UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR
PROF.: JAIRO
ALUNO: FELIPE DERKIAN DE SOUSA FREITAS

LISTA 9

BOA VISTA, 29 DE SETEMBRO DE 2020

Universidade Federal de Roraima
Álgebra Linear I - Lista 9
Prof. Jairo S. Araujo Costa

Data:06-08/10/2020
MB202
Turma 1

Questão 1. Considere os subespaços $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \, ; \; y = 4x\}$ e $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \, ; \; z = x + y\}$ de $\mathbb{R}^3$. Determine a dimensão dos subespaços W_1, W_2, $W_1 + W_2$ e $W_1 \cap W_2$.

Questão 2. Determine a dimensão do subespaço $W = \{(a, 2a, 4a, a\sqrt{2}) \in \mathbb{R}^4; \; a \in \mathbb{R}\}$ de $\mathbb{R}^4$, exibindo uma base do mesmo, em seguida encontre um subespaço W^0 de $\mathbb{R}^4$ tal que $W \oplus W^0 = \mathbb{R}^4$.

Observações:

i) Resolva as questões (escreva as soluções em uma folha branca, de preferência papel A4, para facilitar a visibilidade), em seguida digitalize as folhas com as soluções e rena-as em um (único) arquivo no formato PDF. O envio desse arquivo será utilizado para atestar sua frequência nas aulas dos dias 06/10/2020 e 08/10/2020. As soluções contidas no referido arquivo serão corrigidas para, com as demais listas de exercícios, formar a nota N_4 (ver plano de ensino do curso);

ii) assine em todas as folhas.

Felipe Dertian – Lista 9 – Álgebra Linear

(Q1) Considere os subespaços $W_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ y = 4x\}$ e $W_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ z = x+y\}$ de $\mathbb{R}^3$. Determine a dimensão dos subespaços W_1, W_2, W_1+W_2 e $W_1 \cap W_2$.

(W_1) $W_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ y = 4x\}$

Dado a regra $y = 4x$, logo temos 2 variáveis livre x e z logo a dim de $W_1 = 2$ #

(W_2) $W_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3;\ z = x+y\}$

Dado a regra $z = x+y$ temos 2 variáveis livres x e y logo a dim de $W_2 = 2$ #

(W_1+W_2)

$$W_1 = (x, 4x, z)$$
$$+\ W_2 = (z-y,\ z-x,\ x+y)$$
$$(W_1+W_2) = (x+z-y,\ 4x+z-x,\ x+y+z)$$
$$(W_1+W_2) = (x+z-y,\ 3x+z,\ x+y+z)$$

$\dim(W_1+W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$

$$2 + 2 - 1 = \boxed{3}\ \#$$

$\dim(W_1+W_2) = 3$ #

Felipe Werkom - LISTA 9

$W_1 \cap W_2$ $\quad W_1 = (x, 4x, 3)$

$W_2 = (z-y, z-x, x+y)$

$W_1 \cap W_2 = (0, x, 0)$

$\dim W_1 \cap W_2 = 1$

Q2) Determine a dimensão do subespaço $W = \{(a, 2a, 4a, a\sqrt{2}) \in \mathbb{R}^4 ; a \in \mathbb{R}\}$ de $\mathbb{R}^4$, exibindo uma base do mesmo, em seguida encontre um subespaço W' de $\mathbb{R}^4$ tal que $W \oplus W' = \mathbb{R}^4$.

$(a, 2a, 4a, a\sqrt{2}) = a(1, 2, 4, \sqrt{2})$

logo: $a(1, 2, 4, \sqrt{2})$ gera o espaço W.

logo $\dim W = 1$

$W \oplus W' = \mathbb{R}^4$

Dado $W' \in \mathbb{R}^4 = (-a, -2a, -4a, -a\sqrt{2}) \in \mathbb{R}^4$

logo $W \oplus W' = (a, 2a, 4a, a\sqrt{2})$

$\oplus \; (-a, -2a, 4a, -a\sqrt{2})$

$(a-a, 2a-2a, 4a-4a, a\sqrt{2}-a\sqrt{2})$

$(0, 0, 0, 0)$ logo é soma direta e a interseção é o vetor nulo $\{0\}$.