UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
Departamento de Matemática
Prof. Felipe C. Minuzzi
Lista de exercícios 5
MTM 1133 - Equações Diferenciais Parciais A

Questão 1. Resolva o problema

$$
\begin{aligned}
u_{tt} &= c^2 u_{xx}, \quad \text{em } \mathbb{R}, && (1)\\
u(0,t) &= A, \quad u(L,t) = B, \quad t > 0, && (2)\\
u(x,0) &= f(x), \quad u_t(x,0) = g(x), \quad 0 < x < L, && (3)
\end{aligned}
$$

onde A e B são constantes, reduzindo-o, através de uma mudança de variável dependente u, a um problema da equação da onda com condições de contorno homogêneas.

Questão 2. Usando a mesma estratégia do exercício anterior, resolva o problema

$$
\begin{aligned}
u_{tt} &= c^2 u_{xx}, \quad \text{em } \mathbb{R}, && (4)\\
u(0,t) &= A + Bt, \quad u(L,t) = C + Dt, \quad t > 0, && (5)\\
u(x,0) &= f(x), \quad u_t(x,0) = g(x), \quad 0 < x < L. && (6)
\end{aligned}
$$

onde A, B, C e D são constantes.

Questão 3. Use o método de Fourier para resolver os problemas

a)

$$
\begin{aligned}
u_{tt} &= c^2 u_{xx}, \quad \text{em } \mathbb{R}, && (7)\\
u_x(0,t) &= 0, \quad u_x(L,t) = 0, \quad t > 0, && (8)\\
u(x,0) &= f(x), \quad u_t(x,0) = g(x), \quad 0 < x < L, && (9)
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
u_{tt} &= c^2 u_{xx}, \quad \text{em } \mathbb{R}, && (10)\\
u(0,t) &= 0, \quad u_x(L,t) = 0, \quad t > 0, && (11)\\
u(x,0) &= f(x), \quad u_t(x,0) = g(x), \quad 0 < x < L, && (12)
\end{aligned}
$$

c)

$$
\begin{aligned}
u_{tt} &= c^2 u_{xx} - \alpha u, \quad \text{em } \mathbb{R}, \quad \alpha > 0 && (13)\\
u(0,t) &= 0, \quad u_x(L,t) = 0, \quad t > 0, && (14)\\
u(x,0) &= f(x), \quad u_t(x,0) = g(x), \quad 0 < x < L, && (15)
\end{aligned}
$$

Questão 4. Escreva a solução da equação da onda com condições de contorno homogêneas no caso em que $g(x) = 0$ e

$$
f(x) = \begin{cases} \dfrac{hx}{a}, & \text{para } 0 \le x \le a, \\ \dfrac{h(x-L)}{(a-L)}, & \text{para } a \le x \le L, \end{cases} \qquad (16)
$$

onde $0 < a < L$ e $h > 0$.