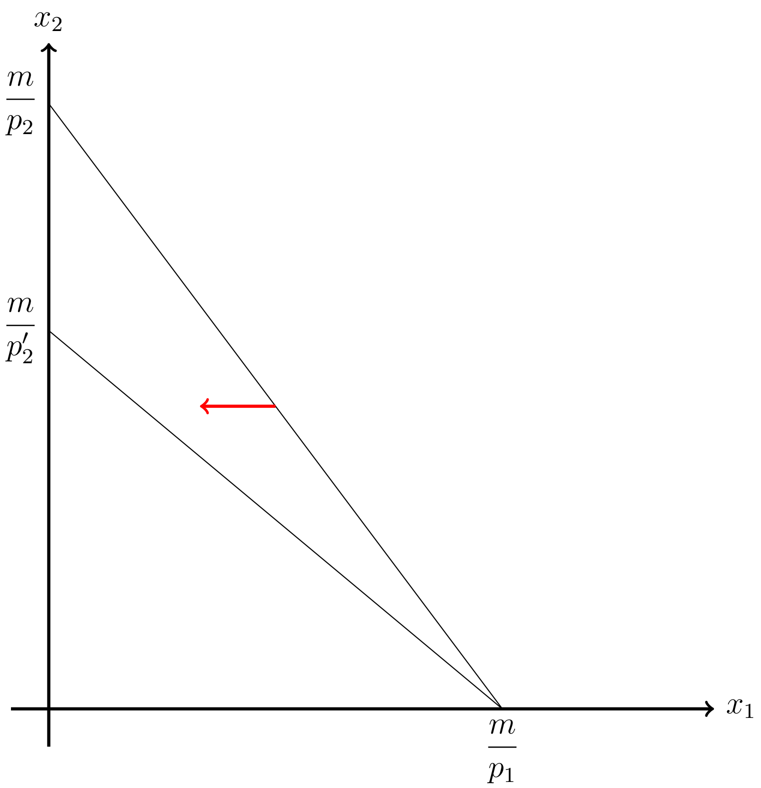
Exercícios de Restrição Orçamentária

1. Assuma que existam apenas dois bens e suponha que o preço do bem 2 aumentou. Represente graficamente essa mudança. Se sabemos que o consumidor exaure toda a sua renda e prefere consumir mais a menos, esse aumento do preço do bem 2 irá afetar o seu bem-estar de que forma? Isso ocorrerá sempre?

   Resposta:

   O gráfico mostra a restrição orçamentária do consumidor quando o preço do bem 2 aumenta.

   O aumento do preço do bem 2 só afetará o bem-estar do consumidor caso ele consuma esse bem. Se consumir seu bem-estar diminuirá, se não, permanecerá o mesmo.

2. Suponha que os preços de todos os bens aumentem na mesma proporção. Isso é equivalente a uma mudança na renda? Explique.

   Resposta:

   Sim, se todos os preços aumentam na mesma proporção, temos uma nova restrição orçamentária, $(tp_1)x_1 + (tp_2)x_2 + ... + (tp_n)x_n \leq m$. Se, $t \geq 2$, o aumento do preços é equivalente a uma diminuição da renda, pois, $p_1x_1 + p_2x_2 + ... + p_nx_n/2$. E se, $t < 2$, o preço cai e a renda aumenta.

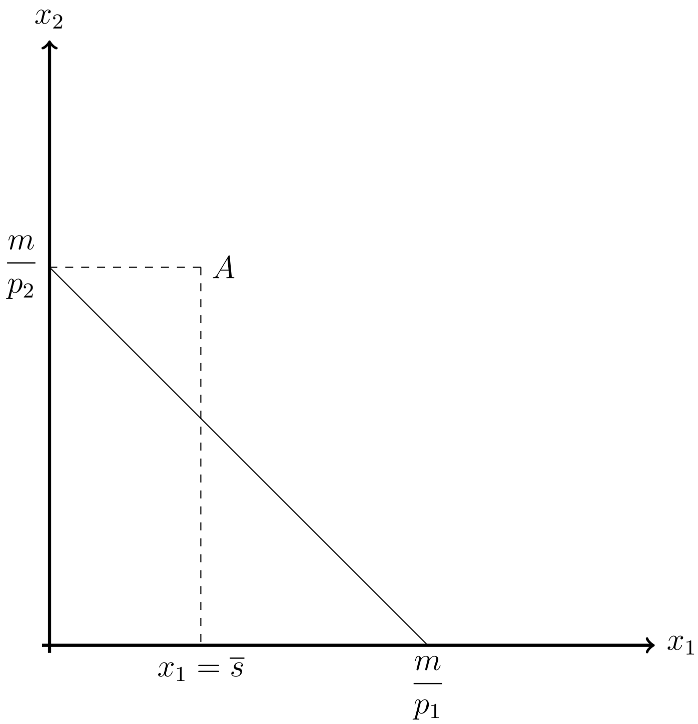
3. Suponha que o bem 1 teve o seu preço quadruplicado e o bem 2 teve o seu preço duplicado. O que ocorre com a inclinação da reta orçamentária? Faz sentido dizermos que o bem 1 se tornou relativamente mais barato do que o bem 2?

   Resposta:

   Antes tinhamos uma reta orçamentária com a inclinação $\frac{-p_1}{p_2}$ e agora $\frac{-4p_1}{2p_2}$, sendo assim, o preço do bem 1 duplicou em relação ao preço do bem 2, logo o bem 1 ficou mais caro e não mais barato que o bem 2.

4. Suponha que o indivíduo consome apenas dois bens, em que o bem 1 é saúde, medido em termos qualidade (ou seja, quanto mais afastado da origem no eixo horizontal, melhor o serviço de saúde adquirido). O governo resolve prover gratuitamente o nível de saúde $x_1 = \overline{s}$ (e apenas esse nível é provido de modo gratuito). Represente a reta orçamentária neste caso

   Resposta:

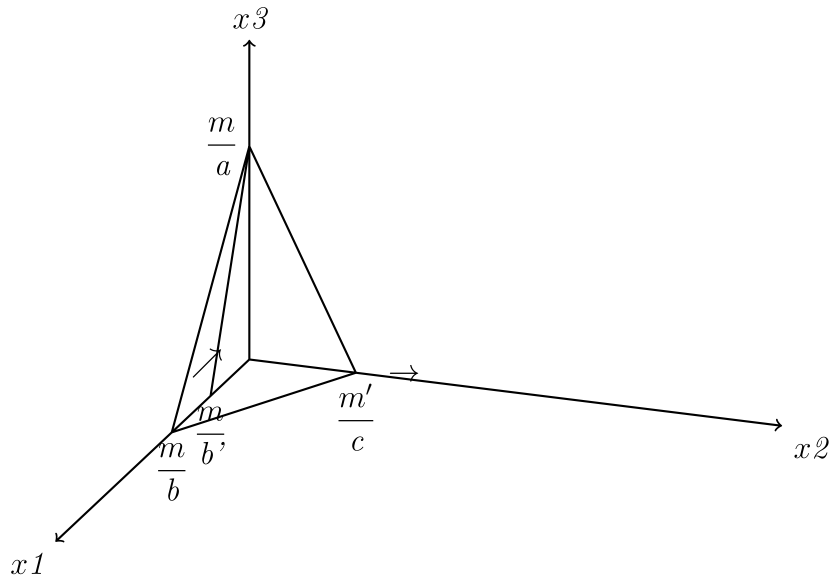


   A Restrição Orçamentária apresentará uma quebra no nivel de saúde $x_1 = \overline{s}$, pois o consumidor não precisará pagar se consumir nesse nível, podendo gastar sua renda com outros bens. Assim como A todas as cestas que estiverem no nível $x_1 = \overline{s}$ e $x_2 \leq \dfrac{m}{p_2}$ são factíveis.

5. Ilustre graficamente a restrição orçamentária para o caso de três bens. O que ocorre com essa restrição se a renda aumentar? E se o preço de um bem aumentar?

Resposta:

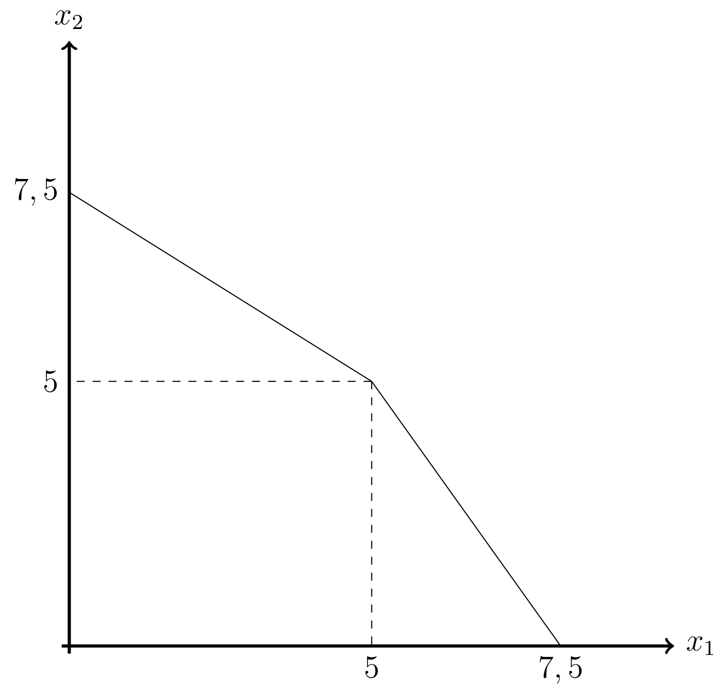
Para demonstrar a variação de aumento da renda pegamos o bem x_2 e aplicamos na variação da renda, assim, se a renda varia há um aumento no consumo do bem x_2, mudando de m para m'. Já no bem x_1, ocorre o inverso quando o preço do bem aumenta, há uma diminuição na quantidade consumida, indo de b para b'.



6. Suponha que existam apenas dois bens e o governo resolve controlar os preços desses bens do seguinte modo: o preço é de R$ 1,00 até 5 unidades adquiridas, e o preço é R$ 2,00 para unidades adicionais (acima das primeiras 5 unidades adquiridas). Suponha que Carlos tem uma renda de R$ 10,00.

   a)Ilustre graficamente a reta orçamentária de Carlos.

Resposta:



b) Descreva a reta orçamentária em termos algébricos.

Resposta:

$$m = \begin{cases} x_1 + 2(x_2 - 5) + 5 = 10, \text{ se } x_2 > 5, 0 \leq x_1 \leq 5 \\ 2(x_1 - 5) + 5 + x_2 = 10, \text{ se } x_1 > 5, 0 \leq x_2 \leq 5 \end{cases}$$

7. Suponha uma economia com dois bens, denotados por x e y. A reta orçamentária de Maria é $p_x^M x + p_y^M y = m^M$ e a reta orçamentária de João é $p_x^J x + p_y^J y = m^J$, onde $p_x^M / p_y^J \neq p_x^J / p_y^J$. Ou seja, o custo de mercado entre x e y para Maria é diferente do custo de mercado para João. Maria e João decidem se casar e formar uma família onde a renda dos dois é gasta em conjunto, apesar de que os preços dos bens para cada um deles continuam os mesmos de antes.

a) Defina a restrição orçamentária do casal.

Resposta:

A restrição orçamentária do casal é: $p_x x + p_y y = m$.

Onde:
$p_x = \min\{p_x^M, p_x^J\}$,
$p_y = \min\{p_y^M, p_y^J\}$,
$m = m^M$ e m^J.

b) Haverá especialização na compra dos bens?

Resposta:

Sim, pois se Maria tem acesso ao preço do bem x mais barato e João ao preço do bem y, logo Maria se especializará na compra do bem x e joão na compra do bem y.

Exercícios de Preferência

1. Suponha um consumidor que tenha preferências definidas entre cestas compostas por dois bens do seguinte modo: se $(x_1, x_2) \geq (y_1, y_2)$ (ou seja, $x_1 \geq y_1$ e $x_2 \geq y_2$), então x $\succeq$ y.

   a) Mostre como são as relações de preferência estrita e de indiferença associadas a $\succeq$.

   Resposta:

   Relação de Preferência Estrita " $\succ$ " é definida pela relação binária " $\succeq$ ". Significa que vale $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ e que não vale $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$. Assim, ou $(y_1 < x_1)$ ou $(y_2 < x_2)$. Então, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ significa que $(x_1 \geq y_1)$ e $(x_2 \geq y_2)$, com pelo menos uma das cestas valendo de modo estrito.

   Relação de Indiferença " $\sim$ " é definida pela relação binária " $\succeq$ ". Significa que vale $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ assim como $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$. No primeiro caso, temos que $(x_1 \geq y_1)$ e $(x_2 \geq y_2)$ e no segundo caso temos que $(x_1 \leq y_1)$ e $(x_2 \leq y_2)$. Portanto, $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ significa que $x_1 = y_1$ e $x_2 = y_2$, para a preferência definida neste exercécio (observe então que a única cesta indiferente à cesta (x1,x2) é ela própria.

   b) Essas preferências são(justifique sua resposta):

   i) Completas?

   ii) Transitivas?

   iii) monótonas?

   iv)Convexas

2. O técnico de vôlei Bernardo acha que os jogadores devem ter três qualidades: altura, agilidade e obediência. Se o jogador A é melhor que o jogador B em duas dessas três características, então Bernardo prefere A a B. Para os outros casos, ele é indiferente entre A e B. Carlos mede $2,08m$, é pouco ágil e obediente. Luis mede $1,90m$, é muito ágil, e muito desobediente. Paulo mede $1,85m$, é ágil, e extremamente obediente.

a) Bernardo prefere Carlos ou Luis? Bernardo prefere Luis ou Paulo? Bernardo prefere Carlos ou Paulo?

Resposta:

Carlos - Altura: 2,08m; Agilidade: pouco agil; Obediência: obediente.

Luis - Altura: 1,90m; Agilidade: muito ágil; Obediência: muito desobediente.

Paulo - Altura: 1,85m; agilidade: normal; Obediência: extremamente obediente

Carlos $\succ$ Luis; Luis $\succ$ Paulo e Paulo $\succ$ Carlos

b) As preferências do técnico são transitivas?

Resposta:

Não, não são transitivas. Pois Carlos não é preferível a Paulo.

c) Depois de perder vários campeonatos, Bernardo decide mudar sua forma de comparar os jogadores. Agora ele prefere o jogador A ao jogador B se A é melhor do que B nas três características. Ele é indiferente entre A e B se eles têm todas as três characterésticas iguais. Para todas as outras possibilidades, Bernardo diz que não é possível comparar os jogadores. As novas preferências de Bernardo são: completas? transitivas? reflexivas? Justifique.

Resposta:

Não são completas, pois o treinador não consegue mais decidir entre Carlos e Luis, já que Carlos é mais alto e mais obediente, porém menos agil que Luis.
São transitivas pois agora o treinador consegue comparar os jogadores, então A$\succeq$B e B$\succeq$C e A$\succeq$C.
São reflexivas, pois o treinador é indiferente ao mesmo jogador, logo A$\succeq$A

3. Mostre que a preferência lexicográfica é completa, reflexiva e transitiva.

Resposta:

Sejam as cestas X = (x_1, x_2) e Y = (y_1, y_2) bens quaisquer.

Completa: Se $x_1 > y_1$, então, $x \succ y$, ou seja, $x \succeq y$. Se $y_1 > x_1$, então, $y \succ x$, ou seja, $y \succeq x$. No caso em $x_1 = y_1$, olhamos o segundo bem: se $x_2 > y_2$, então $x \succ y$, ou seja, $x \succeq y$. Se $y_2 > x_2$, então $y \succ x$, ou seja, $y \succeq x$. Por fim, se $x_1 = y_1$ e $x_2 = y_2$, então $x \sim y$, ou seja, $x \succeq y$. Dessa forma, em termos da preferência lexicográfica, é sempre possível comparar as cestas X e Y , o que significa que ela é completa.

Reflexiva: Para uma cesta X = (x_1, x_2) qualquer, temos sempre que $x_1 = x_1$ e $x_2 = x_2$, ou seja, $x \sim x$, logo $x \succeq x$, o que mostra que a preferência lexicográfica é reflexiva.

Transitiva: Considere as cestas X = (x_1, x_2), Y = (y_1, y_2) e Z = (z_1, z_2), sendo $x \succeq y$ e $y \succeq z$.

(a) $x \sim y$ implica que x = y. $y \sim z$ implica que y = z. Logo, $x \sim z$ quer dizer que x = z. Ou seja, $x \succeq z$.

(b) $x \succ y$ implica que $x_1 > y_1$ ou que $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. $y \sim z$ implica que $y = z$. Logo, ou $x_1 > z_1$ ou $x_1 = z_1$ e $x_2 > z_2$. Mais especificamente $x \succ z$. Assim, $x \succeq z$.

(c) $x \sim y$ implica que x = y. $y \succ z$ implica que $y_1 > z_1$ ou que $y_1 = z_1$ e $y_2 > z_2$. Logo $x \succ z$ pois $x_1 > z_1$ ou que $x_1 = z_1$ e $x_2 > z_2$. Então, $x \succeq z$.

(d) $x \succ y$ implica que $x_1 > y_1$ ou que $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. $y \succ z$ $y_1 > z_1$ ou que $y_1 = z_1$ e $y_2 > z_2$. logo $x \succ z$ pois $x_1 > z_1$ ou que $x_1 = z_1$ e $x_2 > z_2$. logo,$x \succeq z$.

4. Considere a utilidade u$(x_1, x_2) = x_1^{0,5}\ x_2^{0,5}$.

a) Calcule as utilidades marginais dos bens 1 e 2. Verifique que são decrescentes. Qual seria a interpretação de utilidades marginais decrescentes?

Resposta:

b) Calcule as utilidades marginais dos bens 1 e 2 para a funcão de utilidade $\overline{u}(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$. Verifique que são crescentes.

Resposta:

c) Mostre que u e $\overline{u}$ representam a mesma preferência. O que isso implica a respeito de a utilidade marginal ser decrescente ou crescente?

Resposta:

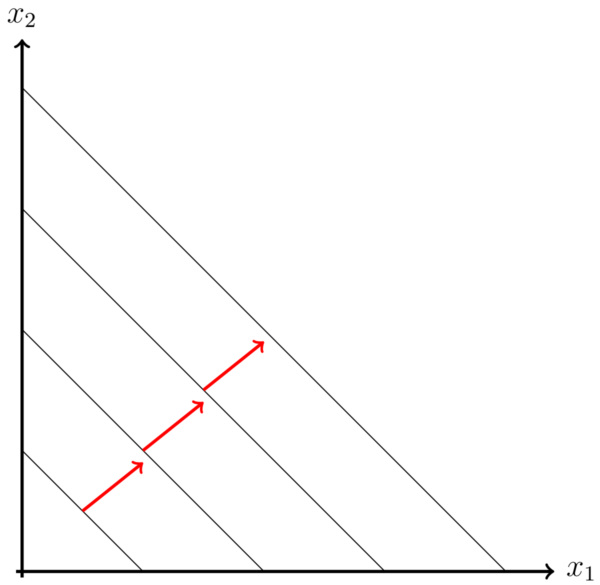
5. Desenhe as curvas de indiferença para as seguintes utilidades:

a) Utilidade Linear: u$(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$, a,b > 0.

Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$

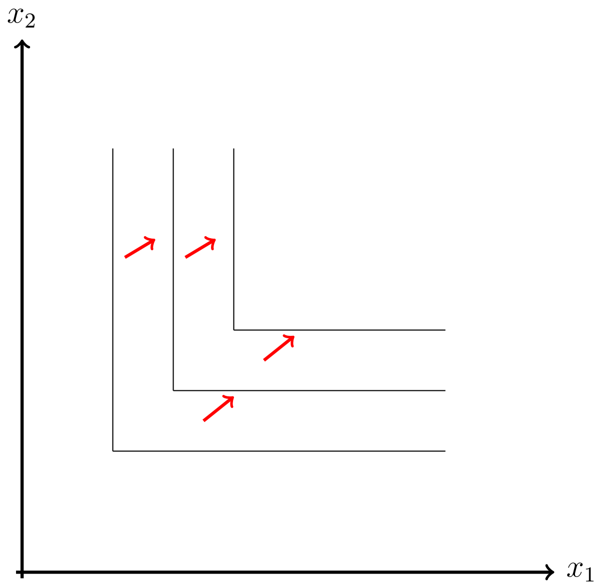


b) Utilidade de Leontief: u$(x_1, x_2) = min\{ax_1, bx_2\}$, a, b > 0.

Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$

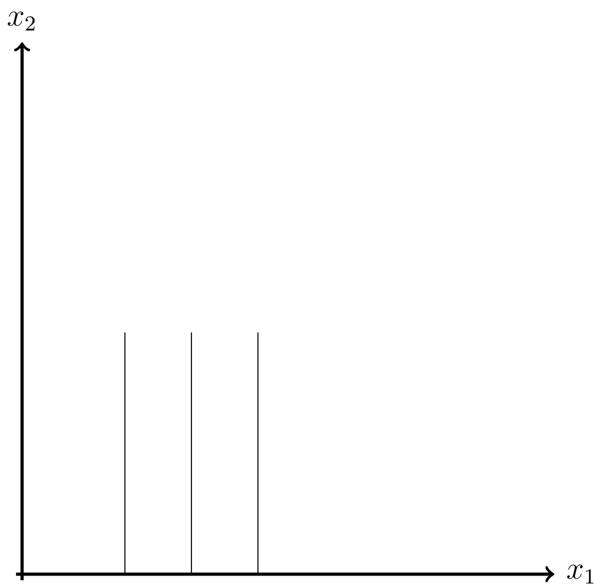


c) Utilidades com um Bem Neutro: u$(x_1, x_2) = x_1$ e u$(x_1, x_2) = x_2$.

Resposta:

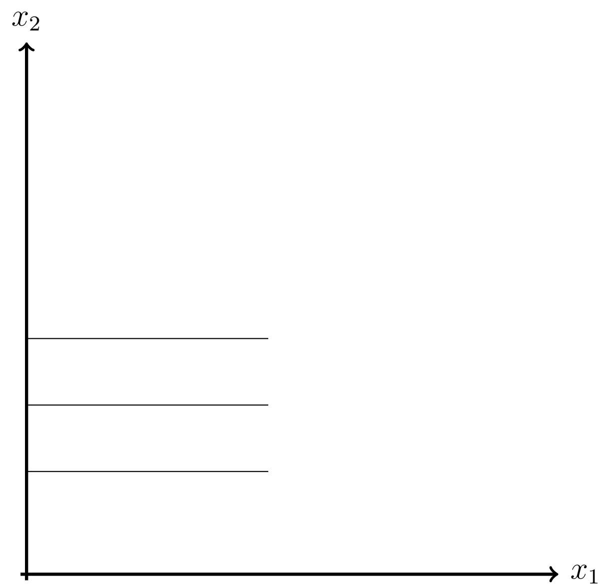
Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = x_1$



Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = x_2$

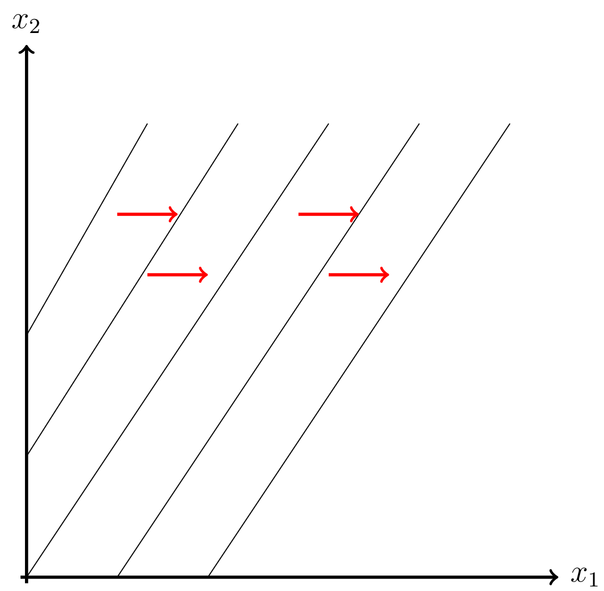


d) Utilidade com um Mal: u$(x_1, x_2) = x_1 - x_2$.

Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = x_1 - x_2$



6. Suponha que uma pessoa esteja consumindo uma cesta de bens tal que a sua utilidade marginal de consumir o bem A é 12 e a sua utilidade marginal de consumir

o bem B é 2. Suponha também que os preços dos bens A e B são $R\$2$ e $R\$1$, respectivamente, e que as preferências desse consumidor são estritamente convexas.

a)Essa pessoa está escolhendo quantidades ótimas dos bens A e B? Caso não esteja, qual bem ela deveria consumir relativamente mais (não se preocupe com a restrição orçamentária nesse item)?

Resposta:

Suponhamos que os bens consumidos façam parte de uma cesta X qualquer.

$$\frac{\partial u(X)/\partial x_A}{\partial u(X)/\partial x_B} = 6 \neq 2\ \frac{p_A}{p_B}$$

Como a TMS é maior entre A e B é maior do que a relação dos preços desses itens, o consumidorr pode aumentar sua utilidade se consumir mais do bem bem A e menos do B, pois ele pode optar por trocar duas unidades de B por uma de A, assim sua utilidade aumentará seis vezes mais.

b) A sua resposta para o item a) depende do valor da utilidade marginal? Explique.

Resposta:

Não, depende da relação entre as utilidades marginais, pois independente da função de utilidade usada para representar as preferências ela permanece a mesma.

7. Suponha que Ana consome apenas pão e circo, e suas preferências são bem-comportadas. Um certo dia o preço do pão aumenta e o preço do circo diminui. Ana continua tão feliz quanto antes da mudança de preços (a renda de Ana não mudou).

a) Ana consume mais ou menos pães após a mudança de preços?

Resposta:

b) Ana consegue agora comprar a cesta que comprava antes?

Resposta:

Exercícios Problema do Consumidor

1. Suponha que existam apenas 2 bens e que a utilidade de um certo indivíduo é $\mathrm{u}(x_1, x_2) = x_1^{0,25} + x_2^{0,25}$

   a) Monte o problema do consumidor e derive as demandas ótimas usando o método de Lagrange.

   Resposta:

   b) Verifique as condições de segunda ordem.

   Resposta:

   c) Mostre que as funções de demanda satisfazem a propriedade de "adding-up", ou seja, que $p_1x_1(p_1, p_2, m) + p_2x_2(p_1, p_2, m)$ é de fato igual a m.

   Resposta:

   d) Mostre que as funções de demanda satisfazem a propriedade de homogeneidade.

   Resposta:

2. Suponha uma função de utilidade definida por:

$$\mathrm{u}(x_1, x_2) = \min\{x_2 + 2x_1, x_1 + 2x_2\}$$

   a) Desenhe a curva de indiferença para $\mathrm{u}(x_1, x_2) = 20$.

   Resposta:

   b) Para que valores de p_1/p_2 a solução ótima consistirá em $x_1 = 0$ e $x_2 = m/p_2$?

   Resposta:

   c) Para que valores de p_1/p_2 a solução ótima consistirá em $x_1 = m/p_1$ e $x_2 = 0$?

   Resposta:

d) Para que valores de p_1/p_2 a solução ótima será interior (ou seja, $x_1^* > 0$ e $x_2^* > 0$)?

Resposta:

3. Considere a utilidade $u(x_1, x_2) = \sqrt{ax_1 + bx_2}$.

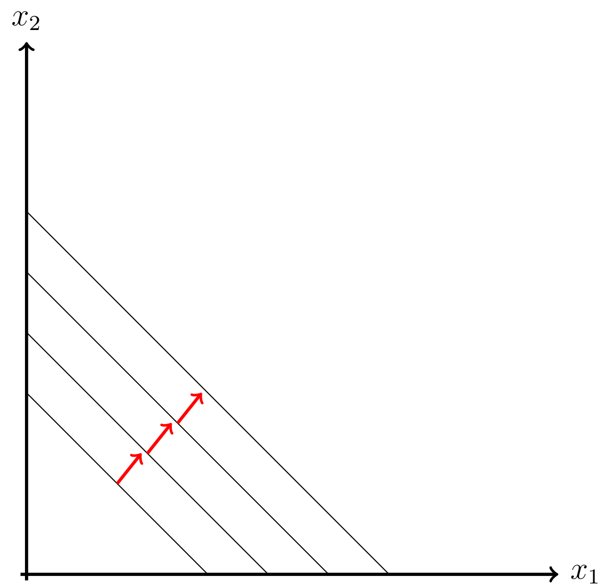
a) Calcule a TMS entre os dois bens. Desenhe o mapa de indiferença desta utilidade.

Resposta:

O mapa de indiferença desta utilidade tem o mesmo formato que mapa de indiferença para a utilidade $u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$. Dessa forma, essa utilidade representa bens substitutos perfeitos.

Curvas de Indiferença

$u(x_1, x_2) = \sqrt{ax_1 + bx_2}$



A TMS é igual a -$\frac{a}{b}$.

b) Encontre as funções de demandas ótimas do consumidor. Justifique sua resposta.

Resposta: O maior problema do consumidor é atingir o mais alto nível de utilidade, de acordo com sua restrição orçamentária. Como os bens são perfeitamente substitutos, ele escolherá o que tiver o preço menor proporcional. As funções de demanda serão:

$$x_1^M(p_1, p_2, m) = \begin{cases} m/p_1, \text{ se } p_1/a < p_2/b \\ 0, \text{ se } p_1/a > p_2/b \end{cases}$$
e
$$x_2^M(p_1, p_2, m) = \begin{cases} 0, \text{ se } p_1/a < p_2/b \\ m/p_2, \text{ se } p_1/a > p_2/b \end{cases}$$

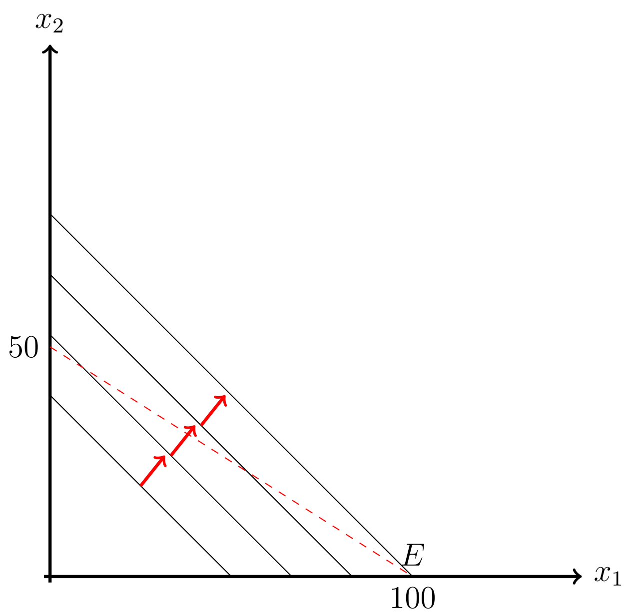
No caso em que $p_1/a = p_2/b$ o consumidor será indiferente entre qual bem comprar, pois a TMS sempre será igual a relação dos preços. consumidor comprará qualquer cesta (x_1^*, x_2^*) que satisfaça a sua restrição orçamentária $px_1^* + px_2^* = m$.

c) Agora suponha que a = b = 1 e $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, m = 100. Ilustre graficamente a solução neste caso. Qual a taxa marginal de substituição na cesta ótima? Para este caso, vale a condição de igualdade de TMS e relação de preços? Discuta intuitivamente sua resposta.

Resposta:

Curvas de Indiferença

u$(x_1, x_2) = \sqrt{ax_1 + bx_2}$



TMS = -1/2. Na cesta ótima $x_1^* = 100$ e $x_2^* = 0$, não é a válida a igualdade entre a TMS e a relação de preço. Isto ocorre porque estamos em uma solução de canto: apenas o bem 1 é consumido. Se fosse possível, o indivíduo continuaria a trocar bem 2 por bem 1, mas ele já está no limite, sem mais nenhuma quantidade de bem 2 para troca.

4. Considere a utilidade u$(x_1, x_2) = (min\{ax_1, bx_2\})^2$.

a) Desenhe o mapa de indiferença desta utilidade. Calcule a TMS entre os dois bens.

Resposta:

b) Encontre as funções de demandas ótimas do consumidor. Justifique sua resposta.

Resposta:

c) Agora suponha que a = b = 1 e $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, m = 100. Calcule e ilustre graficamente a solução neste caso. Suponha agora que os preços mudaram para $p_1 = 2$ e $p_2 = 1$, e que a renda não se modificou. Calcule e ilustre graficamente a solução neste caso. Compare as duas soluções encontradas neste item. Discuta intuitivamente sua resposta.

Resposta:

5. Encontre as demandas ótimas para os seguintes casos, onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$:

a) u$(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$;

Resposta:

b) u$(x_1, x_2) = x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$;

Resposta:

c) u$(x_1, x_2) = \alpha ln(x_1) + \beta ln(x_2)$;

Resposta:

As CPOs resultam em:

$$(x_1)\text{: } \lambda^* p_1 = \frac{\alpha}{x_1}$$
$$(x_2)\text{: } \lambda^* p_2 = \frac{\beta}{x_2}$$
$$(\lambda)\text{: m} = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

Dividindo a primeira CPO pela segunda CPO, obtemos:

$$\frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_2 = \frac{p_1}{p_2}\left[\frac{\beta x_1}{\alpha}\right]$$

Substituimos agora essa expressão para x_2 na reta orçamentária (terceira CPO):

$$\text{m} = p_1 x_1 + p_2 \left(\frac{p_1}{p_2}\left[\frac{\beta x_1}{\alpha}\right]\right) \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(\frac{m}{p_1}\right)$$

Substituindo x_1 de volta em x_2, obtemos as duas funções de demanda:

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(\frac{m}{p_1}\right) \text{ e } x_2(p_1, p_2, m) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\left(\frac{m}{p_2}\right)$$

Qual a relação entre as demandas encontradas acima? Justifique a sua resposta. Com base na sua resposta, se a utilidade é do tipo $\text{u}(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$, é possível tranformá-la em uma utilidade do tipo $\text{u}(x_1, x_2) = x_1^{\gamma} x_2^{1-\gamma}$, com $0 < \gamma < 1$? Se sim, qual a relação entre α, β e γ?

Resposta:

6. Calcule as demandas de um consumidor representado por uma utilidade CES (elasticidade de substituição constante) dada por:

$$\text{u}(x_1, x_2) = [a x_1^{\rho} + b x_2^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}},\ 0 \neq \rho < 1.$$

Exercícios Utilidade Indireta e Demanda

1. Considere a seguinte função de utilidade:

$$\mathrm{u}(x_1, x_2) = x_1^{0,5} + x_2^{0,5}.$$

a) Determine as funções de demanda marshallianas e a função de utilidade indireta.

Resposta:

b) Mostre que a função de utilidade indireta satisfaz a propriedades de homogeneidade de grau 0 nos preços e na renda.

Resposta:

2. Suponha que a utilidade de Bernardo seja $\mathrm{u}(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. Suponha que os preços do bem 1 e do 2 sejam $p_1 = R\$$ 1,00 e $p_2 = R\$$ 1,00 e que a renda de Bernardo seja R$ 120.

a) Quais são as quantidades consumidas de cada bem por Bernardo? Qual a utilidade que ele obtém?

Resposta:

p_1 = R$ 1,00;
p_2 = R$ 1,00;
m = R$ 120;

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

$1x_1 + 1x_2 = 120$
$1x_1 + 1(x_1) = 120$
$x_1(1 + 1) = 120$
$x_1 = 120/(1 + 1) \rightarrow x_1 = 60$
como $x_1^* = x_2^* = 60$ e a utilidade é $U^* = 60$

b) Se o governo instituir um imposto sobre o consumo do bem 1 de modo que o seu preço aumente para $p_1 = R\$$ 2, quais serão as quantidades consumidas por Bernardo dos dois bens? Qual a utilidade de Bernardo agora?

Resposta:

p_1 = R\$ 2,00;
p_2 = R\$ 1,00;
m = R\$ 120;

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

$2x_1 + 1x_2 = 120$
$2x_1 + 1(x_1) = 120$
$x_1(2+1) = 120$
$x_1 = 120/(2+1) \rightarrow x_1 = 40$
como $x_1^* = x_2^* = 40$ e a utilidade é $U^* = 40$

c) Suponha que o governo abandone a ideia do imposto sobre o consumo do bem 1 e decida taxar a renda do consumidor por um valor que resulte no mesmo montante que obteria com o imposto descrito no item anterior. Quais as novas quantidades consumidas dos dois bens? Qual a utilidade de Bernardo agora?

Resposta:

Considerando o novo valor pelo item anterior, serão vendidas 40 unidades do bem 1. O governo então arrecadará R\$ 40 de IR. Retirando o imposto de R\$ 40,00 da renda inicial, R\$ 120,00 obtemos a nova renda de R\$ 80,00 como mostra abaixo:

$$\begin{cases} \overline{m} = m - tx_1 \\ \overline{m} = 120 - 40(1) \\ \overline{m} = 80 \end{cases}$$

$x_1 = x_2$
$1x_1 + 1x_2 = 80$
$x_1 = (1+1) = 80x_1 = 80/(1+1) = 40$
$x_1^* = x_2^* = 40$ e a $u^* = 40$

d) Explique intuitivamente a razão do princípio Lump Sum neste exemplo não resulta numa utilidade maior para Bernardo no caso do imposto de renda do que no caso do imposto sobre o consumo.

Resposta:

Como a utilidade é do tipo Leontief, os bens devem ser consumidos em proporçoes fixas. Logo, ao substituir os imposto sobre o consumo pelo imposto sobre a renda, o consumidor continuará consumindo as mesmas quantidades dos dois bens, pois não há possibilidade de substituição. Dessa forma, os dois tipos de impostos levam ao mesmo nivel de bem-estar.

3. Suponha que a utilidade de Ana seja u$(x_1, x_2) = x_1x_2$. Suponha que os preços do bem 1 e do 2 sejam $p_1 = R\$ \ 2$ e $p_2 = R\$ \ 2$ e que a renda de Ana seja R\$ 600.

Resposta:

a) Quais são as quantidades consumidas de cada bem por Ana? Qual a utilidade que ela obtém?

Resposta:

b) Se o governo instituir um subsídio sobre o consumo do bem 1 de modo que o seu preço diminua para $p_1 = R\$ 1$, quais ser˜ao as quantidades consumidas por Ana dos dois bens? Qual a utilidade de Ana agora?

Resposta:

c) Suponha que o governo abandone a ideia do subsídio sobre o consumo do bem 1 e decida repassar um montante fixo para Ana de modo que resulte no mesmo gasto para o governo que o esquema de subsídio anterior gerava. Quais as novas quantidades consumidas dos dois bens? Qual a utilidade de Ana agora?

Resposta:

d) Usando a intuição econômica, elabore um argumento a favor de programas de transferência de renda como o Programa Bolsa Família sobre programas do tipo Vale Gás, que subsidiava o preço do gás de cozinha para pessoas carentes. Faça o raciocínio inverso: discuta as vantagens, caso existam, de um programa de subsídios para o consumo de certos bens sobre um programa de transferência de renda.

Resposta:

4. Suponha que a utilidade de Rafael seja $\mathrm{u}(x_1, x_2) = x_1^{0,2} x_2^{0,8}$, onde x_1 é a quantidade de alimentos que Rafael consome e x_2 é a quantidade de todos os outros bens que Rafael consome (um bem composto, portanto). Suponha que o preço do bem 2 é p_2 = R\$ 1 e que a renda de Rafael R\$ 1000.

   a) Se o preço do bem 1 é R\$ 2, qual é o consumo de alimentos de Rafael?

Resposta:

b) Se o preço do bem 1 duplicar, qual será o novo consumo de alimentos de Rafael?

Resposta:

$$\text{L} = (x_1^{0,2}x_2^{0,8} - p_1x_1\lambda - p_2x_2\lambda + 1000\lambda = 0)$$

f'$(x_1) = 0,2x_1^{-0,8}x_2^{0,8} - p_1\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = \dfrac{0,2x_2^{0,8}}{p_1x_1^{0,8}}$

f'$(x_2) = 0,8x_1^{0,2}x_2^{-0,2} - p_2\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = \dfrac{0,8x_1^{0,2}}{p_2x_2^{0,2}}$

f'$(\lambda) = -p_1x_1 - p_2x_2 + m = 0 \Longrightarrow -p_1x_1 - p_2x_2 = -m$

Igualando $\lambda = \lambda$

$$\frac{0,2x_2^{0,8}}{p_1x_1^{0,8}} = \frac{0,8x_1^{0,2}}{p_2x_2^{0,2}}$$

$$0,2p_2x_2 = 0,8p_1x_1$$

$$x_2 = \frac{0,8p_1x_1}{0,2p_2} \rightarrow x_2 = \frac{4p_1x_1}{p_2}$$

Substituindo x_2 na 3ª CPO:

$$\text{f'}(\lambda) = -p_1x_1 - p_2x_2 + m = 0 \rightarrow -p_1x_1 - p_2x_2 = -m$$

$$-p_1x_1 - p_2\left(\frac{4p_1x_1}{p_2}\right) = -m$$

$$x_1 = \frac{m}{5p_1}$$

Substituindo x_1 em x_2

$$x_2 = \frac{4p_1\frac{m}{5p_1}}{p_2} \rightarrow x_2 = \frac{4m}{5p_2}$$

Temos então as funções de demanda dos dois bens:

$$x_1 = \frac{m}{5p_1} \text{ e } x_2 = \frac{4m}{5p_2}$$

Agora substituindo renda e preços achamos as demandas pelos dois bens: x_1^* e x_2^*

$$x_1 = \frac{1000}{5(4)} \text{ e } x_2 = \frac{4(1000)}{5(1)}$$

$$x_1^* = 50 \text{ e } x_2^* = 800$$

c) Suponha agora que o governo resolva subsidiar alimentos, mantendo o preço igual a R$ 2 – ou seja, concendendo um subsídio de R$ 2 por unidade consumida de x_1. Se o governo financia esse subsídio por meio da cobrança de um imposto sobre a renda, qual é o novo nível de consumo de x_1 de Rafael?

Resposta:

d) Construa um diagrama comparando as situações em b) e c) e mostre em qual situação o consumidor está melhor.

Resposta:

e) Relacione a sua resposta para esta questão com o princípio Lump Sum.

Resposta:
O subsídio em cima da renda aumenta mais a utilidade do consumidor do que o subsídio em cima do bem.

Exercícios Elasticidades

1. Derive as agregações de Engel e Cournot para o caso de n bens. Reescreva essas agregações em termos de elasticidades. Interprete (por exemplo, é possível que todos os bens que um indivíduo consuma sejam bens inferiores? Por quê? Se um indivíduo consome n bens, no máximo quantos bens podem ser inferiores? Justifique sua resposta).

   Resposta:

2. Suponha a existência de n bens. Usando a propriedade de homogeneidade das funções de demanda Marshalliana, mostre que as elasticidades-preço e renda de um dado bem i satisfazem a seguinte igualdade:

$$\eta_i + \sum_{j=1}^{n} \epsilon_{ij} = 0, \tag{9}$$

   onde η_i é a elasticidade-renda do bem i e ϵ_{ij} é a elasticidade-preço da demanda do bem i com relação ao preço do bem j. Interprete intuitivamente a relação (9) acima.

   Resposta:

   A propriedade de homogeneidade implica que os agentes não sofrem de ilusão monetária. Logo, para cada para cada bem $i = 1, \ldots$, n, temos:

$$x_i(t\mathbf{p}, tm) = x_i(p, m), \text{ para todo t} > 0.$$

   Podemos derivá-la com relação a t, o que resulta, pela regra da cadeia, em:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial x_i(t\mathbf{p}, tm)}{\partial p_j} p_j + \frac{\partial x_i(t\mathbf{p}, tm)}{\partial m} m = 0 \tag{10}$$

   Dividindo a igualdade acima por $x_i\ (t\mathbf{p}, tm)$:

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\frac{p_j}{x_i} + \frac{\partial x_i}{\partial m}\frac{m}{x_i} = 0$$

   fazendo t = 1 e reescrevendo (10) em termos de elasticidades obtemos a expressão desejada:

$$\sum_{j=1}^{n} \epsilon_{ij} + \eta_i = 0, \text{ para todo } i = 1, \ldots, \text{n}.$$

3. Suponha que que a elasticidade-renda da demanda per capita de cerveja é constante e igual a 3/4 e a elasticidade-preço é também constante e igual a -1/2. Os consumidores gastam, em média, R$ 400,00 por ano com cerveja . A renda média anual destes consumidores é R$ 6.000,00. Cada garrafa de cerveja custa R$ 3,00.

a) Se o governo pretende desestimular o consumo de cerveja pela metade, qual deve ser o aumento no preço da cerveja que alcançaria esta meta?

Resposta:

b) Suponha que o governo estimou um aumento da renda média anual no próximo ano de R$ 3.000,00. O governo deseja manter o nível de consumo de cerveja constante no próximo ano, usando um imposto sobre o preço da cerveja. Qual deve ser o aumento no preço da cerveja no próximo ano para que o seu consumo n˜ao se modifique, dado que a previs˜ao de aumento de renda se realize?

Resposta:

Exercícios Minimização do Dispêndio

2. Encontre as demandas Hicksianas e a função dispêndio para os seguintes casos:

a)Utilidade Cobb-Douglas: u$(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$, $0 < \alpha > 1$.

Resposta:

O Lagrangeano deste caso é: L= $p_1x_1 + p_2x_2 + \mu(\overline{u} - x_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha})$

As CPOs resultam em:

(1ª) f'$(x_1) = p_1 - \alpha x_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha} \rightarrow p_1 = \mu\alpha x_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha}$

(2ª) f'$(x_2) = p_2 - (1-\alpha)x_1^{\alpha}x_2^{-\alpha} \rightarrow p_2 = \mu(1-\alpha)x_1^{\alpha}x_2^{-\alpha}$

(3ª) f'$(\mu) = \overline{u} - x_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$

Dividindo a 1ª CPO pela 2ª, encontraremos uma expressão para x_1 em função de x_2

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\mu\alpha x_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha}}{\mu(1-\alpha)x_1^{\alpha}x_2^{-\alpha}} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{x_1}{x_2} \rightarrow x_1 = \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{p_2}{p_1}x_2$$

Substituindo a expressão encontrada acima na 3ª CPO, encontraremos a demanda para o bem 2:

$$\overline{u} = \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{p_2}{p_1}x_2\right)^{\alpha} x_2^{1-\alpha} \Longrightarrow \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\alpha} x_2^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$$

$$x_2 = \frac{\overline{u}}{\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{p_2}{p_1}\right)^{\alpha}} \Longrightarrow \frac{\overline{u}}{\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{\alpha}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\alpha}}$$

$$x_2 \left\{= \overline{u}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{-\alpha} p_1^{\alpha}p_2^{-\alpha}\right\}$$

Substituindo a demanda do bem 2 na expressão de x_1 em funcão de x_2, encontramos a demanda do bem 1.

$$x_1 = \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{p_2}{p_1}x_2$$

$$x_1 = \frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{p_2}{p_1}\left(\overline{u}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{-\alpha} p_1^{\alpha}p_2^{-\alpha}\right)$$

$$x_1 = \left\{\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} p_1^{\alpha-1}p_2^{1-\alpha}\overline{u}\right\}$$

A função de dispêndio é encontrada substituindo as demandas compensadas no gasto do consumidor: $e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1 x_1^h + p_2 x_2^h$. Simplificando essa expressão, obtemos:

$$p_1 \left(\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \right)^{1-\alpha} p_1^{\alpha-1} p_2^{1-\alpha} \overline{u} \right) + p_2 x_2 \left(= \overline{u} \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \right)^{-\alpha} p_1^{\alpha} p_2^{-\alpha} \right)$$

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = \alpha^{-\alpha}(1-\alpha)^{\alpha-1} p_1^{\alpha} p_2^{1-\alpha} \overline{u}$$

b) Utilidade linear: $u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$, $a, b > 0$.

Resposta:

$min_{x_1, x_2 \geq 0}\ p_1 x_1 + p_2 x_2$ s.a $ax_1 + bx_2 = \overline{u}$

O consumidor irá consumir o bem relativamente mais barato, em uma quantidade que assegure a ele o nível de utilidade $\overline{u}$, portanto, as demandas Hicksianas são:

$$x_1^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \begin{cases} \overline{u}/a, \text{ se } p_1/a < p_2/b \\ 0, \text{ se } p_1/a > p_2/b \end{cases}$$

e

$$x_2^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \begin{cases} \overline{u}/b, \text{ se } p_1/a > p_2/b \\ 0, \text{ se } p_1/a < p_2/b \end{cases}$$

No caso em que $p_1/a = p_2/b$, o consumidor comprará qualquer cesta (x_1^*, x_2^*) tal que satisfaça a restrição, $ax_1^* + bx_2^* = \overline{u}$. A função dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = \begin{cases} p_1(\overline{u}/a), \text{ se } p_1/a \leq p_2/b \\ p_2(\overline{u}/b), \text{ se } p_1/a > p_2/b \\ p_1(\overline{u}/a) = p_2(\overline{u}/b), \text{ se } p_1/a = p_2/b \end{cases}$$

De modo mais simples, a função dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1 x_1^h + p_2 x_2^h = min \left\{ \frac{p_1}{a}\overline{u}, \frac{p_2}{b}\overline{u} \right\} = \min\left\{ \frac{p_1}{a}, \frac{p_2}{b} \right\} \overline{u}$$

c) Utilidade Leontief: $u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$, $a, b > 0$.

Resposta:

$min_{x_1, x_2 \geq 0}\ p_1 x_1 + p_2 x_2$ s.a $\{ax_1, bx_2\} = \overline{u}$

Vimos que dois bens são complementares perfeitos se são consumidos conjuntamente, em proporções fixas. Logo, as demandas Hicksianas são:

$$x_1^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{\overline{u}}{a} \text{ e } x_2^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{\overline{u}}{b}$$

A função dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1 x_1^h + p_2 x_2^h = p_1 \frac{\overline{u}}{a} + p_2 \frac{\overline{u}}{b} = \left(\frac{p_1}{a} + \frac{p_2}{b} \right) \overline{u}$$

d) Utilidade CES: $\mathrm{u}(x_1, x_2) = [ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$, $a, b > 0, \rho < 1, \rho \neq 0$.

Resposta:

$$L = p_1x_1 + p_2x2 + \mu(\overline{u} - [ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{1/\rho})$$

As CPOs resultam em:

$(1^{\underline{a}})\text{f'}(x_1) = p_1 - \dfrac{1}{\rho}\ (ax_1^\rho + bx_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1}\rho a x_1^{\rho-1}\mu \Rightarrow p_1 = \mu[ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1}ax_1^{\rho-1}$

$(2^{\underline{a}})\text{f'}(x_2) = p_2 - \dfrac{1}{\rho}\ (ax_1^\rho + bx_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1}\rho b x_1^{\rho-1}\mu \Rightarrow p_1 = \mu[ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1}bx_1^{\rho-1}$

$(3^{\underline{a}})\text{f'}(\mu) = \overline{u} - [ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$

Dividindo as duas primeiras CPOs, achamos uma expressão para x_2 em função de x_1

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\mu[ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1}ax_1^{\rho-1}}{\mu[ax_1^\rho + bx_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}-1}bx_1^{\rho-1}}$$

$$\frac{p_1}{p_2}\frac{ax1^{\rho-1}}{bx_2^{\rho-1}} \Rightarrow x_2 = \left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{1/\rho-1} x_1$$

Substituindo essa expressão na terceira CPO, encontramos a demanda Hicksiana para o bem 1:

$$\overline{u} - [ax_1^\rho + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} x_1^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$x_1 = \left[a + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]^{-\frac{1}{\rho}} \overline{u}$$

Substituindo a demanda do bem 1 na expressão de x_2 em funçãao de x_1,encontramos a demanda Hicksiana do bem 2:

$$x_2 = \left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} \left[\left(a + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right)^{-\frac{1}{\rho}} \overline{u}\right]$$

A função de dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1\left(\left[a + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right]^{-\frac{1}{\rho}} \overline{u}\right) + p_2\left(\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} \left[\left(a + b\left(\frac{ap_2}{bp_1}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right)^{-\frac{1}{\rho}} \overline{u}\right]\right)$$

Exercícios Dualidade

2. A utilidade de Carlos é $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. A renda de Carlos é R\$20, e os preços dos bens 1 e 2 são R\$1 e R\$1. Suponha que o preço do bem 1 aumentou para R\$2.

   a) Encontre o efeito total desse aumento na demanda de Carlos pelo bem 1.

   Resposta:

   $m = R\$20,00; p_1 = 1,00; p_2 = 1,00$

   $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$

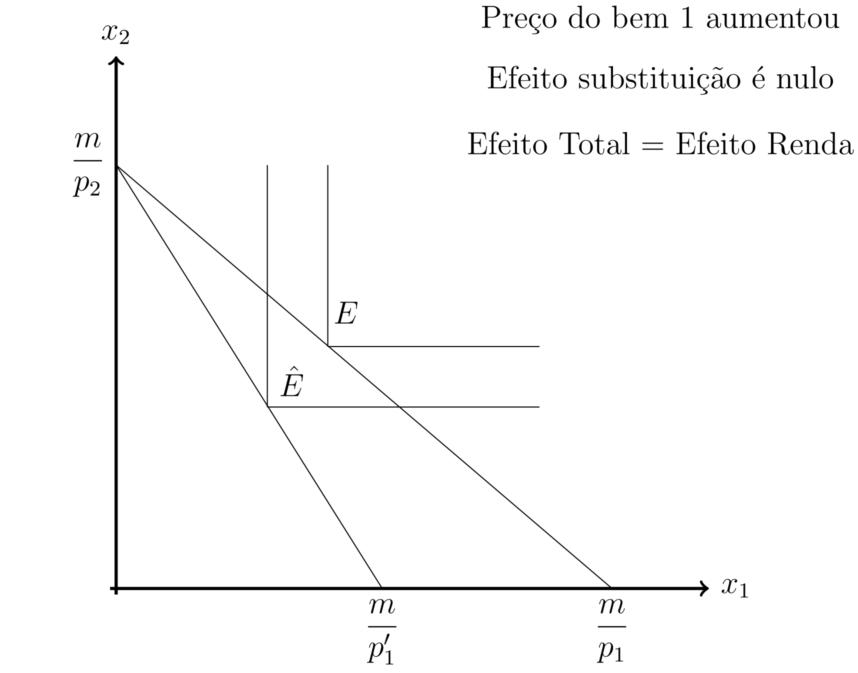
   $$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_1^M = x_2^M = 10 \end{cases}$$
   $$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow \hat{x}_1^M = \hat{x}_2^M = 20/3 \cong 6,66 \end{cases}$$

   Com os preços antigos, Carlos, demandava 10 unidades de cada bem. Já com os preços novos a demanda é de 20/3. O Efeito Total desse aumento na demanda de Carlos pelo bem 1 é a redução no consumo desse bem, ficando igual a $10 - 20/3 = 3.33$.

   b) Decomponha o efeito total em efeito substituição Hicksiano e efeito renda. Interprete intuitivamente o seu resultado.

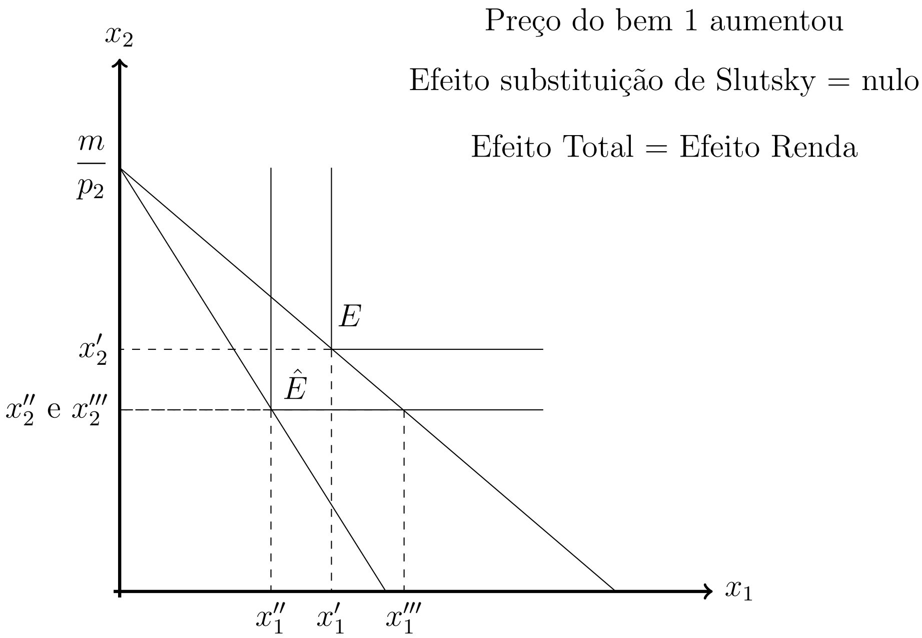
   Resposta:

   Na utilidade Leontief, não há possibilidade de substituição, pois os bens são complementares perfeitos. Logo o efeito substituição é nulo e o efeito total é efeito renda. Como mostra o gráfico:



c) Decomponha o efeito total em efeito substituição de Slutsky e efeito renda. Interprete intuitivamente o seu resultado.

Resposta: Para o caso de um efeito de substituição de Slutsky, a compensação é de modo que o consumidor possa comprar a mesma cesta que adquiria aos preços antigos, mas agora aos preços novos. Portanto, o efeito substituição de Slutsky vai também ser zero e o efeito total é todo efeito renda.



4. Suponha que a função utilidade indireta de um consumidor é:

$$v(p_1, p_2, m) = 50 \left[\frac{1}{p_1^{1/2} p_2} \right]^{2/3} m$$

b) Encontre a função dispêndio desse consumidor. Use o lema de Shephard para encontrar as demandas Hicksianas dos dois bens.

Resposta:

Usando a relação de dualidade $v(p_1, p_2, e(p_1, p_2, \overline{u})) = \overline{u}$ obtemos:

$$v(p_1, p_2, e(p_1, p_2, \overline{u})) = 50 \left[\frac{1}{p_1^{1/2} p_2}\right]^{2/3} e(p_1, p_2, \overline{u}) = \overline{u} \qquad \Rightarrow \qquad e(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{1}{50} p_1^{1/3} p_2^{2/3} \overline{u}$$

Usando o Lema de Shephard, encontramos as demandas Hicksianas:

$$x_1^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{\partial e(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} = \frac{1}{150}(p_1^{-2/3} p_2^{2/3} \overline{u})$$

$$x_2^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \frac{\partial e(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_2} = \frac{1}{75}(p_1^{1/3} p_2^{-1/3} \overline{u})$$

Exercícios Bem-Estar

2. Suponha dois bens com preços positivos ($p_1 > 0$ e $p_2 > 0$). A renda do consumidor é denotada por $m > 0$ e a sua utilidade é:

$$u(x_1, x_2) = x_1$$

a) Determine as demandas Marshallianas desse consumidor (justifique sua resposta).

Resposta:

O problema de maximização de utilidade é:

$$\max_{x_1, x_2 \geq 0} x_1 \quad \text{s.a} \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

A utilidade do consumidor é satisfeita apenas com o bem 1, logo ele irá comprar apenas esse bem. As demandas Marshallianas são:

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} \qquad \text{e} \qquad x_2(p_1, p_2, m) = 0$$

b) Determine as demandas Hicksianas desse consumidor (justifique sua resposta).

Resposta:

O problema de minimização do dispêndio é:

$$\max_{x_1, x_2 \geq 0} p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \text{s.a} \quad x_1 = \overline{u}$$

Assim como a letra (a), apenas o bem 1 traz utilidade a esse consumidor, então as demandas Hickisianas são:

$$x_1(p_1, p_2, \overline{u}) = \overline{u} \qquad \text{e} \qquad x_2(p_1, p_2, \overline{u}) = 0$$

c) Suponha que m é igual a R$ 10. Calcule a VC, a VE e a variação no EC quando o preço do bem 1 aumenta de R$ 1 para R$ 2. Compare essas medidas. Qual é a maior? Qual é a menor? Com base apenas nessas comparações, o bem 1 deve ser normal ou inferior?

Resposta:

Para calcular a variação no excedente do consumidor, usamos a demanda Marshalliana:

$$\Delta EC = \int_{p}^{\hat{p}} x^M(p)dp = -\int_{1}^{2} \frac{m}{p}dp = -10[ln(2) - ln(1)] \approx -6,9 \tag{1}$$

Para calcular a VE e VC, usamos a integral da demanda hicksiana, e para isto, basta lembrar que antes do aumento de preço o consumidor tinha um nível de utilidade $u^0 = 10$ e após o aumento do preço ele tem um nível de utilidade $u^1 = 5$.

$$VC = \int_{p}^{\hat{p}} x^h(p, u^0)dp = -\int_{1}^{2} u^0 dp = -10[2 - 1] = -10 \tag{2}$$

$$VE = \int_{p}^{\hat{p}} x^h(p, u^1)dp = -\int_{1}^{2} u^1 dp = -5[2 - 1] = -5 \tag{3}$$

Temos um bem normal, pois $VC = (-10) < \Delta EC = (-6,9) < VE = (-5)$

5. A utilidade de Letícia é $u(x, y) = \min\{x, y\}$. Letícia recebe R$200 de salário por mês. Os preços dos dois bens que Letícia consome são $p_x = p_y = 1$. O chefe de Letícia quer transferí-la para outra cidade. Letícia gosta das duas cidades igualmente. Porém, na nova cidade, os preços são $p_x = 1$ e $p_y = 2$. Letícia diz que mudar para a outra cidade é tão ruim quanto um corte no salário de A reais. Ela diz também que não se importa de se mudar caso receba um aumento de B reais. Calcule e compare A e B. Qual a relação de A e B com a variaçãao compensadora e a variação equivalente?

Resposta:

A função $u(x, y) = \min\{x, y\}$ representa bens complementares perfeitos. Na cidade original, Letícia consome 100 unidades de cada bem, $x^* = y^*$. Na cidade nova ela vai consumir $\frac{200}{3} \approx 66,67$. A utilidade dela, diminuiu:

$$min\{100, 100\} = 100 > 66,67 = min\{66,67; 66,67\}$$

A mudança equivale a um corte no salário de Letícia de $\frac{200}{3} \approx 66,67$ (valor de A = R$ 66,67). Esse seria um valor negativo da Variação Equivalente (e definida como a quantidade de dinheiro que temos que dar ao indivíduo antes da variação de preços, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que terá depois dessa variação). Então por ser um valor negativo, temos que tirar dela R$ 66,67 para que ela obtenha na cidade antiga o mesmo bem-estar que ela obterá na nova cidade.

No caso: $\begin{cases} 200 - 66,67 = 133,33 \\ \dfrac{133,33}{2} = 66,67 \end{cases}$

Agora se ela receber um aumento de R$ 100,00, ela não se importaria em mudar de cidade (valor de B = R$ 100,00). Esse valor é o negativo da variação compensadora (é a quantidade de dinheiro que temos que tirar do indivíduo depois da variação de preços, para deixá-lo com o mesmo bem-estar que tinha antes dessa variação). Então por ser um valor negativo, temos que dar a ela R$ 100,00 para que ela obtenha na nova cidade a mesmo bem-estar que ela obtinha na cidade antiga.

No caso: $\begin{cases} 200 + 100 = 300,00 \\ \dfrac{300}{3} = 100 \end{cases}$

A Variação Compensadora é menor do que a Variação Equivalente ($-100 < -66,67$), assim concluimos que o bem y, o qual teve uma mudança no preço, é um bem normal.

7. Suponha que a função de utilidade de um consumidor é:

$$u(x_1, x_2) = min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$$

b) Determine as demandas Hicksianas e a função dispêndio.

Resposta:

O problema é o seguinte:

$$\min_{x_1,x_2 \geq 0} p_1x_1 + p_2x_2 \qquad \text{s.a} \qquad min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\} = \overline{u}$$

As demandas Hicksianas são:

$$x_1^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \alpha\overline{u} \qquad \text{e} \qquad x_2^h(p_1, p_2, \overline{u}) = \beta\overline{u}$$

E a função dispêndio é:

$$e(p_1, p_2, \overline{u}) = p_1x_1^h + p_2x_2^h = (\alpha p_1 + \beta p_2)\overline{u}$$

e) Calcule a variação compensadora, a variação equivalente e a variação no excedente do consumidor para a mudança de preço descrita no item d). Qual a relação entre estas medidas? O que esta relação diz sobre o bem 1?

Resposta:

Na situação original, onde o preço do bem 1 é 2, a utilidade do individuo é $u^0 = 200$, pois 200 unidades de cada bem são consumidas. Na situação final, onde o preço do bem 1 passa para 3, a utilidade do individuo é $u^1 = 160$, pois 160 unidades de cada bem são consumidas. Portanto, a variação no excedente do consumidor (ΔEC), a variação compensadora (VC) e a variação equivalente (VE) são:

$$\Delta EC : \int_p^{\hat{p}} x^M(p)dp = -\int_2^3 \frac{800}{p+2}dp = -800[ln(5) - ln(4)] \approx -179$$

$$VC : \int_p^{\hat{p}} x^h(p, u^0)dp = -\int_2^3 200dp = -200[3-2] \approx -200$$

$$VE = \int_p^{\hat{p}} x^h(p, u^1)dp = -\int_2^3 160dp = -160[3-2] \approx -160$$

O bem 1 é um bem normal, pois $VC < \Delta EC < VE$.

Exercícios Preferência Revelada

1. Suponha que existam apenas 3 bens e que um certo indivíduo escolhe as cestas $x^i = (x_1^i, x_2^i, x_3^i)$ aos preços $p^i = (p_1^i, p_2^i, p_3^i)$, $i = 1, 2, 3$ 3 (logo, existem três observações de consumo desse indivíduo), onde:

$$\text{Observação 1: } p^1 = (1, 1, 2), x^1 = (5, 19, 9)$$
$$\text{Observação 2: } p^2 = (1, 1, 1), x^2 = (12, 12, 12)$$
$$\text{Observação 3: } p^3 = (1, 2, 1), x^3 = (27, 11, 1)$$

b) Mostre que essas observações não satisfazem o Axioma Forte da preferência revelada.

Resposta: As observações acima não satisfazem o AFoPR, já que a preferência revelada é intransitiva: $x_2 \succeq_{R^D} x_1$, $x_1 \succeq_{R^D} x_3$ e $x_3 \succeq_{R^D} x_2$. Para não violar o AFoPR a $x_2 \succeq_{R^D} x_3$, porém na 3ª linha ocorre que a $x_3 \succeq_{R^D} x_2$, e isso caracteriza violação do AFoPR.

	Cesta Obs 1	Cesta Obs 2	Cesta Obs 3
Preços Obs 1	42	48	40(∗)
Preços Obs 2	33 (*)	36	39
Precos Obs 3	52	48 (*)	50

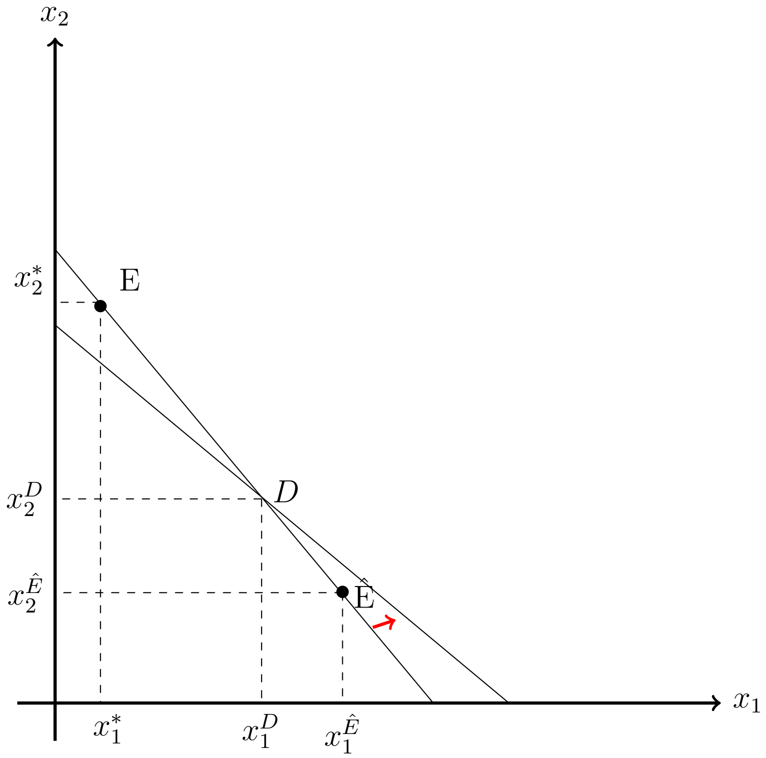
Exercícios Renda Endógena

2. Responda os seguintes itens, considerando um modelo de renda endógena.

   a) Suponha um consumidor vendedor líquido do bem 1. Suponha que o preço deste bem diminuiu de modo que o consumidor decidiu se tornar comprador líquido do bem 1. Ilustre graficamente os três casos possíveis:

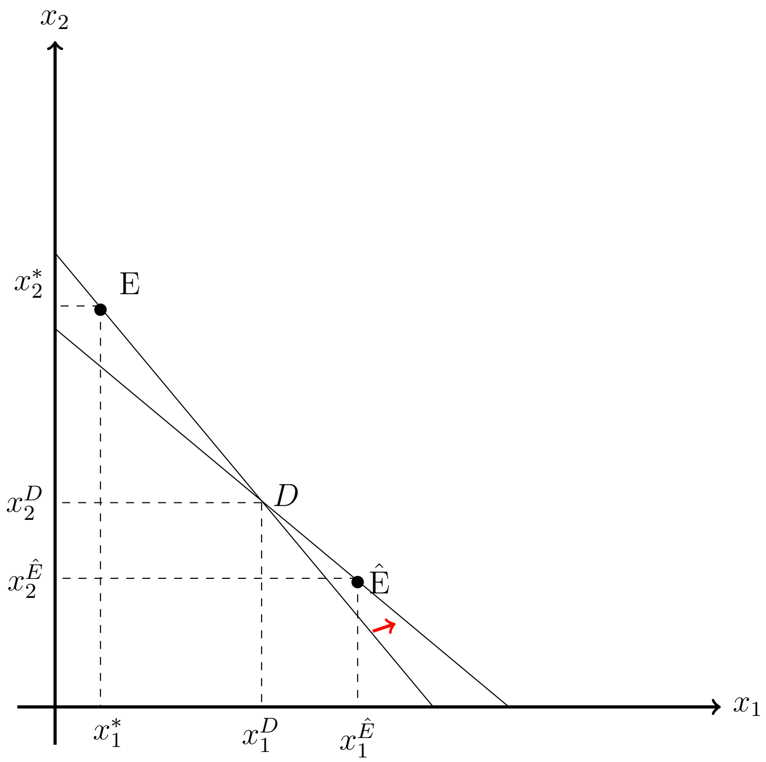
   a.1) bem-estar diminui;

   Resposta:



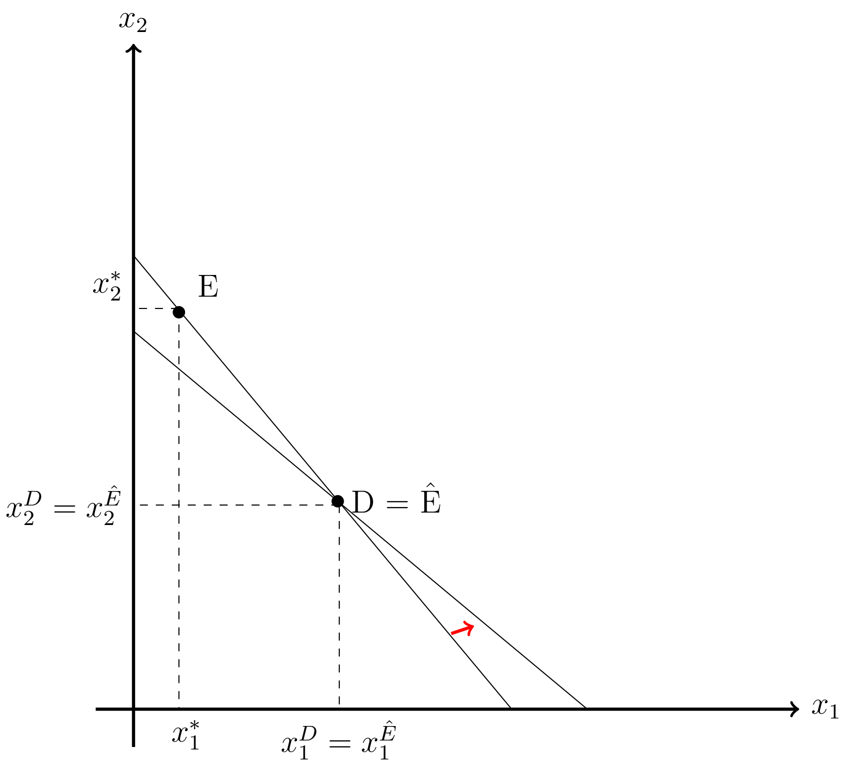
   a.2) bem-estar aumenta;

   Resposta:



a.3) bem estar se mantém o mesmo

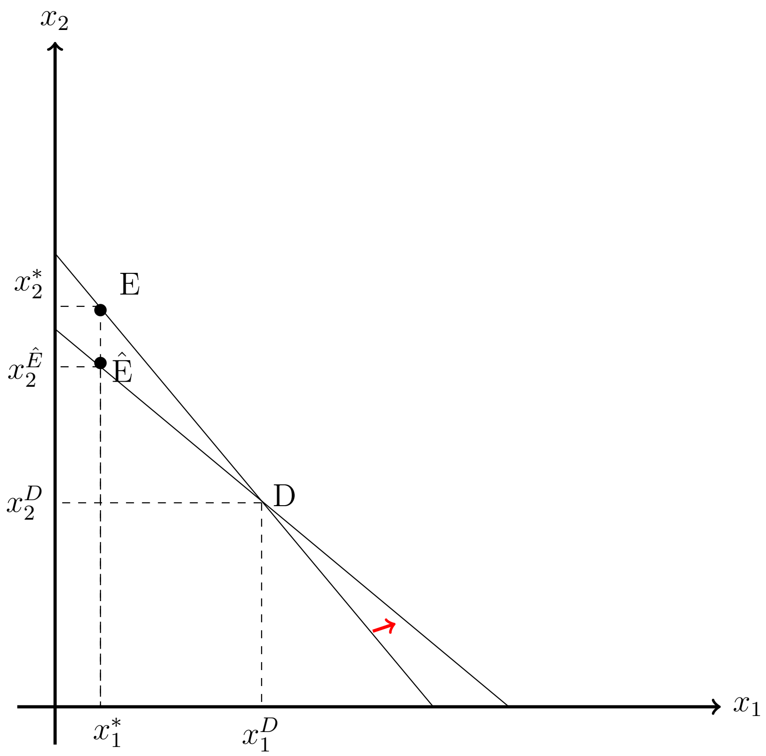
Resposta:



b) Se o consumidor descrito no item a), após a diminuição do preço do bem 1, continuou sendo vendedor líquido do bem, o que ocorre com o seu bem-estar? Ilustre graficamente a sua resposta.

Resposta:

Se o preço do bem que o indivíduo vende caiu e ele continuou vendedor líquido desse bem, podemos garantir que o seu bem-estar caiu.



c) Em aula, nas notas e neste exercício, a análise feita assumiu a existência de apenas dois bens. As conclusões dos itens a) e b) acima e as obtidas em sala para os casos 1, 2, 3 e 4 se alteram? Justifique sua resposta.

Resposta:

Não se alteram, pois no caso de n bens, o consumidor pode ser comprador líquido ou vendedor líquido de no máximo n - 1 bens.

5. Suponha que a função de utilidade de um consumidor e $u(l, c) = l^\alpha \, c^{1-\alpha}$, em que l é o bem lazer, expresso em horas, e c é um bem de consumo qualquer, cujo preço é p. Suponha que o indivíduo possui T horas de tempo, que ele pode dividir em lazer ou trabalho. Se ele trabalha h horas, ele recebe um salário de w por hora trabalhada. A renda do consumidor é determinada apenas pelo seu trabalho.

a) Determine a curva de oferta de trabalho.

Resposta:

O Problema do consumidor é:

$$\max_{l,c} l^{\alpha} c^{1-\alpha} \qquad \text{s.a} \qquad pc + \omega l = \omega T$$

O Lagrangeano desse problema é:

$$L = l^{\alpha} c^{1-\alpha} + \lambda(\omega T - pc - \omega l)$$

As CPOs resultam em:

$F'(l) : \alpha^{\alpha-1} c^{1-\alpha} = \lambda\omega$

$F'(c) : (1-\alpha) l^{\alpha} c^{-\alpha} = \lambda p$

$F'(\lambda) pc + \omega l = \omega T$

Resolvendo o sistema de CPO para c e l encontramos:

$$l(p,\omega) = \frac{\alpha\omega T}{\omega} = \alpha T \text{ e } c(p,\omega) = \frac{(1-\alpha)\omega T}{p}$$

A oferta de trabalho h é portanto:

$$h = T - l = T - \alpha T = (1 - \alpha)T$$

b) Suponha que o governo trasnfere um valor τ para o indivíduo, determinado por τ = G - $t\omega h$, onde G é a renda mínima garantida pelo governo e τ é a alíquota de imposto sobre a renda do trabalho. Encontre a curva de oferta de trabalho para este caso.

Resposta:

A reta orçamentária agora se torna:

$$pc + \omega l = \tau + \omega T = G - t\omega h + \omega T = G - t\omega(T-l) + \omega T \qquad \rightarrow \qquad pc + (1 - t)\omega l = G + (1 - t)\,\omega T$$

O problema do consumidor é:

$$\max_{l,c} l^{\alpha} c^{1-\alpha} \qquad \text{s. a} \qquad pc + (1-t)\omega l = G + (1-t)\omega T$$

Resolvendo usando o método de Lagrange, temos que as demandas ótimas são:

$$l(p,\omega) = \frac{\alpha(G+(1-t)\omega T)}{(1-t)\omega} \text{ e } c(p,\omega) = \frac{(1-\alpha)(G+(1-t)\omega T}{p}$$

A oferta de trabalho h é portanto:

$$h = T - 1 = T - \frac{\alpha(G+(1-t)\omega T}{(1-t)\omega} = \frac{(1-\alpha)(1-t)\omega T - \alpha G}{(1-t)\alpha}$$

c) Como um aumento em G afeta a oferta de trabalho do indivíduo?

Resposta:

Usando a solução do item anterior, temos que:

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -\frac{\alpha}{(1-t)\omega}$$

Como $\alpha > 0, \omega > 0 \quad e \quad 0 < t < 1$, a derivada $\dfrac{\partial h}{\partial p}$ é negativa. Então um aumento em G leva a diminuição da oferta de trabalho.

d) Como um aumento no preço p afeta a oferta de trabalho?

Resposta:

Usando a solução do item b), temos que: $\dfrac{\partial h}{\partial p} = 0$ Logo, uma mudança em p não afeta nem a demanda por lazer nem a oferta de trabalho (esse resultado é devido à utilidade ser do tipo Cobb-Douglas).

Exercícios Escolha Intertemporal

2. Suponha um modelo com dois períodos, onde o indivíduo pode escolher o consumo hoje (c_1), o consumo amanhã (c_2), e a quantidade de lazer que consome (l). O indivíduo pode trabalhar no primeiro período, onde recebe um salário igual a w_1 por unidade de tempo trabalhada. Ele possui H unidades de tempo para dividir entre trabalho e lazer. O indivíduo também pode poupar no primeiro período (ou pegar emprestado) a uma taxa de juros igual à r. Finalmente, o individuo não tem nenhuma outra fonte de renda, a não ser a gerada pelo seu trabalho (ele só trabalha no primeiro período). A utilidade é dada por:

$$u(c_1, c_2, l) = u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l),$$

onde $0 < \beta < 1$ é o fator de desconto intertemporal.

a) Quais são as restrições orçamentárias para cada período?

Resposta:

No 1º período a restrição orçamentária é: $c_1 + s = (H - l)w$

No 2º período a restrição orçamentária é: $c_2 = (1 + r)s$

b) Qual é a restrição orçamentária intertemporal?

Resposta:
A restrição orcamentária intertemporal pode ser obtida substituindo $s = \frac{c_2}{1+r}$ na restrição orcamentária para o primeiro período, o que resulta em:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = (H - l)w$$

c) Derive as CPOs do problema de maximização de utilidade desse indivíduo.

Resposta:

O problema de maximização do consumidor é:

$$\max_{c_1, c_2, l} u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l) \quad s.a. \quad c_1 + \frac{c_2}{1+r} = (H - l)w$$

O Lagrangeano do problema é:

$$L = u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l) + \lambda \left[(H - l)w - c_1 - \frac{c_2}{1+r} \right]$$

As CPOs resultam em:

$(c_1) : u'(c_1) = \lambda$
$(c_2) : \beta u'(c_2) = \lambda \frac{1}{1+r}$
$(l) : v'(l) = \lambda w$
$(\lambda) : c_1 + \frac{c_2}{1+r} = (H - l)w$

d) Suponha que o governo introduz um imposto sobre o consumo do primeiro período, com alíquota τ_1, e um imposto sobre o consumo do segundo período, com alíquota τ_2. Reescreva o problema do consumidor para esse caso e derive as CPO desse problema.

Resposta:

Neste caso o problema do consumidor será:

$$\max_{c_1,c_2,l} u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l) \quad s.a. \quad (1+\tau_1)c_1 + \frac{(1+\tau_2)c_2}{1+r} = (H-l)w$$

O Lagrangeano será:

$$L = u(c_1) + \beta u(c_2) + v(l) + \lambda \left[(H-l)w - (1+\tau_1)c_1 - \frac{(1+\tau_2)c_2}{1+r} \right]$$

As CPOs resultam em:

$(c_1) : u'(c_1) = \lambda(1+\tau_1)$
$(c_2) : \beta u'(c_2) = \lambda \frac{(1+\tau_2)}{1+r}$
$(l) : v'(l) = \lambda w$
$(\lambda) : (1+\tau_1)c_1 + \frac{(1+\tau_2)c_2}{1+r} = (H-l)w$

e) Mostre que se as duas alíquotas forem iguais, o imposto não distorce a escolha intertemporalde consumo, porém distorce a escolha entre consumo e lazer, desestimulando a oferta de trabalho.

Resposta:

Dividindo as CPOs para c_1 e c_2 obtidas na solução do item d), obtemos:

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c2)} = \frac{(1+\tau_1)}{1+\tau_2}(1+r)$$

Se $\tau_1 = \tau_2$ então temos que:

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c2)} = (1+r)$$

que é a mesma relação de escolha intertemporal de consumo para o caso onde não existe imposto. Dividindo as CPO para c_1 e l em derivadas na solução do item d), obtemos:

$$\frac{u'(c_1)}{v'(l)} = \frac{(1+\tau_1)}{w}$$

diferente da relação de escolha entre consumo e lazer hoje para o caso onde não existir imposto $(u'(c_1)/v'(l) = 1/w)$. Como $(1+\tau_1) > 1$, e $u'' < 0, v'' < 0$, então o nível de consumo hoje cai em relação ao nível de lazer.

4. (NS) Laibson (1997) supõe que as pessoas possuem uma utilidade intertemporal com a seguinte forma:

$$U(c_t; c_t+1; ...; c_T) = u(c_t) + \beta \sum_{k=1}^{T-t} \delta^k u(c_t+k)$$

com $T > t, 0 < \beta < 1$ e $0 < \delta < 1$. Este tipo particular de desconto intertemporal leva possibilidade de miopia.

b) Calcule a TMS entre c_{t+1} e c_{t+2} no período t. Compare esse valor com a TMS entre c_{t+1} e c_{t+2} no período t + 1. Explique por que, com uma taxa de juros constante, isso implicaria escolhas "dinamicamente inconsistentes"ao longo do tempo (especificamente, como a relação ótima entre c_{t+1} e c_{t+2} muda nas duas perspectivas)?

Resposta:

No período T, a TMS entre c_{t+1} e c_{t+2} é:

$$TMS^t_{t+1,t+2} = -\frac{\partial U/\partial c_{t+1}}{\partial U/\partial c_{t+2}} = -\frac{\beta\delta u'(c_{t+1})}{\beta\delta^2 u'(c_{t+2})} = \frac{u'(c_{t+1})}{\delta u'(c_{t+2})}$$

Já no período t+1, a TMS entre c_{t+1} e c_{t+2} é:

$$TMS^{t+1}_{t+1,t+2} = -\frac{\partial U/\partial c_{t+1}}{\partial U/\partial c_{t+2}} = -\frac{u'(c_{t+1})}{\beta\delta u'(c_{t+2})} = \frac{u'(c_{t+1})}{\beta\delta u'(c_{t+2})}$$

As preferências dadas pelas equações acima, são dinamicamente inconsistentes, pois no período t, a TMS é dada por $\dfrac{u'(c_{t+1})}{\delta u'(c_{t+2})}$ que difere do período $t+1$ dado por $\dfrac{u'(c_{t+1})}{\beta\delta u'(c_{t+2})}$ devido a presença do β. Sendo a taxa de juros (r) constante, a relação ótima entre $t+1$ e $t+2$ determinada no período t não será válida no período $t+1$

Exercícios Escolha sob Incerteza

2. Considere as loterias $g = (0,60 \circ 10.000; 0,40 \circ 1.000)$ e h $(0,50 \circ 10.000; 0,50 \circ 2.800)$. Se um consumidor está indiferente entre estas duas loterias, então pode-se afirmar que ele é neutro ao risco. Verdadeiro ou falso. Justifique

   Resposta:

   Sendo os resultados das loterias:

   E(g): (0,6 * 10.000 + 0,4 * 1.000) = 6.400

   E(h): (0,5 * 10.000 + 0,5 * 2.800) = 6.400

   Com o consumidor indiferente entre as duas cestas e com os valores das loterias sendo iguais (E(g) = E(h)) é possível mostrar que o consumidor é neutro ao risco.

5. (A96) Quais das funções abaixo têm as propriedades de utilidade esperada? Justifique sua resposta.

   a) $U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = pw_1 + (1-p)w_2$.

   Resposta: É uma utilidade esperada de von Neumann e Morgenstern, pois é linear na probabilidade, com utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = w$.

   b) $U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = a(pw_1^2 + (1-p)w_2^2)$.

   Resposta: É uma utilidade esperada de von Neumann e Morgenstern, pois é linear na probabilidade, com utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = aw^2$.

   c) $U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = pa\, ln(w_1) + (1-p)b\, ln(w_2)$.

   Resposta: É linear na probabilidade, porém a utilidade de Bernoulli é mudada com o estado da natureza, com $u_1(w) = a\, ln(w)$ e $u_2(w) = b\, ln(w)$, onde u_1 é a utilidade do consumidor se o estado da natureza com probabilidade (p) ocorre e u_2 é a utilidade do consumidor se o estado da natureza com probabilidade $(1-p)$ ocorre. Então, é uma utilidade esperada dependente do estado da natureza.

   d)$U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = \frac{p}{1-p} ln(w_1) + \frac{1-p}{p} ln(w_2)$.

   Resposta: Não é uma utilidades esperada, pois não é linear na probabilidade

e) $U(p \circ w_1; (1-p) \circ w_2) = p^{\alpha} ln(w_1) + (1-p)^{\alpha} ln(w_2)$.

Resposta: Se $\alpha \neq 1$ a utilidade não será linear na probabilidade e não será uma utilidade esperada.

8. (NS) Um indivíduo avesso ao risco possui uma riqueza igual a R$ 20.000. Suponha que ele tem uma chance de perder R$ 10.000 com probabilidade de 50% (e 50% de chance de não perder nada).

a) Calcule o preço atuarialmente justo de um seguro total para essa perda e ilustre graficamente que o indivíduo prefere o seguro justo a correr risco da perda por conta própria.

Resposta:

O preço atuarialmente justo de um seguro total (P) para essa perda é:

$P = 0.5 * 10.000 = 5.000$

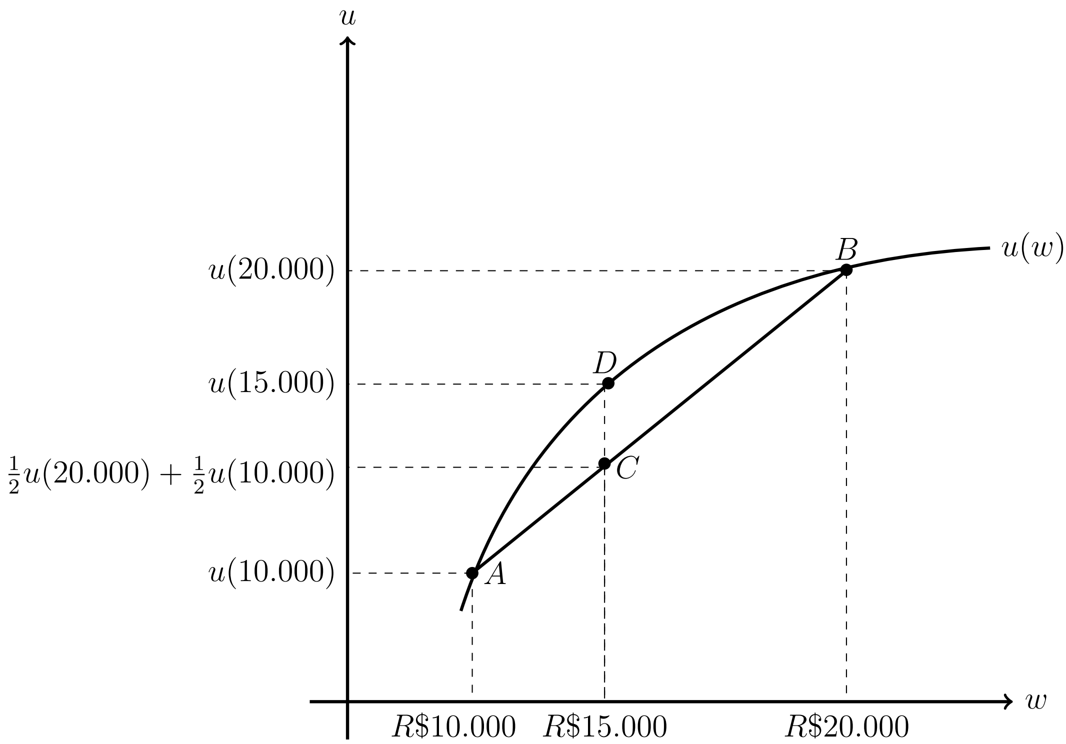
As utilidades do indivíduo com (U_{cs}) e sem (U_{ss}) o seguro são:

$U_{cs} = 0.5u(20.000 - 5.000) + 0.5u(20.000 - 5.000 - 10.000 + 10.000) = u(15.000)$
$U_{ss} = 0.5u(20.000) + 0.5u(10.000)$

onde u denota a utilidade de Bernoulli do indivíduo. Como ele é avesso ao risco, u é estritamente côncava e então:

$U_{cs} = u(15.000) > 0.5u(20.000) + 0.5u(10.000) = U_{ss}$

O gráfico abaixo, demonstra a situação:



b) Suponha agora que existem dois tipos de seguros disponíveis: i) um seguro justo que cobre a perda total, ii) seguro justo que cobre metade da perda total. Calcule o preço do seguro ii) e mostre que indivíduos avessos ao risco preferem o primeiro ao segundo.

Resposta:

O preço atuarialmente justo do seguro (P2) que cobre só a metade da perda é: $P = 0,5 * 5.000 = 2.500$

A utilidade do indivíduo com este seguro (U_m) é:

$U_m = 0,5u(20.000 - 2.500) + 0,5u(20.000 - 2.500 - 10.000 + 5.000) = 0,5u(17.500) + 0,5u(12.500)$

Como u é estritamente côncava, vale que:

$U_{cs} = u(15.000) > 0,5u(17.500) + 0,5u(12.500) = U_m$

O indivíduo prefere o seguro total, em que ele consegue eliminar totalmente o risco e obter a mesma utilidade qualquer que seja o estado da natureza que ocorra. Com o segundo seguro, o indivíduo consegue apenas diminuir um pouco a variação na sua renda, mas nã consegue eliminar totalmente o risco. Logo, sua utilidade será maior com o seguro total do que com o seguro parcial.

10. (A09) Um indivíduo possui uma função de utilidade de Bernoulli dada por $u(w) = 1 - (1/w)$, em que w denota o valor presente líquido da sua renda futura. No momento, ele está contemplando duas opções de carreira pro

ssional. A primeira opção dará a ele uma renda certa de $w = 5$. A outra alternativa dará $w = 400$, com 1% de chance, e $w = 4$ com 99% de chance. Responda aos seguintes itens:

b) Calcule a utilidade esperada das duas opções. Qual deve ser a escolha desse indivíduo?

Resposta:

Utilidade esperada da 1ª opção: $U(1) = 1 - 1/5 = 4/5 = 0,8$.

Utilidade esperada da 2ª opção: $U(2) = \frac{1}{100}\left(1 - \frac{1}{400}\right) + \frac{99}{100}\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{100}\left(\frac{399}{400}\right) + \frac{99}{100}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{400}(3,99 + 297) = \frac{300,99}{400} \approx \frac{3}{4}$

Como $4/5 > 3/4$ a utilidade da primeira opção é maior.