



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Cuerdas, poleas, y ligaduras

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Lunes 4 de Septiembre de 2023

Resumen clase anterior

- Presentamos la ley de gravitación y el **peso**.
- Presentamos la fuerza de contacto **normal**.
- Introducimos el concepto de **cuerda ideal** y la fuerza **tensión**.
- Revisamos la aplicación de la segunda ley de Newton a **varios cuerpos**.

Clase de hoy

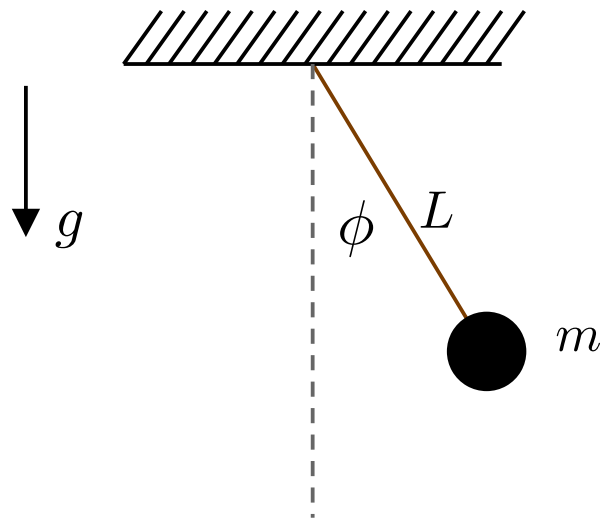
- Ejemplos de cuerda ideal.
- Ejemplos de varios cuerpos con ligaduras y poleas.

Clase de hoy

- **Ejemplos de cuerda ideal.**
- Ejemplos de varios cuerpos con ligaduras y poleas.

Ejemplo: Péndulo simple

- Una **cuerda ideal** de largo L sujeta un objeto de masa m que puede moverse (oscilar) en un **plano**. Encuentre la **ecuación de movimiento**. Considere el efecto de la **gravedad**.



Ecuaciones de movimiento

$$\rho : F_{\rho} = mg \cos \phi - T = ma_{\rho} = -mL\dot{\phi}^2$$

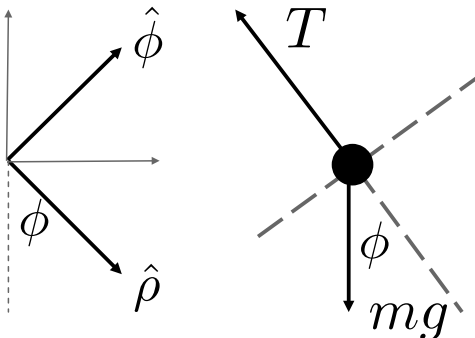
$$\phi : F_{\phi} = -mg \sin \phi = ma_{\phi} = mL\ddot{\phi}$$

$$\longrightarrow T = m(g \cos \phi + L\dot{\phi}^2)$$

$$\longrightarrow \ddot{\phi} + \omega^2 \sin \phi = 0$$

$$\omega^2 = g/L$$

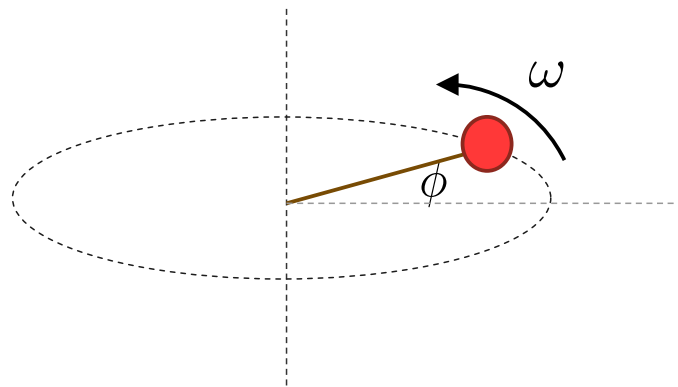
DCL



Ejemplo: Pelota girando con una cuerda

- Una pelota gira con **velocidad angular constante** ω atada a una **cuerda ideal** de **largo** ρ_0 . Despreciando el efecto de la gravedad, calcule la **tensión** de la cuerda.

Ecuaciones de movimiento



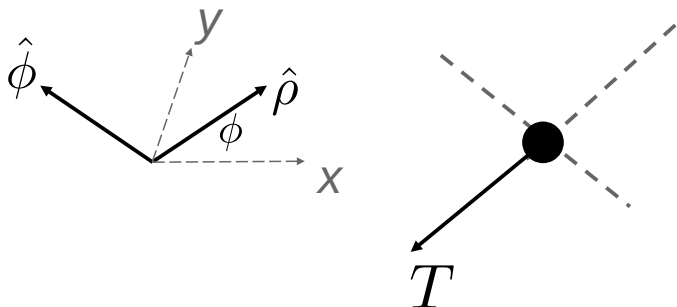
Equilibrio
de fuerzas

$$\begin{aligned} \rho : F_\rho &= -T = ma_\rho = -m\rho_0\omega^2 \\ \phi : F_\phi &= 0 \end{aligned}$$

$$\longrightarrow \boxed{T = m\rho_0\omega^2}$$

Fuerza **centrífuga**

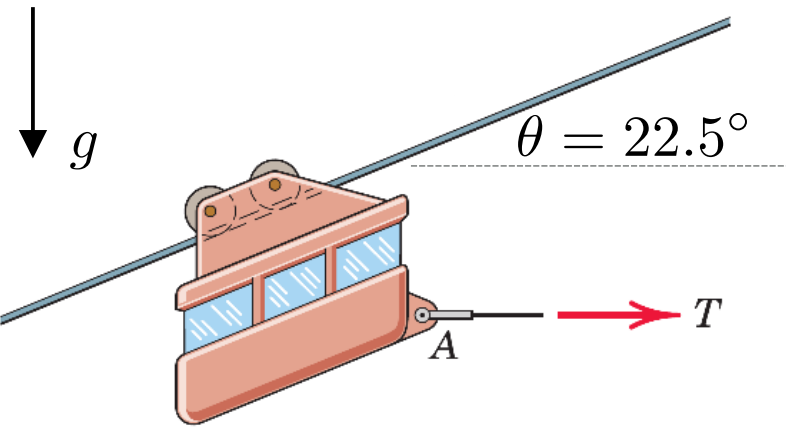
DCL



* A mayor velocidad angular, mayor tensión.

Ejemplo: Carro sobre un riel

- Un carro de 200 kg **sube** por un riel que se encuentra a un ángulo $\theta=22.5^\circ$ de la horizontal. El carro es **tirado horizontalmente** por un **cable horizontal** con una **tensión** de $T=2400$ N. Determine la **aceleración** del carro y la **fuerza ejercida por el riel sobre las ruedas**.



Equilibrio
de fuerzas

Ecuaciones de movimiento

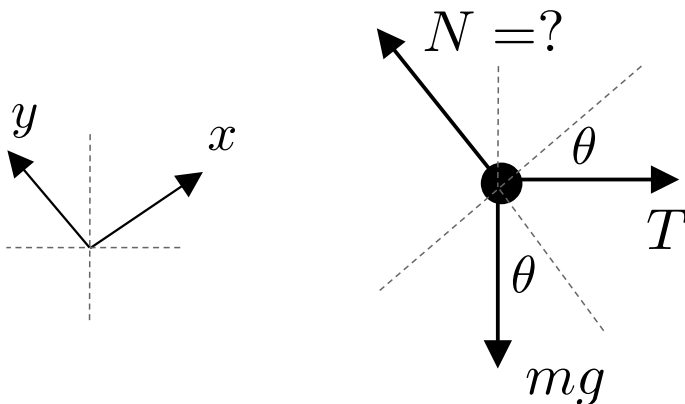
$$x : F_x = T \cos \theta - mg \sin \theta = ma_x$$

$$y : F_y = N - mg \cos \theta - T \sin \theta = 0$$

$$\longrightarrow N \approx 2979 \text{ N}$$

$$\longrightarrow a_x \approx 7.34 \text{ m/s}^2$$

DCL



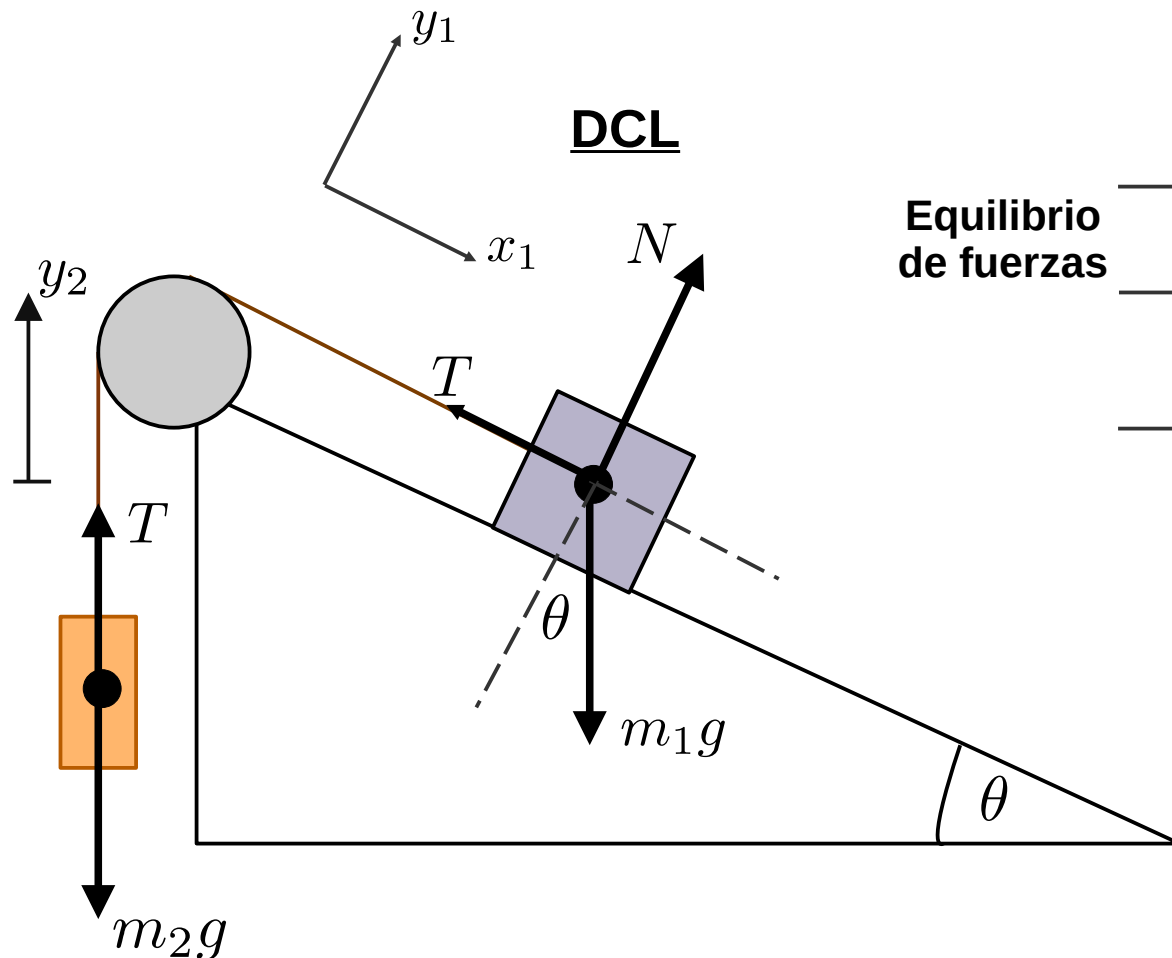
$$\cos(22.5^\circ) \approx 0.924, \sin(22.5^\circ) \approx 0.383, g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$$

Clase de hoy

- Ejemplos de cuerda ideal.
- **Ejemplos de varios cuerpos con ligaduras y poleas.**

Ejemplo: Dos bloques estáticos

- Un bloque de masa m_1 se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal, mientras que otro bloque de masa m_2 se encuentra **colgado** fuera del plano inclinado y atado por una **cuerda ideal** al primer bloque como muestra la figura. Encuentre la **relación entre las masas** para que el sistema esté en **reposo**.



Ecuaciones de movimiento

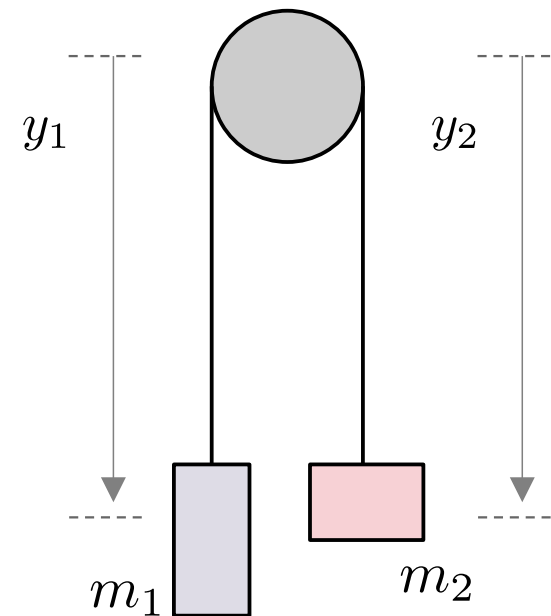
Equilibrio de fuerzas

$$\begin{aligned} \rightarrow x_1 : \quad F_{x,1} &= m_1 g \sin \theta - T = 0 \\ \rightarrow y_1 : \quad F_{y,1} &= N - m_1 g \cos \theta = 0 \\ \rightarrow y_2 : \quad F_{y,2} &= T - m_2 g = 0 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \boxed{m_2 = m_1 \sin \theta}$$

Ejemplo: Máquina de Atwood

- **Dos bloques** de masas m_1 y m_2 se encuentran **unidos por una cuerda ideal**. Encuentre la aceleración de los bloques en función de las masas.



Ecuaciones de movimiento

$$\rightarrow 1 : \quad F_1 = -T + m_1 g = m_1 \ddot{y}_1$$

$$\rightarrow 2 : \quad F_2 = -T + m_2 g = m_2 \ddot{y}_2$$

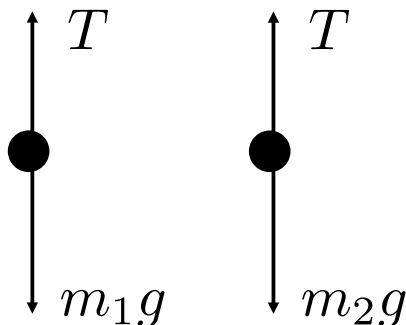
Ligaduras

$$L = y_1 + y_2 + \text{ctes.}, \quad \rightarrow \quad \ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2$$

Largo cuerda

$$\rightarrow \quad \boxed{a_1 = \ddot{y}_1 = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}$$

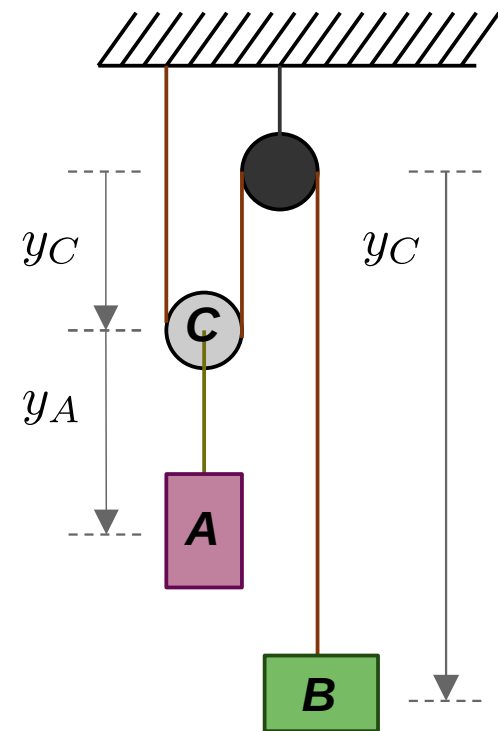
DCL



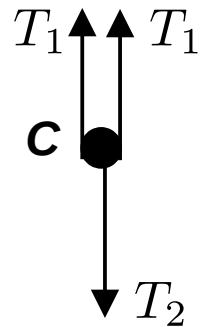
Se recupera el resultado de bloques estáticos si tienen igual masa.

Ejemplo: Ligaduras y poleas

- Un bloque A de masa $m_A=100$ kg está unido por una **cuerda ideal** a una polea C **sin masa**. Si a través de las dos poleas de la figura pasa **otra cuerda ideal** que **sostiene otro bloque** B de masa $m_B=20$ kg. Encuentre la **rapidez** del bloque B después de 2 s si el sistema **parte del reposo**.



DCL



$$m_C = 0 \rightarrow C : F_C = T_2 - 2T_1 = m_c \ddot{y}_c = 0$$

$$A : F_A = m_A g - T_2 = m_A \ddot{y}_A$$

$$B : F_B = m_B g - T_1 = m_B \ddot{y}_B$$

$$\rightarrow T_2 = 2T_1$$

$$\rightarrow \ddot{y}_A = g - 2T_1/m_A$$

$$\ddot{y}_B = g - T_1/m_B$$

Ligaduras

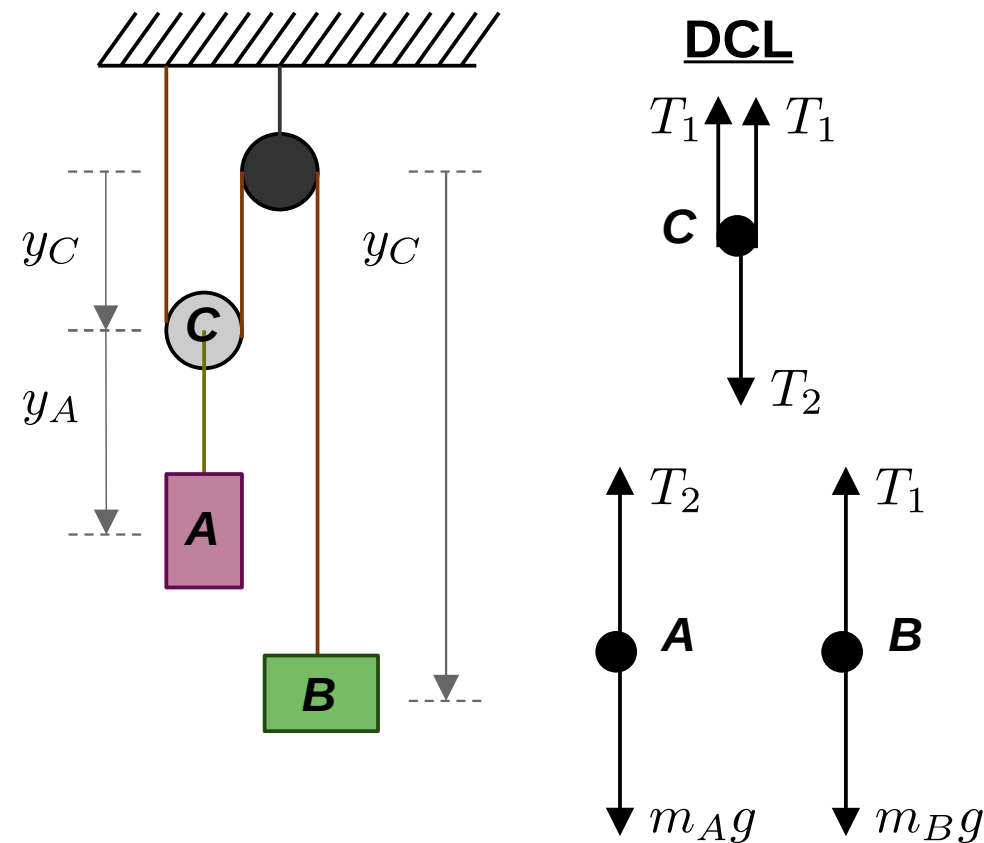
$$L_1 = 2y_C + y_B + \text{ctes.}, \rightarrow \dot{y}_C = \dot{y}_A$$

$$\rightarrow 0 = 2\ddot{y}_A + \ddot{y}_B$$

Largo cuerda café

Ejemplo: Ligaduras y poleas

- Un bloque A de masa $m_A=100$ kg está unido por una **cuerda ideal** a una polea C **sin masa**. Si a través de las dos poleas de la figura pasa **otra cuerda ideal** que **sostiene otro bloque B** de masa $m_B=20$ kg. Encuentre la **rapidez** del bloque B después de 2 s si el sistema **parte del reposo**.



Combinando todo:

$$\rightarrow T_1 = \frac{3g}{4m_A^{-1} + m_B^{-1}} \approx 327 \text{ N}$$

$$\rightarrow \ddot{y}_A = g - 2T_1/m_A \approx 3.27 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow \ddot{y}_B = -2\ddot{y}_A \approx -6.53 \text{ m/s}^2$$

Cinemática

$$v_B = v_{B,0} + a_B t \rightarrow \dot{y}_B = \dot{y}_{B,0} + \ddot{y}_B t$$

Parte del reposo

0

$$\rightarrow v_B(t = 2\text{s}) \approx -13 \text{ m/s}$$

Resumen

- Hemos resuelto más problemas de **cuerda ideal y tensión**.
- Hemos resuelto ejemplos de problemas con **poleas y ligaduras**.
- Próxima clase:
 - Fuerza elástica.