

## Modelo de regressão não linear misto no estudo do crescimento de pimenta biquinho

César Gonçalves de LIMA<sup>1</sup>, Simone Daniela Sartorio de MEDEIROS<sup>2\*</sup>, Larissa de Oliveira CHICAGLIONE<sup>3</sup>, Victor Augusto FORTI<sup>2</sup>, Adriano Sebastião dos SANTOS<sup>4</sup>, Fernando Cesar SALA<sup>5</sup>

### INTRODUÇÃO

A pimenta biquinho (*Capsicum chinense*) é uma das mais consumidas no país, sendo originária da bacia amazônica. É de fácil cultivo, tem sabor levemente adocicado e não causa irritação na mucosa nem ardência. Possui cor vermelha intensa, chega a medir 3 centímetros de comprimento e 1,5 centímetros de largura e o formato de gota justifica o seu nome popular. Bastante cultivada na região sudeste, em particular no triângulo mineiro, é um alimento termogênico, rico em vitaminas e minerais, apresenta baixa caloria e é muito consumida “in natura” em saladas, em conserva e em molhos.

Na busca por cultivares uniformes que atendam às exigências dos consumidores os programas de melhoramento genético buscam alelos favoráveis que possam servir de base para o desenvolvimento de novas cultivares (ALLARD, 1971). Os estudos associados à maturação e à definição da colheita de pimentas são relevantes, uma vez que o seu conhecimento pode trazer vantagens econômicas e maximizar a sua produtividade (SEBER; WILD, 2003; VIDIGAL et al., 2009).

Frequentemente, no estudo de curvas de crescimento dos frutos, são utilizados modelos não lineares, cujas funções de crescimento envolvem poucos parâmetros, que em sua maioria são biologicamente interpretáveis. É o caso dos modelos Logístico, von Bertalanfy, de Richards, de Gompertz, dentre outros.

Quando as medidas de crescimento em comprimento, largura, peso, etc. são realizadas repetidamente nas mesmas unidades experimentais, espera-se que sejam correlacionadas entre si e que apresentem heterogeneidade de variâncias ao longo do tempo. Tais aspectos não são admitidos nos modelos não lineares clássicos, que estimam seus parâmetros utilizando o método dos mínimos

---

<sup>1</sup>Docente do ZAB/FZEA/USP, Pirassununga/SP, Brasil.

<sup>2</sup>Docente do DTAiSeR-Ar/CCA da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). CEP: 13600-970, Araras/SP, Brasil, \*E-mail: [sisartorio@ufscar.br](mailto:sisartorio@ufscar.br)

<sup>3</sup>Discente do curso de Bacharelado em Engenharia Agrônoma do CCA/UFSCar, Araras/SP, Brasil.

<sup>4</sup>Mestre do PPG em Agroecologia e Desenvolvimento Rural do CCA/UFSCar, Araras/SP, Brasil.

<sup>5</sup>Docente do DBPVA/CCA/UFSCar, Araras/SP, Brasil.

quadrados ordinários, através de processos iterativos. Uma alternativa recente e bastante eficiente de analisar tais dados envolve o uso de modelos não lineares mistos, com a inclusão de efeitos aleatórios em um ou mais dos parâmetros da função de crescimento escolhida.

No presente trabalho utiliza-se o modelo não linear logístico misto para explicar o crescimento em comprimento e em largura da pimenta biquinho, separadamente, comparando os seus resultados com aqueles obtidos da análise tradicional.

## MATERIAL E MÉTODOS

Os dados de comprimento e largura são oriundos de experimento conduzido em campo utilizando um sistema convencional, na Universidade Federal de São Carlos, Campus Araras, São Paulo, Brasil, realizado no período de março a novembro de 2017. Foram utilizadas mudas da cultivar Biquinho BRS-Moema e das linhagens 37701 e 313605, do Programa de Melhoramento Genético de Pimenta Doce da UFSCar/CCA.

As mudas foram plantadas em canteiros de acordo com um delineamento casualizado em blocos, com 6 repetições e 3 tratamentos (cultivar A, linhagem B e linhagem C). As parcelas experimentais eram constituídas por 10 plantas, sendo as 3 centrais referentes à parcela útil e as demais constituindo a bordadura. As medidas de comprimento e largura dos frutos foram feitas com paquímetro digital eletrônico em dois frutos da região mediana de cada planta. Como não se conhecia o tempo de maturação dos frutos, as avaliações foram conduzidas até a obtenção de duas medidas consecutivas inferiores à medida antecedente. Foram feitas 13 avaliações aos 1, 6, 10, 13, 16, 20, 23, 27, 30, 35, 40, 43 e 47 dias após o momento em que todas as pimenteiras apresentaram dois frutos em sua região mediana.

Utilizou-se o modelo não linear misto como proposto por Lindstrom e Bates (1990) e a função logística para explicar o comportamento das respostas médias. O modelo logístico foi escolhido dentre outros modelos não lineares após a realização de estudos comparativos (CHICAGLIONE et al., 2018). A Tabela 1 apresenta as expressões dos modelos utilizados nos ajustes, para o  $k$ -ésimo fruto ( $k = 1, 2, \dots, 18$ ), no  $j$ -ésimo instante ( $j = 1, \dots, 13$ ), da  $i$ -ésima variedade ( $i = 1, 2, 3$ ), em que  $a_i$  é o valor máximo esperado (assíntota) da resposta;  $b_i$  está relacionado com o intercepto do gráfico e  $k_i$  está relacionado com a taxa média de crescimento da curva da variedade  $i$ . Supõe-se que os erros  $\varepsilon_{ij}$  são *i. i. d* como  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ,  $z_{mik}$  *i. i. d* como  $N(0, \sigma_{z_m}^2)$ ,  $m = 1, 2, 3$  e que  $\varepsilon_{ij}$  e  $z_{mik}$  são não correlacionados entre si.

Tabela 1. Modelos logísticos mistos utilizados no estudo do crescimento da pimenta biquinho

Modelo	Efeito aleatório	Expressão
M0	<i>nenhum</i>	$y_{ijk} = a_i / (1 + \exp(b_i - k_i t_{ij})) + \varepsilon_{ijk}$
M1	<i>a</i>	$y_{ijk} = (a_i + z_{1ik}) / [1 + \exp(b_i - k_i t_{ij})] + \varepsilon_{ijk}$
M2	<i>b</i>	$y_{ijk} = a_i / \{1 + \exp[(b_i + z_{2ik}) - k_i t_{ij}]\} + \varepsilon_{ijk}$
M3	<i>k</i>	$y_{ijk} = a_i / \{1 + \exp[b_i - (k_i + z_{3ik}) t_{ij}]\} + \varepsilon_{ijk}$

Nos ajustes dos modelos não lineares utilizou-se o procedimento `nlmixed` do SAS®, com o método de integração via quadratura de Gauss-Hermite, técnica de otimização quase-Newton e estimativas iniciais obtidas pelo procedimento `nlin` do SAS®. A inclusão de efeitos aleatórios nos parâmetros foi sugerida nos gráficos de perfis individuais de resposta. Na comparação entre modelos encaixados utilizou-se o teste da razão de verossimilhanças (PINHEIRO e BATES, 2000) e para modelos não encaixados, foram utilizados os critérios baseados nas estatísticas AIC (AKAIKE, 1974) e BIC (SCHWARZ, 1978). Após a seleção do melhor modelo, os tratamentos foram comparados através de contrastes ortogonais e uma estatística F aproximada (Cox, 1998).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os perfis individuais indicam a presença de heterogeneidade na variabilidade das respostas e evidentes diferenças nas suas respostas máximas (assíntotas), o que justificam o uso de modelos não lineares mistos.

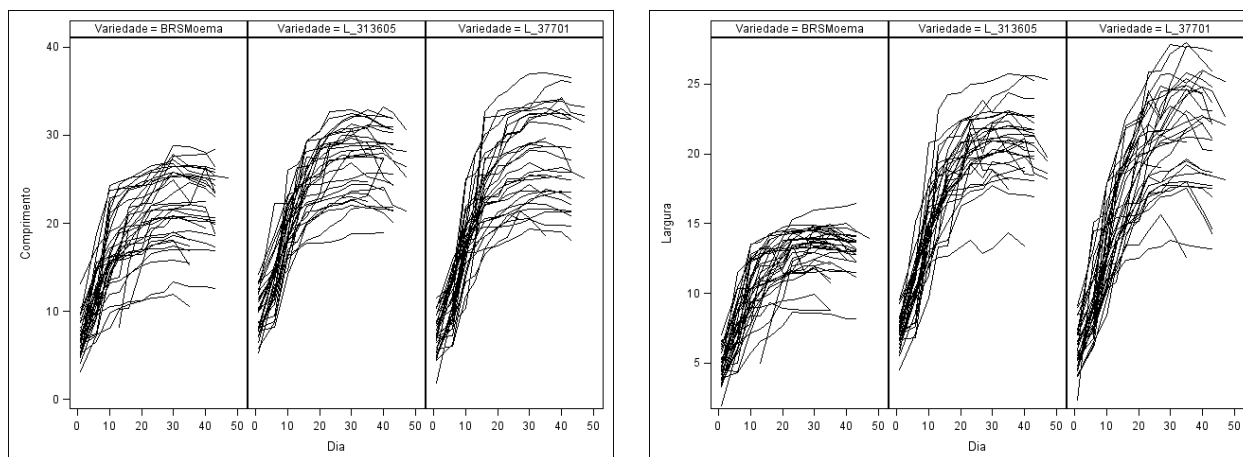


Figura 1. Perfis individuais do comprimento e da largura dos frutos de pimenta biquinho ao longo do período experimental.

As estatísticas dos ajustes dos quatro modelos (Tabela 2) indicam que o modelo que melhor explica o crescimento médio em comprimento e largura dos frutos, a heterogeneidade de variâncias e a correlação entre as medidas repetidas foi o modelo M1, que inclui efeito aleatório na assíntota. Este modelo apresenta os menores valores de AIC e BIC e  $p$ -valor  $< 0,05$  para o teste da razão de verossimilhanças, quando comparado com o modelo clássico (M0).

Tabela 2. Estatísticas de ajuste dos modelos não lineares aos dados de comprimento e largura da pimenta biquinho

Modelo	Comprimento (mm)			Largura (mm)		
	-2log(ver)*	AIC	BIC	-2log(ver)	AIC	BIC
M0	6089,2	6109,2	6159,2	5033,1	5053,1	5053,3
M1	4787,1	4809,1	4837,1	3964,5	3986,5	3986,8
M2	5936,6	5958,6	5986,7	4879,7	4901,7	4901,9
M3	5400,1	5422,1	5450,2	4378,8	4400,8	4401,0

\*log(ver) é o logaritmo neperiano da função de máxima verossimilhança do modelo.

Na Tabela 3 percebem-se algumas diferenças nos  $p$ -valores das comparações entre as variedades de pimenta utilizando o modelo M1 e o modelo clássico (M0), que é tradicionalmente usado nos estudos de curvas de crescimento. As diferenças são mais frequentes nas comparações entre as taxas médias de crescimento ( $k$ ).

Tabela 3. Comparações entre os parâmetros dos modelos M0 e M1 para as três variedades de pimenta biquinho.

Hipótese(*)	Comprimento do fruto (mm)					
	$a$		$b$		$k$	
	M0	M1	M0	M1	M0	M1
$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$	<0,0001	<0,0001	0,0059	<0,0001	0,7485	0,1487
$\theta_1 = (\theta_2 + \theta_3)/2$	<0,0001	<0,0001	0,1198	0,0039	0,8245	0,5945
$\theta_2 = \theta_3$	0,8256	0,9302	0,0042	<0,0001	0,4669	0,0607
Hipótese(*)	Largura do fruto (mm)					
	$a$		$b$		$k$	
	M0	M1	M0	M1	M0	M1
$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$	<0,0001	<0,0001	0,0093	<0,0001	0,4385	0,0037
$\theta_1 = (\theta_2 + \theta_3)/2$	<0,0001	<0,0001	0,0581	0,0014	0,3731	0,0180
$\theta_2 = \theta_3$	0,0817	0,2439	0,0184	<0,0001	0,3879	0,0240

\* os parâmetros genéricos  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$  devem ser substituídos pelos parâmetros  $a_i, b_i$  e  $k_i, i = 1, 2$  e  $3$ .

As comparações realizadas no modelo M1 indicaram que as taxas de crescimento em comprimento das três variedades são iguais entre si ( $k_1 = k_2 = k_3$ ), bem como nas assíntotas dos gráficos das linhagens 37701 e 313605 ( $a_2 = a_3$ ). Quanto ao crescimento dos frutos em largura, as comparações indicaram somente que as assíntotas dos gráficos das linhagens 37701 e 313605 são iguais ( $a_2 = a_3$ ). Os testes da razão de verossimilhanças comparando os modelos reduzidos pelas restrições indicadas nas hipóteses e o modelo completo, para comprimento e largura, resultaram não significativos ( $p\text{-valor} > 0,10$ ), favorecendo os modelos reduzidos e confirmando os resultados obtidos com o teste F para os contrastes.

Tabela 4. Estimativa e erro padrão dos parâmetros das curvas logísticas médias para o comprimento e largura da pimenta biquinho, por variedade.

Variedade	Comprimento do fruto (mm)					
	<i>a</i>	<i>e.p.</i>	<i>b</i>	<i>e.p.</i>	<i>k</i>	<i>e.p.</i>
BRS Moema	21,7297	0,7119	0,8910	0,0446	0,1809	0,0038
L-37701	27,2799	0,5217	1,2968	0,0402	0,1809	0,0038
L-3136605	27,2799	0,5217	0,9550	0,0399	0,1809	0,0038

Variedade	Largura do fruto (mm)					
	<i>a</i>	<i>e.p.</i>	<i>b</i>	<i>e.p.</i>	<i>k</i>	<i>e.p.</i>
BRS Moema	13,0410	0,4409	0,7901	0,0697	0,1893	0,0101
L-37701	21,3292	0,3244	1,1726	0,0407	0,1561	0,0045
L-3136605	21,3292	0,3244	0,9084	0,0444	0,1712	0,0056

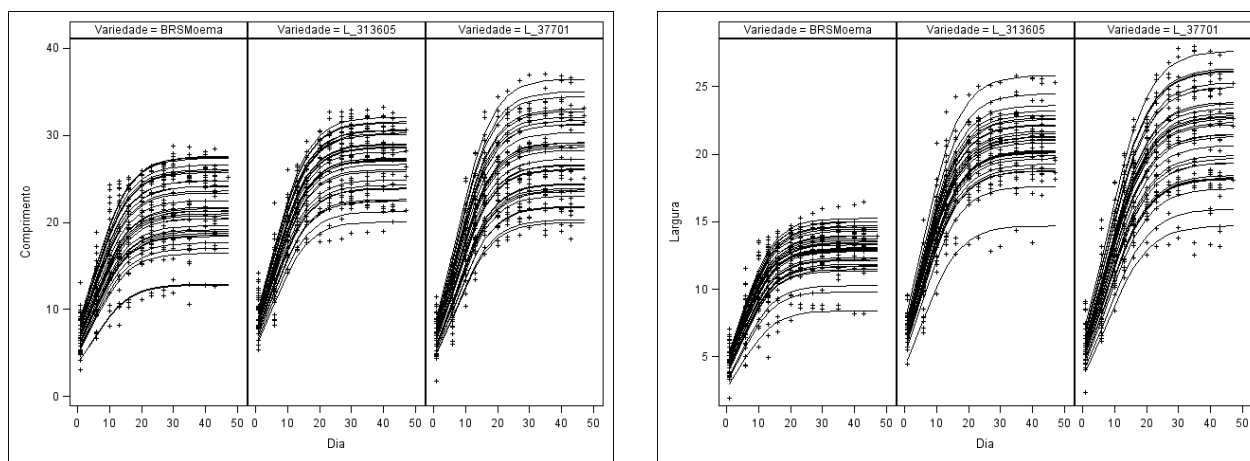


Figura 2. Ajuste final dos modelos logísticos mistos aos dados de comprimento e largura de frutos da pimenta biquinho.

As estimativas dos parâmetros dos modelos finais (Tabela 4) evidenciam que as taxas de crescimento em comprimento da cultivar e das duas linhagens são iguais entre si e que, quando maduros, os frutos das duas linhagens L-37701 e L-3136605, que ainda estão em processo de melhoramento genético, são mais compridas e mais largas que os frutos da cultivar BRS Moema. A boa qualidade do ajuste é evidenciada na Figura 2.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo logístico misto explicou melhor a variabilidade do comprimento e da largura dos frutos ao longo do tempo e produziu alterações importantes nas conclusões finais em comparações envolvendo a cultivar BRS Moema e as linhagens L-37701 e L-3136605, devendo ser utilizado em substituição ao modelo logístico clássico.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKAIKE, H. New look at statistical-model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. Ac19, n. 6, p. 716-723, 1974.
- CHICAGLIONE, L. O.; SARTORIO, S. D.; MAESTRE, M. R.; SANTOS, A. S.; FORTI, V. A. Crescimento de pimenta biquinho por modelos não lineares. In: 63.a RBRAS, 2018, Curitiba/PR. Anais da 63.a RBRAS. Curitiba/PR, 2018. v. 1.
- LINDSTROM, M. J.; BATES, D. M. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data, **Biometrics**, 46, 673-687. 1990.
- PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-Plus**. New-York: Springer-Verlag. 2000. 528 p.
- SAS Institute Inc. 2011. **SAS/STAT® 9.3 User's Guide**. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- SEBER, G.; WILD, C. **Nonlinear Regression**.: Wiley, 2003. Disponível em: <<https://pt.scribd.com/document/201764424/Nonlinear-Regression-Seber-Wild-2003>> Acesso em: 06 junho 2018.
- SCHWARZ, G. Estimating dimension of a model. **Annals of Statistics**, Hayward, v. 6, n. 2, p. 461-464, 1978.
- VIDIGAL, D. S.; DIAS, D. C. F. S.; PINHO, E. V. R.; DIAS, L. A. S. Alterações fisiológicas e enzimáticas durante a maturação de sementes de pimenta (*Capsicum annuum* L.). **Rev. Bras. sementes** [online]. 2009, vol.31, n.2, pp.129-136.