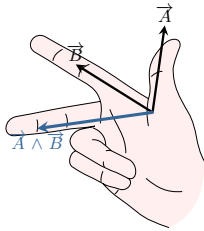


NOM: _____ Prénom: _____ Numéro: _____
Licence: _____ Groupe: _____ Note: _____

Rappels (regarder le tableau aussi)

- Calculatrices et téléphones **interdits**.
- N'oubliez vos noms en toutes les feuilles, les unités, des flèches au-dessus des vecteurs, etc.
- Norme produit vectoriel: $|\vec{a} \wedge \vec{b}| = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \sin \theta(\vec{a}, \vec{b})$.
- Si $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est dite une base orthonormée direct, on a: $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z, \vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = \vec{u}_x, \vec{u}_z \wedge \vec{u}_x = \vec{u}_y$.



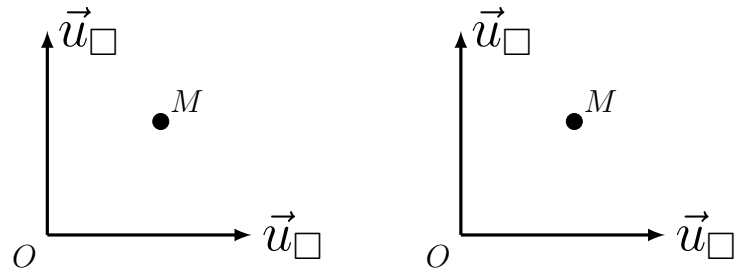
- Repère polaire:
$$\begin{cases} \vec{u}_r = \cos \theta \vec{u}_x + \sin \theta \vec{u}_y, \\ \vec{u}_\theta = -\sin \theta \vec{u}_x + \cos \theta \vec{u}_y \end{cases}$$
- Repère de Frénet : $\dot{s} = \|\vec{v}\|$, $\vec{v} = \dot{s} \vec{T}$ et $\vec{a} = \ddot{s} \vec{T} + \frac{\dot{s}^2}{R} \vec{N}$
- Théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \sum \vec{M}_0(\vec{f}), \quad \text{où } \vec{L}_0 = \vec{OM} \wedge m\vec{v}, \vec{M}_0(\vec{f}) = \vec{OM} \wedge \vec{f}$$

Q1 Application du produit vectoriel dans la force électromagnétique (8pts)

La force électromagnétique appliquée à une particule M de charge q , vitesse \vec{v} , dans un champ électrique \vec{E} et champ magnétique \vec{B} est donné par $\vec{f}_{EB} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$. On pose $\vec{f}_E = q\vec{E}$, $\vec{f}_B = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$, tel que $\vec{f}_{EB} = \vec{f}_E + \vec{f}_B$. On va considérer que q est **négligeable** et $\vec{E} = E\vec{u}_x$, $\vec{B} = B\vec{u}_y$, $\vec{v} = v\vec{u}_z$, avec E, B et v nombres **positifs**. Choisissez 2 plans entre les 3 possibilités en repère cartésien (Oxy , Oxz ou Oyz) pour les questions suivantes.

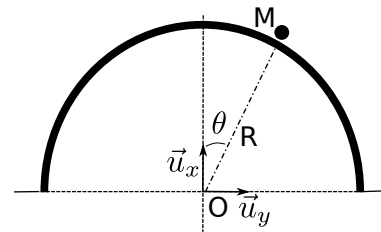
- Indiquer votre choix dans les cases correspondants et placer le troisième vecteur de la base cartésienne à l'origine cohérent avec votre choix (rappel: \otimes ou \odot sont respectivement un vecteur rentrant ou sortant du plan.)
- Dessiner les vecteurs \vec{v} , \vec{B} et \vec{E} (obs: dans les deux plans, la taille des flèches n'est pas importante).
- Dessiner les vecteurs \vec{f}_E et \vec{f}_B (même observations que b)).
- Donner l'expression de \vec{f}_{EB} en fonction de q, E, B et v .
- Pour quelle valeur de v (en fonction des autres données), la force $\vec{f}_{EB} = \vec{0}$.
- On pose v_0 la valeur critique trouvée en e). Dessiner le vecteur \vec{f}_{EB} pour $v > v_0$ (même observation que b)).
- Calculer le moment de \vec{f}_{EB} par rapport à O quand la particule se trouve dans la position générique $\vec{OM} = a\vec{u}_x + b\vec{u}_y + c\vec{u}_z$.



Q2 : Un esquimau sur un igloo (12pts)

L'enfant se laisse glisser avec frottement \vec{f} (avec sa norme noté par f) depuis le sommet de l'igloo qui a la forme d'une demi-sphère de rayon R et de centre O . La position de l'enfant, assimilé à un point matériel M de masse m est repérée par l'angle θ par rapport à \vec{u}_x (augmentant une direction à \vec{u}_y). La norme de l'accélération de la pesanteur est dénoté g , tel $\vec{g} = -g\vec{u}_y$ point vers le bas. L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement en repère de **Frénet**.

- (1,0pt) Complétez la figure ci-dessous en plaçant \vec{T} (supposant $\dot{\theta} > 0$), \vec{N} et $\vec{B} = \vec{T} \wedge \vec{N}$ (Obs: $(\vec{T}, \vec{N}, \vec{B})$ forme une base orthonormée direct).



- (1,5pt) Donner les expressions de toutes les forces en repère de Frénet.
- (1,5pt) Calculer les moments de chacune de ces forces par rapport au point O .
- (1,5pt) Calculer le moment cinétique de l'enfant par rapport au point O .
- (1,5pt) Appliquer le théorème du moment cinétique à ce mouvement.
- (1,5pt) Appliquer le principe fondamental de la dynamique (PFD) projeté sur le vecteur normale du repère de Frénet.
- (2,0pt) On va supposer que $f = \alpha R_N$ ($\alpha > 0$ un coefficient donné). Trouver une équation différentielle unique avec les résultats des exercices e) et f).
- (1,5pt) Expliquer la différence principale entre le vecteur \vec{T} en repère de Frénet et de \vec{u}_θ dans le repère cylindrique. Quel est l'intérêt de l'utilisation du repère Frénet pour modéliser le frottement par rapport à l'utilisation du repère cylindrique.