UC | Chile

Termodinámica (FIS1523)

1ra Ley en sistemas cerrados

Felipe Isaule
felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 23 de Abril de 2025

Resumen clase anterior

- Definimos el **factor de compresibilidad**:

$$Z = \frac{P\nu}{RT}.$$

- Definimos la **presión** y **temperatura reducida** para poder utilizar las **cartas generalizadas**.

$$P_R = \frac{P}{P_{\mathrm{cr}}}, \qquad T_R = \frac{T}{T_{\mathrm{cr}}}.$$

Clase 14: 1^{ra} Ley en sistemas cerrados

- Balance de energía en sistemas cerrados.
- Trabajo de frontera.
- Tipos especiales de procesos.

- Bibliografía recomendada:
  - Cengel (4.1, 4.2), Halliday (18-5).

Clase 14: 1^{ra} Ley en sistemas cerrados

- **Balance de energía en sistemas cerrados.**
- Trabajo de frontera.
- Tipos especiales de procesos.

Balance de energía

- Como vimos hace varias clases, el **cambio de energía** durante un **proceso** se puede escribir como

$$E_{\text{entrada}} - E_{\text{salida}} = \Delta E_{\text{sistema}},$$

$$\dot{E}_{\text{entrada}} - \dot{E}_{\text{salida}} = \frac{dE_{\text{sistema}}}{dt}.$$

- Para **tasas constantes**, para un **intervalo de tiempo** Δt podemos escribir:

$$Q = \dot{Q}\Delta t, \quad W = \dot{W}\Delta t, \quad E = (dE/dt)\Delta t.$$

Balance de energía para sistemas cerrados

- En **sistemas cerrados** no hay flujo másico, por tanto:

$$Q_{\text{neto,entrada}} - W_{\text{neto,salida}} = \Delta E_{\text{sistema}},$$

que a veces se escribe como $Q{-}W{=}\Delta E$.
*Cuidado con los signos!

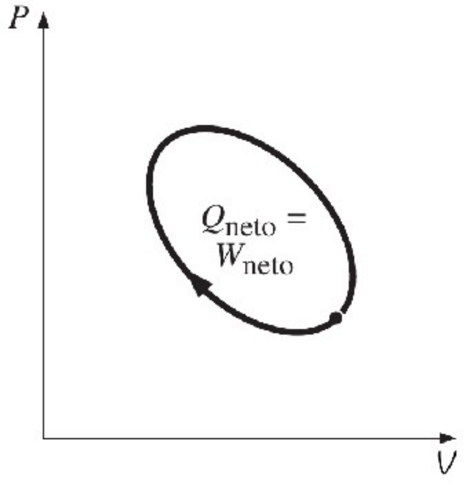
$$Q_{\text{neto,entrada}} = Q_{\text{entrada}} - Q_{\text{salida}},$$

$$W_{\text{neto,salida}} = W_{\text{salida}} - W_{\text{entrada}}.$$

- Si tenemos un **ciclo**, $\Delta E_{\text{sistema}}{=}0$, entonces:

$$Q_{\text{neto,entrada}} = W_{\text{neto,salida}},$$

$$\dot{Q}_{\text{neto,entrada}} = \dot{W}_{\text{neto,salida}}.$$



Balance de energía para sistemas cerrados

- Usualmente podemos despreciar los efectos de energía cinética y potencial, entonces:

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta U.$$

- Con esto, el **balance de energía** de **sistemas cerrados** usualmente toma la forma:

$$Q \pm W = \Delta U.$$

Signo depende de si W es trabajo neto de entrada o de salida.

  - Los signos son importantes para diferenciar trabajo realizado *por un sistema* con el trabajo realizado *hacia un sistema*.

Calor y trabajo

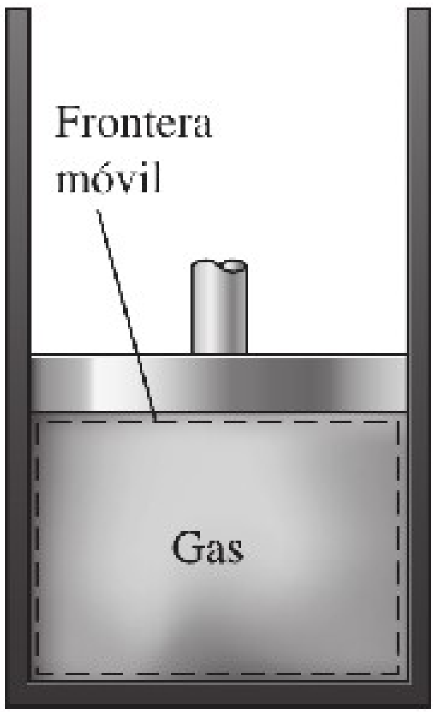
- Notar que con la **1ra Ley** de la Termodinámica **no hay una distinción** real **entre el calor y el trabajo**.
- A pesar que ya entendemos que tienen orígenes físicos distintos, en la práctica el calor y trabajo son formas de cambiar la energía de un sistema.
- Sin embargo, **sí tienen una diferencia**, la que será **explicada por la 2da Ley**.

Clase 14: 1ra Ley en sistemas cerrados

- Balance de energía en sistemas cerrados.
- **Trabajo de frontera.**
- Tipos especiales de procesos.

Trabajo de frontera móvil

- Una forma de **trabajo** mecánico **muy común** corresponde a la **expansión** o **compresión** de un gas en un **cilindro-émbolo**.
- Esto se conoce como **trabajo de frontera móvil** o como **trabajo *PV***.



- Considerarmos fronteras que se mueven lentamente, de tal manera que el sistema se mantiene en un estado de **cuasiequilibrio**.

Trabajo de frontera móvil

- Recordemos que el diferencial del **trabajo mecánico** está dado por

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s},$$

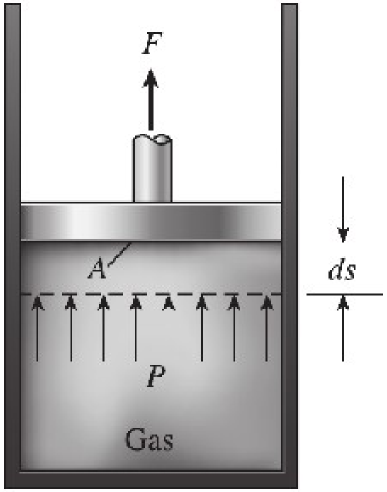
donde es $\vec{F}$ la fuerza y $d\vec{s}$ es el diferencial del vector desplazamiento.

- Si un émbolo de **área** A se desplaza una **distancia** ds debido a una **fuerza** producida por un fluído con **presión** P, entonces

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = (PA)(ds) = P(Ads)$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{dW = PdV}$$

Trabajo realizado **por el gas al pistón**.



Un gas realiza una cantidad diferencial de trabajo δW_b cuando éste fuerza al émbolo a moverse una cantidad diferencial *ds*.

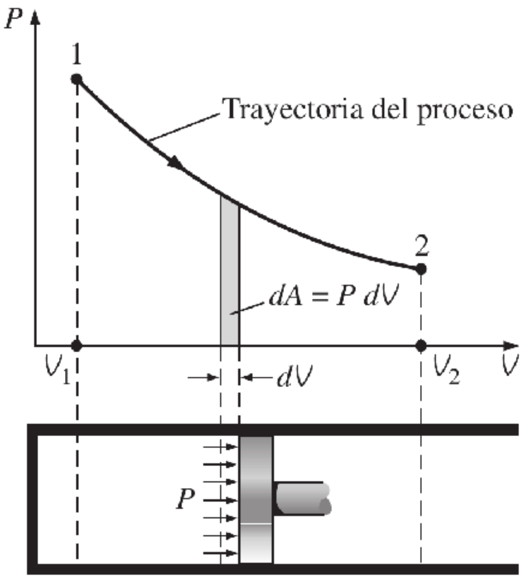
Trabajo de frontera móvil

- El **trabajo total** realizado **por un sistema** durante un **cambio de volumen**:

$$W_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

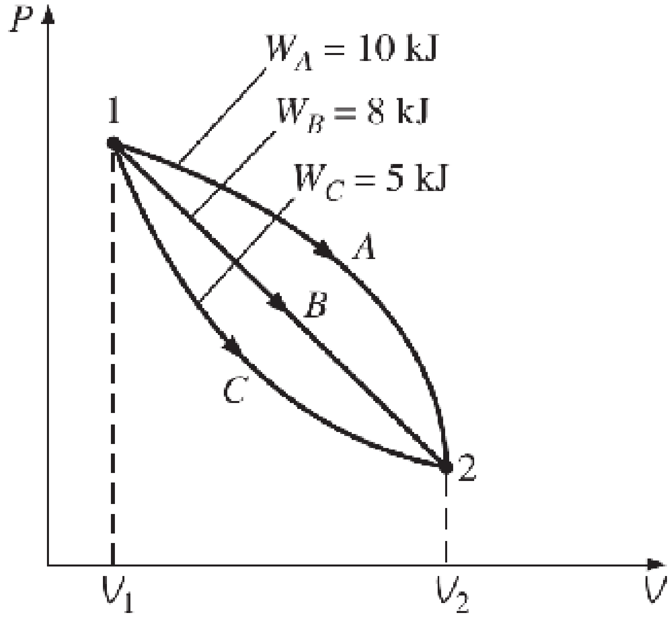
- Notar que durante un proceso la **presión puede cambiar con el volumen**, por lo tanto no siempre es una constante.

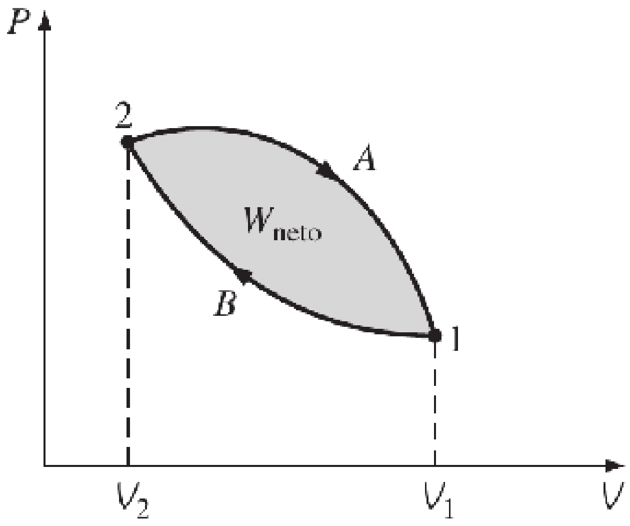
- En un **gráfico** PV, el **trabajo** está dado por el **área debajo de la curva**.



Trabajo de frontera móvil

- El trabajo de frontera es **no conservativo**, por lo tanto **depende de su trayectoria**.



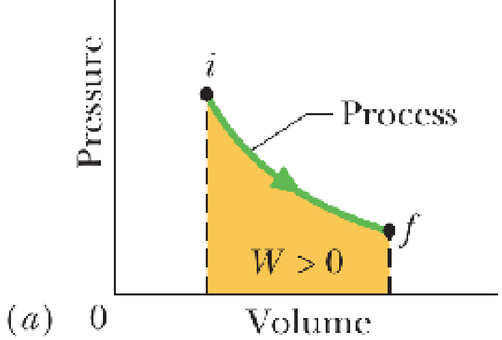


El trabajo neto hecho durante un ciclo es la diferencia entre el trabajo hecho por el sistema y el trabajo hecho sobre el sistema.

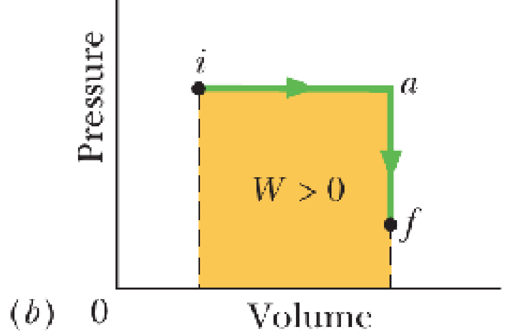
- En una serie de procesos se debe calcular el trabajo en cada proceso de expansión o compresión.

Trabajo de una frontera móvil

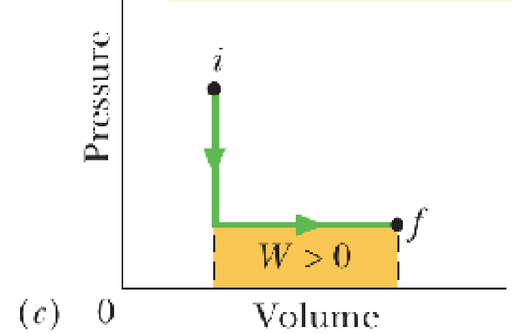
El gas cambia de *i* a *f*, haciendo trabajo positivo.



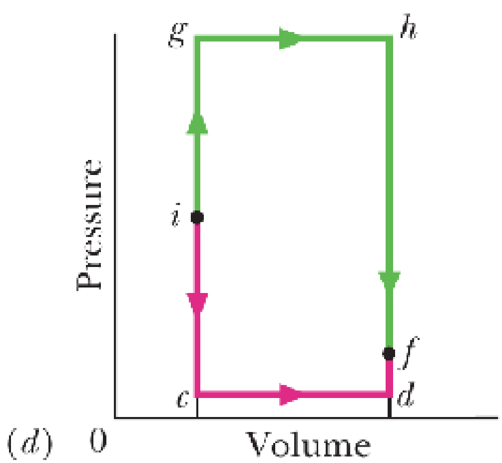
El gas cambia de *i* a *f*, pero ahora hace más trabajo.



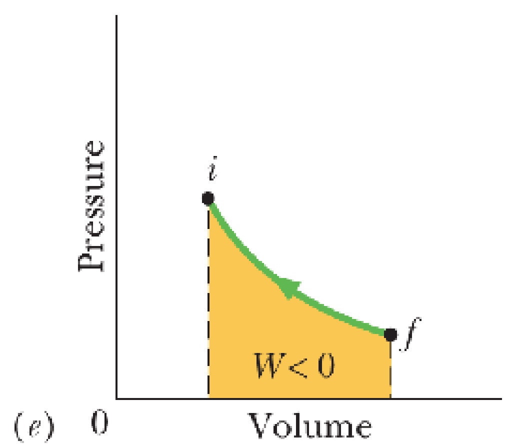
El gas cambia de *i* a *f*, pero ahora hace menos trabajo.



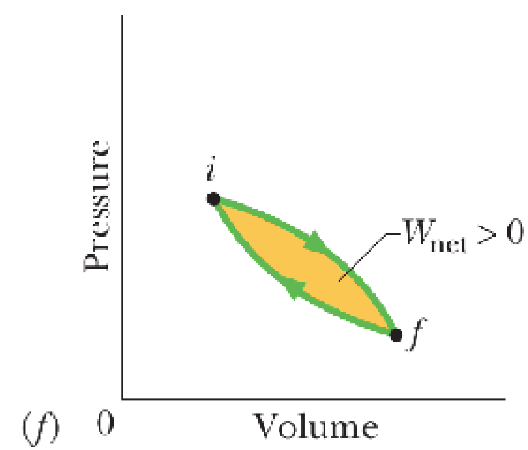
En conclusión, se puede controlar el trabajo realizado.



Al cambiar de *f* a *I,* el trabajo es negativo.



Un ciclo en sentido horario realiza trabajo neto positivo.



- **Trabajo** realizado **por el sistema** es **positivo.**

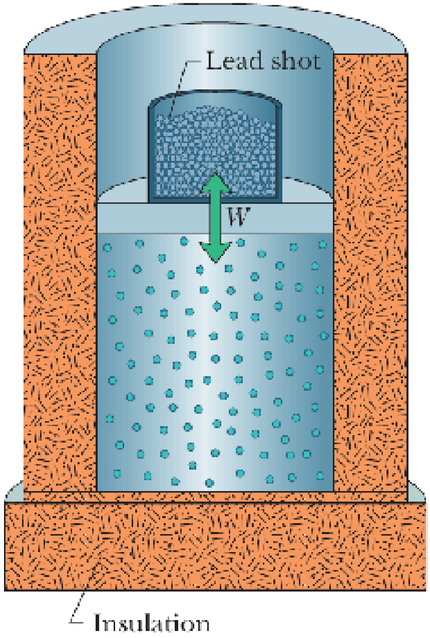
Clase 14: 1ra Ley en sistemas cerrados

- Balance de energía en sistemas cerrados.
- Trabajo de frontera.
- **Tipos especiales de procesos.**

Procesos adiabáticos

- Hablamos de un **proceso adiabático** cuando **no hay transferencia de calor**.

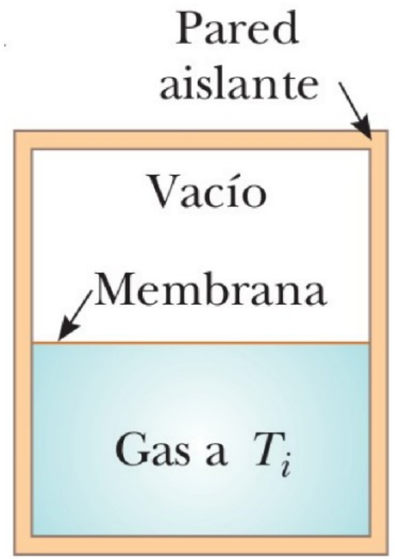
$$Q = 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta U = \pm W.$$



Procesos (casi) adiabáticos ocurren cuando se tiene muy buena aislación.

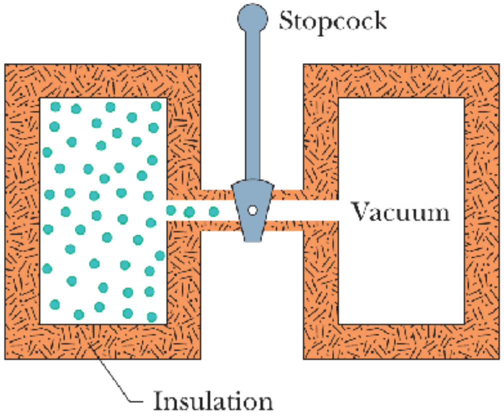
Expansión libre adiabática

- Una **expansión libre adiabática** es un proceso adiabático donde un gas se **expande** en un recipiente **sin realizar trabajo**.



- Al ser un proceso adiabático, no hay intercambio de calor, por tanto la **energía se mantiene constante**:

$$Q = W = 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta U = 0.$$

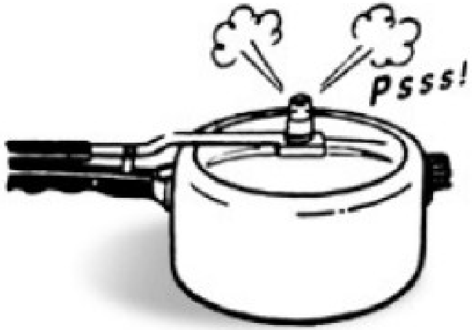


Procesos isocóricos

- Un **proceso isocórico** o isovolumétrico es aquel que mantiene su **volumen constante**.

- Un proceso isocórico **no produce trabajo de frontera**.

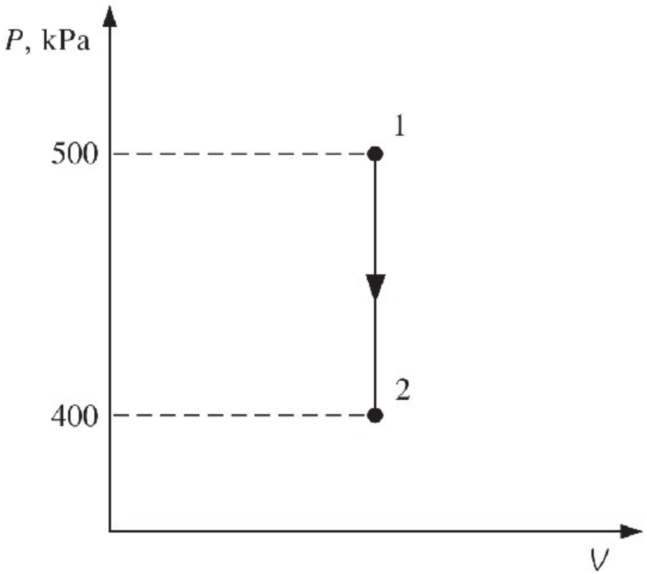
$$W_{1\to 2} = \int_{V_0}^{V_0} P dV = 0.$$



En una olla cerrada el volúmen se mantiene constante. Sin embargo, la presión y temperatura aumentan al inyectar calor al sistema.

- Si no hay otras fuentes de trabajo, entonces:

$$W = 0 \quad \longrightarrow \quad \Delta U = Q.$$



Procesos isobáricos

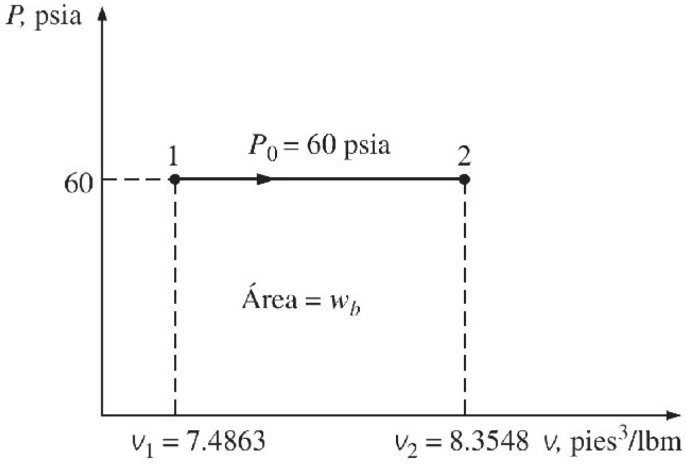
- Un **proceso isobárico** o isovolumétrico es aquel que mantiene su **presión constante**.

- El trabajo de frontera realizado en un proceso isobárico:

$$W_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} P_0 dV$$

$$= P_0(V_2 - V_1).$$

En una olla abierta la presión (atmosférica) se mantiene constante.



Ejemplo 1:

- El volumen de **1 kg** de helio, en un dispositivo de cilindro-**émbolo**, es **7 m^3**, en **un principio**. A continuación, el helio se **comprime** hasta **3 m^3**, manteniendo **constante su presión** en **150 kPa**. Determine las **temperaturas inicial** y **final** del helio, así como el **trabajo requerido para comprimirlo**.
  R = 2.0769 kJ/kg·K. Asuma un **gas ideal**.

Ejemplo 1:

- El volumen de **1 kg** de helio, en un dispositivo de cilindro-**émbolo**, es **7 m³**, en **un principio**. A continuación, el helio se **comprime** hasta **3 m³**, manteniendo **constante su presión** en **150 kPa**. Determine las **temperaturas inicial** y **final** del helio, así como el **trabajo requerido para comprimirlo**.
  R = 2.0769 kJ/kg·K. Asuma un **gas ideal**.

El volumen específico inicial:

$$\nu_1 = \frac{V_1}{m} = \frac{7\ \mathrm{m}^3}{1\ \mathrm{kg}} = 7\ \mathrm{m}^3/\mathrm{kg}$$

Utilizando la ecuación de estado:

$$T_1 = \frac{P_1 \nu_1}{R} = \frac{150 \times 10^3\ \mathrm{Pa}\ 7\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}}{2076.9\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}^\circ\mathrm{K}}}$$

$$\longrightarrow \boxed{T_1 = 505.56^\circ\mathrm{K}}$$

Al imponer que la presión es constante:

$$T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} = 505.56^\circ\mathrm{K}\frac{3\ \mathrm{m}^3}{7\ \mathrm{m}^3}$$

$$\longrightarrow \boxed{T_2 = 216.67^\circ\mathrm{K} < T_1}$$

Finalmente, el trabajo de frontera:

$$W_{1\to 2} = P(V_2 - V_1)$$

$$= 150 \times 10^3\ \mathrm{Pa}\ (3-7)\ \mathrm{m}^3$$

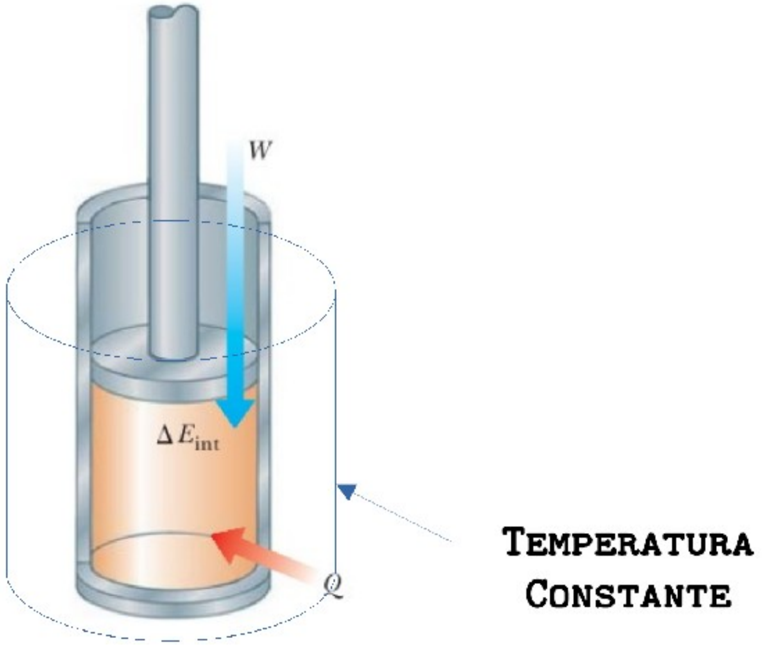
$$\longrightarrow \boxed{W_{\mathrm{in},1\to 2} = 600\ \mathrm{kJ}}$$

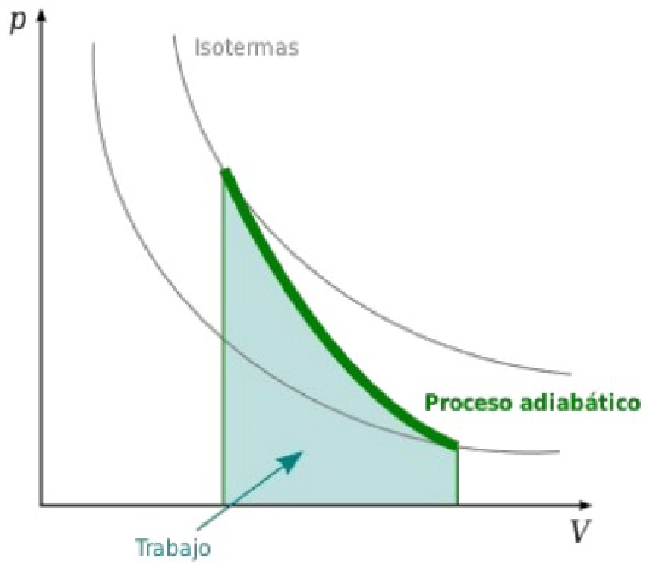
Proceso isotérmico

- Un **proceso isotérmico** es aquel que mantiene su **temperatura constante**.

$$T = \text{cte.}$$

- En un **gráfico** PV las **isotérmas** corresponden a las **líneas** donde la **temperatura** se mantiene **constante**.





Proceso isotérmico de un gas ideal

- Consideremos un **gas ideal** que experimenta un **proceso isotérmico** a temperatura T_0. De la ecuación de estado:

$$PV = nR_uT_0 \quad \longrightarrow \quad P = \frac{nR_uT_0}{V} = \frac{C}{V}.$$

$C = nR_uT_0.$

- El **trabajo de frontera** realizado:

$$W_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = C\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = C\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

- En una **compresión** $V_2 < V_1$, mientras que en una **expansión** $V_2 > V_1$.

  ◦ Como siempre, recordar tener cuidado con la convencción de signos utilizada.

Ejemplo 2:

- Un dispositivo de **cilindro-émbolo** contiene en un **principio 0.25 kg** de gas de nitrógeno a **130 kPa** y **180 °C**. Ahora se **expande isotérmicamente** el nitrógeno, hasta una presión de **80 kPa**. Determine el **trabajo de la frontera**, efectuado durante este proceso. *R*=0.2968 kJ/kg.K. Asuma un **gas ideal**.

Ejemplo 2:

- Un dispositivo de **cilindro-émbolo** contiene en un **principio 0.25 kg** de gas de nitrógeno a **130 kPa** y **180 °C**. Ahora se **expande isotérmicamente** el nitrógeno, hasta una presión de **80 kPa**. Determine el **trabajo de la frontera**, efectuado durante este proceso. *R*=0.2968 kJ/kg.K. Asuma un **gas ideal**.

Primero calculemos los volúmenes iniciales y finales:

$$V_1 = \frac{mRT}{P_1} = \frac{0.25 \text{ kg } 296.8 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{K}} (273 + 180)^\circ\text{K}}{130 \times 10^3 \text{ Pa}} = 0.2586 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{mRT}{P_2} = \frac{0.25 \text{ kg } 296.8 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{K}} (273 + 180)^\circ\text{K}}{80 \times 10^3 \text{ Pa}} = 0.4202 \text{ m}^3$$

Entonces, el trabajo:

$$W_{1\to2} = mRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0.25 \text{ kg } 296.8 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{K}} 453^\circ\text{K} \ln\left(\frac{0.4202}{0.2586}\right)$$

$$\longrightarrow \boxed{W_{1\to2} = 16.317 \text{ kJ}}$$

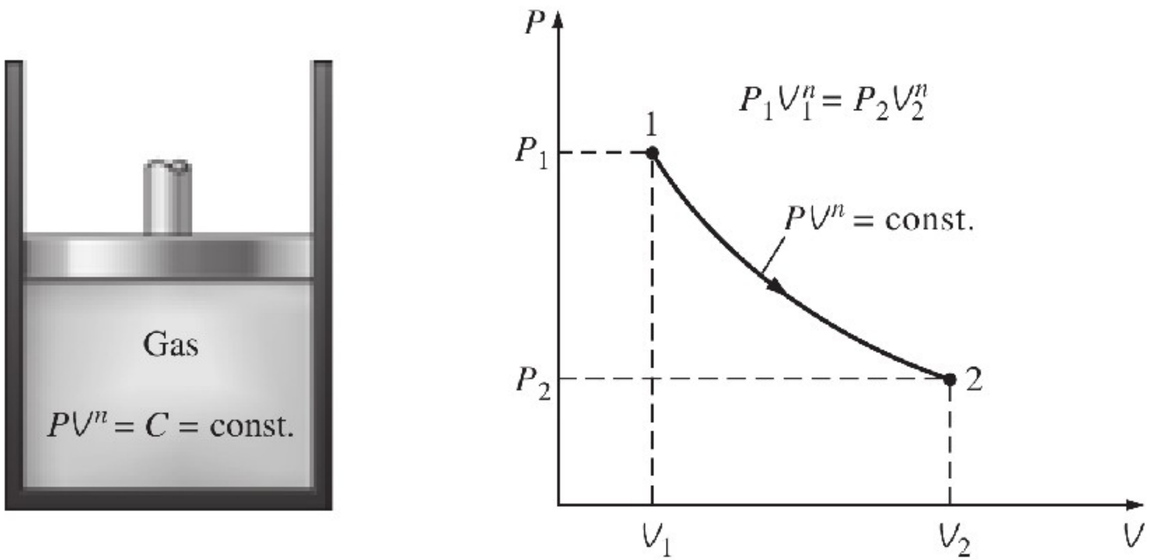
Proceso politrópico

- En muchos procesos de compresión y expansión el volumen y la presión suelen relacionarse de la siguiente forma:

$$P = CV^{-n},$$

  donde C y n son constantes.

- Un proceso que sigue esta fórmula se llama **politrópico**.



- En general nos enfocamos en casos donde $n \geq 0$.

Proceso politrópico

- El **trabajo de frontera** realizado en un **proceso politrópico**:

$$W_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = C\int_{V_1}^{V_2} V^{-n}dV$$

$$= C\,\frac{V^{-n+1}}{-n+1}\bigg|_{V_1}^{V_2} = C\,\frac{V_2^{1-n} - V_1^{1-n}}{1-n}$$

- Utilizando que $P = CV^{-n}$:

$$\boxed{W_{1\to 2} = \frac{V_2 P_2 - V_1 P_1}{1-n}.}$$

Proceso politrópico de un gas ideal

- Para el caso particular de un **gas ideal**:

$$PV = n_{\text{moles}} R_u T \quad \longrightarrow \quad W_{1\to 2} = n_{\text{moles}} R_u \frac{T_2 - T_1}{1-n}. \qquad n \neq 1$$

- El caso $\boldsymbol{n}$**=1** simplemente corresponde al **proceso isotérmico**:

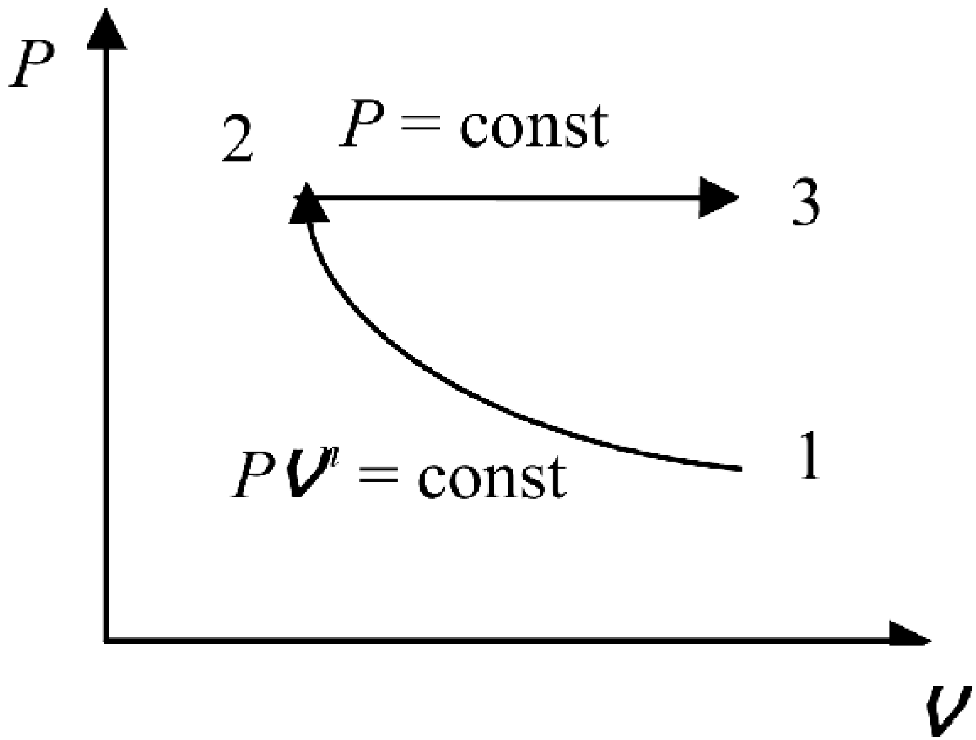
$$PV = C \quad \longrightarrow \quad W_{1\to 2} = C \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right). \qquad n = 1$$

Ejemplo 3:

- Un **gas ideal** experimenta **dos procesos** en un dispositivo de **cilindro-émbolo**. El **primero** es una **compresión politrópica** de T_1 y P_1 con **exponente politrópico n** y una relación de compresión de $\boldsymbol{r = V_1/V_2}$. El segundo es una **expansión isobárica** (P_3=P_2) hasta que $\boldsymbol{V_3 = V_1}$.
  - Haga un esquema de los procesos en un solo **diagrama *P*-*V***.
  - Encuentre la **relación entre** los **trabajos** de **compresión** y **expansión**
  - Encuentre el **valor de esta relación** para valores de $\boldsymbol{n = 1.4}$ y $\boldsymbol{r = 6}$.

Ejemplo 3:

- Un **gas ideal** experimenta **dos procesos** en un dispositivo de **cilindro-émbolo**. El **primero** es una **compresión politrópica** de T_1 y P_1 con **exponente politrópico** $\boldsymbol{n}$ y una relación de compresión de $\boldsymbol{r = V_1/V_2}$. El segundo es una **expansión isobárica** ($P_3=P_2$) hasta que $\boldsymbol{V_3 = V_1}$.
  - Haga un esquema de los procesos en un solo **diagrama** $\boldsymbol{P\text{-}V}$.



Ejemplo 3:

- Un **gas ideal** experimenta **dos procesos** en un dispositivo de **cilindro-émbolo**. El **primero** es una **compresión politrópica** de T_1 y P_1 con **exponente politrópico** $\boldsymbol{n}$ y una relación de compresión de $\boldsymbol{r = V_1/V_2}$. El segundo es una **expansión isobárica** ($P_3 = P_2$) hasta que $\boldsymbol{V_3 = V_1}$.
  - Encuentre la **relación entre** los **trabajos** de **compresión** y **expansión**

Para el primer proceso, asumiendo que $n \neq 1$:

$$W_{1\to 2} = n_{\text{moles}} R_u \frac{T_2 - T_1}{1-n}$$

Para el segundo proceso:

$$W_{2\to 3} = P_2(V_3 - V_1).$$

$$= n_{\text{moles}} R_u (T_3 - T_2)$$

Entonces, la relación entre ambos trabajos:

Back-work ratio

$$\text{BWR} = \frac{W_{\text{compr.}}}{W_{\text{exp.}}} = \frac{-W_{1\to 2}}{W_{2\to 3}}$$

$$= \frac{n_{\text{moles}} R_u \frac{T_2 - T_1}{n-1}}{n_{\text{moles}} R_u (T_3 - T_2)} = \frac{1}{n-1} \frac{1 - T_1/T_2}{T_3/T_2 - 1}$$

Necesitamos obtener expresiones para las temperaturas.

Ejemplo 3:

- Un **gas ideal** experimenta **dos procesos** en un dispositivo de **cilindro-émbolo**. El **primero** es una **compresión politrópica** de T_1 y P_1 con **exponente politrópico *n*** y una relación de compresión de $\boldsymbol{r = V_1/V_2}$. El segundo es una **expansión isobárica** (P_3=P_2) hasta que $\boldsymbol{V_3 = V_1}$.

  - Encuentre la **relación entre** los **trabajos** de **compresión** y **expansión**

Para el primer proceso:

$$PV^n = \text{Cte.} \quad \longrightarrow \quad P_1V_1^n = P_2V_2^n$$

$$T_1V_1^{n-1} = T_2V_2^{n-1} \longleftarrow P = \frac{n_{\text{moles}}R_uT}{V}$$

$$\longrightarrow \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{r}\right)^{n-1} = r^{1-n} \longleftarrow r = V_1/V_2$$

Para el segundo proceso:

$$\frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_3V_3}{T_3} \xrightarrow{P_2 = P_3} \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} \underset{\substack{\uparrow \\ V_3 = V_1}}{=} \frac{V_1}{V_2} = r$$

Ejemplo 3:

- Un **gas ideal** experimenta **dos procesos** en un dispositivo de **cilindro-émbolo**. El **primero** es una **compresión politrópica** de T_1 y P_1 con **exponente politrópico *n*** y una relación de compresión de $\boldsymbol{r = V_1/V_2}$. El segundo es una **expansión isobárica** (P_3=P_2) hasta que $\boldsymbol{V_3 = V_1}$.
    - Encuentre la **relación entre** los **trabajos** de **compresión** y **expansión**

Volviendo a la expresión de la relación:

$$\mathrm{BWR} = \frac{1}{n-1}\frac{1 - T_1/T_2}{T_3/T_2 - 1}$$

$$\longrightarrow \boxed{\mathrm{BWR} = \frac{1}{n-1}\frac{1 - r^{1-n}}{r-1}}$$

Ejemplo 3:

- Un **gas ideal** experimenta **dos procesos** en un dispositivo de **cilindro-émbolo**. El **primero** es una **compresión politrópica** de T_1 y P_1 con **exponente politrópico *n*** y una relación de compresión de $\boldsymbol{r = V_1/V_2}$. El segundo es una **expansión isobárica** ($P_3 = P_2$) hasta que $\boldsymbol{V_3 = V_1}$.
  - Encuentre el **valor de esta relación** para valores de $\boldsymbol{n = 1.4}$ y $\boldsymbol{r = 6}$.

$$\mathrm{BWR} = \frac{1}{n-1}\frac{1-r^{1-n}}{r-1}$$

$$= \frac{1}{1.4-1}\frac{1-6^{1-1.4}}{6-1} \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{\mathrm{BWR} = 0.2558}$$

Resumen

- Hemos revisado la **conservación de la energía** en **sistemas cerrados**.
- Definimos el **trabajo de frontera**.
- Vimos en detalle los **procesos adiabáticos**, **isocóricos**, **isobáricos**, **isotérmicos**, e **isotrópicos**.
- Próxima clase:
  - → Calores específicos.