1er Contrôle Continu de Mécanique du Point 2 (14/03/2025) - Faculté de Sciences et Technologie - UPEC

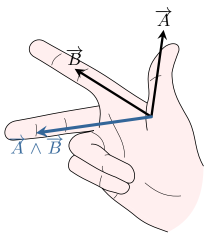
Responsable TD: Felipe FIGUEREDO ROCHA (`felipe.figueredo-rocha@u-pec.fr`)

NOM:________________________________ Prénom: _______________________ Numéro: _________

Licence:________________________________ Groupe: L1 MATH GP2 Note: _______

Rappels (regarder le tableau aussi)

- Calculettes et téléphones **interdits**.
- N'oubliez vos noms en toutes les feuilles, les unités, des flèches au-dessus des vecteurs, etc.
- Norme produit vectoriel: $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = \|a\|\|b\|| \sin\theta(\vec{a}, \vec{b})|$.
- Si $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est dite une base orthonormé direct, on a: $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z$, $\vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = \vec{u}_x$, $\vec{u}_z \wedge \vec{u}_x = \vec{u}_y$.



- Repère de Frénet : $\dot{s} = \|\vec{v}\|$, $\vec{v} = \dot{s}\vec{T}$ et $\vec{a} = \ddot{s}\vec{T} + \dfrac{\dot{s}^2}{R_c}\vec{N}$
- Moment d'une force par rapport à O: $\vec{M}_0(\vec{f}) = \vec{OM} \wedge \vec{f}$

Q1 Produit vectoriel (7pts)

Les forces «bizarretiques» appliqués par les champs vectoriels $\vec{C} = C\vec{u}_x$ et $\vec{D} = -D\vec{u}_x$ à une particule M de vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_y$, sont donnés par $\vec{f}_1 = (\vec{C} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{D}$ et $\vec{f}_2 = (\vec{C} \cdot \vec{D})\vec{v} \wedge \vec{D}$. On va considérer C, D et v nombres réels **positifs**.

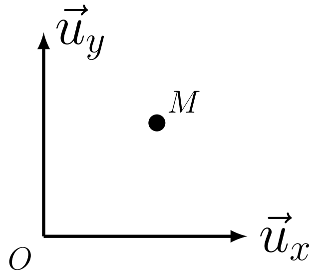
a) (1,0pt) Placer le troisième vecteur de la base cartésienne à l'origine des plans Oxy et Oxz (rappel: utilisez la notation $\otimes$ ou $\odot$, respectivement des vecteurs rentrant ou sortant du plan.). Vous pouvez répondre sur le sujet ou recopier ces figures dans votre feuille de réponse.

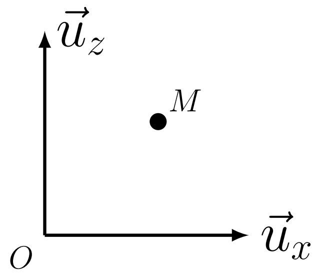
b) (1,5pts) Dessiner les vecteurs $\vec{v}$, $\vec{C}$ et $\vec{D}$ (obs: dans les deux plans, la taille des flèches n'est pas important).

c) (1,5pts) Dessiner les vecteurs $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_2$ (même observations que b)).

d) (1,5pts) Calculer l'expression de $\vec{f}_T = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$ en fonction de C, D et v.

e) (1,5pts) Calculer le moment de $\vec{f}_T$ par rapport a O quand la particule se trouve dans une position générique $\vec{OM} = a\vec{u}_x + b\vec{u}_y + c\vec{u}_z$.





Q2 : le skieur (13pts)

Un skieur de masse m rentre dans un col et puis remonte de l'autre côté du col. Les équations paramétriques $x(t) = ct$, $y(t) = at^2 + bt$ permettent de décrire son mouvement quand il est dans le col, avec les constantes $a > 0, b < 0, c > 0$. Les forces importantes sont $\vec{R}_N$, la réaction normale, $\vec{P}$, le poids, et $\vec{f}$, une force de propulsion ou de freinage appliquée par le skieur, toujours tangentielle au mouvement. La norme de l'accélération de la pesanteur est notée g, tel que $\vec{g} = -g\vec{u}_y$ pointe vers le bas. L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement en repère de Frenet.

a) (1,0pt) Déterminer l'équation de la trajectoire $y = y(x)$. Quel est le nom de cette courbe?

b) (1,5pt) Dessiner la trajectoire a partir de $t = 0s$ et jusqu'au l'instant t_f lorsqu'il arrive à la fin du col, c'est-à-dire, quand il revient à $y = 0$. Déterminez t_f et la position (x, y) du point plus bas du col.

c) (1,25pt) Dessiner les vecteurs $\vec{T}$ et $\vec{N}$ de la base de Frenet en trois instants: i) quand il descend, ii) sur le point plus bas du col et iii) quand il remonte.

d) (1,75pt) Déterminer $\vec{v}(t)$ et $\vec{T}$ en coordonées cartesiennes.

e) (1,25pt) Déterminer $\vec{a}(t)$ en coordonées cartesiennes.

f) (1,75pt) Calculer $\dot{s}(t)$ et $\ddot{s}(t)$.

g) (1,75pt) Déterminer le rayon de courbure R_c tout au long de trajectoire. Où est-il minimale?

h) (1,5pt) Appliquer le PFD en répère de Frenet pour ce mouvement (vous pouvez supposer que le rayon de courbature R_c est connu, si vous n'avez pas réussi à faire l'item précedent).

i) (1,5pt) Déterminer l'expression de la réaction normale au point plus bas du col. Sera-t-elle toujours positive? justifiez.