UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA



Departamento de Matemática Prof. Felipe C. Minuzzi Lista de exercícios 1 MTM 1133 - Equações Diferenciais Parciais A

Questão 1. Quais dos seguintes operadores são lineares:

a)
$$\mathcal{L}u = u_x + xu_y$$

b)
$$\mathcal{L}u = u_x + uu_y$$

c)
$$\mathcal{L}u = u_x + u_y^2$$

d)
$$\mathcal{L}u = u_x + u_y + 1$$

e)
$$\mathcal{L}u = \sqrt{1+x^2}(\cos y)u_x + u_{yxy}$$

Questão 2. Para cada uma das seguintes equações, indique a ordem e se é linear ou não-linear, homogênea ou não-homogênea.

a)
$$u_t - u_{xx} + 1 = 0$$

b)
$$u_t - u_{xx} + xu = 0$$

c)
$$u_t - u_{xxt} + uu_x = 0$$

d)
$$u_{tt} - u_{xx} + x^2 = 0$$

e)
$$iu_t - u_{xx} + \frac{u}{x} = 0$$

f)
$$u_x(1+u_x^2)^{-1/2} - u_y(1+u_y^2)^{-1/2} = 0$$

$$g) u_x + e^y u_y = 0$$

h)
$$u_t + u_{xxxx} + \sqrt{1+u} = 0$$

Questão 3. Dê a ordem das EDPs abaixo:

a)
$$u_x^2 + u_{yyy} = 0$$

b)
$$u_x u_t = \sin u$$

c)
$$x^3 \partial_x u - u^3 \partial_t u + \partial_x^2 u = x^5 + t^4$$

d)
$$uD_1^2D_2u + D_1u = u^2 + 1$$

Questão 4. Mostre que a diferença entre duas soluções de uma equação linear não-homogênea $\mathcal{L}u=g$ com a mesma função g é solução da equação homogênea $\mathcal{L}u=0$.

Questão 5. Verifique que u(x,y)=f(x)g(y) é uma solução da EDP

$$uu_{xy} = u_x u_y$$

para todo par de funções reais diferenciáveis f e g de uma variável.

Questão 6. Verifique por substituição direta que

$$u_n(x,y) = \sin nx \sinh ny$$

é a solução da equação de Laplace $u_{xx} + u_{yy} = 0$ para todo n > 0.