

## Exámen 2

Cova Pacheco, Felipe de Jesús

**Problema 1.** Considere  $f \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  dada por

$(x, y) \in f$  si y sólo si  $y = x^2$  si  $x \geq 0$ ,  $y = x$  si  $x \leq 0$

Conteste argumentando ampliamente las siguientes preguntas:

i.  $f$  es reflexiva?

ii.  $f$  es simétrica?

iii.  $f$  es transitiva?

iv.  $f$  es de equivalencia?

v. Calcule  $f[1]$ ,  $[1]f$ ,  $f[-2]$  y  $[-2]f$ .

vi.  $f$  es función?

vii.  $f$  es inyectiva?

viii.  $f$  es suprayectiva?

ix.  $f$  es biyectiva?

x. Calcule  $f[[-1, 1]]$ ,  $f^{-1}[f[[-1, 1]]]$ ,  $f^{-1}[[[-1, 1]]]$ ,  $f[f^{-1}[[[-1, 1]]]]$  considerando al intervalo  $[-1, 1]$  como unión de los intervalos  $[-1, 0]$  y  $[0, 1]$ .

*Demostración.* i) Reflexiva:

La función no es reflexiva, ya que por ejemplo  $f(2) = 2^2 = 4$  y  $f(4) = 4^2 = 16$

Por lo tanto no es reflexiva.

□

*Demostración.* ii) Simétrica:

Para toda  $x$ ,  $f(-x) = f^{-1}(x)$ , entonces

$f(-2) = -2$  y  $f(2) = 2^2 = 4$

□

*Demostración.* iii) Transitiva:

$f(2 * 3) = (2 * 3)^2 = 6^2 = 36$

$f(3 * 1) = (3 * 1)^2 = 3^2 = 9$ , ent.  $f(2 * 1) = (2 * 1)^2 = 4$

i.e. la función no cumple la propiedad de la transitividad.

Como por ejemplo

$f(2) = 2^2 = 4$  y  $f(4) = 4^2 = 16$

$f(2) \neq f(16)$

□

*Demostración.* iv) Equivalencia:

No es de equivalencia, ya que no cumple con ninguna de las tres propiedades, reflexiva, simétrica y transitiva.

□

*Demostración.* vi)

Si es función, porque es una relación y cumple que es inyectiva

porque para toda  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = y$  y  $y \in \mathbb{R}$

□

*Demostración.* vii)

Es inyectiva, porque para toda  $x \in \mathbb{R}$  existe un único  $y \in \mathbb{R}$

que es diferente de  $f(x) = y$

y por lo tanto  $f(x_0) = f(x_1)$  y a cada valor de  $y$  le corresponde uno y sólo un valor de  $x$

□

*Demostración.* viii)

Si es suprayectiva, porque el rango de la función es igual al dominio. En otras palabras, todo  $y$  tiene un valor en el dominio.

□

*Demostración.* ix)

Si es biyectiva porque cumple que es inyectiva y suprayectiva.

□

**Problema 2.** *Pregunta de rescate:*

*Con la reforma política de la Ciudad de México, los habitantes podrán elegir a sus autoridades municipales, antes delegacionales. Será esta la primera vez que los habitantes de la Ciudad de México podrán elegir a sus autoridades municipales?*

*Demostración.* No, no será la primera vez, hace veinte años ya sucedía.

□