1[er] Contrôle Continu de Mécanique du Point 2 (14/03/2024) - Faculté de Sciences et Technologie - UPEC

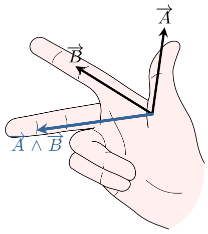
Responsable TD: Felipe FIGUEREDO ROCHA (`felipe.figueredo-rocha@u-pec.fr`)

NOM:_________________________________ Prénom: ________________________ Numéro: _________

Licence:_________________________________ Groupe: ________________________ Note: _______

Rappels (regarder le tableau aussi)

- Calculettes et téléphones **interdits**.
- N'oubliez vos noms en toutes les feuilles, les unités, des flèches au-dessus des vecteurs, etc.
- Norme produit vectoriel: $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = \|a\|\|b\|| \sin\theta(\vec{a}, \vec{b})|$.
- Si $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est dite une base orthonormé direct, on a: $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z$, $\vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = \vec{u}_x$, $\vec{u}_z \wedge \vec{u}_x = \vec{u}_y$.



- Repère de Frénet : $\dot{s} = \|\vec{v}\|$, $\vec{v} = \dot{s}\vec{T}$ et $\vec{a} = \ddot{s}\vec{T} + \dfrac{\dot{s}^2}{R}\vec{N}$
- Theorème du moment cinétique :

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \sum \vec{M}_0(\vec{f}), \quad \text{où } \vec{L}_0 = \vec{OM} \wedge m\vec{v}, \vec{M}_0(\vec{f}) = \vec{OM} \wedge \vec{f}$$

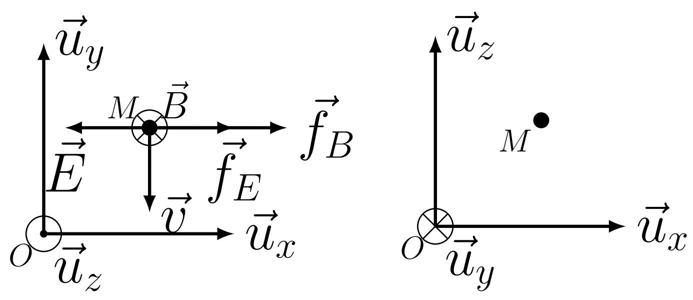
Q1 Application du produit vectoriel dans la force électromagnétique (4pts)

La force électromagnétique appliqué à une particule M de charge q, vitesse $\vec{v}$, dans un champs électrique $\vec{E}$ et champs magnétique $\vec{B}$ est donné par $\vec{f}_{EB} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$. On pose $\vec{f}_E = q\vec{E}$, $\vec{f}_B = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$, tel que $\vec{f}_{EB} = \vec{f}_E + \vec{f}_B$. On va considérer que q est **négatif** et $\vec{E} = -E\vec{u}_x$, $\vec{B} = -B\vec{u}_z$, $\vec{v} = -v\vec{u}_y$, avec E, B et v nombres **positifs**.

a) L'ensemble des vecteurs du l'ennoncé sont affichés selon le plan Oxy dans la Figure 1(a). Cette figure contient **1 (un)** erreur. Trouvez cette erreur et corrigez-le dans la Figure 1(a).

b) Dessiner le même ensemble de vecteurs (y inclus la correction) selon le plan Oxz dans la Figure 1(b).

c) Calculer le moment cinétique $\vec{L}_0$ de la particule par rapport a O quand la particule se trouve dans la position générique $\vec{OM} = a\vec{u}_x + b\vec{u}_y + c\vec{u}_z$.



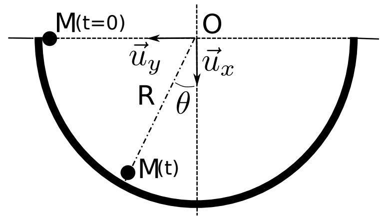
(a) Plan Oxy. (b) Plan Oxz.

Figure 1: Q2

Q2 : Un esquimau tombé dans un trou (9pts)

Un enfant esquimau tombe dans un trou sur la neige quand il jouait avec ses amis aux alentours de l'extremité gauche du trou. Ce trou a le format d'une demi-sphère de rayon R et de centre O. Il va glisser vers le fond du trou avec un frottement $\vec{f}$ (avec sa norme noté par f). La position de l'enfant, assimilé à un point matériel M de masse m est repérée par l'angle θ par rapport à $\vec{u}_x$ (augmentant un direction à $\vec{u}_y$). La norme de l'accélération de la pesanteur est dénoté g, tel $\vec{g} = g\vec{u}_x$ point vers le bas. L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement en repère de **Frénet**.

a) (1,5pt) Complétez la figure ci-dessous en plaçant $\vec{T}$ (**supposant** $\dot{\theta} < 0$) et $\vec{N}$.



b) (1,5pt) Donner les expressions de toutes les forces en repère de Frénet.

c) (2,0pt) Appliquer le principe fondamentale de la dynamique (PFD) en repère de Frénet.

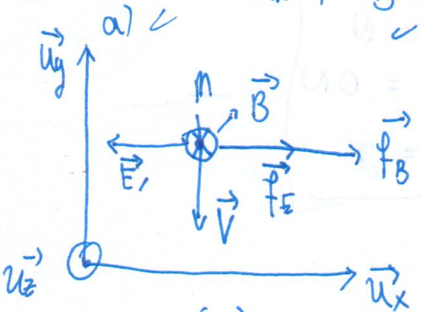
d) (1,0pt) Déterminer $\theta(t = 0)$ et $\dot{s}(t = 0)$.

e) (2,0pt) On va supposer que $f = \alpha R_N$ ($\alpha > 0$ un coefficient donné). Pour l'instant initial, déterminer $R_N(t = 0), f(t = 0)$ et $\ddot{s}(t = 0)$ en utilisant les deux équations différentielles trouvés dans le PFD.

Corrigé CCJ - Chim Méca Point 2 : 14/03/2024

Q1 : $\vec{E} = -E\vec{u_x}$, $\vec{B} = -B\vec{u_z}$, $\vec{V} = -v\vec{u_y}$, $E, B, v > 0$, $\begin{cases} \vec{f_B} = q(\vec{V} \wedge \vec{B}) \\ \vec{f_E} = q\vec{E} \end{cases}$, $q<$

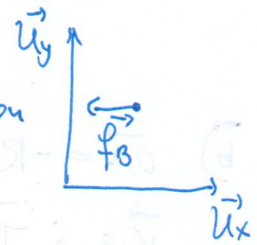
a)



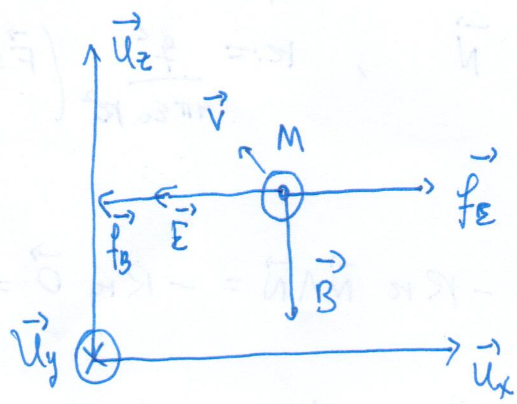
(a)

Réponse : erreur : $\vec{f_B}$ pointe vers $(-\vec{u_x})$

Correction

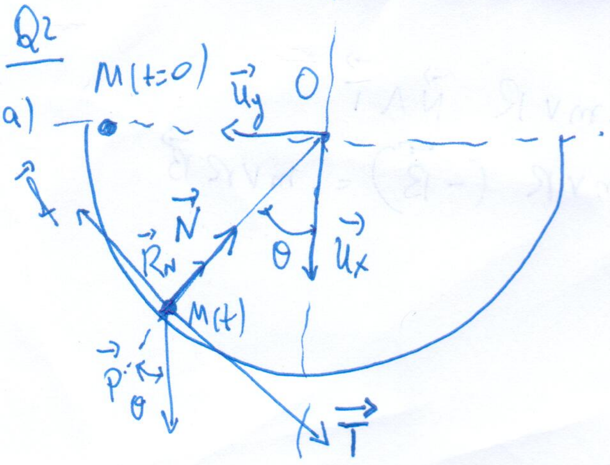


b)



Q2

a)



b) $\vec{P} = mg\left(-\cos\theta\,\vec{N} + \sin\theta\,\vec{T}\right)$

$\vec{f} = -f\,\vec{T}$

$\vec{R_N} = R_N\,\vec{N}$

c) $m\vec{a} = \Sigma\vec{F} \Rightarrow \begin{cases} m\ddot{s} = mg\sin\theta - f & (1) \\ m\dfrac{\dot{s}^2}{R} = -mg\cos\theta + R_N & (2) \end{cases}$

$\vec{a} = \ddot{s}\vec{T} + \dfrac{\dot{s}^2}{R}\vec{N}$

d) $\theta(0) = \dfrac{\pi}{2}$ rad et $\dot{s}(0) = R\dot{\theta}(0) = 0$ m/s

e) $f = \alpha R_N$, (1) et (2) pour $t=0$ deviennent $\Rightarrow \begin{cases} m\ddot{s}(0) = mg\sin\dfrac{\pi}{2} - f(0) & (1^*) \\ m\cdot\dfrac{0^2}{R} = -mg\cos\dfrac{\pi}{2} + R_N(0) & (2^*) \end{cases}$

$\Rightarrow$ de $(2^*) \Rightarrow 0 = 0 + R_N(0) \Rightarrow R_N(0) = 0$ Newtons.

$\rightarrow f(0) = \alpha R_N(0) = \alpha \cdot 0 = 0$ Newtons.

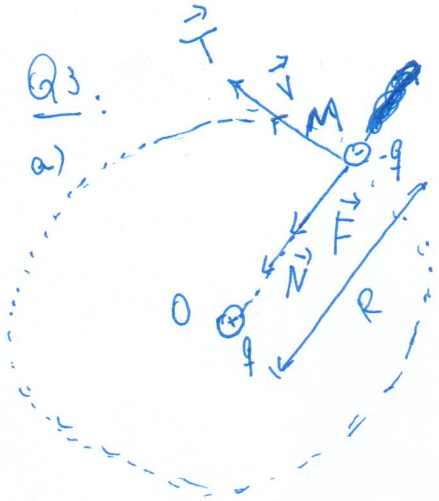
e) Continuation.

de (1^*) $m\ddot{s}(0) = mg \cdot 1 - 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{s}(0) = g}$

en résumé : $\boxed{\begin{array}{l} f(0) = 0\ N \\ R_N(0) = 0\ N \\ \ddot{s}(0) = g \end{array}}$

Q3.

a)



b) $\vec{OM} = -R\vec{N}$

$\vec{V} = \dot{s}\,\vec{T} = v\vec{T}$

$\vec{F} = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\,\vec{N}$, $k := \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ pour simplifier. $(\vec{F} = k\vec{N})$

c) $\vec{M}_0(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = -R\vec{N} \wedge k\vec{N} = -Rk\ \vec{N}\wedge\vec{N} = -Rk\ \vec{0} = \vec{0}$

d) Oui, car $\dfrac{d\vec{L_0}}{dt} = \vec{M}_0(\vec{F}) = \vec{0}$, donc $\vec{L_0}$ = vecteur constant

e) $\vec{L_0} = \vec{OM} \wedge m\vec{V} = -R\vec{N} \wedge m v\vec{T} = -mvR\ \vec{N}\wedge\vec{T}$

$= -mvR\ (-\vec{B}) = mvR\vec{B}$