UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
DISCIPLINA DE CÁLCULO II
PROF. MANOEL FERNANDES DE ARAÚJO
ALUNO: FELIPE DERKIAN DE SOUSA FREITAS

PROVA 1

BOA VISTA, 30 DE OUTUBRO DE 2020

Universidade Federal de Roraima - UFRR
Centro de Ciências e Tecnologia - CCT
Departamento de Matemática - DMAT

Avaliação I

NOTA:

CURSO: ———————-	**DISCIPLINA:** cálculo II
DATA: 30/10/2020	**Semestre:** 2020.1
ACADÊMICO(A):	
PROFESSOR(A): Manoel Fernandes de Araújo	

Questão 1 *Calcule as seguintes integrais por partes:*

a) $\displaystyle\int xLnxdx$

b) $\displaystyle\int \frac{1}{(x^2+4)^2}dx$

d) $\displaystyle\int x^2cos3xdx$

Questão 2 *Seja R a região no primeiro quadrante limitada pela curva* $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, $x = \dfrac{1}{4}$ *e y=1 é girada em torno do eixo Oy . Calcular o volume do sólido pelo método do disco ou anel.*
Obs.: Faça o esboço do gráfico.

Q1 a) $\int x \ln x \, dx$

$u = \ln(x)$ $\quad dv = x$

$du = \ln(x)' dx$ $\quad v = \int x \, dx$

$du = \frac{1}{x} dx$ $\quad v = \frac{x^2}{2} + C$

$u \, dv - \int v \, du$

$\ln(x) \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx$

$\frac{\ln(x) \cdot x^2}{2} - \frac{1}{2} \int x \cdot \cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} dx$

$\frac{\ln(x) \cdot x^2}{2} - \frac{1}{2} \int x \, dx$

$\frac{\ln(x) \cdot x^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]$

$\frac{\ln(x) \cdot x^2}{2} - \frac{x^2}{4} + C$

Felipe

Q1

b) $\int \frac{1}{(x^2+4)^2}\,dx$

$u = (x^2+4)^2$ $\quad dv = 1\,dx$

$du = (x^2+4)^2\,dx$ $\quad v = \int dx$

$\boxed{v = x + C}$

$du = 2.(x^2+4).(x^2+4)'$

$du = 2.(x^2+4).(2x)$

$\boxed{du = 4x.(x^2+4)\,dx}$

$u\,dv - \int v\,du$

$(x^2+4)^2.x - \int x.4x.(x^2+4)\,dx$

$x.(x^2+4)^2 - 4\int x^2.(x^2+4)\,dx$

$x.(x^2+4)^2 - 4.\int (x^4+4x^2)\,dx$

$x.(x^2+4)^2 - 4.\left[\int x^4\,dx + 4\int x^2\,dx\right]$

$x.(x^2+4)^2 - 4.\left[\frac{x^5}{5} + 4.\frac{x^3}{3}\right]$

$x.(x^2+4)^2 - \frac{4.x^5}{5} + \frac{16.x^3}{3} + C$

Felipe

Q1 d) $\int x^2 \cos 3x \, dx$

$u = x^2$ $\quad dv = \cos(3x)\,dx$

$du = 2x\,dx$ $\quad v = \int \cos(3x)\,dx$

$v = \int \cos(g)\,\frac{dg}{3}$

$g = 3x$

$dg = 3\,dx$ $\quad v = \frac{1}{3}\int \cos(g)\,dg$

$dx = \frac{dg}{3}$

$v = \frac{1}{3}\cdot \sin(g)$

$v = \frac{\sin(3x)}{3} + C$

$u\,dv - \int v\,du$

$\frac{x^2 \cdot \sin(3x)}{3} - \int \frac{\sin(3x)}{3} \cdot 2x\,dx$

$\frac{x^2 \cdot \sin(3x)}{3} - \frac{2}{3}\int \sin(3x)\cdot x\,dx$ ①

$\frac{x^2 \cdot \sin(3x)}{3} - \frac{2}{3}\cdot\left[\frac{-x\cos(3x)}{3} + \frac{1}{3}\int \cos(3x)\,dx\right]$ ②

$\frac{x^2 \cdot \sin(3x)}{3} - \frac{2}{3}\cdot\left[\frac{-x\cos(3x)}{3} + \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{\sin(3x)}{3}\right)\right]$

$\frac{x^2 \cdot \sin(3x)}{3} - \frac{2}{3}\left[\frac{-x\cdot\cos(3x)}{3} + \frac{\sin(3x)}{9}\right]$

$\frac{x^2 \cdot \sin(3x)}{3} + \frac{2\cdot(x\cdot\cos(3x))}{9} - \frac{2(\sin(3x))}{27}$

① $\int \sin(3x)\cdot x\,dx$

$u = x$

$du = dx$

$dv = \sin(3x)\,dx$

$v = \int \sin(3x)\,dx$

$v = \int \sin(k)\cdot \frac{dk}{3}$

$v = \frac{-\cos(3x)}{3} + C$

$k = 3x$

$dk = 3\,dx$

$dx = \frac{dk}{3}$

$u\,dv - \int v\,du$

$x\cdot\frac{-\cos(3x)}{3} - \int \frac{-\cos(3x)}{3}\,dx$

$\frac{-x\cdot\cos(3x)}{3} + \frac{1}{3}\int \cos(3x)\,dx$

② $\int \cos(3x)\,dx$

$\frac{\sin 3x}{3} + C$

Portanto

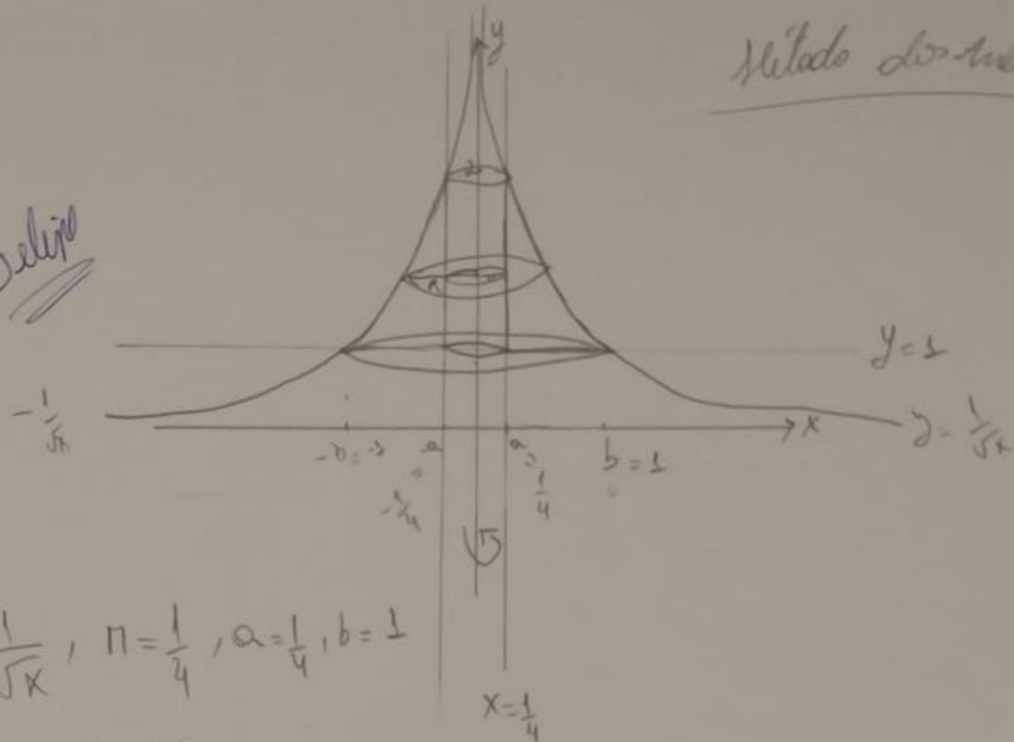
$\frac{x^2\cdot\sin(3x)}{3} + \frac{2x\cos(3x)}{9} - \frac{2\sin(3x)}{27} + C$

Felipe

Q2

Felipe

Método dos Anéis



$R = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $r = \frac{1}{4}$, $a = \frac{1}{4}$, $b = 1$

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

$$V = \int_a^b \pi \cdot (R^2 - r^2)\, dx$$

$$V = \pi \int_{\frac{1}{4}}^{1} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2\right] dx$$

$$V = \pi \int_{\frac{1}{4}}^{1} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{16}\right] dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\int_{\frac{1}{4}}^{1} \frac{1}{x}\, dx - \frac{1}{16} \int_{\frac{1}{4}}^{1} dx\right]$$

$$V = \pi \cdot \left[\left(\ln(x)\right)\Big|_{\frac{1}{4}}^{1} - \frac{1}{16} \cdot (x)\Big|_{\frac{1}{4}}^{1}\right]$$

$$V = \pi \cdot \left[\left(\ln(1)^{0} - \ln\left(\frac{1}{4}\right)\right) - \frac{1}{16} \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)\right]$$

$$V = \pi \cdot \left[-\ln\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{16} \cdot \frac{3}{4}\right]$$

$$V = \pi \cdot \left[-\ln\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{64}\right]$$

Portanto o volume do sólido de revolução é dado por:

$V = \pi \cdot \left[-\ln\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{64}\right]$ unidades de volume.