Termodinámica (FIS1523)

Flujo estacionario isentrópico

Felipe Isaule
felipe.isaule@uc.cl

Lunes 9 de Junio de 2025

Resumen clases anteriores

- Revisamos los **procesos isentrópicos**:

$$\Delta s = 0.$$

- Enunciamos las **relaciones *Tds***:

$$T ds = du + P d\nu, \qquad T ds = dh - \nu dP.$$

- Revisamos los casos particulares de
  - **sólidos y líquidos,**

$$\Delta s = c_{\text{prom}} \ln(T_2/T_1).$$

  - **gases ideales**.

$$\Delta s = c_{V,\text{prom}} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \ln\left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\right),$$

$$\Delta s = c_{P,\text{prom}} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right).$$

Clase 24: Flujo estacionario isentrópico

- Trabajo reversible de un flujo estacionario.
- Eficiencia isentrópica en flujos estacionarios.

- Bibliografía recomendada:
  - Cengel (7-10, 7-12).

Clase 24: Flujo estacionario isentrópico

- **Trabajo reversible de un flujo estacionario.**
- Eficiencia isentrópica en flujos estacionarios.

Trabajo reversible

- Primero recordemos que el **trabajo reversible** de un sistema con **fronteras móviles** en cuasiequilibrio es

$$W_b = \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

- En la aproximación de **cuasiequilibrio** se **maximiza** el **trabajo de salida** y se **minimiza** el **trabajo requerido de entrada**.
- Ahora intentaremos relacionar el trabajo realizado con propiedades de un flujo estacionario.

Trabajo reversible de flujo estacionario

- De clases pasadas, podemos recordar que para un dispositivo de **flujo estacionario** se cumple que

$$q - w = \Delta h + \Delta \text{e.c.} + \Delta \text{e.p.}$$

- Entonces, para un **proceso internamente reversible**:

$$\delta q_{rev} - \delta w_{\text{rev}} = dh + d\,\text{e.c.} + d\,\text{e.p.}$$

- Ahora utilizamos que

$$\begin{aligned} \delta q_{rev} &= T ds \\ T ds &= dh - \nu dP \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \delta q_{rev} = dh - \nu dP.$$

Trabajo reversible de flujo estacionario

- Al sustituir en la ecuación de conservación de la energía se obtiene:

$$\boxed{-\delta w_{\text{rev}} = \nu dP + d\,\text{e.c.} + d\,\text{e.p.}}$$

- Al integrar:

$$\boxed{w_{\text{rev}} = -\int_{P_1}^{P_2} \nu dP - \Delta\text{e.c.} - \Delta\text{e.p.}}$$

- Si la **energía cinética y potencial** son **insignificantes**:

$$w_{\text{rev}} = -\int_{P_1}^{P_2} \nu dP.$$

Trabajo reversible de flujo estacionario

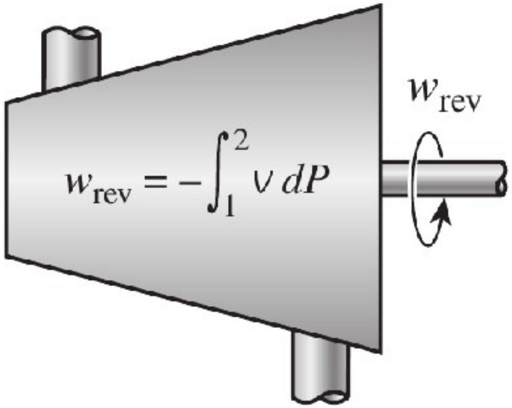
- Notar que el **signo menos** es debido a que estamos considerando **trabajo de salida**.
- Para obtener el **trabajo de entrada**:

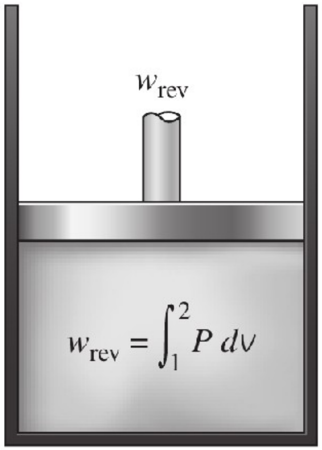
$$\boxed{w_{\mathrm{rev,entrada}} = \int_{P_1}^{P_2} \nu dP + \Delta \mathrm{e.c.} + \Delta \mathrm{e.p.}}$$

- Como es esperable, los **flujos estacionarios reversibles entregan** el **trabajo máximo** y **consumen** el **trabajo mínimo**.

Trabajo reversible de flujo estacionario

- Importante:
  - $P d\nu$ se relaciona con el **trabajo de frontera** de **sistemas cerrados**.
  - νdP Se relaciona con el **trabajo** de un **flujo estacionario reversible**.





Trabajo reversible de flujo estacionario

- En **fluidos incompresibles** con **volumen especifico constante**, se tiene que

$$w_{\text{rev}} = -\nu \Delta P - \Delta \text{e.c.} - \Delta \text{e.p.}$$

- Cuando se tiene un flujo estacionario en un dispositivo que no involucra trabajo (como una sección de tubería), se tiene

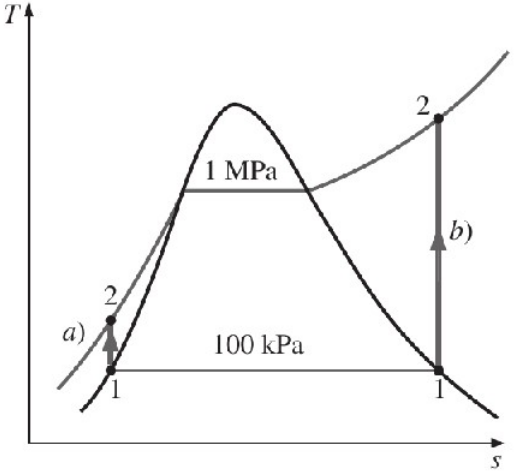
$$\boxed{\nu(P_2 - P_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0.}$$

- En mecánica de fluidos, esta ecuación es llamada **ecuación de Bernoulli**.

- Es aplicable a **fluidos incompresibles sin irreversibilidades**.

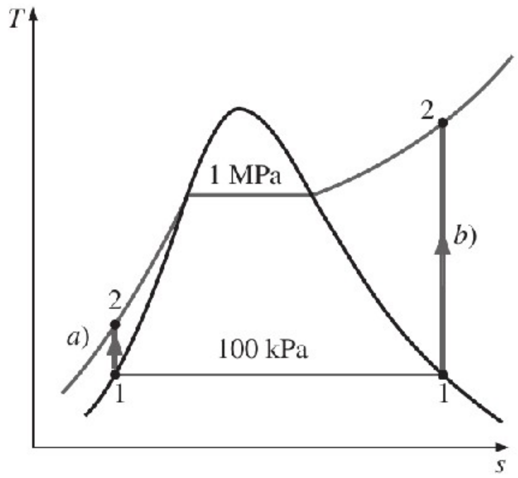
Ejemplo 1:

- Determine el **trabajo de entrada** del **compresor** requerido para **comprimir isentrópicamente agua** de **100 kPa** a **1 MPa**, suponiendo que el agua existe **inicialmente** como
  - **líquido saturado**,
  - **vapor saturado**.



Ejemplo 1:

- Determine el **trabajo de entrada** del **compresor** requerido para **comprimir isentrópicamente agua** de **100 kPa** a **1 MPa**, suponiendo que el agua existe **inicialmente** como
  - **líquido saturado**.



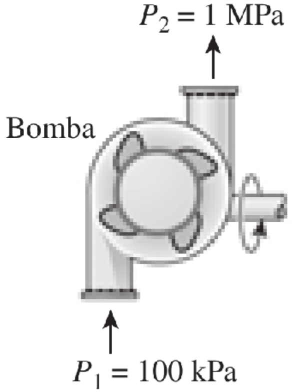
De tabla, el volumen específico de vapor saturado a 100 kPa es:

$$\nu = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Al ser un líquido (pasa de ser saturado a uno comprimido), vamos a asumir que el volumen específico se mantiene constante:

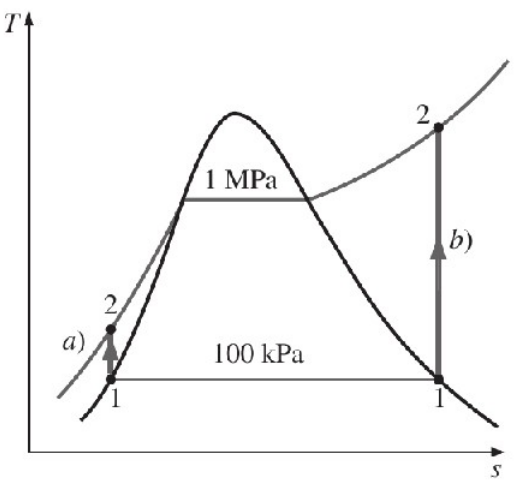
$$w_{\text{rev,entrada}} = 0.001043 \text{ m}^3/\text{kg}\,(10^6 - 10^5)\text{Pa}$$

$$\longrightarrow \boxed{w_{\text{rev,entrada}} = 0.94 \text{ kJ/kg}}$$



Ejemplo 1:

- Determine el **trabajo de entrada** del **compresor** requerido para **comprimir isentrópicamente agua** de **100 kPa** a **1 MPa**, suponiendo que el agua existe **inicialmente** como
  - **vapor saturado**.



Al ser un vapor, el volumen específico cambia. Vamos a utilizar que es un proceso isentrópico.

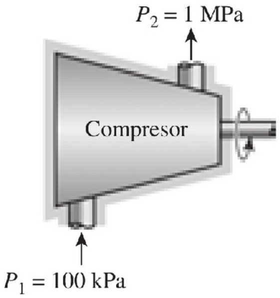
$$\cancel{T ds} = dh - \nu dP$$

$$\longrightarrow \quad w_{\text{rev,entrada}} = \int_{P_1}^{P_2} \nu dP = \int_{h_1}^{h_2} dh = \Delta h$$

De las tablas, para un vapor saturado a 100 kPa tenemos que:

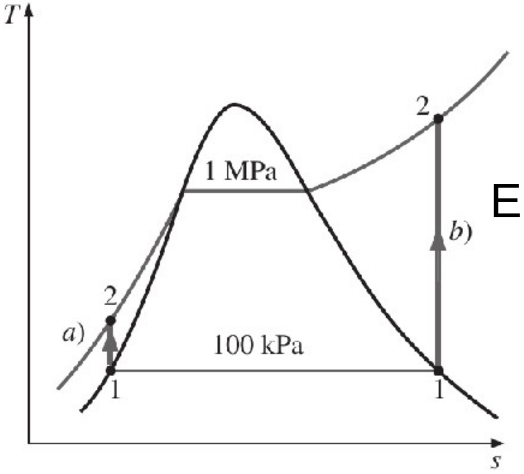
$$h_1 = 2675.0 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = 7.3589 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{K}$$



Ejemplo 1:

- Determine el **trabajo de entrada** del **compresor** requerido para **comprimir isentrópicamente agua** de **100 kPa** a **1 MPa**, suponiendo que el agua existe **inicialmente** como
  - **vapor saturado**.



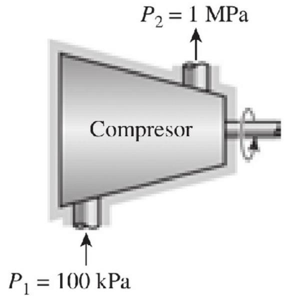
De las tablas, para el estado 2 vamos a buscar la entalpía para 1MPa y s_2=s_1. Encontramos:

$$h_2 = 3194.5 \text{ kJ/kg}$$

Entonces, el trabajo:

$$w_{\text{rev,entrada}} = h_2 - h_1$$

$$\longrightarrow \boxed{w_{\text{rev,entrada}} = 519.5 \text{ kJ/kg}}$$



Clase 24: Flujo estacionario isentrópico

- Trabajo reversible de un flujo estacionario.
- **Eficiencia isentrópica en flujos estacionarios.**

Eficiencia isentrópica en flujos estacionarios

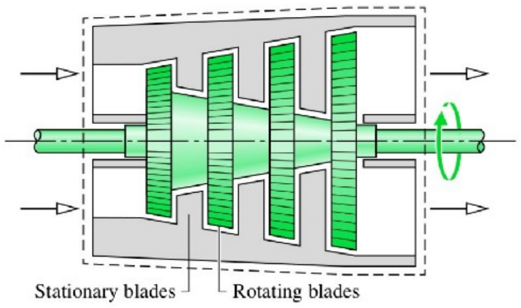
- Como hemos visto, los **procesos** termodinámicos tienen **mejor desempeño** cuando son **más cercanos** a uno reversible (límite ideal).

- De manera equivalente, tienen **mejor desempeño** cuando se **aumenta menos la entropía**.

- Por tanto, vamos a **utilizar flujos estacionarios isentrópicos** para **cuantificar** el **desempeño**.

Eficiencia isentrópica de turbinas

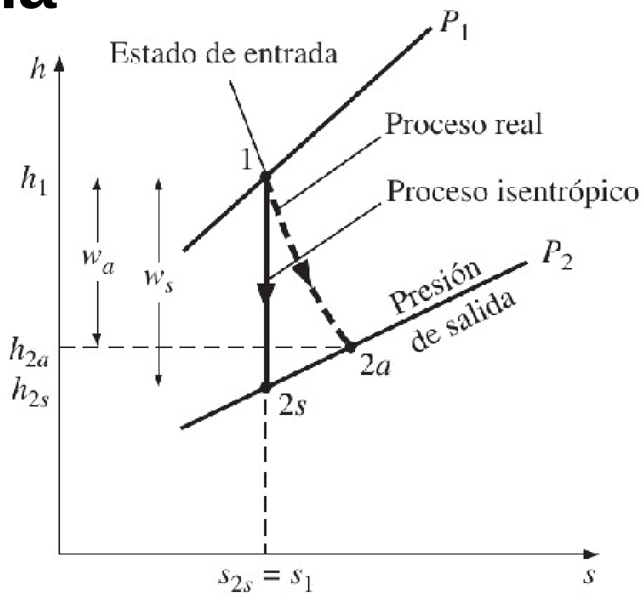
- Como vimos anteriormente, una **turbina convierte la energía mecánica** proveniente de un líquido o vapor.



- El **proceso ideal** para una **turbina adiabática** es un **proceso isentrópico** entre el **estado de entrada** y la **<u>presión</u> de escape**.

- Entonces, la **eficiencia isentrópica de una turbina**:

$$\eta_T = \frac{\text{Trabajo real turbina}}{\text{Trabajo isentrópico turbina}} = \frac{w_a}{w_s}.$$



Eficiencia isentrópica de turbinas

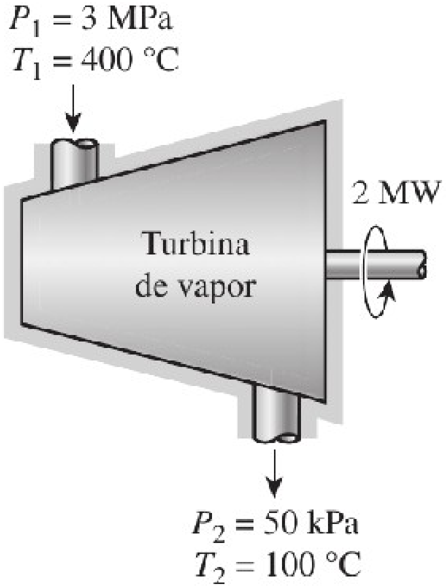
- Recordemos que estamos considerando una **turbina adiabática**.
- Además, usualmente en una turbina las **energías cinéticas y potenciales** son **insignificantes**.
- Entonces, la **eficiencia isentrópica** toma la forma:

$$\boxed{\eta_T = \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}},}$$

donde h_{2a} y h_{2s} son las **entalpías** de los **estados de <u>presión</u> de salida** en el proceso **real** e **isentrópico**, respectivamente.

Ejemplo 2:

- **Entra vapor de agua** de forma **estacionaria** a una **turbina adiabática** a **3 MPa** y **400 °C**, y **sale** a **50 kPa** y **100 °C**. Si la **potencia de salida** de la turbina es **2 MW**, determine la **eficiencia isentrópica** de la turbina.



Ejemplo 2:

- **Entra vapor de agua** de forma **estacionaria** a una **turbina adiabática** a **3 MPa** y **400 °C**, y **sale** a **50 kPa** y **100 °C**. Si la **potencia de salida** de la turbina es **2 MW**, determine la **eficiencia isentrópica** de la turbina.

De tablas, la entropía y entalpía inicial (P_1=3 MPa, T_1=400 °C):

$$s_1 = 6.9235 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{K}, \quad h_1 = 3231.7 \text{ kJ/kg}$$

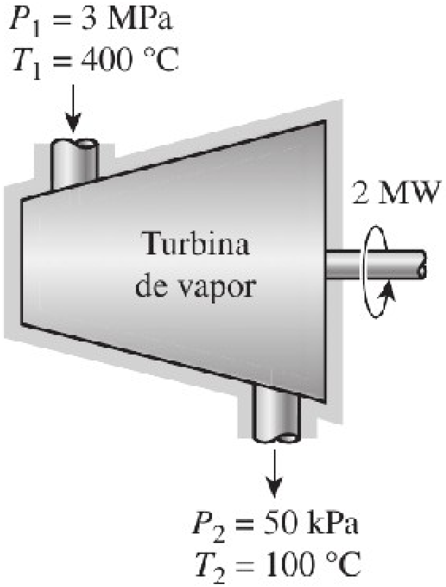
También de tablas, la entalpía final real (P_2=50 kPa, T_2=100 °C):

$$h_{2a} = 2682.4 \text{ kJ/kg}$$

Para el estado final isentrópico, utilizamos que s_{2s}=s_1. A P_2=50 kPa, de tablas encontramos que:

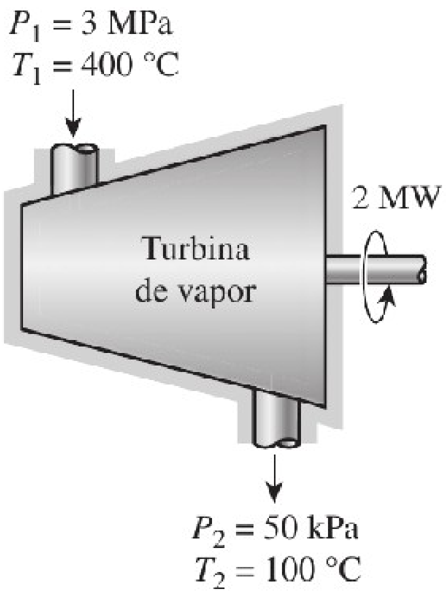
$$s_f = 1.0912 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{K} < s_{2s} < s_g = 7.5931 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{K}$$

Por tanto, es una mezcla saturada.



Ejemplo 2:

- **Entra vapor de agua** de forma **estacionaria** a una **turbina adiabática** a **3 MPa** y **400 °C**, y **sale** a **50 kPa** y **100 °C**. Si la **potencia de salida** de la turbina es **2 MW**, determine la **eficiencia isentrópica** de la turbina.



La calidad:

$$x = \frac{s_{2s} - s_f}{s_{fg}} = 0.897$$

Ahora revisamos las entalpías saturadas a P_2=50 kPa:

$$h_f = 340.54 \text{ kJ/kg}, \quad h_{fg} = 2304.7 \text{ kJ/kg}$$

Entonces, la entalpía final del proceso isentrópico:

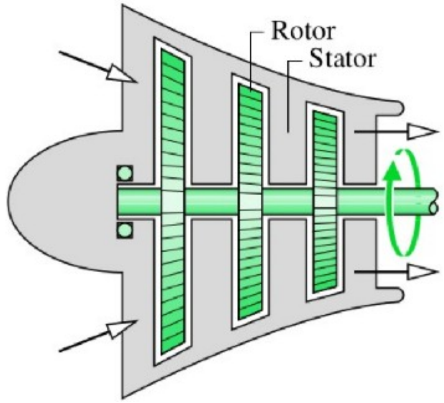
$$h_{2s} = h_f + x h_{fg} \quad \longrightarrow \quad h_{2s} = 2407.9 \text{ kJ/kg}$$

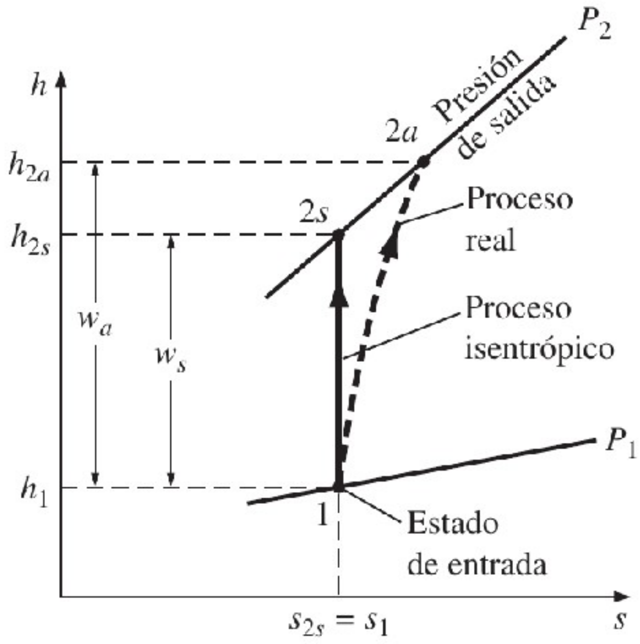
La eficiencia isentrópica es:

$$\eta_T = \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\eta_T = 0.667}$$

Eficiencia isentrópica de compresores y bombas

- Los **compresores** se utilizan para **aumentar la presión** al **inyectar trabajo** a través de un **eje giratorio**.
- El **proceso ideal** para un **compresor adiabático** es un **proceso isentrópico** que **aumenta** la **presión** a la **misma magnitud**.





Eficiencia isentrópica de compresores y bombas

- Cuando las **energías cinética y potencial** son **insignificantes**, la **eficiencia isentrópica** de un **compresor adiabático**:

$$\boxed{\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1},}$$

  donde h_{2a} y h_{2s} son las **entalpías** de los **estados de <u>presión</u> de salida** en el proceso **real** e **isentrópico**, respectivamente.

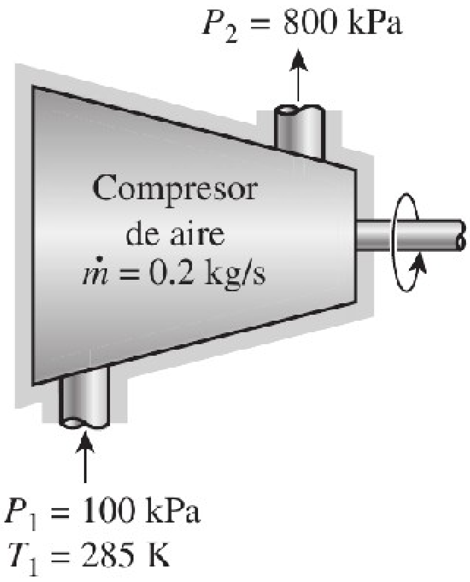
- Para el caso de una **bomba**:

$$\eta_P = \frac{\nu(P_2 - P_1)}{h_{2a} - h_1}.$$

- En ciertos casos es **preferible comparar** con un **proceso isotérmico reversible**. En tal caso uno trabaja con una **eficiencia isotérmica** $\eta_C = w_t / w_a$.

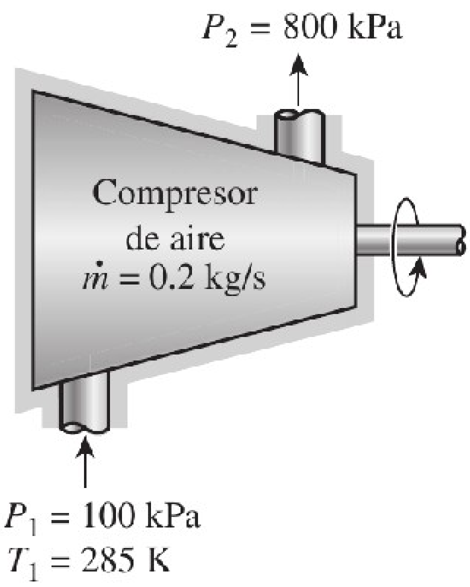
Ejemplo 3:

- Mediante un **compresor adiabático** se **comprime aire de 100 kPa** y **12 °C a** una presión de **800 kPa** a una **tasa estacionaria** de **0.2 kg/s**. Si la **eficiencia isentrópica** del compresor es **80 por ciento** y asumiendo un **gas ideal**, determine
  - la **temperatura** de **salida** del **aire**.
  - la **potencia de entrada** requerida en el compresor.



Ejemplo 3:

- Mediante un **compresor adiabático** se **comprime aire de 100 kPa** y **12 °C a** una presión de **800 kPa** a una **tasa estacionaria** de **0.2 kg/s**. Si la **eficiencia isentrópica** del compresor es **80 por ciento** y asumiendo un **gas ideal**, determine
  - la **temperatura** de **salida** del **aire**.



Para obtener la temperatura de salida necesitamos dos propiedades de salida. Por ahora conocemos una (la presión). Vamos a intentar utilizar la eficiencia isentrópica.

De tabla, podemos obtener la entalpía y presión relativa de entrada:

$$h_1 = 285.14 \text{ kJ/kg} \qquad P_{r1} = 1.1584$$

Dado que el aire es un gas ideal, se tiene que:

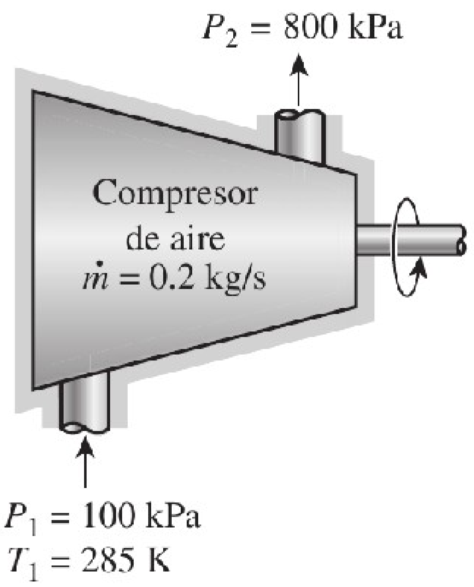
$$P_{r2} = P_{r1}\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 1.1584\,\frac{800 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} = 9.2672$$

Con esta presion relativa y usando que P_2=800 kPa, de tablas se tiene que:

$$h_{2s} = 517.05 \text{ kJ/kg}$$

Ejemplo 3:

- Mediante un **compresor adiabático** se **comprime aire de 100 kPa** y **12 °C a** una presión de **800 kPa** a una **tasa estacionaria** de **0.2 kg/s**. Si la **eficiencia isentrópica** del compresor es **80 por ciento** y asumiendo un **gas ideal**, determine
  - la **temperatura** de **salida** del **aire**.



Ahora utilizamos la eficienca isentrópica:

$$\eta_C = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \quad \longrightarrow \quad h_{2a} = \frac{h_{2a} - h_1}{\eta_C} + h_1$$

Usando que η_C=0.8, obtenemos:

$$h_{2a} = 575.03 \text{ kJ/kg}$$

Ahora sí podemos consultar las tablas, donde se obtiene que:

$$\boxed{T_{2a} = 569.5\,^{\circ}\text{K}}$$

Ejemplo 3:

- Mediante un **compresor adiabático** se **comprime aire de 100 kPa** y **12 °C a** una presión de **800 kPa** a una **tasa estacionaria** de **0.2 kg/s**. Si la **eficiencia isentrópica** del compresor es **80 por ciento** y asumiendo un **gas ideal**, determine
    - la **potencia de entrada** requerida en el compresor.

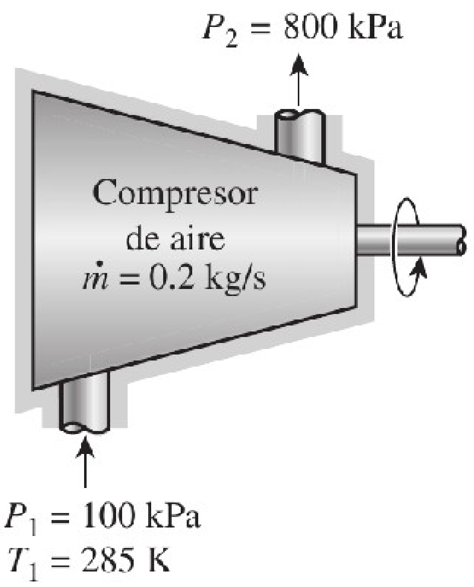
Imponiendo conservación de la energía:

$$\dot{E}_{\text{entrada}} = \dot{E}_{\text{salida}}$$

$$\dot{W}_{a,\text{entrada}} = \dot{m}(h_{2a} - h_1)$$

$$= 0.2 \text{ kg/s } (575.03 - 285.14) \text{ kJ/kg}$$

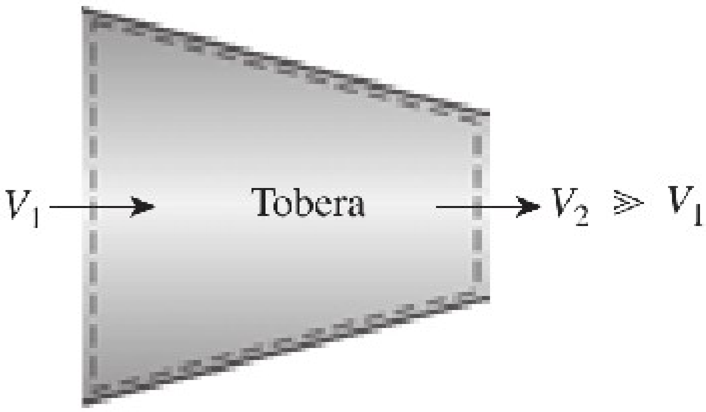
$$\longrightarrow \boxed{\dot{W}_{a,\text{entrada}} = 58 \text{ kW}}$$

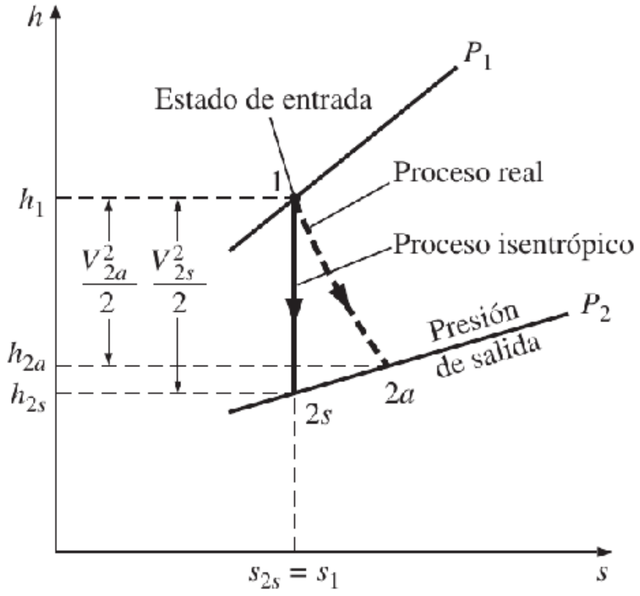


Eficiencia isentrópica de toberas

- Una **tobera** es un dispositivo que **incrementa la velocidad** de un fluido a **expensas de la presión**.

- El **proceso ideal** para una **tobera adiabática** es un **proceso isentrópico** que llega a la **misma presión de salida**.





Eficiencia isentrópica de toberas

- En las toberas **no hay interacciones de trabajo** y la **energía cinética no es despreciable**.

- La **eficiencia isotrópica** de una **tobera adiabática** es:

$$\eta_N = \frac{\text{energía cinética real tobera}}{\text{energía cinética isentrópica tobera}} = \frac{v_{2a}^2}{v_{2s}^2}.$$

- Si la **velocidad de entrada** es mucho **más pequeña** que la de **salida** ($v_1 \ll v_{2a}$), el balance de energía se reduce a

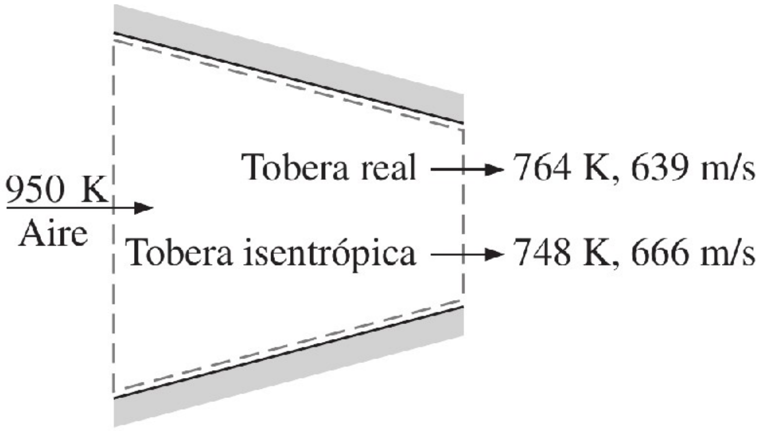
$$h_1 = h_{2a/s} + v_{2a/s}^2/2.$$

- De esta manera, la **eficiencia isentrópica** toma la forma

$$\boxed{\eta_N = \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}.}$$

Ejemplo 4:

- **Aire** a **200 kPa** y **950 °K entra** en una **tobera adiabática** a **velocidad baja** y se **descarga** a una **presión** de **80 kPa**. Si la **eficiencia isentrópica** de la tobera es **92 por ciento** y el aire es un **gas ideal**, determine:
  - la posible **velocidad de salida máxima.**
  - la **temperatura de salida**.
  - la **velocidad real de salida** del aire. Suponga **calores específicos constantes** para el aire.



Conclusiones

- Revisamos los **flujos estacionarios reversibles**.
- Utilizamos el ideal de flujos **isentrópicos** para definir **eficiencias** de **flujos estacionarios adiabáticos**.
- Próxima clase:
  - Balance de entropía.