Universidade Federal de Roraima
Departamento de Matemática
Álgebra Linear I - Prova 3

Data: 15/12/2020
Semestre 2020.1
Turma 1
Prof. Jairo

Responda **três**, dentre as seis questões abaixo.

Questão 1. (2,5 Pontos) Verifique se o operador $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $T(x, y, z) = (2x, 3y, 7z)$ é diagonalizável. Justifique.

Questão 2. (2,5 Pontos) Considere o operador $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $T(x, y, z) = (x, y + z, 7z)$.

(a) Encontre os autovalores e os autovetores correspondentes.

(b) Verifique se T é diagonalizável. Justifique.

Questão 3. (2,5 Pontos) Verifique se o operador $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definido por $T(x, y) = (x + y, x + y)$ é uma isometria. Considere o produto interno canônico em $\mathbb{R}^2$.

Questão 4. (2,5 Pontos) Seja $T : V \to V$ um operador simétrico, onde V é um espaço vetorial real com produto interno. Se $\langle T(u), u\rangle = 0$, para todo $u \in V$, mostre que $T = \mathbf{0}$.

Questão 5. (2,5 Pontos) Dê exemplo de operador linear $T : V \to V$, onde V é um espaço vetorial real com produto interno tal que $\langle T(u), u\rangle = 0$, para todo $u \in V$, mas $T \neq \mathbf{0}$.

Questão 6. (2,5 Pontos) Mostre que, autovetores associados a autovalores distintos de um operador simétrico, são ortogonais. Em outras palavras, mostre que, se u e v são autovetores do operador simétrico $T : V \to V$, com $T(u) = \lambda_1 u$, $T(v) = \lambda_2 v$ e $\lambda_1 \neq \lambda_2$, então $\langle u, v\rangle = 0$.

Observações:

i) Resolva as questões (escreva as soluções em uma folha branca, de preferência papel A4, para facilitar a visibilidade), em seguida digitalize as folhas com as soluções e rena-as em um (único) arquivo no formato PDF.

ii) **assine em todas as folhas**.

iii) o arquivo com as soluções deve ser enviado até às 23hs.