

## Comparação do teste de Mann-Kendal e Mann-Kendal modificado para análise de tendência da umidade relativa do ar no município de Piracicaba/SP

PEREIRA, M. M. A <sup>1</sup>, SANTANA, L. I. T <sup>2</sup>, MENDES, B. B. C <sup>3</sup>,  
SILVEIRA, F. V. J <sup>4</sup>, SANTOS NETO, A. B. <sup>5</sup>, STOSIC, T. <sup>6</sup>

### Introdução

A umidade relativa do ar pode ser entendida como a razão entre a quantidade de água existente no ar (umidade absoluta) e a quantidade máxima que poderia haver na mesma porção de ar, sob a mesma temperatura. Além de ser um dos indicadores usados na meteorologia para investigar o comportamento do tempo, tem grande importância na área de saúde. Há estudos sugerindo que a umidade relativa do ar afeta a incidência de infecções respiratórias e alergias, bem como a percepção de temperatura pelo corpo humano, a ocorrência de irritação nos olhos e a atenuação dos efeitos da asma [1, 13].

Como a umidade do ar é um elemento atmosférico que exerce influências sobre a temperatura, a precipitação, a sensação térmica e inclusive sobre a saúde, justifica-se o interesse em averiguar como esta variável se comporta, no presente estudo, com respeito à tendência ao longo dos anos.

A tendência é um comportamento comumente encontrado nas séries temporais. Uma série temporal apresenta tendência quando é observada uma inclinação ou disposição natural da variável para o crescimento ou decrescimento. Em termos de climatologia, tendência é uma das quantidades mais críticas a ser avaliada [14]. Verifica-se a tendência nas séries temporais através dos testes paramétricos ou não paramétricos. Para utilização dos testes paramétricos são necessários que os dados sejam independentes e normalmente distribuídos, já no caso da aplicação dos testes não-paramétricos exige-se que os dados sejam independentes e aceite valores distintos [6]. Alguns dos teste utilizados são, o teste de Mann-Kendall, análise de regressão linear, método de Theil-Sen, r<sub>o</sub> de Spearman, entre outros [12, 5, 10, 9].

O teste de Mann-Kendall é bastante utilizado para investigar tendência da variabilidade de séries temporais meteorológicas [2, 3, 8, 11, 4]. Todavia, se os dados forem fortemente correlacionados prejudica a capacidade do teste em analisar corretamente o significado da tendência, ocasionando o aumento da probabilidade de identificar tendência quando na verdade não há ou vice versa [6, 9]. Por isso, Hamed e Rao [6] propuseram o Teste de Mann-Kendal modificado, o mesmo é uma versão modificada robusta da presença de autocorrelação baseada na variância modificada.

Dessa forma, o objetivo desse trabalho é avaliar a tendência de um conjunto de dados diários de umidade relativa do ar coletados no município de Piracicaba - SP, Brasil, através do método de Mann-Kendall modificado.

<sup>1</sup>UFRPE. e-mail: *mickaellealmeida1@gmail.com*

<sup>2</sup>UFRPE. e-mail: *leikatenorio10@gmail.com*

<sup>3</sup>UFRPE. e-mail: *baabicarvalho@hotmail.com*

<sup>4</sup>UFRPE. e-mail: *fabio.silveira@ifpb.edu.br*

<sup>5</sup>UFRPE. e-mail: *ademir.bsn@gmail.com*

<sup>6</sup>UFRPE. e-mail: *tastosic@gmail.com*

## Metodologia

Foram utilizados dados diários de umidade relativa, obtidos da base de dados do posto agrometeorológico LEB-ESALQ-USP Piracicaba/SP, no período entre janeiro de 1982 até dezembro de 2016. O município está localizado a 164 km da capital de São Paulo, com clima tropical e temperatura média anual de 23.9°C. Em seguida apresentamos os testes que fundamentaram a análise dos dados.

### Teste de Mann-Kendall original

O teste de tendência de Mann-Kendall descrito por [7] e [10] é um teste estatístico não paramétrico, isto é, que é independente da distribuição. Este teste determina a presença de uma tendência monótona na série temporal, ao ser observada a tendência poderá ser classificada como crescente ou decrescente no tempo.

Kendall [7] formulou um teste de hipóteses para dois conjuntos de observações, a saber,  $X = x_1, x_2, \dots, x_n$  e  $Y = y_1, y_2, \dots, y_n$ , no qual a estatística  $S$  é dada por:

$$S = \sum_{i < j} a_{ij} b_{ij} \quad (1)$$

onde

$$a_{ij} = \text{sgn}(x_j - x_i) = \begin{cases} 1, & x_i < x_j \\ 0, & x_i = x_j \\ -1, & x_i > x_j \end{cases} \quad (2)$$

e  $b_{ij}$  é definido similarmente com respeito a  $Y$ . Sob a hipótese nula de que  $X$  e  $Y$  são independentes e aleatoriamente ordenadas, a estatística  $S$  tende à normalidade para grandes valores de  $n$ , com média  $E(S) = 0$  e variância:

$$\text{var}(S) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18} \quad (3)$$

De acordo com Mann [10], fazendo  $y_i = i$ , para todo  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , o teste pode ser usado para tendência. Assim,  $S$  reduz-se a:

$$S = \sum_{i < j} a_{ij} = \sum_{i < j} \text{sgn}(x_j - x_i) \quad (4)$$

também com média 0 e variância como na Equação 3. A significância das tendências é testada comparando a estatística de teste padronizada dada por:

$$Z = \frac{S}{\sqrt{\text{var}(S)}} \quad (5)$$

com o quantil da normal padrão sob o nível de significância estabelecido.

### Teste de Mann-Kendall modificado

A limitação do teste original é que ele não leva em consideração os efeitos da autocorrelação dos dados no cálculo da estatística de teste padronizada. Isto é, dado que  $Z$  depende de  $\text{var}(S)$ , ignorando-se a presença de dependência serial, a variância de  $S$

assume um valor imprecisamente menor, fazendo com que  $Z$  assumira um valor maior. A modificação proposta por Hamed & Rao [6] é um fator de correção devido a autocorrelação nos dados. Portanto, corrigindo a variância de  $S$ , vem que:

$$V^*(S) = \text{var}(S) \cdot \frac{n}{n_S^*} \quad (6)$$

tal que:

$$\frac{n}{n_S^*} = 1 + \frac{2}{n(n-1)(n-2)} \times \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)(n-i-1)(n-i-2)\rho_S(i) \quad (7)$$

onde  $n$  é o número verdadeiro de observações e  $\rho_S(i)$  é a função de autocorrelação dos postos das observações.

A estatística padronizada  $Z$  do teste modificado é obtida substituindo-se  $\text{var}(S)$  na Equação 5 por  $V^*(S)$  da Equação 6.

## Resultados

O teste de Mann-Kendall original, isto é, não levando em consideração a dependência serial nos dados de umidade relativa, acusou um valor-p muito próximo de zero, como se vê na Tabela 1, sugerindo a rejeição da hipótese de nulidade e admitindo tendência crescente. Todavia, ao se considerar a correlação dos dados, o resultado indicado é diferente.

Uma vez que os dados são positivamente correlacionados, observou-se uma subestimação da variância da variável  $S$ , descrita na Equação 3, que compõe a estatística  $Z$ . Tal fato aumentou o valor de  $Z$  e, conseqüentemente, a probabilidade de falsa rejeição da hipótese nula.

|            | $Var(S)$                 | $Z$      | valor-p                   |
|------------|--------------------------|----------|---------------------------|
| Original   | $2.314267 \cdot 10^{11}$ | 10.57536 | $3.876680 \cdot 10^{-26}$ |
| Modificado | $1.400402 \cdot 10^{13}$ | 1.359489 | 0.1739917                 |

Tabela 1: Valores relacionados aos testes de Mann-Kendall original e modificado.

Comparando os valores das variâncias na Tabela 1, vê-se que a variância de  $S$ , levando em conta a dependência serial, é mais de 60 vezes a variância de acordo com o teste original. O cálculo da estimativa de  $Z$  usando a variância de  $S$  como proposta no teste de Mann-Kendall modificado, gerou um valor-p que indica não-rejeição de  $H_0$  sob um nível de significância  $\alpha = 5\%$  (ou até mesmo  $10\%$ ), isto é, indica a ausência de tendência na série temporal umidade relativa. Esta conclusão é mais precisa, uma vez que não ignora a característica de dependência serial dos dados de umidade relativa do ar.

## Considerações finais

É notável a importância de estudos relacionados com variação de fatores climáticos como a umidade relativa do ar. O presente trabalho apresentou uma avaliação quantitativa da tendência da variação da umidade. A utilização do teste não-paramétrico de Mann-Kendall usual sugeriu que a umidade relativa do ar na cidade de Piracicaba apresenta tendência, isso significa que, de acordo com a base de dados e os métodos aplicados, nos

próximos anos se esperaria alguma mudança significativa nos níveis de umidade relativa do ar no município. No entanto, o resultado do teste de Mann-Kendall modificado apresentou que não há tendência na série. Nota-se que há uma discordância entre os dois testes, assim, acendendo-se um alerta quanto a sua utilização. Estudos de simulação podem ser feitos para concluir qual acerta mais (taxas de erro e poder, bem como robustez).

Para trabalhos futuros, espera-se aplicar a mesma metodologia para avaliar tendência de outras variáveis climáticas e também em outras cidades.

## Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro para a realização dessa pesquisa.

## Referências Bibliográficas

- [1] Anthony V Arundel, Elia M Sterling, Judith H Biggin, and Theodor D Sterling. Indirect health effects of relative humidity in indoor environments. *Environmental health perspectives*, 65:351–361, 1986.
- [2] Álvaro José Back. Aplicação de análise estatística para identificação de tendências climáticas. *Pesquisa agropecuária brasileira*, 36(5):717–726, 2001.
- [3] Gabriel Constantino Blain, Michelle Cristina Araujo Picoli, Jorge Lulu, et al. Análises estatísticas das tendências de elevação nas séries anuais de temperatura mínima do ar no estado de são paulo. *Bragantia*, 2009.
- [4] Rafael de Ávila Rodrigues and Roziane Sobreira dos Santos. Estudo de tendência climática na série temporal de precipitação pluviométrica em araguari (mg). *Revista Geográfica Acadêmica*, 1(1):20–27, 2007.
- [5] Charles Thomas Haan. *Statistical methods in hydrology*. The Iowa State University Press, 1977.
- [6] Khaled H Hamed and A Ramachandra Rao. A modified mann-kendall trend test for autocorrelated data. *Journal of hydrology*, 204(1-4):182–196, 1998.
- [7] Maurice G Kendall. Rank correlation methods (hafner, new york). *KendallRank Correlation Methods1955*, 1955.
- [8] KN Krishnakumar, GSLHV Prasada Rao, and CS Gopakumar. Rainfall trends in twentieth century over kerala, india. *Atmospheric environment*, 43(11):1940–1944, 2009.
- [9] Gislaine Cristina Luiz, Heitor Carrilha Cardoso, and Lucas Lopes Ribeiro. Aplicação do teste sazonal de mann kendall na análise de tendência da temperatura e umidade relativa do ar–goiânia-go: série histórica 1961 a 2008. *Revista Geonorte, Manaus*, 3(8):414–427, 2016.

- [10] Henry B Mann. Nonparametric tests against trend. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 245–259, 1945.
- [11] José A Marengo and Lincoln Muniz Alves. Tendências hidrológicas da bacia do rio paraíba do sul. *Revista Brasileira de Meteorologia*, 20(2):215–226, 2005.
- [12] Pranab Kumar Sen. Estimates of the regression coefficient based on kendall’s tau. *Journal of the American statistical association*, 63(324):1379–1389, 1968.
- [13] RICHARD H Strauss, ER McFadden, RH Ingram, EC Deal, and JJ Jaeger. Influence of heat and humidity on the airway obstruction induced by exercise in asthma. *The Journal of clinical investigation*, 61(2):433–440, 1978.
- [14] Zhaohua Wu, Norden E Huang, Steven R Long, and Chung-Kang Peng. On the trend, detrending, and variability of nonlinear and nonstationary time series. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 104(38):14889–14894, 2007.