

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA**  
**DISCIPLINA DE CÁLCULO II**  
**PROF.: MANOEL FERNANDES**  
**ALUNO: FELIPE DERKIAN DE SOUSA FREITAS**  
**MATRÍCULA: 1201424418**  
**CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

# **PROVA FINAL**

**BOA VISTA – RR, 16 DE DEZEMBRO DE 2020**



Avaliação Fi-  
nal

<b>CURSO:</b>	<b>DISCIPLINA:</b> Cálculo II
<b>DATA:</b> 16/12/2020	2º semestre de 2020.1
<b>ACADÊMICO(A):</b>	
<b>PROFESSOR:</b> Manoel Fernandes de Araújo	

**Questão 1** Usando a definição de limite, mostre que

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (3x + 2y) = 7$$

**Questão 2** Mostre que a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{\sqrt{2x^2 + 2y^2}}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

é contínua na origem.

$$\textcircled{1} \lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (3x+2y) = 7$$

Para calcular esse limite é mais simples fazer a substituição direta dos parâmetros do ponto  $(x,y)$  tendendo a  $(1,2)$ .

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (3x+2y) = 7$$

$$(x,y) \rightarrow (1,2)$$

colocando os valores temos:

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 7$$

$$3 + 4 = 7$$

$$\boxed{7 = 7} \quad \#$$

Felipe Werker

Q2  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{\sqrt{2x^2+2y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

0, se  $(x,y) = (0,0)$

é contínua em  $(0,0)$ ?  
na origem?

Para  $(x,y) = (0,0)$

$f(0,0) = 0$

Para  $(x,y) \neq (0,0)$

$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{\sqrt{2x^2+2y^2}} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \cdot 2y}{\sqrt{2x^2+2y^2}}$

$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x = 0$

$0 \leq 2y \leq \sqrt{2x^2+2y^2}$

$0 \leq 2y \leq \sqrt{2x^2+2y^2}$

$= \frac{0}{\sqrt{2x^2+2y^2}} \leq \frac{2y}{\sqrt{2x^2+2y^2}} \leq \frac{\sqrt{2x^2+2y^2}}{\sqrt{2x^2+2y^2}}$

De acordo com o teorema do sanduíche

temos  $x \cdot 2y \rightarrow 0$

Teorema de Bernoulli

$= 0 \leq \frac{2y}{\sqrt{2x^2+2y^2}} \leq 1$

$\frac{0 \cdot 2y}{\sqrt{2x^2+2y^2}} = 0$

Portanto é uma função limitada



pelos teoremas de anulamento

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \cdot 2y}{\sqrt{2x^2 + 2y^2}} = 0 \cdot \left( \frac{2y}{\sqrt{2x^2 + 2y^2}} \right) \stackrel{\text{limitado}}{=} 0$$

como os limites quando  $(x,y) = (0,0)$  e  $(x,y) \neq (0,0)$  são iguais, logo é contínuo na origem.

$$\text{logo, } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left( \frac{2xy}{\sqrt{2x^2 + 2y^2}} \right) = f(0,0) = 0$$

*Felipe Rêgo*