FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Potencia y eficiencia

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 11 de Octubre de 2023

Resumen clase anterior

- Definimos la **energía potencial**.
- Presentamos el concepto de **conservación de la energía**.
- Definimos **fuerzas conservativas y no conservativas**.

Clase de hoy

- Potencia.
- Eficiencia.

Clase de hoy

- **Potencia.**
- Eficiencia.

Potencia

- La “*capacidad*” de una maquina es medida por su **tasa de generación de trabajo o energía**.
- Es decir, una **mejor maquina** puede genera **más energía** y en **menor tiempo**.
- La tasa en que se genera trabajo es medida por la **potencia**

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}$$

Potencia

- También podemos escribir

$$P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

- La potencia es un **escalar**.
- En el SI se mide en **Watts**:

$$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3}$$

Ejemplo 1

- Si un cuerpo que se mueve en una **recta** es afectado por una fuerza de **roce viscoso** $F = -\gamma v^n$, encuentre la **potencia instantánea** asociada al roce.

Ejemplo 1

- Si un cuerpo que se mueve en una **recta** es afectado por una fuerza de **roce viscoso** $F = -\gamma v^n$, encuentre la **potencia instantánea** asociada al roce.

El trabajo realizado por el roce:

$$dW = -\gamma v^n dx$$

Entonces la potencia:

$$\longrightarrow \qquad P = \frac{dW}{dt} = -\gamma v^n \frac{dx}{dt} \boxed{= -\gamma v^{n+1}}$$

Ejemplo 2

- Un vehículo de **masa** m se mueve **rectilíneamente** impulsado por su **motor**. Además de la fuerza del motor, sobre el vehículo actúa la fuerza de **roce viscoso** $\vec{F} = -\gamma \vec{v}$. El vehículo acelera impulsado por su motor que provee una **potencia constante** P_0 y alcanza asintóticamente una situación estacionaria donde se mueve a **velocidad constante** V_0.
  - Determine V_0.
  - En un cierto instante, estando el vehículo moviendose con velocidad V_0, el motor acelera su motor a una potencia $2P_0$. Encuentre cómo varía la velocidad.

Ejemplo 2

- Un vehículo de **masa** *m* se mueve **rectilíneamente** impulsado por su **motor**. Además de la fuerza del motor, sobre el vehículo actúa la fuerza de **roce viscoso** $\vec{F} = -\gamma \vec{v}$. El vehículo acelera impulsado por su motor que provee una **potencia constante** P_0 y alcanza asintóticamente una situación estacionaria donde se mueve a **velocidad constante** V_0.
  - Determine V_0.

La energía cinética:

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

El cambio de energía cinética es igual al cambio de trabajo:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dW}{dt} = P_{\text{total}}$$

Tanto el motor como el roce realizan trabajo:

$$P_{\text{total}} = P_0 + P_r$$

Ejemplo anterior

$$= P_0 - \gamma v^2$$

$$\longrightarrow \quad \frac{dT}{dt} = m v \frac{dv}{dt} = P_0 - \gamma v^2$$

En la solución estacionaria $v = V_0 = \text{cte}$.

$$\longrightarrow \quad \boxed{V_0 = \sqrt{P_0/\gamma}}$$

Ejemplo 2

- Un vehículo de **masa** *m* se mueve **rectilíneamente** impulsado por su **motor**. Además de la fuerza del motor, sobre el vehículo actúa la fuerza de **roce viscoso** $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$. El vehículo acelera impulsado por su motor que provee una **potencia constante** P_0 y alcanza asintóticamente una situación estacionaria donde se mueve a **velocidad constante** V_0**.**
  - En un cierto instante, estando el vehículo moviendose con velocidad V_0, el motor acelera su motor a una potencia 2P0. Encuentre como varía la velocidad.

Con la nueva potencia tenemos que:

$$mv\frac{dv}{dt} = 2P_0 - \gamma v^2$$

Integramos:

$$\int_{V_0}^{v} \frac{v'dv'}{2P_0 - \gamma v'^2} = \int_0^t \frac{dt'}{m}$$

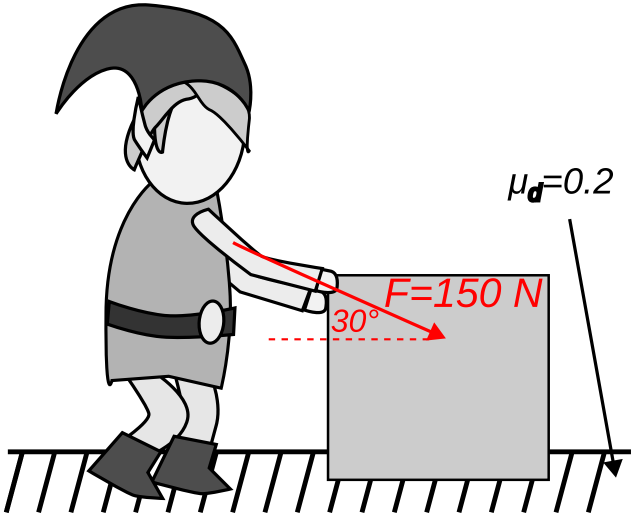
$$-\frac{1}{2\gamma}\ln\left(\frac{2P_0 - \gamma v^2}{2P_0 - \gamma V_0^2}\right) = \frac{t}{m}$$

Después de un algebra, obtenemos:

$$\boxed{v(t) = \sqrt{\frac{P_0}{\gamma}\left(2 - e^{-2\gamma t/m}\right)}}$$

Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** 50 kg es empujado desde el **reposo** con una **fuerza** de 150 N por una superficie con un coeficiente de **roce dinámico** de μ_d=0.2. Considerando que la fuerza es aplicada con un **ángulo** de 30° con respecto a la horizontal, encuentre la **potencia** suministrada en un **tiempo** t=4s.

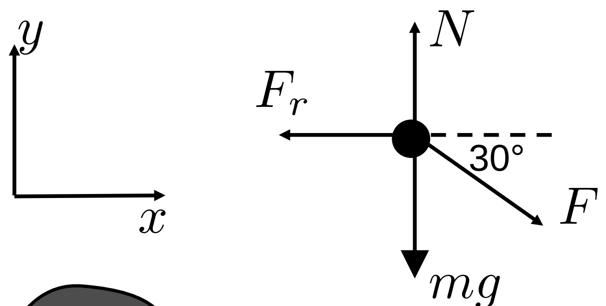


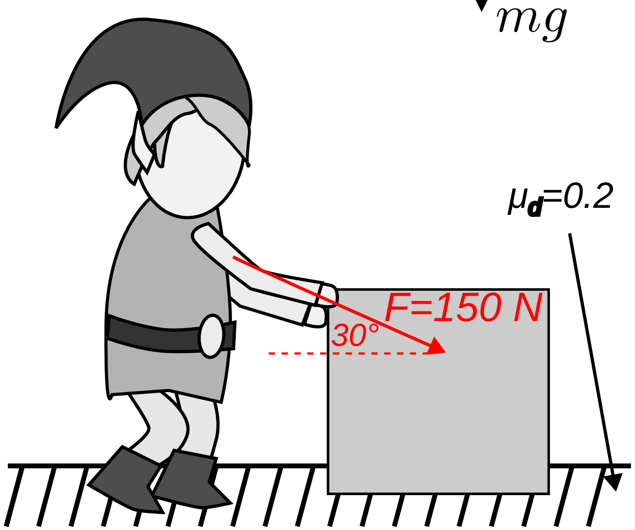
cos(30°)~0.866   sin(30°)=0.5

Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** 50 kg es empujado desde el **reposo** con una **fuerza** de 150 N por una superficie con un coeficiente de **roce dinámico** de μ_d=0.2. Considerando que la fuerza es aplicada con un **ángulo** de 30° con respecto a la horizontal, encuentre la **potencia** suministrada en un **tiempo** t=4s.

DCL





cos(30°)~0.866   sin(30°)=0.5

Ecuaciones de movimiento

$$x: \quad F_x = F\cos 30^\circ - F_r = ma_x$$

$$y: \quad F_y = N - mg - F\sin 30^\circ = 0$$

Primero calculamos la normal para la fuerza de roce:

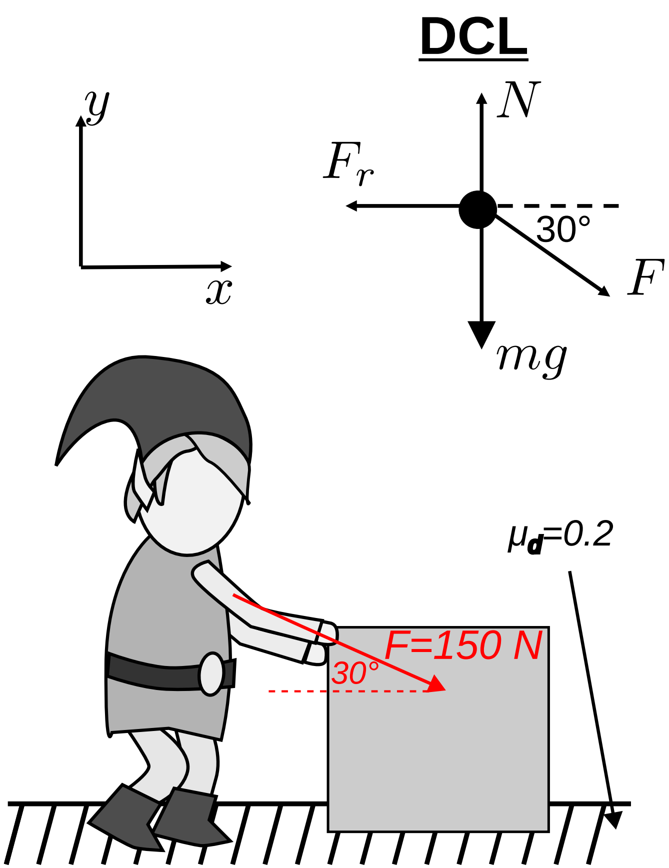
$$\longrightarrow \qquad N = mg + F\sin 30 = 565\text{N}$$

Ahora podemos obtener la aceleración en *x*:

$$\longrightarrow \qquad a_x = \frac{F}{m}\cos 30^\circ - \mu_d \frac{N}{m} \approx 0.34\text{m/s}^2$$

Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** 50 kg es empujado desde el **reposo** con una **fuerza** de 150 N por una superficie con un coeficiente de **roce dinámico** de μ_d=0.2. Considerando que la fuerza es aplicada con un **ángulo** de 30° con respecto a la horizontal, encuentre la **potencia** suministrada en un **tiempo** t=4s.



cos(30°)~0.866   sin(30°)=0.5

$$a_x \approx 0.34 \mathrm{m/s^2}$$

La velocidad se obtiene del movimiento rectilíneo:

$$\longrightarrow \qquad v_x = \overset{0}{\cancel{v_{x,0}}} + a_x t$$

En t=4s:

$$v_x = 1.36 \mathrm{m/s}$$

Entonces la potencia:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = (F \cos 30° \hat{i} - F \sin 30° \hat{j}) \cdot v_x \hat{i}$$

En t=4s:

$$\boxed{P \approx 177 \mathrm{W}}$$

Clase de hoy

- Potencia.
- **Eficiencia.**

Eficiencia

- La **tasa** de trabajo realizado **por** una maquina **sobre** un cuerpo se llama **eficiencia mecánica**.

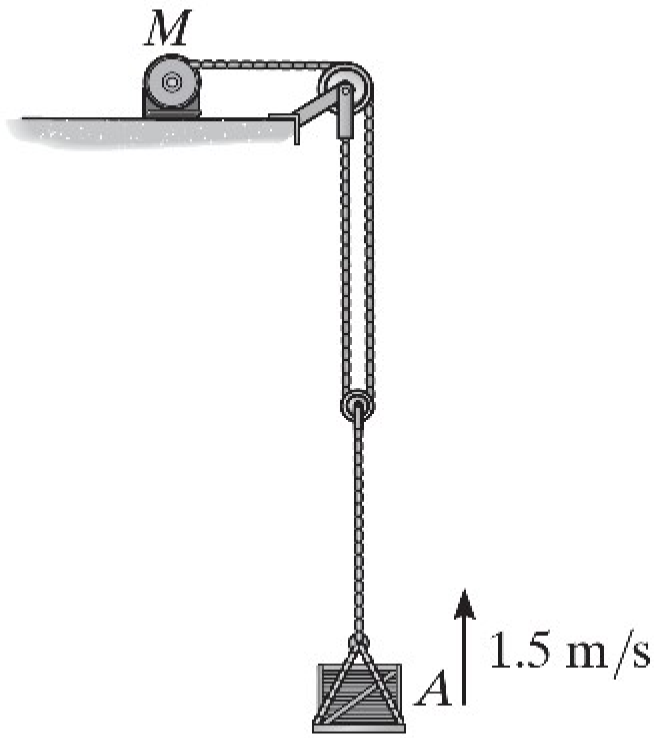
$$e_m = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}}$$

- La eficiencia es $e_m = 1$ cuando el proceso no pierde energia.
- Sin embargo, **en la práctica la eficiencia siempre es menor que uno** ya que siempre **se pierde energía** en forma de calor.
- Si además consideramos una **eficiencia eléctrica** e_e y **eficiencia térmica** e_t , la eficiencia total es

$$e = e_m e_e e_t$$

Ejemplo 4

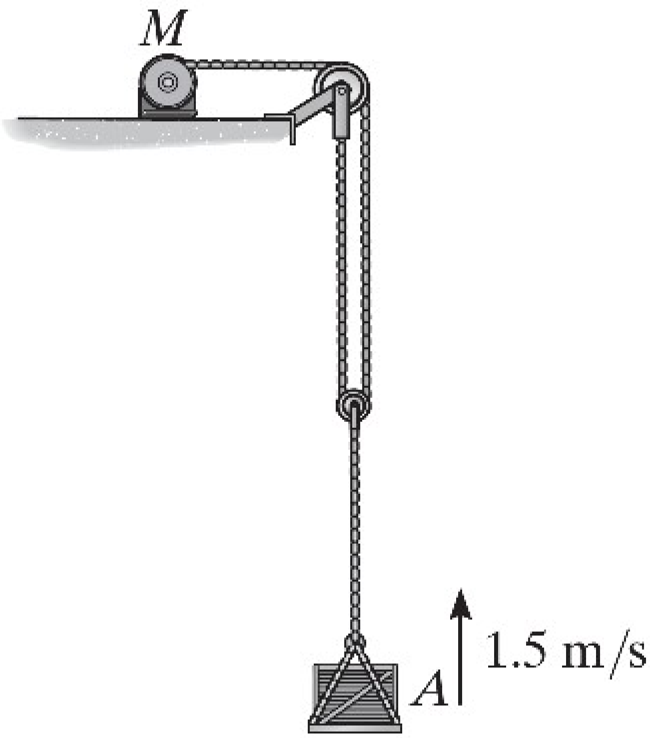
- El **motor** M eleva la **carga** A de 50 kg a una **velocidad constante** de v=1.5 m/s. Determine la **potencia de entrada** del motor si opera con una **eficiencia** de ε=0.8.



Ejemplo 4

- El **motor** M eleva la **carga** A de 50 kg a una **velocidad constante** de v=1.5 m/s. Determine la **potencia de entrada** del motor si opera con una **eficiencia** de ε=0.8.

Primero notamos que la fuerza *F* ejercida por el motor es igual al peso debido a que la velocidad es constante.



La potencia de salida:

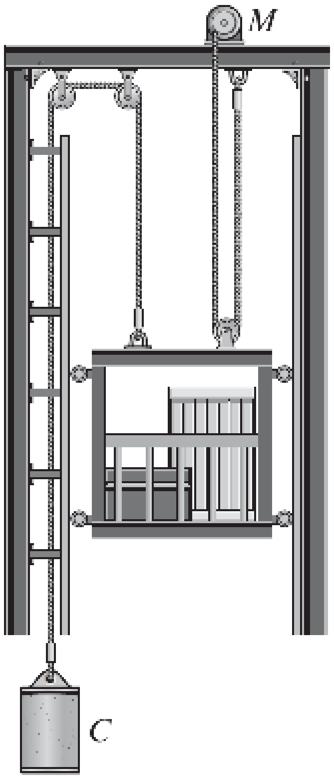
$$P_{\text{salida}} = \vec{F} \cdot \vec{v} = mgv = 735\text{W}$$

Utilizando la ecuación de eficiencia:

$$e_m = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}} \quad \longrightarrow \quad \boxed{P_{\text{entrada}} \approx 919\text{W}}$$

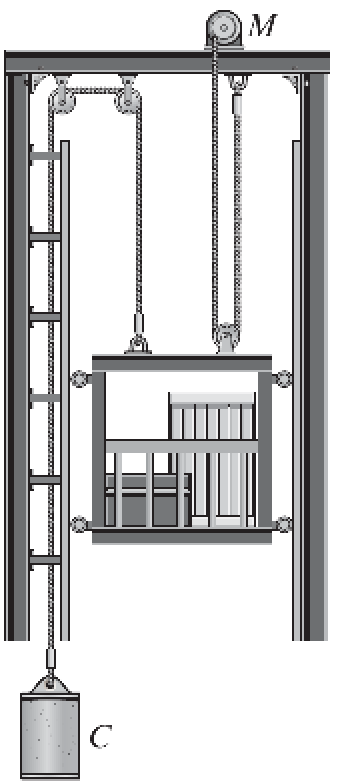
Ejemplo 5

- La **masa** m_a total del **ascensor y la carga** es de 800 kg y la masa m_c del **contrapeso** C es de 150 kg. Si la **velocidad ascendente** del ascensor **aumenta de manera uniforme** de 0.5 m/s a 2 m/s en 1s, determine la **potencia** generada por el motor M cuando la velocidad es 2 m/s. El motor opera con una **eficiencia** de ε=0.8.

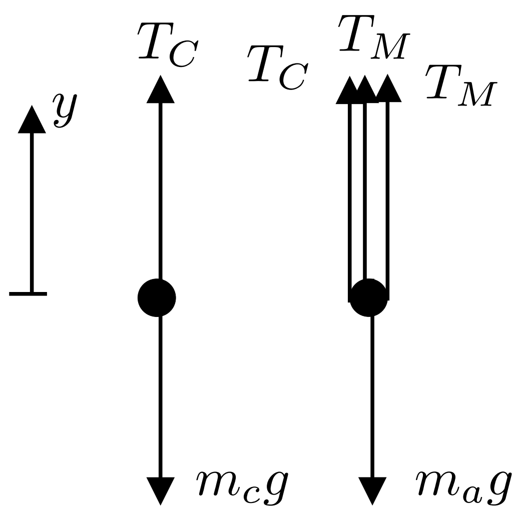


Ejemplo 5

- La **masa** m_a total del **ascensor y la carga** es de 800 kg y la masa m_c del **contrapeso** C es de 150 kg. Si la **velocidad ascendente** del ascensor **aumenta de manera uniforme** de 0.5 m/s a 2 m/s en 1s, determine la **potencia** generada por el motor M cuando la velocidad es 2 m/s. El motor opera con una **eficiencia** de ε=0.8.



DCL



Ecuaciones de movimiento

$$F_c = T_c - m_c g = m_c a_c$$

$$F_a = 2T_M + T_c - m_a g = m_a a_a$$

Ligaduras $\quad a_a = -a_c$

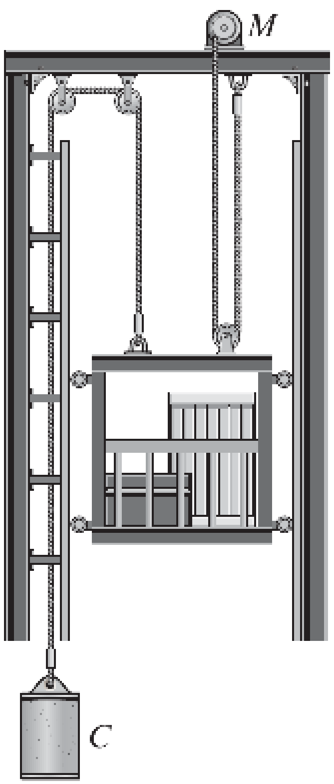
Aceleración:

$$a_a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2.0 - 0.5}{1}\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 1.5\text{m/s}^2$$

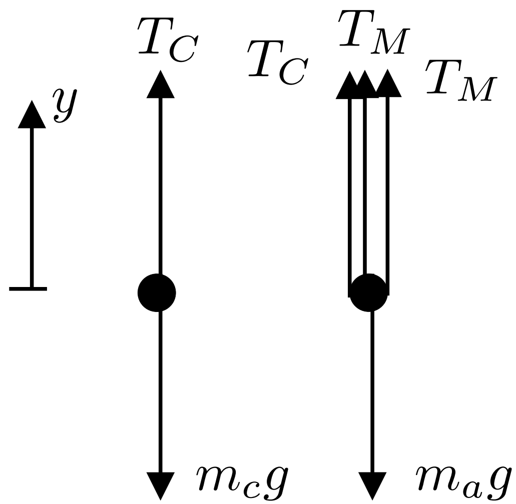
$$\longrightarrow \quad T_c = 1245\text{N}, \qquad T_M = 3897.5\text{N}$$

Ejemplo 5

- La **masa** m_a total del **ascensor y la carga** es de 800 kg y la masa m_c del **contrapeso** C es de 150 kg. Si la **velocidad ascendente** del ascensor **aumenta de manera uniforme** de 0.5 m/s a 2 m/s en 1s, determine la **potencia** generada por el motor M cuando la velocidad es 2 m/s. El motor opera con una **eficiencia** de ε=0.8.



DCL



$$T_c = 1245\text{N}, \qquad T_M = 3897.5\text{N}$$

La potencia de salida:

$$P_{\text{salida}} = \vec{F} \cdot \vec{v} = 2T_M v = 15590\text{W}$$

La potencia del motor:

$$e_m = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{P_{\text{entrada}} \approx 19487\text{W} \approx 19.5\text{kW}}$$

Resumen

- Hemos introducido el concepto de **potencia**.
- Revisamos ejemplos de sistemas mecánicos con potencia.
- Definimos la **eficiencia** mecánica.
- Próxima clase:
  - ➔ Movimiento armónico simple.