

Modelos não lineares univariados e multivariados para a cultura de crotalária juncea

Cláudia Marques de Bem¹, Alberto Cargnelutti Filho², Fernanda Carini³, Rafael Vieira Pezzini³

1. Introdução

A crotalária juncea (*Crotalaria juncea* L.), é uma excelente cultura para adubação verde. No entanto, ainda é pouco utilizada e não há estimativa de cultivo no Brasil. Mas, devido as suas características como rápido crescimento, principalmente em condições de temperatura alta, a crotalária juncea torna-se uma cultura promissora [2]

Uma forma de caracterizar o crescimento de uma cultura agrícola é por meio da análise de regressão não linear, que permite entender o relacionamento entre variáveis estudadas. Existem diversos modelos estatísticos que quantificam a produção vegetal, sendo que os mais utilizados são os modelos de regressão não linear de Gompertz e Logístico. Nas pesquisas em que estes modelos foram utilizados, em geral, foram empregados modelos com uma única variável resposta ou dependente (modelo univariado), gerando modelos específicos por variável. Contudo, é importante utilizar os modelos de regressão não lineares multivariados, pois é comum medir mais de uma variável resposta na unidade experimental e, dessa forma, englobar as mesmas em um único modelo.

Na cultura de crotalária juncea [1], os autores modelaram os caracteres produtivos separadamente. Porém, é importante caracterizar a cultura com base em modelos multivariados, possibilitando uma visão global sobre o crescimento da cultura de crotalária juncea.

Assim, os objetivos deste trabalho foram ajustar e comparar os modelos não lineares univariados e multivariados de Gompertz e Logístico, utilizados na descrição dos caracteres produtivos de crotalária juncea em função dos dias após a semeadura.

2. Material e Métodos

Foram utilizados os dados provenientes de um experimento conduzido no ano agrícola de 2014/2015, na área experimental do Departamento de Fitotecnia, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). As sementes de crotalária juncea, foram semeadas em 22 de outubro de 2014. A semeadura foi realizada em fileiras com 0,5 m entre fileiras e com densidade de 20 sementes por metro de fileira em área experimental de 52 m × 50 m (2.600 m²).

Após a emergência das plântulas de crotalária juncea, a partir dos sete dias após a semeadura (29 de outubro de 2014), em cada dia, foram coletadas, aleatoriamente, quatro plantas, totalizando 94 dias de avaliação e 376 plantas. Foram utilizadas as médias das quatro plantas coletas por dia, totalizando 94

¹ Programa de Pós-Graduação em Agronomia, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, Brasil. Bolsista PNPd CAPES. email: claudia_debem@hotmail.com

² Departamento de Fitotecnia, Centro de Ciências Rurais, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, Brasil. email: alberto.cargnelutti.filho@gmail.com. Bolsista de Produtividade em Pesquisa 1A-CNPq - Processo: 304652/2017-2

³ Programa de Pós-Graduação em Agronomia, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, Brasil. Bolsista CAPES. email: carini.fc@gmail.com; rvpezzini@hotmail.com

Agradecimentos: Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq - Processos 401045/2016-1 e 304652/2017-2), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pelas bolsas concedidas.

observações. Foram avaliados os caracteres produtivos: massa de matéria fresca de folha (MFF, em g planta⁻¹), massa de matéria fresca de caule (MFC, em g planta⁻¹) e calculada a massa de matéria fresca de parte aérea (MFPA = MFF+MFC, em g planta⁻¹).

Para o modelo de Gompertz univariado foi utilizada a expressão: $y_i = a \exp[-\exp(b - c x_i)]$ e para o modelo Logístico univariado foi utilizada a expressão: $y_i = a/[1 + \exp(-b - c x_i)]$. Para o ajuste dos modelos não lineares multivariados, primeiramente foi calculado o vetor dos resíduos dos modelos não lineares univariados para cada caractere produtivo (MMF e MFC), com o intuito de obter a matriz de covariância dos erros. A partir da matriz de covariância dos erros obteve-se a matriz \hat{P} (fator de Cholesky) para cada caractere. A decomposição de Cholesky é a inversa da matriz de covariâncias dada pela seguinte equação: $\hat{\Sigma}^{-1} = \hat{\Lambda}^T \hat{\Lambda}$, em que $\hat{\Lambda}$ é uma matriz triangular superior com elementos diagonais estritamente positivos [3], [4]. Por meio das matrizes de covariância dos erros, obteve-se a matriz \hat{P} (fator de Cholesky) para cada modelo multivariado. A partir desta matriz \hat{P} , originou-se o novo caractere para cada modelo multivariado pela equação: $y_i = p1 * MFF + p2 * MFC$.

Os modelos multivariados estudados foram: GG) modelo de Gompertz para ambos os caracteres MFF e MFC; LL) modelo Logístico para ambos os caracteres MFF e MFC; GL) modelo de Gompertz para MFF e modelo Logístico para MFC; e LG) modelo Logístico para MFF e modelo de Gompertz para MFC. Os modelos multivariados apresentam as seguintes equações:

$$\text{GG)} y_i = \{a_1 \exp[-\exp(b_1 - c_1 x_i)]\} + \{a_2 \exp[-\exp(b_2 - c_2 x_i)]\}$$

$$\text{LL)} y_i = \{a_1/[1 + \exp(-b_1 - c_1 x_i)]\} + \{a_2/[1 + \exp(-b_2 - c_2 x_i)]\}$$

$$\text{GL)} y_i = \{a_1 \exp[-\exp(b_1 - c_1 x_i)]\} + \{a_2/[1 + \exp(-b_2 - c_2 x_i)]\}$$

$$\text{LG)} y_i = \{a_1/[1 + \exp(-b_1 - c_1 x_i)]\} + \{a_2 \exp[-\exp(b_2 - c_2 x_i)]\}$$

Onde y_i é o novo caractere (corresponderia a MFPA); a_1 e a_2 são os valores assintóticos; b_1 e b_2 são os parâmetros de alocação sem interpretação prática direta, mas importante para manter o formato sigmoidal do modelo, c_1 e c_2 são os parâmetros associados ao crescimento, valor que indica o índice de precocidade ou maturidade e x é a variável independente (dias após a semeadura). Nesses modelos multivariados y_i corresponde a soma de MFF e MFC, ou seja, a MFPA.

Com o intuito de verificar a qualidade do ajuste dos modelos univariados e multivariados de Gompertz e Logístico determinou-se o desvio padrão residual (DPR), o coeficiente de determinação (R^2) e o critério de informação de Akaike (AIC). Os cálculos foram realizados com o auxílio do aplicativo Microsoft Office Excel® e o software R [5].

3. Resultados e Discussão

Em relação ao critério de desvio padrão residual (DPR), observou-se que os menores valores foram para o caractere MFF ajustado pelo modelo de Gompertz e pelo modelo Logístico (Tabela 1). Esse resultado indica que os dados observados tendem a estar próximos da média ou do valor estimado. Para o modelo univariado de Gompertz, observou-se que o coeficiente de determinação (R^2) oscilou entre 0,83 e 0,86. Já para o modelo univariado Logístico, os valores variaram de 0,82 a 0,85. Para o caractere MFF, o menor valor de AIC foi encontrado no modelo de Gompertz. Notou-se também, que para os caracteres MFC e MFPA, os resultados foram similares aos encontrados para MFF. Por meio destes resultados, o modelo univariado de Gompertz é o que melhor se ajustou aos dados dos caracteres produtivos.

Tabela 1. Critérios de avaliação da qualidade de ajuste: desvio padrão residual (DPR), coeficiente de determinação (R^2) e critério de informação de Akaike (AIC) dos modelos univariados para os caracteres produtivos massas de matéria fresca de folha, caule e parte aérea em função dos dias após a semeadura.

Modelo univariado de Gompertz			
Caractere	DPR	R^2	AIC
MFF*	8,8538	0,83	4,4250
MFC*	17,5043	0,86	5,7879
MFPA*	24,8938	0,86	6,4922
Modelo univariado Logístico			
MFF*	9,1161	0,82	4,4813
MFC*	17,8957	0,85	5,8291
MFPA*	25,6379	0,85	6,5476

*MFF = massa de matéria fresca de folha; MFC = massa de matéria fresca de caule; MFPA = massa de matéria fresca de parte aérea (MFPA = MFF+MFC).

Também para os modelos multivariados, foram calculados os critérios de qualidade de ajuste, a fim de selecionar qual o melhor modelo multivariado que expresse os caracteres produtivos da cultura de crotalaria juncea. Com relação ao DPR observou-se que os valores foram semelhantes e menores quando que comparados com os valores observados nos modelos univariados. Em relação ao critério R^2 , os valores encontrados para os modelos multivariados foram de 0,79 para todos os modelos multivariados (Tabela 2). Para o critério AIC, os valores foram similares para os modelos multivariados, sendo que o menor valor encontrado foi para o modelo multivariado LL. Observou-se que estes valores de AIC são menores quando comparados com os valores encontrados para os modelos univariados, indicando que os modelos multivariados para este critério de avaliação são melhores.

Tabela 2. Critérios de avaliação da qualidade de ajuste: desvio padrão residual (DPR), coeficiente de determinação (R^2) e critério de informação de Akaike (AIC), para os modelos multivariados GG; LL; GL e LG para as massas de matéria fresca de folha e caule em função dos dias após a semeadura.

Modelo multivariado*	DPR	R^2	AIC
GG	1,0047	0,79	0,0568
LL	0,9952	0,79	0,0366
GL	0,9999	0,79	0,0471
LG	1,0002	0,79	0,0474

*GG = MFF (Gompertz) + MFC (Gompertz); LL = MFF (Logístico) + MFC (Logístico); GL = MFF (Gompertz) + MFC (Logístico) e LG = MFF (Logístico) + MFC (Gompertz).

Observa-se que os avaliadores da qualidade de ajuste dos modelos multivariados são importantes, uma vez que os critérios de avaliação utilizados justificaram o uso dos modelos multivariados para descrever os caracteres produtivos da cultura de crotalaria juncea, confirmando a qualidade do ajuste destes modelos.

Tanto para os modelos univariados (Tabela 3) como para os modelos multivariados (Tabela 4), foram obtidas as estimativas dos parâmetros. Estas estimativas dos parâmetros são importantes, uma vez que cada parâmetro tem significado no ajuste destes modelos.

Tabela 3. Estimativas dos parâmetros no ajuste dos caracteres produtivos: massas de matérias frescas de folha, caule e parte aérea da cultura de crotalária juncea.

Caractere*	Modelo univariado Gompertz			Modelo univariado Logístico		
	Parâmetros			Parâmetros		
	a	b	c	a	b	c
MFF	49,32	3,3865	0,0712	46,56	-5,9506	0,1146
MFC	128,89	2,9037	0,0498	115,80	-5,5369	0,0871
MFPA	179,18	2,8618	0,0521	164,36	-5,2828	0,0871

*MFF = massa de matéria fresca de folha; MFC = massa de matéria fresca de caule e MFPA = massa de matéria fresca de parte aérea (MFPA = MFF+MFC).

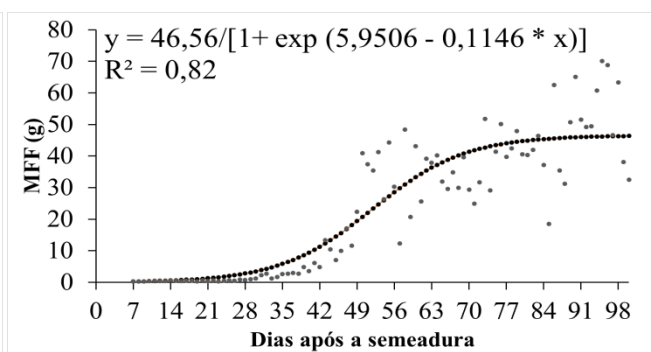
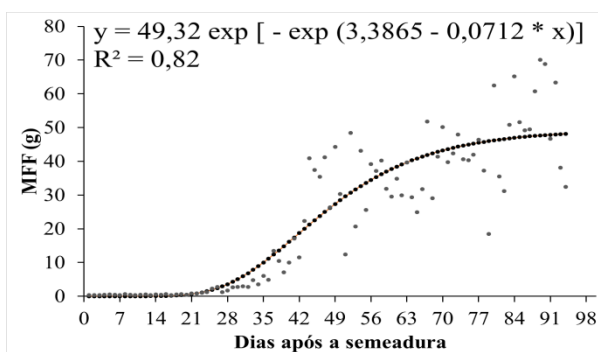
Tabela 4. Estimativas dos parâmetros no ajuste dos modelos multivariados para a cultura de crotalária juncea.

Modelo multivariado*	Parâmetros					
	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2
GG	48,45	3,6439	0,0769	115,45	3,5320	0,0634
LL	46,52	-5,9501	0,1147	105,84	-6,5132	0,1084
GL	50,17	3,1826	0,0665	108,85	-6,3741	0,1039
LG	44,75	-7,2091	0,1430	108,47	3,8218	0,0709

*GG = MFF (Gompertz) + MFC (Gompertz); LL = MFF (Logístico) + MFC (Logístico); GL = MFF (Gompertz) + MFC (Logístico) e LG = MFF (Logístico) + MFC (Gompertz).

O parâmetro a significa o valor máximo que cada caractere pode atingir ao final do ciclo produtivo da cultura de crotalária juncea. Os incrementos na estimativa deste parâmetro, causam mudanças nos valores da ordenada dos modelos, alterando os valores de MFF, MFC e MFPA. Contudo o parâmetro b não possui interpretação biológica, e consequentemente, não altera os valores dos caracteres. Por fim, incrementos nas estimativas de c causam aumento da inclinação da curva de crescimento. Estas mesmas interpretações são consideradas para as estimativas dos parâmetros para os modelos multivariados.

Na Figura 1, observa-se que para os caracteres MFF, MFC, e MFPA tanto para o modelo univariado de Gompertz como para o modelo univariado Logístico a curva ajustada é sigmoideal. Estas curvas representam o comportamento de cada caractere ao longo do ciclo produtivo da cultura de crotalária juncea, dessa forma as conclusões são realizadas individualmente para cada caractere.



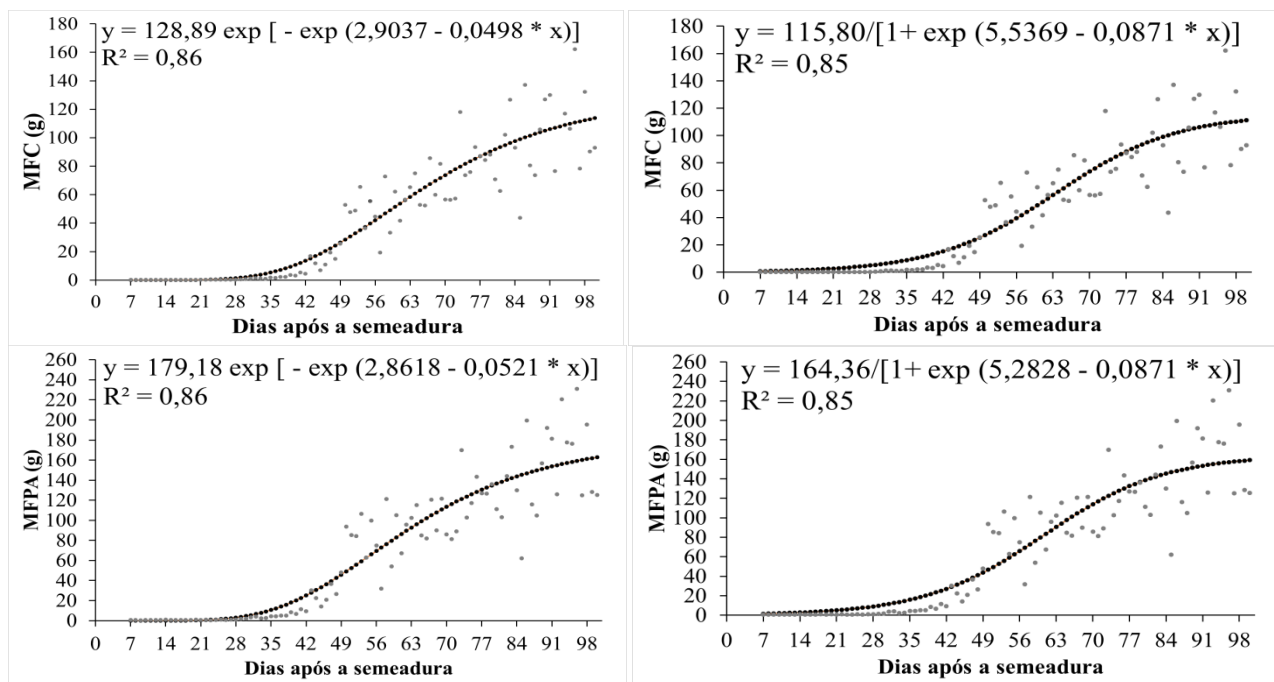
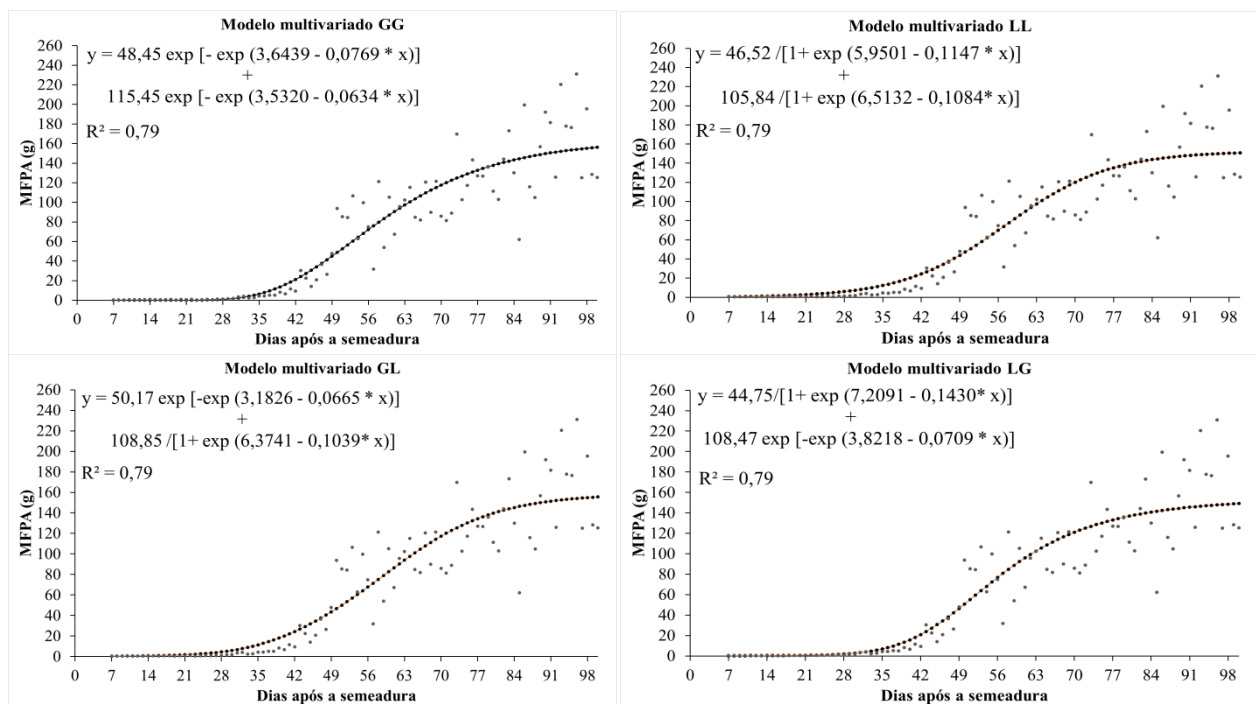


Figura 1. Modelo univariado de Gompertz (coluna da esquerda) e modelo univariado Logístico (coluna da direita), para os caracteres produtivos de massa de matéria fresca de folha (MFF), massa de matéria fresca de caule (MFC) e massa de matéria fresca de parte aérea (MFPA) para crotalaria juncea.



* GG = MFF (Gompertz) + MFC (Gompertz); LL = MFF (Logístico) + MFC (Logístico); GL = MFF (Gompertz) + MFC (Logístico) e LG = MFF (Logístico) + MFC (Gompertz).

Figura 2. Modelos multivariados para o caractere produtivo de massa de matéria fresca de parte aérea (MFPA) para crotalaria juncea.

Para os modelos multivariados GG, LL, GL e LG, composto pela soma das equações dos caracteres MFF e MFC ($MFF+MFC=MFFA$), observa-se comportamento sigmoidal da curva de crescimento.

Comparando-se os modelos univariados para o caractere MFFA com os modelos multivariados GG, LL GL e LG considerando o conjunto dos avaliadores da qualidade de ajuste utilizados, os modelos multivariados também obtiveram resultados satisfatórios, sendo estes são adequados para descrever os caracteres produtivos da crotalária juncea, podendo-se inferir sobre a produção total da cultura. Ressalta-se que dentre os modelos multivariados, o LL é que melhor representa o caractere MFFA.

4. Conclusões

Os modelos não lineares multivariados: GG, LL, GL e LG são adequados e apresentaram resultados satisfatórios quando comparados com os modelos univariados, para descrever os caracteres produtivos de crotalária juncea.

O modelo não linear multivariado LL é o mais adequado dentre os modelos multivariados para descrever os caracteres produtivos da crotalária juncea.

5. Referências

- [1] BEM, C.M. de. et al. Gompertz and Logistic models to the productive traits of sunn hemp. **Journal of Agricultural Science**, v.10, p.225-238, 2018.
- [2] DOURADO, M.C. et al. Matéria seca e produção de grãos de *Crotalaria juncea* L. submetida à poda e adubação fosfatada. **Scientia Agrícola**, v.58, p.287-293, 2001.
- [3] GALLANT, A. R. **Nonlinear statistical models**. New York: John Wiley& Sons, 1987. 610 p.
- [4] FERREIRA, D. F. **Estatística multivariada**. 2. ed. Lavras: Editora da UFLA, 2011. 676 p.
- [5] R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: a language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2019.