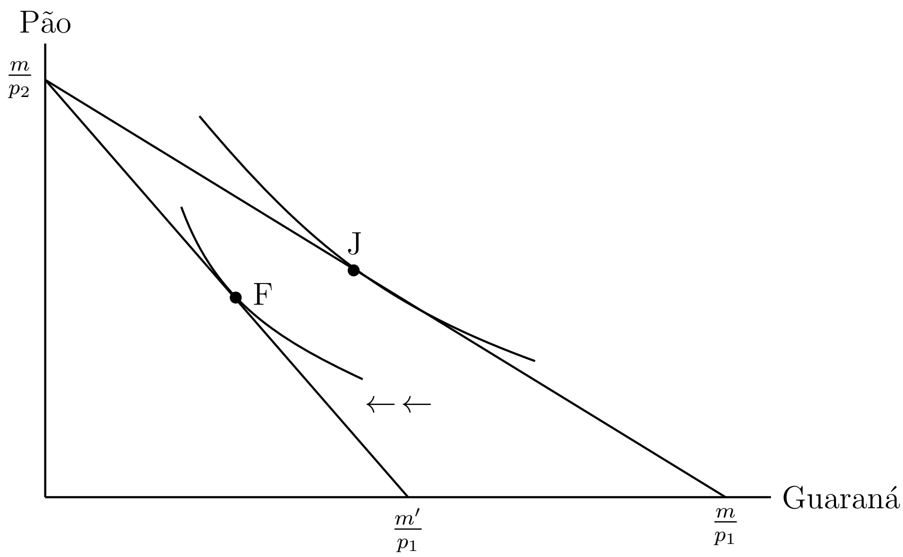
B) Em março, o preço do guaraná volta ao mesmo nível de janeiro, porém a renda de Renata diminui em um montante tal que agora ela alcança o mesmo bem-estar de fevereiro. Ilustre a escolha ótima de Renata em março (denote essa escolha ótima por M) juntamente com as outras duas escolhas ótimas de Renata.

C) Analise os seguintes itens, dizendo sob quais condições serão verdadeiros.
C.1) J está à esquerda de F.
C.2) F está à esquerda de M.
C.3) J está à esquerda de M.

D) Justifique a afirmação "Todo bem de Giffen é um bem inferior" em termos do que você fez nesse exercício.

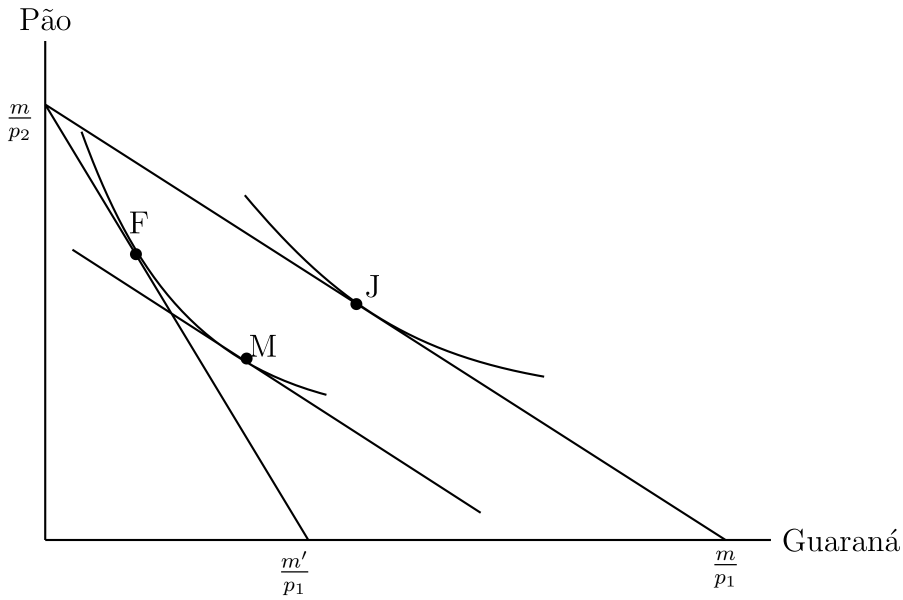
Respostas:

A)



As preferências de Renata tiveram uma grande alteração conforme o gráfico acima. Ocasionado pelo aumento de preços.

B)



Com a volta do preço do Guaraná ao original, porém com uma redução da renda de Renata em Março (**M**), ela vai ter a utilidade semelhante a de Fevereiro, por isso **F** e **M** estão na mesma curva de indiferença.

C)

C.1)
Falso. Se ocorresse isso, seria um exemplo de bem de Giffen.

C.2)
Verdadeiro. Por causa do efeito-substituição que é sempre negativo (no caso de preferências bem-comportadas, negativo).

C.3)
Falso, só ocorreria se guaraná fosse um bem inferior.

D)
Nesse caso, não seria verdade. Porque se ocorresse isso, a **C.1** seria verdadeiro, já que é um caso de bem de Giffen.

4-

A)

Para encontrar as demandas marshalinas a partir de uma função indireta, iremos usar a identidade de Roy.

$$x_1^m(\mathbf{p}, m) = \frac{\partial v(\mathbf{p}, m)/\partial p_1}{\partial v(\mathbf{p}, m)/\partial m}$$

$$x_1^m(\mathbf{p},m) = -\frac{50\left(\frac{2}{3}\right)(p_1^{\frac{1}{2}}p_2)^{\frac{-2}{3}-1}m\left(\frac{1}{2}\right)p_1^{\frac{-1}{2}}p_2}{50(p_1^{\frac{1}{2}}p_2)^{\frac{-2}{3}}}$$

$$x_1^m(\mathbf{p},m) = \frac{m}{3p_1} \tag{55}$$

Agora, iremos encontrar o x_2

$$x_2^m(\mathbf{p},m) = \frac{\partial v(\mathbf{p},m)/\partial p_2}{\partial v(\mathbf{p},m)/\partial m}$$

$$x_2^m(\mathbf{p},m) = -\frac{50\left(\frac{2}{3}\right)(p_1^{\frac{1}{2}}p_2)^{\frac{-2}{3}-1}mp_1^{\frac{1}{2}}}{50(p_1^{\frac{1}{2}}p_2)^{\frac{-2}{3}}}$$

$$x_2^m(\mathbf{p},m) = \frac{2m}{3p_2} \tag{56}$$

Agora, para achar as frações de renda. Utilizaremos as frações de renda.

$$s_1 = \frac{p_1 x_1^m(\mathbf{p},m)}{m}$$

$$s_1 = \frac{p_1\left(\frac{m}{3p_1}\right)}{m}$$

$$s_1 = \frac{1}{3}$$

$$s_2 = \frac{p_2 x_2^m(\mathbf{p},m)}{m}$$

$$s_2 = \frac{p_2\left(\frac{2m}{3p_2}\right)}{m}$$

$$s_2 = \frac{2}{3} \tag{57}$$

Questões José Guilherme - Nota 09

1- Considere a função dada por:

$$u(x_1x_2) = x_1^2x_2$$

onde x_1 e x_2 são as quantidades consumidas dos bens 1 e 2, respectivamente.

A) Calcule as funções de demandas Marshallianas e a função de utilidade indireta.

B) Suponha que os preços dos bens 1 e 2 são p_1 = R\$ 4 e p_2 = R\$ 2, respectivamente, e que a renda do consumidor é R\$ 90. Calcule a quantidade consumida de cada bem.

C) Calcule as elasticidades preço e renda do bem 1. Se a renda aumentar em 10% você pode dizer o que ocorre com o consumo do bem, sem ter conhecimento do valor original da renda?

D) Suponha que os preços dos bens e a renda são como dados no item **B)**. Calcule a variação no excedente do consumidor no caso em que o preço do bem 2 aumenta para R\$ 4.

Respostas:

A)
O primeiro passo é achar as demandas marshallianas.

$$u(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 \ s.a \ (p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

$$\ell = x_1^2 x_2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

$$\ell = x_1^2 x_2 - \lambda p_1 x_1 - \lambda p_2 x_2 + \lambda m$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_1} = 2x_1 x_2 - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_2} = x_1^2 - \lambda p_2 = 0$$

$$\lambda = \lambda$$

$$\frac{2x_1 x_2}{p_1} = \frac{x_1^2}{p_2}$$

$$2x_1 x_2 p_2 = p_1 x_1^2$$

$$x_1 = \frac{2x_2 p_2}{p_1} \tag{58}$$

Isolando o x_1

$$\frac{\partial \ell}{\partial \lambda} = -p_1 x_1 - p_2 x_2 + m = 0$$

$$-p_1 \left(\frac{2x_2 p_2}{p_1} \right) - p_2 x_2 = -m(-1)$$

$$x_2(3p_2) = m$$

$$x_2 = \frac{m}{3p_2} \tag{59}$$

Substituindo em x_1

$$x_1 = \frac{2\left(\frac{m}{3p_2}\right)p_2}{p_1}$$

$$x_1 = \frac{2m}{3p_1}$$

$$x_1 = \frac{2m}{3p_1} \; e \; x_2 = \frac{m}{3p_2} \tag{60}$$

Para achar a função indireta, substituiremos as nossas demandas na função original.

$$\vartheta(p_1, p_2, m) = x_1^2 x_2$$

$$\vartheta(p_1, p_2, m) = \left(\frac{2m}{3p_1}\right)^2 \left(\frac{m}{3p_2}\right) = \frac{4}{27}\left(\frac{m^3}{p_1^2 p_2}\right) \tag{61}$$

B)

Usando as demandas marshallianas, iremos resolver o problema.

$$p_1 = 4$$

$$p_2 = 2$$

$$m = 90$$

$$x_1 = \frac{2 \; x \; 90}{3 \; x \; 4} = 15$$

$$x_2 = \frac{90}{3 \; x \; 2} = 15 \tag{62}$$

C)

Elasticidade preço:

$$\varepsilon_1 = \frac{p_1}{x_1}\frac{\partial x_1}{\partial p_1}$$

$$\frac{p_1}{\frac{2}{3}\frac{m}{p_1}}\frac{2m}{3p_1^2} = -1 \tag{63}$$

Elasticidade renda:

$$\eta_1 = \frac{m}{x_1}\frac{\partial x_1}{\partial p_1}$$

$$\eta_1 = \frac{m}{\frac{2}{3}\frac{m}{p_1}}\frac{2}{3p_1} = 1 \tag{64}$$

Por causa da elasticidade unitária, se a renda aumenta em 10%, consequentemente o consumo do bem 1 aumentará em 10% também.

D)

Para acharmos a variação do excedente do consumidor com as mudanças de preços, iremos fazer os seguintes passos:

$$\Delta EC = \int_4^2 x_2(\mathbf{p}, m)\ dp_2$$

$$m = 90$$

$$p_2 = 2$$

$$p_2' = 4$$

$$x_2 = \frac{m}{3p_2}$$

$$\Delta EC = -\int_2^4 \frac{m}{3p_2}\ dp_2$$

$$\Delta EC = -\int_2^4 \frac{90}{3p_2}\ dp_2$$

$$\Delta EC = -\int_2^4 \frac{1}{3}\left(\frac{90}{p_2}\right)\ dp_2$$

$$\Delta EC = -\int_2^4 30ln(p_2)$$

$$\Delta EC = -30[ln(4) - ln(2)]$$

$$\Delta EC = -30.ln(2) = -20,79 \tag{65}$$

O aumento de preço gera uma perda de bem-estar ao consumidor. E o valor da perda do seu excedente é de R$ 20,79.

4- Considere a mesma função de utilidade do exercício anterior, e suponha que a renda do individuo é R$ 1.000,00, o preço do bem 1, $p_1 = 1$ e o preço do bem 2, $p_2 = 1$. Suponha também que o preço do bem 2 aumentou para R$ 2.

A) Decomponha o efeito total da mudança de preço do bem 2 em efeito substituição e efeito renda, usando a decomposição de Slutsky (que mantém o poder de compra original constante).

B) Decomponha o efeito total da mudança de preço do bem 2 em efeito substituição e efeito renda, usando a decomposição de Hicks (que mantém o nível de utilidade original constante).

C) Calcule o valor de uma compensação de Slutsky. Mostre que essa compensação, que mantém o poder de compra original, aumentará o bem-estar do individuo. Seria possível que a utilidade do individuo fosse menor do que a original com esse tipo de compensação? Justifique sua resposta.

D) Calcule o valor de uma compensação de Hicks. Mostre que essa compensação mantém o nível de utilidade constante, e é menor do que a compensação de Slutsky.

E) Imagine que você é chamado pelo ministro da economia para elaborar uma política de compensação na tarifa de energia elétrica para pessoas com um nível de renda de até R$ 1.000,00 mensais. Discuta os pontos positivos e negativos de cada uma das compensações vistas acima.

Respostas:

A)
Semelhante a questão 3, teremos que ter as funções de demanda marshallianas e os seus dados.

$$m = 1.000,\ p_1 = 2,\ p_2 = 1 \text{ e } p_2' = 2$$

$$\text{As demandas marshallianas: } x_1 = \frac{m}{2p_1} \text{ e } x_2 = \frac{m}{2p_2}$$

Para fazer uma avaliação do efeito total é necessário entender as quantidades dos bens para o p_2.

$$x_1 = \frac{1.000}{2 \times 1} = 500$$

$$x_2 = \frac{1000}{2 \times 1} = 500 \tag{66}$$

Agora mudando os preços do p_2 de R$ 1 para R$ 2.

$$x_1 = \frac{1.000}{2 \times 1} = 500$$

$$x_2' = \frac{1.000}{2 \times 2} = 250 \tag{67}$$

$$\text{Logo, o efeito total é } ET = x_2' - x_2$$
$$ET = 250 - 500$$
$$ET = -250$$

Ou seja, nosso efeito total é negativo, já que com o ajuste do preço, sofremos uma perda de 250 quantidades.

Usando a decomposição de Slutsky para calcular o efeito substituição com o poder de compra original.

$$x_2^s(1,2(500,500)) = \frac{1 \times 500 + 2 \times 500}{2 \times 2} = \frac{1500}{4} = 375 \tag{68}$$

O ES e EM será:

$$\Delta x_1 = 375 - 250.$$

$$\Delta x_1 = 125$$

$$\Delta m = 375 - 250.$$

$$\Delta m = 125 \tag{69}$$

B)
Usando as demandas hicksianas para essa questão e também a função de utilidade indireta, teremos:

$$x_1^h(p_1,p_2,\overline{u}) = p_1^{-0,5} p_2^{0,5} e^{\frac{\overline{u}}{2}}$$

$$x_2^h(p_1,p_2,\overline{u}) = p_1^{0,5} p_2^{-0,5} e^{\frac{\overline{u}}{2}} \tag{70}$$

Usando o x_2

$$x_2^h(1,2,ln(500^2)) = 1^{0,5} 2^{-0,5} e^{\frac{ln(500^2)}{2}}$$

$$x_2^h = \frac{500}{\sqrt{2}}$$

$$x_2^h = 353,55 \tag{71}$$

O efeito substituição e renda será:

$$ES = 500 - 353,55$$

$$ES = 146,45$$

$$ER = 353,55 - 250$$

$$ER = 103,55 \tag{72}$$

C)
A compensação para os novos preços será de R$ 500,00. Conforme na parte (68).

Segue os cálculos abaixo:

$$p_1 = 1 \ e \ p_2 = 2$$

$$x_1(1, 2, 1500) = \frac{1500}{2 \times 1} = 750$$

$$x_2(1, 2, 1500) = \frac{1500}{2 \times 2} = 375 \tag{73}$$

Utilidades anteriores e a atual:

$$u = ln(500^2) = ln(250.000)$$

$$u' = ln(750 \times 375) = ln(281.250) \tag{74}$$

Então, a utilidade compensada ficou maior que a anterior. Então, é inviável a utilidade do individuo ficar menor do que a compensada, porque com a compensação ele sempre será possível voltar a pelo menos a cesta original.

D)

A variação compensadora de Hicks é:

$$x_1 = 500 \ e \ x_2 = 500.$$

$$u = ln(x_1) + ln(x_2)$$

$$u = ln(500) + ln(500)$$

$$u = 12,43$$

$$(x_1, x_2) = (500, 500) = 12,43$$

$$(x_1^*, x_2^*) = (500, 250) =$$

$$ln\left(\frac{m}{2}\right) + ln\left(\frac{m}{4}\right) = 12,43$$

$$e^{ln(\frac{m}{2}) + ln(\frac{m}{4})} = e12,43$$

$$e^{ln(\frac{m^2}{8})} = e12,43$$

$$\frac{m^2}{8} = e12,43$$

$$m = (8e12,43)^{1/2}$$

$$m = 1.414,17 \tag{75}$$

A VC será de R$ 414,17. Agora jogaremos saberemos as novas quantidades de utilidades e jogaremos na função original.

$$x_1 = \frac{1.414,17}{2} = 711,32$$

$$x_2 = \frac{1.414,17}{4} = 353,54$$

$$u' = ln(711,32) + ln(353,54) = 12,49 \tag{76}$$

E)

7- Suponha que a função de utilidade de um consumidor é:

$$u(x_1, x_2) = min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\} \tag{77}$$

A) Ilustre graficamente as curvas de indiferença deste consumidor. Determine o caminho da expansão da renda.

Para os itens d) e e), suponha que $\alpha = \beta = 1$, a renda do consumidor é R$ 800,00 e os preços dos dois bens são $p_1 = 2$ e $p_2 = 2$.

D) Suponha que o preço do bem 1 aumentou para $\overline{p}_1 = 3$. Usando a equação de Slutsky, decomponha esse aumento de preço em efeito substituição e efeito renda. Qual os valores destes efeitos?

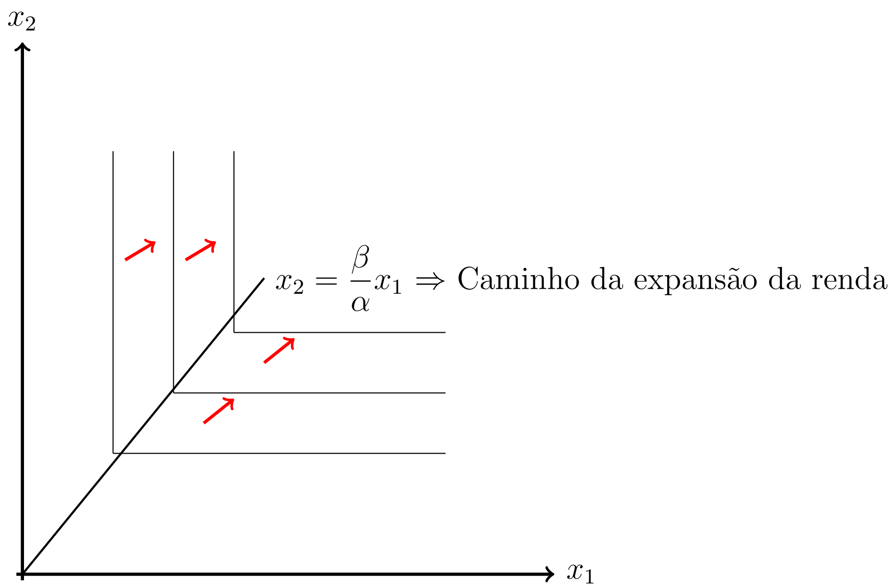
Respostas:

A)

Curva de indiferença:

$$u(x_1, x_2) = min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$$

$$x_2 = \frac{\beta}{\alpha}x_1 \tag{78}$$



D)
Quando os bens x_1 e x_2 estão com os preços, $p_1 = 2$ e $p_2 = 2$, sabendo da nossa renda m = 800 e $\alpha = \beta = 1$. Temos os seguintes bens:

$$x_1 = \frac{\alpha m}{\alpha p_1 + \beta p_2}$$

$$x_2 = \frac{\beta m}{\alpha p_1 + \beta p_2}$$

$$x_1 = \frac{1 \times 800}{1 \times 2 + 1 \times 2} = 200$$

$$x_2 = \frac{1 \times 800}{1 \times 2 + 1 \times 2} = 200 \tag{79}$$

Agora com o $p_2' = 3$

$$x_1 = \frac{1 \times 800}{1 \times 2 + 1 \times 3} = 160$$

$$x_2 = \frac{1 \times 800}{1 \times 2 + 1 \times 3} = 160 \tag{80}$$

Agora, iremos ver o efeito total dessa mudança.

$$\Delta x_2 = x_2' - x_2$$

$$\Delta x_2 = 160 - 200$$

$$\Delta x_2 = -40. \tag{81}$$

Agora iremos desenvolver os efeitos usando a equação de Slutsky.

$$\underbrace{\frac{\partial x_i^M(\mathbf{p},m)}{\partial p_i}}_{\text{efeito total}} = \underbrace{\frac{\partial xi^h(\mathbf{p},u^*)}{\partial p_i}}_{\text{efeito substituição}} \underbrace{-x_i^M(\mathbf{p},m)\frac{\partial x_i^M(\mathbf{p},m)}{\partial m}}_{\text{efeito renda}}$$

$$Efeito\ total = \frac{\partial x_1^m}{\partial p_1} = -\frac{\alpha^2 m}{(\alpha p_1 + \beta p_2)^2}$$

$$Efeito\ \text{Substituição} = \frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} = 0$$

$$\text{Efeito Renda:} \quad -x_1^M\frac{\partial x_1^M}{\partial m} = -\frac{\alpha^2 m}{(\alpha p_1 + \beta p_2)^2} \tag{82}$$

Questões José Guilherme - Nota 10

1- Suponha que existam apenas 3 bens e que um certo individuo escolhe as cestas $\mathbf{x}^i = (x_1^i, x_2^i, x_3^i)$ aos preços $\mathbf{p}^i = (p_1^i, p_2^i, p_3^i)$, i = 1,2,3 (logo, existem três observações de consumo desse individuo), onde:

$$\text{Observação 1: } \mathbf{p}^1 = (1,1,2),\ \mathbf{x}^1 = (5,19,9)$$

$$\text{Observação 2: } \mathbf{p}^2 = (1,1,1),\ \mathbf{x}^2 = (12,12,12)$$

$$\text{Observação 3: } \mathbf{p}^3 = (1,2,1),\ \mathbf{x}^3 = (27,11,1) \tag{83}$$

A) Mostre que essas observações satisfazem o Axioma Fraco da preferência revelada.

Respostas:
A)

	Cesta Obs 1	Cesta Obs 2	Cesta Obs 3
Preços Obs 1	42	48	40(∗)
Preços Obs 2	33 (*)	36	39
Precos Obs 3	52	48 (*)	50

O **AFrPR** (Axioma fraco da preferência revelada) é caracterizado por não ter transitividade. Já que o axioma define que a cesta **x** é sempre preferida a cesta **y** e que não pode ocorrer o inverso.
Sabendo desses detalhes, temos que:

$$\begin{aligned} &\text{x1} \succeq R^D\text{x3 mas não ocorre x3} \succeq_R^D \text{x}_1 \\ &\text{x2} \succeq R^D\text{x1 mas não ocorre x1} \succeq_{R^D} \text{x}_2 \end{aligned} \tag{84}$$

Questões José Guilherme - Nota 11

1- Um consumidor tem uma função utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} x_2^{0,5}$ e uma dotação inicial de $e_1 = 2$ e $e_2 = 1$.

A) Resolva o problema do consumidor e encontre as demandas brutas pelos bens.

B) Suponha que os preços dos dois bens sejam $p_1 = p_2 = 1$. Calcule a demanda ótima nesse caso. O consumidor é vendedor liquido de algum dos bens?

C) Suponha que o preço do bem 1 diminui de 1 para $\overline{p}_1 = 0{,}9$. O que ocorre nesse caso com o bem-estar do consumidor?

D) Suponha agora que o preço do bem 1 diminui de 1 para $\overline{p}_1 = 0{,}1$. O que ocorre nesse caso com o bem-estar do consumidor? Compare com o item anterior.

Respostas:

A)

$$u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} x_2^{0,5} \ s.a \ (p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2)$$

$$\ell = x_1^{0,5} x_2^{0,5} + \lambda(-p_1 x_1 - p_2 x_2 + p_1 e_1 + p_2 e_2)$$

$$\ell = x_1^{0,5} x_2^{0,5} - \lambda p_1 x_1 - \lambda p_2 x_2 + \lambda p_1 e_1 + \lambda p_2 e_2$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_1} = 0,5 x_1^{-0,5} x_2^{0,5} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_2} = x_1^{0,5} x_2^{-0,5} - \lambda p_2 = 0$$

$$\lambda = \lambda$$

$$\frac{0,5 x_1^{-0,5} x_2^{0,5}}{p_1} = \frac{0,5 x_1^{0,5} x_2^{-0,5}}{p_2}$$

$$x_2 p_2 = x_1 p_1$$

$$x_2 = \frac{x_1 p_1}{p_2} \tag{85}$$

Agora isolando x_2 e substituindo na função.

$$\frac{\partial \ell}{\partial \lambda} = -p_1 x_1 - p_2 x_2 + p_1 e_1 + p_2 e_2 = 0$$

$$-p_1 x_1 - p_2 \left(\frac{x_1 p_1}{p_2} \right) = -p_1 e_1 - p_2 e_2$$

$$-2p_1x_1 = -p_1e_1 - p_2e_2(-1)$$

$$x_1 = \frac{p_1e_1 + p_2e_2}{2p_1} \tag{86}$$

Substituindo x_1 em x_2

$$x_2 = \frac{\left(\dfrac{p_1e_1 + p_2e_2}{2p_1}\right) \cdot p_1}{p_2}$$

$$x_2 = \frac{p_1e_1 + p_2e_2}{2p_2} \tag{87}$$

As demandas brutas x_1 e x_2 serão as seguintes:

$$x_1 = \frac{p_1e_1 + p_2e_2}{2p_1}$$

$$x_2 = \frac{p_1e_1 + p_2e_2}{2p_2} \tag{88}$$

B) Sabendo que $p_1 = p_2 = 1$; $e_1 = 2$ $e_2 = 1$, então, sabemos que $p_1e_1 + p_2e_2 = 3$.

$$x_1(1,1,3) = \frac{3}{2} = 1,5.$$

$$x_2(1,1,3) = \frac{3}{2} = 1,5. \tag{89}$$

Dá para compreender que o individuo é vendedor do bem x_1 e consumidor do bem x_2.

C) Sabendo que $p_1 = p_2 = 1$; $e_1 = 2$ $e_2 = 1$, então, sabemos que $p_1e_1 + p_2e_2 = 3$. Porém, sabemos que o p_1 haverá uma queda, da seguinte forma $\overline{p}_1 = 0{,}9$. Também, $p_1e_1 + p_2e_2 = 2,8$.

$$x_1(0,9;1;2,8) = \frac{2,8}{2 \cdot 0,9} = 1,55$$

$$x_2(0,9;1;2,8) = \frac{2,8}{2 \cdot 1} = 1,4 \tag{90}$$

Agora iremos entender o impacto de bem-estar com a mudança de preços.

$$p_1 = 1 \ ; \ u(x_1,x_2) = (1,5)^{0,5} \cdot (1,5)^{0,5} = 1,5.$$

$$\overline{p_1} = 0,9 \ ; \ u(x_1,x_2) = (1,55)^{0,5} \cdot (1,4)^{0,5} = 1,473. \tag{91}$$

Ou seja, ocorre uma queda de bem-estar decorrentes do preços.

D) Sabendo que $p_1 = p_2 = 1$; $e_1 = 2$ $e_2 = 1$, então, sabemos que $p_1e_1 + p_2e_2 = 3$. Porém, sabemos que o p_1 haverá uma queda, da seguinte forma $\overline{p}_1 = 0{,}1$. Também, $p_1e_1 + p_2e_2 = 1,2$.

$$x_1(0,1;1;1,2) = \frac{1,2}{2 \cdot 0,1} = 6$$

$$x_2(0,1;1;1,2) = \frac{1,2}{2 \cdot 1} = 0,6 \tag{92}$$

$$p_1 = 1 \ ; \ u(x_1, x_2) = (1,5)^{0,5} \cdot (1,5)^{0,5} = 1,5.$$

$$\overline{p_1} = 0,1 \ ; \ u(x_1, x_2) = (6)^{0,5} \cdot (0,6)^{0,5} = 1,90. \tag{93}$$

O nível de preço de 0,1 gera uma utilidade tão grande, que o individuo passa de vendedor para consumidor no bem x_1.

4- Um consumidor tem uma função utilidade $u(x_1, x_2) = x_1x_2$ e uma dotação inicial de $e_1 = 1$ e $e_2 = 5$.

A) Resolva o problema do consumidor e encontre as demandas brutas pelos bens.

B) Suponha que os preços dos dois bens sejam $p_1 = p_2 = 1$. Calcule a demanda ótima nesse caso. O consumidor é vendedor liquido de algum dos bens?

C) Suponha que o preço do bem 1 diminui de 1 para $\overline{p}_1 = 0{,}5$. O que ocorre nesse caso com a demanda ótima dos bens 1 e 2 e com o bem-estar do consumidor?

D) Calcule os efeitos substituição, renda tradicional e renda dotação para a mudança de preço descrita no item anterior. Como se comportam os sinais dos efeitos renda tradicional e renda dotação?

Respostas:

A)

$$u(x_1, x_2) = x_1x_2 \ s.a \ (p_1x_1 + p_2x_2 = p_1e_1 + p_2e_2)$$

$$\ell = x_1x_2 + \lambda(-p_1x_1 - p_2x_2 + p_1e_1 + p_2e_2)$$

$$\ell = x_1x_2 - \lambda p_1x_1 - \lambda p_2x_2 + \lambda p_1e_1 + \lambda p_2e_2$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_1} = x_2 - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial x_2} = x_1 - \lambda p_2 = 0$$

$$\lambda = \lambda$$

$$\frac{x_2}{p_1} = \frac{x_1}{p_2}$$

$$x_2 p_2 = x_1 p_1$$

$$x_2 = \frac{x_1 p_1}{p_2} \tag{94}$$

Agora isolando x_2 e substituindo na função.

$$\frac{\partial \ell}{\partial \lambda} = -p_1 x_1 - p_2 x_2 + p_1 e_1 + p_2 e_2 = 0$$

$$-p_1 x_1 - p_2 \left(\frac{x_1 p_1}{p_2} \right) = -p_1 e_1 - p_2 e_2$$

$$-2p_1 x_1 = -p_1 e_1 - p_2 e_2 (-1)$$

$$x_1 = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2p_1} \tag{95}$$

Substituindo x_1 em x_2

$$x_2 = \frac{\left(\frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2p_1} \right) \cdot p_1}{p_2}$$

$$x_2 = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2p_2} \tag{96}$$

As demandas brutas x_1 e x_2 serão as seguintes:

$$x_1 = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2p_1}$$

$$x_2 = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2}{2p_2} \tag{97}$$

B)
Sabendo que $p_1 = p_2 = 1$; $e_1 = 2$ $e_2 = 5$, então, sabemos que $p_1 e_1 + p_2 e_2 = 6$.

$$x_1(1, 1, 6) = \frac{6}{2} = 3.$$

$$x_2(1, 1, 6) = \frac{6}{2} = 3. \tag{98}$$

Dá para compreender que o individuo é vendedor do bem x_1 e consumidor do bem x_2.

C)
Sabendo que $p_1 = p_2 = 1$; $e_1 = 2$ $e_2 = 1$, então, sabemos que $p_1e_1 + p_2e_2 = 6$. Porém, sabemos que o p_1 haverá uma queda, da seguinte forma $\overline{p}_1$ = 0,5. Também, $p_1e_1 + p_2e_2 = 5,5$.

$$x_1(0,5;1;5,5) = \frac{5,5}{2 \cdot 0,5} = 5,5$$
$$x_2(0,5;1;5,5) = \frac{5,5}{2 \cdot 1} = 2,75 \tag{99}$$

Agora iremos entender o impacto de bem-estar com a mudança de preços.

$$p_1 = 1 \ ; \ u(x_1, x_2) = (3) \cdot (3) = 9.$$
$$\overline{p_1} = 0,5 \ ; \ u(x_1, x_2) = (5,5) \cdot (2,75) = 15,125. \tag{100}$$

Ou seja, ocorre um movimento inverso que a utilidade aumentou conforme a diminuição do preço.

Questões José Guilherme - Nota 12

1- Suponha que Paulo tem R$ 1000 hoje e espera receber R$1000 em um ano. Paulo não tem outra renda, e ele pode poupar ou pegar emprestado a uma taxa de juros de 25% ao ano.

A) Qual o máximo que Paulo pode gastar no ano que vem? Qual o máximo que Paulo pode gastar hoje?

B) Suponha que Paulo toma emprestado R$ 800 e consome R$ 1800 hoje. Quanto ele terá para consumir no ano que vem?

C) Desenhe a reta orçamentária de Paulo, entre "consumo hoje" (eixo x) e "consumo ano que vem" (eixo y). Qual é a inclinação dessa reta? Qual a interpretação econômica dessa inclinação?

D) Mostre como a reta orçamentária se desloca para os dois casos abaixos:

i) Paulo acha R$ 400 em uma gaveta hoje.
ii) Paulo descobre que vai receber no ano que vem R$ 500 de uma herança.

E) Volte a supor que Paulo tem R$ 1000 hoje e terá R$ 1000 no ano que vem. Paulo escolhe não poupar nem tomar emprestado. Ilustre a tangência do curva de indiferença de Paulo com a sua reta orçamentária.

F) Suponha que Paulo usa o seu dinheiro conforme o item e), quando a taxa de juros for 25%. Porém a taxa de juros aumentou hoje para 50%. Paulo altera o seu consumo hoje? Ele está melhor ou pior do que antes?

G) Decomponha a mudança no consumo de Paulo ocorrida no item f) em efeito substituição e efeito renda. Determine, se possível, as direções do efeito substituição e do efeito renda.

4- (NS) Laibson (1997) supõe que as pessoas possuem uma utilidade intertemporal com a seguinte forma:

$$U(c_t, c_{t+1}, \ldots, c_T) = u(c_t) + \beta \sum_{k=1}^{T-t} \delta^k u(c_{t+k}) \tag{101}$$

Com T > t, $0 < \beta < 1$ e $0 < \delta < 1$. Este tipo particular de desconto intertemporal leva a possibilidade de miopia.

A) Laibson sugere que β = 0,66 e δ = 0,99. Mostre que para esses valores, os fatores pelos quais consumo futuro é descontado seguem um padrão hiperbólico (isto é, que esses fatores caem abruptamente em t + 1 e depois seguem uma taxa de declínio geométrico ao longo do tempo).

D) Descreva alguns modos que as pessoas procuram restringir as suas escolhas futuras no mundo real.

Respostas:

1-

A)
Paulo tem hoje = R$ 1.000 e sabendo que a taxa de juros é 25% a.a, usando as nossas restrições, podemos aplicar da seguinte forma:

$$c_2 = m_1(1 + r) + m_2$$

$$c_2 = 1.000(1 + 0,25) + 1.000$$

$$c_2 = 2.250 \tag{102}$$

Ou seja, R$ 2.250,00 será o máximo que Paulo poderá gastar no ano que vem.
Agora, no presente, usaremos a seguinte restrição:

$$c_1 = m_1 + \left(\frac{1}{1+r}\right) \cdot m_2$$

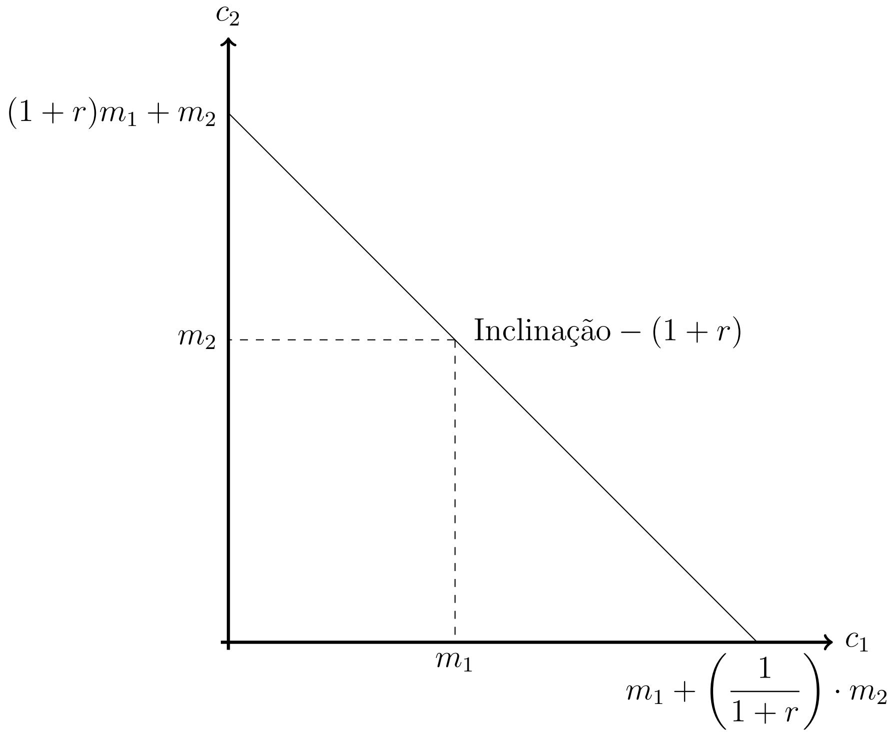
$$c_1 = 1.000 + \left(\frac{1}{1+0,25}\right) \cdot 1.000$$

$$c_1 = 1.800 \tag{103}$$

Paulo poderá gastar apenas R$ 1.800,00 no presente.

B)
Não tera nada a consumir, vejamos, se Paulo gasta os R$ 1.800,00 e pega R$ 800,00 emprestados a uma taxa de 25% a.a, ele terá que pagar R$ 1.000,00 no ano posterior.

C)
O primeiro passo é entender como funciona o gráfico:



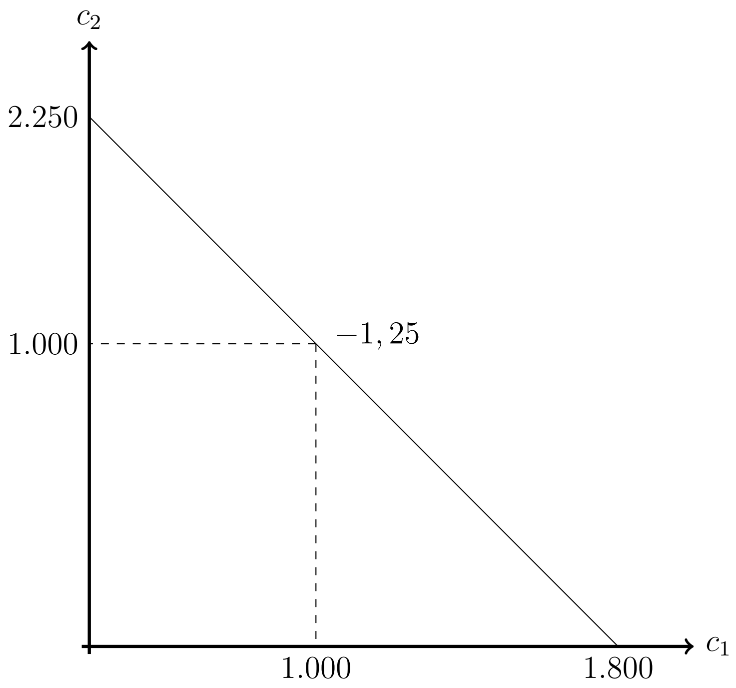
Ou seja, dessa maneira podemos plotar os nossos dados, ficando da seguinte maneira:

$$c_1 = 1.000 + \left(\frac{1}{1+0,25}\right)\cdot 1.000$$

$$c_1 = 1.800$$

$$c_2 = (1+0,25)\cdot 1.000 + 1.000$$

$$c_2 = 2.250 \tag{104}$$

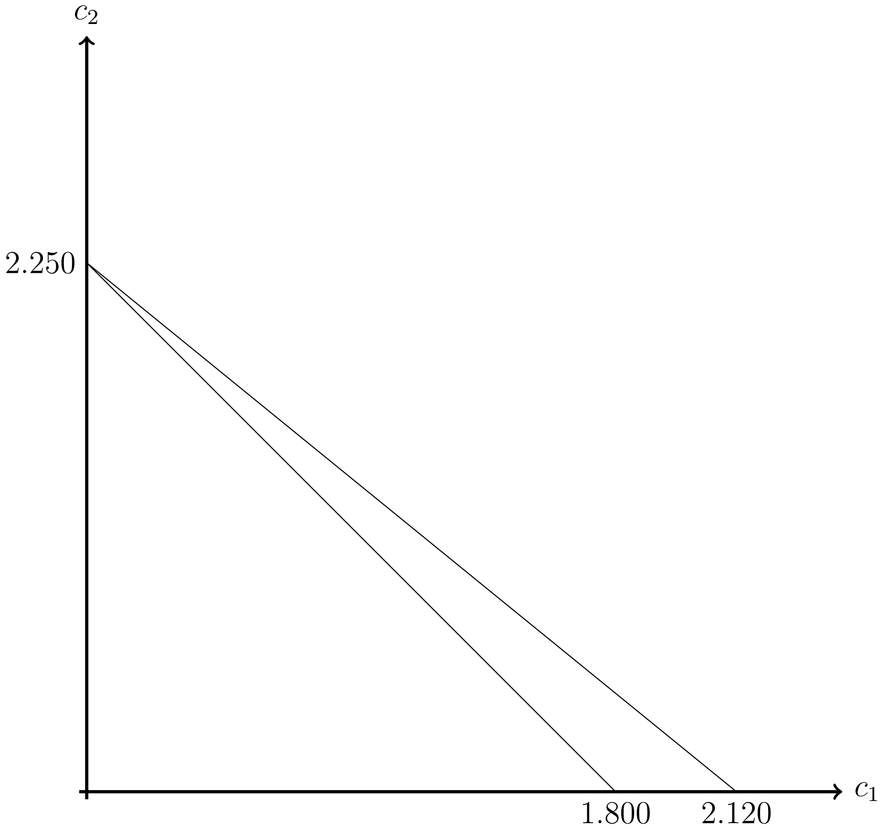


Ou seja, a interpretação econômica é que essa inclinação é uma relação do consumo hoje com o consumo futuro, essa inclinação nos informa como é a relação deste agente com a decisão de consumir no período que deseja.

D)
i) Se o Paulo pegue essa nova quantia, teremos os seguintes dados.

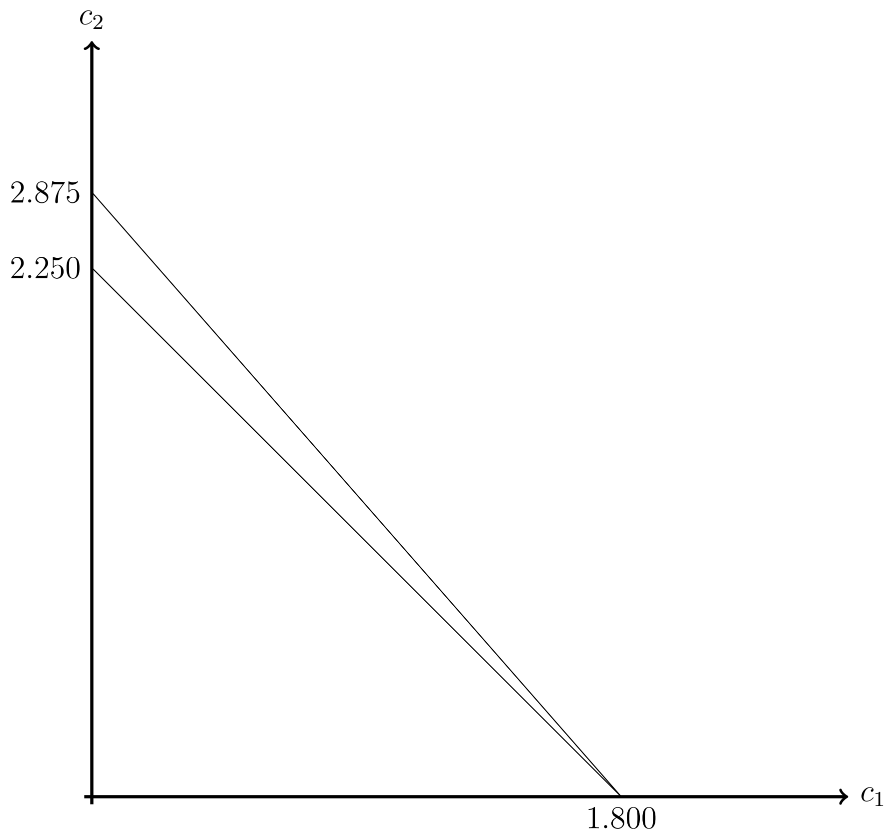
$$c_1 = 1.400 + \left(\frac{1}{1+0,25}\right) \cdot 1.000$$

$$c_1 = 2.120 \tag{105}$$

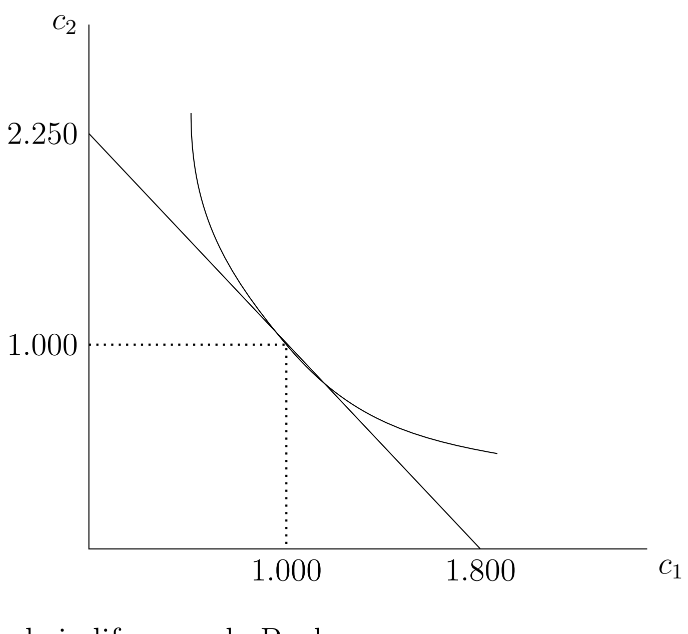


ii)
Se Paulo descobrir uma herança no valor de R$ 500,00 no próximo ano. Teremos as seguintes alterações:

$$c_2 = (1 + 0,25) \cdot 1.500 + 1.000c_2 = 2.875 \tag{106}$$



E)
Se Paulo tiver R$ 1.000 hoje e R$ 1.000 no ano que vem, a reta orçamentária será:



Assim, será a curva de indiferença do Paulo.

F)
Sabendo que a taxa de juros irá subir para 50% a.a, agora podemos fazer os novos cálculos:
Paulo terá a mesma renda, porém agora só irá alterar a taxa de juros.

$$c_1 = 1.000 + \left(\frac{1}{1 + 0,50}\right) \cdot 1.000$$

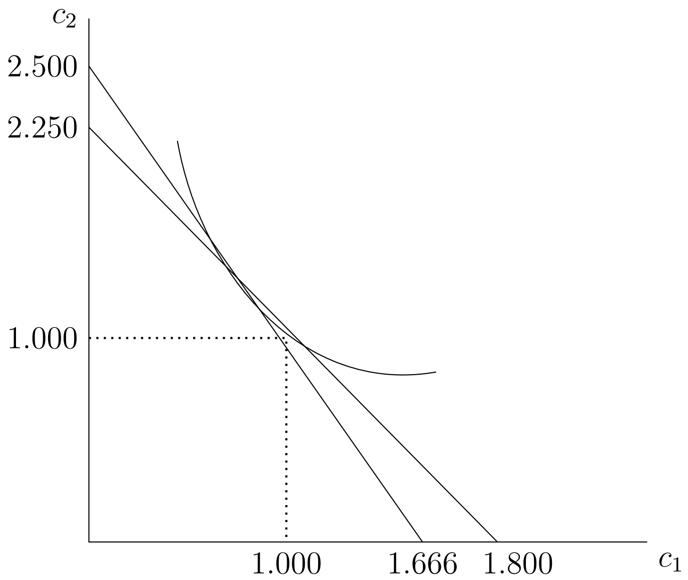
$$c_1 = 1.666,67$$

$$c_2 = (1 + 0,50) \cdot 1.000 + 1.000$$

$$c_2 = 2.500 \tag{107}$$

Ou seja, Paulo irá consumir R$ 1.666,67 hoje e R$ 2.500,00 no futuro.

G)



Assim, sabendo que o ES é sempre negativo, sabemos que quando aumenta a taxa de juros, o Paulo deixa de consumir hoje para consumir no próximo ano e o ER será negativo também, já que com o aumento da taxa de juros, ele vai deixar de consumir hoje.

4-

A)
O grande problema dessa questão está no t + 1, quando temos o valor do presente (t) é demonstrado que não há um desconto, ou seja, num primeiro período vai ocorrer uma queda brusca, apenas os valores futuros de (t + 1) irão ter um desconto de β = 0,66. Ou seja, a utilidade de se consumir num futuro a seguir é premiada pelos descontos de δ = 0,99 e β = 0,66.

D)
Fundos de pensão, aposentadorias como o sistema brasileiro, sistemas de poupança.

Questões José Guilherme - Nota 13

1- Considere as loterias $g = (0,50 \circ 100; 0,50 \circ 1000)$ e
$h = (0,20 \circ 100; 0,30 \circ 25; 0,50 \circ 16)$. Calcule a utilidade esperada, o equivalente de certeza, o prêmio de risco dessas duas loterias para casos abaixo:

a) $u(w) = \sqrt{w}, w_0 = 100$
b) $u(w) = \sqrt{w}, w_0 = 50.$
c) $u(w) = w, w_0 = 100.$
d) $u(w) = w, w_0 = 50.$
e) $u(w) = w^2, w_0 = 100.$
f) $u(w) = w^2, w_0 = 50.$

Resposta:
A)
A nossa utilidade esperada é calculada da seguinte forma:

$$U(w) = \sqrt{w}, w_0 = 100 \tag{108}$$

1. Utilidade esperada

$$U(g) = 0,5 \cdot \sqrt{100+100} + 0,5 \cdot \sqrt{100+1000}$$

$$U(g) = 0,5 \cdot 10\sqrt{2} + 0,5 \cdot 10\sqrt{11}$$

$$U(g) = 5\sqrt{2} + 5\sqrt{11}$$

$$U(g) = 23,65 \tag{109}$$

$$U(h) = 0,2 \cdot \sqrt{100+100} + 0,3 \cdot \sqrt{100+25} + 0,5 \cdot \sqrt{100+16}$$

$$U(h) = 0,2 \cdot 10\sqrt{2} + 0,3 \cdot 5\sqrt{5} + \sqrt{29}$$

$$U(h) = 2\sqrt{2} + 1,5\sqrt{5} + \sqrt{29}$$

$$U(h) = 11,57 \tag{110}$$

Essas são as utilidades esperadas de g e h

2. Equivalente de certeza

$$\sqrt{100 + EC_g} = U(g)$$

$$\sqrt{100 + EC_[g]} = 23,65$$

$$EC_g = 23,65^2 - 100$$

$$EC_g = 559,32 - 100$$

$$EC_g = 459,32 \tag{111}$$

$$\sqrt{100 + EC_h} = U(h)$$

$$\sqrt{100 + EC_[h]} = 11,57$$

$$EC_h = 11,57^2 - 100$$

$$EC_h = 133,86 - 100$$

$$EC_h = 33,86 \tag{112}$$

Essas são as nossas equivalências de certeza g e h.

3. Valor esperado

$$Eg = 0,5 \cdot 100 + 0,5 \cdot 1.000 = 550$$

$$Eh = 0,2 \cdot 100 + 0,3 \cdot 25 + 0,5 \cdot 16 = 35,50 \tag{113}$$

Estes são os nossos valores esperados de g e h.

4. Prêmio de risco

$$Pg = E(g) - EC(g)$$

$$Pg = 550 - 451,32$$

$$Pg = 90,68 \tag{114}$$

$$Ph = E(h) - EC(h)$$

$$Ph = 35,50 - 33,86$$

$$Ph = 1,64 \tag{115}$$

Nesse caso, como os prêmios de riscos estão maiores que 0, logo, o individuo nesse caso é averso a risco.

B)
A nossa utilidade esperada é calculada da seguinte forma:

$$U(w) = \sqrt{w}, w_0 = 50 \tag{116}$$

1. Utilidade esperada

$$U(g) = 0,5 \cdot \sqrt{50 + 100} + 0,5 \cdot \sqrt{50 + 1000}$$

$$U(g) = 0,5 \cdot 5\sqrt{6} + 0,5 \cdot 5\sqrt{42}$$

$$U(g) = 2,5\sqrt{6} + 2,5\sqrt{42}$$

$$U(g) = 22,32 \tag{117}$$

$$U(h) = 0,2 \cdot \sqrt{50+100} + 0,3 \cdot \sqrt{50+25} + 0,5 \cdot \sqrt{50+16}$$

$$U(h) = 0,2 \cdot 5\sqrt{6} + 0,3 \cdot 5\sqrt{3} + 0,5\sqrt{66}$$

$$U(h) = \sqrt{6} + 1,5\sqrt{3} + 0,5\sqrt{29}$$

$$U(h) = 9,11 \tag{118}$$

Essas são as utilidades esperadas de g e h

2. Equivalente de certeza

$$\sqrt{50 + EC_g} = U(g)$$

$$\sqrt{50 + EC_[g]} = 22,32$$

$$EC_g = 22,32^2 - 50$$

$$EC_g = 498,18 - 50$$

$$EC_g = 448,18 \tag{119}$$

$$\sqrt{50 + EC_h} = U(h)$$

$$\sqrt{50 + EC_[h]} = 9,11$$

$$EC_h = 9,11^2 - 50$$

$$EC_h = 82,99 - 50$$

$$EC_h = 32,99 \tag{120}$$

Essas são as nossas equivalências de certeza g e h.

3. Valor esperado

$$Eg = 0,5 \cdot 100 + 0,5 \cdot 1.000 = 550$$

$$Eh = 0,2 \cdot 100 + 0,3 \cdot 25 + 0,5 \cdot 16 = 35,50 \tag{121}$$

Estes são os nossos valores esperados de g e h.

4. Prêmio de risco

$$Pg = E(g) - EC(g)$$

$$Pg = 550 - 448,18$$

$$Pg = 101,82 \tag{122}$$

$$Ph = E(h) - EC(h)$$

$$Ph = 35,50 - 32,99$$

$$Ph = 2,51 \tag{123}$$

Nesse caso, como os prêmios de riscos estão maiores que 0, logo, o individuo nesse caso é averso a risco.

C)
A nossa utilidade esperada é calculada da seguinte forma:

$$U(w) = w, w_0 = 100 \tag{124}$$

1. Utilidade esperada

$$U(g) = 0,5 \cdot (100 + 100) + 0,5 \cdot (100 + 1.000)$$

$$U(g) = 100 + 550$$

$$U(g) = 650 \tag{125}$$

$$U(g) = 0,2 \cdot (100 + 100) + 0,3 \cdot (100 + 25) + 0,5(100 + 16)$$

$$U(g) = 40 + 37,5 + 58$$

$$U(g) = 135,5 \tag{126}$$

Essas são as utilidades esperadas de g e h

2. Equivalente de certeza

$$100 + EC_g = U(g)$$

$$100 + EC_g = 650$$

$$EC_g = 550 \tag{127}$$

$$100 + EC_h = U(h)$$

$$100 + EC_[h] = 135,5$$

$$EC_h = 135,5 - 100$$

$$EC_h = 35,5 \tag{128}$$

Essas são as nossas equivalências de certeza g e h.

3. Valor esperado

$$Eg = 0,5 \cdot 100 + 0,5 \cdot 1.000 = 550$$

$$Eh = 0,2 \cdot 100 + 0,3 \cdot 25 + 0,5 \cdot 16 = 35,50 \tag{129}$$

Estes são os nossos valores esperados de g e h.

4. Prêmio de risco

$$Pg = E(g) - EC(g)$$

$$Pg = 550 - 550$$

$$Pg = 0 \tag{130}$$

$$Ph = E(h) - EC(h)$$

$$Ph = 35,5 - 35,5$$

$$Ph = 0 \tag{131}$$

Nesse caso, como os prêmios de riscos estão em igualdade com 0, logo, o individuo nesse caso é neutro ao risco.

D)
A nossa utilidade esperada é calculada da seguinte forma:

$$U(w) = w, w_0 = 50 \tag{132}$$

1. Utilidade esperada

$$U(g) = 0,5 \cdot (50 + 100) + 0,5 \cdot (50 + 1.000)$$

$$U(g) = 75 + 525$$

$$U(g) = 600 \tag{133}$$

$$U(g) = 0,2 \cdot (50 + 100) + 0,3 \cdot (50 + 25) + 0,5(50 + 16)$$

$$U(g) = 30 + 22,5 + 33$$

$$U(g) = 85,5 \tag{134}$$

Essas são as utilidades esperadas de g e h

2. Equivalente de certeza

$$50 + EC_g = U(g)$$

$$50 + EC_g = 600$$

$$EC_g = 550 \tag{135}$$

$$50 + EC_h = U(h)$$

$$50 + EC_[h] = 85,5$$

$$EC_h = 85,5 - 100$$

$$EC_h = 35,5 \tag{136}$$

Essas são as nossas equivalências de certeza g e h.

3. Valor esperado

$$Eg = 0,5 \cdot 100 + 0,5 \cdot 1.000 = 550$$

$$Eh = 0,2 \cdot 100 + 0,3 \cdot 25 + 0,5 \cdot 16 = 35,50 \tag{137}$$

Estes são os nossos valores esperados de g e h.

4. Prêmio de risco

$$Pg = E(g) - EC(g)$$

$$Pg = 550 - 550$$

$$Pg = 0 \tag{138}$$

$$Ph = E(h) - EC(h)$$

$$Ph = 35,5 - 35,5$$

$$Ph = 0 \tag{139}$$

Nesse caso, como os prêmios de riscos estão em igualdade com 0, logo, o individuo nesse caso continua com a sua neutralidade quanto ao risco.

E)
A nossa utilidade esperada é calculada da seguinte forma:

$$U(w) = w^2, w_0 = 100 \tag{140}$$

1. Utilidade esperada

$$U(g) = 0,5 \cdot (100 + 100)^2 + 0,5 \cdot (100 + 1.000)^2$$

$$U(g) = 20.000 + 605.000$$

$$U(g) = 625.000 \tag{141}$$

$$U(h) = 0,2 \cdot (100 + 100)^2 + 0,3 \cdot (100 + 25)^2 + 0,5(100 + 16)^2$$

$$U(h) = 8.000 + 4.687,5 + 6.728$$

$$U(h) = 19,415,5 \tag{142}$$

Essas são as utilidades esperadas de g e h

2. Equivalente de certeza

$$(100 + EC_g)^2 = U(g)$$

$$(100 + EC_g)^2 = 625.500$$

$$EC_g = \sqrt{625.000} - 100$$

$$EC_g = 690,57 \tag{143}$$

$$(100 + EC_h)^2 = U(h)$$

$$(100 + EC_[h])^2 = 19.415,5$$

$$EC_h = \sqrt{19.415,5} - 100$$

$$EC_h = 39,34 \tag{144}$$

Essas são as nossas equivalências de certeza g e h.

3. Valor esperado

$$Eg = 0,5 \cdot 100 + 0,5 \cdot 1.000 = 550$$

$$Eh = 0,2 \cdot 100 + 0,3 \cdot 25 + 0,5 \cdot 16 = 35,50 \tag{145}$$

Estes são os nossos valores esperados de g e h.

4. Prêmio de risco

$$Pg = E(g) - EC(g)$$

$$Pg = 550 - 690,57$$

$$Pg = -140,57 \tag{146}$$

$$Ph = E(h) - EC(h)$$

$$Ph = 35,5 - 39,34$$

$$Ph = -3,84 \tag{147}$$

Nesse caso, como os prêmios de riscos estão menores que 0, logo, o individuo nesse caso é propenso a risco.

F)
A nossa utilidade esperada é calculada da seguinte forma:

$$U(w) = w^2, w_0 = 50 \tag{148}$$

1. Utilidade esperada

$$U(g) = 0,5 \cdot (50 + 100)^2 + 0,5 \cdot (50 + 1.000)^2$$

$$U(g) = 11.250 + 551.250$$

$$U(g) = 562.500 \tag{149}$$

$$U(h) = 0,2 \cdot (50 + 100)^2 + 0,3 \cdot (50 + 25)^2 + 0,5(50 + 16)^2$$

$$U(h) = 4.000 + 1.687,5 + 2.178$$

$$U(h) = 8.365,5 \tag{150}$$

Essas são as utilidades esperadas de g e h

2. Equivalente de certeza

$$(50 + EC_g)^2 = U(g)$$

$$(50 + EC_g)^2 = 562.500$$

$$EC_g = \sqrt{562.500} - 50$$

$$EC_g = 700 \tag{151}$$

$$(50 + EC_h)^2 = U(h)$$

$$(50 + EC_[h])^2 = 8.365,5$$

$$EC_h = \sqrt{8.365,5} - 50$$

$$EC_h = 41,46 \tag{152}$$

Essas são as nossas equivalências de certeza g e h.

3. Valor esperado

$$Eg = 0,5 \cdot 100 + 0,5 \cdot 1.000 = 550$$

$$Eh = 0,2 \cdot 100 + 0,3 \cdot 25 + 0,5 \cdot 16 = 35,50 \tag{153}$$

Estes são os nossos valores esperados de g e h.

4. Prêmio de risco

$$Pg = E(g) - EC(g)$$

$$Pg = 550 - 700$$

$$Pg = -150 \tag{154}$$

$$Ph = E(h) - EC(h)$$

$$Ph = 35,5 - 41,46$$

$$Ph = -5,96 \tag{155}$$

Nesse caso, como os prêmios de riscos estão menores que 0, logo, o individuo nesse caso continua sendo propenso a risco.

4 - Um individuo tem uma riqueza não nula e sua função de utilidade de Bernoulli é $u(x) = K - \frac{a}{x}$, em que a e K são constantes positivas e $x > \frac{a}{K}$. Este individuo é convidado a participar de uma loteria que triplica sua riqueza com probabilidade p e a reduz á terça parte com probabilidade $1 - p$. Qual deve ser o valor mínimo de p para que o individuo aceite participar da loteria?

Resposta:

4 -
Para responder a questão precisamos entender que existem 3 situações. A primeira é quando a renda é nula:

$$u(w_0) = \left(K - \frac{a}{w_0}\right) \tag{156}$$

A segunda situação é quando sua renda triplica:

$$u(w_0) = p\left(K - \frac{a}{3w_0}\right) \tag{157}$$

E a última, quando a sua probabilidade é reduzida:

$$u(w_0) = (1-p) + \left(K - \frac{3a}{w_0}\right) \tag{158}$$

Igualando as duas situações com a renda nula, temos a seguinte situação:

$$p\left(K - \frac{a}{3w_0}\right) + (1-p)\left(K - \frac{3a}{w_0}\right) = \left(K - \frac{a}{w_0}\right)$$

Simplificando os dois lados

$$\frac{P}{3} + (1-p)\left(K - \frac{3a}{w_0}\right) = 1$$

$$\frac{P}{3} + 3(1-p) = 1$$

$$\frac{P}{3} + (3 - 3p) = 1$$

$$P + (9 - 9p) = 3$$

$$-8p + 9 = 3$$

$$P = \frac{6}{8} = 0,75 \tag{159}$$

O individuo só vai entrar na loteria se o valor de p for de 75%. Ou seja, se ele tiver 75% de chances para ganhar a loteria.

7 - Um individuo tem uma função de utilidade de Bernouli e uma riqueza inicial denotadas por u e w_0, respectivamente. Considere a loteria g que paga o valor B com probabilidade p e o valor L com probabilidade $1 - p$. Responde os itens abaixo.

A) Se o individuo já possui essa loteria, qual é o menor preço que ele estaria disposto a vendê-la?

B) Se o individuo não possui essa loteria, qual é o maior preço que ele estaria disposto a comprá-la?

C) Os preços encontrados nas soluções dos itens a) e b) são iguais? Interprete intuitivamente a sua resposta. Encontre condições nos parâmetros do problema que garantem que esses dois preço serão iguais.

D) Seja $B = R\$10,00$, $L = R\$5,00$, $w_0 = R\$10,00$, $p = 0,5$ e $u(w) = \sqrt{w}$. Calcule os preços de venda e compra descritos nos itens a) e b) para este caso.

Respostas:

A

A estrutura da questão é da seguinte maneira:

$$u(w_0) = p(w_0 + B) + (1 - p)(w_0 + L) \tag{160}$$

Se o individuo possui uma loteria e gostaria de vender, chamando o seu produto de N, a equação ficaria da seguinte maneira.

$$u(w_0 + N) = p(w_0 + B) + (1 - p)(w_0 + L) \tag{161}$$

B)

A estrutura da questão é da seguinte maneira:

$$u(w_0) = p(w_0 + B) + (1 - p)(w_0 + L) \tag{162}$$

Se o individuo agora deseja comprar a loteria pelo maior preço, podemos imaginar que o N (loteria que deseja ser comprada) entraria na equação da seguinte maneira:

$$u(w_0) = p(w_0 + B - N) + (1 - p)(w_0 + L - N) \tag{163}$$

D)

Para essa questão, vamos usar as informações da questão e aplicar na venda e compra. Questão A:

$$u(w_0 + N) = p(w_0 + B) + (1 - p)(w_0 + L) \tag{164}$$

Aplicando os valores do enunciado:

$$\sqrt{10 + N} = 0,5\sqrt{10 + 10} + (1 - 0,5)\sqrt{10 + 5}$$

$$\sqrt{10 + N} = 0,5\sqrt{10 + 10} + 0,5\sqrt{10 + 5}$$

$$\sqrt{10 + N} = 0,5\sqrt{20} + 0,5\sqrt{15}$$

$$\sqrt{10 + N} = 0,5 \cdot 2\sqrt{5} + 0,5\sqrt{15}$$

$$\sqrt{10 + N} = \sqrt{5} + 0,5\sqrt{15}$$

$$10 + N = (\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{15})^2$$

$$10 + N = 5 + \frac{5\sqrt{75}}{2} + \frac{15}{4}$$

$$10 + N = 5\frac{10\sqrt{3}}{2} + \frac{15}{4}$$

$$10 + N = 5 + 5\sqrt{3} + \frac{15}{4}$$

$$10 + N = \frac{35}{4} + 5\sqrt{3}$$

$$N = \frac{35}{4} + 5\sqrt{3} - 10$$

$$N = -\frac{5}{4} + 5\sqrt{3}$$

$$N = 7,41 \tag{165}$$

7,41 será o preço de venda desta loteria.

Questão B:

$$u(w_0) = p(w_0 + B - N) + (1 - p)(w_0 + L - N) \tag{166}$$

Aplicando os valores do enunciado:

$$\sqrt{10} = 0,5\sqrt{10 + 10 - N} + 0,5\sqrt{10 + 5 - N}$$

$$\sqrt{10} = \frac{1}{2}\sqrt{20 - N} + \frac{1}{2}\sqrt{10 + 5 - N}$$

$$2\sqrt{10}^2 = (\sqrt{20 - N} + \sqrt{15 - N})^2$$

$$4 \cdot 10 = 20 - N + 2\sqrt{(20 - N) \cdot (15 - N)} + 15 - N$$

$$40 = 35 - N + 2\sqrt{300 - 20N - 15N + N^2}$$

$$40 = 35 - 2N + 2\sqrt{300 - 35N + N^2}$$

$$2\sqrt{300 - 35N + N^2} = 35 - 2N - 40$$

$$2\sqrt{300 - 35N + N^2}^2 = (35 - 2N - 40)^2$$

$$2\sqrt{300 - 35N + N^2}^2 = (-5 - 2N)^2$$

$$4(300 - 35N + N^2) = 25 + 20N + 4N^2$$

$$1200 - 140N + 4N^2 = 25 + 20N + 4N^2$$

$$1200 - 140N = 25 + 20N$$

$$1200 - 120N = 25$$

$$-160N = 25 - 1200$$

$$-160N = -1175$$

$$N = \frac{1175}{160}$$

$$N = 7,34 \tag{167}$$

O valor da compra desta loteria será de 7,34.

10- Um individuo possui uma função de utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = 1 - \left(\frac{1}{w}\right)$ em que w denota o valor presente liquido da sua renda futura. No momento, ele está contemplando duas opções de carreira profissional. A primeira opção dará a ele uma renda certa de $w = 5$. A outra alternativa dará $w = 400$, com 1% de chance, e $w = 4$ com 99% de chance. Responda aos seguintes itens:

A) Calcule os coeficientes de aversão absoluta e relativa ao risco de Arrow-Pratt. Esse individuo é avesso ao risco?

D) Suponha que exista um teste de aptidão que revela com certeza se o individuo obterá $w = 400$ ou $w = 4$ se escolher a segunda alternativa. Calcule o maior valor p que o individuo estaria disposto a pagar por esse teste de aptidão.

Resposta:

A)

A nossa função é:

$$u(w) = 1 - \frac{1}{w} \tag{168}$$

Lembrando que o Coeficiente de Aversão Absoluta ao Risco (CAAR) é:

$$R_a(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} \tag{169}$$

Agora, iremos tirar as devidas derivadas:

$$u(w) = \frac{1}{w}$$

$$u(w) = w^{-1}$$

$$u'(w) = w^{-2}$$

$$u'(w) = \frac{1}{w^{-2}} \tag{170}$$

Essa foi a $u'(w)$, agora iremos tirar a segunda derivada.

$$u'(w) = \frac{1}{w^{-2}}$$

$$u'(w) = w^{-2}$$

$$u''(w) = 2w^{-3}$$

$$u''(w) = \frac{2}{w^{-3}} \tag{171}$$

Substituindo para achar o coeficiente absoluto:

$$R_a(w) = \frac{\frac{2}{w^3}}{\frac{1}{w^2}}$$

$$R_a(w) = \frac{2}{w}$$

$$(172)$$

Agora para acharmos o coeficiente de aversão relativa ao risco (CAAR) usaremos a fórmula:

$$R_x(w) = -\frac{w \cdot u''(w)}{u'(w)}$$

$$R_x(w) = \frac{w \cdot \dfrac{2}{w^3}}{\dfrac{1}{w^2}}$$

$$w \cdot \left(\frac{2}{w^3}\right) = \frac{1}{w^2}$$

$$\frac{2w^3}{w3}$$

$$R_x(w) = 2 \tag{173}$$

D)

Primeiro, usaremos a utilidade esperada para montar o exercício:

$$\frac{99}{100} \cdot \left(1 - \frac{1}{5-p}\right) + \frac{1}{100}\left(1 - \frac{1}{400-p}\right) = 1 - \frac{1}{5}$$

$$\frac{99-99}{100} + \frac{1}{100} - \frac{1}{100(400-p)} = \frac{-4}{5}$$

$$\frac{1}{100(5-p)} = \frac{1}{100(400-p)} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{99}{100(5-p)} - \frac{1}{100(400-p)} = 0$$

$$\frac{20(5-p)\cdot(400-p) - 99(400-p) - (5-p)}{100(5-p)\cdot(400-p)}$$

$$\frac{(100-20p)\cdot(400-p) - 39600 + 99p - 5 + p}{100(5-p)\cdot(400-p)}$$

$$\frac{40000 - 100p - 8000p + 20p^2 - 39600 + 99p - 4 + p}{100(5-p)\cdot(400-p)}$$

$$395 - 8000p + 20p^2 = 0$$

Utilizando a fórmula de Bhaskára

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$p = \frac{-(-8000) \pm \sqrt{(-8000)^2 - 4 \cdot 20 \cdot 395}}{2 \cdot 20}$$

$$p = \frac{8000) \pm \sqrt{4^2 \cdot (400^2 - 79)}}{40}$$

$$p = \frac{8000 \pm 4\sqrt{400^2 - 79}}{40}$$

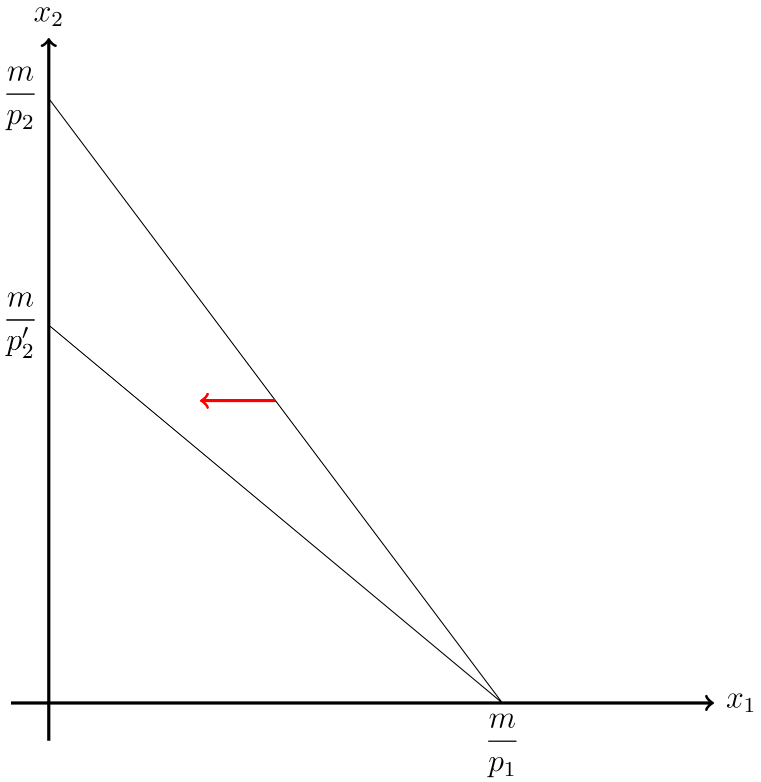
$$p_1 = 0,049 \; ou \; 0,05$$

$$p_2 = 399,96 \tag{174}$$

Exercícios de Restrição Orçamentária

1. Assuma que existam apenas dois bens e suponha que o preço do bem 2 aumentou. Represente graficamente essa mudança. Se sabemos que o consumidor exaure toda a sua renda e prefere consumir mais a menos, esse aumento do preço do bem 2 irá afetar o seu bem-estar de que forma? Isso ocorrerá sempre?

   Resposta:

   O gráfico mostra a restrição orçamentária do consumidor quando o preço do bem 2 aumenta.

   O aumento do preço do bem 2 só afetará o bem-estar do consumidor caso ele consuma esse bem. Se consumir seu bem-estar diminuirá, se não, permanecerá o mesmo.

2. Suponha que os preços de todos os bens aumentem na mesma proporção. Isso é equivalente a uma mudança na renda? Explique.

   Resposta:

   Sim, se todos os preços aumentam na mesma proporção, temos uma nova restrição orçamentária, $(tp_1)x_1 + (tp_2)x_2 + ... + (tp_n)x_n \leq m$. Se, $t \geq 2$, o aumento do preços é equivalente a uma diminuição da renda, pois, $p_1x_1 + p_2x_2 + ... + p_nx_n/2$. E se, $t < 2$, o preço cai e a renda aumenta.

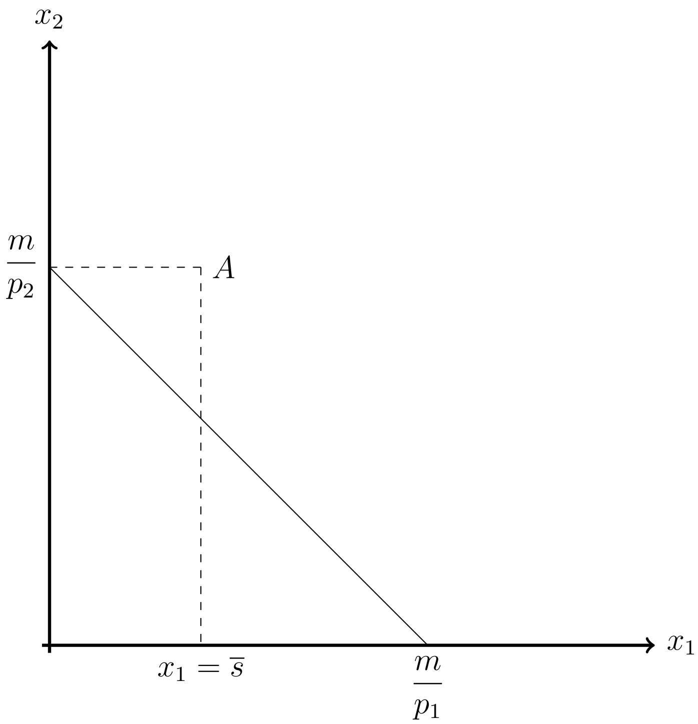
3. Suponha que o bem 1 teve o seu preço quadruplicado e o bem 2 teve o seu preço duplicado. O que ocorre com a inclinação da reta orçamentária? Faz sentido dizermos que o bem 1 se tornou relativamente mais barato do que o bem 2?

   Resposta:

   Antes tinhamos uma reta orçamentária com a inclinação $\frac{-p_1}{p_2}$ e agora $\frac{-4p_1}{2p_2}$, sendo assim, o preço do bem 1 duplicou em relação ao preço do bem 2, logo o bem 1 ficou mais caro e não mais barato que o bem 2.

4. Suponha que o indivíduo consome apenas dois bens, em que o bem 1 é saúde, medido em termos qualidade (ou seja, quanto mais afastado da origem no eixo horizontal, melhor o serviço de saúde adquirido). O governo resolve prover gratuitamente o nível de saúde $x_1 = \overline{s}$ (e apenas esse nível é provido de modo gratuito). Represente a reta orçamentária neste caso

   Resposta:

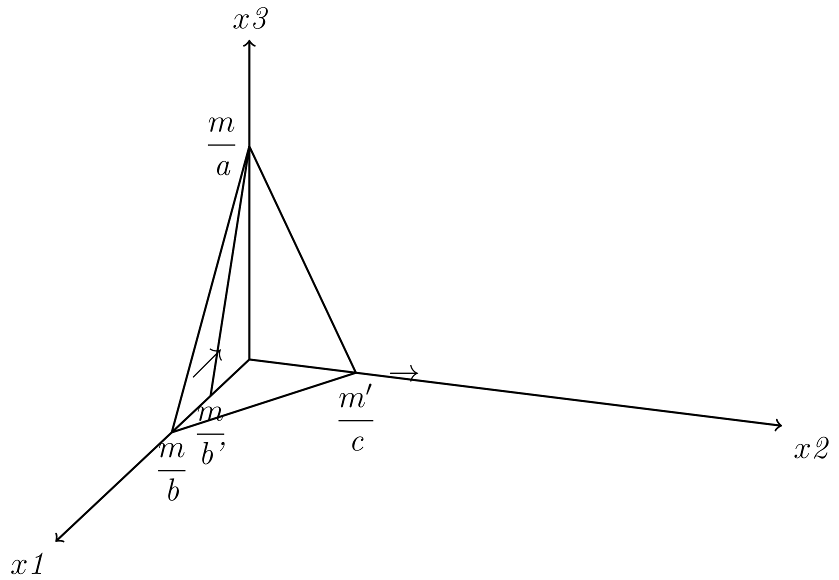


   A Restrição Orçamentária apresentará uma quebra no nivel de saúde $x_1 = \overline{s}$, pois o consumidor não precisará pagar se consumir nesse nível, podendo gastar sua renda com outros bens. Assim como A todas as cestas que estiverem no nível $x_1 = \overline{s}$ e $x_2 \leq \dfrac{m}{p_2}$ são factíveis.

5. Ilustre graficamente a restrição orçamentária para o caso de três bens. O que ocorre com essa restrição se a renda aumentar? E se o preço de um bem aumentar?

Resposta:

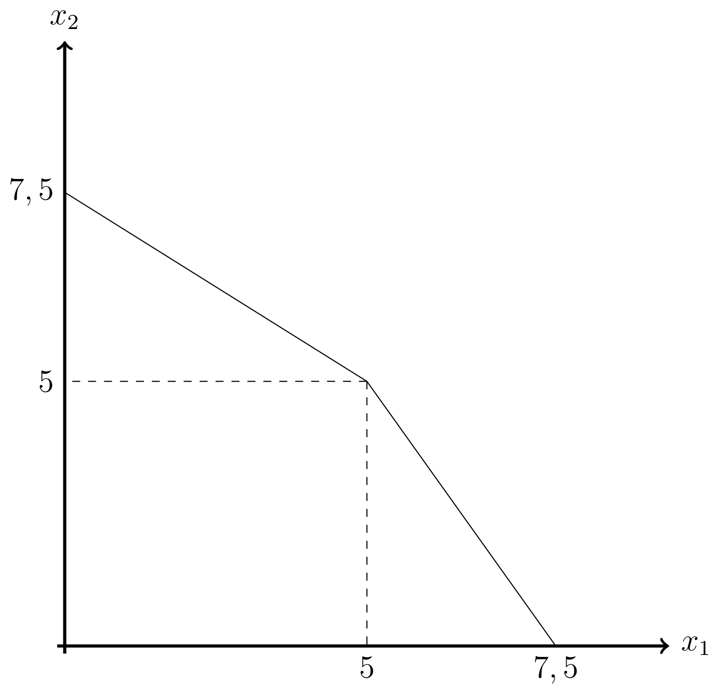
Para demonstrar a variação de aumento da renda pegamos o bem x_2 e aplicamos na variação da renda, assim, se a renda varia há um aumento no consumo do bem x_2, mudando de m para m'. Já no bem x_1, ocorre o inverso quando o preço do bem aumenta, há uma diminuição na quantidade consumida, indo de b para b'.



6. Suponha que existam apenas dois bens e o governo resolve controlar os preços desses bens do seguinte modo: o preço é de R$ 1,00 até 5 unidades adquiridas, e o preço é R$ 2,00 para unidades adicionais (acima das primeiras 5 unidades adquiridas). Suponha que Carlos tem uma renda de R$ 10,00.

   a)Ilustre graficamente a reta orçamentária de Carlos.

Resposta:



b) Descreva a reta orçamentária em termos algébricos.

Resposta:

$$m = \begin{cases} x_1 + 2(x_2 - 5) + 5 = 10, \text{ se } x_2 > 5, 0 \le x_1 \le 5 \\ 2(x_1 - 5) + 5 + x_2 = 10, \text{ se } x_1 > 5, 0 \le x_2 \le 5 \end{cases}$$

7. Suponha uma economia com dois bens, denotados por x e y. A reta orçamentária de Maria é $p_x^M x + p_y^M y = m^M$ e a reta orçamentária de João é $p_x^J x + p_y^J y = m^J$, onde $p_x^M / p_y^J \neq p_x^J / p_y^J$. Ou seja, o custo de mercado entre x e y para Maria é diferente do custo de mercado para João. Maria e João decidem se casar e formar uma família onde a renda dos dois é gasta em conjunto, apesar de que os preços dos bens para cada um deles continuam os mesmos de antes.

a) Defina a restrição orçamentária do casal.

Resposta:

A restrição orçamentária do casal é: $p_x x + p_y y = m$.

Onde:
$p_x = \min\{p_x^M, p_x^J\}$,
$p_y = \min\{p_y^M, p_y^J\}$,
$m = m^M$ e m^J.

b) Haverá especialização na compra dos bens?

Resposta:

Sim, pois se Maria tem acesso ao preço do bem x mais barato e João ao preço do bem y, logo Maria se especializará na compra do bem x e joão na compra do bem y.

Exercícios de Preferência

1. Suponha um consumidor que tenha preferências definidas entre cestas compostas por dois bens do seguinte modo: se $(x_1, x_2) \geq (y_1, y_2)$ (ou seja, $x_1 \geq y_1$ e $x_2 \geq y_2$), então x $\succeq$ y.

   a) Mostre como são as relações de preferência estrita e de indiferença associadas a $\succeq$.

   Resposta:

   Relação de Preferência Estrita " $\succ$ " é definida pela relação binária " $\succeq$ ". Significa que vale $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ e que não vale $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$. Assim, ou $(y_1 < x_1)$ ou $(y_2 < x_2)$. Então, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ significa que $(x_1 \geq y_1)$ e $(x_2 \geq y_2)$, com pelo menos uma das cestas valendo de modo estrito.

   Relação de Indiferença " $\sim$ " é definida pela relação binária " $\succeq$ ". Significa que vale $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ assim como $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$. No primeiro caso, temos que $(x_1 \geq y_1)$ e $(x_2 \geq y_2)$ e no segundo caso temos que $(x_1 \leq y_1)$ e $(x_2 \leq y_2)$. Portanto, $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ significa que $x_1 = y_1$ e $x_2 = y_2$, para a preferência definida neste exercécio (observe então que a única cesta indiferente à cesta (x1,x2) é ela própria.

   b) Essas preferências são(justifique sua resposta):

   i) Completas?

   ii) Transitivas?

   iii) monótonas?

   iv)Convexas

2. O técnico de vôlei Bernardo acha que os jogadores devem ter três qualidades: altura, agilidade e obediência. Se o jogador A é melhor que o jogador B em duas dessas três características, então Bernardo prefere A a B. Para os outros casos, ele é indiferente entre A e B. Carlos mede $2,08m$, é pouco ágil e obediente. Luis mede $1,90m$, é muito ágil, e muito desobediente. Paulo mede $1,85m$, é ágil, e extremamente obediente.

a) Bernardo prefere Carlos ou Luis? Bernardo prefere Luis ou Paulo? Bernardo prefere Carlos ou Paulo?

Resposta:

Carlos - Altura: 2,08m; Agilidade: pouco agil; Obediência: obediente.

Luis - Altura: 1,90m; Agilidade: muito ágil; Obediência: muito desobediente.

Paulo - Altura: 1,85m; agilidade: normal; Obediência: extremamente obediente

Carlos $\succ$ Luis; Luis $\succ$ Paulo e Paulo $\succ$ Carlos

b) As preferências do técnico são transitivas?

Resposta:

Não, não são transitivas. Pois Carlos não é preferível a Paulo.

c) Depois de perder vários campeonatos, Bernardo decide mudar sua forma de comparar os jogadores. Agora ele prefere o jogador A ao jogador B se A é melhor do que B nas três características. Ele é indiferente entre A e B se eles têm todas as três caracterésticas iguais. Para todas as outras possibilidades, Bernardo diz que não é possível comparar os jogadores. As novas preferências de Bernardo são: completas? transitivas? reflexivas? Justifique.

Resposta:

Não são completas, pois o treinador não consegue mais decidir entre Carlos e Luis, já que Carlos é mais alto e mais obediente, porém menos agil que Luis.
São transitivas pois agora o treinador consegue comparar os jogadores, então A$\succeq$B e B$\succeq$C e A$\succeq$C.
São reflexivas, pois o treinador é indiferente ao mesmo jogador, logo A$\succeq$A

3. Mostre que a preferência lexicográfica é completa, reflexiva e transitiva.

Resposta:

Sejam as cestas X = (x_1, x_2) e Y = (y_1, y_2) bens quaisquer.

Completa: Se $x_1 > y_1$, então, $x \succ y$, ou seja, $x \succeq y$. Se $y_1 > x_1$, então, $y \succ x$, ou seja, $y \succeq x$. No caso em $x_1 = y_1$, olhamos o segundo bem: se $x_2 > y_2$, então $x \succ y$, ou seja, $x \succeq y$. Se $y_2 > x_2$, então $y \succ x$, ou seja, $y \succeq x$. Por fim, se $x_1 = y_1$ e $x_2 = y_2$, então $x \sim y$, ou seja, $x \succeq y$. Dessa forma, em termos da preferência lexicográfica, é sempre possível comparar as cestas X e Y , o que significa que ela é completa.

Reflexiva: Para uma cesta X $= (x_1, x_2)$ qualquer, temos sempre que $x_1 = x_1$ e $x_2 = x_2$, ou seja, $x \sim x$, logo $x \succeq x$, o que mostra que a preferência lexicográfica é reflexiva.

Transitiva: Considere as cestas X $= (x_1, x_2)$, Y $= (y_1, y_2)$ e Z $= (z_1, z_2)$, sendo $x \succeq y$ e $y \succeq z$.

(a) $x \sim y$ implica que x = y. $y \sim z$ implica que y = z. Logo, $x \sim z$ quer dizer que x = z. Ou seja, $x \succeq z$.

(b) $x \succ y$ implica que $x_1 > y_1$ ou que $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. $y \sim z$ implica que $y = z$. Logo, ou $x_1 > z_1$ ou $x_1 = z_1$ e $x_2 > z_2$. Mais especificamente $x \succ z$. Assim, $x \succeq z$.

(c) $x \sim y$ implica que x = y. $y \succ z$ implica que $y_1 > z_1$ ou que $y_1 = z_1$ e $y_2 > z_2$. Logo $x \succ z$ pois $x_1 > z_1$ ou que $x_1 = z_1$ e $x_2 > z_2$. Então, $x \succeq z$.

(d) $x \succ y$ implica que $x_1 > y_1$ ou que $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. $y \succ z$ $y_1 > z_1$ ou que $y_1 = z_1$ e $y_2 > z_2$. logo $x \succ z$ pois $x_1 > z_1$ ou que $x_1 = z_1$ e $x_2 > z_2$. logo,$x \succeq z$.

4. Considere a utilidade u$(x_1, x_2) = x_1^{0,5}\ x_2^{0,5}$.

a) Calcule as utilidades marginais dos bens 1 e 2. Verifique que são decrescentes. Qual seria a interpretação de utilidades marginais decrescentes?

Resposta:

b) Calcule as utilidades marginais dos bens 1 e 2 para a funcão de utilidade $\overline{u}(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$. Verifique que são crescentes.

Resposta:

c) Mostre que u e $\overline{u}$ representam a mesma preferência. O que isso implica a respeito de a utilidade marginal ser decrescente ou crescente?

Resposta:

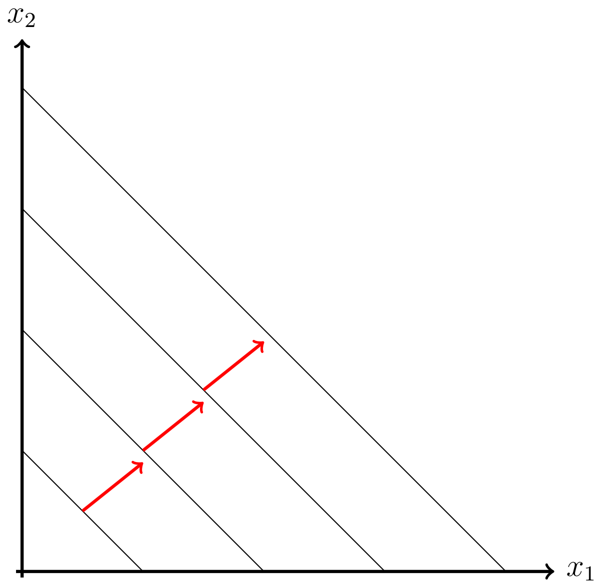
5. Desenhe as curvas de indiferença para as seguintes utilidades:

a) Utilidade Linear: u$(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$, a,b > 0.

Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$

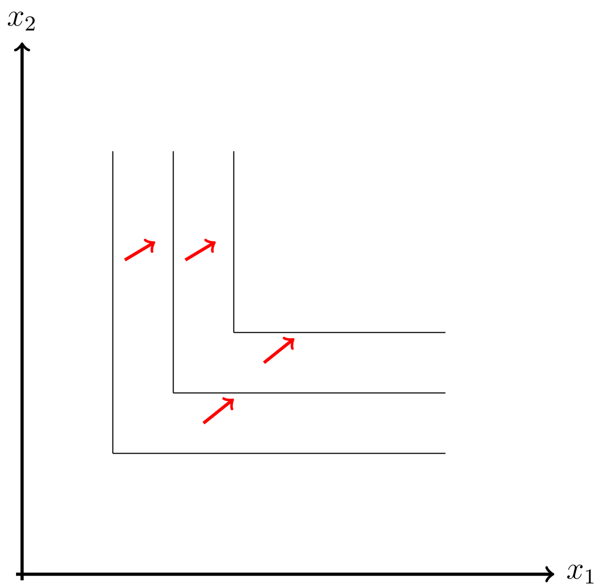


b) Utilidade de Leontief: u$(x_1, x_2) = min\{ax_1, bx_2\}$, a, b > 0.

Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$

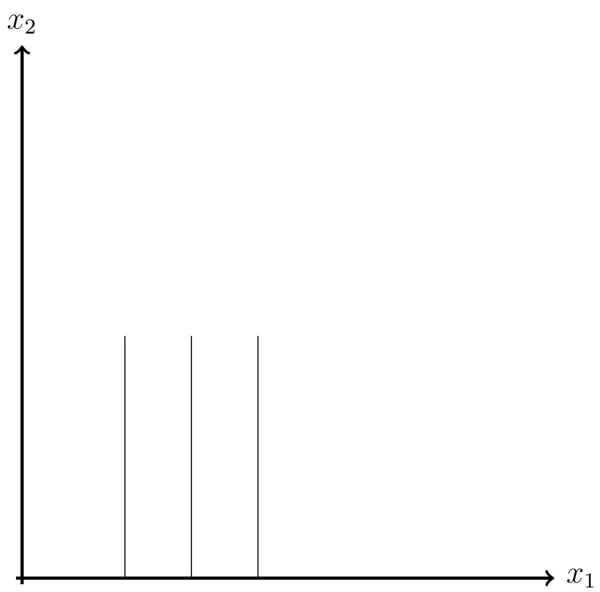


c) Utilidades com um Bem Neutro: u$(x_1, x_2) = x_1$ e u$(x_1, x_2) = x_2$.

Resposta:

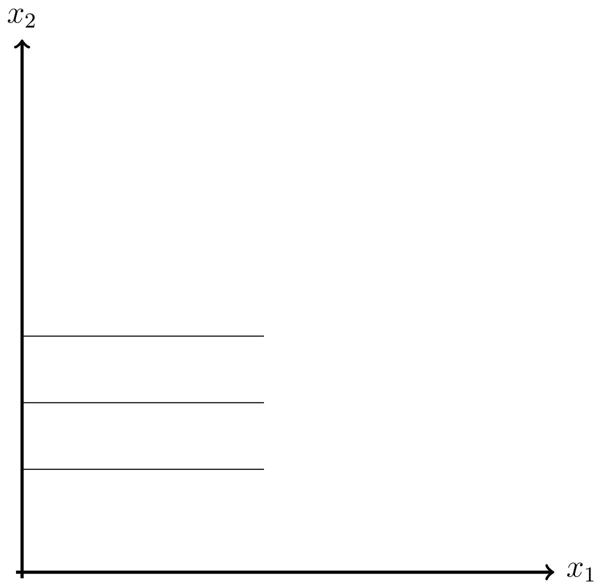
Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = x_1$



Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = x_2$

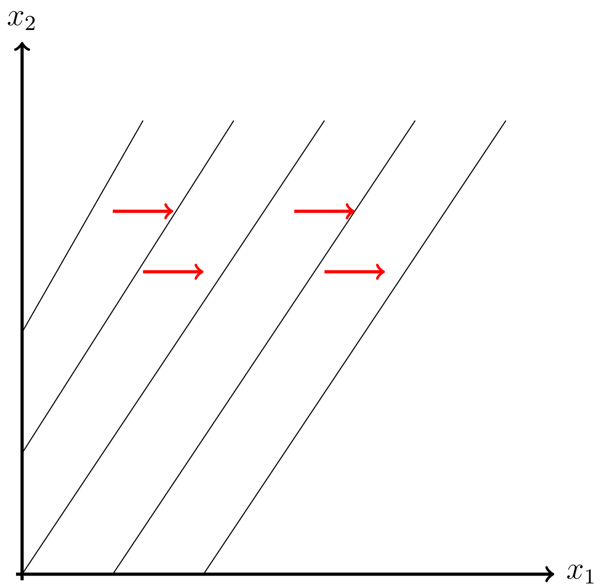


d) Utilidade com um Mal: u$(x_1, x_2) = x_1 - x_2$.

Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = x_1 - x_2$



6. Suponha que uma pessoa esteja consumindo uma cesta de bens tal que a sua utilidade marginal de consumir o bem A é 12 e a sua utilidade marginal de consumir

o bem B é 2. Suponha também que os preços dos bens A e B são $R\$2$ e $R\$1$, respectivamente, e que as preferências desse consumidor são estritamente convexas.

a)Essa pessoa está escolhendo quantidades ótimas dos bens A e B? Caso não esteja, qual bem ela deveria consumir relativamente mais (não se preocupe com a restrição orçamentária nesse item)?

Resposta:

Suponhamos que os bens consumidos façam parte de uma cesta X qualquer.

$$\frac{\partial u(X)/\partial x_A}{\partial u(X)/\partial x_B} = 6 \neq 2\ \frac{p_A}{p_B}$$

Como a TMS é maior entre A e B é maior do que a relação dos preços desses itens, o consumidorr pode aumentar sua utilidade se consumir mais do bem bem A e menos do B, pois ele pode optar por trocar duas unidades de B por uma de A, assim sua utilidade aumentará seis vezes mais.

b) A sua resposta para o item a) depende do valor da utilidade marginal? Explique.

Resposta:

Não, depende da relação entre as utilidades marginais, pois independente da função de utilidade usada para representar as preferências ela permanece a mesma.

7. Suponha que Ana consome apenas pão e circo, e suas preferências são bem-comportadas. Um certo dia o preço do pão aumenta e o preço do circo diminui. Ana continua tão feliz quanto antes da mudança de preços (a renda de Ana não mudou).

a) Ana consume mais ou menos pães após a mudança de preços?

Resposta:

b) Ana consegue agora comprar a cesta que comprava antes?

Resposta:

Exercícios Problema do Consumidor

1. Suponha que existam apenas 2 bens e que a utilidade de um certo indivíduo é $u(x_1, x_2) = x_1^{0,25} + x_2^{0,25}$

   a) Monte o problema do consumidor e derive as demandas ótimas usando o método de Lagrange.

   Resposta:

   b) Verifique as condições de segunda ordem.

   Resposta:

   c) Mostre que as funções de demanda satisfazem a propriedade de "adding-up", ou seja, que $p_1x_1(p_1, p_2, m) + p_2x_2(p_1, p_2, m)$ é de fato igual a m.

   Resposta:

   d) Mostre que as funções de demanda satisfazem a propriedade de homogeneidade.

   Resposta:

2. Suponha uma função de utilidade definida por:

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_2 + 2x_1, x_1 + 2x_2\}$$

   a) Desenhe a curva de indiferença para $u(x_1, x_2) = 20$.

   Resposta:

   b) Para que valores de p_1/p_2 a solução ótima consistirá em $x_1 = 0$ e $x_2 = m/p_2$?

   Resposta:

   c) Para que valores de p_1/p_2 a solução ótima consistirá em $x_1 = m/p_1$ e $x_2 = 0$?

   Resposta:

d) Para que valores de p_1/p_2 a solução ótima será interior (ou seja, $x_1^* > 0$ e $x_2^* > 0$)?

Resposta:

3. Considere a utilidade $\mathrm{u}(x_1, x_2) = \sqrt{ax_1 + bx_2}$.

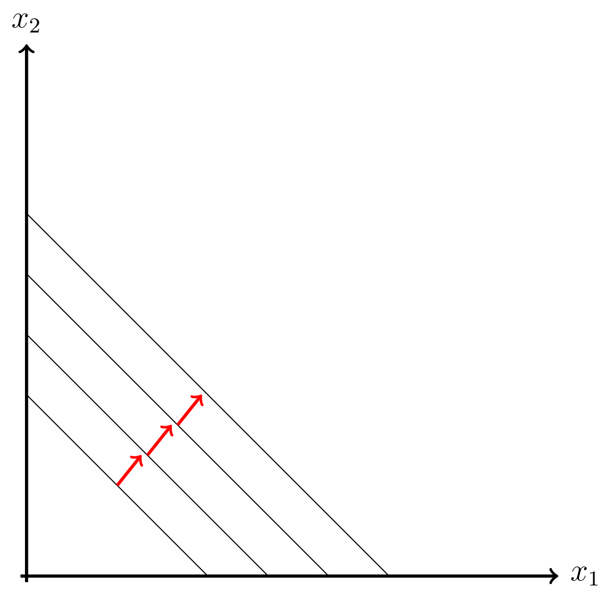
a) Calcule a TMS entre os dois bens. Desenhe o mapa de indiferença desta utilidade.

Resposta:

O mapa de indiferença desta utilidade tem o mesmo formato que mapa de indiferença para a utilidade $\mathrm{u}(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$. Dessa forma, essa utilidade representa bens substitutos perfeitos.

Curvas de Indiferença

$\mathrm{u}(x_1, x_2) = \sqrt{ax_1 + bx_2}$



A TMS é igual a -$\frac{a}{b}$.

b) Encontre as funções de demandas ótimas do consumidor. Justifique sua resposta.

Resposta: O maior problema do consumidor é atingir o mais alto nível de utilidade, de acordo com sua restrição orçamentária. Como os bens são perfeitamente substitutos, ele escolherá o que tiver o preço menor proporcional. As funções de demanda serão:

$$x_1^M(p_1,p_2,m) = \begin{cases} m/p_1, \text{ se } p_1/a < p_2/b \\ 0, \text{ se } p_1/a > p_2/b \end{cases}$$
e
$$x_2^M(p_1,p_2,m) = \begin{cases} 0, \text{ se } p_1/a < p_2/b \\ m/p_2, \text{ se } p_1/a > p_2/b \end{cases}$$

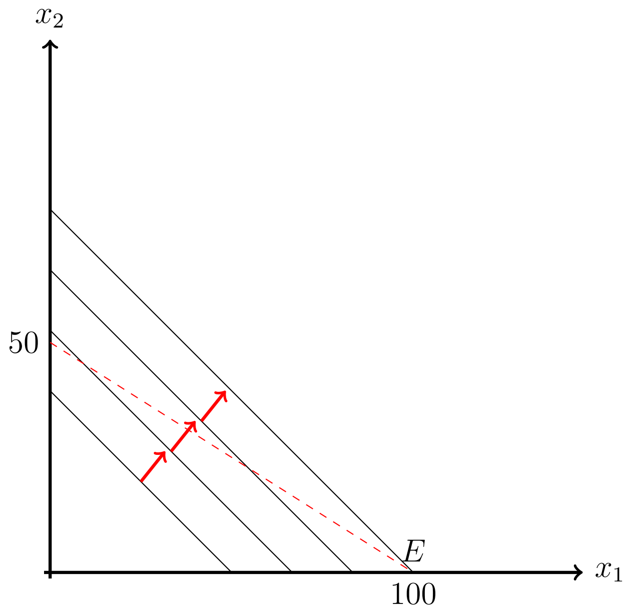
No caso em que $p_1/a = p_2/b$ o consumidor será indiferente entre qual bem comprar, pois a TMS sempre será igual a relação dos preços. consumidor comprará qualquer cesta (x_1^*, x_2^*) que satisfaça a sua restrição orçamentária $px_1^* + px_2^* = m$.

c) Agora suponha que a = b = 1 e $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, m = 100. Ilustre graficamente a solução neste caso. Qual a taxa marginal de substituição na cesta ótima? Para este caso, vale a condição de igualdade de TMS e relação de preços? Discuta intuitivamente sua resposta.

Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = \sqrt{ax_1 + bx_2}$



TMS = -1/2. Na cesta ótima $x_1^* = 100$ e $x_2^* = 0$, não é a válida a igualdade entre a TMS e a relação de preço. Isto ocorre porque estamos em uma solução de canto: apenas o bem 1 é consumido. Se fosse possível, o indivíduo continuaria a trocar bem 2 por bem 1, mas ele já está no limite, sem mais nenhuma quantidade de bem 2 para troca.

4. Considere a utilidade u$(x_1, x_2) = (min\{ax_1, bx_2\})^2$.

a) Desenhe o mapa de indiferença desta utilidade. Calcule a TMS entre os dois bens.

Resposta:

b) Encontre as funções de demandas ótimas do consumidor. Justifique sua resposta.

Resposta:

c) Agora suponha que a = b = 1 e $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, m = 100. Calcule e ilustre graficamente a solução neste caso. Suponha agora que os preços mudaram para $p_1 = 2$ e $p_2 = 1$, e que a renda não se modificou. Calcule e ilustre graficamente a solução neste caso. Compare as duas soluções encontradas neste item. Discuta intuitivamente sua resposta.

Resposta:

5. Encontre as demandas ótimas para os seguintes casos, onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$:

a) $\text{u}(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$;

Resposta:

b) $\text{u}(x_1, x_2) = x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$;

Resposta:

c) $\text{u}(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + \beta ln(x_2)$;

Resposta:

As CPOs resultam em:

$$(x_1)\text{: } \lambda^* p_1 = \frac{\alpha}{x_1}$$
$$(x_2)\text{: } \lambda^* p_2 = \frac{\beta}{x_2}$$
$$(\lambda)\text{: } \text{m} = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

Dividindo a primeira CPO pela segunda CPO, obtemos:

$$\frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_2 = \frac{p_1}{p_2}\left[\frac{\beta x_1}{\alpha}\right]$$

Substituimos agora essa expressão para x_2 na reta orçamentária (terceira CPO):

$$\text{m} = p_1 x_1 + p_2 \left(\frac{p_1}{p_2}\left[\frac{\beta x_1}{\alpha}\right]\right) \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(\frac{m}{p_1}\right)$$

Substituindo x_1 de volta em x_2, obtemos as duas funções de demanda:

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(\frac{m}{p_1}\right) \text{ e } x_2(p_1, p_2, m) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\left(\frac{m}{p_2}\right)$$

Qual a relação entre as demandas encontradas acima? Justifique a sua resposta. Com base na sua resposta, se a utilidade é do tipo $\text{u}(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$, é possível tranformá-la em uma utilidade do tipo $\text{u}(x_1, x_2) = x_1^{\gamma} x_2^{1-\gamma}$, com $0 < \gamma < 1$? Se sim, qual a relação entre α, β e γ?

Resposta:

6. Calcule as demandas de um consumidor representado por uma utilidade CES (elasticidade de substituição constante) dada por:

$$\text{u}(x_1, x_2) = [a x_1^{\rho} + b x_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}},\ 0 \neq \rho < 1.$$

Exercícios Utilidade Indireta e Demanda

1. Considere a seguinte função de utilidade:

$$\mathrm{u}(x_1, x_2) = x_1^{0,5} + x_2^{0,5}.$$

a) Determine as funções de demanda marshallianas e a função de utilidade indireta.

Resposta:

b) Mostre que a função de utilidade indireta satisfaz a propriedades de homogeneidade de grau 0 nos preços e na renda.

Resposta:

2. Suponha que a utilidade de Bernardo seja $\mathrm{u}(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. Suponha que os preços do bem 1 e do 2 sejam $p_1 = R\$\ 1{,}00$ e $p_2 = R\$\ 1{,}00$ e que a renda de Bernardo seja R$ 120.

a) Quais são as quantidades consumidas de cada bem por Bernardo? Qual a utilidade que ele obtém?

Resposta:

p_1 = R$ 1,00;
p_2 = R$ 1,00;
m = R$ 120;

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

$1x_1 + 1x_2 = 120$
$1x_1 + 1(x_1) = 120$
$x_1(1 + 1) = 120$
$x_1 = 120/(1 + 1) \rightarrow x_1 = 60$
como $x_1^* = x_2^* = 60$ e a utilidade é $U^* = 60$

b) Se o governo instituir um imposto sobre o consumo do bem 1 de modo que o seu preço aumente para $p_1 = R\$\ 2$, quais serão as quantidades consumidas por Bernardo dos dois bens? Qual a utilidade de Bernardo agora?

Resposta:

p_1 = R$ 2,00;
p_2 = R$ 1,00;
m = R$ 120;

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

$2x_1 + 1x_2 = 120$
$2x_1 + 1(x_1) = 120$
$x_1(2+1) = 120$
$x_1 = 120/(2+1) \rightarrow x_1 = 40$
como $x_1^* = x_2^* = 40$ e a utilidade é $U^* = 40$

c) Suponha que o governo abandone a ideia do imposto sobre o consumo do bem 1 e decida taxar a renda do consumidor por um valor que resulte no mesmo montante que obteria com o imposto descrito no item anterior. Quais as novas quantidades consumidas dos dois bens? Qual a utilidade de Bernardo agora?

Resposta:

Considerando o novo valor pelo item anterior, serão vendidas 40 unidades do bem 1. O governo então arrecadará R$ 40 de IR. Retirando o imposto de R$ 40,00 da renda inicial, R$ 120,00 obtemos a nova renda de R$ 80,00 como mostra abaixo:

$$\begin{cases} \overline{m} = m - tx_1 \\ \overline{m} = 120 - 40(1) \\ \overline{m} = 80 \end{cases}$$

$x_1 = x_2$
$1x_1 + 1x_2 = 80$
$x_1 = (1+1) = 80x_1 = 80/(1+1) = 40$
$x_1^* = x_2^* = 40$ e a $u^* = 40$

d) Explique intuitivamente a razão do princípio Lump Sum neste exemplo não resulta numa utilidade maior para Bernardo no caso do imposto de renda do que no caso do imposto sobre o consumo.

Resposta:

Como a utilidade é do tipo Leontief, os bens devem ser consumidos em proporçoes fixas. Logo, ao substituir os imposto sobre o consumo pelo imposto sobre a renda, o consumidor continuará consumindo as mesmas quantidades dos dois bens, pois não há possibilidade de substituição. Dessa forma, os dois tipos de impostos levam ao mesmo nivel de bem-estar.

3. Suponha que a utilidade de Ana seja u$(x_1, x_2) = x_1x_2$. Suponha que os preços do bem 1 e do 2 sejam $p_1 = R\$\ 2$ e $p_2 = R\$\ 2$ e que a renda de Ana seja R$ 600.

Resposta:

a) Quais são as quantidades consumidas de cada bem por Ana? Qual a utilidade que ela obtém?

Resposta:

b) Se o governo instituir um subsídio sobre o consumo do bem 1 de modo que o seu preço diminua para $p_1 = R\$ 1$, quais ser˜ao as quantidades consumidas por Ana dos dois bens? Qual a utilidade de Ana agora?

Resposta:

c) Suponha que o governo abandone a ideia do subsídio sobre o consumo do bem 1 e decida repassar um montante fixo para Ana de modo que resulte no mesmo gasto para o governo que o esquema de subsídio anterior gerava. Quais as novas quantidades consumidas dos dois bens? Qual a utilidade de Ana agora?

Resposta:

d) Usando a intuição econômica, elabore um argumento a favor de programas de transferência de renda como o Programa Bolsa Família sobre programas do tipo Vale Gás, que subsidiava o preço do gás de cozinha para pessoas carentes. Faça o raciocínio inverso: discuta as vantagens, caso existam, de um programa de subsídios para o consumo de certos bens sobre um programa de transferência de renda.

Resposta:

4. Suponha que a utilidade de Rafael seja $\mathrm{u}(x_1, x_2) = x_1^{0,2} x_2^{0,8}$, onde x_1 é a quantidade de alimentos que Rafael consome e x_2 é a quantidade de todos os outros bens que Rafael consome (um bem composto, portanto). Suponha que o preço do bem 2 é p_2 = R\$ 1 e que a renda de Rafael R\$ 1000.

a) Se o preço do bem 1 é R\$ 2, qual é o consumo de alimentos de Rafael?

Resposta:

b) Se o preço do bem 1 duplicar, qual será o novo consumo de alimentos de Rafael?

Resposta:

$$\text{L} = (x_1^{0,2} x_2^{0,8} - p_1 x_1 \lambda - p_2 x_2 \lambda + 1000\lambda = 0)$$

f'$(x_1) = 0,2x_1^{-0,8} x_2^{0,8} - p_1\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = \dfrac{0,2x_2^{0,8}}{p_1 x_1^{0,8}}$

f'$(x_2) = 0,8x_1^{0,2} x_2^{-0,2} - p_2\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = \dfrac{0,8x_1^{0,2}}{p_2 x_2^{0,2}}$

f'$(\lambda) = -p_1 x_1 - p_2 x_2 + m = 0 \Longrightarrow -p_1 x_1 - p_2 x_2 = -m$

Igualando $\lambda = \lambda$

$$\frac{0,2x_2^{0,8}}{p_1 x_1^{0,8}} = \frac{0,8x_1^{0,2}}{p_2 x_2^{0,2}}$$

$$0,2p_2 x_2 = 0,8p_1 x_1$$

$$x_2 = \frac{0,8p_1 x_1}{0,2p_2} \rightarrow x_2 = \frac{4p_1 x_1}{p_2}$$

Substituindo x_2 na 3ª CPO:

$$\text{f'}(\lambda) = -p_1 x_1 - p_2 x_2 + m = 0 \rightarrow -p_1 x_1 - p_2 x_2 = -m$$

$$-p_1 x_1 - p_2 \left(\frac{4p_1 x_1}{p_2}\right) = -m$$

$$x_1 = \frac{m}{5p_1}$$

Substituindo x_1 em x_2

$$x_2 = \frac{4p_1 \frac{m}{5p_1}}{p_2} \rightarrow x_2 = \frac{4m}{5p_2}$$

Temos então as funções de demanda dos dois bens:

$$x_1 = \frac{m}{5p_1} \text{ e } x_2 = \frac{4m}{5p_2}$$

Agora substituindo renda e preços achamos as demandas pelos dois bens: x_1^* e x_2^*

$$x_1 = \frac{1000}{5(4)} \text{ e } x_2 = \frac{4(1000)}{5(1)}$$

$$x_1^* = 50 \text{ e } x_2^* = 800$$

c) Suponha agora que o governo resolva subsidiar alimentos, mantendo o preço igual a R$ 2 – ou seja, concendendo um subsídio de R$ 2 por unidade consumida de x_1. Se o governo financia esse subsídio por meio da cobrança de um imposto sobre a renda, qual é o novo nível de consumo de x_1 de Rafael?

Resposta:

d) Construa um diagrama comparando as situações em b) e c) e mostre em qual situação o consumidor está melhor.

Resposta:

e) Relacione a sua resposta para esta questão com o princípio Lump Sum.

Resposta:
O subsídio em cima da renda aumenta mais a utilidade do consumidor do que o subsídio em cima do bem.

Exercícios Elasticidades

1. Derive as agregações de Engel e Cournot para o caso de n bens. Reescreva essas agregações em termos de elasticidades. Interprete (por exemplo, é possível que todos os bens que um indivíduo consuma sejam bens inferiores? Por quê? Se um indivíduo consome n bens, no máximo quantos bens podem ser inferiores? Justifique sua resposta).

   Resposta:

2. Suponha a existência de n bens. Usando a propriedade de homogeneidade das funções de demanda Marshalliana, mostre que as elasticidades-preço e renda de um dado bem i satisfazem a seguinte igualdade:

$$\eta_i + \sum_{j=1}^{n} \epsilon_{ij} = 0, \tag{9}$$

   onde η_i é a elasticidade-renda do bem i e ϵ_{ij} é a elasticidade-preço da demanda do bem i com relação ao preço do bem j. Interprete intuitivamente a relação (9) acima.

   Resposta:

   A propriedade de homogeneidade implica que os agentes não sofrem de ilusão monetária. Logo, para cada para cada bem $i = 1, \dots$, n, temos:

$$x_i(t\mathbf{p}, tm) = x_i(p, m), \text{ para todo t} > 0.$$

   Podemos derivá-la com relação a t, o que resulta, pela regra da cadeia, em:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial x_i(t\mathbf{p}, tm)}{\partial p_j} p_j + \frac{\partial x_i(t\mathbf{p}, tm)}{\partial m} m = 0 \tag{10}$$

   Dividindo a igualdade acima por $x_i\ (t\mathbf{p}, tm)$:

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\frac{p_j}{x_i} + \frac{\partial x_i}{\partial m}\frac{m}{x_i} = 0$$

   fazendo t = 1 e reescrevendo (10) em termos de elasticidades obtemos a expressão desejada:

$$\sum_{j=1}^{n} \epsilon_{ij} + \eta_i = 0, \text{ para todo } i = 1, \dots, \text{n}.$$

3. Suponha que que a elasticidade-renda da demanda per capita de cerveja é constante e igual a 3/4 e a elasticidade-preço é também constante e igual a -1/2. Os consumidores gastam, em média, R$ 400,00 por ano com cerveja . A renda média anual destes consumidores é R$ 6.000,00. Cada garrafa de cerveja custa R$ 3,00.

a) Se o governo pretende desestimular o consumo de cerveja pela metade, qual deve ser o aumento no preço da cerveja que alcançaria esta meta?

Resposta:

b) Suponha que o governo estimou um aumento da renda média anual no próximo ano de R$ 3.000,00. O governo deseja manter o nível de consumo de cerveja constante no próximo ano, usando um imposto sobre o preço da cerveja. Qual deve ser o aumento no preço da cerveja no próximo ano para que o seu consumo n˜ao se modifique, dado que a previs˜ao de aumento de renda se realize?

Resposta:

Exercícios Minimização do Dispêndio

2. Encontre as demandas Hicksianas e a função dispêndio para os seguintes casos:

a)Utilidade Cobb-Douglas: u$(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$, $0 < \alpha > 1$.

Resposta:

O Lagrangeano deste caso é: L$= p_1 x_1 + p_2 x_2 + \mu(\overline{u} - x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha})$

As CPOs resultam em:

(1ª) f'$(x_1) = p_1 - \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} \rightarrow p_1 = \mu\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}$

(2ª) f'$(x_2) = p_2 - (1-\alpha) x_1^{\alpha} x_2^{-\alpha} \rightarrow p_2 = \mu(1-\alpha) x_1^{\alpha} x_2^{-\alpha}$

(3ª) f'$(\mu) = \overline{u} - x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$

Dividindo a 1ª CPO pela 2ª, encontraremos uma expressão para x_1 em função de x_2

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\mu\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha}}{\mu(1-\alpha) x_1^{\alpha} x_2^{-\alpha}} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{x_1}{x_2} \rightarrow x_1 = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{p_2}{p_1} x_2$$

Substituindo a expressão encontrada acima na 3ª CPO, encontraremos a demanda para o bem 2:

$$\overline{u} = \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{p_2}{p_1} x_2\right)^{\alpha} x_2^{1-\alpha} \Longrightarrow \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right) \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\alpha} x_2^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$$

$$x_2 = \frac{\overline{u}}{\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{p_2}{p_1}\right)^{\alpha}} \Longrightarrow \frac{\overline{u}}{\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{\alpha} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\alpha}}$$

$$x_2 \left\{ = \overline{u} \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{-\alpha} p_1^{\alpha} p_2^{-\alpha} \right\}$$

Substituindo a demanda do bem 2 na expressão de x_1 em funcão de x_2, encontramos a demanda do bem 1.

$$x_1 = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{p_2}{p_1} x_2$$

$$x_1 = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{p_2}{p_1} \left(\overline{u} \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{-\alpha} p_1^{\alpha} p_2^{-\alpha}\right)$$

$$x_1 = \left\{ \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} p_1^{\alpha-1} p_2^{1-\alpha} \overline{u} \right\}$$

A função de dispêndio é encontrada substituindo as demandas compensadas no gasto do consumidor: $e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1x_1^h + p_2x_2^h$. Simplificando essa expressão, obtemos:

$$p_1\left(\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} p_1^{\alpha-1}p_2^{1-\alpha}\overline{u}\right) + p_2x_2\left(= \overline{u}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{-\alpha} p_1^{\alpha}p_2^{-\alpha}\right)$$

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = \alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{\alpha-1}p_1^{\alpha}p_2^{1-\alpha}\overline{u}$$

b) Utilidade linear: $u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$, $a, b > 0$.

Resposta:

$min_{x_1,x_2\geq 0}\ p_1x_1 + p_2x_2$ s.a $ax_1 + bx_2 = \overline{u}$

O consumidor irá consumir o bem relativamente mais barato, em uma quantidade que assegure a ele o nível de utilidade $\overline{u}$, portanto, as demandas Hicksianas são:

$$x_1^h(p_1, p_2,\ \overline{u}) = \begin{cases} \overline{u}/a, \text{ se } p_1/a < p_2/b \\ 0, \text{ se } p_1/a > p_2/b \end{cases}$$

e

$$x_2^h(p_1, p_2,\ \overline{u}) = \begin{cases} \overline{u}/b, \text{ se } p_1/a > p_2/b \\ 0, \text{ se } p_1/a < p_2/b \end{cases}$$

No caso em que $p_1/a = p_2/b$, o consumidor comprará qualquer cesta (x_1^*, x_2^*) tal que satisfaça a restrição, $ax_1^* + bx_2^* = \overline{u}$. A função dispêndio é:

$$e(p_1, p_2,\ \overline{u}) = \begin{cases} p_1(\overline{u}/a), \text{ se } p_1/a \leq p_2/b \\ p_2(\overline{u}/b), \text{ se } p_1/a > p_2/b \\ p_1(\overline{u}/a) = p_2(\overline{u}/b), \text{ se } p_1/a = p_2/b \end{cases}$$

De modo mais simples, a função dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1x_1^h + p_2x_2^h = min\left\{\frac{p_1}{a}\overline{u}, \frac{p_2}{b}\overline{u}\right\} = \min\left\{\frac{p_1}{a}, \frac{p_2}{b}\right\}\overline{u}$$

c) Utilidade Leontief: $u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$, $a, b > 0$.

Resposta:

$min_{x_1,x_2\geq 0}\ p_1x_1 + p_2x_2$ s.a $\{ax_1, bx_2\} = \overline{u}$

Vimos que dois bens são complementares perfeitos se são consumidos conjuntamente, em proporções fixas. Logo, as demandas Hicksianas são:

$$x_1^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{\overline{u}}{a} \text{ e } x_2^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{\overline{u}}{b}$$

A função dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1x_1^h + p_2x_2^h = p_1\frac{\overline{u}}{a} + p_2\frac{\overline{u}}{b} = \left(\frac{p_1}{a} + \frac{p_2}{b}\right)\overline{u}$$

d) Utilidade CES: $u(x_1, x_2) = [ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$, $a, b > 0, \rho < 1, \rho \neq 0$.

Resposta:

$$L = p_1x_1 + p_2x2 + \mu(\overline{u} - [ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{1/\rho})$$

As CPOs resultam em:

$$(1^{\underline{a}})f'(x_1) = p_1 - \frac{1}{\rho}\ (ax_1^\rho + bx_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1}\rho a x_1^{\rho-1}\mu \Rightarrow p_1 = \mu[ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1}ax_1^{\rho-1}$$

$$(2^{\underline{a}})f'(x_2) = p_2 - \frac{1}{\rho}\ (ax_1^\rho + bx_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1}\rho b x_1^{\rho-1}\mu \Rightarrow p_1 = \mu[ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1}bx_1^{\rho-1}$$

$$(3^{\underline{a}})f'(\mu) = \overline{u} - [ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$$

Dividindo as duas primeiras CPOs, achamos uma expressão para x_2 em função de x_1

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\mu[ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1}ax_1^{\rho-1}}{\mu[ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1}bx_1^{\rho-1}}$$

$$\frac{p_1}{p_2}\frac{ax1^{\rho-1}}{bx_2^{\rho-1}} \Rightarrow x_2 = \left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{1/\rho-1} x_1$$

Substituindo essa expressão na terceira CPO, encontramos a demanda Hicksiana para o bem 1:

$$\overline{u} - [ax_1^\rho + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} x_1^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$x_1 = \left[a + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]^{-\frac{1}{\rho}} \overline{u}$$

Substituindo a demanda do bem 1 na expressão de x_2 em funçãao de x_1,encontramos a demanda Hicksiana do bem 2:

$$x_2 = \left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} \left[\left(a + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right)^{-\frac{1}{\rho}} \overline{u}\right]$$

A função de dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1\left(\left[a + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]^{-\frac{1}{\rho}} \overline{u}\right) + p_2\left(\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} \left[\left(a + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right)^{-\frac{1}{\rho}} \overline{u}\right]\right)$$

Exercícios Dualidade

2. A utilidade de Carlos é $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. A renda de Carlos é R$20, e os preços dos bens 1 e 2 são R$1 e R$1. Suponha que o preço do bem 1 aumentou para R$2.

a) Encontre o efeito total desse aumento na demanda de Carlos pelo bem 1.

Resposta:

$m = R\$20,00; p_1 = 1,00; p_2 = 1,00$

$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_1^M = x_2^M = 10 \end{cases}$$

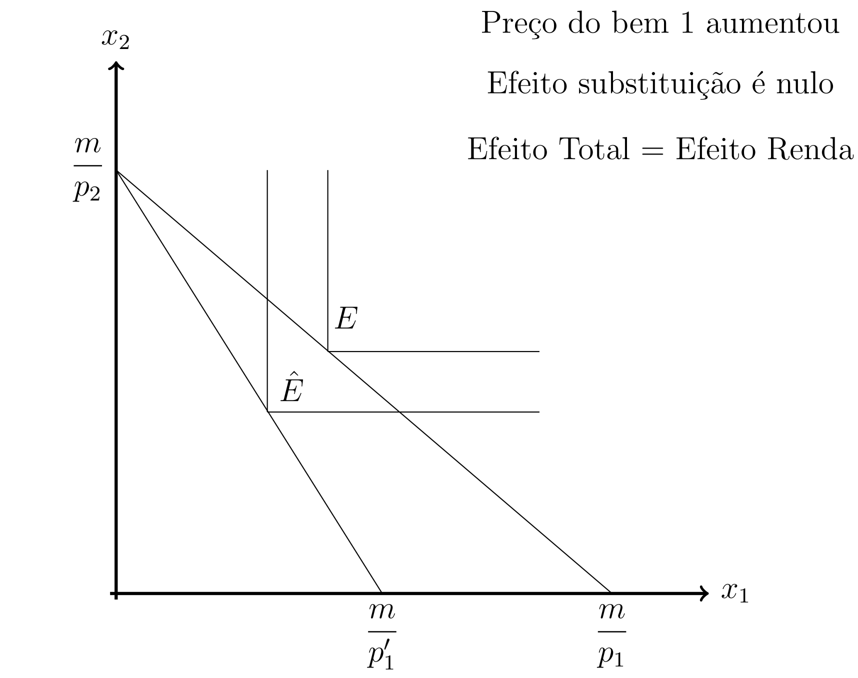
$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow \hat{x}_1^M = \hat{x}_2^M = 20/3 \cong 6,66 \end{cases}$$

Com os preços antigos, Carlos, demandava 10 unidades de cada bem. Já com os preços novos a demanda é de 20/3. O Efeito Total desse aumento na demanda de Carlos pelo bem 1 é a redução no consumo desse bem, ficando igual a $10 - 20/3 =$ 3.33.

b) Decomponha o efeito total em efeito substituição Hicksiano e efeito renda. Interprete intuitivamente o seu resultado.

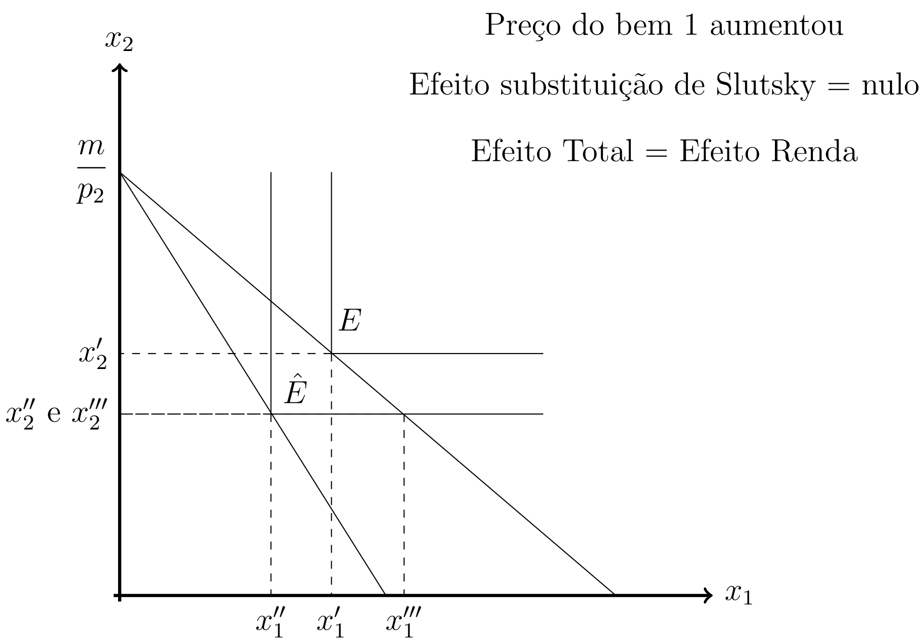
Resposta:

Na utilidade Leontief, não há possibilidade de substituição, pois os bens são complementares perfeitos. Logo o efeito substituição é nulo e o efeito total é efeito renda. Como mostra o gráfico:



c) Decomponha o efeito total em efeito substituição de Slutsky e efeito renda. Interprete intuitivamente o seu resultado.

Resposta: Para o caso de um efeito de substituição de Slutsky, a compensação é de modo que o consumidor possa comprar a mesma cesta que adquiria aos preços antigos, mas agora aos preços novos. Portanto, o efeito substituição de Slutsky vai também ser zero e o efeito total é todo efeito renda.



4. Suponha que a função utilidade indireta de um consumidor é:

$$v(p_1, p_2, m) = 50\left[\frac{1}{p_1^{1/2} p_2}\right]^{2/3} m$$

b) Encontre a função dispêndio desse consumidor. Use o lema de Shephard para encontrar as demandas Hicksianas dos dois bens.

Resposta:

Usando a relação de dualidade $v(p_1, p_2, e(p_1, p_2, \overline{u})) = \overline{u}$ obtemos:

$$v(p_1, p_2, e(p_1, p_2, \overline{u})) = 50 \left[\frac{1}{p_1^{1/2} p_2} \right]^{2/3} e(p_1, p_2, \overline{u}) = \overline{u} \quad \Rightarrow \quad e(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{1}{50} p_1^{1/3} p_2^{2/3} \overline{u}$$

Usando o Lema de Shephard, encontramos as demandas Hicksianas:

$$x_1^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{\partial e(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} = \frac{1}{150}(p_1^{-2/3} p_2^{2/3} \overline{u})$$

$$x_2^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{\partial e(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_2} = \frac{1}{75}(p_1^{1/3} p_2^{-1/3} \overline{u})$$

Exercícios Bem-Estar

2. Suponha dois bens com preços positivos ($p_1 > 0$ e $p_2 > 0$). A renda do consumidor é denotada por $m > 0$ e a sua utilidade é:

$$u(x_1, x_2) = x_1$$

a) Determine as demandas Marshallianas desse consumidor (justifique sua resposta).

Resposta:

O problema de maximização de utilidade é:

$$\max_{x_1, x_2 \geq 0} x_1 \quad \text{s.a} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

A utilidade do consumidor é satisfeita apenas com o bem 1, logo ele irá comprar apenas esse bem. As demandas Marshallianas são:

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} \qquad \text{e} \qquad x_2(p_1, p_2, m) = 0$$

b) Determine as demandas Hicksianas desse consumidor (justifique sua resposta).

Resposta:

O problema de minimização do dispêndio é:

$$\max_{x_1, x_2 \geq 0} p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \text{s.a} \quad x_1 = \overline{u}$$

Assim como a letra (a), apenas o bem 1 traz utilidade a esse consumidor, então as demandas Hickisianas são:

$$x_1(p_1, p_2, \overline{u}) = \overline{u} \qquad \text{e} \qquad x_2(p_1, p_2, \overline{u}) = 0$$

c) Suponha que m é igual a R$ 10. Calcule a VC, a VE e a variação no EC quando o preço do bem 1 aumenta de R$ 1 para R$ 2. Compare essas medidas. Qual é a maior? Qual é a menor? Com base apenas nessas comparações, o bem 1 deve ser normal ou inferior?

Resposta:

Para calcular a variação no excedente do consumidor, usamos a demanda Marshalliana:

$$\Delta EC = \int_{p}^{\hat{p}} x^M(p)dp = -\int_1^2 \frac{m}{p}dp = -10[ln(2) - ln(1)] \approx -6,9 \tag{175}$$

Para calcular a VE e VC, usamos a integral da demanda hicksiana, e para isto, basta lembrar que antes do aumento de preço o consumidor tinha um nível de utilidade $u^0 = 10$ e após o aumento do preço ele tem um nível de utilidade $u^1 = 5$.

$$VC = \int_{p}^{\hat{p}} x^h(p, u^0)dp = -\int_1^2 u^0 dp = -10[2 - 1] = -10 \tag{176}$$

$$VE = \int_{p}^{\hat{p}} x^h(p, u^1)dp = -\int_1^2 u^1 dp = -5[2 - 1] = -5 \tag{177}$$

Temos um bem normal, pois $VC = (-10) < \Delta EC = (-6,9) < VE = (-5)$

5. A utilidade de Letícia é $u(x, y) = \min\{x, y\}$. Letícia recebe R$200 de salário por mês. Os preços dos dois bens que Letícia consome são $p_x = p_y = 1$. O chefe de Letícia quer transferí-la para outra cidade. Letícia gosta das duas cidades igualmente. Porém, na nova cidade, os preços são $p_x = 1$ e $p_y = 2$. Letícia diz que mudar para a outra cidade é tão ruim quanto um corte no salário de A reais. Ela diz também que não se importa de se mudar caso receba um aumento de B reais. Calcule e compare A e B. Qual a relação de A e B com a variaçãao compensadora e a variação equivalente?

Resposta:

A função $u(x, y) = \min\{x, y\}$ representa bens complementares perfeitos. Na cidade original, Letícia consome 100 unidades de cada bem, $x^* = y^*$. Na cidade nova ela vai consumir $\frac{200}{3} \approx 66,67$. A utilidade dela, diminuiu:

$$min\{100, 100\} = 100 > 66,67 = min\{66,67; 66,67\}$$

A mudança equivale a um corte no salário de Letícia de $\frac{200}{3} \approx 66,67$ (valor de A = R\$ 66,67). Esse seria um valor negativo da Variação Equivalente (e definida como a quantidade de dinheiro que temos que dar ao indivíduo antes da variação de preços, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que terá depois dessa variação). Então por ser um valor negativo, temos que tirar dela R\$ 66,67 para que ela obtenha na cidade antiga o mesmo bem-estar que ela obterá na nova cidade.

No caso: $\begin{cases} 200 - 66,67 = 133,33 \\ \frac{133,33}{2} = 66,67 \end{cases}$

Agora se ela receber um aumento de R\$ 100,00, ela não se importaria em mudar de cidade (valor de B = R\$ 100,00). Esse valor é o negativo da variação compensadora (é a quantidade de dinheiro que temos que tirar do indivíduo depois da variação de preços, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que tinha antes dessa variação). Então por ser um valor negativo, temos que dar a ela R\$ 100,00 para que ela obtenha na nova cidade a mesmo bem-estar que ela obtinha na cidade antiga.

No caso: $\begin{cases} 200 + 100 = 300,00 \\ \frac{300}{3} = 100 \end{cases}$

A Variação Compensadora é menor do que a Variação Equivalente ($-100 < -66,67$), assim concluimos que o bem y, o qual teve uma mudança no preço, é um bem normal.

7. Suponha que a função de utilidade de um consumidor é:

$$u(x_1, x_2) = min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$$

b) Determine as demandas Hicksianas e a função dispêndio.

Resposta:

O problema é o seguinte:

$$\min_{x_1, x_2 \geq 0} p_1x_1 + p_2x_2 \qquad \text{s.a} \qquad min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\} = \overline{u}$$

As demandas Hicksianas são:

$$x_1^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \alpha\overline{u} \qquad \text{e} \qquad x_2^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \beta\overline{u}$$

E a função dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1x_1^h + p_2x_2^h = (\alpha p_1 + \beta p_2)\overline{u}$$

e) Calcule a variação compensadora, a variação equivalente e a variação no excedente do consumidor para a mudança de preço descrita no item d). Qual a relação entre estas medidas? O que esta relação diz sobre o bem 1?

Resposta:

Na situação original, onde o preço do bem 1 é 2, a utilidade do individuo é $u^0 = 200$, pois 200 unidades de cada bem são consumidas. Na situação final, onde o preço do bem 1 passa para 3, a utilidade do individuo é $u^1 = 160$, pois 160 unidades de cada bem são consumidas. Portanto, a variação no excedente do consumidor (ΔEC), a variação compensadora (VC) e a variação equivalente (VE) são:

$$\Delta EC : \int_p^{\hat{p}} x^M(p)dp = -\int_2^3 \frac{800}{p+2}dp = -800[ln(5) - ln(4)] \approx -179$$

$$VC : \int_p^{\hat{p}} x^h(p, u^0)dp = -\int_2^3 200dp = -200[3-2] \approx -200$$

$$VE = \int_p^{\hat{p}} x^h(p, u^1)dp = -\int_2^3 160dp = -160[3-2] \approx -160$$

O bem 1 é um bem normal, pois $VC < \Delta EC < VE$.

Exercícios Preferência Revelada

1. Suponha que existam apenas 3 bens e que um certo indivíduo escolhe as cestas $x^i = (x_1^i, x_2^i, x_3^i)$ aos preços $p^i = (p_1^i, p_2^i, p_3^i)$, $i = 1, 2, 3$ 3 (logo, existem três observações de consumo desse indivíduo), onde:

$$\text{Observação 1: } p^1 = (1, 1, 2), x^1 = (5, 19, 9)$$
$$\text{Observação 2: } p^2 = (1, 1, 1), x^2 = (12, 12, 12)$$
$$\text{Observação 3: } p^3 = (1, 2, 1), x^3 = (27, 11, 1)$$

b) Mostre que essas observações não satisfazem o Axioma Forte da preferência revelada.

Resposta: As observações acima não satisfazem o AFoPR, já que a preferência revelada é intransitiva: $x_2 \succeq_{R^D} x_1$, $x_1 \succeq_{R^D} x_3$ e $x_3 \succeq_{R^D} x_2$. Para não violar o AFoPR a $x_2 \succeq_{R^D} x_3$, porém na 3ª linha ocorre que a $x_3 \succeq_{R^D} x_2$, e isso caracteriza violação do AFoPR.

	Cesta Obs 1	Cesta Obs 2	Cesta Obs 3
Preços Obs 1	42	48	40(∗)
Preços Obs 2	33 (*)	36	39
Precos Obs 3	52	48 (*)	50

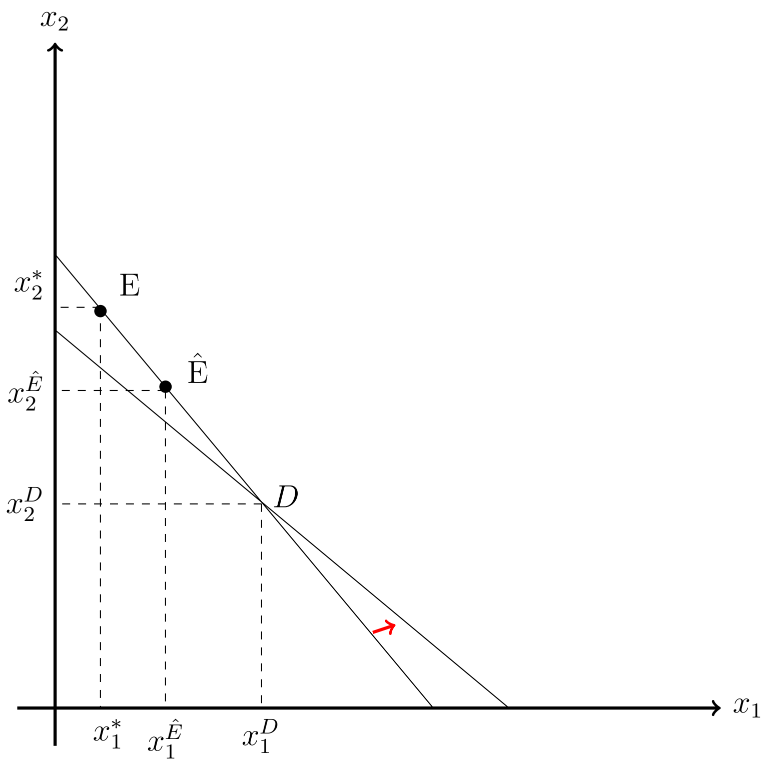
Exercícios Renda Endógena

2. Responda os seguintes itens, considerando um modelo de renda endógena.

   a) Suponha um consumidor vendedor líquido do bem 1. Suponha que o preço deste bem diminuiu de modo que o consumidor decidiu se tornar comprador líquido do bem 1. Ilustre graficamente os três casos possíveis:

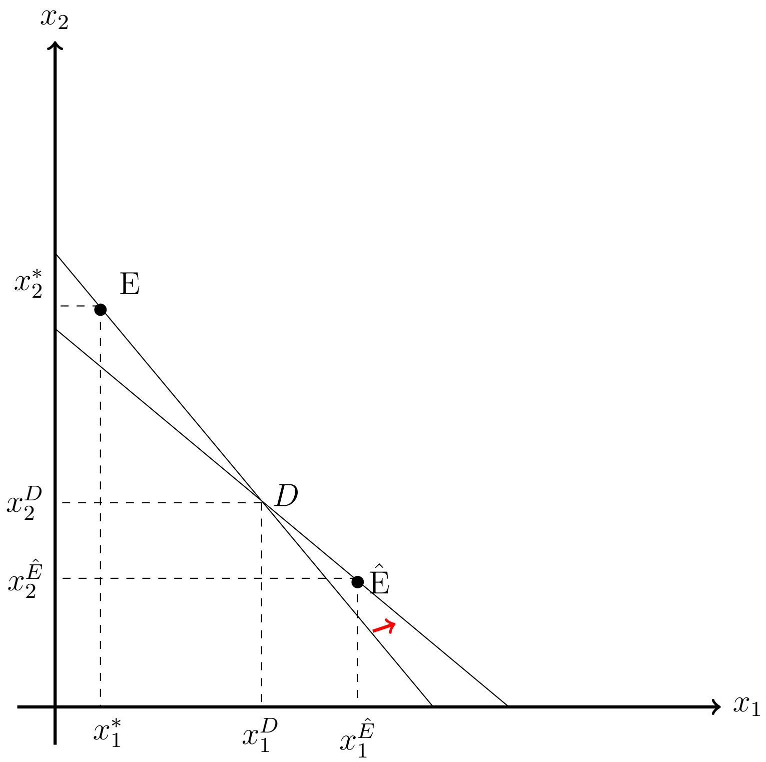
   a.1) bem-estar diminui;

   Resposta:



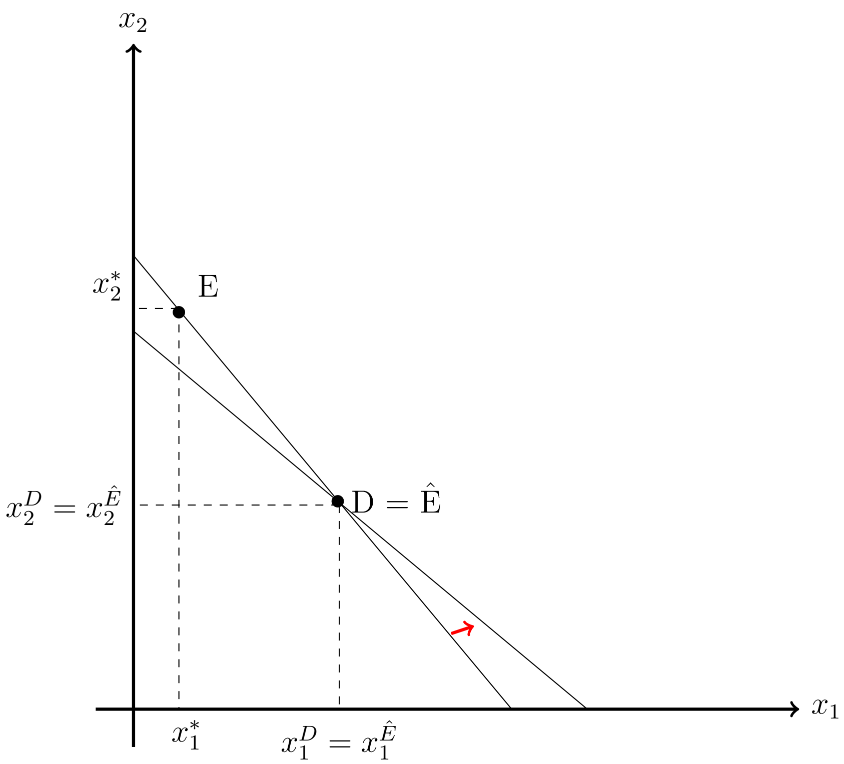
   a.2) bem-estar aumenta;

   Resposta:



a.3) bem estar se mantém o mesmo

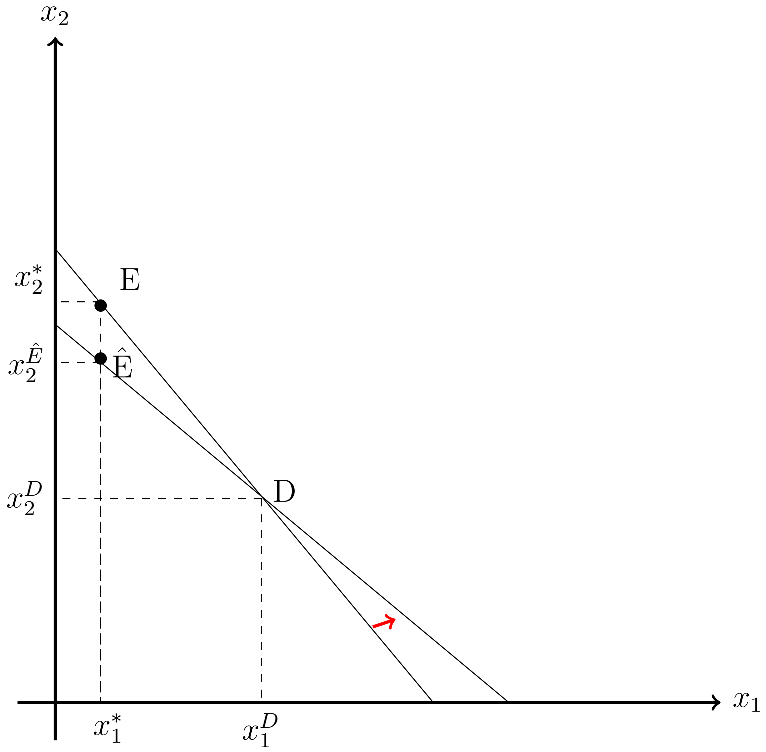
Resposta:



b) Se o consumidor descrito no item a), após a diminuição do preço do bem 1, continuou sendo vendedor líquido do bem, o que ocorre com o seu bem-estar? Ilustre graficamente a sua resposta.

Resposta:

Se o preço do bem que o indivíduo vende caiu e ele continuou vendedor líquido desse bem, podemos garantir que o seu bem-estar caiu.



c) Em aula, nas notas e neste exercício, a análise feita assumiu a existência de apenas dois bens. As conclusões dos itens a) e b) acima e as obtidas em sala para os casos 1, 2, 3 e 4 se alteram? Justifique sua resposta.

Resposta:

Não se alteram, pois no caso de n bens, o consumidor pode ser comprador líquido ou vendedor líquido de no máximo n - 1 bens.

5. Suponha que a função de utilidade de um consumidor e $u(l, c) = l^\alpha \, c^{1-\alpha}$, em que l é o bem lazer, expresso em horas, e c é um bem de consumo qualquer, cujo preço é p. Suponha que o indivíduo possui T horas de tempo, que ele pode dividir em lazer ou trabalho. Se ele trabalha h horas, ele recebe um salário de w por hora trabalhada. A renda do consumidor é determinada apenas pelo seu trabalho.

a) Determine a curva de oferta de trabalho.

Resposta:

O Problema do consumidor é:

$$\max_{l,c} l^{\alpha}c^{1-\alpha} \qquad \text{s.a} \qquad pc + \omega l = \omega T$$

O Lagrangeano desse problema é:

$$L = l^{\alpha}c^{1-\alpha} + \lambda(\omega T - pc - \omega l)$$

As CPOs resultam em:

$F'(l) : \alpha^{\alpha-1}c^{1-\alpha} = \lambda\omega$

$F'(c) : (1-\alpha)l^{\alpha}c^{-\alpha} = \lambda p$

$F'(\lambda)pc + \omega l = \omega T$

Resolvendo o sistema de CPO para c e l encontramos:

$$l(p,\omega) = \frac{\alpha\omega T}{\omega} = \alpha T \text{ e } c(p,\omega) = \frac{(1-\alpha)\omega T}{p}$$

A oferta de trabalho h é portanto:

$$h = T - l = T - \alpha T = (1 - \alpha)T$$

b) Suponha que o governo trasnfere um valor τ para o indivíduo, determinado por τ = G - twh, onde G é a renda mínima garantida pelo governo e τ é a alíquota de imposto sobre a renda do trabalho. Encontre a curva de oferta de trabalho para este caso.

Resposta:

A reta orçamentária agora se torna:

$$pc + \omega l = \tau + \omega T = G - t\omega h + \omega T = G - t\omega(T-l) + \omega T \qquad \rightarrow \qquad pc + (1 - t)\omega l = G + (1 - t)\,\omega T$$

O problema do consumidor é:

$$\max_{l,c} l^{\alpha}c^{1-\alpha} \qquad \text{s. a} \qquad pc + (1-t)\omega l = G + (1-t)\omega T$$

Resolvendo usando o método de Lagrange, temos que as demandas ótimas são:

$$l(p,\omega) = \frac{\alpha(G+(1-t)\omega T)}{(1-t)\omega} \text{ e } c(p,\omega) = \frac{(1-\alpha)(G+(1-t)\omega T}{p}$$

A oferta de trabalho h é portanto:

$$h = T - 1 = T - \frac{\alpha(G+(1-t)\omega T}{(1-t)\omega} = \frac{(1-\alpha)(1-t)\omega T - \alpha G}{(1-t)\alpha}$$

c) Como um aumento em G afeta a oferta de trabalho do indivíduo?

Resposta:

Usando a solução do item anterior, temos que:

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -\frac{\alpha}{(1-t)\omega}$$

Como $\alpha > 0, \omega > 0 \quad e \quad 0 < t < 1$, a derivada $\frac{\partial h}{\partial p}$ é negativa. Então um aumento em G leva a diminuição da oferta de trabalho.

d) Como um aumento no preço p afeta a oferta de trabalho?

Resposta:

Usando a solução do item b), temos que: $\frac{\partial h}{\partial p} = 0$ Logo, uma mudança em p não afeta nem a demanda por lazer nem a oferta de trabalho (esse resultado é devido à utilidade ser do tipo Cobb-Douglas).

Exercícios Escolha Intertemporal

2. Suponha um modelo com dois períodos, onde o indivíduo pode escolher o consumo hoje (c_1), o consumo amanhã (c_2), e a quantidade de lazer que consome (l). O indivíduo pode trabalhar no primeiro período, onde recebe um salário igual a w_1 por unidade de tempo trabalhada. Ele possui H unidades de tempo para dividir entre trabalho e lazer. O indivíduo também pode poupar no primeiro período (ou pegar emprestado) a uma taxa de juros igual à r. Finalmente, o individuo não tem nenhuma outra fonte de renda, a não ser a gerada pelo seu trabalho (ele só trabalha no primeiro período). A utilidade é dada por:

$$u(c_1, c_2, l) = u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l),$$

onde $0 < \beta < 1$ é o fator de desconto intertemporal.

a) Quais são as restrições orçamentárias para cada período?

Resposta:

No 1º período a restrição orçamentária é: $c_1 + s = (H - l)w$

No 2º período a restrição orçamentária é: $c_2 = (1 + r)s$

b) Qual é a restrição orçamentária intertemporal?

Resposta:
A restrição orcamentária intertemporal pode ser obtida substituindo $s = \dfrac{c_2}{1+r}$ na restrição orcamentária para o primeiro período, o que resulta em:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = (H - l)w$$

c) Derive as CPOs do problema de maximização de utilidade desse indivíduo.

Resposta:

O problema de maximização do consumidor é:

$$\max_{c_1, c_2, l} u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l) \quad s.a. \quad c_1 + \frac{c_2}{1+r} = (H - l)w$$

O Lagrangeano do problema é:

$$L = u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l) + \lambda \left[(H - l)w - c_1 - \frac{c_2}{1+r} \right]$$

As CPOs resultam em:

$(c_1) : u'(c_1) = \lambda$

$(c_2) : \beta u'(c_2) = \lambda \dfrac{1}{1+r}$

$(l) : v'(l) = \lambda w$

$(\lambda) : c_1 + \dfrac{c_2}{1+r} = (H - l)w$

d) Suponha que o governo introduz um imposto sobre o consumo do primeiro período, com alíquota τ_1, e um imposto sobre o consumo do segundo período, com alíquota τ_2. Reescreva o problema do consumidor para esse caso e derive as CPO desse problema.

Resposta:

Neste caso o problema do consumidor será:

$$\max_{c_1,c_2,l} u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l) \quad s.a. \quad (1+\tau_1)c_1 + \frac{(1+\tau_2)c_2}{1+r} = (H - l)w$$

O Lagrangeano será:

$$L = u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l) + \lambda \left[(H - l)w - (1+\tau_1)c_1 - \frac{(1+\tau_2)c_2}{1+r} \right]$$

As CPOs resultam em:

$(c_1) : u'(c_1) = \lambda(1+\tau_1)$

$(c_2) : \beta u'(c_2) = \lambda \dfrac{(1+\tau_2)}{1+r}$

$(l) : v'(l) = \lambda w$

$(\lambda) : (1+\tau_1)c_1 + \dfrac{(1+\tau_2)c_2}{1+r} = (H - l)w$

e) Mostre que se as duas alíquotas forem iguais, o imposto não distorce a escolha intertemporalde consumo, porém distorce a escolha entre consumo e lazer, desestimulando a oferta de trabalho.

Resposta:

Dividindo as CPOs para c_1 e c_2 obtidas na solução do item d), obtemos:

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c2)} = \frac{(1+\tau_1)}{1+\tau_2}(1+r)$$

Se $\tau_1 = \tau_2$ então temos que:

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c2)} = (1 + r)$$

que é a mesma relação de escolha intertemporal de consumo para o caso onde não existe imposto. Dividindo as CPO para c_1 e l em derivadas na solução do item d), obtemos:

$$\frac{u'(c_1)}{v'(l)} = \frac{(1+\tau_1)}{w}$$

diferente da relação de escolha entre consumo e lazer hoje para o caso onde não existir imposto ($u'(c_1)/v'(l) = 1/w$). Como $(1 + \tau_1) > 1$, e $u'' < 0, v'' < 0$, então o nível de consumo hoje cai em relação ao nível de lazer.

4. (NS) Laibson (1997) supõe que as pessoas possuem uma utilidade intertemporal com a seguinte forma:

$$U(c_t; c_t + 1; ...; c_T) = u(c_t) + \beta \sum_{k=1}^{T-t} \delta^k u(c_t + k)$$

com $T > t, 0 < \beta < 1$ e $0 < \delta < 1$. Este tipo particular de desconto intertemporal leva possibilidade de miopia.

b) Calcule a TMS entre c_{t+1} e c_{t+2} no período t. Compare esse valor com a TMS entre c_{t+1} e c_{t+2} no período t + 1. Explique por que, com uma taxa de juros constante, isso implicaria escolhas "dinamicamente inconsistentes"ao longo do tempo (especificamente, como a relação ótima entre c_{t+1} e c_{t+2} muda nas duas perspectivas)?

Resposta:

No período T, a TMS entre c_{t+1} e c_{t+2} é:

$$TMS^t_{t+1,t+2} = -\frac{\partial U/\partial c_{t+1}}{\partial U/\partial c_{t+2}} = -\frac{\beta\delta u'(c_{t+1})}{\beta\delta^2 u'(c_{t+2})} = \frac{u'(c_{t+1})}{\delta u'(c_{t+2})}$$

Já no período t+1, a TMS entre c_{t+1} e c_{t+2} é:

$$TMS^{t+1}_{t+1,t+2} = -\frac{\partial U/\partial c_{t+1}}{\partial U/\partial c_{t+2}} = -\frac{u'(c_{t+1})}{\beta\delta u'(c_{t+2})} = \frac{u'(c_{t+1})}{\beta\delta u'(c_{t+2})}$$

As preferências dadas pelas equações acima, são dinamicamente inconsistentes, pois no período t, a TMS é dada por $\dfrac{u'(c_{t+1})}{\delta u'(c_{t+2})}$ que difere do período $t + 1$ dado por $\dfrac{u'(c_{t+1})}{\beta\delta u'(c_{t+2})}$ devido a presença do β. Sendo a taxa de juros (r) constante, a relação ótima entre $t + 1$ e $t + 2$ determinada no período t não será válida no período $t + 1$

Exercícios Escolha sob Incerteza

2. Considere as loterias $g = (0,60 \circ 10.000; 0,40 \circ 1.000)$ e h $(0,50 \circ 10.000; 0,50 \circ 2.800)$. Se um consumidor está indiferente entre estas duas loterias, então pode-se afirmar que ele é neutro ao risco. Verdadeiro ou falso. Justifique

   Resposta:

   Sendo os resultados das loterias:

   E(g): (0,6 * 10.000 + 0,4 * 1.000) = 6.400

   E(h): (0,5 * 10.000 + 0,5 * 2.800) = 6.400

   Com o consumidor indiferente entre as duas cestas e com os valores das loterias sendo iguais (E(g) = E(h)) é possível mostrar que o consumidor é neutro ao risco.

5. (A96) Quais das funções abaixo têm as propriedades de utilidade esperada? Justifique sua resposta.

   a) $U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = pw_1 + (1-p)w_2$.

   Resposta: É uma utilidade esperada de von Neumann e Morgenstern, pois é linear na probabilidade, com utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = w$.

   b) $U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = a(pw_1^2 + (1-p)w_2^2)$.

   Resposta: É uma utilidade esperada de von Neumann e Morgenstern, pois é linear na probabilidade, com utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = aw^2$.

   c) $U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = pa\, ln(w_1) + (1-p)b\, ln(w_2)$.

   Resposta: É linear na probabilidade, porém a utilidade de Bernoulli é mudada com o estado da natureza, com $u_1(w) = a\, ln(w)$ e $u_2(w) = b\, ln(w)$, onde u_1 é a utilidade do consumidor se o estado da natureza com probabilidade (p) ocorre e u_2 é a utilidade do consumidor se o estado da natureza com probabilidade $(1-p)$ ocorre. Então, é uma utilidade esperada dependente do estado da natureza.

   d)$U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = \frac{p}{1-p} ln(w_1) + \frac{1-p}{p} ln(w_2)$.

   Resposta: Não é uma utilidades esperada, pois não é linear na probabilidade

e) $U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = p^\alpha ln(w_1) + (1-p)^\alpha ln(w_2)$.

Resposta: Se $\alpha \neq 1$ a utilidade não será linear na probabilidade e não será uma utilidade esperada.

8. (NS) Um indivíduo avesso ao risco possui uma riqueza igual a R$ 20.000. Suponha que ele tem uma chance de perder R$ 10.000 com probabilidade de 50% (e 50% de chance de não perder nada).

a) Calcule o preço atuarialmente justo de um seguro total para essa perda e ilustre graficamente que o indivíduo prefere o seguro justo a correr risco da perda por conta própria.

Resposta:

O preço atuarialmente justo de um seguro total (P) para essa perda é:

$P = 0.5 * 10.000 = 5.000$

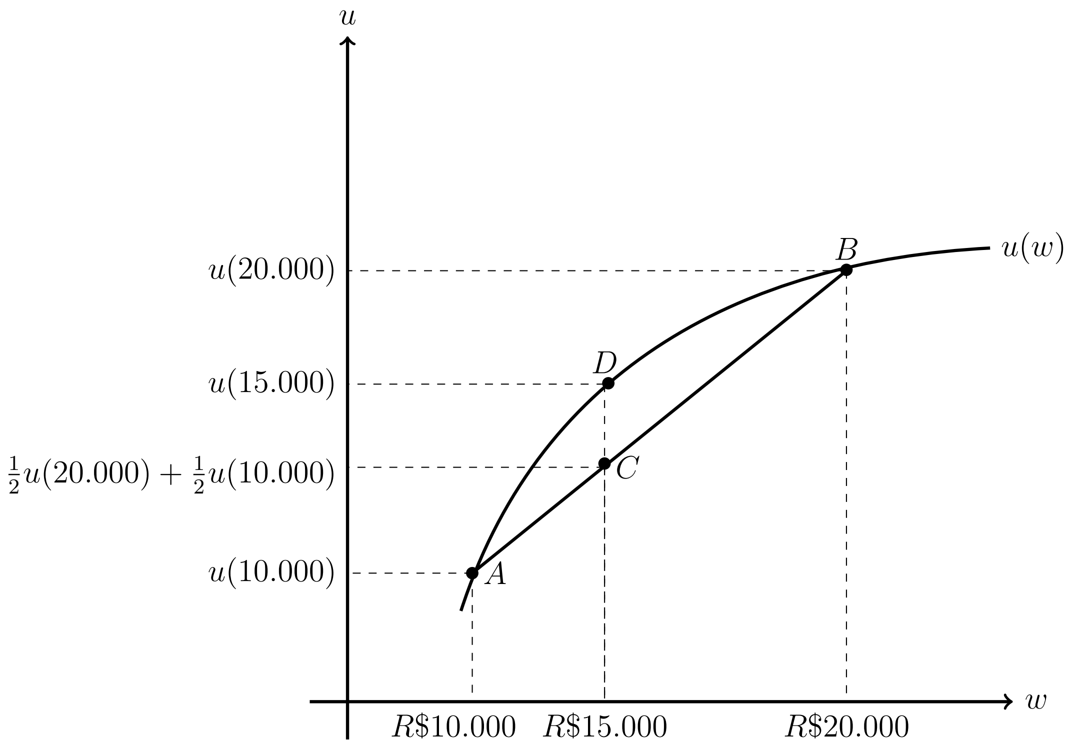
As utilidades do indivíduo com (U_{cs}) e sem (U_{ss}) o seguro são:

$U_{cs} = 0.5u(20.000 - 5.000) + 0.5u(20.000 - 5.000 - 10.000 + 10.000) = u(15.000)$
$U_{ss} = 0.5u(20.000) + 0.5u(10.000)$

onde u denota a utilidade de Bernoulli do indivíduo. Como ele é avesso ao risco, u é estritamente côncava e então:

$U_{cs} = u(15.000) > 0.5u(20.000) + 0.5u(10.000) = U_{ss}$

O gráfico abaixo, demonstra a situação:



b) Suponha agora que existem dois tipos de seguros disponíveis: i) um seguro justo que cobre a perda total, ii) seguro justo que cobre metade da perda total. Calcule o preço do seguro ii) e mostre que indivíduos avessos ao risco preferem o primeiro ao segundo.

Resposta:

O preço atuarialmente justo do seguro (P2) que cobre só a metade da perda é: $P = 0,5 * 5.000 = 2.500$

A utilidade do indivíduo com este seguro (U_m) é:

$U_m = 0,5u(20.000 - 2.500) + 0,5u(20.000 - 2.500 - 10.000 + 5.000) = 0,5u(17.500) + 0,5u(12.500)$

Como u é estritamente côncava, vale que:

$$U_{cs} = u(15.000) > 0,5u(17.500) + 0,5u(12.500) = U_m$$

O indivíduo prefere o seguro total, em que ele consegue eliminar totalmente o risco e obter a mesma utilidade qualquer que seja o estado da natureza que ocorra. Com o segundo seguro, o indivíduo consegue apenas diminuir um pouco a variação na sua renda, mas nã consegue eliminar totalmente o risco. Logo, sua utilidade será maior com o seguro total do que com o seguro parcial.

10. (A09) Um indivíduo possui uma função de utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = 1 - (1/w)$, em que w denota o valor presente líquido da sua renda futura. No momento, ele está contemplando duas opções de carreira pro

ssional. A primeira opção dará a ele uma renda certa de $w = 5$. A outra alternativa dará $w = 400$, com 1% de chance, e $w = 4$ com 99% de chance. Responda aos seguintes itens:

b) Calcule a utilidade esperada das duas opções. Qual deve ser a escolha desse indivíduo?

Resposta:

Utilidade esperada da 1ª opção: $U(1) = 1 - 1/5 = 4/5 = 0,8$.

Utilidade esperada da 2ª opção: $U(2) = \frac{1}{100}\left(1 - \frac{1}{400}\right) + \frac{99}{100}\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{100}\left(\frac{399}{400}\right) + \frac{99}{100}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{400}(3,99 + 297) = \frac{300,99}{400} \approx \frac{3}{4}$

Como $4/5 > 3/4$ a utilidade da primeira opção é maior.