UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR
PROF.: JAIRO
ALUNO: FELIPE DERKIAN DE SOUSA FREITAS
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

LISTA 20

BOA VISTA, 14 DE DEZEMBRO DE 2020

1 a) $T(x,y,z) = (4x, 4y, 2x+2y+6z)$

$B = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$

$T(1,0,0) = (4.1, 4.0, 2.1+2.0+6.0) = (4,0,2)$

$T(0,1,0) = (4.0, 4.1, 2.0+2.1+6.0) = (0,4,2)$

$T(0,0,1) = (0,0,6)$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$P_A(\lambda) = \det(A - I\lambda) = 0$

$$= \begin{bmatrix} 4-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 4-\lambda & 0 \\ 2 & 2 & 6-\lambda \end{bmatrix} = 0$$

$(4-\lambda)^2 . (6-\lambda)$

$\lambda_1 = 4$ e $\lambda_2 = 6$

Felipe

Ciência da Computação

Para $\lambda_1 = 4$

$$\begin{cases} 4x = 4x \\ 4y = 4y \\ 2x+2y+6z = 4z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x \\ y = y \\ z = -x-y \end{cases}$$

$v_1 = (x,y,z) = (-1,1,0)$

$v_2 = (x,y,z) = (-1,0,1)$ *

Para $\lambda_2 = 6$

$$\begin{cases} 4x = 6x \\ 4y = 6y \\ 2x+2y+6z = 6z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-6x = 0 \Rightarrow \boxed{x=0} \\ 4y-6y = 0 \Rightarrow \boxed{y=0} \\ z = z \end{cases}$$

$v_3 = (0,0,z) \Rightarrow (0,0,1)$

$M \cdot M^{-1} = I$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -a-d & -b-e & -c-f \\ a & b & c \\ d+g & e+h & f+i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -a-d=1 \Rightarrow -0-d=1 \Rightarrow \boxed{d=-1} \\ \boxed{a=0} \\ d+g=0 \Rightarrow -1+g=0 \Rightarrow \boxed{g=1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -b-e=0 \Rightarrow -1-e=0 \Rightarrow \boxed{e=-1} \\ \boxed{b=1} \\ e+h=0 \Rightarrow -1+h=0 \Rightarrow \boxed{h=1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -c-f=0 \Rightarrow -0-f=0 \Rightarrow \boxed{f=0} \\ \boxed{c=0} \\ f+i=1 \Rightarrow 0+i=1 \Rightarrow \boxed{i=1} \end{cases}$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \#$$

Felipe

Ciência da computação

$D = M \cdot A \cdot M^{-1}$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4+0+0 & 0-4+0 & +0+0+0 \\ 4+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+2 & 0+4+2 & 0+0+6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & -4 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+4+0 & -4+4\ 0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 4+0+0 & 0+0+0 \\ 0-6+6 & 0-6+6 & 0+0+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Portanto é diagonalizável.

Felipe

ciência da computação

(1)

b) $T(x,y,z) = (3x, 3x+3y, 3x-6z)$

$B = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$

$T(1,0,0) = (3\cdot 1, 3\cdot 1 + 3\cdot 0, 3\cdot 1 - 6\cdot 0) = (3,3,3)$

$T(0,1,0) = (3\cdot 0, 3\cdot 0 + 3\cdot 1, 3\cdot 0 - 6\cdot 0) = (0,3,0)$

$T(0,0,1) = (3\cdot 0, 3\cdot 0 + 3\cdot 0, 3\cdot 0 - 6\cdot 1) = (0,0,-6)$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

$P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I)$

$$P_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 & 0 \\ 3 & 3-\lambda & 0 \\ 3 & 0 & -6-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$P_A(\lambda) = (3-\lambda)^2 \cdot (-6-\lambda) = 0$

$\lambda = 3$ e $\lambda = -6$

Felipe
Ciência da Computação

P/ $\lambda = 3$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 3 \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$v = (0, 1, 0)$

$$\begin{cases} 3x = 3x \Rightarrow \boxed{x = x} \\ 3x + 3y = 3y \Rightarrow \boxed{y = y} \\ 3x - 6z = 3z \Rightarrow 3z + 6z = 3x \end{cases}$$

$9z = 3x$

$z = \frac{3}{9}x \Rightarrow \boxed{z = \frac{1}{3}x}$

P/ $\lambda = -6$

$$\begin{cases} 3x = -6x \Rightarrow 9x = 0 \Rightarrow \boxed{x=0} \\ 3x + 3y = -6y \Rightarrow 9y = -3x \Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{3}x} \\ 3x - 6z = -6z = \boxed{z = z} \end{cases}$$

Felipe

$v_2 = (0,0,1)$

Para ser diagonalizável, o nº de vetores próprios deve ser igual às dimensões da matriz. Portanto como tem apenas 2 vetores próprios a matriz não pode ser diagonalizável.

(2) como T é um operador linear, um automorfismo, como $W \subset V$ sendo invariante por T, portanto W também é invariante por T^{-1}. visto que pela teoria um isomorfismo $f: X \to Y$ existe uma inversa $T^{-1}: Y \to X$ da mesma forma que $T: X \to Y$.

Felicio
Ciência da computação