



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE



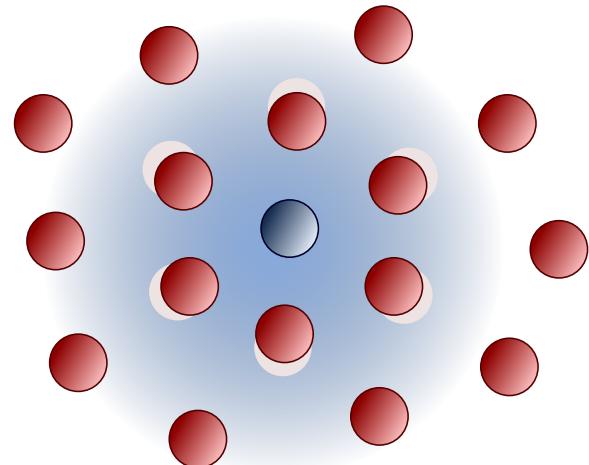
Polarones de Bose en gases de átomos ultrafríos

Felipe Isaule

Investigador Postdoctoral ANID
Instituto de Física, PUC

Colaboradores:

- Bruno Julía-Díaz, Abel Rojo-Francas, Ivan Morera
Universitat de Barcelona
- Pietro Massignan
Universitat Politècnica de Catalunya



Seminario DFI UChile
15 de Noviembre de 2024

Polarones de Bose en gases de átomos ultrafríos

1. Una introducción a los gases de **átomos ultrafríos**.
2. **Impurezas y polarones.** Polarones de **Fermi** y de **Bose**.
3. **Grupo de renormalización** para polarones de Bose.
4. Polarones e impurezas en otros escenarios. Conclusiones.

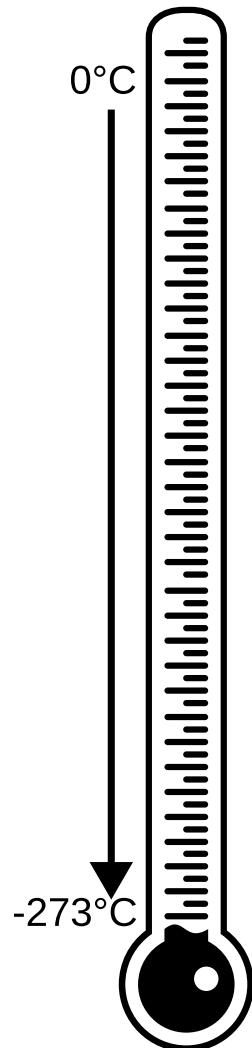
Polarones de Bose en gases de átomos ultrafríos

1. Una introducción a los gases de **átomos ultrafríos**.
2. Impurezas y polarones. Polarones de Fermi y de Bose.
3. Grupo de renormalización para polarones de Bose.
4. Polarones e impurezas en otros escenarios. Conclusiones.

Átomos ultrafríos

- Los átomos ultrafríos corresponden a átomos que son **enfriados y atrapados a temperaturas ultrabajas ($\leq \mu\text{K}$)**.
- A estas bajas temperaturas los **efectos cuánticos** se vuelven importantes.
- Su realización es posible gracias a avances en técnicas de enfriamiento y atrapamiento (80s):
 - **Enfriamiento láser, trampas magneto-ópticas, etc.**
 - **1997: Premio Nobel** a S. Chu, C. Cohen-Tannoudji y W. D. Phillips.

W. D. Phillips, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 (1998).



Condensados de Bose-Einstein (BEC)

- En 1995 se realizaron por primera vez **condensados de Bose-Einstein (BEC)** con gases de **átomos bosónicos**.

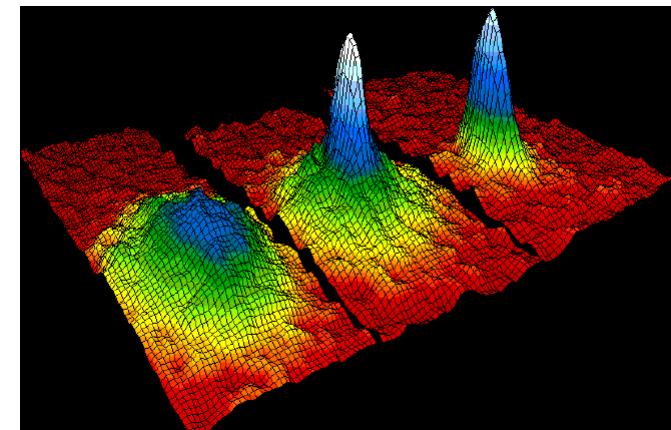
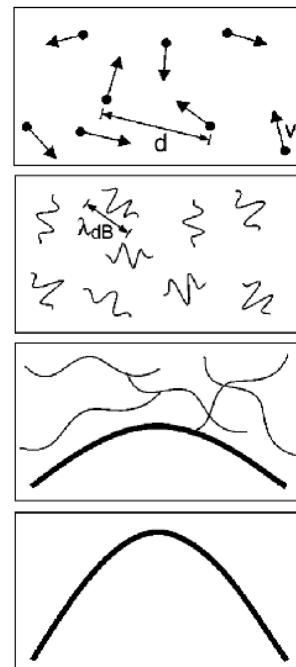
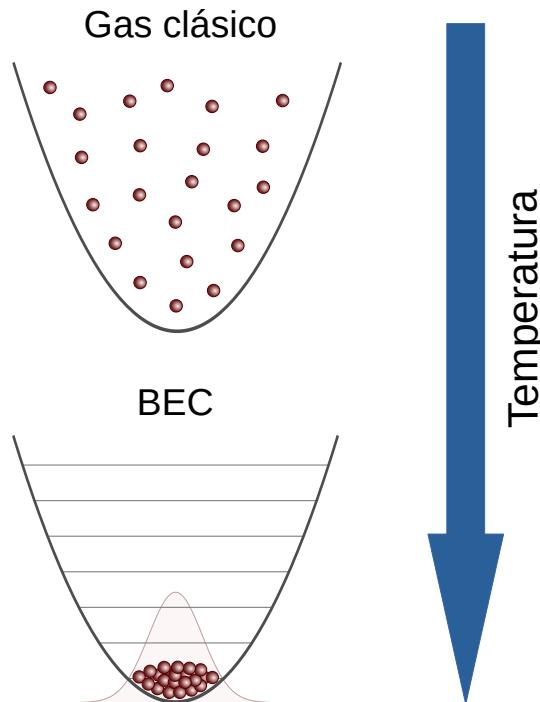
JILA: M. H. Anderson *et al.*, Science **269**, 198 (1995).

MIT: K. B. Davis *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).

→ **2001: Premio Nobel** a E. Cornell y C. Wieman y W. Ketterle.

E. Cornell and C. E. Wieman,, Rev. Mod. Phys. **74**, 875 (2002). W. Ketterle, Rev. Mod. Phys. **74**, 1131 (2002).

- Un BEC corresponde a un estado de la materia donde bosones ocupan **macroscópicamente el estado fundamental**.

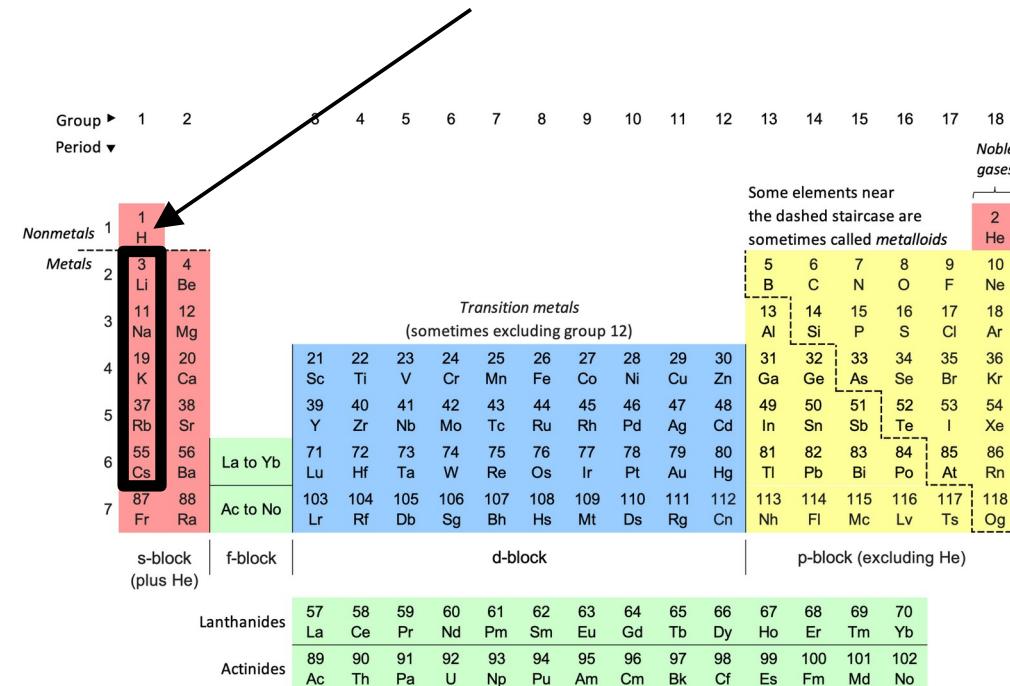


Distribución de velocidad de un gas de ^{87}Rb .

→ **Superfluído**

¿Cuáles átomos se enfrian?

- En la mayoría de experimentos se utilizan **átomos alcalinos**.
- El **isótopo** dicta la **estadística**.
 - Bosones: ^7Li , ^{23}Na , ^{87}Rb , ^{133}Cs
BEC 95' MIT BEC 95' JILA
 - Fermiones: ^6Li , ^{40}K
BCS 04' Innsbruck BCS 04' JILA
- Es decir, **se puede escoger la estadística** de las partículas.



Interacciones inter-atómicas

- La interacción entre átomos es de **corto alcance**. Es dominada por la **onda-s**, y por tanto se puede modelar por un **potencial de contacto**.

$$\mathcal{T}(k; a) \longrightarrow V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = g\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

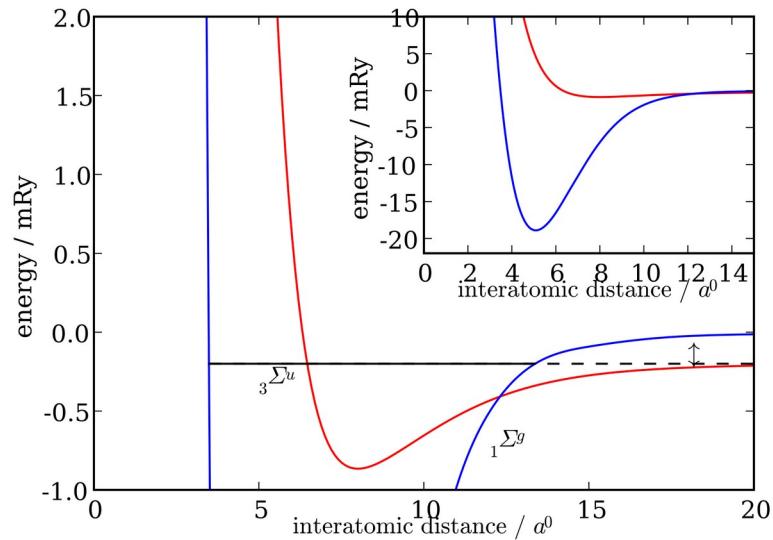
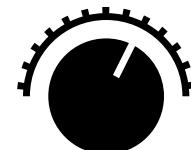
Matrix T de scattering Potencial inter-atómico Potencial de contacto

a : longitud de scattering

- La interacción se puede **controlar libremente** con técnicas de **resonancias de Feshbach**.

C. Chin *et al.*, Rev. Mod. Phys. **82**, 1225 (2010).

- Este control no es posible en otros sistemas físicos.



* Otros potenciales también son realizables, tales como onda-*p* e interacciones dipolo-dipolo.

Confinamiento

- En general átomos ultrafríos son confinados en **trampas armónicas**:

$$V_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$$

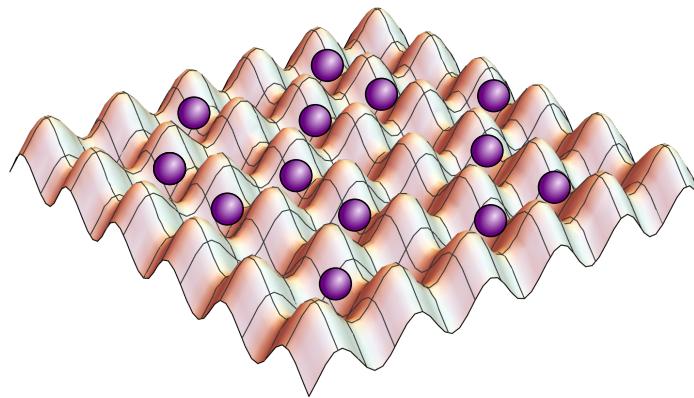
- Las **frecuencias ω_i se pueden controlar**, permitiendo confinar gases de átomos en **geometrías quasi uno-dimensionales** (cuchuflí) o **dos-dimensionales** (pizza).



Confinamiento: Redes ópticas

- Es también posible confinar átomos en **redes ópticas**.

I. Bloch, Nat. Phys. **1**, 23 (2005)



- Átomos ultrafríos en redes ópticas son ideales para **simular sistemas de materia condensada**.
- Teóricamente, átomos en redes ópticas se pueden estudiar con **modelos tipo Hubbard**.

M. Lewenstein *et al.*, Advances in Physics **56**, 243 (2007).

¿Por qué enfriar átomos?

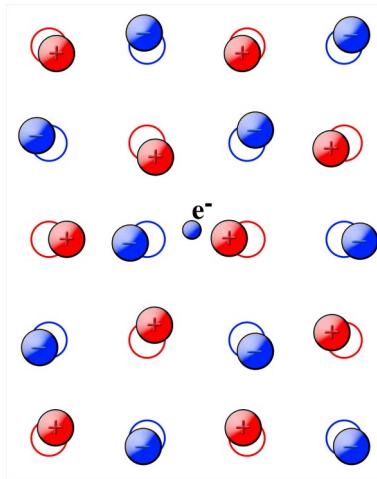
- Los atomos ultrafríos ofrecen un grado de **control** sin precedentes.
- Pueden ser utilizados como **simuladores cuánticos**.
- Desde la realización de BECs, experimentalmente se han producido configuraciones más complejas de gases cuánticos:
 - **2002: Transición Aislante-Superfluído** de bosones en **redes ópticas**.
MPQ: M. Greiner et al., Nature **415**, 39 (2002).
 - **2001: Gas degenerado de Fermi**.
JILA: B. DeMarco, S. B. Papp, and D. S. Jin, Phys. Rev. Lett. **86**, 5409 (2001).
 - **2003: Condensado de pares de fermiones**.
JILA: M. Greiner, C. A. Regal and D. S. Jin, Nature **426**, 537 (2003). MIT: M.W. Zwierlein et al., Phys. Rev. Lett. **91**, 250401 (2003).
 - **2004: Crossover BCS-BEC**.
JILA: C. Regal et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 040403, (2004). MIT: M. Zwierlein et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 120403, (2004). Innsbruck: C. Chin et al., Science. **305**, 1128–1130, (2004).
- **2017: Supersólidos en BECs**.
MIT: Jun-ru Li et al., Nature **543**, 91 (2017). ETH Zürich: Nature **543**, 87–90 (2017).
- **2023: Condensado de moléculas polares**.
COLUMBIA: N. Bigagli et al., Nature **631**, 289 (2024).

Polarones de Bose en gases de átomos ultrafríos

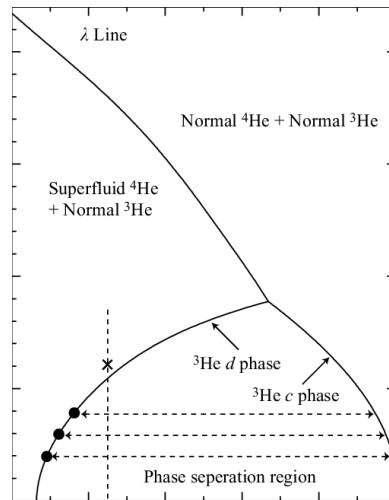
1. Una introducción a los gases de átomos ultrafríos.
2. **Impurezas y polarones.** Polarones de **Fermi** y de **Bose**.
3. Grupo de renormalización para polarones de Bose.
4. Polarones e impurezas en otros escenarios. Conclusiones.

Impurezas y polarones

- El estudio de **impurezas en medios cuánticos** tiene una larga historia y es relevantes en muchas ramas de la física.

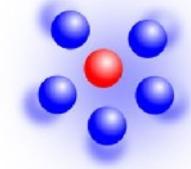


Electrones en cristal iónico
L. Landau and S. Pekar, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **18**, 419 (1948).

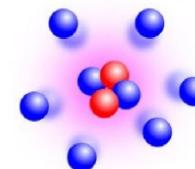


Impurezas de ^3He en ^4He .
G. Baym and C. Pethick, "Landau Fermi-Liquid Theory: Concepts and Application" (1991).

Polaronic proton



Polaronic alpha particle

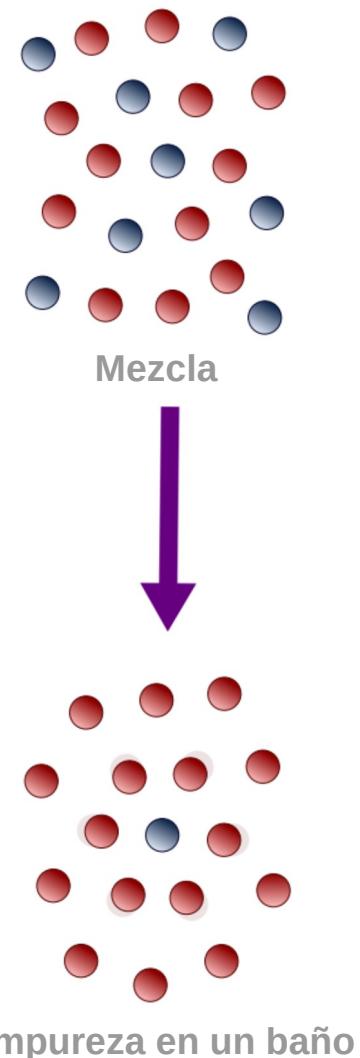


Impurezas en sistemas nucleares
Tajima et al., AAPPS Bulletin, **34**, 9 (2024).

- Impurezas en medios cuánticos son usualmente entendidas como **cuasipartículas vestidas** llamados **polarones**.
- Propiedades relevantes: **energía del polaron**, masa efectiva, residuo.

Polarones en gases de átomos ultrafríos

- El estudio de polarones se ha revitalizado gracias a su posible realización experimental en gases de átomos ultrafríos.
- Sistemas con impurezas son producidos en gases con **mezclas** de átomos ultrafríos.
C. Baroni et al., Quantum mixtures of ultracold gases of neutral atoms, Nat. Rev. Phys. (2024).
- Se prepara una mezcla con una **alta diferencia de población**, produciendo un **gas de impurezas**.
- Las propiedades del polaron se pueden medir experimentalmente para distintos parámetros.



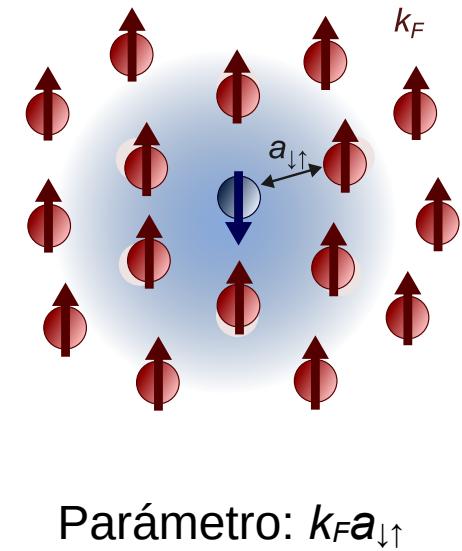
Polarón de Fermi

- El **polarón de Fermi** corresponde a una impureza inmersa en un **mar de Fermi no interactuante**.

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}, \sigma=\uparrow, \downarrow} (\varepsilon_{\mathbf{k}, \sigma} - \mu_{\sigma}) \hat{c}_{\mathbf{k}, \sigma}^{\dagger} \hat{c}_{\mathbf{k}, \sigma} + \frac{g_{\downarrow\uparrow}}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{k}''} \hat{c}_{\mathbf{k}, \uparrow}^{\dagger} \hat{c}_{\mathbf{k}', \downarrow}^{\dagger} \hat{c}_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}'', \downarrow} \hat{c}_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}'', \uparrow}$$

Energía cinética Potencial químico Interacción baño-impureza

$$\varepsilon_{\mathbf{k}, \sigma} = \frac{\mathbf{k}^2}{2m_{\sigma}}$$



$g_{\downarrow\uparrow}$: repulsivo o atractivo.

Parámetro: $k_F a_{\downarrow\uparrow}$

- El polaron de Fermi se ha producido experimentalmente desde 2009.

MIT: A. Schirotzek et al., Phys. Rev. Lett. **102**, 230402 (2009).

- En la actualidad se encuentran teóricamente bien descritos.

P. Massignan et al., Rep. Prog. Phys. **77** 034401 (2014). M. M. Parish and J. Levinsen, arXiv:2306.01215.

Polarón de Bose

- El **polarón de Bose** corresponde a una impureza inmersa en un **gas de Bose interactuante**.

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}, \sigma=B,I} (\varepsilon_{\mathbf{k},\sigma} - \mu_\sigma) \hat{c}_{\mathbf{k},\sigma}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k},\sigma} + \frac{g_{BB}}{2\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{k}''} \hat{c}_{\mathbf{k},B}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}',B}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}'',B} \hat{c}_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}'',B}$$

Energía cinética Potencial químico Interacción baño-baño

$$+ \frac{g_{BI}}{\mathcal{V}} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{k}''} \hat{c}_{\mathbf{k},B}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}',I}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}'',I} \hat{c}_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}'',B}$$

Interacción baño-impureza

Parámetros: $n^{1/d} \mathbf{a}_{BB}$
 $n^{1/d} \mathbf{a}_{BI}$

g_{BI} : repulsivo o atractivo.
 $g_{BB}>0$: repulsivo.

- El polaron de Bose fue finalmente producido experimentalmente en 2016.

MIT: M.-G. Hu et al., PRL 117, 055301 (2016). Aarhus: N. B. Jørgensen et al., PRL 117, 055302 (2016).

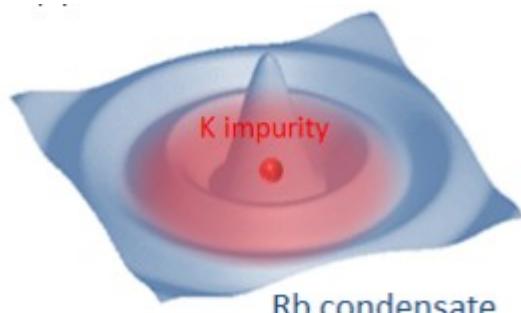
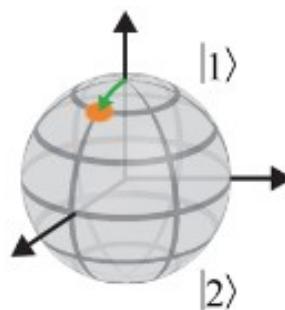


Ilustración del polaron de Bose
M.-G. Hu et al., PRL 117, 055301 (2016).



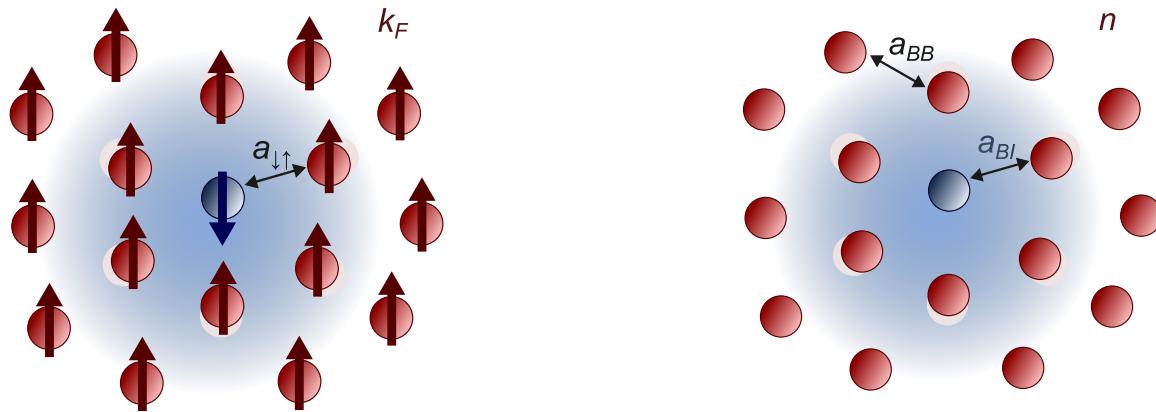
Pulsos de radio-frecuencia transfieren átomos de ^{39}K en el estado $|1\rangle$ al estado $|2\rangle$.
N. B. Jørgensen et al., PRL 117, 055302 (2016).

- Su descripción teórica ha probado ser desafiante.

F. Grusdt et al., arXiv:2410.09413.

Polarones de Fermi y de Bose

	Polarón de Fermi	Polarón de Bose
Baño	Mar de Fermi no interactuante	Gas de Bose superfluído
Estado fundamental	Transición polarón-molécula	Crossover polarón-molécula
Física de tres cuerpos	Despreciable	Importante



- Los polares de Bose son más desafiantes que sus contrapartes fermiónicas. Sin embargo, ofrecen más física!
- Existen diversas técnicas teóricas para estudiarlos. **QMC**, técnicas variacionales, matriz- T , **RG**, entre otros.

F. Grusdt *et al.*, arXiv:2410.09413.

Polarones de Bose en gases de átomos ultrafríos

1. Una introducción a los gases de átomos ultrafríos.
2. Impurezas y polarones. Polarones de Fermi y de Bose.
3. **Grupo de renormalización** para polarones de Bose.
4. Polarones e impurezas en otros escenarios. Conclusiones.

Teoría de campos para polarones de Bose ($T=0$)

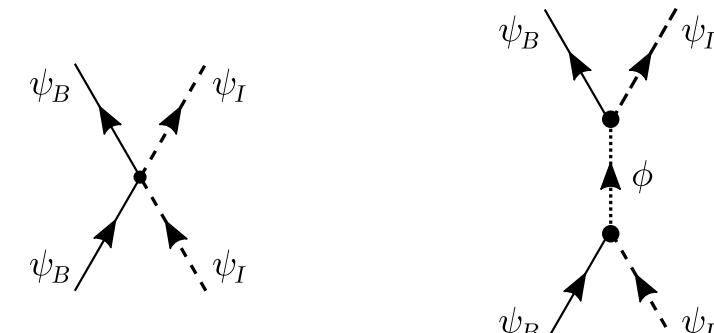
- Los polarones de Bose son descritos por la **acción microscópica**:

$$\mathcal{S} = \int_x \left[\sum_{\sigma=B,I} \psi_\sigma^\dagger \left(\partial_\tau - \frac{\nabla^2}{2m_\sigma} - \mu_\sigma \right) \psi_\sigma + \frac{g_{BB}}{2} (\psi_B^\dagger \psi_B)^2 + g_{BI} \psi_B^\dagger \psi_I^\dagger \psi_B \psi_I \right]$$

Energía cinética Potencial químico Interacción baño-baño Interacción baño-impureza

- En la **rama atractiva**, es conveniente introducir campos de **dímeros**:

$$\phi \sim \psi_B \psi_I$$



Transformación de Hubbard-Stratonovich

- La acción toma la forma:

$$\mathcal{S} = \int_x \left[\sum_{\sigma=B,I} \psi_\sigma^\dagger \left(\partial_\tau - \frac{\nabla^2}{2m_\sigma} - \mu_\sigma \right) \psi_\sigma + \nu_\phi \phi^\dagger \phi \right.$$

$$+ \frac{g_{BB}}{2} (\psi_B^\dagger \psi_B)^2 + h_\Lambda \left(\phi^\dagger \psi_B \psi_I + \phi \psi_B^\dagger \psi_I^\dagger \right) \left. \right]$$

Interacción baño-baño Interacción baño-impureza

Teoría de campos para polarones de Bose ($T=0$)

- La acción define la **función partición** gran-canónico:

$$\mathcal{Z}[\varphi] = \int D\varphi e^{-S[\varphi]} \quad \longrightarrow \quad \Omega_G = -\frac{1}{\beta} \ln \mathcal{Z}$$

Potencial
gran-canónico

$$\beta = 1/T$$

- Podemos definir una **acción efectiva** Γ que ya contiene el efecto de fluctuaciones.

S. Weinberg, *The quantum theory of fields. Vol. 2: Modern applications*, Cambridge University Press (2005).

$$\rightarrow \quad \Omega_G = \frac{1}{\beta} \Gamma[\varphi_{\text{cl},0}]$$

- La acción efectiva permite calcular la **función espectral** A , de donde se extraen las propiedades del poláron:

$$G_I^{-1}(q) = \Gamma_I^{(2)} = \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \psi_I^\dagger(q) \delta \psi_I(q)} \quad \longrightarrow \quad A_I(q) = 2 \text{Im} G_I(q)$$

$q = (\omega, \mathbf{q})$

→ **Energía del poláron E_p :** Frecuencias donde A_I diverge para $\mathbf{q}=0$.

Grupo de renormalización funcional (FRG)

- Una forma de calcular la acción efectiva Γ es con el **grupo de renormalización funcional** (FRG).
- Corresponde a una formulación **no perturbativa** del grupo de renormalización de Wilson.
- Considera una acción efectiva Γ_k que depende de una **escala** k .
- La **ecuación de flujo** de Γ_k :

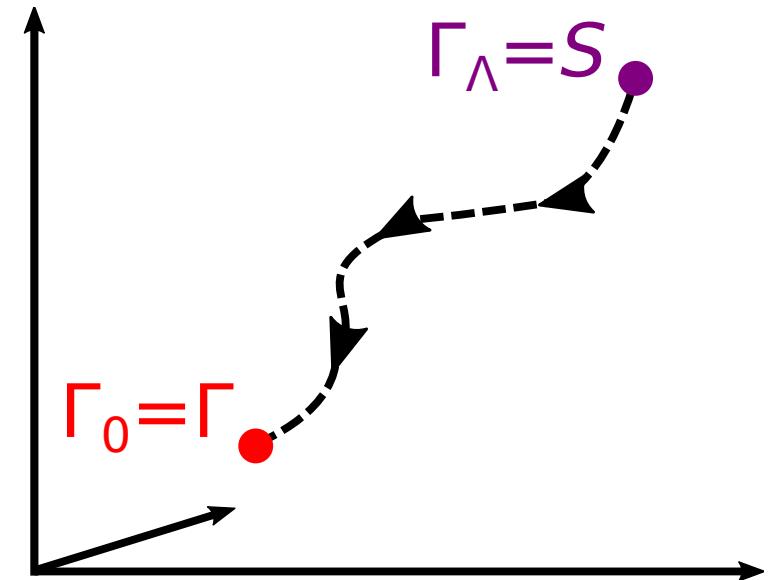
$$\partial_k \Gamma_k = \frac{1}{2} \text{tr} \left[\partial_k R_k (\Gamma^{(2)} + R_k)^{-1} \right]$$

C. Wetterich, Phys. Lett. B 301, 90 (1993)

- Nos permite estudiar polarones **fuertemente interactuantes**.

Régimen de interacciones fuertes: $1/(na_{BI}^{1/3}) \approx 0$: $d = 3$

$\ln(na_{BI}^{1/2}) \approx 0$: $d = 2$



Review reciente: N. Dupuis et al., Phys. Rep. 910, 1 (2021).

FRG para polares de Bose

Proponemos el siguiente **ansatz**

$$\Gamma_k = \int_x \left[\psi_B^\dagger \left(S_B \partial_\tau - \frac{Z_B}{2m_B} \nabla^2 - V_B \partial_\tau^2 \right) \psi_B + \psi_I^\dagger \left(S_I \partial_\tau - \frac{Z_I}{2m_I} \nabla^2 + U_I(\rho_B) \right) \psi_I \right. \\ \left. + \phi^\dagger \left(S_\phi \partial_\tau - \frac{Z_\phi}{2m_\phi} \nabla^2 + U_\phi(\rho_B) \right) \phi + U_B(\rho_B) + H_\phi(\rho_B) \left(\phi^\dagger \psi_B \psi_I + \phi \psi_B^\dagger \psi_I^\dagger \right) \right]$$

donde

$$U_B(\rho_B) = -P + \frac{\lambda_{BB}}{2} (\rho_B - \rho_0)^2$$

$$\rho_a = \psi_a^\dagger \psi_a$$

$$\rho_0 = \langle \rho_B \rangle$$

$$U_I(\rho_B) = u_I + \lambda_{BI}(\rho_B - \rho_0) + \frac{\lambda_{BBI}}{2} (\rho_B - \rho_0)^2$$

$$U_\phi(\rho_B) = u_\phi + \lambda_{B\phi}(\rho_B - \rho_0)$$

$$H_\phi(\rho_B) = h_\phi + h_{B\phi}(\rho_B - \rho_0)$$

FRG para polares de Bose

Proponemos el siguiente **ansatz**

$$\Gamma_k = \int_x \left[\psi_B^\dagger \left(S_B \partial_\tau - \frac{Z_B}{2m_B} \nabla^2 - V_B \partial_\tau^2 \right) \psi_B + \psi_I^\dagger \left(S_I \partial_\tau - \frac{Z_I}{2m_I} \nabla^2 + U_I(\rho_B) \right) \psi_I \right. \\ \left. + \phi^\dagger \left(S_\phi \partial_\tau - \frac{Z_\phi}{2m_\phi} \nabla^2 + U_\phi(\rho_B) \right) \phi + U_B(\rho_B) + H_\phi(\rho_B) (\phi^\dagger \psi_B \psi_I + \phi \psi_B^\dagger \psi_I^\dagger) \right]$$

donde

$$U_B(\rho_B) = -P + \frac{\lambda_{BB}}{2} (\rho_B - \rho_0)^2$$

Interacción baño-baño

$$U_I(\rho_B) = u_I + \lambda_{BI} (\rho_B - \rho_0) + \frac{\lambda_{BBI}}{2} (\rho_B - \rho_0)^2$$
$$U_\phi(\rho_B) = u_\phi + \lambda_{B\phi} (\rho_B - \rho_0)$$
$$H_\phi(\rho_B) = h_\phi + h_{B\phi} (\rho_B - \rho_0)$$

Interacción baño-impureza

Interacciones de tres cuerpos

$$\rho_a = \psi_a^\dagger \psi_a$$

$$\rho_0 = \langle \rho_B \rangle$$

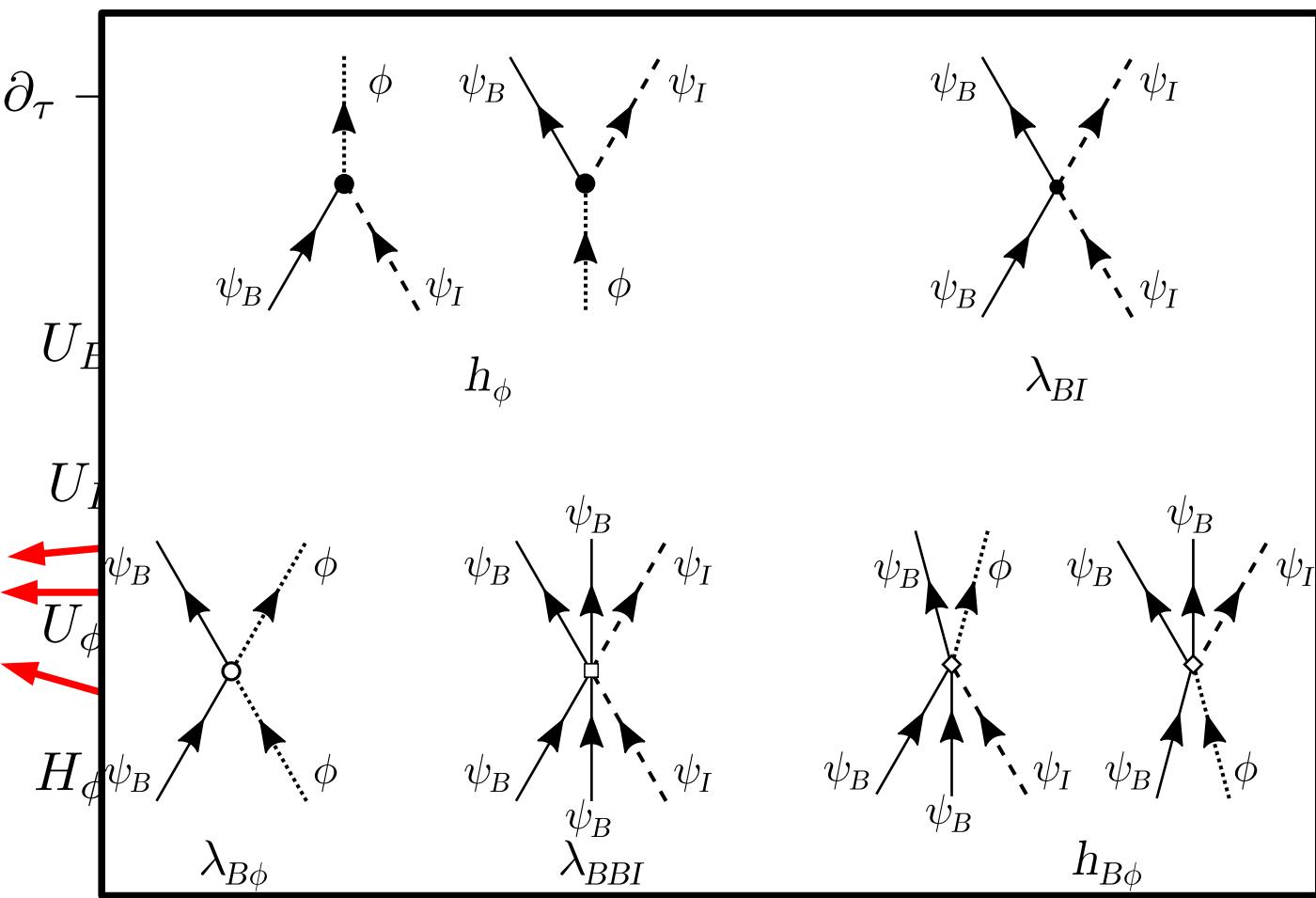
FRG para polares de Bose

Proponemos el siguiente **ansatz**

$$\Gamma_k = \int_x \left[\psi_B^\dagger \left(S_B \partial_\tau - \frac{Z_B}{2m_B} \nabla^2 - V_B \partial_\tau^2 \right) \psi_B + \psi_I^\dagger \left(S_I \partial_\tau - \frac{Z_I}{2m_I} \nabla^2 + U_I(\rho_B) \right) \psi_I \right.$$

$$+ \phi^\dagger \left(S_\phi \partial_\tau - h_\phi \right) \phi + \psi_I^\dagger \psi_I + \phi \psi_B^\dagger \psi_I^\dagger \right]$$

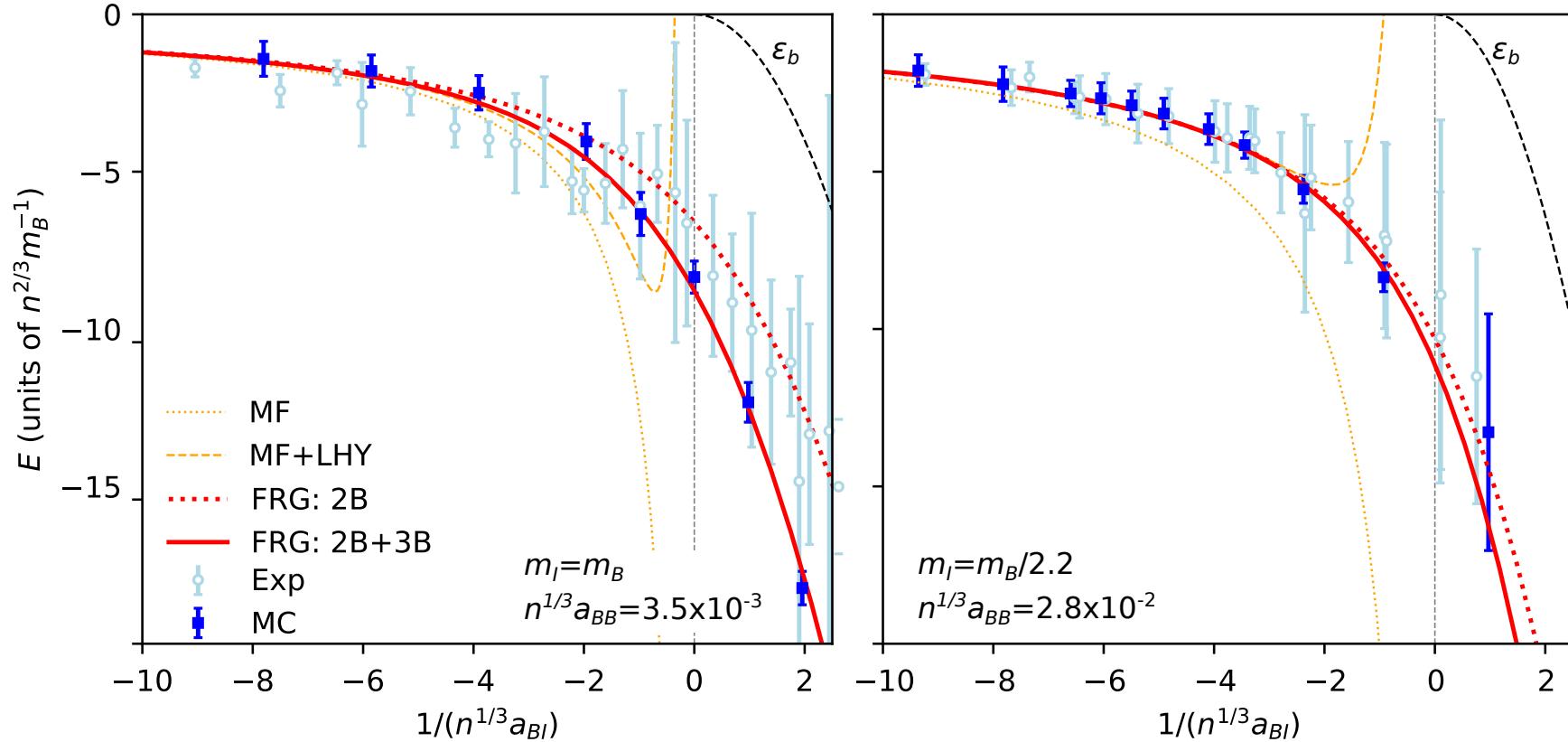
donde



$$\rho_a = \psi_a^\dagger \psi_a$$

$$\rho_0 = \langle \rho_B \rangle$$

Resultados: $d=3$



Exp (izquierda): N.B Jørgensen *et al.*, PRL **117**, 055302 (2016).

Exp (derecha): M.-G. Hu *et al.*, PRL **117**, 055301 (2016).

QMC: L. Peña Ardila *et al.*, PRA **99**, 063607 (2019).

n : Densidad del baño

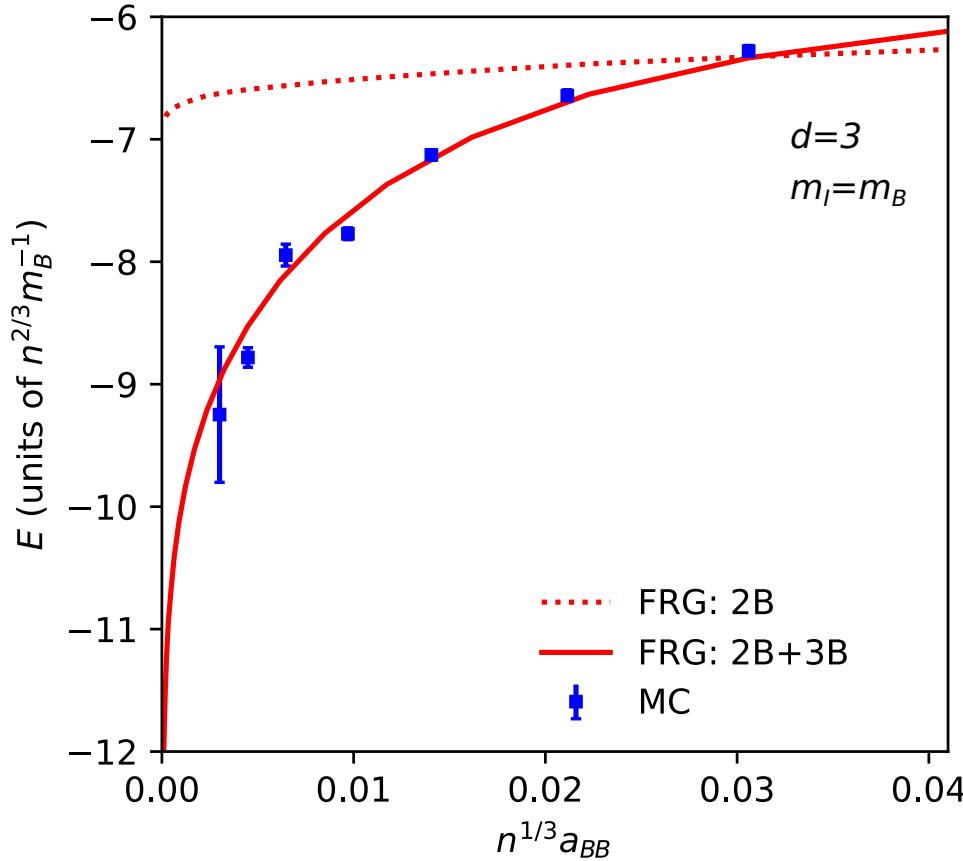
a_{BB} : longitud de scattering baño-baño

a_{BI} : longitud de scattering baño-impureza

Resultados: $d=3$

Límite Unitario:

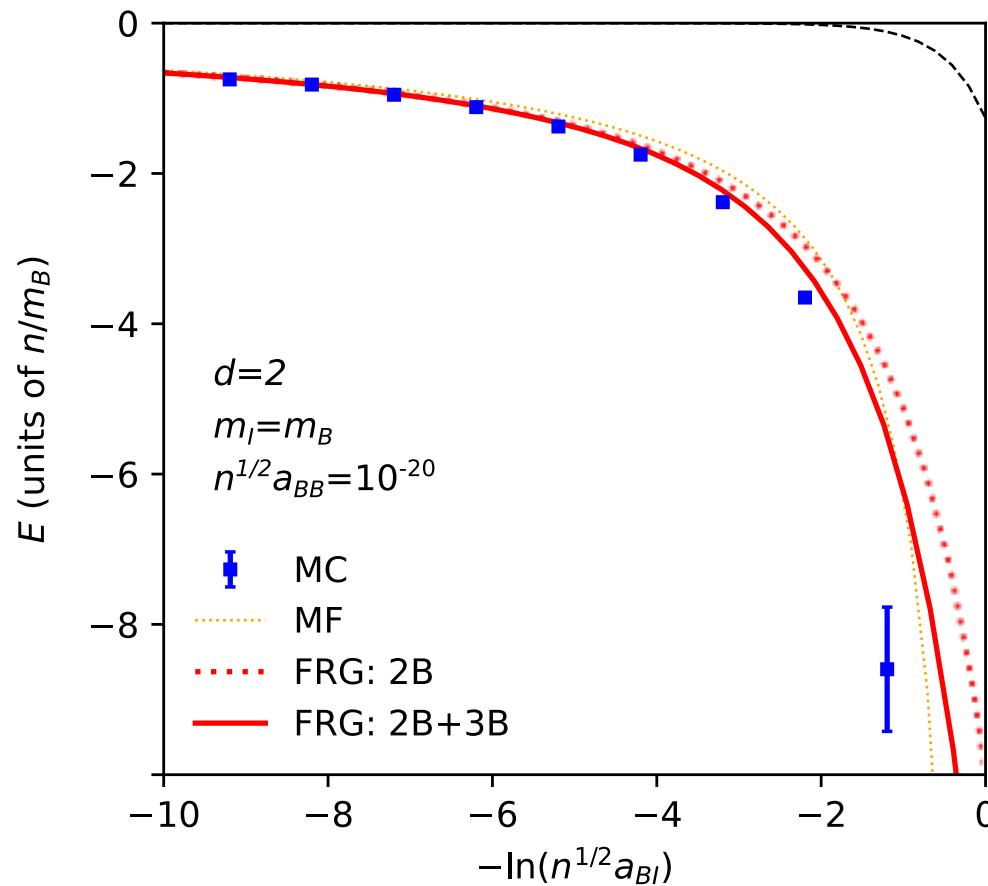
$$a_{BI} \rightarrow \infty$$



n : Densidad del baño
 a_{BB} : longitud de scattering baño-baño
 a_{BI} : longitud de scattering baño-impureza

MC: L. Peña Ardila and S. Giorgini, PRA **92**, 033612 (2015).

Resultados: $d=2$



n : Densidad del baño
 a_{BB} : longitud de scattering baño-baño
 $a_{B\ell}$: longitud de scattering baño-impureza

FRG para polarones de Bose

- El FRG permite describir con **alta precisión** polarones de Bose **fuertemente interactuantes**.
- Permite **cuantificar** la importancia de las **correlaciones de tres cuerpos**.

Más detalles:

F. Isaule, I. Morera, P. Massignan, and B. Juliá-Díaz,
Phys. Rev A. **104**, 023317 (2021).

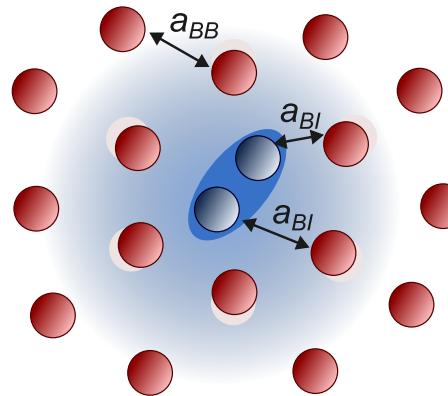
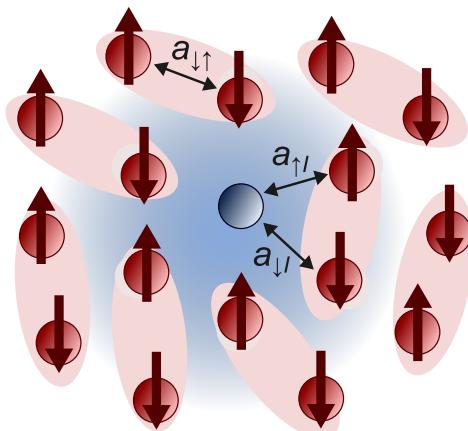


Polarones de Bose en gases de átomos ultrafríos

1. Una introducción a los gases de átomos ultrafríos.
2. Impurezas y polarones. Polarones de Fermi y de Bose.
3. Grupo de renormalización para polarones de Bose.
4. Polarones e impurezas en otros escenarios. Conclusiones.

Física de polarones con FRG

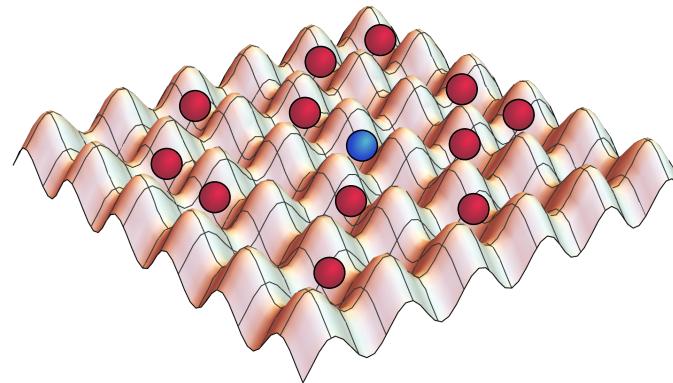
- Diversas extensiones son posibles:
 - ◆ Polarones de Bose a **temperatura finita**.
F. Isaule, EPL **147**, 65002 (2024).
 - ◆ Estados de Efimov. Clustering.
 - ◆ Polarones de onda-*p*.
 - ◆ Polarones a través del **crossover BCS-BEC**.
 - ◆ **Bipolarones**.



Impurezas en redes ópticas

- Sistemas confinados en **redes ópticas** ofrecen un nuevo escenario para estudiar física de impurezas.

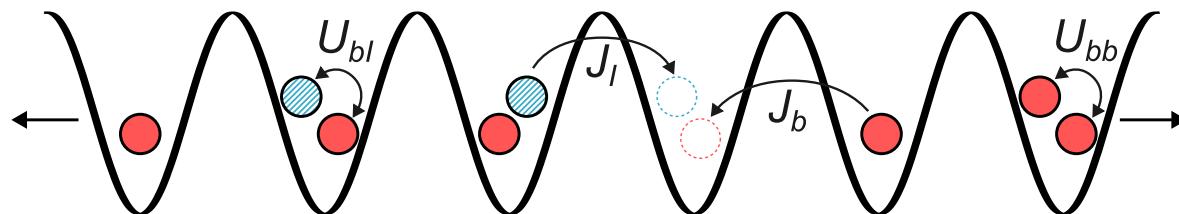
V. E. Colussi, F. Caleffi, C. Menotti, and A. Recati Phys. Rev. Lett. **130**, 173002 (2023).



- Hemos estudiado **polarones y bipolarones** en redes pequeñas en una dimensión con **diagonalización exacta**.

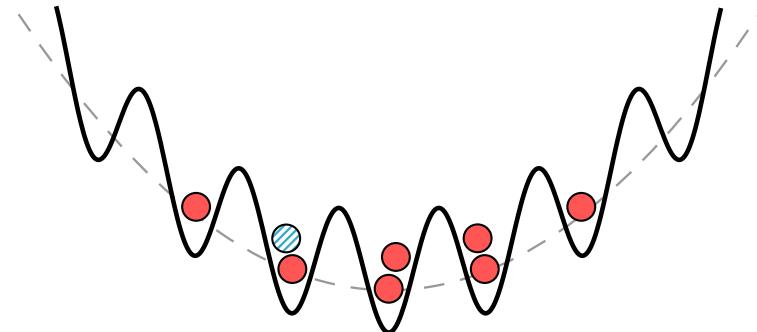
V. Yordanov and F. Isaule, J. Phys. B **56**, 045301 (2023).

F. Isaule, A. Rojo-Francàs and B. Juliá-Díaz, SciPost Phys. Core **7**, 049 (2024).



Impurezas en redes ópticas

- Actualmente nos encontramos estudiando polarones de Bose en **redes unidimensionales con una trampa armónica**.



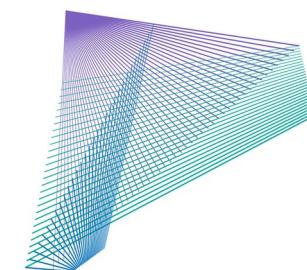
$$\hat{H} = -t \sum_{\sigma=b,I} \sum_i \left(\hat{a}_{i,\sigma}^\dagger \hat{a}_{i+1,\sigma} + \text{h.c.} \right) + V_{\text{h.o.}} \sum_{\sigma=b,I} \sum_i (i - i_0)^2 + \frac{U_{bb}}{2} \sum_i \hat{n}_{i,b} (\hat{n}_{i,b} - 1) + U_{bI} \sum_i \hat{n}_{i,b} \hat{n}_{i,I}$$

Tunnelling Trampa armónica Interacción baño-baño Interacción baño-impureza

- Estudiamos este sistema con técnicas del grupo de renormalización de la matriz densidad (**DMRG**).
- U. Schollwöck, Rev. Mod. Phys. **77**, 259 (2005). U. Schollwöck, Ann. Phys. **326**, 96 (2011).
- Propiedades del polarón a travéz de la transición **Aislante de Mott – Superfluído**.

Conclusiones

- Los **gases de átomos ultrafríos** nos permiten estudiar física de **polarones en diversas configuraciones**.
- El **FRG** es una técnica prometedora para estudiar física de polarones **fuertemente interactuantes**.
- Impurezas en **redes ópticas** han surgido como una nueva plataforma para estudiar polarones.



QUANTUMCAT