Questão 6

Coeficientes de forças aerodinâmicas podem ser obtidas a partir da integral do coeficiente de pressão e do coeficiente skin fricção, onde:

$$C_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2 = 1 - \left(-2\sin\theta - \frac{\Gamma}{2\pi R V_\infty}\right)^2$$

$$\text{or} \qquad C_p = 1 - \left[4\sin^2\theta + \frac{2\Gamma\sin\theta}{\pi R V_\infty} + \left(\frac{\Gamma}{2\pi R V_\infty}\right)^2\right] \qquad (3.126)$$

Logo, o coeficiente de arrasto pode ser obtido da seguinte forma:

$$c_d = c_a = \frac{1}{c}\int_{\text{LE}}^{\text{TE}} (C_{p,u} - C_{p,l})\,dy$$

$$\text{or} \qquad c_d = \frac{1}{c}\int_{\text{LE}}^{\text{TE}} C_{p,u}\,dy - \frac{1}{c}\int_{\text{LE}}^{\text{TE}} C_{p,l}\,dy \qquad (3.127)$$

Passando para cooedenadas polares, onde:

$$y = R\sin\theta \qquad dy = R\cos\theta\,d\theta \qquad (3.128)$$

E notando que c=2R, temos o coeficiente de arrasto:

$$c_d = \frac{1}{2}\int_{\pi}^{0} C_{p,u}\cos\theta\,d\theta - \frac{1}{2}\int_{\pi}^{2\pi} C_{p,l}\cos\theta\,d\theta \qquad (3.129)$$

Obs: Na primeira integral, seus limites percorrem a superfície superior do cilindro (do bordo de ataque – pi - ao bordo de fuga – 0-). Na segunda integral seus limites percorrer a superfície inferior do cilindro.

Como Cp,u e Cp,l são dados pela mesma expressão analítica de Cp. A equação 3.129 pode ser escrita da seguinte forma:

$$c_d = -\frac{1}{2}\int_{0}^{\pi} C_p\cos\theta\,d\theta - \frac{1}{2}\int_{\pi}^{2\pi} C_p\cos\theta\,d\theta$$

$$\text{or} \qquad c_d = -\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi} C_p\cos\theta\,d\theta \qquad (3.130)$$

Lembrando que:

$$\int_0^{2\pi}\cos\theta d\theta = 0 \qquad \int_0^{2\pi}\sin^2\theta\cos\theta d\theta = 0 \qquad \int_0^{2\pi}\sin\theta\cos\theta d\theta = 0$$

Substituindo a eq. 3.126 na 3.130, é obtido Cd=0. Ou seja, o arrasto em um cilindro de fluxo incompreensível e invíscido é 0, independente do fato de haver rotação, havendo simetria em relação ao plano vertical.

Da mesma forma, pode ser obtido o coeficiente de sustentação sobre um cilindro. Como é mostrado a seguir:

Partindo do coeficiente de sustentação Cl

$$c_l = c_n = \frac{1}{c}\int_0^c C_{p,l}\,dx - \frac{1}{c}\int_0^c C_{p,u}\,dx \qquad (3.133)$$

Passando para coordenadas polares, onde tem-se:

$$c_l = -\frac{1}{2}\int_\pi^{2\pi} C_{p,l}\sin\theta\,d\theta + \frac{1}{2}\int_\pi^{0} C_{p,u}\sin\theta\,d\theta \qquad (3.135)$$

Como dito anteriormente, Cp,l e Cp,u são dadas pela mesma expressão que Cp, logo:

$$c_l = -\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} C_p\sin\theta\,d\theta \qquad (3.136)$$

Fazendo as devidas substituições, obtivemos:

$$c_l = \frac{\Gamma}{RV_\infty}$$

Nota-se que o coeficiente de sustentação é diretamente proporcional ao valor da intensidade do vórtice.

Da definição de cl , a sustentação por unidade de envergadura L' pode ser obtida da seguinte expressão:

$$L' = q_\infty S c_l = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S c_l$$

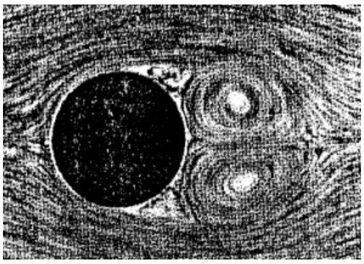
Para uma área planificada S = 2R, temos:

$$L' = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2\, 2R\,\frac{\Gamma}{RV_\infty}$$

E finalmente: $\boxed{L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma}$

Assim, foi obtido a sustentação por unidade de envergadura de um cilindro circular com circulação Γ, sendo ela diretamente proporcional à circulação. (Teorema de Kutta-Joukowski).

A previsão de arrasto é nulo, porém ela pode alterar pois existem efeitos viscosos causam atrito superficial que por sua vez induz a separação do escoamento que gera arrasto; No caso do coeficiente de sustentação, devido aos efeitos viscosos, há a formação de uma zona de recirculação na esteira do cilindro, gerando o arrasto. Como pode ser notado a seguir:



O atrito entre o fluido e a superfície do cilindro tende a “arrastar” o fluido para próximo da superfície na mesma direção do movimento rotativo. Ocorrendo assim uma superposição do escoamento “arrastado” e o escoamento da corrente livre, contribuindo para um aumento da velocidade na região superior do cilindro;

Considera-se que esse efeito é fora da região da camada limite do cilindro, observa-se que a medida que a velocidade aumenta a pressão diminui. Portanto, essa alteração no campo de pressão causa uma força líquida na direção vertical – força de sustentação;