

NOM: \_\_\_\_\_ Prénom: \_\_\_\_\_ Numéro: \_\_\_\_\_  
Licence: \_\_\_\_\_ Groupe: \_\_\_\_\_ Note: \_\_\_\_\_

## Rappels (regarder le tableau aussi)

- Calculatrices et téléphones **interdits**.
- N'oubliez vos noms en toutes les feuilles, les unités, des flèches au-dessus des vecteurs, etc.
- Norme produit vectoriel:  $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = \|a\| \|b\| |\sin \theta(\vec{a}, \vec{b})|$ .
- Si  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  est dite une base orthonormée directe, on a:  $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z$ ,  $\vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = \vec{u}_x$ ,  $\vec{u}_z \wedge \vec{u}_x = \vec{u}_y$ .

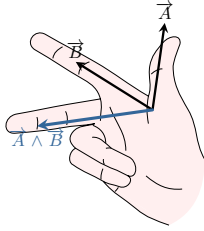


Figure 1: Règle de la main droite.

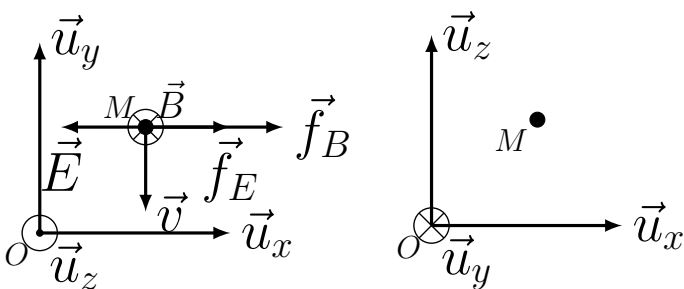
- $(\vec{T}, \vec{N}, \vec{B})$ ,  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$  sont des bases orthonormées directes (dans cette l'ordre).
- Repère de Frénet :  $\dot{s} = \|\vec{v}\|$ ,  $\vec{v} = \dot{s}\vec{T}$  et  $\vec{a} = \ddot{s}\vec{T} + \frac{\dot{s}^2}{R}\vec{N}$
- Théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \sum \vec{M}_0(\vec{f}), \quad \text{où } \vec{L}_0 = O\vec{M} \wedge m\vec{v}, \vec{M}_0(\vec{f}) = O\vec{M} \wedge \vec{f}$$

## Q1 Application du produit vectoriel dans la force électromagnétique (4pts)

La force électromagnétique appliquée à une particule  $M$  de charge  $q$ , vitesse  $\vec{v}$ , dans un champ électrique  $\vec{E}$  et champ magnétique  $\vec{B}$  est donné par  $\vec{f}_{EB} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ . On pose  $\vec{f}_E = q\vec{E}$ ,  $\vec{f}_B = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$ , tel que  $\vec{f}_{EB} = \vec{f}_E + \vec{f}_B$ . On va considérer que  $q$  est **négligeable** et  $\vec{E} = -E\vec{u}_x$ ,  $\vec{B} = -B\vec{u}_z$ ,  $\vec{v} = -v\vec{u}_y$ , avec  $E, B$  et  $v$  nombres **positifs**.

- (1,5pts) L'ensemble des vecteurs du l'énoncé sont affichés selon le plan  $Oxy$  dans la Figure 2(a), qui contient **1 (un)** erreur. Trouvez cette erreur et corrigez-le dans la Figure 2(a).
- (2,5pts) Dessiner le même ensemble de vecteurs (y inclus la correction) selon le plan  $Oxz$  dans la Figure 2(b).



(a) Plan  $Oxy$ .

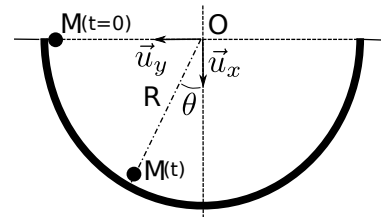
(b) Plan  $Oxz$ .

Figure 2: Q2

## Q2 : Un esquimau tombé dans un trou (8pts)

Un enfant esquimau tombe dans un trou sur la neige quand il jouait avec ses amis aux alentours de l'extrémité gauche du trou. Ce trou a le format d'une demi-sphère de rayon  $R$  et de centre  $O$ . Il va glisser vers le fond du trou avec un frottement  $\vec{f}$  (avec sa norme noté par  $f$ ). La position de l'enfant, assimilé à un point matériel  $M$  de masse  $m$  est repérée par l'angle  $\theta$  par rapport à  $\vec{u}_x$  (augmentant vers la direction de  $\vec{u}_y$ ). La norme de l'accélération de la pesanteur est dénoté  $g$ , tel  $\vec{g} = g\vec{u}_x$  pointe vers le bas. L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement en repère de **Frénet**.

- (1,5pt) Complétez la figure ci-dessous en plaçant  $\vec{T}$  (**supposant**  $\theta < 0$ ) et  $\vec{N}$ .



- (1,5pt) Donner les expressions de toutes les forces en repère de Frénet.
- (2,0pt) Appliquer le principe fondamentale de la dynamique (PFD) en repère de Frénet.
- (1,0pt) Expliciter  $\theta(t=0)$  et  $\dot{s}(t=0)$ .
- (2,0pt) On va supposer que  $f = \alpha R_N$  ( $\alpha > 0$  un coefficient donné). Pour l'instant initial, déterminer  $R_N(t=0)$ ,  $f(t=0)$  et  $\ddot{s}(t=0)$  en utilisant les deux équations différentielles trouvés dans le PFD.

## Q3 : Le modèle de Bohr (8pts)

Le modèle de Bohr représente l'atome d'hydrogène constitué par un proton ponctuel de charge  $q$  et de masse  $m_P$  autour duquel gravite, en orbite circulaire, un électron de charge  $-q$  et de masse  $m_e$ . On note  $O$  le centre de l'orbite (le proton),  $M$  la position du électron,  $R$  son rayon et  $v$  la norme de la vitesse orbitale (tangentielle au cercle). On néglige toutes les forces, sauf la force de Coulomb de norme  $F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$  (obs1: le vecteur  $\vec{F}$  sera défini en fonction du repère choisi, obs2:  $\epsilon_0$  est une constante).

- (2 pts) Dessiner un schéma du problème avec les éléments décrits ci-dessus, y inclus le vecteur  $\vec{F}$  agissant sur l'électron. Représenter aussi les vecteurs de base repère (cylindrique ou de Frénet selon votre préférence).
- (1,5pt) Ecrire les vecteurs  $O\vec{M}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{F}$  dans la base choisi.
- (1,5pts) Montrer que  $\vec{M}_0(\vec{F}) = \vec{0}$ .
- (1,5pts) Le moment cinétique  $\vec{L}_0$  du électron sera-t-il conservé? justifier votre réponse en utilisant le théorème du moment cinétique.
- (1,5pt) Calculer  $\vec{L}_0$ .