UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR PROF.: JAIRO

ALUNO: FELIPE DERKIAN DE SOUSA FREITAS

PROVA I



Universidade Federal de Roraima Departamento de Matemática Álgebra Linear I - Prova 1

Data: 15/10/2020 Semestre 2020.1 Turma 1 Prof. Jairo

Responda quatro, dentre as dez questões abaixo.

Questão 1. (2,5 Pontos) Verique se são subespaços Rê:

- a) $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; 3x + 2y z = 0\};$
- b) $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; y = xz\}$.

Questão 2. (2,5 Pontos) Determine a dimensão do subespaço W de R^4 gerado pelos vetores $V_1 = (1, 1, 5, 4)$, y = (1, 1, 1, 1)e $V_3 = (1, 1, -7, -5)$, exibindo uma base do mesmo.

Questão 4. (2,5 Pontos) Verique se $B = \{(1, 2, 3), (4, 5, 6), (3, 2, 1)\}$ è uma base do espaço vetorial \mathbb{R}^3 .

Questão 5. (2,5 Pontos) Verique se o conjunto

$$(X^3 \times A = [a_{ij}]_{3\times3} \in M_{3\times3}(R); \quad a_{ij} = a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0$$

é um subespaço de $M_{3\times3}(R)$. Em caso armativo, determine a dimensão de $^{\mbox{\scriptsize V}}$ exibindo uma base do mesmo.

Nas questões 6 a 10, abaixd, é um espaço vetorial de dimensão nita.

Questão 6. (2,5 Pontos) Sejá um espaço vetorial. Mostre que, para cada subespaçó de V, existe um subespaçó de V tal que $U \oplus W = V$.

Questão 7. (2,5 Pontos) Seja $X = \{u_1, \dots, H\}$ um subconjunto de um espaço vetorialV. Mostre que seX é L.I., então dados $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}^*$ o conjunto $X^0 = \{\alpha_1 u_1, \dots, \alpha_n u_n\}$ também é L.I.

Questão 9. (2,5 Pontos) Sejá $X = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ um subconjunto de um espaço vetorial. Mostre que seX é LI, então são LI os seguintes conjuntos:

- a) $X^0 = \{v_1, v_2 + v_1, v_3 + v_1, v_4 + v_1\}$;
- b) $X^{00} = \{v_1, v_2, v_3 + \alpha v_1, v_4\}, \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}.$

Questão 10. (2,5 Pontos) Prove quese $X = \{u_1, \dots, k\}$ é um subconjunto de um espaço vetorial V tal que cada vetoru de $U = \operatorname{Ger}^X$ se escreve de modo único como combinação linear dos vetores de X. então X é uma base deU.

Observações:

- i) Resolva as questões (escreva as soluções em uma folha brancade preferência papelA4, para facilitar a visibilidade), em seguida digitalize as folhas com as soluções e rena-as em um (único) arquivo no formato PDF.
- ii) assine em todas as folhas.
- iii) o arquivo com as soluções deve ser enviado até às 17hs.

Lelipe Werkier - Provo 3 - Algebro linear

Ors Verifique se são subespaços de 123:

a) Ws = E(x, y, z) E1R3; 3x+2y-3=03;

U= (X1, y1, 34) EWI implies que 3X1+241-31=0

U=(X2142,32) EWI implies que 3X1+241-31=0

Outro

(3K1+2y1-31)+(3X2+2y2-32)=0

3.(K1+X2)+2.(y1+y2)-(31+32)=0

4+10 -(K1+X2, Y1+42) 31+32) EWI

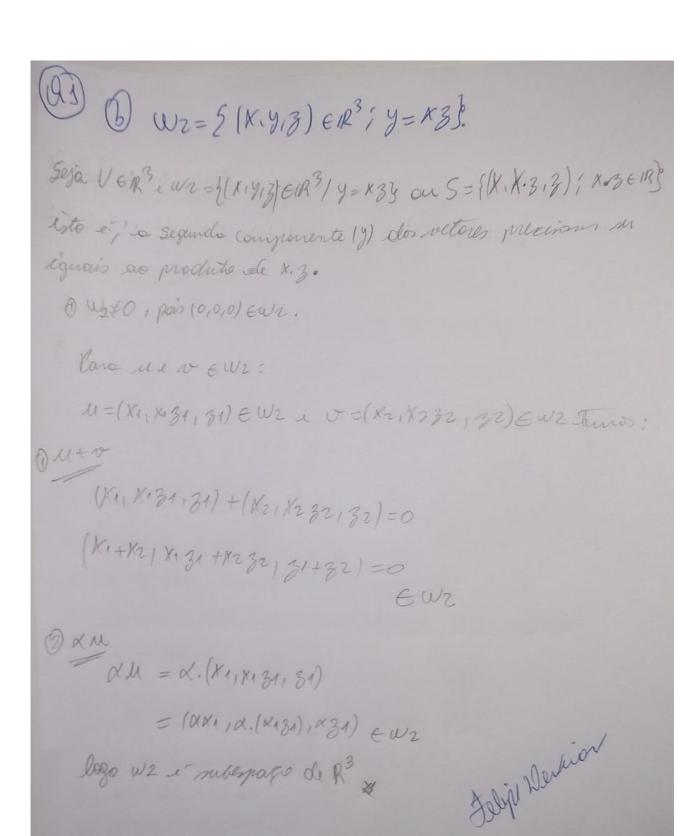
pois as coordinados de u+v sotisfisque o equação

€ los outro lado Xu = X(X1. y1. 31) EUS Pois, 3×1+2y-z =0 logo,

x(3x1+2y-3)=00

3(ax1) +2(xy)-(23)=0

logo WI i Subernação de R &



(A2) Valernine a dimensão do Suberaça V de R sprado pelos vetores o 1=(1,1,5,4), o 2=(1,1,1,1) = v3=(1,1,-7,-5), exibindo uma bar do mesmo.

para determina a dimensão à necessario verificas se são 23 = 24 gram W. Então

A.(1,1,5,4)+b(1,1,1,1)+c(1,1,-7,-5)=0

(a,0,50,40)+(hibibi)+(c,c,-+1,-5c)=(0,0,0,0)

(a+b+c=0 2+21-22 (0+0+0-5c)=(0,0,0,0)

50+b+c=0 2+21-22 (0+0+0-5c)=(0,0,0,0)

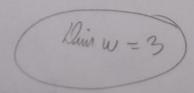
50+b+c=0 2+21-22 (0+0+0-0-0)

50+b-c=0 2+21-22 (0+0+0-0-0)

50+b-c=0 2+21-22 (0+0+0-0-0)

60+b-c=0 2+21

Como Temos uno linho unlo ino motro que temos 4 vetores oude são LD. portento o din w=3 que e a quantidade de vetores não mulos.



Jelin Derkin (94) Verifique se B={(1,2,3),(4,5,6),(3,2,1)} i uno base do espaco Veteriol p. DBE LJ? Q(1,2,3) + 6/4,5,6) + C(3,2,1) =0 (0,20,30)+(4b,5b,6b)+(36,26,0)=(0,0,0) (a+4b+36,20+5b+26,30+6b+6)=(0,0,0) 20+4b+3c=0 22±22-221 (0+4b+3c=0 23€23-361 20+6b+2c=0 => 3b-4c=0 => 0-30+6b+C=0 $\begin{bmatrix}
0 + 416 + 36 = 0 \\
-36 - 46 = 0
\end{bmatrix}$ -66 - 86 = 0 -66 - 86 = 0(a+4b+36=0 d 00+00+00 =0 x +logo o sistemo Inoleterminado e posus infinitas oducies. Cortante e LD e mão pomo uma

bose el R3.

Propo hore que, x X={u1, ..., un} « um suborjunto de un espaço leterial V tal que vada veta u de V = Garx se soure de made unico como cambinação linear dos vetares de X. lutão X í uma sax de V.

Ve foto, se X C V & V & gerado ploy x, logo os relates de X são linearmente prolegendente e formam uma cax para o subespaço Vetarial V logo que escurim- se de modo unico (LI) logo hormo umo bax de J. Logo X & bax de V pois pela Definição a san deve se 2. J. e a bax deve geras V.