UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA

Departamento de Matemática Prof. Felipe C. Minuzzi Lista de exercícios 3 MTM 1133 - Equações Diferenciais Parciais A

Obs.: No que segue, considere u uma função de classe $C^2(\Omega)$ em um aberto $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, a menos que seja explicitado de maneira diferente.

Questão 1. Encontre as curvas características das seguintes EDPs no ponto (0,1):

- i) $u_{tt} tu_{rr} = 0$
- ii) $u_{tt} + 2e^x u_{tx} + e^{2x} u_{xx} + \cos x u_t + \sin x u_x + x^2 u = 0$
- iii) $(\cos^2 x \sin^2 x)u_{tt} + 2\cos xu_{tx} + u_{xx} + u = 0$

Questão 2. Transforme as seguintes EDPs em suas respectivas formas canônicas.

- i) $2u_{tt} 2u_{tx} + 5u_{xx} + u = 0$
- ii) $u_{tt} t^2 u_{xx} = 0$
- iii) $u_{tt} + (2t+3)u_{tx} + 6tu_{xx} = 0$

Questão 3. Encontre a solução da EDP

$$u_{tt} - 2\sin t u_{tx} - \cos^2 t u_{xx} - \cos t u_x = 0$$

via sua forma canônica.

Questão 4. Classifique as equações abaixo conforme sua família de solução:

- a) $4u_{xx} + 12u_{xy} + 5u_{yy} = 6u_x u_y$
- b) $u_{xx} 4u_{xy} + 4u_{yy} = u + 2u_y$
- c) $2u_{xx} + 6u_{xy} + 9u_{yy} = xyu$
- d) $(1+x^2)^2 u_{xx} (1+y^2)^2 u_{yy} = 0$
- e) $(1+x^2)^2 u_{xx} 2(1+x^2)(1+y^2)u_{xy} + (1+y^2)^2 u_{yy} = u^2 x$
- f) $u_{xx} + (1+x^2)^2 u_{yy} = 0$

Questão 5. Encontre a solução da EDP

$$x^{2}u_{tt} - 2txu_{tx} + t^{2}u_{xx} = \frac{x^{2}}{t}u_{t} + \frac{t^{2}}{x}u_{x}$$

via sua forma canônica.

Questão 6. Encontre a solução do seguinte problema:

$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx}, & x > 0, \ t > 0, \\ u_x(0.t) = k(t), & t > 0 \\ u(x,0) = f(x) & u_t(x,0) = g(x), & x > 0. \end{cases}$$