UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR
PROF.: JAIRO
ALUNO: FELIPE DERKIAN DE SOUSA FREITAS

LISTA 15

BOA VISTA, 05 DE NOVEMBRO DE 2020

Universidade Federal de Roraima
Álgebra Linear I - Lista 15
Prof. Jairo S. Araujo Costa

Data:03/11/2020
MB202
Turma 1

Questão 1. Seja V um espaço vetorial de dimensão n.

(a) Prove que, se n for ímpar, então não existe operador linear $T : V \to V$ tal que $Im\,T = Nuc\,T$.

(b) Mostre que a afirmação (a) é falsa se n for par.

Sugestão: para o item (a), utilize o Teorema do Núcleo e da Imagem.

Questão 2. Seja $T : U \to V$ uma transformação linear. Mostre que:

(a) se T é injetiva, então $dim\,U \leq dim\,V$;

(b) se T é sobrejetiva, então $dim\,V \leq dim\,U$.

Observações:

i) Resolva as questões (escreva as soluções em uma folha branca, de preferência papel A4, para facilitar a visibilidade), em seguida digitalize as folhas com as soluções e rena-as em um (único) arquivo no formato PDF. O envio desse arquivo será utilizado para atestar sua frequência nas aulas dos dias 03/11/2020. As soluções contidas no referido arquivo serão corrigidas para, com as demais listas de exercícios, formar a nota N_4 (ver plano de ensino do curso);

ii) **assine em todas as folhas**.

Q1) Seja V um espaço vetorial de dimensão n.

a) Prove que, se n for ímpar, então não existe operador linear $T: V \to V$ tal que $\text{Im } T = \text{Nuc } T$.

b) Mostre que a afirmação (a) é falsa se n for par.

a) Dado o teorema do núcleo e da imagem dado por $\dim(\text{im}(T)) + \dim(\text{Ker}(T)) = \dim(V)$ logo, um espaço $V \in \mathbb{R}^n$ tal que $n \% 2 \neq 0$ ou seja ímpar temos que:

$\dim(V) = \dim(\text{img}(V)) + \dim(\text{Nuc}(V))$ são diferentes pois só cabe número inteiro logo por exemplo $V \in \mathbb{R}^3$ temos $\dim(\text{img}(V))$ é no mínimo 0 e no máximo $\dim(V)$ e o mesmo acontece para $\dim(\text{Nuc}(V))$ logo a afirmação está correta, pois não existe meio espaço.

Felipe

b) Dado o teorema do núcleo e da imagem

dim(V) = dim(img(V)) + dim(Nuc(V)), logo um espaço

$V \in \mathbb{R}^n$ tal que $n \% 2 = 0$; ou seja, n par.

logo, dim(V) = dim(img(V)) + dim(Nuc(V)) podem ser

iguais ao valor do espaço vetorial EX: $V \in \mathbb{R}^4$

quando dim(img(V)) = 2 e dim(Nuc(V)) = 2, logo tem

a possibilidade para todo n par ter Im(V) = Nuc(V)

logo a afirmação está correta caso isso ocorra.

Felipe

D S T Q Q S S
D L M M J V S

Felipe 215 - A2

Q2) Seja $T: U \to V$ uma T.L. Mostre que:

a) se T é injetora, então $\dim U \leq \dim V$;

b) se T é sobrejetora, então $\dim V \leq \dim U$

a) De fato, quando a T.L. é injetora é tem somente um vetor da imagem relacionado ao domínio. Onde o espaço U é composto apenas por vetores linearmente independentes. portanto $\dim U$ (domínio) $\leq \dim V$ (imagem).

b) De fato, quando uma T.L. é sobrejetora tem-se vetores no domínio que a transformação leva ao mesmo vetor na imagem. portanto $\dim V$ (domínio) $\leq \dim U$ (imagem).