

Université Paris Est - Créteil Val de Marne
Faculté des Sciences et Technologie
M1 Mécanique
Année 2024-2025, 1er semestre
Intervenants: Felipe ROCHA et Sara TOUHAMI
Emails: felipe.figuereredo-rocha@u-pec.fr et sara.touhami@u-pec.fr

Analyse numérique et calcul scientifique - 1

TP 1 (3h)

Interpolation de données

1 Objectifs

- Lire, comprendre, utiliser et modifier un code Python plus complexe (script, fonctions, classes).
- Se familiariser avec les méthodes d'interpolation par polynôme de Lagrange et spline du 1er ordre, en appréhender les potentialités et les limites.
- Communiquer des résultats scientifiques.

2 Méthodologie

Les méthodes d'interpolation permettent de construire des fonctions interpolant un ensemble de points dits nœuds de l'interpolation. Notant $\{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$ ces nœuds, la fonction d'interpolation $\varphi(x)$ peut alors s'écrire comme une combinaison linéaire de $N + 1$ fonctions de bases $\Phi_i(x)$ ($i = 0..N$):

$$\varphi(x) = y_0 \Phi_0(x) + y_1 \Phi_1(x) + \dots + y_N \Phi_N(x) = \sum_{i=0..N} y_i \Phi_i(x), \quad (1)$$

Chaque fonction de bases $\Phi_i(x)$ a la propriété suivante:

$$\Phi_i(x_j) = \delta_{ij}, \quad i, j \in 0 \dots N. \quad (2)$$

La fonction $\varphi(x)$ aura alors la propriété de passer par les nœuds de l'interpolation, soit:

$$\varphi(x_j) = y_j, \quad j \in 0 \dots N. \quad (3)$$

L'expression des fonctions de base change d'une méthode d'interpolation à l'autre.

Interpolation par polynôme de Lagrange. Les fonction de bases de Lagrange sont des polynômes d'ordre N s'écrivant:

$$\Phi_i^{\text{Lagrange}}(x) \equiv L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \dots N \\ j \neq i}} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}. \quad (4)$$

La fonction d'interpolation est un polynôme d'ordre N dit polynôme de Lagrange:

$$\varphi^{\text{Lagrange}}(x) \equiv p(x) = \sum_{i=0 \dots N} y_i L_i(x). \quad (5)$$

Interpolation par fonctions spline d'ordre 1. Les fonction de bases spline d'ordre 1 sont des polynômes d'ordre 1 par morceaux s'écrivant:

$$\Phi_i^{\text{Spline-1}}(x) \equiv S_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, & \text{si } x \in [x_{i-1}, x]; \\ \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}}, & \text{si } x \in [x, x_{i+1}]; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (6)$$

La fonction d'interpolation est un polynôme d'ordre 1 par morceaux:

$$\varphi^{\text{Spline-1}}(x) \equiv s(x) = \sum_{i=0 \dots N} y_i S_i(x). \quad (7)$$

3 Description des études

Détails dans les fichiers `.ipynb`

4 Structure du rapport scientifique

Vous rédigerez un compte-rendu scientifique faisant état de vos expériences numériques et de vos acquis. Le compte-rendu doit être rédigé avec soin, de façon à la fois claire et synthétique, en incluant dans le corps du rapport les informations principales et en renvoyant aux annexes pour celles secondaires. Idéalement, la structure du rapport sera la suivante:

- Informations rélevants dans l'en-tête ou page de garde: groupe, Nom, prénom, professeurs, date, université, formation, eventuels logos, etc.
- Table des matières (optionnel mais utile).
- Introduction: présenterez brièvement le ou les problèmes étudiés, l'objectifs, résultats attendus, structure du rapport, etc.
- Méthodologie: introduire des eventuels équations, théoremes, etc, qui vous seront utiles dans les études réalisés. Dans les sections suivantes, vous devez référencier les éléments de la méthodologie, e.g., dans l'équation X (ou dans (X)), dans la Figure Y, etc.
- Une section par étude, avec des sous-sections: paramètres utiles, détails de code, résultats, discussions, analyse critique, eventuels problèmes ouverts ou résultats innatedues (l'honnêteté est appréciée), etc. Vos figures, tableaux, etc, doivent être référenciés au moins une fois dans le texte.
- Conclusion: vous dresserez un bilan synthétique de ce TP en termes d'acquis personnels par rapport aux objectifs prévus
- Annexes (optionnel): tous les éléments qui vous considérez utiles, mais qui empêchent une lecture fluide du document.

Travail à rendre

Le travail de ce TP devra être envoyé par email (envoyé par email (aux deux intervenants!))déposé sur Eprel au plus tard **deux semaines après la fin du TP**. Le travail à rendre est un dossier comprimé (archive `.zip`, `.rar`, ...) nommé `NOM1_NOM2_GPX_TP1` et contenant :

- Un rapport de TP en format `.pdf`. Pour générer ce pdf nous vous proposons trois options:
 1. (recommandé 1) Notebook Jupyter: Sur Jupyter même vous pouvez écrire des textes et formules à l'aide de la cellule de texte. Pour les formules il suffit d'écrire les commandes Latex entre `$... $` ou `$$... $$`. Une bonne référence pour trouver ces

commandes est le site <https://editor.codecogs.com/>. Pour tous ce que concerne formatation, voici un guide rapide <https://stacklima.com/cellule-markdown-dans-le-bloc-notes-jupyter/>, sinon regardez les commandes que nous avons utilisé sur la fichiers jupyter du TP. A la fin, il vous suffit d'exporter ce fichier en format **.pdf**. L'avantage de cette approche c'est qu'il plus rapide et vous permettra de combiner dans un seule fichier: code, texte, figures, etc.

2. (recommandé 2) Latex: Si vous n'avez jamais installé sur votre ordinateur, nous vous conseillons la version en ligne <https://www.overleaf.com/>, très simple à utiliser, avec plein de templates. L'avantage de cette approche est qu'il produit des documents de qualité graphique professionnel (ce document a été rédigé en Latex par exemple), surtout quand il y a des équations. Très avantageux aussi pour maintenir une consistance de numérotation, formatation, etc.
 3. Word: mais attention! vos équations doivent être lisibles, figures bien referentiés, style de formatation consistant tout au long du document, etc.
- Un sous-dossier nommé **Numerics** avec tous les fichiers utilisés et éventuellement créés lors du TP (données, script et fonctions Python, figures, ...).