

Aplicação da Distribuição Pearson tipo III na análise de precipitações pluviométricas intensas em Santa Maria, RS

Priscila de Azevedo Mires¹, Amanda Larissa Alves Martins², Gilberto Rodrigues Liska³

Introdução

Existem regiões no estado do Rio Grande do Sul onde ocorrência de chuva é suficiente para as funções agrícolas e manutenção social, porém em outras localidades esta ocorrência não é tão satisfatória a ponto de o fornecimento d'água ser suficiente para as necessidades básicas da população (SILVA et al., 2007).

Nesse sentido, saber estimar com certa precisão as variações meteorológicas é de grande importância, uma vez que viabiliza um planejamento mais preciso nestas regiões. Uma maneira de caracterizar a variabilidade da precipitação pluvial é analisar a distribuição dessa variável. Para isto, é necessária uma análise de distribuição de densidade e testes estatísticos para determinar qual função de distribuição de probabilidade é mais adequada para calcular a probabilidade de ocorrer determinado fenômeno e, assim, estimar um nível de retorno (KIST; VIRGENS FILHO, 2015). A modelagem estatística desses níveis extremos é associada a distribuições de probabilidade, pertencentes a uma classe de distribuições a um ramo da estatística denominada de Teoria de Valores Extremos (TVE) (HARTMANN; MOALA; MENDONÇA, 2011).

O objetivo desse trabalho foi analisar a ocorrência de precipitações pluviais máximas na cidade de Santa Maria – RS por meio das distribuições Generalizada de Valores Extremos, Gumbel e Pearson tipo III e estimar a quantidade de chuva para períodos de retorno de 2, 5, 10, 15, 30, 50 e 100 anos.

Metodologia

Foram analisadas as séries históricas de 1961 a 2018 dos valores diários da precipitação da chuva, registradas na Estação BDMEP do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), em Santa Maria, RS. Para aplicar a teoria de valores extremos à série diária, os dados foram organizados em grupos de períodos mensais e extraído o valor máximo da precipitação da chuva observado de cada série, formando assim, vetores de valores máximos de cada período para cada mês estudado. Foi utilizado o teste de Mann-Kedall para testar a se a série apresenta tendência. A série de máximos foi organizada em duas subséries, sendo uma utilizada para ajustar o modelo probabilístico, correspondendo à série temporal de 1961 a 2002, e a outra correspondendo à série temporal de teste, compreendendo o período de 2003 a 2018. A distribuição Generalizada de Valores Extremos (GVE) tem função de distribuição acumulada de probabilidade dada por:

¹ Acadêmica do curso matemática Licenciatura – UNIPAMPA, Campus Itaqui. Email: priscilamires@gmail.com

² Acadêmica do curso de Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia – UNIPAMPA Campus Itaqui. email: amandamartins2503@gmail.com.

³ Professor de Estatística – UNIPAMPA Campus Itaqui. email: gilbertoliska@unipampa.edu.br.

$$F(x; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\left(\frac{1}{\xi} \right)} \right\} \quad (1)$$

sendo definida em, $-\infty < x < \mu - \sigma/\xi$ para $\xi < 0$, $-\infty < x < \infty$ para ξ tendendo a zero, $\mu - \sigma/\xi < x < \infty$ para $\xi > 0$, sendo μ , σ e ξ os parâmetros de posição, escala e de forma respectivamente com $\sigma > 0$. As distribuições de valores extremos de Fréchet e de Weibull correspondem aos casos particulares de (1) em que $\xi > 0$ e $\xi < 0$, respectivamente. E com $\lim_{\xi \rightarrow 0} F(x)$ tem-se que (1) corresponderá à distribuição de Gumbel. A função de densidade de probabilidade da distribuição GVE é obtida por derivação da expressão em (1) com respeito à variável aleatória x e é definida por:

$$f(x; \mu, \sigma, \xi) = \frac{1}{\sigma} \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\left(\frac{1+\xi}{\xi} \right)} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\left(\frac{1}{\xi} \right)} \right\} \right\} \quad (2)$$

definida em, $-\infty < x < \mu - \sigma/\xi$, para $\xi < 0$ e $\mu - \sigma/\xi < x < \infty$, para $\xi > 0$, e a função de densidade de probabilidade Gumbel é definida por:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp \left\{ - \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) - \exp \left[- \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \right\} \quad (3)$$

que é definida em $-\infty < x < \infty$. A função densidade de probabilidade que representa uma distribuição Pearson Tipo III é dada por:

$$f(x; \mu, \sigma, \xi) = \frac{1}{\sigma \Gamma(\xi)} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{(\xi-1)} \exp \left[- \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \quad (4)$$

onde σ é o parâmetro e escala; ξ , parâmetro de forma e μ , parâmetro de posição.

Os parâmetros dos modelos em (2), (3) e (4) são desconhecidos, mas podem ser estimados a partir da amostra. Foi utilizado o método da Máxima Verossimilhança para obter as estimativas dos parâmetros μ , σ e ξ (OLIVEIRA et al., 2014). Para tal, é pressuposto que as observações sejam independentes e, para verificar essa pressuposição, utilizou-se o teste de Ljung-Box (BEIJO; AVELAR, 2011).

O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) foi utilizado para verificar o ajuste de uma distribuição de probabilidade aos vetores de máximos mensais da precipitação da chuva. No teste de KS as hipóteses de interesse são dadas por H_0 : A função de distribuição da qual a amostra é proveniente segue a função de distribuição GVE ou Gumbel. No caso em que as duas distribuições se ajustaram a um mesmo mês, foi avaliado se ξ é estatisticamente igual a zero na distribuição GVE, o que foi feito por meio do teste da razão de verossimilhança, conforme Liska et al. (2013). Utilizando-se a distribuição Gumbel, GVE e Pearson III com as estimativas dos parâmetros obtidas pelo método da máxima verossimilhança, foram calculadas as probabilidades de níveis máximos da precipitação da chuva ocorrerem e níveis de retorno para determinados períodos de retorno (QUADROS; QUEIROZ; BOAS, 2011). Com a série de teste supracitada, calcularam-se os níveis de retorno estimados (\hat{y}_i) para os referidos anos e obteve-se o erro percentual absoluto médio (EPAM), dado pela seguinte expressão:

$$EPAM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\% . \quad (5)$$

Para a realização das análises foi utilizado o pacote *evd* (STEPHENSON, 2002) do sistema computacional estatístico R (R CORE TEAM, 2017).

Resultados e discussão

A análise de tendência da série mensal de janeiro revelou que a mesma não apresentou tendência, uma vez que a hipótese nula do teste de Mann-Kendall foi aceita ($p\text{-valor} = 0,7853$, tabela 2). A figura 1 contribui para sustentar esse fato, pois a linha de tendência é praticamente constante ao longo dos anos. Considerando os resultados do teste de razão de verossimilhança a 1% de significância pode-se dizer que a distribuição Gumbel é adequada para modelar os dados de precipitação máxima da chuva para o mês de janeiro, já que a hipótese nula do teste foi aceita (TABELA 1).

Tabela 1 - Estimativas dos parâmetros das distribuições GVE, Gumbel e Pearson III estimados para as séries de precipitação máxima (mm) mensal da chuva, nos períodos de 1961 a 2002 e resultado do teste de razão de verossimilhança (Trv) para o mês de janeiro em Santa Maria, RS.

Mês	Distribuição	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	Trv
Janeiro	GVE	35,4412	19,6827	-0,0336	0,7915
	Gumbel	35,0835	19,4692	-	
	Pearson III	-6,5168	11,2169	4,7004	-

Fonte: do autor, 2019

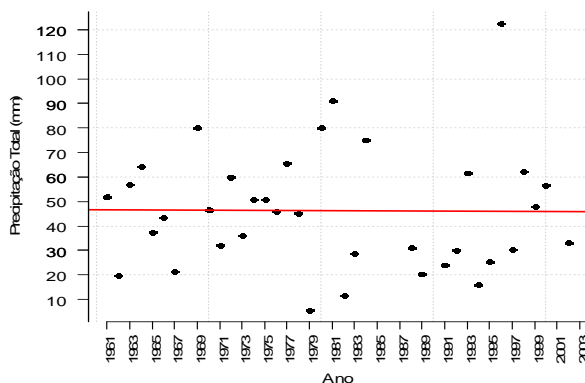


Figura 1 - Série temporal mensal de precipitações pluviométricas máximas do período de 1961 a 2002 do município de Santa Maria, RS.

Fonte: do autor, 2019

Pelo teste de Ljung-Box apresentado na tabela 2, a série mensal é independente no mês de janeiro de cada ano, pois a hipótese nula de independência do teste foi aceita para a série desse mês.

Observando os valores da estatística para o mês de janeiro de cada ano verifica-se que a distribuição de Gumbel se ajusta aos dados, pelo teste de Kolmogorov-Smirnov (TABELA 2). As Figura 2 e 3 complementam esses resultados e pode-se verificar que a distribuição Pearson III apresenta ajuste satisfatório aos dados, pois os gráficos revelam boa concordância entre os valores estimados por esse modelo e os observados.

Tabela 2 - Resultados dos testes de Ljung-box (Q) a 1% de significância e teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) a 5% de significância, para as séries máximas mensais da precipitação da chuva (m.s⁻¹), nos períodos de 1961 a 2002 e de 2003 a 2018, para o mês de janeiro de cada ano, em Santa Maria, RS.

Mês	Mann-Kendall	Q	KS	
			GVE	Gumbel
Jan	0,7853	0,1266	0,9879	0,9717

Fonte: do autor, 2019

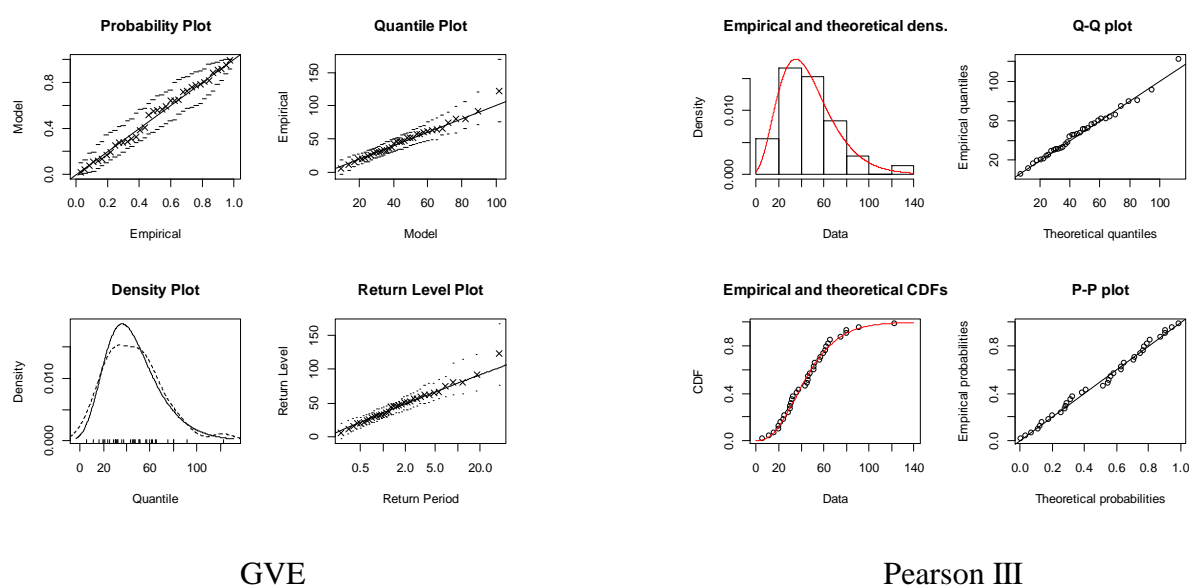


Figura 2 - Gráficos de diagnóstico das distribuições ajustadas às séries máximas chuva, conforme tabela 2.

Fonte: do autor, 2019

Com as distribuições ajustadas, pode-se calcular as probabilidades de determinados níveis de precipitação pluvial ocorrerem. Uma interpretação da tabela 3 pode ser colocada da seguinte forma: a probabilidade de ocorrer uma precipitação pluvial máxima superior a 100 milímetros pela distribuição Generalizada de Valores Extremos é de 3,05% no mês de janeiro.

Tabela 3 - Probabilidade de ocorrência de rajadas máximas mensais da precipitação de chuva, para os meses de Janeiro de cada ano, em Santa Maria, RS.

Mês	Distribuição	>50	>60	>70	>80	>90	>100
Janeiro	Gumbel	0,3717	0,2428	0,1533	0,0948	0,0578	0,0350
	GVE	0,3768	0,2439	0,1510	0,0906	0,0530	0,0305
	Pearson III	0,3684	0,2433	0,1546	0,0953	0,0573	0,0338

Fonte: do autor, 2019

Para complementar o teste de aderência de KS, foram gerados gráficos de quantil-quantil, figura 1, onde é possível perceber que as distribuições se ajustam aos dados, pois os pontos gerados não extrapolam os limites do envelope simulado, em todos os meses analisados.

Com relação aos níveis de retorno, para um período médio de 100 anos, espera-se que ocorra pelo menos uma precipitação pluvial com intensidade superior a 119,33 milímetros (TABELA 4). A figura 4 revela que os níveis de retorno estimados pelos três modelos probabilísticos são bastante próximos.

Tabela 4 - Níveis de retorno de rajadas máximas de chuva no mês de janeiro, em Santa Maria, RS.

Mês	Distribuição	2	5	10	15	30	50	100
Janeiro	Gumbel	42,22	64,29	78,90	87,14	100,97	111,05	124,65
	GVE	42,61	64,23	78,10	85,77	98,40	107,42	119,33
	Pearson III	41,76	64,41	79,02	87,07	100,24	109,24	121,95

Fonte: do autor, 2019

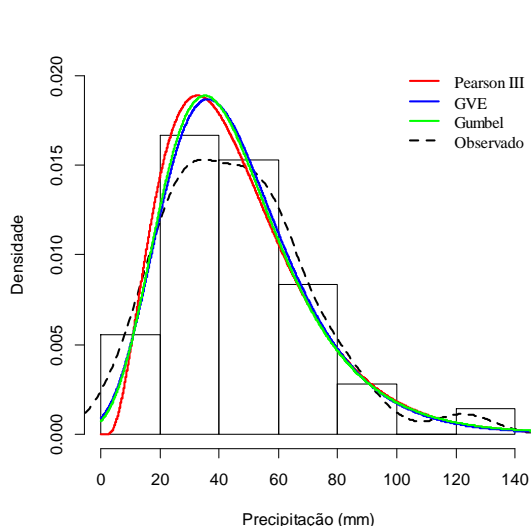


Figura 3 - Histograma das precipitações pluviais máximas do período de 1961 a 2002 do município de Santa Maria, RS e os modelos probabilísticos ajustados.

Fonte: do autor, 2019

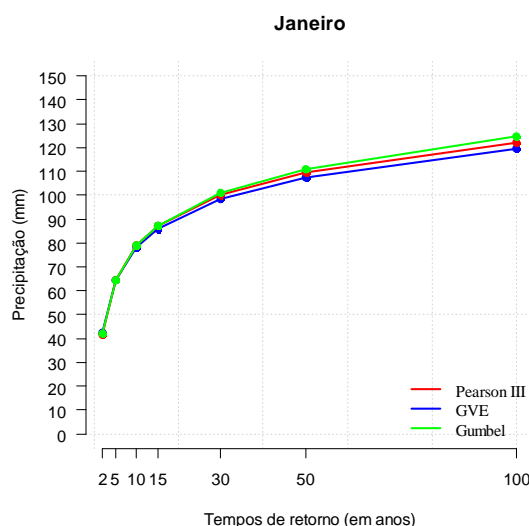


Figura 4 - Níveis de retorno estimados de precipitações pluviais máximas em diversos períodos de retorno segundo os modelos probabilísticos ajustados.

Fonte: do autor, 2019

O erro percentual absoluto médio revelou que a distribuição GVE forneceu níveis de retorno estimados mais precisos, uma vez que os valores estimados foram os mais próximos dos valores observados de precipitação pluvial dos anos de 2003 a 2018.

Tabela 5 - Erro percentual absoluto médio da série de teste, período de 2003 a 2018, em Santa Maria, RS.

Mês	Distribuição		
	Gumbel	GVE	Pearson III
Janeiro	116,9784	115,6389	117,0707

Fonte: do autor, 2019

Pode-se concluir que a distribuição GVE é mais adequada para calcular probabilidades e estimar níveis de retorno para o mês de janeiro em Santa Maria, RS. Em continuação ao trabalho e com vista a determinar o comportamento da precipitação pluvial máxima nesse município, a metodologia proposta será estendida para os outros meses do ano.

Referências Bibliográficas

- BEIJO, L. A.; AVELAR, F. G. Distribuição generalizada de valores extremos no estudo de dados climáticos uma breve revisão e aplicação. *Revista da Estatística da Universidade Federal de Ouro Preto*, v. 1, n. 1, p. 10–16, 2011.
- HARTMANN, M.; MOALA, F. A.; MENDONÇA, M. A. Estudo das precipitações máximas anuais em Presidente Prudente. *Revista Brasileira de Meteorologia*, v. 26, n. 4, p. 561–568, dez. 2011.
- KIST, A.; VIRGENS FILHO, J. S. Análise probabilística da distribuição de dados diários de chuva no estado do Paraná. *Ambiente e Agua - An Interdisciplinary Journal of Applied Science*, v. 10, n. 1, jan. 2015.
- LISKA, G. R. et al. Estimativas de velocidade máxima de vento em Piracicaba – SP via séries temporais e teoria de valores extremos. *Revista Brasileira de Biometria*, v. 31, n. 2, p. 295–309, 2013.
- OLIVEIRA, A. S. DE et al. Aplicabilidade da distribuição GEV ao estudo da precipitação máxima diária anual na região sul de Minas Gerais. *Revista Agrogeoambiental*, v. 6, n. 1, 2014.
- QUADROS, L. E. DE; QUEIROZ, M. M. F. DE; BOAS, M. A. V. Distribuição de frequência e temporal de chuvas intensas. *Acta Scientiarum. Agronomy*, v. 33, n. 3, 22 jun. 2011.
- R CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing Vienna, Austria, 2017. Disponível em: <<http://www.r-project.org/>>
- SILVA, J. C. et al. Análise de distribuição de chuva para Santa Maria , RS Analysis of rainfall distribution for Santa Maria , RS , Brazil. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental Engenharia Agrícola e Ambiental*, 2007.
- STHEPHENSON, A. G. evd: Extreme Value Distributions. *R News*, v. 2, n. 2, p. 31–32, 2002.