Guía 2. Ejercicio 7.e

lunes, 29 de agosto de 2022 17:42

7. Determine el conjunto de estategias racionalizables para cada uno de los siguientes juegos.

Recordemos que para comenzar con el proceso de eliminación iterada de estrategias estríctamente dominadas necesitamos suponer:

- Racionalidad por parte de todos los jugadores. Cada uno buscará obtener el máximo pago posible para sí mismo.
- Conocimiento común. Cada jugador sabe que el otro se comportará de manera racional (entendiendo racionalidad como se definió en el punto anterior). Cada jugador sabe que el otro sabe que éste lo hará... y así sucesivamente

(e)

2

		a	b	c	d
	w	5,4	4,4	4,5	10,6
1	x	2,10	7,6	4,6	9,5
	y	4,4	5,9	4,10	10,9
	~~z~~	~~1,5~~	~~2,9~~	~~3,0~~	~~4,6~~

Identificamos las estrategias estrictamente dominadas para el J1:

z es una estrategia estrictamente dominada para el J1

El pago que le da z al J1 es menor que el que dan todas sus otras estrategias para cualquier estrategia que elija J2.

J1 nunca elegirá z. J2 sabe, por conocimiento común, que J1 nunca elegirá z. Por lo cual no la contemplaría al pensar una estrategia. Así ambos saben que z nunca se jugará. Es por esto por lo que...

(e)

2

		a	b	c	d
	w	5,4	4,4	4,5	10,6
1	x	2,10	7,6	4,6	9,5
	y	4,4	5,9	4,10	10,9
	~~z~~	~~1,5~~	~~2,9~~	~~3,0~~	~~4,6~~

Identificamos las estrategias estrictamente dominadas para el J2:

¿Existen estrategias estrictamente dominadas para el J2? No.

Si J1 eligiera w, vemos que las estrategias con menor pago son a y b

Si J1 eligiera x, vemos que la estrategia con menor pago es d

Si J1 eligiera y, vemos que la estrategia con menor pago es a

Notar que, pese a que la estrategia b nunca es la mejor respuesta del J2, no se encuentra estrictamente dominada. Ver qué ocurre si J1 eligiera w. Como el pago de a y el de b son iguales, sólo tenemos dominancia débil.

En estrategias puras, no tenemos ninguna estrategia que domine a las otras para el J2

(e)

2

		a	b	c	d
	w	5,4	4,4	4,5	10,6
1	x	2,10	7,6	4,6	9,5
	y	4,4	5,9	4,10	10,9
	~~z~~	~~1,5~~	~~2,9~~	~~3,0~~	~~4,6~~

Para continuar, podemos proponer una **estrategia mixta** para el J2 que domine.

Para esto, lo primero que debemos pensar es cuál es la estrategia pura que podría ser dominada por nuestra estrategia mixta.

En este caso, podemos pensar en a o b ya que si J1 eligiera w, éstas son las que un peor pago brindan.

Notemos que, si eligiéramos a como candidata a estrategia dominada, J2 tendría un problema si J1 jugara x. Pues, si se jugara x, a sería mejor respuesta para el J2 (le daría el máximo pago)

En cambio, b nunca es mejor respuesta para J2.

Por lo tanto, tomo la estrategia b como candidata a estrategia dominada. Propondré una estrategia mixta para J2 que la domine

$$\sigma_2 = (p, 0, 1-p, 0)$$

Propongo estrategia mixta para J2 que domine a b.
Para esto, debemos fijarnos que en la estrategia mixta (sigma) nuestra candidata a dominada tenga una probabilidad 0 de ser jugada.
Luego, por simplicidad, propongo que la estrategia mixta incluya a con probabilidad (p) y c con propabilidad (1-p), sin utilizar la estrategia d

Calculo los pagos esperados de sigma_2 para cada posible estrategia de J1

$$U_{e2}(w, \sigma_2) = 4p + 4.0 + 5(1-p) + 6.0 = 4p + 5 - 5p = 5 - p$$

$$U_{e2}(x, \sigma_2) = 10p + 6.0 + 6(1-p) + 5.0 = 10p + 6 - 6p = 6 + 4p$$

$$U_{e2}(y, \sigma_2) = 4p + 9.0 + 10(1-p) + 9.0 = 4p + 10 - 10p = 10 - 6p$$

Para que b sea estrictamente dominada por sigma_2 todos los pagos de la estrategia mixta deben ser estrictamente mayores a los de b para cada posible estrategia del J1. Por lo cual, debe cumplirse que:

$$\begin{cases} 5 - p > 4 & (\text{SI J1 JUEGA } w) \\ 6 + 4p > 6 & (\text{SI J1 JUEGA } x) \\ 10 - 6p > 9 & (\text{SI J1 JUEGA } y) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 > p \\ 4p > 0 \\ 1 > 6p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p < 1 \\ p > 0 \\ p < 1/6 \end{cases} \Rightarrow p \in (0, 1/6)$$

LA ESTRATEGIA MIXTA σ_2 DOMINA A b SI $p \in (0, 1/6)$

(e)

		a	b	c	d
1	w	5,4	4,4	4,5	10,6
	x	2,10	7,6	4,6	9,5
	y	4,4	5,9	4,10	10,9
	~~z~~	~~1,5~~	~~2,9~~	~~3,0~~	~~4,6~~

(Jugador 2 en columnas: "2" sobre la tabla.)

Dado que existen valores para la probabilidad p tales que b es dominada por las otras estrategias, es posible eliminarla con esta estrategia mixta que la domine

y	4,4	5,9	4,10	10,9
z	1,5	2,9	3,0	4,6

(e)

		2			
		a	b	c	d
1	w	5,4	4,4	4,5	10,6
	x	2,10	7,6	4,6	9,5
	y	4,4	5,9	4,10	10,9
	z	1,5	2,9	3,0	4,6

Identificamos las estrategias estrictamente dominadas para el J1:

Aquí veremos que ya no quedan estrategias estrictamente dominadas para el J1. Tampoco podríamos proponer una estrategia mixta para el J1.
Esto se debe a que, para cualquier estrategia mixta que propongamos, el pago esperado de ella si J2 jugara c sería 4 ya que ante c, cualquier estrategia pura de J1 brinda el mismo pago (4). Y cualquier combinación lineal entre pagos iguales a 4 será indefectiblemente igual a 4

Entonces, nunca encontraremos una estrategia mixta para J1 que dé un pago esperado mayor a 4 ante la estrategia c del J2.

Identificamos las estrategias estrictamente dominadas para el J2:

Notemos que todas las estrategias puras disponibles para J2 son mejor respuesta en algún caso:

- Si se juega w, la mejor respuesta es d
- Si se juega x, la mejor respuesta es a
- Si se juega y, la mejor respuesta es c

En esta situación, si pensáramos en una estrategia mixta nueva para J2, al elegir una nueva candidata a dominada, nos encontraríamos nuevamente con que la mixta no dominaría a la candidata.

Entonces, ya no podemos eliminar más estrategias. Expresamos los conjuntos de estrategias racionalizables:

PARA J1: {w, x, y}
PARA J2: {a, c, d}