1er Contrôle Continu de Mécanique du Point 1 (07/11/2024) - Faculté de Sciences et Technologie - UPEC
Responsable TD: Felipe FIGUEREDO ROCHA (`felipe.figueredo-rocha@u-pec.fr`)

NOM:______________________________ Prénom: ______________________ Numéro: _________

Licence:______________________________ Groupe: ______________________ Note: _______

Instructions et règles

- Il s'agit d'une *errata*, les corrections marqués en bleu, la plupart notés au tableau au jour du CC.
- Cela étant, plusieurs réponses peuvent être admises comme bonne. Les points clés de notation étant de la rigueur et de la consistance (et pas les valeurs numériques!).

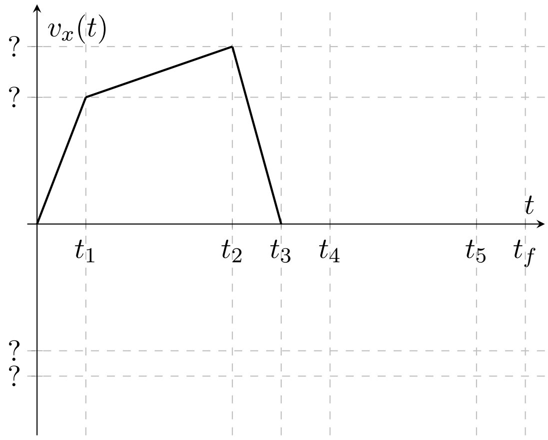
Q1 (5 pts) : Grandeurs, dimensions et unités

Soit les variables: ℓ une longueur, t le temps, m une masse, ω une fréquence, $\vec{v}$ une vitesse, $\vec{a}$ une accélération, $\vec{f}$ une force.

1. (2 pts) En termes de consistance dimensionnelle, jugez en étant Vrai (V) ou Faux (F) les équations suivantes:
   (a) (   ) $\cos^2 \omega t^2 + \sin^2 \omega t^2 = 1$
   (b) (   ) $\omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$, où $[k] = MT^{-2}$
2. (3 pts) Une planète lointaine a une masse de $m = 1,5 \times 10^{17}\,\text{kg}$ et rayon $R = 50\,\text{km}$. En sachant quel est l'accelération de pesanteur g agissant sur un corps placé proche de sa surface est donné par $g = \frac{Gm}{r^2}$, déterminer i) [1,5 pts] la dimension de la constante G et ii) [1,5 pts] la valeur de g pour $G \approx 5 \times 10^{-11}\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$).

Q2 (15 pts): La nageuse

Une nageuse de masse $m = 70kg$ commence son mouvement en repos à l'instant $t = 0s$ au bord A d'une piscine de $50m$ de longueur. On va supposer que le mouvement est rectigline selon l'axe horizontale $\vec{u}_x$ (vecteur unitaire) qui pointe A à B, B étant le deuxième bord de la piscine. Après un période de $5s$ de forte accélération, elle arrive à la vitesse de $\vec{v}(t_1 = 5s) = v_x(t_1)\vec{u_x} = 1\vec{u_x}(m/s)$. Ensuite, elle accélère jusqu'à atteindre la vitesse maximale $v_x(t_2 = 55s) = 1{,}5(m/s)$ et puis désacellère de façon abrupte jusqu'à toucher le bord B en $t = t_3 = 60s$. Pour $t > t_3$ l'athlète va donc inverser le sens de son mouvement, et reviendra au bord A dans l'instant finale t_f. La figure ci-dessous montre en détail l'évolution de la vitesse jusqu'à t_3, vous devez compléter ce diagrame pour $t_3 < t \leq t_f$, ainsi comme ce de l'accélération, pour la suite du l'exercise selon les instructions. Vous pouvez recopier ces diagrammes dans votre feuille de réponse ou répondre directement sur le sujet.



(a) Composante x de la vitesse.

1. (1,0 pt) Sur le diagramme de la vitesse, écrire les valeurs de vitesses et temps connus depuis l'énoncé.
2. (1,5 pt) Tracer un diagramme pour l'accélération entre $0s \leq t < t_3$ (obs: avec valeurs).
3. (1,5 pts) En supposant $t_4 - t_3 = t_1$ et que l'accélération dans les intervales $[t_2, t_3]$ et $[t_3, t_4]$ soient égales, calculer $v_x(t_4)$.
4. (1,5 pts) L'athlète étant plus fatiguée dans son retour, on va considérer que $\|\vec{v}(t_5)\| = \frac{2}{3}\|\vec{v}(t_2)\|$, pour $t_5 - t_4 = t_2 - t_1$. Calculer $\vec{v}_x(t_5)$ et l'accélération dans l'intervale $t \in [t_4, t_5]$.
5. (2 pts) Sachant que la vitesse finale est nulle, tracer les diagrammes de vitesse et accélération pour $t \in [t_3, t_f]$ avec les valeurs calculés précédement (ou de façon qualitative si vous n'en avez pas).
6. (1 pt) En prennant en compte un deuxième axe spatiale $\vec{u}_y$ (la profondeur verticale), dessiner toutes les forces plus importants qui agissent sur la nageuse.
7. (1,5 pt) Ecrire le PFD pour ce problème en le projectant sur chaque axe.
8. (1 pt) Calculer le poids de la nageuse pour $g = 10m/s^2$.
9. (1,5 pt) En considérant que la poussée d'Archimède équilibre toute seule la force poids, calculer le volume immergé de la nageuse (masse volumique de l'eau $\rho = 1g/cm^3$).
10. (1,5 pts) Calculer la force horizontale résultant agissant sur la nageuse dans l'intervale $t \in [t_1, t_2]$ (n'oubliez pas du sens).
11. (1 pt) Expliquer physiquement pourquoi la phrase "la force de frottement agit toujours dans le sens contraire au mouvement" reste vrai pour ce problème.

1er Contrôle Continu de Mécanique du Point 1 (07/11/2024) - Faculté de Sciences et Technologie - UPEC
Responsable TD: Felipe FIGUEREDO ROCHA (`felipe.figueredo-rocha@u-pec.fr`)

NOM:________________________________ Prénom: ________________________ Numéro: _________
Licence:________________________________ Groupe: ________________________ Note: _______

Instructions et règles

- Durée : $1h10\,\text{min}$ (après instructions).
- Il est bien sûr interdit d'utiliser des calculettes et portables!
- N'oubliez pas les unités à la fin du calcul et flèches pour les vecteurs.

Q1 (5 pts) : Grandeurs, dimensions et unités

Soit les variables: ℓ une longueur, t le temps, m une masse, ω une fréquence, $\vec{v}$ une vitesse, $\vec{a}$ une accélération, $\vec{f}$ une force.

1. (2 pts) En termes de consistance dimensionnelle, jugez en étant Vrai (V) ou Faux (F) les équations suivantes:

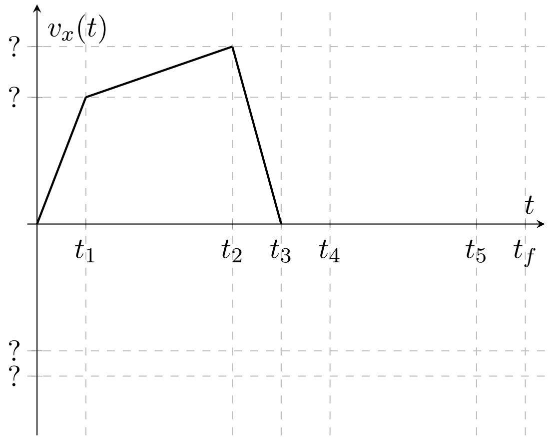
   (a) ( ) $\cos^2 \omega t^2 + \sin^2 \omega t^2 = 1$

   (b) ( ) $\omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$, où $[k] = MT^{-2}$

2. (3 pts) Une planète lointaine a une masse de $m = 1,5 \times 10^{17}\,\text{kg}$ et rayon $R = 50\,\text{km}$. En sachant quel est l'accelération de pesanteur g agissant sur un corps placé proche de sa surface est donné par $g = \frac{Gm}{r^2}$, déterminer i) $[1,5$ pts$]$ la dimension de la constante G et ii) $[1,5$ pts$]$ la valeur de g pour $G \approx 5 \times 10^{-11}\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-1}$).

Q2 (15 pts): La nageuse

Une nageuse de masse $m = 70kg$ commence son mouvement en repos à l'instant $t = 0s$ au bord A d'une piscine de $50m$ de longueur. On va supposer que le mouvement est rectigline selon l'axe horizontale $\vec{u}_x$ (vecteur unitaire) qui pointe A à B, B étant le deuxième bord de la piscine. Après un période de $5s$ de forte accélération, elle arrive à la vitesse de $\vec{v}(t_1 = 10s) = v_x(t_1)\vec{u_x} = 1\vec{u_x}(m/s)$. Ensuite, elle accélère jusqu'à atteindre la vitesse maximale $v_x(t_2 = 55s) = 1{,}5(m/s)$ et puis désacellère de façon abrupte jusqu'à toucher le bord B en $t = t_3 = 60s$. Pour $t > t_3$ l'athlète va donc inverser le sens de son mouvement, et reviendra au bord A dans l'instant finale t_f. La figure ci-dessous montre en détail l'évolution de la vitesse jusqu'à t_3, vous devez compléter ce diagrame pour $t_3 < t \leq t_f$, ainsi comme ce de l'accélération, pour la suite du l'exercise selon les instructions. Vous pouvez recopier ces diagrammes dans votre feuille de réponse ou répondre directement sur le sujet.



(a) Composante x de la vitesse.

1. (1,0 pt) Sur le diagramme de la vitesse, écrire les valeurs de vitesses et temps connus depuis l'énoncé.
2. (1,5 pt) Tracer un diagramme pour l'accélération entre $0s \leq t < t_3$ (obs: avec valeurs).
3. (1,5 pts) En supposant $t_4 - t_3 = t_1$ et que l'accélération dans les intervales $[t_2, t_3]$ et $[t_3, t_4]$ soient égales, calculer $v_x(t_4)$.
4. (1,5 pts) L'athlète étant plus fatiguée dans son retour, on va considérer que $\|\vec{v}(t_5)\| = \frac{2}{3}\|\vec{v}(t_2)\|$. Calculer $\vec{v}_x(t_5)$ et l'accélération dans l'intervalle $t \in [t_4, t_5]$.
5. (2 pts) Sachant que la vitesse finale est nulle, tracer les diagrammes de vitesse et accélération pour $t \in [t_3, t_f]$ avec les valeurs calculés précédement (ou de façon qualitative si vous n'en avez pas).
6. (1 pt) En prennant en compte un deuxième axe spatiale $\vec{u}_y$ (la profondeur verticale), dessiner toutes les forces plus importants qui agissent sur la nageuse
7. (1,5 pt) Ecrire le PFD pour ce problème en le projectant sur chaque axe.
8. (1 pt) Calculer le poids de la nageuse pour $g = 10m/s^2$.
9. (1,5 pt) En considérant que la poussée d'Archimède équilibre tout seule le poids, calculer le volume immergé de la nageuse pour (masse volumique de l'eau $\rho = 1g/cm^3$).
10. (1,5 pts) Calculer la force de frottement résultant agissant sur la nageuse dans l'intervalle $t \in [t_1, t_2]$ (n'oubliez pas du sens).
11. (1 pt) Expliquer physiquement pourquoi la phrase "la force de frottement agit toujours dans le sens contraire au mouvement" reste vrai pour ce problème.

Corrigé CC1 - ~~SPI GP3~~ MATHS - GP2 Méca Point 1 2024/2025 (07/11/24)

Q1

1)

a) Faux, car $[\omega t^2] = T^{-1}T^2 = T \neq 1$.

b) Faux, car $[\omega] = T^{-1} \neq \left[\sqrt{\frac{m}{k}}\right] = \sqrt{\frac{[m]}{[k]}}$

$= \left(\frac{M}{MT^{-2}}\right)^{1/2} = (T^2)^{1/2} = T$

2) $m = 1{,}5 \times 10^{17}\ kg$, $R = 50\ km$

i) $g = \frac{Gm}{R^2} \Rightarrow [G] = [R^2 g / m]$

$= L^2 \cdot LT^{-1} M^{-1}$

$= \underline{L^3 T^{-1} M^{-1}}$

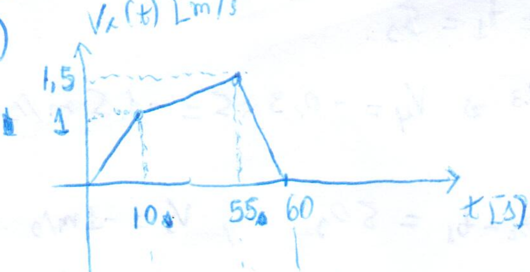
ii) $g = \frac{5 \times 10^{-11} \cdot 1{,}5 \times 10^{17}}{(50 \times 10^3)^2}$

$= \frac{5 \cdot 15 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{16}}{(5 \cdot 10^4)^2}$

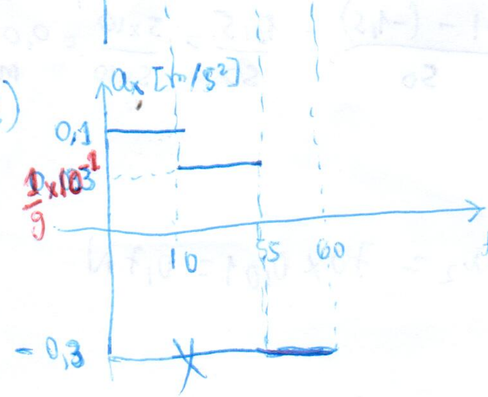
$= \frac{\cancel{5} \cdot 3 \cdot \cancel{5} \cdot 10^5}{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot 10^8} = 3 \times 10^{-3}\ m/s^2$

Q2

1)



2)



$a_1 = \frac{1-0}{10-0} = 0{,}1\ m/s^2$

$a_2 = \frac{1{,}5 - 1}{55 - 10} = \frac{0{,}5}{45} = \frac{1}{9} \times 10^{-1}\ m/s^2$

$= \cancel{\frac{0{,}5}{45}} = \cancel{\frac{3 \cdot 5 \times 10^{-1}}{3 \cdot 5 \cdot 3}} = 0{,}0333...\ m/s^2$

Q2.2) cont.:

$a_3 = \frac{0 - 1{,}5}{60 - 55} = \frac{-3 \times \cancel{5} \times 10^{-1}}{\cancel{5}} = -0{,}3\ m/s^2$

3) $a_4 = a_3 \Rightarrow \frac{V_4 - V_3}{t_4 - t_3} = a_4 = a_3$

$\Rightarrow V_4 = a_3 \times t_1 + V_3$

$V_4 = -0{,}3 \times 10 + 0 = \underline{-3\ m/s}$

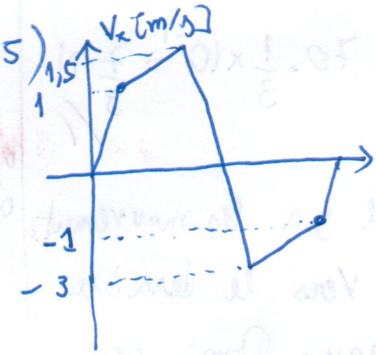
4) $V_5 = \frac{2}{3} V_2 = -\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \underline{-1\ m/s}$

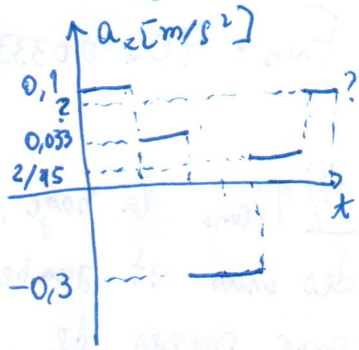
$a_5 = \frac{V_5 - V_4}{t_5 - t_4} = \frac{-1 - (-3)}{45} = \frac{2}{45}\ m/s^2$

on doit supposer $t_5 - t_4 = t_2 - t_1$

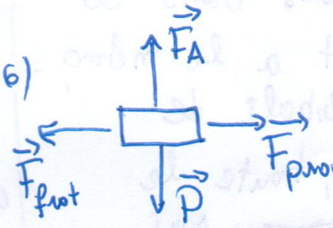
$= 45\ s$

5)





6)



$\vec{F_A}$: poussée d'Archimède

$\vec{P}$: Poids

$\vec{F}_{prop}$: Force de propulsion

$\vec{F}_{frot}$: Force Frottement

7) $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} F_{prop} - F_{frot} = m a_x \\ F_A - P = m a_y = 0 \end{cases}$

8) $P = mg = 70 \times 10 = 700\ N$

Pts principales
- $[g]$ = Force?
- kg n'est pas SI?
- pente accélération
- vecteur → ses composantes.
- réaction.

Q2. cont:

9) $F_A - P = m a_y = 0$

$\Rightarrow F_A = P$

mais $F_A = \rho g V \Rightarrow V = \frac{F_A}{\rho g} = \frac{P}{\rho g}$

$= \frac{mg}{\rho g} = \frac{m}{\rho}$

$\rho = 1\, g/cm^3 = \frac{10^{-3}\, kg}{(10^{-2}\, m)^3} = 1000\, kg/m^3$

$V = \frac{70}{1000} = \frac{7.10}{10^3} = 7\times10^{-2}\, m^3$

10) La force Horizontale résultante est tel que: $F_{res} = m a_x \quad t\in[t_1,t_2]$.

$F_{res} = 70 \times 0,0333 = 70 . \frac{1}{3}\times10^{-1} = \frac{7}{3}\, N$ //

11) Dans la nage, il y a les mouvements des bras et jambes vers le derrière pour pousser de l'eau. Dans ce cas-là le frottement a le même sens du mouvement globale de l'athlète. Par contre, toute le reste du corps est sous l'action des forces de frottements contre le mouvement. La resultante est donc contre de mouvement. La propulsion se donne necessairement par le fait de bouger de l'eau et pas par le frottement. L'eau genère donc une force de réaction qui fait bouger le corps vers l'avant.

Obs: plusieurs réponses sont possibles. J'ai essaié d'être le plus prolixe possible.

ERRATA

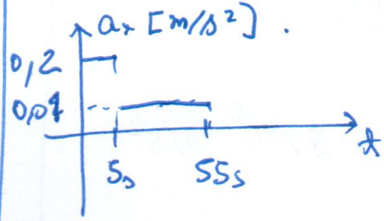
Il y a une inconsistence pour le valeur de t_1 qui peut être: $t_1 = 5s$ (car après un période de 5s de forte accélération) ou $t_1 = 10s$ (« $\vec{V}(t_1 = 10s) = \dots$ »).

Dans la page précedent j'ai fait le calcul pour $t_1 = 10s$. Maintenant je fais refaire pour $t_1 = 5s$ pour les questions concernés.

2) $a_1 = \frac{V_1 - V_0}{t_1 - t_0} = \frac{1-0}{5-0} = 0,2\, m/s^2$

$a_2 = \frac{V_2-V_1}{t_2-t_1} = \frac{1,5-1}{55-5} = \frac{0,5}{50} = \frac{5\times10^{-1}}{5\times10} =$

0,01m/s



~~4) $t_5 - t_4 = t_2 - t_1 = 50s$~~

3) $t_4 - t_3 = t_1 = 5s$.

$a_4 = \frac{V_4 - V_3}{t_4 - t_3} = a_3 \Rightarrow V_4 = -0,3\times5 = -1,5\, m/s$.

4) $t_5 - t_4 = t_2 - t_1 = 50s$, $V_5 = -1\, m/s$

$a_5 = \frac{V_5-V_4}{t_5-t_4} = \frac{-1-(-1,5)}{50} = \frac{0,5}{50} = \frac{5\times10^{-1}}{5\times10} =$

0,01 m/s^2

5) pareil.

10) $F_{res} = m\times a_2 = 70\times 0,01 = 0,7\, N$