UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR
PROF.: JAIRO
ALUNO: FELIPE DERKIAN DE SOUSA FREITAS

LISTA 2

BOA VISTA, 17 DE SETEMBRO DE 2020

Universidade Federal de Roraima
Álgebra Linear I - Lista 2
Prof. Jairo S. Araujo Costa

Data:
10/09/2020
MB202
Turma 1

Questão 1. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & -5 \\ 0 & -1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & -10 \end{bmatrix}$:

a) Calcule o determinante das matrizes A e B;

b) determine, caso exista A^{-1} e B^{-1}.

Questão 2. Dizemos que duas matrizes A e B são semelhantes se existe uma matriz P tal que $B = P^{-1}AP$. Mostre que se A e B são semelhantes, então $detA = detB$.

Observações:

i) Resolva as questões (escreva as soluções em uma folha branca, de preferência papel A4, para facilitar a visibilidade), em seguida digitalize as folhas com as soluções e rena-as em um (único) arquivo no formato PDF. O envio desse arquivo será utilizado para atestar sua frequência na aula do dia 10/09/2020. As soluções contidas no referido arquivo serão corrigidas para, com as demais listas de exercícios, formar a nota N_4 (ver plano de ensino do curso);

ii) assine todas as folhas;

iii) anexe essa página ao seu arquivo ou escreva os enunciados com o preâmbulo.

Felipe Kerkian

Lista 2

Questão 1: Dadas as matrizes $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & -5 \\ 0 & -1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 0 & -10 \end{bmatrix}$

a) calcule o determinante das matrizes A e B.

b) determine, caso exista A^{-1} e B^{-1}.

A)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \cancel{1 \cdot (0-0)} - 2 \cdot (-5-4) + \cancel{3 \cdot (0-0)} =$$

$$= -2 \cdot (-9)$$

$$= 18$$

Lista 2 - 1 a)

Felipe Dechiar

A)

$$|B| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 4 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -5 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 5 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & -10 & 2 & 4 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 0+0+0+0-(0-0-0-0)$$

$$|B| = 0$$

L2 - 1 b)

B) determine, caso exista A^{-1} e B^{-1}. (2-3b)

B^{-1} = o determinante desta matriz é igual a zero, então não é possível fazer a inversa.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad P_1 = a_{11} = 1 \quad = \frac{a_{11} a_{ij} - a_{i1} a_{1j}}{P_0} \Rightarrow a_{ij}$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad P_2 = a_{22} = 2 \quad \frac{a_{22} a_{ij} - a_{i2} a_{2j}}{P_1} \Rightarrow a_{ij} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & -8 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 18 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right)$$

$$P_3 = a_{33} = 18 \quad \frac{a_{33} a_{ij} - a_{i3} a_{3j}}{P_2} \Rightarrow a_{ij}: \left(\begin{array}{ccc|ccc} 18 & 0 & 0 & 0 & -10 & 8 \\ 0 & 18 & 0 & 9 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 18 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right) = \frac{1}{18} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -10 & 8 \\ 9 & 2 & -7 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{5}{9} & \frac{4}{9} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{9} & -\frac{7}{18} \\ 0 & 1/9 & 1/9 \end{pmatrix}$$

Felipe Dervkow   Lista 2 - 2

Questão 2: Dizemos que duas matrizes A e B são semelhantes se existe uma matriz P tal que $B = P^{-1} \cdot AP$. Mostre que se A e B são semelhantes, então $\det A = \det B$.

$B = P^{-1}AP$

$\det B = \det(P^{-1}AP)$

$\det(AB) = \det A \cdot \det B$

$\det(P^{-1}AP) = \det P^{-1} \det A \cdot \det P = \det A \det P \det P^{-1}$.

$\det P \det P^{-1} = 1$

$\det B = \det(P^{-1}AP) = \det A$.