
**Análise térmica de canais de Poiseuille:
Comparação de abordagem semi analítica com
numérica (MFSim) e DNS**

Felipe José Oliveira Ribeiro



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA

Uberlândia
2022

Felipe José Oliveira Ribeiro

**Análise térmica de canais de Poiseuille:
Comparação de abordagem semi analítica com
numérica (MFSim) e DNS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Programa de Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia como parte dos requisitos para a obtenção do título de bacharel em engenharia aeronáutica.

Área de concentração: Engenharia Aeronáutica

Orientador: Aristeu da Silveira Neto

Uberlândia
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFU, MG, Brasil.

A474m Sobrenome, Nome do aluno, 1979-

2014 Título do Trabalho / Nome e Sobrenome do aluno. - 2014.
81 f. : il.

Orientador: Nome do Orientador.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de
Pós-Graduação em Ciência da Computação.
Inclui bibliografia.

1.Computação - Teses. 2. Simulação (Computadores) - Teses. I. Sobrenome, Nome do
orientador. II. Universidade Federal de Uberlândia. Programa de Pós-Graduação em Ciência da
Computação. III. Título.

CDU: 681.3

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Os abaixo assinados, por meio deste, certificam que leram e recomendam para a Faculdade de Computação a aceitação da dissertação intitulada "**Título do trabalho**" por **Nome do aluno** como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Ciência da Computação**.

Uberlândia, ____ de _____ de ____

Orientador: _____
Prof. Dr. Nome do orientador
Universidade Federal de Uberlândia

Coorientador: _____
Prof. Dr. Nome do coorientador
Universidade Federal de Uberlândia
(quando houver)

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Membro da banca 1
Instituição de Ensino Superior

Prof. Dr. Membro da banca 2
Instituição de Ensino Superior

Agradecimentos

Agradeço, a cima de tudo, à minha família, por me apoiar por todos esses anos e nunca medir esforços ao ajudar minha trajetória acadêmica e profissional. Agradeço também aos grandes mestres que tive, em especial, ao professo Aristeu da Silveira Neto, por me guiar por muitos anos em um caminho de aprendizado e evolução. Também é oportuno agradecer a todas as instituições envolvidas nos trabalhos de pesquisa que pavimentaram o caminho até este trabalho. O laboratório de mecânica dos fluidos (MFLab) da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). PETROBRAS, CNPq, CAPES e FAPEMIG que contribuíram financeiramente com trabalhos acadêmicos de grande importância na minha trajetória. Finalmente agradeço aos meus colegas, ao amor da minha vida e à todas as pessoas queridas que sempre trazem alegria e conforto para os meus dias.

Resumo

No presente trabalho o autor desenvolve uma abordagem semi-exata para análise térmica em escoamentos turbulentos de Poiseuille. Parametriza-se o modelo com base nos métodos descritos em (RIBEIRO; NETO, 2020), em seguida, compara-se os resultados com os de métodos numéricos advindos do MFSim e DNS. O modelo físico consistiu em um canal entre placas planas infinitas de fluxo térmico constante que variam linearmente de temperatura no sentido da corrente, resultando em um regime estatisticamente permanente para os perfis de temperatura e velocidade. A parametrização do número de Prandtl turbulento e da constante de Cebeci foram modificadas visando a obtenção de melhor acurácia quando comparada com a solução em DNS. Os resultados foram validados com simulações no MFSim e casos simulados via DNS, constatando-se forte concordância.

Palavras-chave: mecânica dos fluidos, CFD, ensino de engenharia, métodos numéricos, equações de Navier Stokes, turbulência.

Abstract

In the present paper the author develops a semi-exact approach for thermal analysis in turbulent Poiseuille flows. The model is parameterized based on the methods described in (RIBEIRO; NETO, 2020), then the results are compared with the numerical methods derived from MFSim and DNS. The physical model consisted of a channel between two infinite flat plates of constant heat flux that vary linearly in temperature in the streamwise direction, resulting in a statistically steady regime for the temperature and velocity profiles. The parameterization of the turbulent Prandtl number and the Cebeci constant were modified in order to obtain better accuracy when compared to the DNS solution. The results were validated with simulations in MFSim and cases simulated via DNS, showing strong agreement.

Keywords: Turbulent Prandtl number, Cebeci's constant, Turbulent Poiseuille flow, Genetic algorithm, DNS..

Lista de ilustrações

Figura 1 – Relógio de água de Ctesibius, visualização criada pelo arquiteto francês Claude Perrault	19
Figura 2 – Definição geométrica e condições de contorno.	21
Figura 3 – Representação geométrica da separação entre os valores médios e as flutuações.	22
Figura 4 – Campo de temperatura média no canal de Poiseuille. O perfil de temperatura no canal aumenta linearmente na direção do fluxo.	23
Figura 5 – Campo de velocidade média no canal de Poiseuille. O perfil se mantém constante na direção do fluxo.	23

Lista de tabelas

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Motivação	17
1.2	Perspectiva histórica	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1	Modelo físico	21
2.2	Modelo matemático diferencial	21
2.2.1	O estudo dos comportamentos médios	22
2.2.2	O regime permanente térmico	23
3	ENSAIOS NUMÉRICOS	25
3.1	Caso da esfera	25
3.2	Caso do canal de Poiseuille	25
3.3	Caso da cavidade com tampa deslizante	25
3.4	Caso da cavidade com convecção natural	25
4	CONCLUSÃO	27
4.1	Principais Contribuições	27
	REFERÊNCIAS	29

Introdução

1.1 Motivação

A mecânica dos fluidos é um tópico muito estudado no meio acadêmico. O assunto permeia conceitos abstratos e de formulação matemática complexa (O.; HASAN, 2007). A natureza não linear desse tipo de fenômeno (SOMMERER; OTT; TÉL, 1997) dificulta uma solução matemática contínua. Consequentemente, na grande maioria dos casos, métodos numéricos tornam-se necessárias para o entendimento dos fenômenos. Quando Simulações Numéricas Diretas (DNS) não são uma opção, aproximações devem ser feitas para que se viabilize a solução das equações de Navier-Stokes, como modelos de fechamento da turbulência, ajustes e aproximações.

Não somente em trabalhos científicos, a fluido-dinâmica tem grande valor acadêmico para estudantes nos cursos de graduação em engenharia, dada a extensa lista de aplicações industriais (SERT; NAKIBOGLU, 2007). Exemplos são numerosos, como o estudo da combustão, aerodinâmica de veículos e aeronaves, climatologia, oceanografia, dentre outros. Mas, haja vista a complexidade do tema, não é uma tarefa simples a compreensão dos conceitos mais abstratos que envolvem geometrias complexas e turbulência. Apesar disso, estas são partes essenciais do assunto, uma vez que se aproximam de casos práticos na indústria.

O maior motivador de vasta gama de aplicações é que a mecânica dos fluidos permite o aumento na eficiência de processos mecânicos, como, por exemplo, no caso das máquinas térmicas. As transformações energéticas tem como subproduto energia térmica. Tirar essa energia do sistema de forma eficiente resulta em ganho energético e aumento da longevidade dos equipamentos. Dessa forma, depender somente da difusão não é uma opção, o estudo da mecânica dos fluidos torna-se essencial na retirada dessa energia via advecção. Por esse motivo e muitos outros, tem-se o estudo da mecânica dos fluidos como um dos grandes pilares da busca atual da indústria por eficiência energética e sustentabilidade.

Como a turbulência resulta em um sistema dinâmico não linear, é impossível determi-

nar uma solução algébrica para a maioria dos casos. Para estes, a abordagem numérica é empregada, discretizando-se o espaço e o tempo. Resolver tais sistemas lineares requer enorme poder computacional, uma vez que o número de elementos necessários para simular adequadamente o fenômeno é muito grande. RANS, URANS e LES são alternativas. Eles consistem em não resolver numericamente a equação de Navier-Stokes em todas as escalas necessárias, mas em vez disso substituir alguns tensores e outros termos não lineares por aproximações conceituais e experimentais.

Tais métodos são importantes porque oferecem uma solução de forma bem mais eficiente. A abordagem DNS (Simulação Numérica Direta) exige um alto trabalho computacional, pois considera todas as escalas de complexidade, nem mesmo sendo possível ou viável na maioria dos casos (KAWAMURA; ABE; SHINGAI, 2000), como explicado no trabalho de H. Kawamura, H. Abe e Yuichi Matsuo (H.; H.; M., 1999). Mas, por outro lado, esses métodos aproximados resultam em imprecisões matemáticas.

O MFSim é uma ferramenta desenvolvida no Laboratório de Mecânica dos Fluidos pelo programa de pós-graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Ele vem sendo desenvolvido de forma contínua a 12 anos e busca oferecer soluções computacionais a problemas de dinâmica dos fluidos de forma computacional, fazendo o uso dos métodos anteriormente citados. Neste trabalho, o software é utilizado em uma análise comparativa entre seus resultados com os obtidos de forma semi analítica com a metodologia aqui descrita.

Dessa forma, no presente trabalho, os autores, a partir de métodos ativos de ensino (RAY; BHASKARAN, 2013), desenvolvem um método semi-analítico para simular o escoamento em canais de Poiseuille (POISEUILLE, 1846) entre duas placas planas. Os resultados desse método são então comparados com resultados de ensaios em DNS e no programa de simulação fluidodinâmica MFSim.

1.2 Perspectiva histórica

O estudo da mecânica dos fluidos tem origem na relação do homem com a água, que foi sempre um recurso vital e determinante na sobrevivência dos povos. Começou formalmente com Archimedes que desenvolveu as leis da flutuação, que postulam que a força responsável por fazer um objeto flutuar é igual à massa do volume deslocada de dita substância (DIJKSTERHUIS, 2014). Em sequência tem-se a escola alexandrina onde se desenvolveram bombas hidráulicas sendo também estudadas diversas aplicações de escoamentos confinados, como o relógio de água de Ctesibius (Fig. 1).

Após isto, durante a idade média houveram os estudiosos islâmicos que desenvolveram pesquisas no campo da hidro-estática. Foi observada a diferença de peso entre água doce, salgada, quente e fria, calculando-se a massa específica das substâncias (HILL, 1984). Então houveram grandes mestres como Benedetto Castelli, Evangelista Torricelli

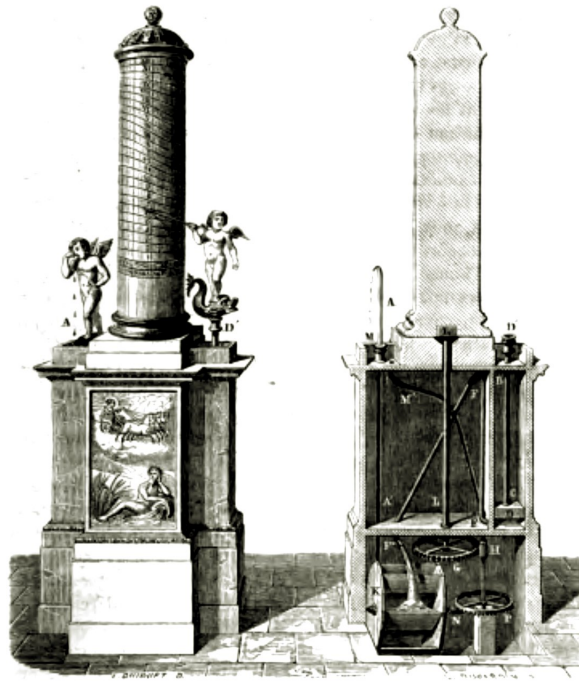


Figura 1 – Relógio de água de Ctesibius, visualização criada pelo arquiteto francês Claude Perrault

Fonte: ARAGO (2012, Fig. 16 et 17.)

e Blaise Pascal que desenvolveram seus estudos formais sobre o tema e avançaram de forma significativa a compreensão sobre o comportamento da pressão e o movimento dos fluidos em uma série de experimentos bem documentados.

Houveram, então, os estudos de Isaac Newton, onde ele descreve fluidos incompressíveis e as forças viscosas que governam seu movimento a baixos números de Reynolds (NETO, 2018). Em seus estudos ele descreve a relação que existe entre o esforço de cisalhamento e o gradiente de velocidade, definindo assim os chamados fluidos newtonianos:

$$\tau = \mu \frac{du}{dx} \quad (1)$$

Além da viscosidade, Newton também estudou ondas e orifícios em reservatórios de água. Suas contribuições para o cálculo, conservação de energia e movimento também foram determinantes para os grandes pensadores que seguiram com o estudo do tema.

Outro grande pensador foi Daniel Bernoulli. Ele estudou a transformação de energia da velocidade dos fluidos em pressão (BERNOULLI, 1727), relacionando a energia interna às diferenças de velocidade e energia potencial gravitacional:

$$\frac{1}{2}\rho u^2 + P + \rho * g * h = ctt. \quad (2)$$

Assim teve-se uma compreensão mais completa sobre o comportamento dos fluidos em escoamentos confinados.

Tais estudos acadêmicos culminaram com os estudos de Claude-Louis Navier e George Gabriel Stokes, que desenvolveram as equações de Navier-Stokes, que, baseadas na conservação de energia conseguem descrever o movimento dos fluidos newtonianos:

$$\rho \vec{g} - \nabla \vec{p} + \eta \cdot \nabla^2 \vec{u} = \rho \cdot \left(\vec{u} \cdot \nabla \vec{u} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) \quad (3)$$

As formulações de Navier-Stokes são equação diferenciais parciais, cuja solução exata nunca foi encontrada para casos gerais. É possível, a partir de simplificações e ajustes, desconsiderar alguns termos de forma a se conseguir soluções exatas para casos suficientemente simples (CENGEL; GHAJAR, 2006). Mas a simplicidade desses casos os tornam pouco aplicáveis em problemas reais de engenharia.

Um exemplo de sistema simplificado é o escoamento de Poiseuille (POISEUILLE, 1846). Nele, tem-se um escoamento Newtoniano e laminar entre duas placas planas infinitas de distância h . Para este caso, é possível se conseguir uma solução analítica para o perfil de velocidade que pode ser descrito pela equação que segue:

$$u(y) = \frac{G}{2\mu} y(h - y). \quad (4)$$

Onde G é um gradiente de pressão constante no sentido da corrente ($G = -\frac{dp}{dx}$), e μ é o coeficiente de viscosidade.

Para casos turbulentos também é possível se checar em um resultado, mas não de forma analítica.

Fundamentação Teórica

2.1 Modelo físico

O problema abordado foi o do canal de Poiseuille. Ele pode ser definido como um escoamento em canal, com apenas uma dimensão finita no eixo y . Duas placas infinitas são definidas, perpendiculares ao eixo y . Nelas, o escoamento atinge velocidade igual a zero (condição de não deslizamento) e estão em regime de fluxo térmico constante. O eixo z é definido como auto-similar tanto na velocidade quanto na temperatura, resultando em um domínio plano (Fig.3). O escoamento foi considerado incompressível e o fluido foi considerado newtoniano. O fluido escoa, em média, somente na direção do eixo x . Os números de Reynolds ($Re = \frac{2R\bar{U}}{\nu}$) variam de 4560 a 41441, resultando em um regime turbulento.

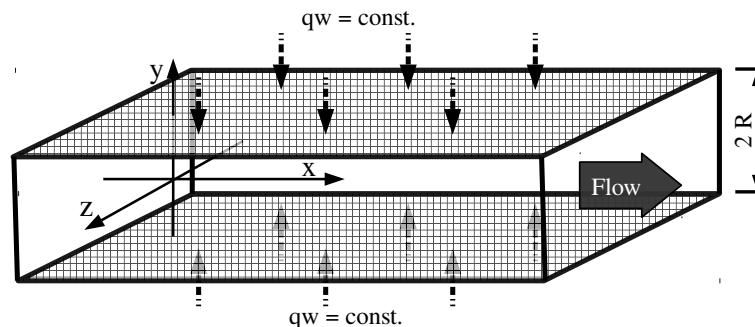


Figura 2 – Definição geométrica e condições de contorno.

Estas foram as suposições feitas para o problema proposto, que serão consideradas no modelo matemático diferencial adiante.

2.2 Modelo matemático diferencial

A formulação matemática do problema foi baseada nas equações de continuidade, de Navier-Stokes (CENGEL; GHAJAR, 2006), e na equação de transporte de energia

térmica:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) + \frac{\partial}{\partial z}(wT) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (7)$$

Sendo necessária esta definição para adimensionalização.

$$q_{conv.} = \dot{m} C_p \Delta T_m. \quad (8)$$

2.2.1 O estudo dos comportamentos médios

Para simplificar o sistema, foi feito um tratamento estatístico nas equações. Cada grandeza foi dividida entre valor médio e flutuação da seguinte forma:

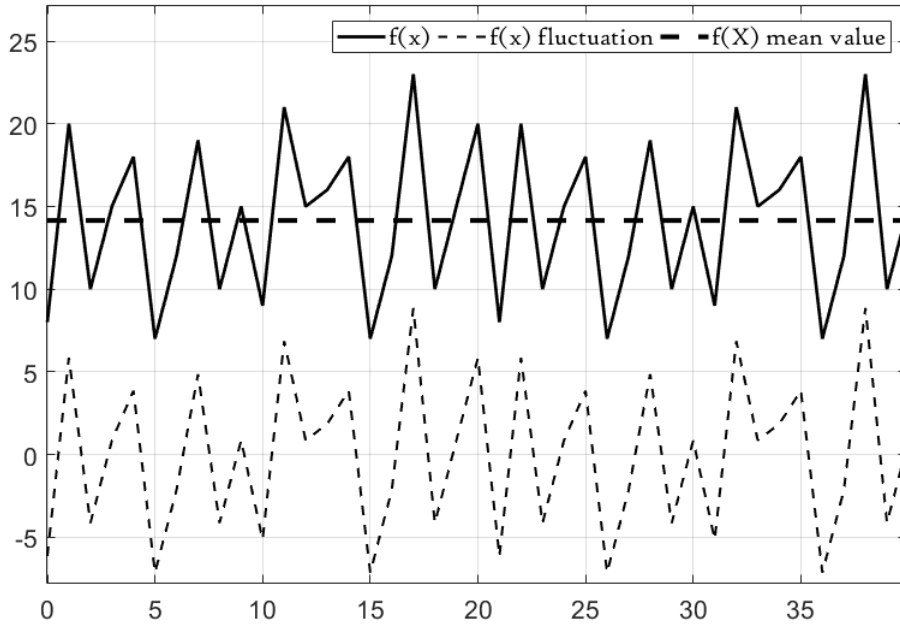


Figura 3 – Representação geométrica da separação entre os valores médios e as flutuações.

Dessa forma, aplicando as simplificações, obtêm-se as equações médias da continuidade (Eq.9), de Navier-Stokes (Eq.10) e de balanço de energia (Eq.11) são apresentadas adiante:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right), \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\overline{T'u'}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\bar{T}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{T'v'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}\bar{T}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right). \quad (11)$$

Sendo \bar{u} e \bar{v} as velocidades médias e u' e v' as flutuações na velocidade nos eixos x e y , ρ a massa específica, \bar{p} a pressão média, ν a viscosidade cinemática, \bar{T} a temperatura média, T' a flutuação na temperatura e α a difusividade térmica.

O método, independente da variável do tempo e baseado em comportamentos médios, é caracterizado como um exemplo de metodologia RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes).

2.2.2 O regime permanente térmico

O campo de velocidade média atinge um regime completamente desenvolvido e estatisticamente permanente no canal (Fig. 5), mas o mesmo não ocorre para o campo de temperatura, pois um fluxo térmico constante é imposto sobre as paredes resultando no fato de que a temperatura continua aumentando no domínio, nunca se estabilizando.

Outra diferença entre os dois domínios é o fato de que o perfil de velocidade mantém-se constante no sentido do fluxo. Isso possibilita que o sistema seja representado unidimensionalmente, simplificando drasticamente as formulações matemáticas. O mesmo não pode ser dito para o campo de temperatura média, as temperaturas aumentam linearmente no sentido do fluxo (Fig. 4):

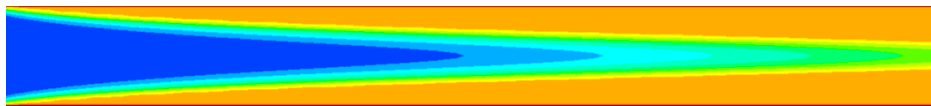


Figura 4 – Campo de temperatura média no canal de Poiseuille. O perfil de temperatura no canal aumenta linearmente na direção do fluxo.

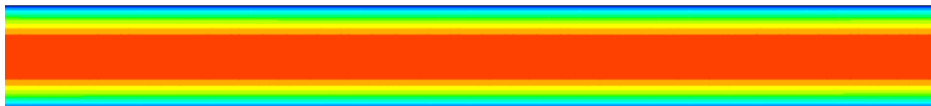


Figura 5 – Campo de velocidade média no canal de Poiseuille. O perfil se mantém constante na direção do fluxo.

In a effort to simplify the solution, the thermal configuration was studied with a thermal energy balance (Eq. 12).

$$q_{conv.} = \dot{m} C_p \Delta T_m, \quad (12)$$

Where $q_{conv.}$ is the heat from convection, \dot{m} the mass flux, C_p the specific heat capacity and T_m is the average temperature in a cross-section.

$$2q_w b \Delta x = \dot{m} C_p \Delta T_m, \quad (13)$$

Ensaaios numéricos

3.1 Caso da esfera

3.2 Caso do canal de Poiseuille

3.3 Caso da cavidade com tampa deslizante

3.4 Caso da cavidade com convecção natural

Conclusão

Neste trabalho foi desenvolvido um manual para guiar os alunos dos cursos de graduação no aprendizado de mecânica dos fluidos. A prática e o ensino ativo é estimulado com casos canônicos que introduzem o aluno aos temas centrais da matéria. O software utilizado foi o MFGui, que é a interface gráfica do MFSim, programa de computação fluido-dinâmica desenvolvido nos últimos 10 anos na Universidade Federal de Uberlândia. Espera-se que, com este guia, o ensino de mecânica dos fluidos torne-se mais acessível e instrutivo.

4.1 Principais Contribuições

A linguagem tem como objetivo ser convidativa e simples, com capítulos em formato de receita, concebido em passos claros e objetivos, com explicações teóricas para justificar cada instrução.

Referências

ARAGO, F. *Astronomie populaire*. 2012.

BERNOULLI, D. *Theoria nova de motu aquarum per canales quoscunque fluentium. Commentarii Academiae scientiarum Petropolitanae*, v. 2, p. 111–125, 1727. Disponível em: <<https://cir.nii.ac.jp/crid/1570009750104671360>>.

CENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. First edition. [S.l.]: McGraw-Hill series in mechanical engineering, 2006.

DIJKSTERHUIS, E. **Archimedes**. Princeton University Press, 2014. (Princeton Legacy Library). ISBN 9781400858613. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=Vvj_AwAAQBAJ>.

H., K.; H., A.; M., Y. Dns of turbulent heat transfer in channel flow with respect to reynolds and prandtl number effects. **Elsevier**, Tokio, Japan, 1999.

HILL, D. **A History of Engineering in Classical and Medieval Times**. Routledge, 1984. Disponível em: <<https://doi.org/10.4324/9781315800110>>.

KAWAMURA, H.; ABE, H.; SHINGAI, k. Dns of turbulence and heat transport in a channel flow with different reynolds and prandtl numbers and boundary conditions. **Turbulence, Heat and Mass Transfer 3, (Proc. of the 3rd International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer)**, 2000.

NETO, A. da S. **Turbulência nos fluidos, textbook of the post graduate mechanical engineering course of federal university of Uberlândia**. [S.l.]: Uberlândia, Brazil, 2018.

O., B.; HASAN. Turbulent prandtl number and its use in prediction of heat transfer coefficient for liquids. **Nahrain University, College of engineering Journal (NUCEJ) Vol.10, No.1**, 2007.

POISEUILLE, J. L. M. **Recherches experimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de tres-petits diametres**. 1846. Memoires presentes par divers savants a l'Academie Royale des Sciences de l'Institut de France.

RAY, B.; BHASKARAN, R. **Integrating Simulation into the Engineering Curriculum: A Case Study**. 2013. *International Journal of Mechanical Engineering Education*, 41(3):269-280.

RIBEIRO, F. J. O.; NETO, A. da S. Thermal analysis of turbulent poiseuille flows. **INTERNATIONAL JOURNAL OF EMERGING TECHNOLOGY AND ADVANCED ENGINEERING**, v. 10, 2020. ISSN 22502459. Disponível em: <https://ijetae.com/files/Volume10Issue3/IJETAE_1003_01.pdf>.

SERT, C.; NAKIBOGLU, G. **Use Of Computational Fluid Dynamics (Cfd) In Teaching Fluid Mechanics Paper presented.** 2007. Annual Conference & Exposition, Honolulu, Hawaii. 10.18260/1-2-2351.

SOMMERER, J.; OTT, E.; Tél, T. **Modeling Two-Dimensional Fluid Flows with Chaos Theory.** 1997. Johns Hopkins APL Technical Digest, volume 18, number 2.