



**UC** | Chile

# **Termodinámica (FIS1523)**

## **Factor de compresibilidad**

**Felipe Isaule**  
felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 16 de Abril de 2025

# Resumen clase anterior

- Enunciamos la **Ley de los gases ideales**, que proporciona la **ecuación de estado** de un **gas ideal**.

$$P\nu = RT, \qquad PV = nR_u T.$$

- Definimos los **moles** para cuantificar la cantidad de sustancia.

$$m = nM.$$

# Clase 13: Factor de compresibilidad

- Factor de compresibilidad.
- Cartas generalizadas.

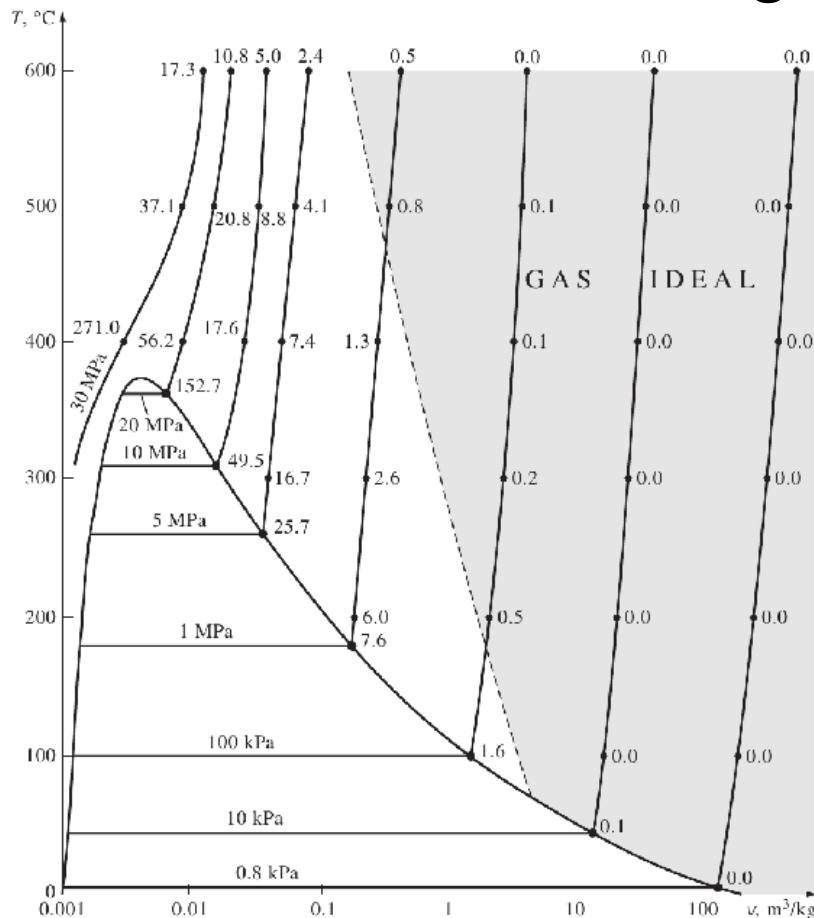
- Bibliografía recomendada:
  - Cengel (3.7).

# Clase 13: Factor de compresibilidad

- **Factor de compresibilidad.**
- Cartas generalizadas.

# Gases reales e ideales

- La ecuación de estado de un gas ideal es muy simple, por lo que resulta muy conveniente.
- Sin embargo, muchos **gases reales** generalmente **no pueden ser descritos** como un **gas ideal**.



- La aproximación de gases ideales es válida sólo a altas temperaturas y/o bajas presiones.

Porcentaje de error  
 $([v_{\text{tabla}} - v_{\text{ideal}}]/v_{\text{tabla}}) \times 100$  en que  
se incurre al suponer que el vapor es  
un gas ideal, y la región donde el  
vapor se puede tratar como un gas  
ideal con un porcentaje de error  
menor a 1 por ciento.

# Factor de compresibilidad

- Una manera de **cuantificar** la **desviación** de un gas real con respecto a un **gas ideal** es por medio del **factor de compresibilidad**  $Z$ ,

$$Z = \frac{P\nu}{RT}.$$

- De manera equivalente,

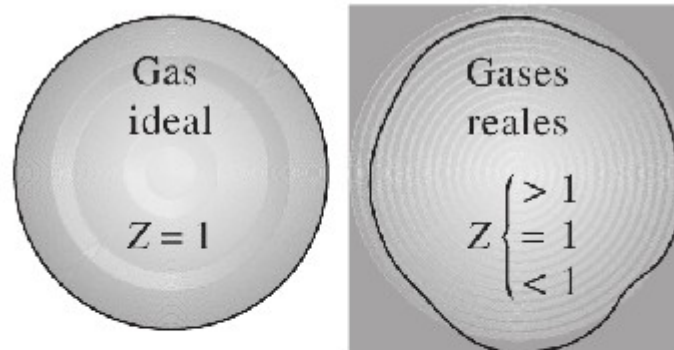
$$Z = \frac{\nu_{\text{actual}}}{\nu_{\text{ideal}}},$$

donde

$$\nu_{\text{ideal}} = RT/P.$$

# Factor de compresibilidad

- Para el caso de un **gas ideal**, se tiene que  $Z=1$ .
- Por otra parte, **gases no ideales** toman valores **distintos de uno**.



El factor de compresibilidad es la unidad para los gases ideales.

# Factor de compresibilidad

- El factor de compresibilidad se puede interpretar como si la ecuación de gases ideales necesitara un ajuste.
- Para calcular  $Z$  se fijan la temperatura y la presión, por tanto **se comparan los volúmenes específicos**.
- Nos dice qué tan diferente sería el volumen del gas real si es que fuese un gas ideal.
  - Por esto se llama factor de compresibilidad.



# Factor de compresibilidad

- En un **gas real** las **interacciones** entre partículas **no se pueden despreciar**.
- Si **interacciones repulsivas** dominan, el gas tiende a ocupar **mayor volumen** y por tanto  $Z > 1$ .
  - Gas difícil de comprimir.
- Si **interacciones atractivas** dominan, el gas tiende a ocupar **menor volumen** y por tanto  $Z < 1$ .
  - Gas fácil de comprimir.

# Clase 13: Factor de compresibilidad

- Factor de compresibilidad.
- **Cartas generalizadas.**

# Presión y temperatura reducida

- Distintas sustancias se comportan de manera distinta a iguales temperaturas y presiones.
- Sin embargo, **distintas sustancias sí se comportan de manera similar si normalizamos la temperatura y presión.**
- Esta normalización corresponde a la **presión reducida**  $P_R$  y **temperatura reducida**  $T_R$ ,

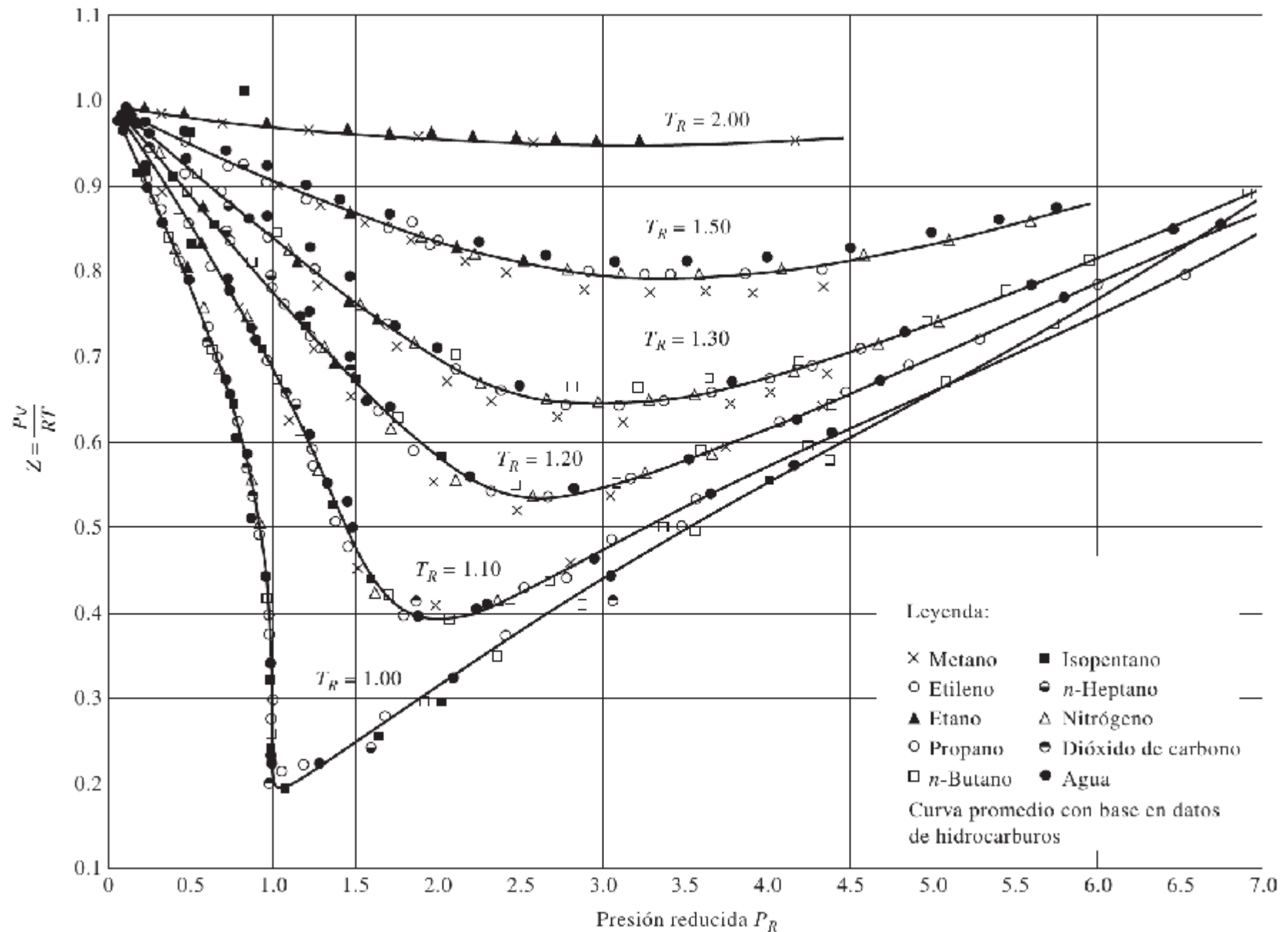
$$P_R = \frac{P}{P_{cr}}, \quad T_R = \frac{T}{T_{cr}}.$$

- El factor de compresibilidad es aproximadamente igual para distintas sustancias con misma presión y temperatura reducida.
  - Notar que la presión y temperatura reducida son adimensionales.

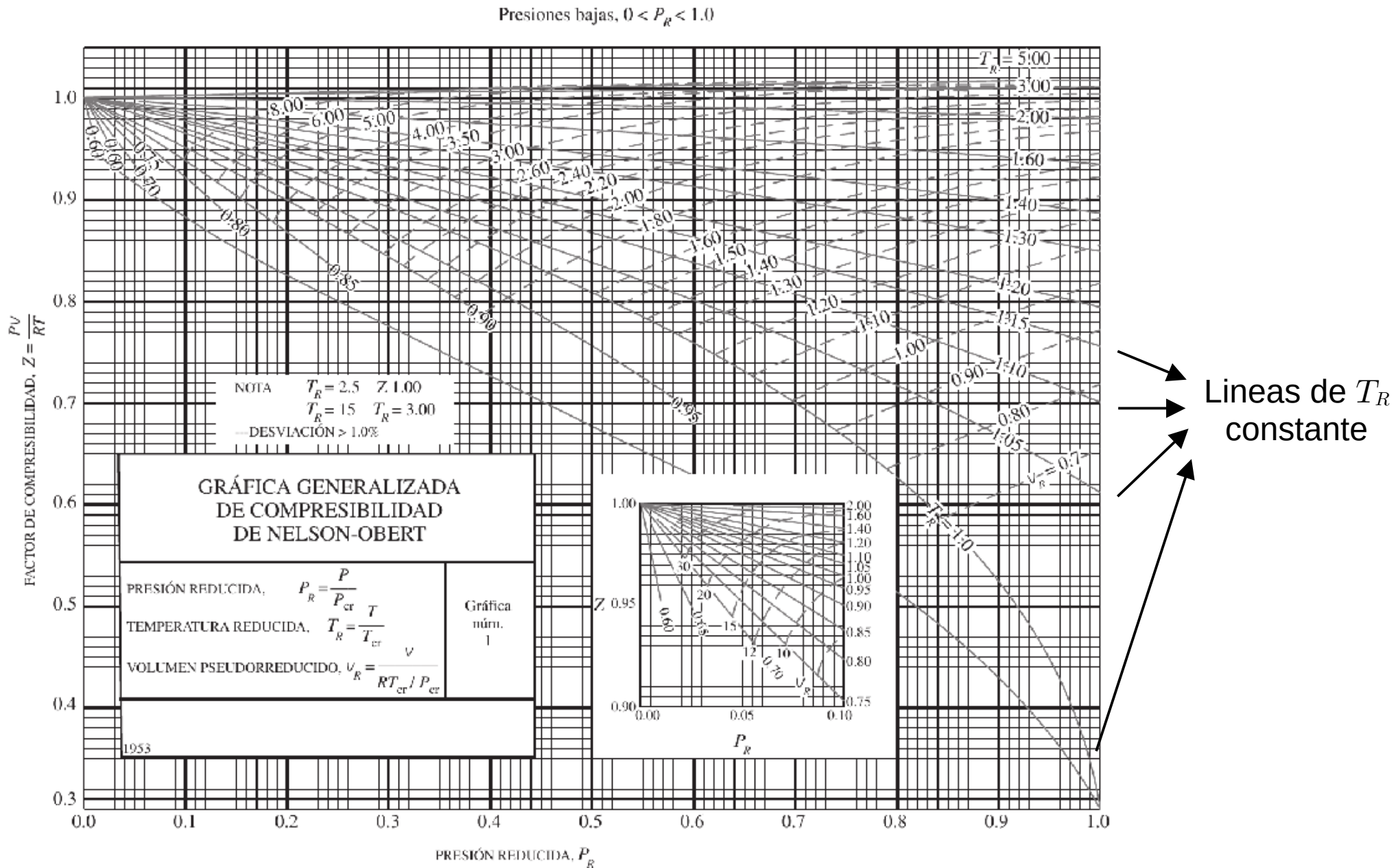
# Principio de estados correspondientes

- El **factor de compresibilidad** es aproximadamente igual para **distintas sustancias** con **misma presión y temperatura reducida**.
- Esto se conoce como **principio de estados correspondientes**.
- Al ajustar los datos de distintas sustancias a sus propiedades reducidas se obtiene la **carta de compresibilidad generalizada**.

# Principio de estados correspondientes

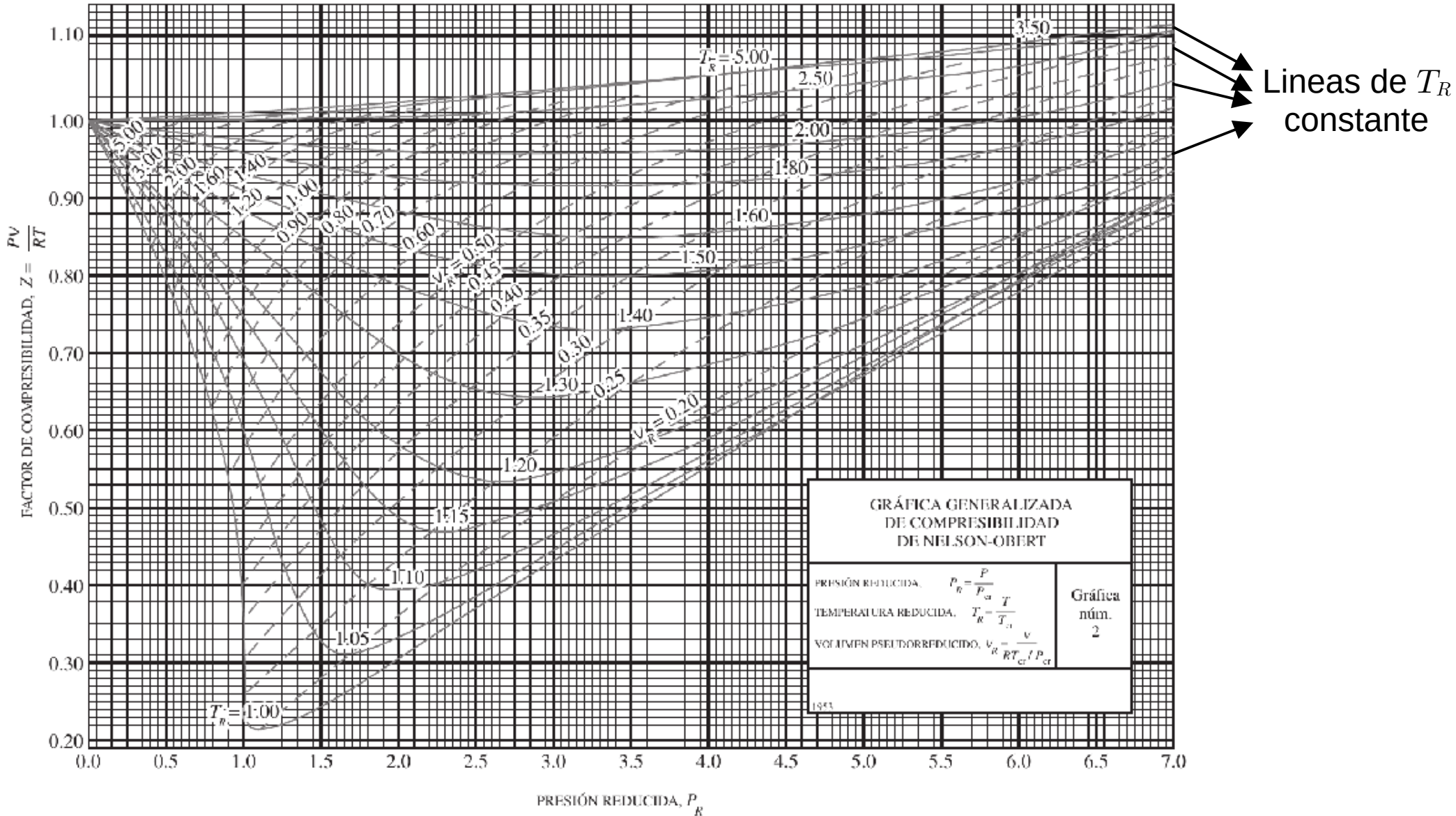


# Carta de compresibilidad generalizada



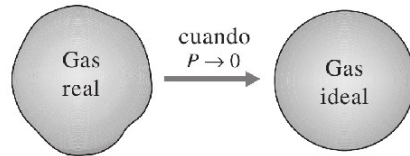
# Carta de compresibilidad generalizada

b) Presiones medias,  $0 < P_R < 7$

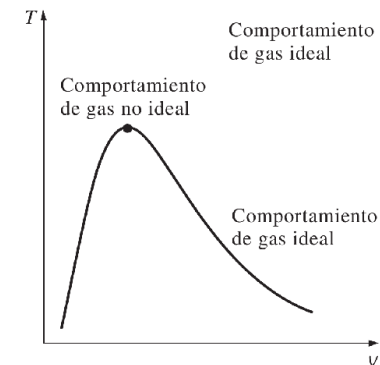


# Carta de compresibilidad generalizada

- De la carta de compresibilidad podemos concluir lo siguiente:
  - A **presiones reducidas muy bajas** ( $P_R \ll 1$ ), los gases se comportan como **gas ideal independiente de su temperatura**.
  - A **temperaturas reducidas altas** ( $T_R \gg 1$ ), es posible suponer con buena precisión el comportamiento de **gas ideal**, independientemente de la presión (excepto cuando  $P_R \gg 1$ ).
  - La **desviación** de un gas respecto al comportamiento de **gas ideal** es **mayor cerca del punto crítico**.



A muy bajas presiones, los gases se aproximan al comportamiento ideal (sin importar su temperatura).



Los gases se desvían del comportamiento de gas ideal principalmente cuando están cercanos al punto crítico.



# Ejemplo 1:

- El refrigerante **134a** tiene **valores críticos** de  $P_{cr}=4.059$  Mpa y  $T_{cr}=374.2$  K, además de una **constante del gas** de  $R=0.0815$  kPa m<sup>3</sup>/kg°K.  
Determine el **volumen específico** del refrigerante a **1 MPa** y **50 °C**, con
  - La ecuación de estado de **gas ideal**.
  - La carta de **compresibilidad generalizada**.
  - **Compare** los valores obtenidos para el **valor real de 0.021796 m<sup>3</sup>/kg** y determine el **error** en cada caso.

# Ejemplo 1:

- El refrigerante 134a tiene valores críticos de  $P_{cr}=4.059$  Mpa y  $T_{cr}=374.2$  K, además de una constante del gas de  $R=0.0815$  kPa m<sup>3</sup>/kg°K. Determine el **volumen específico** del refrigerante a **1 MPa** y **50 °C**, con  
→ La ecuación de estado de **gas ideal**.

De la Ley de gases ideales:

$$\nu = \frac{RT}{P} = \frac{0.0815 \text{ kPa m}^3/\text{kg } ^\circ\text{K} (273 + 50) ^\circ\text{K}}{1000 \text{ kPa}}$$

$$\longrightarrow \boxed{\nu = 0.02632 \text{ m}^3/\text{kg}}$$

# Ejemplo 1:

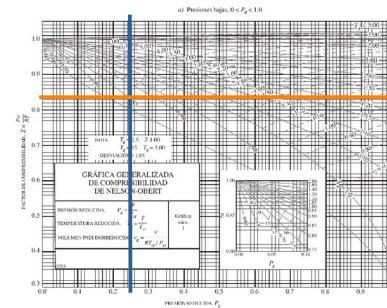
- El refrigerante 134a tiene valores críticos de  $P_{cr}=4.059$  MPa y  $T_{cr}=374.2$  K, además de una constante del gas de  $R=0.0815$  kPa m<sup>3</sup>/kg°K. Determine el **volumen específico** del refrigerante a **1 MPa** y **50 °C**, con  
 → La carta de **compresibilidad generalizada**.

Primero necesitamos las propiedades reducidas:

$$P_R = \frac{P}{P_{cr}} = \frac{1 \text{ MPa}}{4.059 \text{ MPa}} = 0.2464$$

$$T_R = \frac{T}{T_{cr}} = \frac{(273 + 50)^\circ\text{K}}{374.2^\circ\text{K}} = 0.863$$

De la carta generalizada (revisar Cengel!):



$$Z = 0.84$$

Entonces:

$$\nu = Z\nu_{ideal} = 0.84 \times 0.02632 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\longrightarrow \boxed{\nu = 0.0221 \text{ m}^3/\text{kg}}$$

Tarea: Resolver utilizando  $Z = \frac{P\nu}{RT}$ .

# Ejemplo 1:

- El refrigerante 134a tiene valores críticos de  $P_{cr}=4.059$  Mpa y  $T_{cr}=374.2$  K, además de una constante del gas de  $R=0.0815$  kPa m<sup>3</sup>/kg°K. Determine el **volumen específico** del refrigerante a **1 MPa** y **50 °C**, con
  - **Compare** los valores obtenidos para el **valor real de 0.021796 m<sup>3</sup>/kg** y determine el **error** en cada caso.

Calculamos los errores para cada caso:

$$\text{error}_{\text{ideal}} = \frac{0.02632 - 0.021796}{0.021796} \times 100 = 20.75\%$$

$$\text{error}_{\text{compr.}} = \frac{0.0221 - 0.021796}{0.021796} \times 100 = 1.39\%$$

El valor entregado usando el factor de compresibilidad es mucho más cercano al real.

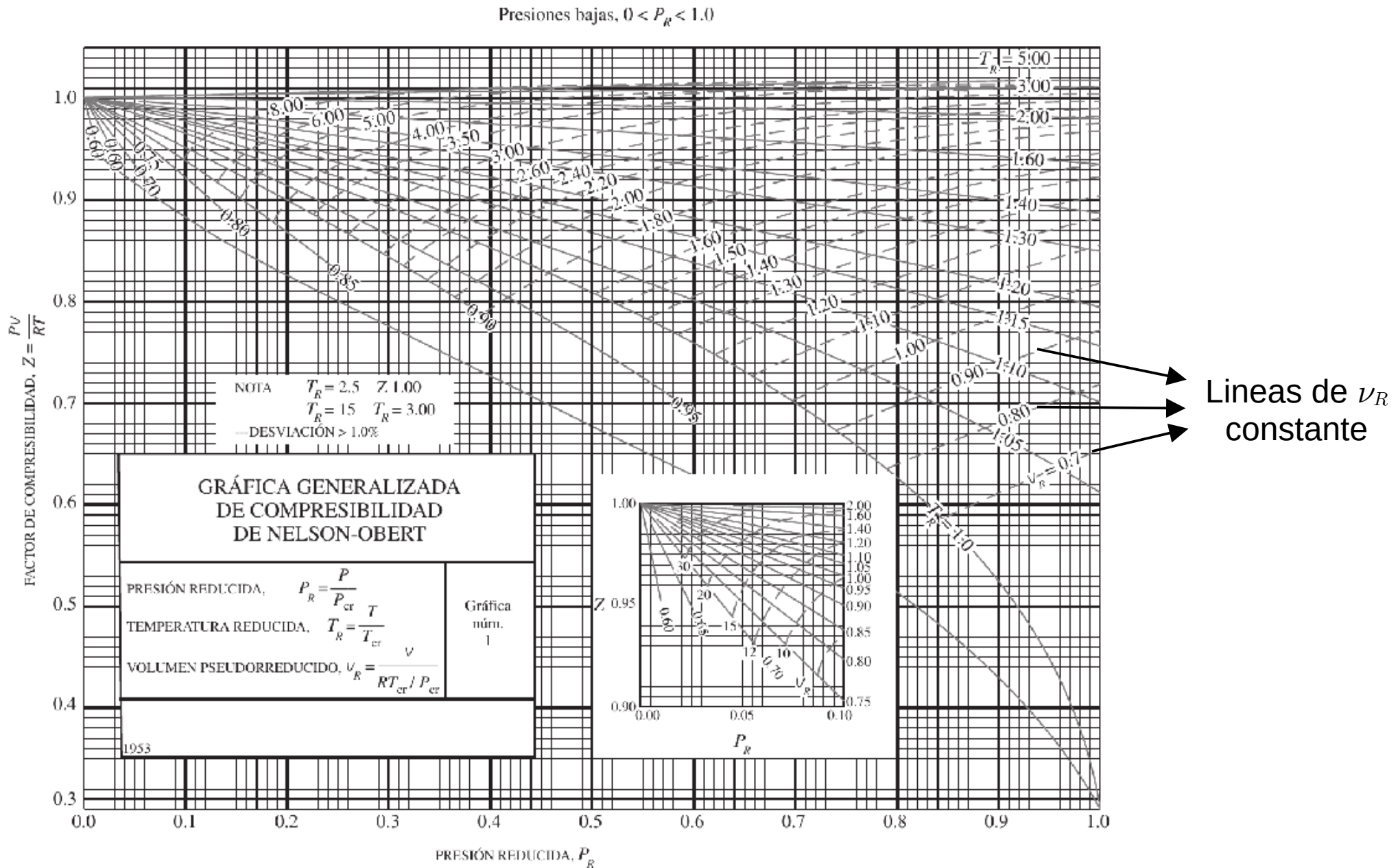
# Volumen específico pseudo-reducido

- En principio, si en vez de conocer  $T_R$  y  $P_R$  conocemos  $T_R$  y  $\nu$  o  $P_R$  y  $\nu$  y , debemos realizar un **procedimiento iterativo** en las cartas generalizadas para obtener el factor de compresibilidad.
- Una forma más directa es definiendo el **volúmen específico pseudo-reducido**:

$$\nu_R = \frac{\nu_{\text{actual}}}{RT_{\text{cr}}/P_{\text{cr}}}.$$

- **Lineas  $\nu_R$  de constante** son a veces añadidas a las **cartas generalizadas**.

# Carta de compresibilidad generalizada



## Ejemplo 2:

- Se **calienta metano**, que estaba a **8 MPa** y **300 °K**, a **presión constante**, hasta que su **volumen aumenta** en un **50 por ciento**. Determine la **temperatura final**, usando la **ecuación del gas ideal** y el **factor de compresibilidad**. ¿**Cuál** de estos dos resultados es el **más exacto**?

$$R = 0.5182 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},$$

$$T_{\text{cr}} = 191.1 \text{ K},$$

$$P_{\text{cr}} = 4.64 \text{ MPa}$$

## Ejemplo 2:

- Se **calienta metano**, que estaba a **8 MPa** y **300 °K**, a **presión constante**, hasta que su **volumen aumenta** en un **50 por ciento**. Determine la **temperatura final**, usando la **ecuación del gas ideal** y el **factor de compresibilidad**. ¿**Cuál** de estos dos resultados es el **más exacto**?

$$R = 0.5182 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},$$

$$T_{\text{cr}} = 191.1 \text{ K},$$

$$P_{\text{cr}} = 4.64 \text{ MPa}$$

Utilizando la Ley de gases ideales:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \longrightarrow \quad T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} \quad \longrightarrow \quad \boxed{T_2 = 450^\circ\text{K}}$$
$$= 300^\circ\text{K} \frac{1.5V_1}{V_1}$$



## Ejemplo 2:

- Se **calienta metano**, que estaba a **8 MPa** y **300 °K**, a **presión constante**, hasta que su **volumen aumenta** en un **50 por ciento**. Determine la **temperatura final**, usando la **ecuación del gas ideal** y el **factor de compresibilidad**. ¿**Cuál** de estos dos resultados es el **más exacto**?

$$R = 0.5182 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},$$

$$T_{\text{cr}} = 191.1 \text{ K},$$

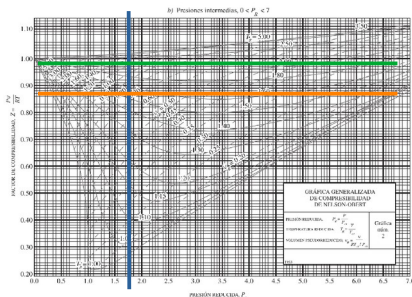
$$P_{\text{cr}} = 4.64 \text{ MPa}$$

Las propiedades reducidas iniciales:

$$P_{R,1} = \frac{P}{P_{\text{cr}}} = \frac{8 \text{ MPa}}{4.64 \text{ MPa}} = 1.724$$

$$T_{R,1} = \frac{T}{T_{\text{cr}}} = \frac{300^\circ\text{K}}{191.1^\circ\text{K}} = 1.570$$

De la carta generalizada (revisar Cengel!):



$$Z_1 = 0.88$$

$$\nu_{R,1} = 0.8$$

Las propiedades reducidas finales:

$$P_{R,2} = P_{R,1} = 1.724$$

$$\nu_{R,2} = 1.5\nu_{R,1} = 1.2$$

De la carta generalizada :

$$Z_2 = 0.975$$

## Ejemplo 2:

- Se **calienta metano**, que estaba a **8 MPa** y **300 °K**, a **presión constante**, hasta que su **volumen aumenta** en un **50 por ciento**. Determine la **temperatura final**, usando la **ecuación del gas ideal** y el **factor de compresibilidad**. ¿**Cuál** de estos dos resultados es el **más exacto**?

$$R = 0.5182 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K},$$

$$T_{\text{cr}} = 191.1 \text{ K},$$

$$P_{\text{cr}} = 4.64 \text{ MPa}$$

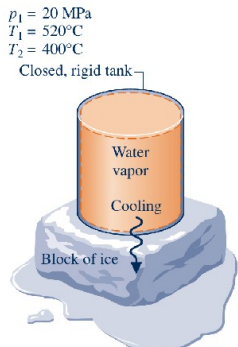
Entonces:

$$\begin{aligned} Z_2 = \frac{P_2 \nu_2}{RT_2} &\longrightarrow T_2 = \frac{P_2 \nu_2}{RZ_2} \\ &= \frac{P_2}{Z_2} \frac{\nu_{R,2} T_{\text{cr}}}{P_{\text{cr}}} \longleftarrow \nu_{R,2} = \frac{\nu_2}{RT_{\text{cr}}/P_{\text{cr}}} \\ &= \frac{8 \text{ MPa}}{0.975} \frac{1.2 \times 191.1^\circ\text{K}}{4.64 \text{ MPa}} \\ &\longrightarrow \boxed{T_2 = 406^\circ\text{K}} \end{aligned}$$

De lo visto anteriormente, sabemos que el segundo resultado es más preciso. De todos modos sigue siendo una aproximación. Además, hay errores debido a la lectura de la carta de compresibilidad.

# Ejemplo 3:

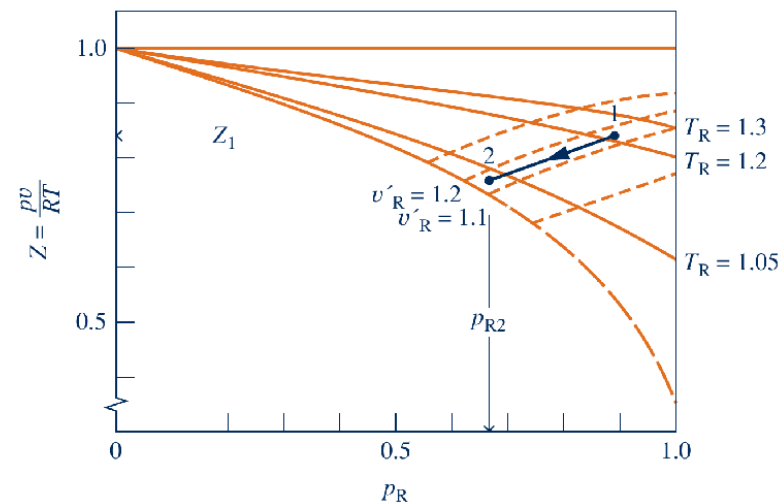
- Un tanque cerrado y rígido es llenado con **vapor de agua** a **20 MPa** y **520°C**. Si el tanque es **enfriado** hasta que llega a una **temperatura de 400°C**, usando la **carta de compresibilidad**, determine:
  - El volumen específico inicial del vapor de agua.
  - La presión en el estado final.



$$T_{\text{crit}} = 647.3^{\circ}\text{K}$$

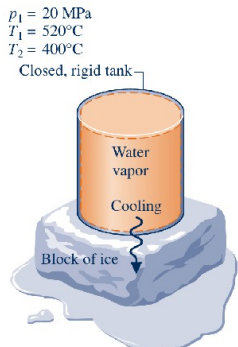
$$P_{\text{crit}} = 22.09 \text{ MPa}$$

$$M = 18.02 \text{ kg/mol}$$



# Ejemplo 3:

- Un tanque cerrado y rígido es llenado con **vapor de agua** a **20 MPa** y **520°C**. Si el tanque es **enfriado** hasta que llega a una **temperatura de 400°C**, usando la **carta de compresibilidad**, determine:
- El volumen específico inicial del vapor de agua.



$$T_{\text{crit}} = 647.3^\circ\text{K}$$

$$P_{\text{crit}} = 22.09 \text{ MPa}$$

$$M = 18.02 \text{ kg/kmol}$$

Primero, calculamos las propiedades reducidas iniciales:

$$P_{R,1} = \frac{P_1}{P_{\text{cr}}} = \frac{20 \text{ MPa}}{22.09 \text{ MPa}} = 0.91$$

$$T_{R,1} = \frac{T_1}{T_{\text{cr}}} = \frac{(273 + 520)^\circ\text{K}}{647.3^\circ\text{K}} = 1.23$$

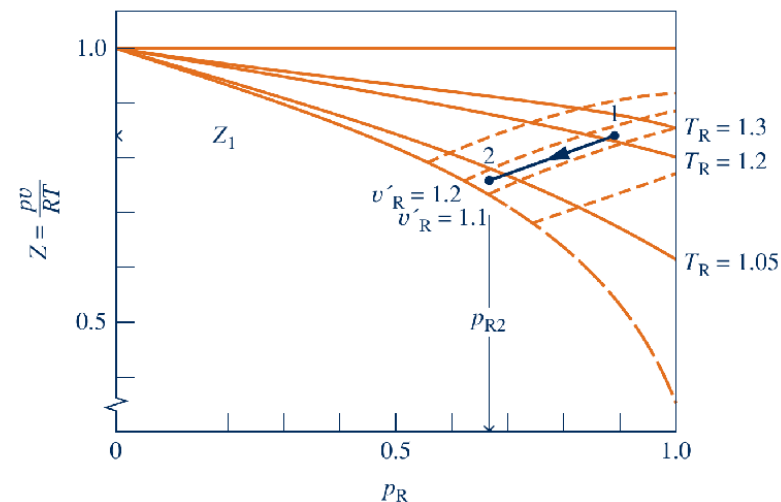
De la carta tenemos que:

$$Z \approx 0.83$$

$$Z = \frac{P\nu}{RT} \rightarrow \nu = Z \frac{RT}{P} = Z \frac{R_u T}{MP}$$

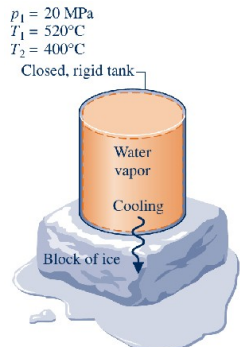
$$= 0.83 \frac{8314.47 \frac{\text{J}}{\text{kmol}^\circ\text{K}} 793^\circ\text{K}}{18.02 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} 20 \times 10^6 \text{ Pa}}$$

$$\rightarrow \boxed{\nu = 0.0152 \text{ m}^3/\text{kg}}$$



# Ejemplo 3:

- Un tanque cerrado y rígido es llenado con **vapor de agua** a **20 MPa** y **520°C**. Si el tanque es **enfriado** hasta que llega a una **temperatura de 400°C**, usando la **carta de compresibilidad**, determine:
  - La presión en el estado final.



$$T_{\text{crit}} = 647.3^\circ\text{K}$$

$$P_{\text{crit}} = 22.09 \text{ MPa}$$

$$M = 18.02 \text{ kg/mol}$$

Es importante notar que durante el proceso, la masa (cantidad de sustancia) y volumen permanecen constantes.

Calculemos el volumen pseudo-reducido:

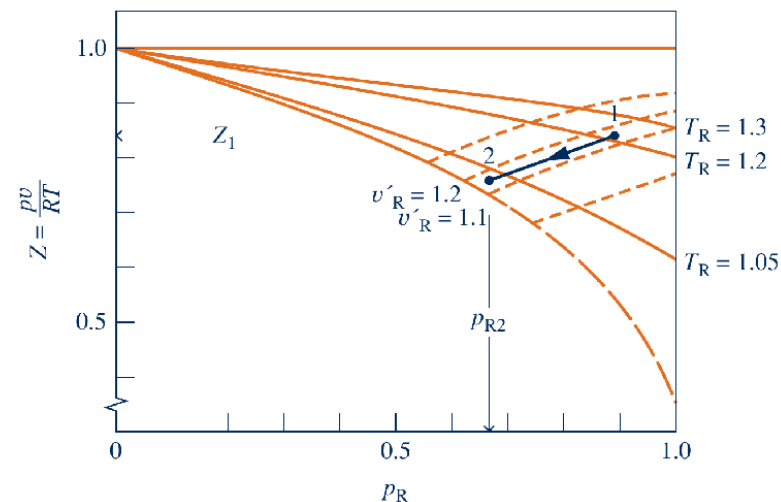
$$\nu_R = \frac{\nu}{RT_{\text{cr}}/P_{\text{cr}}} = \frac{\nu P_{\text{cr}} M}{R_u T_{\text{cr}}}$$

$$= \frac{0.0152 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} 22.09 \times 10^6 \text{ Pa} 18.02 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8314.47 \frac{\text{J}}{\text{kmol}^\circ\text{K}} 647.3^\circ\text{K}} = 1.12$$

Este se mantiene constante durante el proceso.

Ahora calculamos la nueva temperatura reducida:

$$T_{R,2} = \frac{T_2}{T_{\text{cr}}} = \frac{(273 + 400)^\circ\text{K}}{647.3^\circ\text{K}} = 1.04$$



# Ejemplo 3:

- Un tanque cerrado y rígido es llenado con **vapor de agua** a **20 MPa** y **520°C**. Si el tanque es **enfriado** hasta que llega a una **temperatura de 400°C**, usando la **carta de compresibilidad**, determine:
- La presión en el estado final.

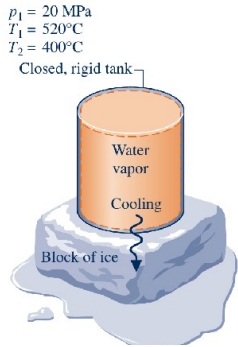
De la carta tenemos que:

$$P_{R,2} \approx 0.69$$

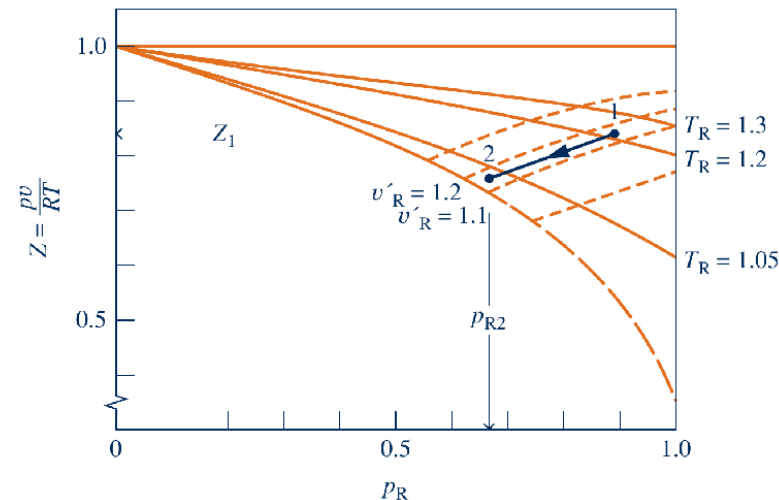
Entonces:

$$P_{R,2} = \frac{P_2}{P_{cr}} \longrightarrow P_2 = P_{R,2} P_{cr} = 0.69 \times 22.09 \text{ MPa}$$

$$\longrightarrow \boxed{P_2 = 15.24 \text{ MPa}}$$



$$\begin{aligned} T_{\text{crit}} &= 647.3^\circ\text{K} \\ P_{\text{crit}} &= 22.09 \text{ MPa} \\ M &= 18.02 \text{ kg/mol} \end{aligned}$$



# Resumen

- Definimos el **factor de compresibilidad** para cuantificar qué tan cercano es un gas real a un gas ideal.
- Definimos la **presión y temperatura reducida**.
- Enunciamos el **principio de estados correspondientes**, el que permite tener **cartas generalizadas** para describir gases reales a partir de la ecuación de gases ideales.