1er Contrôle Continu de Mécanique du Point 1 (12/11/2024) - Faculté de Sciences et Technologie - UPEC

Responsable TD: Felipe FIGUEREDO ROCHA (`felipe.figueredo-rocha@u-pec.fr`)

NOM:______________________________ Prénom: ______________________ Numéro: ________

Licence:______________________________ Groupe: ______________________ Note: ______

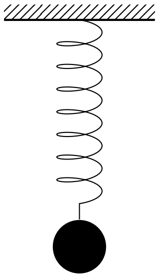
Instructions et règles

- Durée : $1h10\,\text{min}$ (après instructions).
- Il est bien sûr interdit d'utiliser des calculettes et portables!
- N'oubliez pas les unités à la fin du calcul et flèches pour les vecteurs.
- $\pi \approx 3$ afin de faciliter les calculs.
- $\frac{d}{dt}e^{at} = ae^{at}$, $\int e^{at}dt = \frac{1}{a}e^{at} + k$.
- $\lim_{t\to\infty} e^{at} = +\infty$ et $\lim_{t\to\infty} e^{-at} = 0$, avec $a > 0$.
- Période d'oscilation : $T = 2\pi/\omega$.

Q2 (10 pts) : Ressort verticale

On considère le ressort verticale ci-dessous avec raideur k et longueur au repos ℓ_0. Une masse m est attaché au bout du ressort et l'acclèration de la pesanteur g pointe vers le bas.

1. $(1,0$ pts) Après avoir placé l'axe verticale $\vec{u}_y$ et l'origine O d'un répère cartésien (selon votre convenience), exprimer les forces qui agissent sur m.
2. $(1,0$ pts) Etablir le PFD pour ce système et ensuite le projecter sur l'axe y pour établir l'EDO associé.
3. $(1,5$ pts) Déterminer la position d'équilibre y_{eq} pour ce système (obs: équilibre = absence d'accélération).
4. $(1,5$ pts) Vérifier que la solution du type $y(t) = y_{eq} + A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$ satisfait l'EDO du problème, où A, B et ω sont des constants à déterminer.
5. $(1,5$ pts) Déterminer ω, A et B pour le cas où $y(0) = y_{eq}$ et $\dot{y}(0) = v_0$, en fonction de k, m et v_0.
6. $(1,5$ pts) Pour $k = 36N/m$, $m = 1g$ $v_0 = 6m/s$, déterminer ω, A et B et le période T.
7. $(2,0$ pts) Tracer en détail la position $y(t)$ et vitesse $\dot{y}(t)$ pour $t \in [0s, 2\times T]$.



Q2 (10 pts): Le nageur

Un nageur de masse $m = 80kg$ commence son mouvement en repos à l'instant $t = 0s$ au point O. On va supposer d'abord que le mouvement est rectigline selon l'axe horizontale $\vec{u}_x$ (vecteur unitaire) et on choisi O comme l'origine. La vitesse horizontale est donné par $v_x(t) = A(1 - e^{-\frac{b}{A}t})$, avec A et b des constantes positives. Le nageur exerce une force dite de propulsion $\vec{F}_p(t)$ pointé vers le sens du mouvement, tandis l'eau lui exerce une force de frottement $\vec{F}_f(t)$ (la traînée), contraire au mouvement.

1. (1,5 pt) Déterminer l'accélération $a_x(t)$ et position $x(t)$.
2. (1,25 pt) Qu'est-ce que se passe avec l'accélération $a_x(t)$ quand t est grand (t tend vers l'infini)? et quand $t = 0s$?
3. (1,25 pt) Qu'est-ce que se passe avec vitesse $v_x(t)$ quand t est grand (t tend vers l'infini)? et quand $t = 0$?
4. (1,0 pt) Déterminer les dimensions de A et b. Qu'est-ce que ces deux constants réprésentent physiquement?
5. (1,5 pt) En prenant également en compte l'axe verticale $\vec{u}_y$, faire le bilan des forces et écrire le PFD en projectant sur les deux axes.
6. (1,0 pt) En considérant que la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$ équilibre la force poids sur la direction $\vec{u}_y$, calculer $\vec{F}_A$ (obs: le résultat numérique sera donné en utilisant $g = 10m/s^2$ et en format vectoriel).
7. (1,5 pts) En considérant que la force de frottement est donné par $\vec{F}_{frot}(t) = -B\vec{v}(t)$, determiner la dimension de la constant B et la force de propulsion $\vec{F}_{prop}(t)$ en fonction de A, b, B et m.
8. (1,0 pts) Quand est-ce que la force de propulsion s'équilibre avec la force de frottement? A ce moment, déterminer F_p en fonction de A et B.