1^{er} Contrôle Continu de Mécanique du Point 2 (11/03/2025) - Faculté de Sciences et Technologie - UPEC

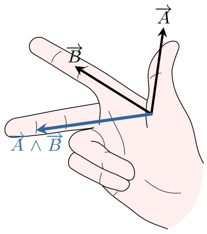
Responsable TD: Felipe FIGUEREDO ROCHA (`felipe.figueredo-rocha@u-pec.fr`)

NOM:______________________________ Prénom: ______________________ Numéro: _________

Licence:______________________________ Groupe: L1 PHYS GP3 Note: _______

Rappels (regarder le tableau aussi)

- Calculettes et téléphones **interdits**.
- N'oubliez vos noms en toutes les feuilles, les unités, des flèches au-dessus des vecteurs, etc.
- Norme produit vectoriel: $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = \|a\|\|b\|| \sin\theta(\vec{a}, \vec{b})|$.
- Si $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est dite une base orthonormé direct, on a: $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z$, $\vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = \vec{u}_x$, $\vec{u}_z \wedge \vec{u}_x = \vec{u}_y$.

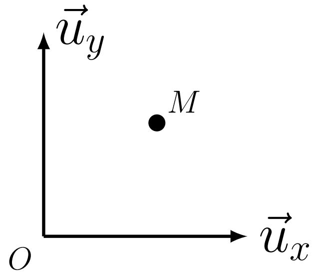


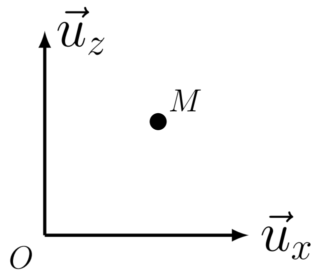
- Repère de Frénet : $\dot{s} = \|\vec{v}\|$, $\vec{v} = \dot{s}\vec{T}$ et $\vec{a} = \ddot{s}\vec{T} + \dfrac{\dot{s}^2}{R_c}\vec{N}$
- Moment d'une force par rapport à O: $\vec{M}_0(\vec{f}) = \vec{OM} \wedge \vec{f}$

Q1 Produit vectoriel (7pts)

La force électromagnétique appliqué à une particule M de charge q, vitesse $\vec{v}$, dans un champs électrique $\vec{E}$ et champs magnétique $\vec{B}$ est donné par $\vec{f}_{EM} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$. On pose $\vec{f}_E = q\vec{E}$, $\vec{f}_M = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$. On va considérer que q est **négatif** et $\vec{E} = -E\vec{u}_y$, $\vec{B} = B\vec{u}_x$, $\vec{v} = -v\vec{u}_z$, avec E, B et v nombres réels **positifs**.

a) (1,0pt) Placer le troisième vecteur de la base cartésienne à l'origine des plans Oxy et Oxz (rappel: utilisez la notation $\otimes$ ou $\odot$, respectivement des vecteurs rentrant ou sortant du plan.). Vous pouvez répondre sur le sujet ou recopier ces figures dans votre feuille de réponse.





b) (1,5pts) Dessiner les vecteurs $\vec{v}$, $\vec{B}$ et $\vec{E}$ (obs: dans les deux plans, la taille des flèches n'est pas important).

c) (1,5pts) Dessiner les vecteurs $\vec{f}_E$ et $\vec{f}_M$ (même observations que b)).

d) (1,5pts) Calculer l'expression de $\vec{f}_{EM}$ en fonction de q, E, B et v.

e) (1,5pts) Calculer le moment de $\vec{f}_{EM}$ par rapport a O quand la particule se trouve dans la position générique $\vec{OM} = a\vec{u}_x + b\vec{u}_y + c\vec{u}_z$.

Q2 : le skieur (13pts)

Un skieur de masse m monte une colline jusqu'à son sommet, et puis il redescend de l'autre côté de la colline. Les équations paramétriques $x(t) = ct$, $y(t) = at^2 + bt$ permettent de décrire son mouvement, avec les constantes $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$. Les forces importantes sont $\vec{R}_N$, la réaction normale, $\vec{P}$, le poids, et $\vec{f}$, une force de propulsion ou de freinage appliquée par le skieur, toujours tangentielle au mouvement. La norme de l'accélération de la pesanteur est notée g, tel que $\vec{g} = -g\vec{u}_y$ pointe vers le bas. L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement en repère. de Frenet.

a) (1,0pt) Déterminez l'équation de la trajectoire $y = y(x)$. Quel est le nom de cette courbe?

b) (1,5pt) Dessiner la trajectoire a partir de $t = 0s$ et jusqu'au l'instant t_f lorsqu'il arrive à la fin de la coline, c'est-à-dire, quand il revient à $y = 0$. Déterminez t_f et la position (x, y) du sommet.

c) (1,25pt) Dessiner les vecteurs $\vec{T}$ et $\vec{N}$ de la base de Frenet en trois instants: i) avant le sommet, ii) sur le sommet et iii) après le sommet.

d) (1,75pt) Déterminer $\vec{v}(t)$ et $\vec{T}$ en coordonées cartesiennes.

e) (1,25pt) Déterminer $\vec{a}(t)$ en coordonées cartesiennes.

f) (1,5pt) Calculer $\dot{s}(t)$ et $\ddot{s}(t)$.

g) (1,75pt) Appliquer le PFD en répère de Frenet quand le skieur se trouve au sommet de la coline. On va supposer que le rayon de courbature R_c à ce point est connu.

h) (1,5pt) Déterminer le rayon de courbure R_c, en particulier au sommet de la tracjetoire.

i) (1,5pt) Déterminer les conditions nécessaires sur la constante c (si aucune) tel que le skieur ne décolle pas au sommet de la coline (obs: d'abord, il faut réfléchir à ce qui se passe pour de la réaction normale).