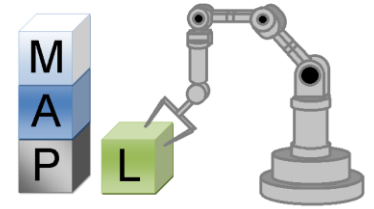


---

# Fundamentos Estatísticos para Análise Estática de Instrumentos – Parte 2

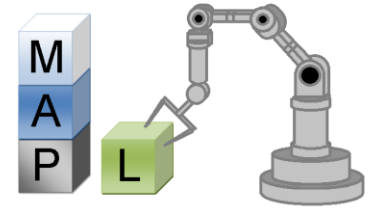
Prof. Jean Tavares

# SUMÁRIO



- Introdução
- Características Estáticas de Instrumentos
  - Sensibilidade;
  - Resolução;
  - Incerteza
  - Linearidade estática;
  - Limiar;
  - Histerese.
- Calibração de Instrumentos

# Introdução

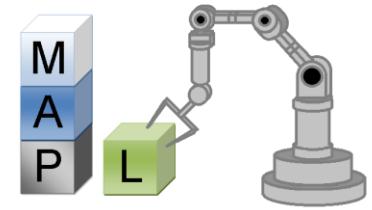


## Caracterização Estática de Instrumentos:

- Desempenho em estado estacionário
- Estabelece relação entre a Grandeza a ser Medida e o Sinal de Saída do Sensor
- É preciso definir as características de instrumentos que sirvam para descrever suas propriedades fundamentais, para satisfazer as especificações de uma determinada aplicação.

# Introdução

## Exemplo: LM35



LM35

SNIS159G – AUGUST 1999 – REVISED AUGUST 2016

### LM35 Precision Centigrade Temperature Sensors

#### 1 Features

- Calibrated Directly in Celsius (Centigrade)
- Linear + 10-mV/°C Scale Factor
- 0.5°C Ensured Accuracy (at 25°C)
- Rated for Full -55°C to 150°C Range
- Suitable for Remote Applications
- Low-Cost Due to Wafer-Level Trimming
- Operates from 4 V to 30 V
- Less than 60-μA Current Drain
- Low Self-Heating, 0.08°C in Still Air
- Non-Linearity Only ±¼°C Typical
- Low-Impedance Output, 0.1 Ω for 1-mA Load

#### 3 Description

The LM35 series are precision integrated-circuit temperature devices with an output voltage linearly-proportional to the Centigrade temperature. The LM35 device has temperature sensors that is not required to subtract from the output to scale. The LM35 device requires no external calibration or accuracies of ±¼°C at over a full -55°C to 150°C cost is assured by trim wafer level. The low-output and precise inherent characteristics make interfacing to

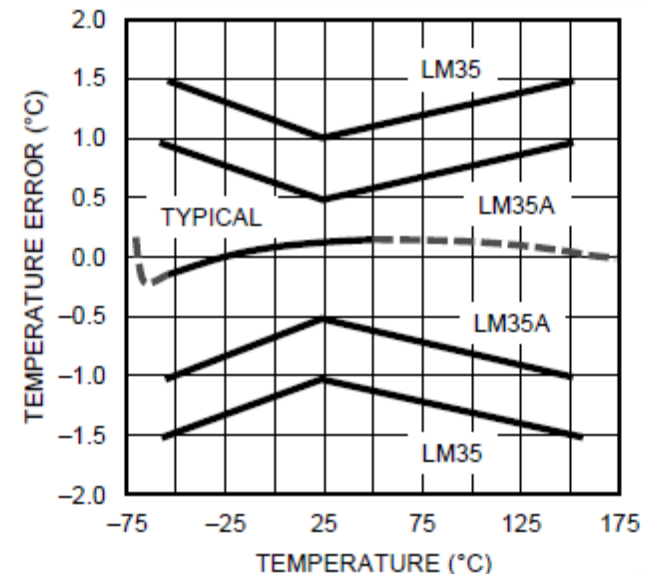
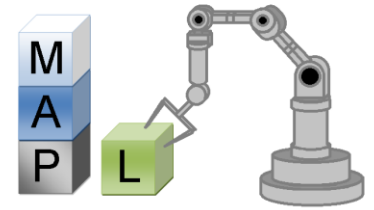


Figure 8. Accuracy vs Temperature (Ensured)

# Características Estáticas Sensibilidade



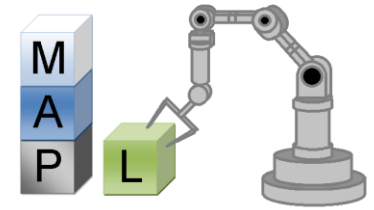
- A sensibilidade  $Se$  de um instrumento é a variação do valor da saída em estado estacionário  $q_o$  provocado por uma variação da variável da entrada  $q_i$ , também em estado estacionário.

$$Se = q_o / q_i$$

$Se$  independente de  $q_i \rightarrow$  Comportamento Estático Linear

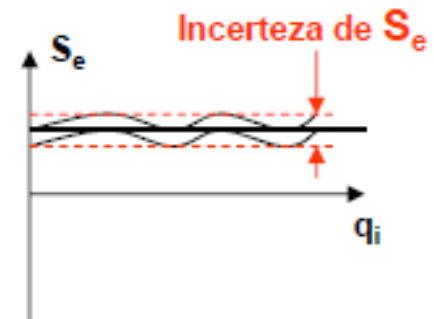
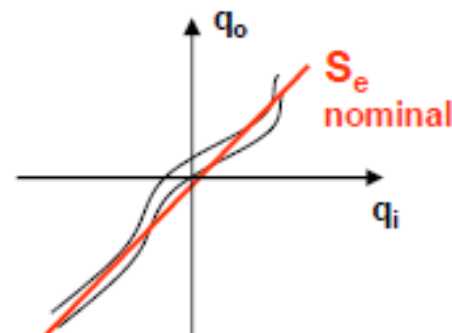
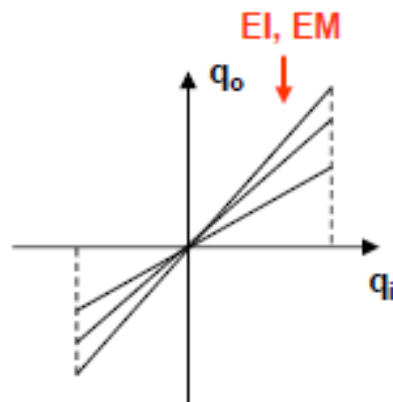
$Se$  dependente de  $q_i \rightarrow$  Comportamento Estático Não Linear

# Características Estáticas Sensibilidade

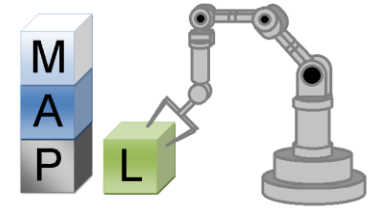


$$S_e(q_i) = \frac{dq_o}{dq_i} = \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \frac{\Delta q_o}{\Delta q_i}$$

Entradas de **INTERFERÊNCIA** e **MODIFICADORAS (EI, EM)** alteram a sensibilidade  **$S_e$**



# Características Estáticas Sensibilidade - Exemplo



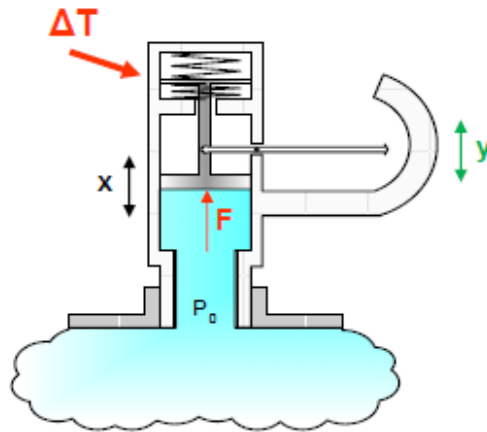
## EXEMPLO: SM de PRESSÃO

Entrada:  $P_o$

Saída:  $y$

$$\longrightarrow S_e = \frac{y}{P_o} = \frac{a}{b K A} \longrightarrow \text{Independente de } P_o$$

INFLUÊNCIA da variação da **TEMPERATURA AMBIENTE**:



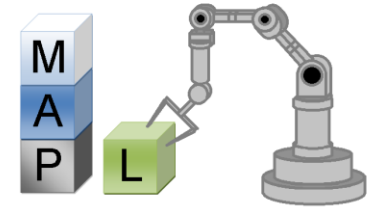
**DERIVA do ZERO:**

Com  $P_o = 0$ :  $\Delta T$  provoca dilatação da escala, da alavanca, da mola, gerando a saída  $y \neq 0$

**MUDANÇA da SENSIBILIDADE**

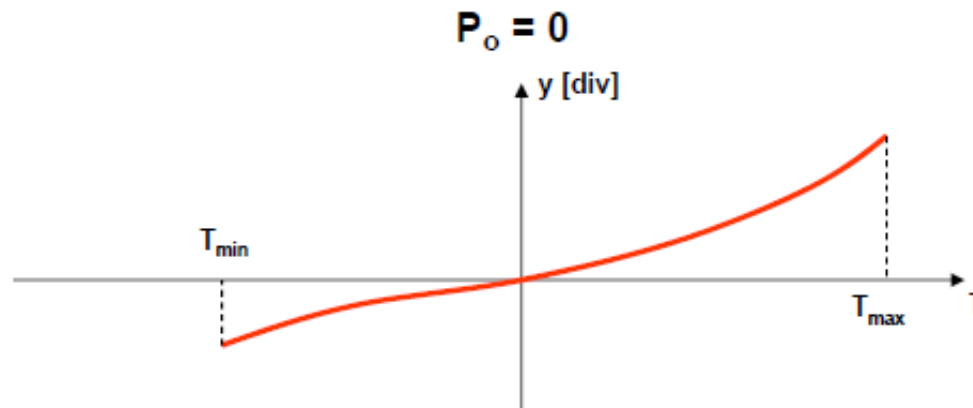
$\Delta T$  provoca dilatação da escala, da alavanca, da mola, gerando  $\Delta S_e \neq 0$

# Características Estáticas Sensibilidade - Exemplo



**ENSAIO 1:** Manter  $P_o = 0$  e variar a temperatura  $T$  dentro da faixa de temperaturas ambientes  $[T_{\max}, T_{\min}]$  previstas para uso do SM.

Os ensaios feitos em CÂMARA de temperatura CONTROLADA.

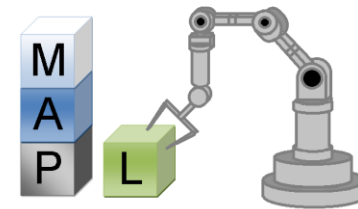


**CORREÇÃO:**

- Dividir a escala (y) de acordo com a variação acima.
- Aplicar algoritmo de correção da medida (y) em função de  $T$



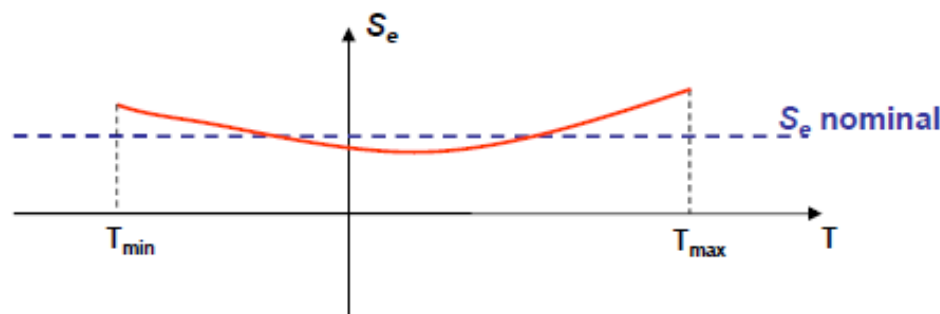
# Características Estáticas Sensibilidade - Exemplo



**ENSAIO 2:** para cada valor de  $P_o$  na faixa  $[P_{max}, P_{min}]$  variar a temperatura  $T$  dentro da faixa de uso do SM  $[T_{max}, T_{min}]$

Os ensaios são realizados, para cada valor de  $P_o$ , em uma câmara de temperatura controlada.

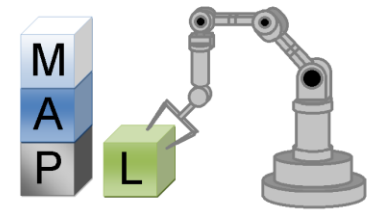
Resultam → FAMÍLIAS de curvas  $y(T) = S_e(T) \cdot P_o(T) \rightarrow S_e(T)$



A sensibilidade NOMINAL pode ser estimada estatisticamente com o intervalo de confiança especificado para o SM.

# Características Estáticas

## Fundo de Escala e Resolução

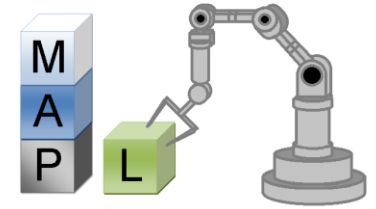


- **FAIXA DE OPERAÇÃO (RANGE)**: Intervalo da entrada definido por  $[q_{imin}, q_{imax}]$  para o qual o SM mantém suas **ESPECIFICAÇÕES** de funcionamento (sensibilidade estática, linearidade, incertezas, etc). Se o módulo dos limites do **RANGE** são **IGUAIS** eles são denominados **FUNDO DE ESCALA ( $\pm FS$ )**
- **RESOLUÇÃO**: menor variação de  $q_i$  que pode ser OBSERVADA em  $q_o$ .
- Um **SM ANALÓGICO** tem teoricamente **RESOLUÇÃO ZERO**. Porém, interferências (atritos, folgas, induções eletromagnéticas, etc.) **DEGRADAM** sua resolução.
- Um **SM DIGITAL** tem resolução **FINITA** correspondente ao menor **INCREMENTO DIGITAL** que pode ser observado em  $q_o$ .

# Características Estáticas

## Fundo de Escala e Resolução

---



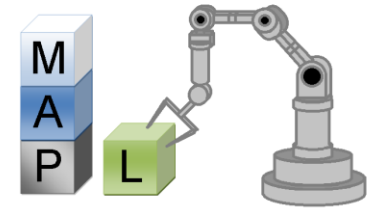
O Arduino, por exemplo, trabalha com 10 bits. Nesse caso, as entradas tem resolução de  $1/2^{10}$

Se o sensor de temperatura avalia uma faixa de operação de 0 a 100°C, qual a variação de entrada mínima para obter uma alteração da temperatura do sensor?

# Características Estáticas

## Fundo de Escala e Resolução

---



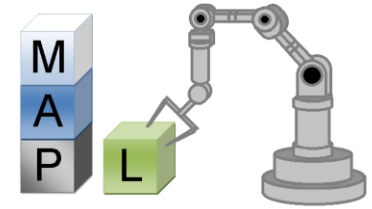
O Arduino, por exemplo, trabalha com 10 bits. Nesse caso, as entradas tem resolução de  $1/2^{10}$

Se o sensor de temperatura avalia uma faixa de operação de 0 a 100°C, qual a variação de entrada mínima para obter uma alteração da temperatura do sensor?

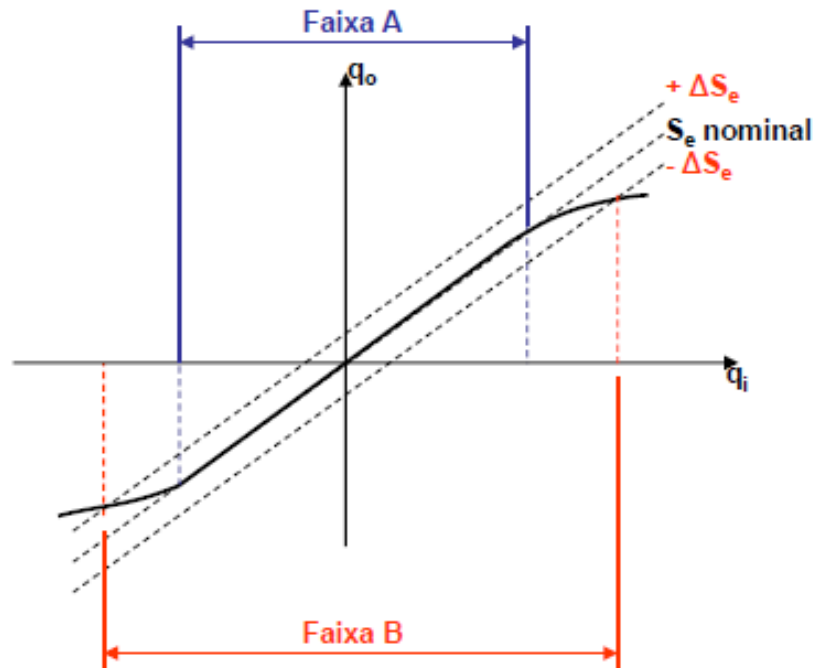
*R.:  $x$  ----- 1*

$$100 \text{ ----- } 1024 \quad \Rightarrow \quad x = 100/1024 = 0,097^{\circ}\text{C}$$

# Características Estáticas Faixa Linear



- **FAIXA LINEAR:** SUBINTERVALO da faixa de operação na qual  $q_o = S_e q_i$ , com  $S_e$  **ADMITIDA CONSTANTE** =  $S_e$  nominal, dentro de uma TOLERÂNCIA especificada para o SM.



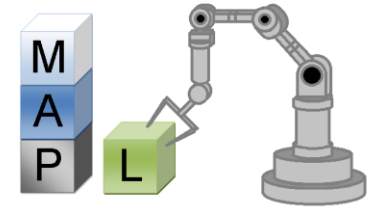
**Faixa A:**  $S_e = S_e$  nominal

→ Erro NULO

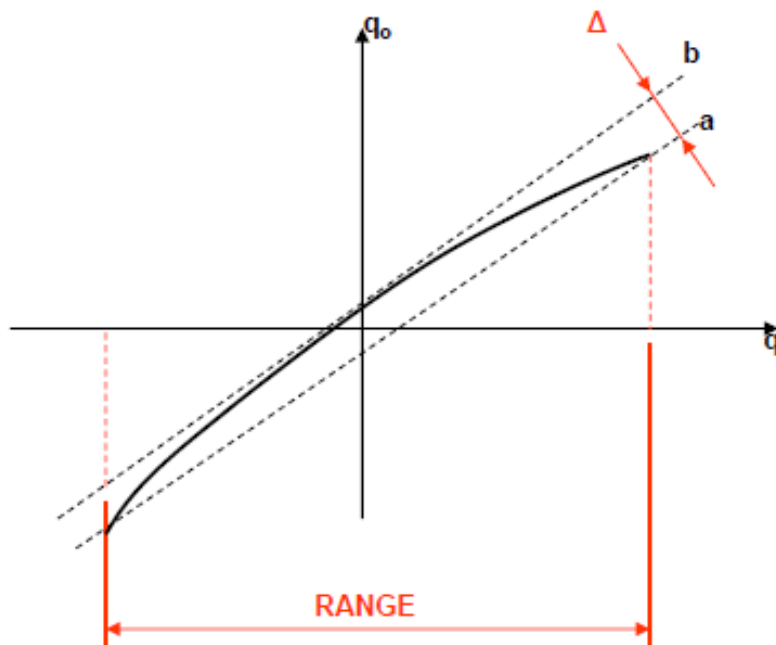
**Faixa B:**  $S_e \neq S_e$  nominal

→ Erro limitado a  $\pm \Delta S_e$

# Características Estáticas Não Linearidade Terminal



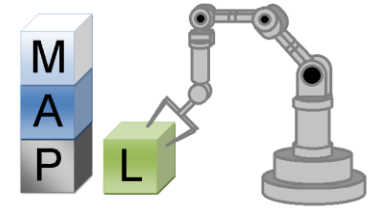
- **NÃO LINEARIDADE TERMINAL:** Incerteza **MÁXIMA** calculada na faixa de operação da SM. Construir a reta (a) e reta (b) // (a) e TANGENTE à curva de resposta do SM, passando pelo ponto que resulta o máximo  $\Delta$ .



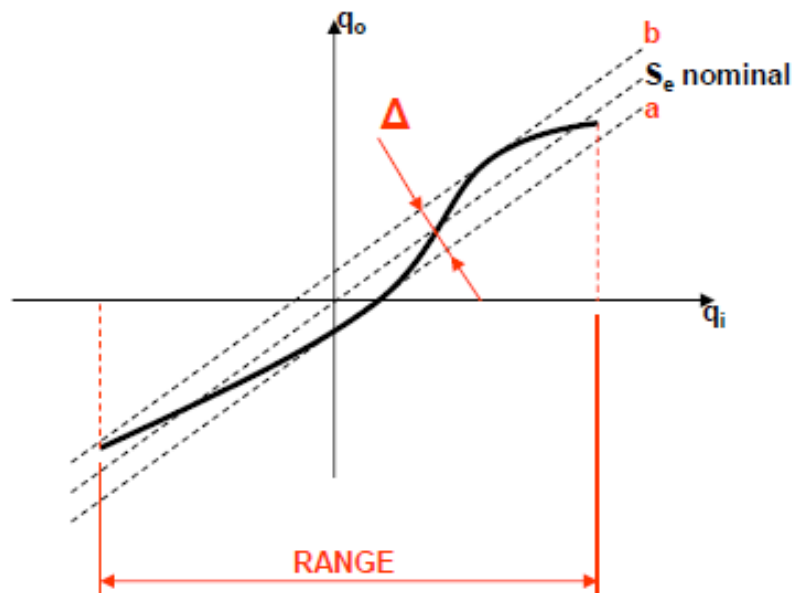
$S_e$  é determinada pela inclinação da reta (a)

A INCERTEZA devida à NÃO LINEARIDADE é  $\Delta$ .

# Características Estáticas Não Linearidade Relativa



- **NÃO LINEARIDADE RELATIVA À RETA DE REGRESSÃO:** Incerteza **MÁXIMA** calculada na faixa de operação da SM. Construir as retas (a) e (b) paralelas à reta de REGRESSÃO obtida a partir das medições de  $q_i$  e  $q_o$ , passando pelos pontos que resultam o **MÁXIMO  $\Delta$** .



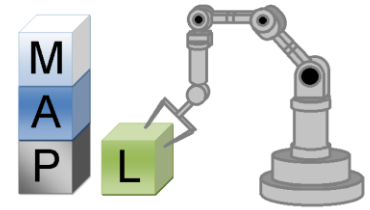
$S_e$  nominal é determinada pela inclinação da **RETA DE REGRESSÃO**

A **INCERTEZA** devida à **NÃO LINEARIDADE** é  $\Delta$ .



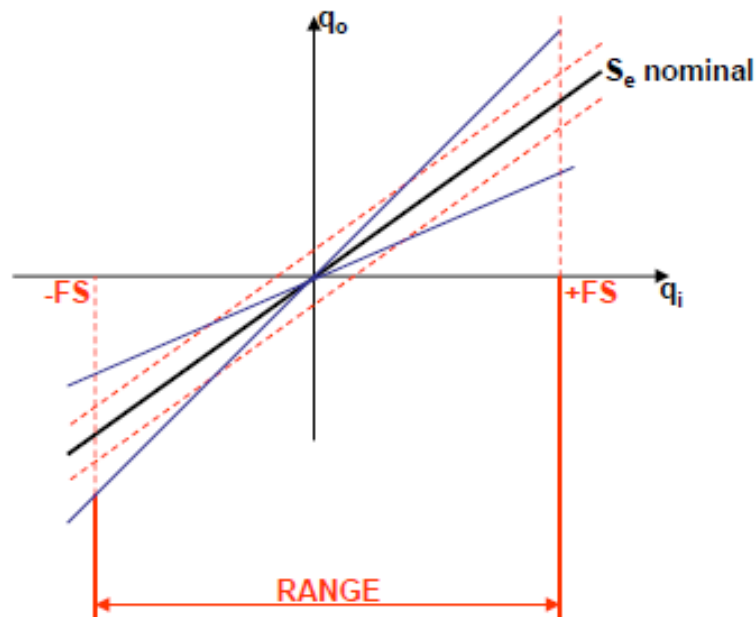
# Características Estáticas

## Incerteza: Valor Entrada



Porcentagem do Fundo de ESCALA: **B% de FS**

Porcentagem do VALOR da ENTRADA: **A% de  $q_i$**



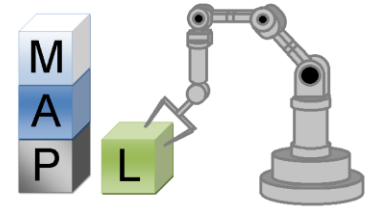
Usa-se o valor da INCERTEZA que for **MAIOR** para cada valor de  $q_i$  no **RANGE** do SM.

Alguns SM comerciais utilizam a especificação da incerteza por uma **SUPERPOSIÇÃO** dos dois critérios:

$$\Delta (q_i) = \mathbf{B\% FS} \pm \mathbf{A\% q_i}$$



# Características Estáticas Resolução e Incerteza



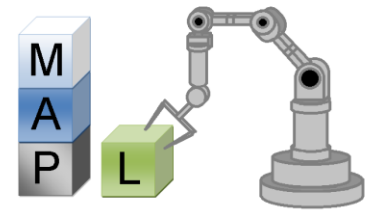
- A **RESOLUÇÃO** do **SM** pode ter valores diferentes para cada nível da entrada  $\rightarrow R = R(q_i)$ . Esta característica é determinada em ensaios realizados fixando valores de  $q_i$  e aplicando variações  $\Delta q_i$ . O menor valor de  $\Delta q_i$  que gera  $\Delta q_o$  é a resolução.
- Alguns **FABRICANTES** fornecem o valor da **RESOLUÇÃO** expresso em Porcentagem do Fundo de Escala (%FS).

Exemplo: Célula de carga de FS = 500 N com resolução melhor que 1% de FS  $\rightarrow$  a **RESOLUÇÃO** é igual a 5 N.

# Características Estáticas

## Resolução e Incerteza

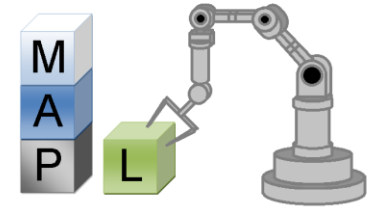
---



- A **INCERTEZA** de um SM expressa os limites do intervalo de confiança (95%) para a medida indicada. O valor depende do Fundo de Escala e das características construtivas do SM.

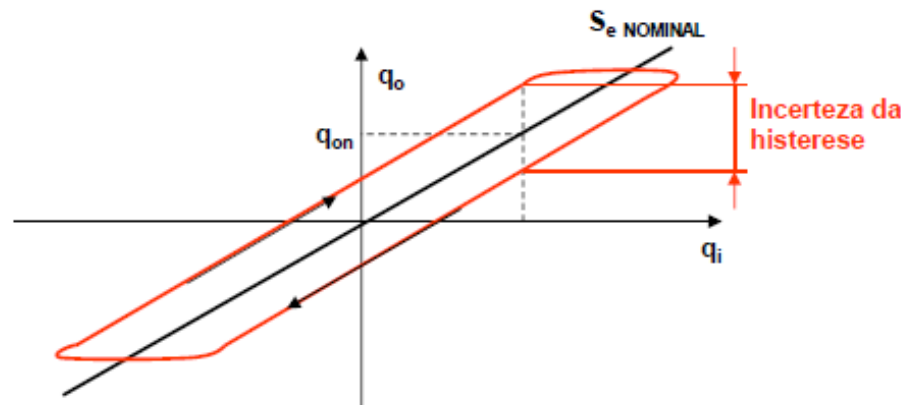
Exemplo: **VOLTÍMETRO HP 3456A de 6 DÍGITOS:** para **FS = 1 V**  
**INCERTEZA =  $\pm 0.0012\%$  da leitura + 5 contagens (do LSD = sexto dígito)  $\rightarrow$  Até 1 V DC:  $I = 0.000012 \text{ V} + 0.000005 = 0.000017 \text{ V}$ .**

# Características Estáticas Limiar e Histerese

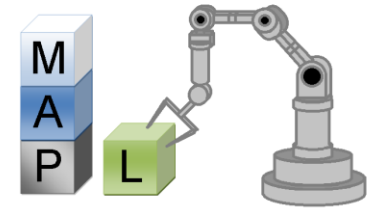


- **LIMIAR (Threshold)**: Menor valor de  $q_i$  a partir do **ZERO** que pode ser detectado na saída do SM. Este é o valor da RESOLUÇÃO para  $q_i = 0$

- **HISTERESE**: Diferença entre a saída  $q_o$  do SM para cada entrada  $q_i$  quando esta é atingida de forma **CRESCENTE** ou **DECRESCENTE**. Esta característica produz uma incerteza no valor de  $q_o$ , sendo provocadas por deformações, atritos viscosos e secos, amortecimento interno ou propriedades elétricas e magnéticas dos componentes do SM.



# Calibração Estática

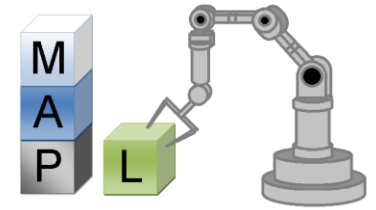


Procedimento experimental para determinar a Função de Transferência efetiva do SM, comparando a medida  $q_o$  com o **VALORES PADRÃO** da entrada  $q_i$ . → Os resultados obtidos permitem determinar  $S_e$ .

## ESTA OPERAÇÃO É REALIZADA NAS SEGUINTE SITUAÇÕES:

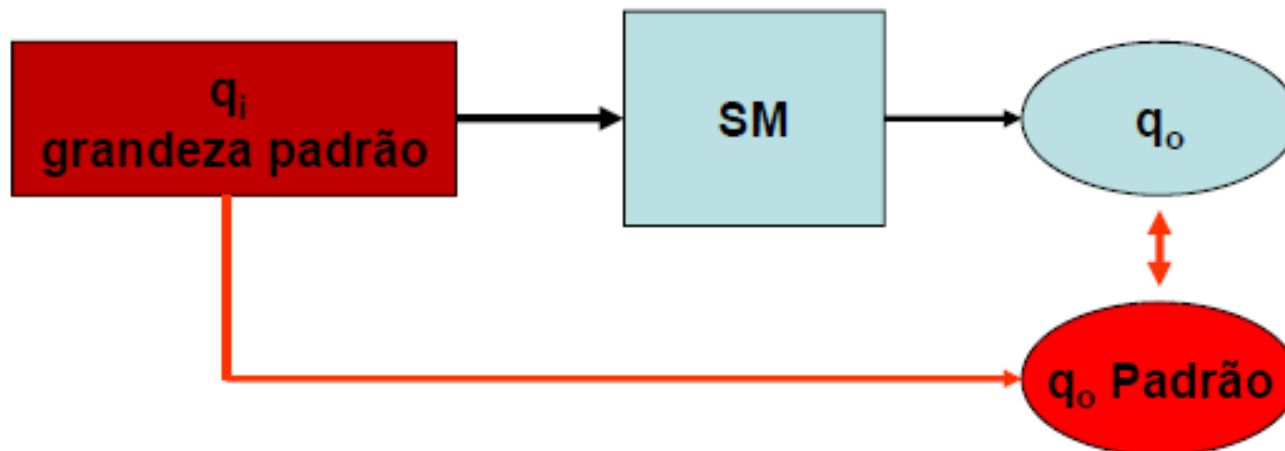
- Quando um novo SM é projetado e construído.
- Em intervalos de tempo regulares para garantir que o SM está operando dentro de suas especificações. O intervalo de tempo entre Calibrações é estabelecido por Norma Técnica específica para cada categoria do SM, sendo em média igual a 1 ano.
- Para VERIFICAÇÃO de erros sistemáticos ou aleatórios ANTES de usar o SM num experimento.

# Calibração Estática Método Direto

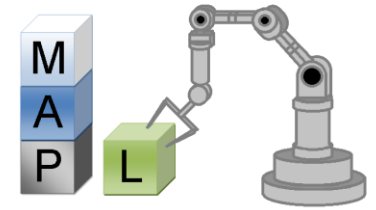


Usa **PADRÕES** da **GRANDEZA FÍSICA** como entradas no **SM**.

**OS PADRÕES** devem ter **INCERTEZAS** pelo menos **5 VEZES MENORES** que a desejada para o **SM**.

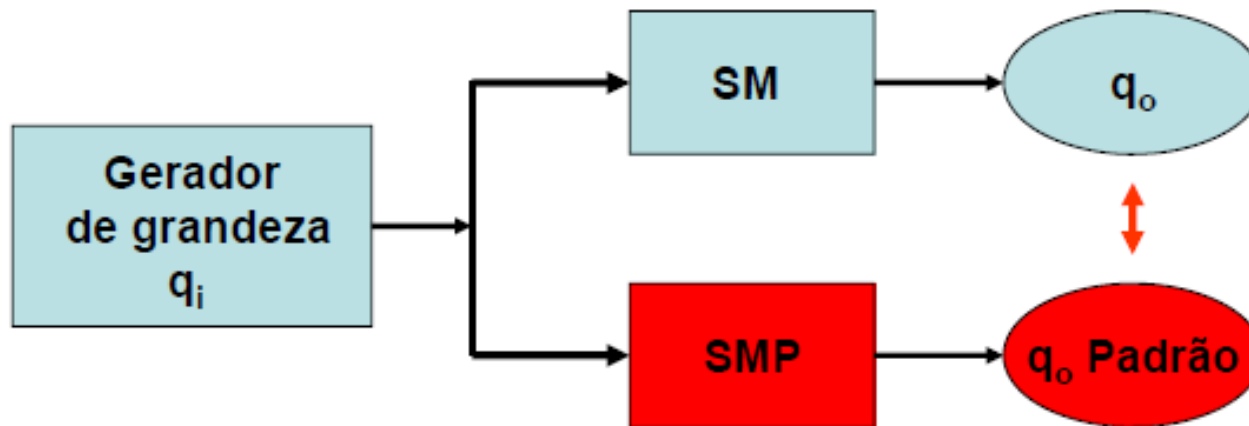


# Calibração Estática Método Indireto



Usa um SISTEMA de MEDIÇÃO PADRÃO (**SMP**) cujas saídas são comparadas com as do SM a ser calibrado para o MESMO valor de  $q_i$  aplicado SIMULTANEAMENTE às duas entradas.

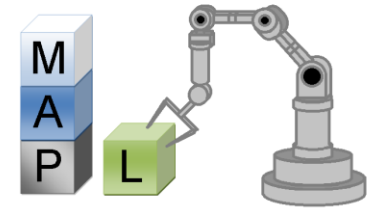
O **SMP** deve ter INCERTEZAS pelo menos 5 VEZES MENORES que a desejada para o SM.





# Calibração Estática

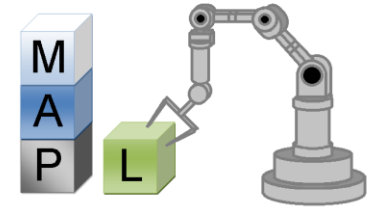
## Procedimentos Gerais



- **ESPAÇAMENTO ENTRE AS MEDIDAS:** Caso o SM tenha comportamento LINEAR, o intervalo de entrada ( $\pm FS$ ) deve ser dividido em SUBINTERVALOS IGUAIS. O NÚMERO de subintervalos é determinado por um critério estatístico (mínimo de 10). Caso o comportamento seja NÃO LINEAR o tamanho dos subintervalos pode ser VARIÁVEL, sendo MENOR na faixa em que o gradiente ( $dq_o/dq_i$ ) é elevado.
- **NÚMERO DE MEDIDAS POR ENTRADA ( $q_i$ ):** O número de experimentos deve ser definido em função da característica estatística dos dados para determinar o INTERVALO de CONFIANÇA com o nível de probabilidade desejado (a confiança deve ser a mesma para todos o níveis de entrada: 95% é usual).
- **HISTERESE:** as entradas  $q_i$  são aplicadas de forma CRESCENTE e DECRESCENTE e são medias as saídas  $q_o$  para os dois casos.
- **RESOLUÇÃO e LIMIAR:** para cada valor de  $q_i$  determinar o menor valor de  $q_i$  capaz de produzir variação em  $q_o$ . Estes ensaios devem ser realizados após a obtenção da função de transferência do SM.

# Calibração Estática

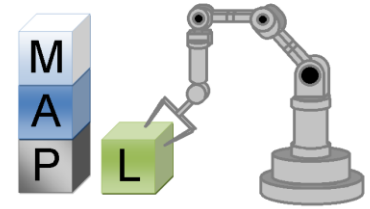
## Etapas:



1. **DEFINIÇÃO DOS OBJETIVOS:** teste de funcionamento, tipo de ensaios experimentais a serem realizados em função do tipo de SM, normas técnicas aplicáveis.
2. **IDENTIFICAÇÃO DO SM:** características metrológicas, princípio de funcionamento, módulos e componentes constitutivos, estado de conservação, condições ambientais de operação. (usar informações técnicas do fabricante e do usuário)
3. **SELEÇÃO DOS PADRÕES:** as incertezas máximas admissíveis nos padrões (da grandeza física ou SMP) devem ser pelo menos 5 vezes menores que a desejada para o SM a ser calibrado.
4. **PREPARAÇÃO DO EXPERIMENTO:** planejamento de cada ensaio, definição do fundo de escala para  $q_i$ , construção e montagem de dispositivos auxiliares, definição da forma de aquisição e de armazenamento dos dados.
5. **EXECUÇÃO DO ENSAIO:** controle dos fatores de interferência, identificação de anomalias durante os ensaios e a aquisição dos dados.
6. **PROCESSAMENTO E ANÁLISE DOS RESULTADOS:** gerar informações técnicas sobre o SM na forma de TABELAS, GRÁFICOS e OBSERVAÇÕES.
7. **RELATÓRIO TÉCNICO;** memorial descritivo dos procedimentos experimentais, Normas técnicas utilizadas e **RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO.**

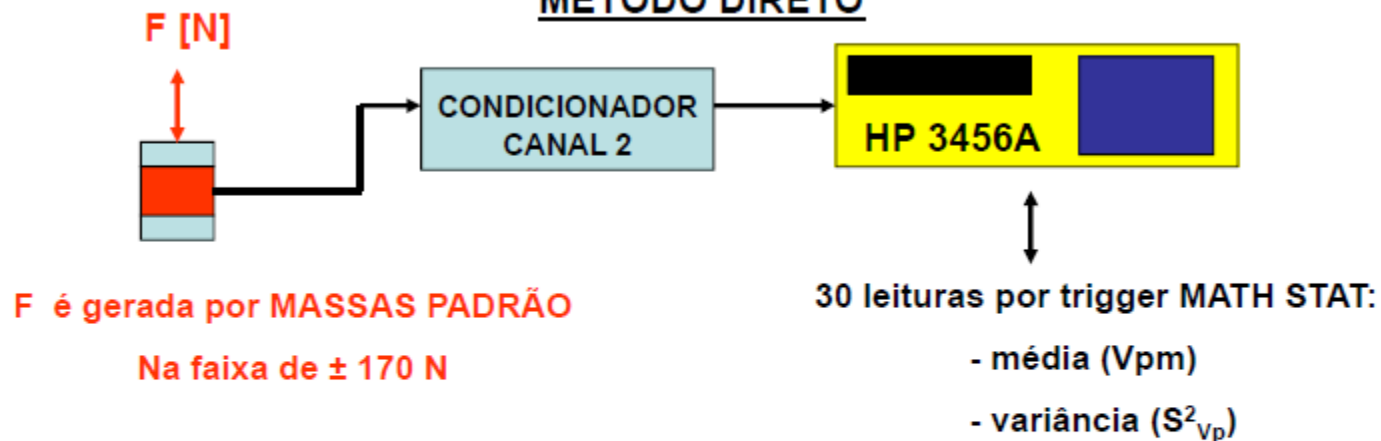


# Calibração Estática Exemplo



## CALIBRAÇÃO ESTÁTICA DE UMA CÉLULA DE CARGA KRATOS

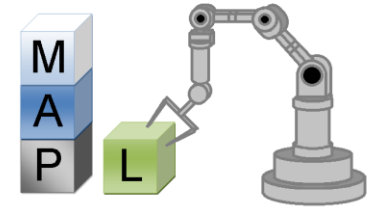
### MÉTODO DIRETO



### PROCEDIMENTOS

1. Tipos de ensaios: COMPRESSÃO e TRAÇÃO em CARGA e DESCARGA
2. Seleção das MASSAS PADRÃO [kg] (incerteza  $\pm 1$  grama)
  - Para o ensaio de compressão:  $mc = [0.996 \ 1.982 \ 3.962 \ 6.480 \ 11.442 \ 16.478]$
  - Para o ensaio de tração:  $mt = [0.594 \ 1.578 \ 2.564 \ 4.544 \ 7.062 \ 12.024 \ 17.060]$

# Calibração Estática Exemplo

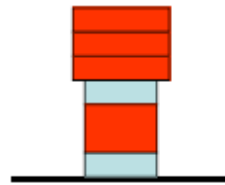


## CALIBRAÇÃO ESTÁTICA DE UMA CÉLULA DE CARGA KRATOS

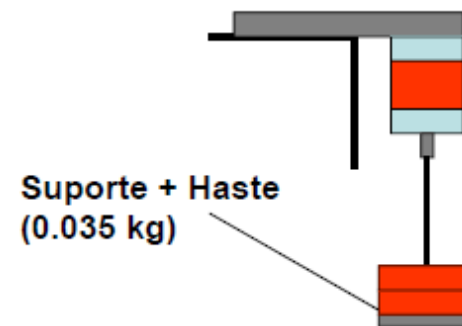
### MÉTODO DIRETO

#### 3. Procedimentos e Dispositivos para os ensaios:

##### COMPRESSÃO



##### TRAÇÃO



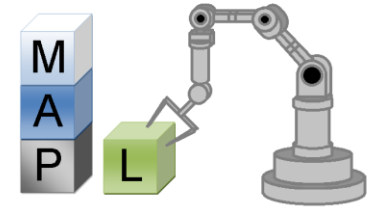
#### 4. Os ensaios serão realizados com ADIÇÃO e RETIRADA das MASSAS.

Os vetores  $m_c$  e  $m_t$  indicam a sequência de colocação das massas, resultando as forças PADRÃO aplicadas: ( $F = m g$ )

$$F_{pc} = [-9.7708 \quad -19.4434 \quad -38.8672 \quad -63.5688 \quad -112.2460 \quad -161.6492] \text{ [N]}$$

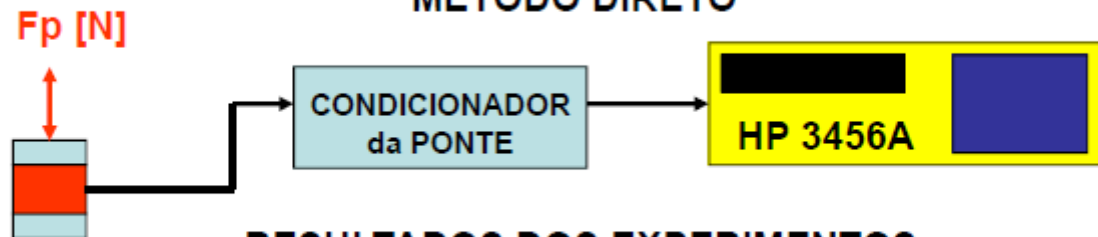
$$F_{pt} = [5.8271 \quad 15.4802 \quad 25.1528 \quad 44.5766 \quad 69.2782 \quad 117.9554 \quad 167.3586] \text{ [N]}$$

# Calibração Estática Exemplo



## CALIBRAÇÃO ESTATICA DE UMA CÉLULA DE CARGA KRATOS

### MÉTODO DIRETO



### RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS

30 leituras por trigger → Médias:  $V_{xc}$  e  $V_{xd}$  Intervalos com 95% :  $D_{xc}$  e  $D_{xd}$

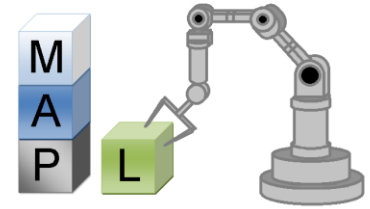
#### COMPRESSÃO: $x = c$

	$F_{pc}$ [N]	-9.7708	-19.4434	-38.8672	-63.5688	-112.2460	-161.6492
carga	$V_{cc}$ [mV]	-448	-824	-1586	-2585	-4521	-6488
	$D_{cc}$ [mV]	1.1632	2.0379	1.3053	0.9674	1.6791	1.7852
descarga	$V_{cd}$ [mV]	-417	-810	-1579	-2570	-4525	-6488
	$D_{cd}$ [mV]	1.6439	1.2922	1.8764	1.3568	1.2920	1.7852

#### TRAÇÃO: $x = t$

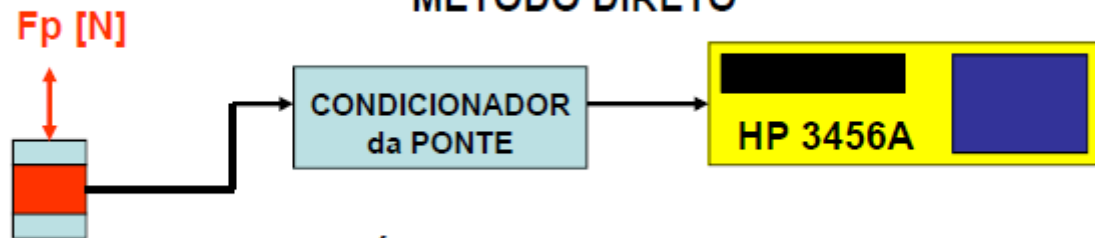
	$F_{pt}$ [N]	5.8271	15.4802	25.1528	44.5766	69.2782	117.9554	167.3586
carga	$V_{tc}$ [mV]	257	649	1071	1836	2801	4752	6729
	$D_{tc}$ [mV]	1.4122	1.8477	1.3688	1.3852	1.2538	1.0009	1.9650
descarga	$V_{td}$ [mV]	166	566	960	1760	2758	4723	6729
	$D_{td}$ [mV]	1.4050	2.2082	2.2070	1.3355	1.8431	1.7428	1.9650

# Calibração Estática Exemplo



## CALIBRAÇÃO ESTÁTICA DE UMA CÉLULA DE CARGA KRATOS

### MÉTODO DIRETO



### ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### REGRESSÃO LINEAR (Matlab: função regress)

% medidas globais de carga e descarga na faixa de operação

$F_p = [F_c \ F_t]$ ;  $V_c = [V_{cc} \ V_{tc}]$ ;  $V_d = [V_{cd} \ V_{td}]$ ;  $V_g = (V_c + V_d)/2$ ;

$X = [\text{ones}(\text{length}(F_p), 1) \ F_p']$ ; % cria o conjunto de dados de entrada

$[prc, \text{intc95}, \text{resc}] = \text{regress}(V_c', X)$ ; % resultados globais em CARGA

$[prd, \text{ind95}, \text{resd}] = \text{regress}(V_d', X)$ ; % resultados globais em DESCARGA

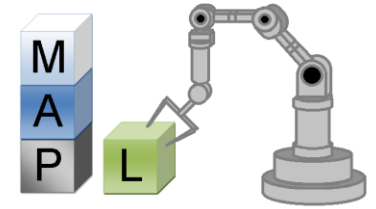
$[prg, \text{intg95}, \text{resg}] = \text{regress}(V_g', X)$ ; % resultados globais em CARGA e DESCARGA

% pr contém o OFFSET e a SENSIBILIDADE ESTÁTICA

% int95 contém os INTERVALOS de CONFIANÇA dos pr

% res contém os RESÍDUOS em cada valor de  $F_p$

# Calibração Estática Regressão Linear



## CALIBRAÇÃO ESTATICA DE UMA CÉLULA DE CARGA KRATOS ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS

### REGRESSÃO LINEAR – RESULTADOS

#### **F < 0: COMPRESSÃO**

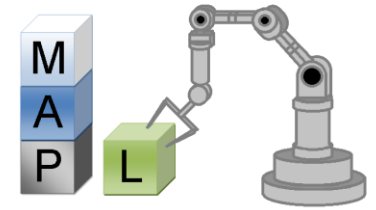
	Carga	Descarga	Global
Se[mV/N]	39.81904	39.98662	39.90283
offset[mV]	-50.59534	-28.76821	-39.68178
Resíduo[mV]	15.21647	10.92450	10.04185

#### **F > 0: TRAÇÃO**

	Carga	Descarga	Global
Se[mV/N]	39.96556	40.58548	40.27552
offset[mV]	40.74077	-60.58132	-9.92028
Resíduo[mV]	35.76898	17.32928	23.19167

# Calibração Estática

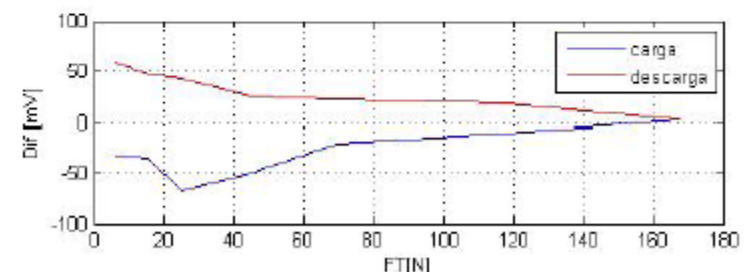
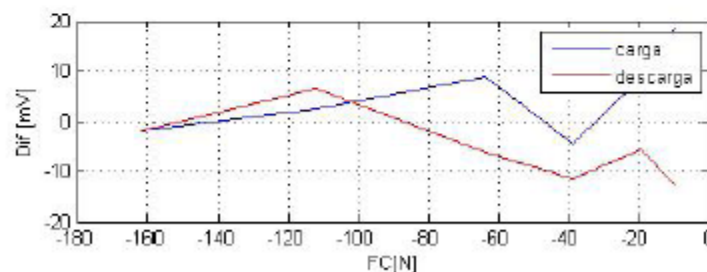
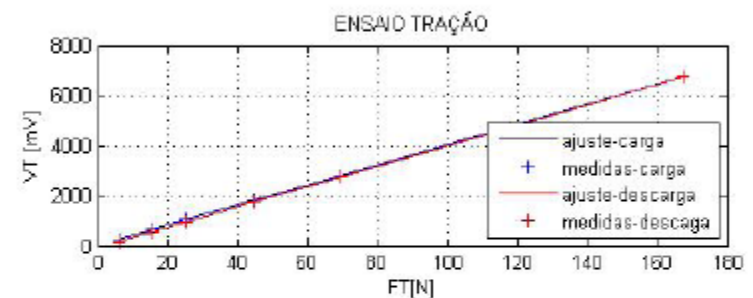
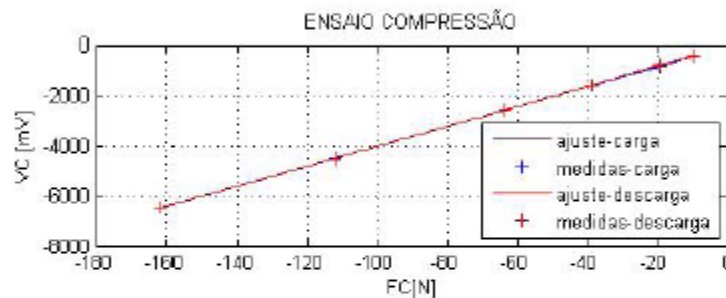
## Resultados



### CALIBRAÇÃO ESTATICA DE UMA CÉLULA DE CARGA KRATOS

### ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS

### REGRESSÃO LINEAR – RESULTADOS GRÁFICOS



**Dif = diferença entre valores ajustados e medidos em cada  $F_p$**