**UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA**
**DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR**
**PROF.: JAIRO**
**ALUNO: FELIPE DERKIAN DE SOUSA FREITAS**

# LISTA 10

**BOA VISTA, 29 DE SETEMBRO DE 2020**

Universidade Federal de Roraima
Álgebra Linear I - Lista 10
Prof. Jairo S. Araujo Costa

Data:13/10/2020
MB202
Turma 1

Questão 1. Em cada caso, verique se $T$ é uma transformação linear:

a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, denida por $T(x, y) = (x, 2x, y - x)$;

b) $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$, denida por $T(x, y, z, w) = x + y + \sqrt{7}\, z$;

c) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, denida por $T(x, y) = (x, xy, y - x)$.

Questão 2. Dena uma transformação linear $T : \mathbb{R} \to M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ tal que

$$T(\sqrt{2}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Questão 3. Exiba uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que

$$T(1, 0, 0) = 10, \quad T(0, 2, 0) = 4 \quad \text{e} \quad T(1, 2, 3) = 7.$$

Observações:

i) Resolva as questões (escreva as soluções em uma folha branca, de preferência papel A4, para facilitar a visibilidade), em seguida digitalize as folhas com as soluções e rena-as em um (único) arquivo no formato PDF. O envio desse arquivo será utilizado para atestar sua frequência nas aulas dos dias 13/10/2020 As soluções contidas no referido arquivo serão corrigidas para, com as demais listas de exercícios, formar a nota $N_4$ (ver plano de ensino do curso);

ii) assine em todas as folhas.

Felipe

(9.1) a) $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, definido por $T(x,y) = (x, 2x, y-x)$;

$u = (x_1, y_1) \in \mathbb{R}^2$

$v = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$

① $(0,0) \in \mathbb{R}^2$

$T(0,0) = (0, 2.0, 0-0) \Rightarrow (0,0,0)$ logo o $\vec{0}$ está.

②

$T(u+v) = T(u) + T(v)$

$T((x_1, y_1) + (x_2, y_2)) =$

$T(x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_1 + x_2, 2.(x_1 + x_2), (y_1 + y_2) - (x_1 + x_2))$

$= (x_1 + x_2, 2.(x_1 + x_2), (y_1 + y_2 - x_1 - x_2))$

$T(\overbrace{x_1, y_1}^{u}) = (x_1, 2x_1, y_1 - x_1)$

$T(\overbrace{x_2, y_2}^{v}) = (x_2, 2x_2, y_2 - x_2)$

$T(u) + T(v) = (x_1 + x_2, 2.(x_1 + x_2), y_1 - x_1 + y_2 - x_2)$

$= (x_1 + x_2, 2.(x_1 + x_2), y_1 + y_2 - x_1 - x_2)$

logo a soma pertence.

③ $T(\alpha u) = \alpha T(u)$

$T(\alpha.(x_1, y_1)) =$

$T(\alpha x_1, \alpha y_1) = (\alpha x_1, 2.(\alpha x_1), \alpha y_1 - \alpha x_1)$

$\alpha T(x_1, y_1) = \alpha.(x_1, 2x_1, y_1 - x_1)$

$= (\alpha x_1, 2(\alpha x_1), \alpha y_1 - \alpha x_1)$

logo é uma transformação linear!

Felix

(Q1) (B) $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$, definido por $T(x, y, z, w) = x + y + \sqrt{7} \cdot z$;

dados $u$ e $v \in \mathbb{R}^4$ temos:

$u = (x_1, y_1, z_1, w_1)$ e $v = (x_2, y_2, z_2, w_2)$

(1)

$T(0,0,0,0) = (0 + 0 + \sqrt{7} \cdot 0) = 0$ logo tem o vetor nulo.

(2)

$T(u+v) = T(u) + T(v)$

$T((x_1, y_1, z_1, w_1) + (x_2, y_2, z_2, w_2)) =$

$T(x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2, w_1 + w_2) = ((x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) + \sqrt{7} \cdot (z_1 + z_2))$

$T(u) = T(x_1, y_1, z_1, w_1) = (x_1 + y_1 + \sqrt{7} \cdot z_1)$

$T(v) = T(x_2, y_2, z_2, w_2) = (x_2 + y_2 + \sqrt{7} \cdot z_2)$

$T(u) + T(v) = ((x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) + \sqrt{7} \cdot (z_1 + z_2))$

logo a soma está.

(3) $T(\alpha u) = \alpha T(u)$

$T(\alpha (x_1, y_1, z_1, w_1)) =$

$T(\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1, \alpha w_1) = (\alpha x_1 + \alpha y_1 + \sqrt{7} \cdot (\alpha z_1))$

$\alpha \cdot T(x_1, y_1, z_1, w_1) = \alpha \cdot (x_1 + y_1 + \sqrt{7} \cdot z_1)$

$= (\alpha x_1 + \alpha y_1 + \sqrt{7} \cdot (\alpha z_1))$ logo é uma Transformação linear!

Felipe

Q1 c) $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, definida por $T(x,y) = (x, x \cdot y, y - x)$

Dados $u$ e $v \in \mathbb{R}^2$ temos $u = (x_1, y_1)$ e $v = (x_2, y_2)$

① $T(0,0) = (0, 0 \cdot 0, 0-0) \Rightarrow (0,0,0)$ logo tem o vetor nulo!

② $T(u+v) = T(u) + T(v)$

$T((x_1, y_1) + (x_2, y_2)) =$

$T(x_1+x_2, y_1+y_2) = ((x_1+x_2), (x_1+x_2) \cdot (y_1+y_2), (y_1+y_2) - (x_1+x_2))$

$((x_1+x_2), (x_1+x_2) \cdot (y_1+y_2), (y_1+y_2-x_1-x_2))$

$T(u) = T(x_1, y_1) = (x_1, x_1 y_1, y_1 - x_1)$

$T(v) = T(x_2, y_2) = (x_2, x_2 y_2, y_2 - x_2)$

$T(u) + T(v) = (x_1+x_2, (x_1 y_1) \cdot (x_2 y_2), (y_1 - x_1) - (y_2 - x_2))$

$= (x_1+x_2, (x_1 y_1) \cdot (x_2 y_2), (y_1 - x_1 - y_2 + x_2))$

$T(u+v) \neq T(u) + T(v)$ logo não é uma transformação linear!

Felipe

(Q3) Exibe uma transformação linear $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que:

$T(1,0,0)=10$, $T(0,2,0)=4$, $T(1,2,3)=7$.

$(x,y,z)=a(1,0,0)+b(0,2,0)+c(1,2,3)$

$(x,y,z)=(a,0,0)+(0,2b,0)+(c,2c,3c)$

$(x,y,z)=(a+c,\ 2b+2c,\ 3c)$

$\begin{cases} a+c=x \\ 2b+2c=y \\ 3c=z \end{cases}$ $\boxed{c=\frac{z}{3}}$ $2b+2c=y$ $a+c=x$

$2b+2\cdot\left(\frac{z}{3}\right)=y$ $\boxed{a=x-\frac{z}{3}}$

$2b=y-\frac{2}{3}z$

$T(x,y,z)=aT(1,0,0)+bT(0,2,0)+cT(1,2,3)$ $\boxed{b=\frac{y-\frac{2}{3}z}{2}}$

$=\left(x-\frac{z}{3}\right)\cdot(10)+\left(\frac{y-\frac{2}{3}z}{2}\right)\cdot(4)+\left(\frac{z}{3}\right)\cdot(7)$

$T(x,y,z)=\left(10x-\frac{10z}{3}+\frac{4y-\frac{2\cdot4z}{3}}{2}+\frac{7z}{3}\right)$

$T(x,y,z)=\left(10x-\frac{10z}{3}+\frac{4y-\frac{8z}{3}}{2}+\frac{7z}{3}\right)$ #

Confirmação

$T(1,0,0)=\left(10.1-\frac{10.0}{3}+\frac{4.0-\frac{8.0}{3}}{2}+\frac{7.0}{3}\right)=(10-0+0+0)=10$ #

$T(0,2,0)=\left(\cancel{10.0}-\frac{10.0}{3}+\frac{4.2-\frac{8.0}{3}}{2}+\frac{7.0}{2}\right)=(0-0+\frac{8}{2}-0+0)=4$ #