Termodinámica (FIS1523)

Balance de entropía

Felipe Isaule
felipe.isaule@uc.cl

Miercoles 11 de Junio de 2025

Resumen clases anteriores

- Revisamos el **trabajo** de un **flujo estacionario reversible**

$$w_{\mathrm{rev}} = -\int_{P_1}^{P_2} \nu dP - \Delta \mathrm{e.c.} - \Delta \mathrm{e.p.}$$

- Enunciamos **eficiencias isentrópicas** para diversos dispositivos de **flujo estacionario adiabáticos**.

Clase 25: Balance de entropía

- Balance de entropía.
- Transferencia de entropía.

- Bibliografía recomendada:
  - Cengel (7-13).

Clase 25: Balance de entropía

- **Balance de entropía.**
- Transferencia de entropía.

Entropía y segunda ley

- La **entropía** es una **medida** de **desorden** molecular o **aleatoriedad** de un sistema.
- La **segunda ley** establece que la **entropía puede crearse** pero **no destruirse**.
- Por el **principio de incremento de entropía** es tiene que:

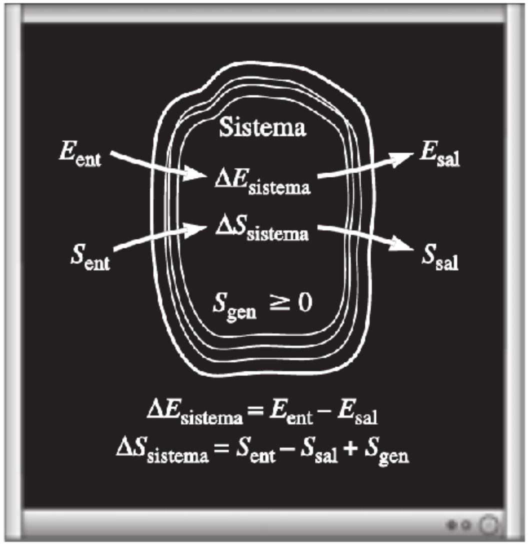
$$\begin{pmatrix}\text{Entropía}\\\text{total de}\\\text{entrada}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Entropía}\\\text{total de}\\\text{salida}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Entropía}\\\text{total}\\\text{generada}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Cambio en la}\\\text{entropía total}\\\text{del sistema}\end{pmatrix}$$

Balance de entropía

- La ecuación anterior la podemos escribir como

$$\underbrace{S_{\text{entrada}} - S_{\text{salida}}}_{\text{Transferencia de entropía}} + \underbrace{S_{\text{gen}}}_{\text{Entropía generada}} = \underbrace{\Delta S_{\text{sistema}}}_{\text{Cambio de entropía}},$$

- Esta ecuación se conoce como **balance de entropía**.



Balance de entropía

- El **balance de energía** se puede escribir en **forma de tasa**:

$$\dot{S}_{\text{entrada}} - \dot{S}_{\text{salida}} + \dot{S}_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{sistema}}/dt.$$

- En **unidad de masa**:

$$s_{\text{entrada}} - s_{\text{salida}} + s_{\text{gen}} = \Delta s_{\text{sistema}}.$$

- El término S_{gen} **sólo** incluye la **entropía generada dentro de las fronteras del sistema**.

- Es decir, un sistema con $S_{\text{gen}}=0$ es **internamente reversible**, pero no necesariamente totalmente reversible.

Cambio de entropía

- La **entropía**, a diferencia de la energía, **no existe en diversas formas**.

- Por tanto, el **cambio de entropía** es simplemente:

$$\Delta S_{\text{sistema}} = S_{\text{final}} - S_{\text{inicial}} = S_2 - S_1.$$

- Notar que **cuando** las **propiedades** de un sistema **no son uniformes**, la **entropía** se puede determinar a partir de

$$S_{\text{sistema}} = \int s\delta m = \int_V s\rho dV.$$

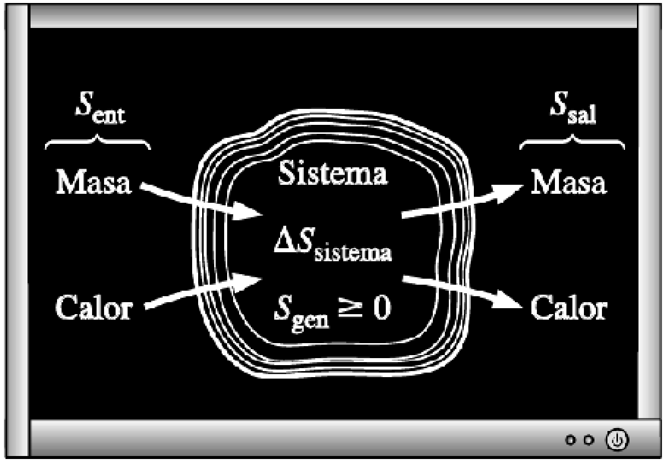
Clase 25: Balance de entropía

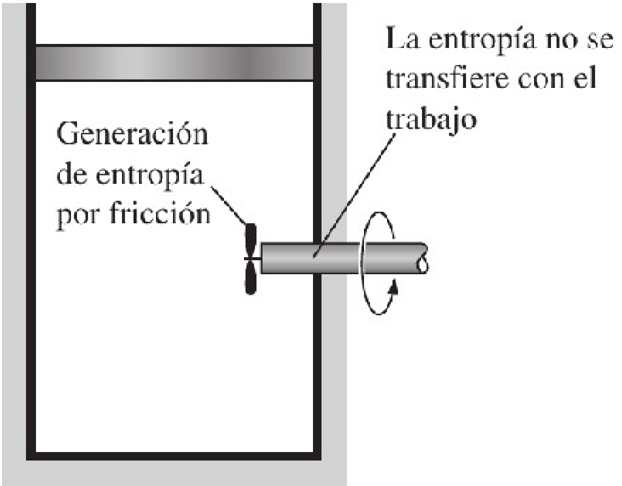
- Balance de entropía.
- **Transferencia de entropía.**

Transferencia de entropía

- La **entropía** puede **transferirse** por dos mecanismos:
  - **Transferencia de calor**.
  - **Flujo másico**.
- **No puede transferirse** por medio de **trabajo**.

$$S_{\text{trabajo}} = 0.$$



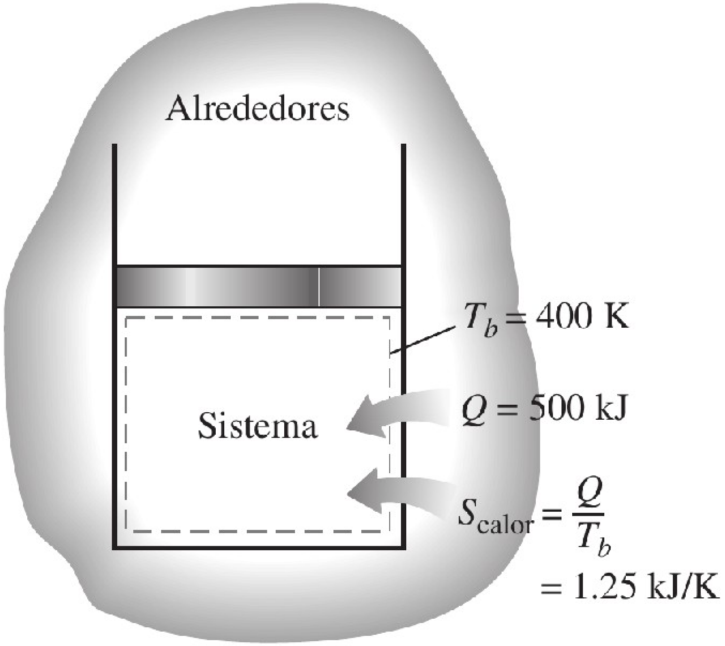


Transferencia de calor

- El **calor** se puede considerar como **energía desorganizada**.
- La **transferencia de calor hacia** un **sistema aumenta su entropía**.
- La **transferencia de entropía** por medio de **calor** está dada por

$$\boxed{S_{\text{calor}} = \frac{Q}{T},}$$

donde T es la **temperatura** de la **frontera**.



Transferencia de calor

- Debido a que T es siempre positivo, la **entropía** tiene el **mismo signo** que el **calor**.
- Es decir, la **entropía aumenta** en la **dirección** que se **transfiere el calor**.
- Cuando la **temperatura no es constante**, podemos escribir

$$S_{\text{calor}} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \approx \sum_k \frac{Q_k}{T_k},$$

  donde k denota un sitio en la frontera.
- De estas ecuaciones, es fácil ver que **sistemas adiabáticos no pueden intercambiar entropía** por medio de **calor**.

Sistemas cerrados

- El **cambio de entropía** en un **sistema cerrado** sólo **se debe** a **intercambios de calor** y **generación de entropía dentro de las fronteras**.

- El **balance de entropía** lo podemos escribir como

$$\sum_k \frac{Q_k}{T_k} + S_{\text{gen}} = \Delta_{\text{sistema}} = S_2 - S_1.$$

- Para un **proceso adiabático** en un **sistema cerrado**:

$$S_{\text{gen}} = \Delta_{\text{sistema}}.$$

Sistemas cerrados

- Notar que un **sistema y sus alrededores** se puede **considerar** como un **sistema adiabático** en su **conjunto**.
- En este caso, el **balance de energía** se puede escribir como

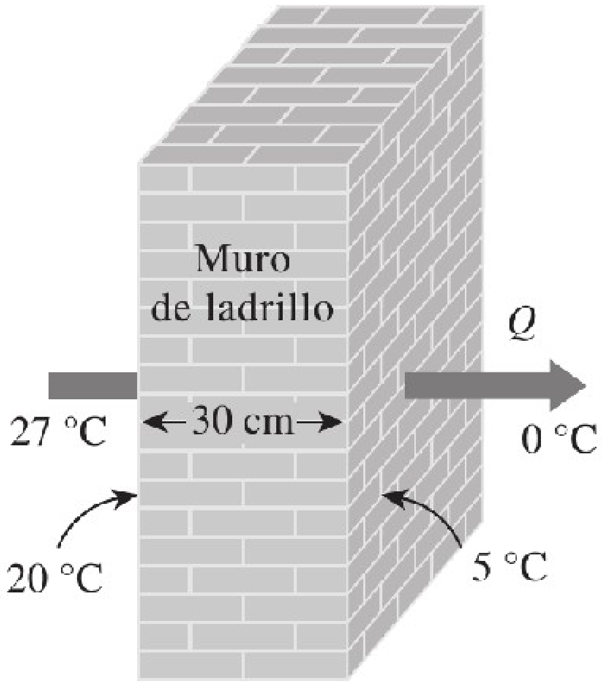
$$S_{\mathrm{gen}} = \Delta S_{\mathrm{sistema}} + \Delta S_{\mathrm{alrededores}},$$

donde $\Delta S_{\mathrm{sistema}} = m(s_2 - s_1)$ y

$$\Delta S_{\mathrm{alrededores}} = Q_{\mathrm{alrededores}} / T_{\mathrm{alrededores}}.$$

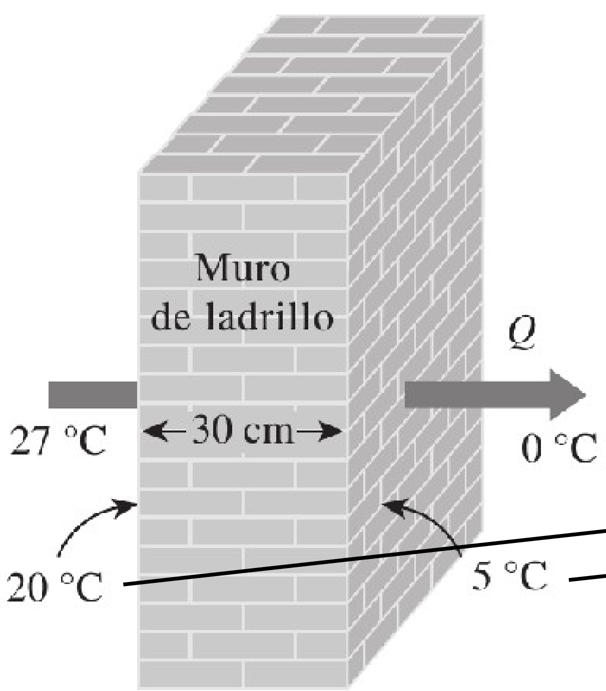
Ejemplo 1:

- En una casa ocurre **transferencia estacionaria de calor** a través de un **muro** de **ladrillo** de **5x7 m** cuyo **espesor** es de **30 cm**. En un día en el que la **temperatura exterior** es de **0 °C**, la **casa** se **mantiene** a **27 °C**, mientras que las **temperaturas** de las **superficies interior y exterior** del **muro** han sido medidas en **20 °C y 5 °C**, respectivamente, con una **tasa de transferencia de calor** a través de la pared de **1035 W.** Determine la **tasa de generación de entropía en el muro** y la de **generación de entropía total** asociada con este proceso de transferencia de calor.



Ejemplo 1:

- En una casa ocurre **transferencia estacionaria de calor** a través de un **muro** de **ladrillo** de **5x7 m** cuyo **espesor** es de **30 cm**. En un día en el que la **temperatura exterior** es de **0 °C**, la **casa** se **mantiene** a **27 °C**, mientras que las **temperaturas** de las **superficies interior y exterior** del **muro** han sido medidas en **20 °C y 5 °C**, respectivamente, con una **tasa de transferencia de calor** a través de la pared de **1035 W.** Determine la **tasa de generación de entropía en el muro** y la de **generación de entropía total** asociada con este proceso de transferencia de calor.



Podemos considerar el muro como un sistema cerrado.

El balance de entropía para el **muro** en forma de tasa:

$$\dot{S}_{\text{entrada}} - \dot{S}_{\text{salida}} + \dot{S}_{\text{gen}} = \cancelto{0}{dE_{\text{sistema}}}/dt$$

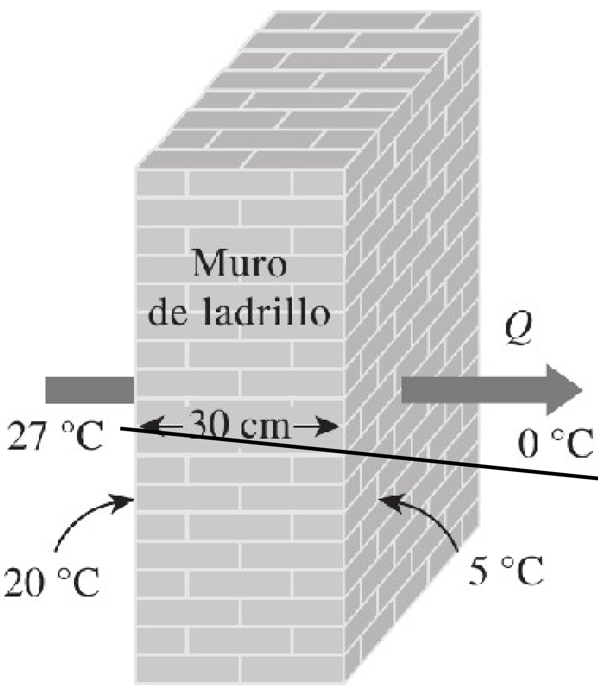
$$(\dot{Q}/T)_{\text{entrada}} - (\dot{Q}/T)_{\text{salida}} + \dot{S}_{\text{gen}} = 0$$

$$\frac{1035\ \text{W}}{(273+20)^{\circ}\text{K}} + \frac{1035\ \text{W}}{(273+5)^{\circ}\text{K}} + \dot{S}_{\text{gen}} = 0$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\dot{S}_{\text{gen,muro}} = 0.191\ \text{W}/^{\circ}\text{K}}$$

Ejemplo 1:

- En una casa ocurre **transferencia estacionaria de calor** a través de un **muro** de **ladrillo** de **5x7 m** cuyo **espesor** es de **30 cm**. En un día en el que la **temperatura exterior** es de **0 °C**, la **casa** se **mantiene** a **27 °C**, mientras que las **temperaturas** de las **superficies interior y exterior** del **muro** han sido medidas en **20 °C y 5 °C**, respectivamente, con una **tasa de transferencia de calor** a través de la pared de **1035 W.** Determine la **tasa de generación de entropía en el muro** y la de **generación de entropía total** asociada con este proceso de transferencia de calor.



Ahora realizamos el balance de entropía del **muro y sus alrededores**.

El único cambio son las temperaturas:

$$\dot{S}_{\text{entrada}} - \dot{S}_{\text{salida}} + \dot{S}_{\text{gen}} = \cancel{dE_{\text{sistema}}}/dt$$

$$(\dot{Q}/T)_{\text{entrada}} - (\dot{Q}/T)_{\text{salida}} + \dot{S}_{\text{gen}} = 0$$

$$\frac{1035\ \text{W}}{(273+27)^{\circ}\text{K}} + \frac{1035\ \text{W}}{(273+0)^{\circ}\text{K}} + \dot{S}_{\text{gen}} = 0$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\dot{S}_{\text{gen,total}} = 0.341\ \text{W}/^{\circ}\text{K}}$$

Flujo másico

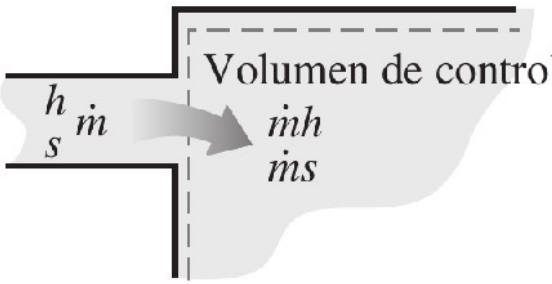
- La **masa contiene** tanto **energía** como **entropía**.
- Cuando una **masa** m **entra o sale** de un **sistema**, con una **entropía específica** s, se **transfiere:**

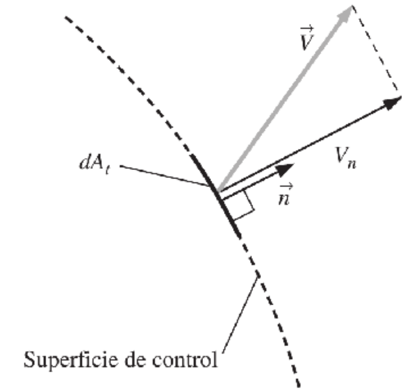
$$S_{\mathrm{masa}} = ms,$$

- Cuando las **propiedades** de la **masa cambian** durante el **proceso**, utilizamos

$$\dot{S}_{\mathrm{masa}} = \int_{A_t} s\rho v_n dA_t,$$

$$S_{\mathrm{masa}} = \int s\delta m = \int \dot{S}_{\mathrm{masa}} dt.$$





- **Sólo sistemas abiertos** pueden **intercambiar entropía** por **flujo másico**.

Volúmenes de control

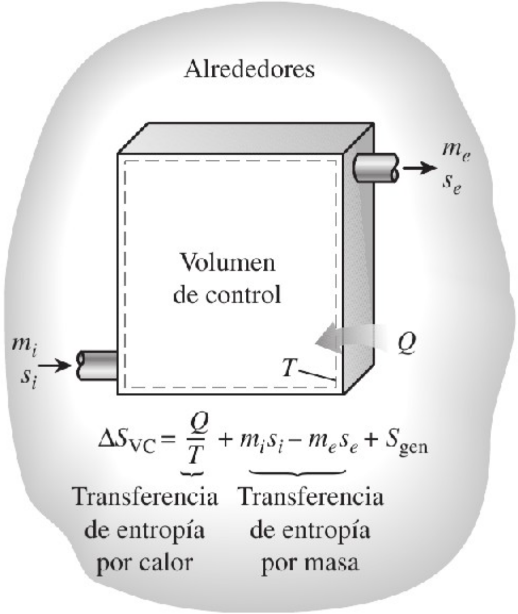
- En un **volumen de control** debemos incluir **intercambio de entropía** por **flujo másico**.

- El **balance de entropía** queda

$$\sum \frac{Q_k}{T_k} + \sum m_i s_i - \sum m_e s_e + S_{\text{gen}} = (S_2 - S_1)_{\text{CV}},$$

y en **forma de tasa**

$$\sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} + \sum \dot{m}_i s_i - \sum \dot{m}_e s_e + \dot{S}_{\text{gen}} = \frac{dS_{\text{SV}}}{dt}.$$



Flujo estacionario

- En un **flujo estacionario** la **tasa de entropía** se mantiene **constante**. Entonces:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}.$$

- Si además hay **corriente única**:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_e - s_i) + \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}.$$

- Entonces, si además el flujo es **adiabático**:

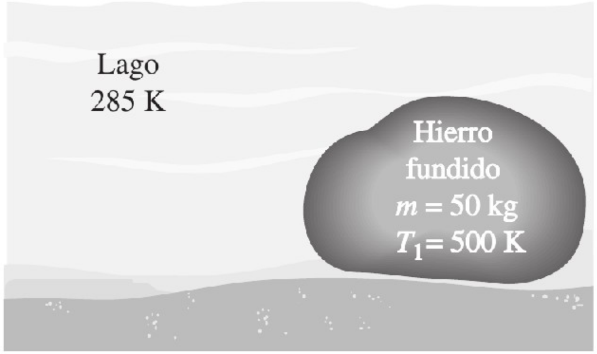
$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{m}(s_e - s_i).$$

- Esto indica que si el flujo es **adiabático y reversible**, entonces.

$$s_e = s_i.$$

Ejemplo 2:

- Un **bloque de hierro fundido** de **50 kg** a **500 °K** es lanzado hacia un **lago grande** que se encuentra a una **temperatura** de **285 °K**. El **bloque de hierro** eventualmente **alcanza el equilibrio térmico con el agua** del lago. Si se supone un **calor específico promedio** de **0.45 kJ/kg°K** para el **hierro**, determine
  - El **cambio de entropía** del **bloque de hierro**.
  - El **cambio de entropía** del **agua** del lago.
  - La **entropía generada** durante este proceso.



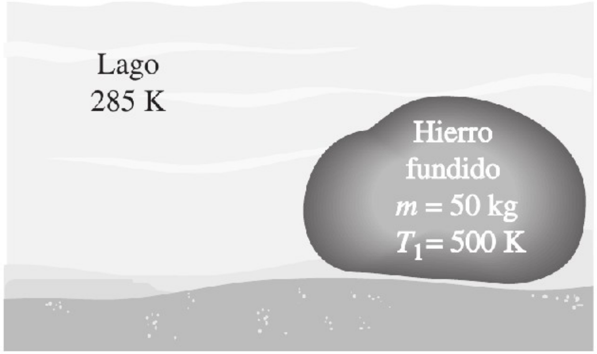
Ejemplo 2:

- Un **bloque de hierro fundido** de **50 kg** a **500 °K** es lanzado hacia un **lago grande** que se encuentra a una **temperatura** de **285 °K**. El **bloque de hierro** eventualmente **alcanza el equilibrio térmico con el agua** del lago. Si se supone un **calor específico promedio** de **0.45 kJ/kg°K** para el **hierro**, determine
  - El **cambio de entropía** del **bloque de hierro**.

Recordando que el bloque es un sólido:

$$\Delta S_{\text{sistema}} = mc_{\text{prom}} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$= 50\ \text{kg}\ 0.45\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\,^\circ\text{K}} \ln\left(\frac{285\,^\circ\text{K}}{500\,^\circ\text{K}}\right)$$



$$\longrightarrow \boxed{\Delta S_{\text{sistema}} = -12.65\ \text{kJ}/^\circ\text{K}}$$

Ejemplo 2:

- Un **bloque de hierro fundido** de **50 kg** a **500 °K** es lanzado hacia un **lago grande** que se encuentra a una **temperatura** de **285 °K**. El **bloque de hierro** eventualmente **alcanza el equilibrio térmico con el agua** del lago. Si se supone un **calor específico promedio** de **0.45 kJ/kg°K** para el **hierro**, determine
  - El **cambio de entropía** del **agua** del lago.

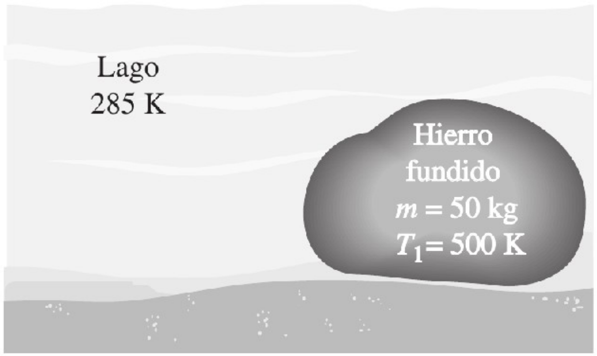
Para calcular Q/T primero debemos encontrar el calor transferido al lago. Utilizando conservación de la energía para el bloque de hierro:

$$E_{\text{entrada}} - E_{\text{salida}} = \Delta E_{\text{sistema}}$$

$$-Q_{\text{salida}} = \Delta U = mc_{\text{prom}}(T_2 - T_1)$$

$$-Q_{\text{salida}} = 50\text{ kg } 0.45\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg °K}}(285 - 500)\text{ °K}$$

$$\longrightarrow \quad Q_{\text{salida}} = 4838\text{ kJ}$$



Entonces, el cambio de entropia del lago:

$$\Delta S_{\text{lago}} = \frac{Q_{\text{lago}}}{T_{\text{lago}}} = \frac{4838\text{ kJ}}{285\text{ °K}} \longrightarrow \boxed{\Delta S_{\text{lago}} = 16.97\,\frac{\text{kJ}}{\text{°K}}}$$

Ejemplo 2:

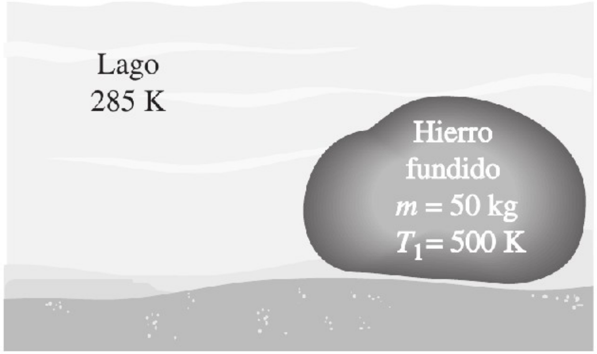
- Un **bloque de hierro fundido** de **50 kg** a **500 °K** es lanzado hacia un **lago grande** que se encuentra a una **temperatura** de **285 °K**. El **bloque de hierro** eventualmente **alcanza el equilibrio térmico con el agua** del lago. Si se supone un **calor específico promedio** de **0.45 kJ/kg°K** para el **hierro**, determine
    - La **entropía generada** durante este proceso.

Para encontrar la entropía generada simplemente podemos sumar los cambios de entropía:

$$S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{sistema}} + \Delta S_{\text{lago}}$$

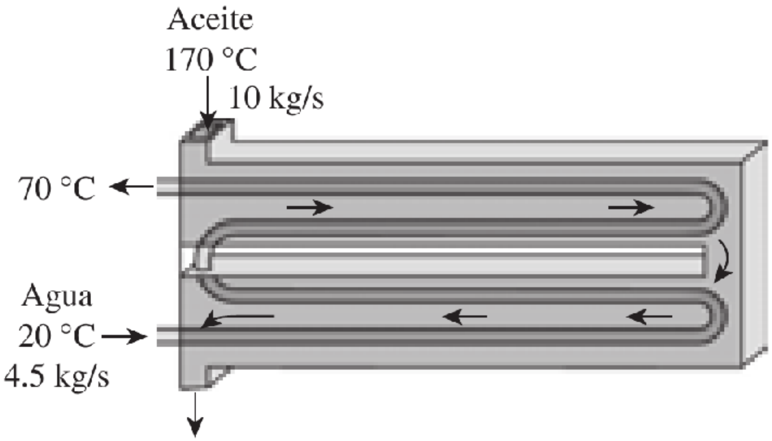
$$= (-12.65 + 16.97)\ \text{kJ}/^{\circ}\text{K}$$

$$\longrightarrow \boxed{S_{\text{gen}} = 4.32\ \text{kJ}/^{\circ}\text{K}}$$



Ejemplo 3:

- Un **intercambiador de calor** bien **aislado**, de **coraza y tubos**, se usa para **calentar agua** (**c_P=4.18 kJ/kg°C**) en los **tubos**, de **20 °C a 70 °C**, a **razón** de **4.5 kg/s**. El **calor** lo **suministra** un **aceite caliente** (**c_P=2.30 kJ/kg°C**) que **entra** a la **coraza** a **170 °C** a **razón** de **10 kg/s**. **Despreciando** cualquier **pérdida de calor** del intercambiador, determine:
  - La **temperatura de salida** del **aceite**.
  - La **tasa de generación de entropía** en el intercambiador de calor.



Ejemplo 3:

- Un **intercambiador de calor** bien **aislado**, de **coraza y tubos**, se usa para **calentar agua** (**c_P=4.18 kJ/kg°C**) en los **tubos**, de **20 °C a 70 °C**, a **razón** de **4.5 kg/s**. El **calor** lo **suministra** un **aceite caliente** (**c_P=2.30 kJ/kg°C**) que **entra** a la **coraza** a **170 °C** a **razón** de **10 kg/s**. **Despreciando** cualquier **pérdida de calor** del intercambiador, determine:

  - La **temperatura de salida** del **aceite**.

La tasa de calor transferido al agua:

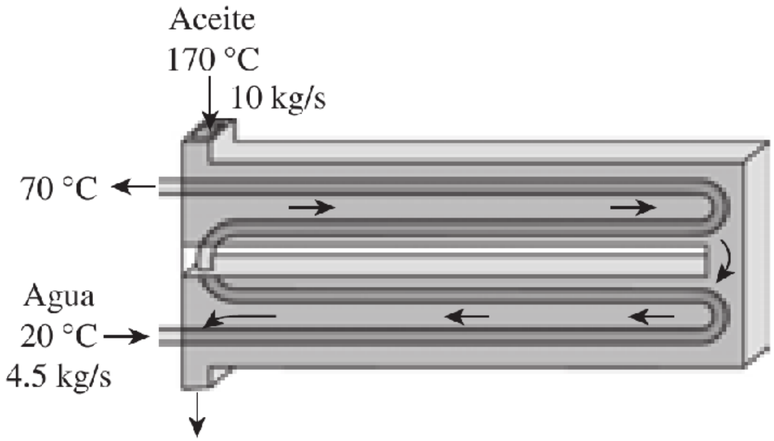
$$\dot{Q}_{\text{agua}} = [\dot{m}c_P(T_2 - T_1)]_{\text{agua}}$$
$$= 4.5\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}\,4.18\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\,^\circ\text{K}}(70 - 20)\,^\circ\text{K}$$
$$= 940.5\ \text{W}$$

Se transfiere calor del aceite al agua:

$$\dot{Q}_{\text{aceite}} = -\dot{Q}_{\text{agua}}$$

Por otra parte, esta tasa cumple:

$$\dot{Q}_{\text{aceite}} = [\dot{m}c_P(T_2 - T_1)]_{\text{aceite}}$$



Ejemplo 3:

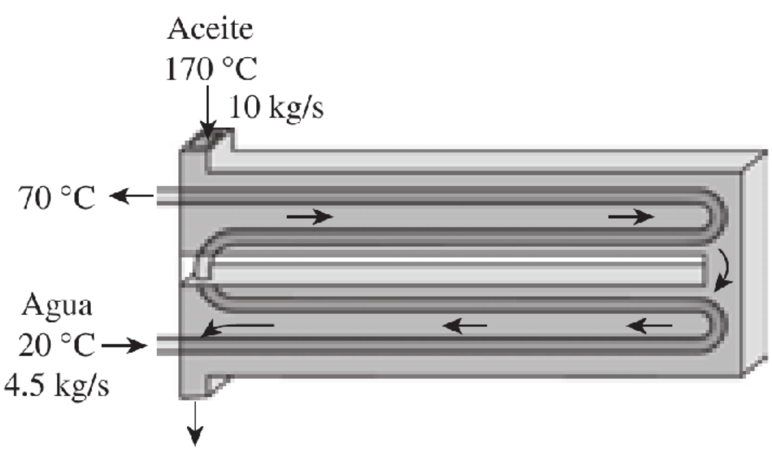
- Un **intercambiador de calor** bien **aislado**, de **coraza y tubos**, se usa para **calentar agua** (**c_P=4.18 kJ/kg°C**) en los **tubos**, de **20 °C a 70 °C**, a **razón** de **4.5 kg/s**. El **calor** lo **suministra** un **aceite caliente** (**c_P=2.30 kJ/kg°C**) que **entra** a la **coraza** a **170 °C** a **razón** de **10 kg/s**. **Despreciando** cualquier **pérdida de calor** del intercambiador, determine:
  - La **temperatura de salida** del **aceite**.

Despejando T_2 del aceite:

$\dot{Q}_{\text{aceite}} = -\dot{Q}_{\text{agua}}$

$$T_{2,\text{aceite}} = -\frac{\dot{Q}_{\text{agua}}}{\dot{m}_{\text{aceite}} c_{P,\text{aceite}}} + T_{1,\text{aceite}}$$

$$= \frac{-940.5\ \text{kW}}{10\ \frac{\text{kg}}{\text{s}}\ 2.3\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\ ^\circ\text{K}}} + 170\,^\circ\text{C}$$



$$\longrightarrow \boxed{T_{2,\text{aceite}} = 120.1\,^\circ\text{C}}$$

Ejemplo 3:

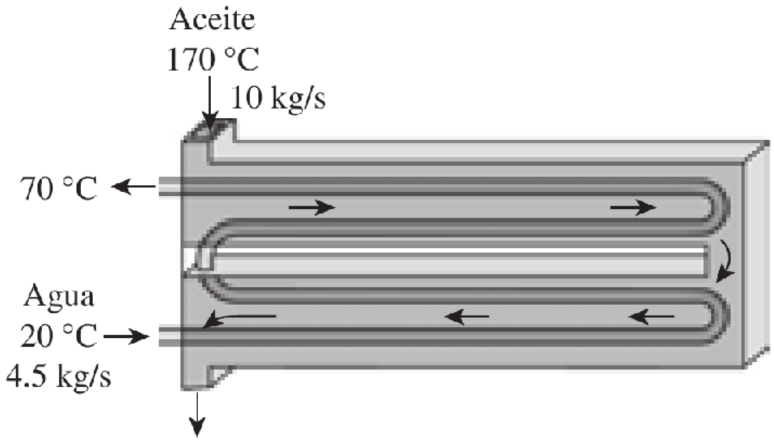
- Un **intercambiador de calor** bien **aislado**, de **coraza y tubos**, se usa para **calentar agua** (**c_P=4.18 kJ/kg°C**) en los **tubos**, de **20 °C a 70 °C**, a **razón** de **4.5 kg/s**. El **calor** lo **suministra** un **aceite caliente** (**c_P=2.30 kJ/kg°C**) que **entra** a la **coraza** a **170 °C** a **razón** de **10 kg/s**. **Despreciando** cualquier **pérdida de calor** del intercambiador, determine:
  - La **tasa de generación de entropía** en el intercambiador de calor.

El balance de las tasas de entropía:

Flujo estacionario

$$\dot{S}_{\text{entrada}} - \dot{S}_{\text{salida}} + \dot{S}_{\text{gen}} = \cancel{\Delta S_{\text{sistema}}/dt}.$$

Al tomar el **sistema completo** (flujo de agua y aceite) no hay transferencia de entropía por calor. Sólo hay transferencia de entropía por flujo másico:



$$\longrightarrow \quad S_{\text{gen}} = [\dot{m}(s_2 - s_1)]_{\text{agua}} + [\dot{m}(s_2 - s_1)]_{\text{aceite}}$$

Ejemplo 3:

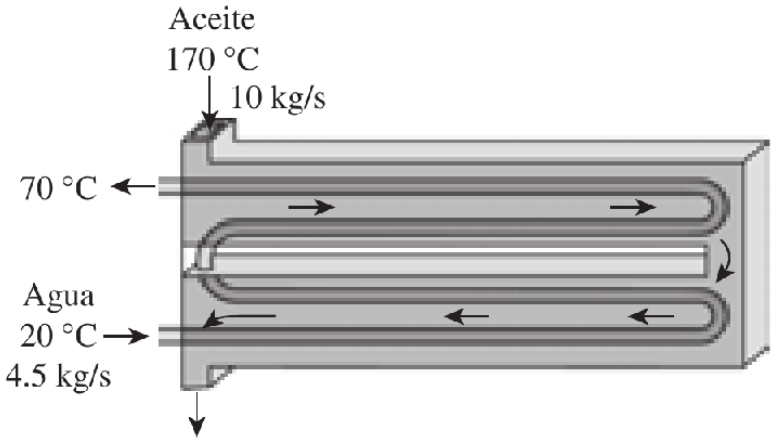
- Un **intercambiador de calor** bien **aislado**, de **coraza y tubos**, se usa para **calentar agua** (**c_P=4.18 kJ/kg°C**) en los **tubos**, de **20 °C a 70 °C**, a **razón** de **4.5 kg/s**. El **calor** lo **suministra** un **aceite caliente** (**c_P=2.30 kJ/kg°C**) que **entra** a la **coraza** a **170 °C** a **razón** de **10 kg/s**. **Despreciando** cualquier **pérdida de calor** del intercambiador, determine:
  - La **tasa de generación de entropía** en el intercambiador de calor.

Ahora utilizamos que los líquidos son sustancias incompresibles:

$$\Delta s = c_{\text{prom}} \ln(T_2/T_1)$$

Entonces:

$$\begin{aligned} S_{\text{gen}} &= \left[\dot{m} c_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\right]_{\text{agua}} + \left[\dot{m} c_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\right]_{\text{aceite}} \\ &= 4.5\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}\,4.18\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\,^\circ\text{C}} \ln\left(\frac{273+70}{273+20}\right) \\ &\quad +10\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}\,2.3\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\,^\circ\text{C}} \ln\left(\frac{273+129.1}{273+170}\right) \end{aligned}$$

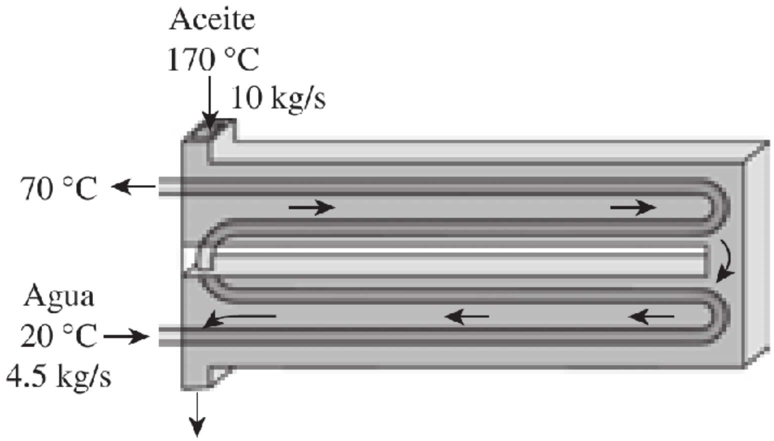


Ejemplo 3:

- Un **intercambiador de calor** bien **aislado**, de **coraza y tubos**, se usa para **calentar agua** (**c_P=4.18 kJ/kg°C**) en los **tubos**, de **20 °C a 70 °C**, a **razón** de **4.5 kg/s**. El **calor** lo **suministra** un **aceite caliente** (**c_P=2.30 kJ/kg°C**) que **entra** a la **coraza** a **170 °C** a **razón** de **10 kg/s**. **Despreciando** cualquier **pérdida de calor** del intercambiador, determine:
  - La **tasa de generación de entropía** en el intercambiador de calor.

Se obtiene:

$$\longrightarrow \boxed{S_{\text{gen}} = 0.736\ \mathrm{kW}/^{\circ}\mathrm{K}}$$



* Si hay confusión con los signos durante el desarrollo, es importante recordar que la entropía generada debe ser positiva.

Conclusiones

- Enunciamos el **balance de entropía**.
- Vimos las formas de **transferencia de entropía**.
- Revisamos el **balance de entropía** para **sistemas cerrados y abiertos**.