



Universidade Federal de Roraima  
Álgebra Linear I - Lista de exercícios  
Prof. Jairo S. Araujo Costa

Data: 03/11/2020  
MB202  
Turma 1

Questão 1. Sejam  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tal que  $T(1, 0) = (1, 0, 0)$ ,  $T(0, 1) = (0, 1, 0)$  e  $S : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $S(x, y, z) = (x, 2y + z)$ .

- a) Determine  $P = S \circ T$ ;
- b) Determine o posto e a nulidade de  $P$ ;
- c)  $P$  é isomorfismo? Justifique.

Questão 2. Considere as transformações lineares

$T : \mathbb{R}^4 \rightarrow M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  dada por  $T(x, y, z, t) = \begin{pmatrix} z & y + x \\ t & x - z \end{pmatrix}$  e  $S : M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^4$  tal que

$$S \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = (1, 0, 0, 1), \quad S \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = (0, 3, 0, 3), \quad S \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (0, 0, 2, 1), \quad S \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = (0, 0, 0, 0).$$

- a) Quantas transformações lineares existem de  $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  em  $\mathbb{R}^4$  com as propriedades de  $S$  listadas acima?
- b) Determine o posto e a nulidade de  $T$ ;
- c)  $T$  é isomorfismo? Justifique.
- d) Determine o posto e a nulidade de  $S$ ;
- e)  $S$  é isomorfismo? Justifique.

Questão 3. Seja  $V$  um espaço vetorial e  $T : V \rightarrow V$  um operador linear. Prove que as seguintes condições são equivalentes:

- a)  $\text{Nuc } T \cap \text{Im } T = \{0\}$ .
- b) Se  $(T \circ T)(v) = 0$  para  $v \in V$ , então  $T(v) = 0$ .

Questão 4. Prove que todo funcional linear  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é do tipo

$$f(x_1, \dots, x_n) = a_1 x_1 + \dots + a_n x_n, \quad a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}.$$

Questão 5. Exiba isomorfismos entre os seguintes espaços vetoriais:

- a)  $\mathbb{R}^{n+1}$  e  $P_n(\mathbb{R})$ ;
- b)  $\mathbb{R}^{mn}$  e  $M_{m \times n}(\mathbb{R})$ ;
- c)  $M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$  e  $P_5(\mathbb{R})$

Questão 6. Exercícios 1-7, 9, 13, 16, 18-21 e 24 (do capítulo 3) do livro **Álgebra linear essencial**, disponível em <https://www.ronaldofreiredelima.com/books> (Draft)