Questão 8

A partir das equações de velocidade já calculadas:

$$V_r = \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) V_\infty \cos\theta$$

$$V_\theta = -\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) V_\infty \sin\theta - \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

E em R=r, temos:

$$V = V_\theta = -2V_\infty \sin\theta - \frac{\Gamma}{2\pi R} \qquad \boxed{C_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2}$$

$$C_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2 = 1 - \left(-2\sin\theta - \frac{\Gamma}{2\pi R V_\infty}\right)^2$$

$$C_p = 1 - \left[4\sin^2\theta + \frac{2\Gamma\sin\theta}{\pi R V_\infty} + \left(\frac{\Gamma}{2\pi R V_\infty}\right)^2\right]$$

Como podemos obter os coeficientes de forças aerodinâmicas integrando o coeficiente de pressão e cisalhamento na superfície:

$$c_l = c_n = \frac{1}{c}\int_0^c C_{p,l}\, dx - \frac{1}{c}\int_0^c C_{p,u}\, dx$$

Convertendo para coordenadas polares.

$$x = R\cos\theta \qquad dx = -R\sin\theta\, d\theta$$

$$c_l = -\frac{1}{2}\int_\pi^{2\pi} C_{p,l}\sin\theta\, d\theta + \frac{1}{2}\int_\pi^{0} C_{p,u}\sin\theta\, d\theta$$

$$\int_0^{2\pi} \sin\theta\, d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^3\theta\, d\theta = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2\theta\, d\theta = \pi$$

$$c_l = \frac{\Gamma}{R V_\infty}$$

E pela definição da sustentação:

$$L' = q_\infty S c_l = \tfrac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S c_l$$

Assim, como a área na forma é S = 2R(1). Combinando as equações, temos:

$$L' = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 2R \frac{\Gamma}{R V_\infty}$$

$$\boxed{L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma}$$

Como a geração de sustentação segue a ideia de formação de upwash e downwash gerando uma diferença no coeficiente de pressão demonstrado pela imagem abaixo, podemos afirmar que essa equação irá representar a força gerada em todos os cilindros em geral.