Universidade Federal de Roraima
Álgebra Linear I - Lista 4
Prof. Jairo S. Araujo Costa

Data:
17/09/2020
MB202
Turma 1

Questão 1. Prove $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ é um espaço vetorial, onde

$$\begin{array}{rcl} + : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (u, v) & \mapsto & u+v \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \cdot : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (\alpha, u) & \mapsto & \alpha \cdot u \end{array}$$

são definidas assim: dados $u = (x_1, y_1)$, $v = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$ e $\alpha \in \mathbb{R}$, tem-se

$$u+v = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) \qquad \text{e} \qquad \alpha \cdot u = (\alpha \cdot x_1, \alpha \cdot x_2),$$

sendo que $+$ e $\cdot$ são, respectivamente, as operações de soma e multiplicação usuais de $\mathbb{R}$.

Questão 2. Dados $(U, +, \cdot)$ e $(V, +, \cdot)$ espaços vetoriais reais, prove $(W, +, \cdot)$ é um espaço vetorial real, onde

$$W = U \times V = \{(u, v) \mid u \in U \text{ e } v \in V\}$$

e

$$\begin{array}{rcl} + : W \times W & \to & W \\ (w_1, w_2) & \mapsto & w_1 + w_2 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \cdot : \mathbb{R} \times W & \to & W \\ (\alpha, w_1) & \mapsto & \alpha \cdot w_1 \end{array}$$

são definidas assim: dados $w_1 = (u_1, v_1)$, $w_2 = (u_2, v_2) \in W$ e $\alpha \in \mathbb{R}$, tem-se

$$w_1 + w_2 = (u_1 + u_2, v_1 + v_2) \qquad \text{e} \qquad \alpha \cdot u = (\alpha \cdot u_1, \alpha \cdot v_2).$$

Questão 3. Dado um espaço vetorial real $(V, +, \cdot)$ e $v \in V$, prove que:

a) o elemento neutro de V e o simétrico de v são únicos;

b) $(-1) \cdot v = -v$;

c) $-(-v) = v$.

Observações:

i) Resolva as questões (escreva as soluções em uma folha branca, de preferência papel A4, para facilitar a visibilidade), em seguida digitalize as folhas com as soluções e rena-as em um (único) arquivo no formato PDF. O envio desse arquivo será utilizado para atestar sua frequência na aula do dia 17/09/2020. As soluções contidas no referido arquivo serão corrigidas para, com as demais listas de exercícios, formar a nota N_4 (ver plano de ensino do curso);

ii) **assine em todas as folhas**.