

Medindo a eficiência DEA de times de basquete da NBA: análise temporal da eficiência e enfoque multiobjetivo para obtenção de benchmarks

Luiz Aizemberg

Universidade Federal Fluminense
Rua Passos da Pátria, 156, São Domingos, Niterói - RJ
luizaizemberg@gmail.com

Thiago Graça Ramos

Universidade Federal Fluminense
tgramos@globo.com

Marcos Costa Roboredo

Universidade Federal Fluminense
mroboredo@id.uff.br

Guilherme Henrique Ismael de Azevedo

Universidade Federal Fluminense
guilhermehen@hotmail.com

Alessandro Martins Alves

Universidade Federal Fluminense
alessandro.alves@globomail.com

Marco Antônio Farah Caldas

Universidade Federal Fluminense
mcaldas@producao.uff.br

RESUMO

Neste trabalho, utilizamos DEA para medir a eficiência de times de basquete pertencentes a NBA nas temporadas 2006-2007, 2007-2008, 2008-2009, 2009-2010 e 2010-2011. Neste contexto, os times são as DMUs, a folha de pagamentos de cada time e a média de público dos seus jogos em casa são os inputs enquanto o número de vitórias e a média de pontos por jogo de cada time são os outputs. Primeiramente, com intuito de se fazer uma análise da evolução dos times no período considerado, calculamos a eficiência DEA considerando cada time em cada temporada como uma DMU diferente. Em seguida, usamos um modelo DEA multiobjetivo que permite a obtenção, para cada DMU ineficiente, de não apenas um, mas diversos alvos na fronteira eficiente, possibilitando que cada DMU escolha o alvo mais adequado de acordo com a sua política.

PALAVRAS CHAVE. Análise envoltória de dados, Basquete, MOLP-DEA.

ABSTRACT

In this paper, we use DEA to measure the NBA basketball teams efficiency in seasons 2006-2007, 2007-2008, 2008-2009, 2009-2010 and 2010-2011. We use teams as DMUs, the payroll and the average attendance as inputs and the number of wins and the average points per game as outputs. First, in order to analyze the evolution of the teams, we measure the DMUs efficiency where each team in each season is a different DMU through classical DEA BCC output oriented model. Next, we apply a DEA multiobjective model to obtain several targets. It allows each team to choose the target in accordance with its policy.

KEYWORDS. Data Envelopment Analysis, Basketball, MOLP-DEA.

1. Introdução

Basquete é um dos esportes mais populares no mundo, principalmente nos EUA, movimentando uma grande quantidade de dinheiro. No Brasil, este esporte vem adquirindo proporções cada vez maiores principalmente com a criação da NBB (Novo Basquete Brasil) em 2009. Este esporte é disputado por duas equipes com cinco jogadores cada. A equipe vencedora é aquela que obtiver mais pontos em relação ao adversário. É válido ressaltar que neste jogo o empate não acontece, pois, caso isto aconteça no tempo regulamentar, ocorre uma prorrogação deste tempo.

A principal liga de basquete existente é a Liga Profissional Americana de Basquete (NBA) que possui 30 times divididos em 2 conferências de 15 equipes, uma conferência leste e outra oeste, sendo classificadas segundo sua localização geográfica. Além da divisão em conferências, existe uma nova classificação em 3 divisões em cada uma das conferências, que também utiliza características geográficas para organizar as equipes.

Cada equipe joga 82 jogos da temporada regular, no inglês *regular season*, que classifica os 8 melhores times de cada conferência (baseado no número de vitórias) para uma nova etapa do campeonato, chamada de *Playoffs*, afim de definir o campeão da temporada.

Devido à popularidade do basquete nos EUA e a valores cada vez maiores que este esporte vem movimentando, uma análise de eficiência dos times da NBA se torna importante que é o objetivo deste trabalho.

Na literatura, podemos encontrar diversos trabalhos que utilizam a técnica de análise envoltória de dados (DEA) aplicada a esportes, particularmente ao basquete. Cooper et al. (2009), por exemplo, fazem uso de um procedimento que seleciona pesos não nulos com o objetivo de avaliar a eficiência de jogadores. Já Bai (2009) também mensura a eficiência de jogadores, porém, pelo método da eficiência cruzada, considerando algumas variáveis de ambiente.

Além do uso da técnica DEA, diversos trabalhos envolvendo basquete também podem ser encontrados. Hofler e Payne (1997) avaliam a eficiência dos 27 times da NBA usando fronteira estocástica. Já Pollard (2001) avalia o impacto no desempenho das equipes quando mudam de cidade, algo que se tornou mais comum nos últimos tempos. Lee e Berri (2008) fazem uma análise das escolhas dos técnicos em relação à alocação de cada jogador que possui no elenco, onde é feito um cálculo das eficiências das escalações usando a fronteira estocástica e uma análise temporal, possibilitando verificar se um determinado jogador ao mudar de posição teve uma melhora em seu desempenho. Dezman et al (2001) também verificam a importância e a eficiência de cada jogador segundo a sua escalação. No entanto, estes fazem uma avaliação mais empírica.

Analizando trabalhos envolvendo esportes, diversas questões são abordadas. Alguns destes trabalhos, por exemplo, possuem como objetivo a avaliação da existência do *home advantage*, ou seja, vantagem de jogar em casa. Essa vantagem impacta no resultado final dos jogos e é reconhecida por muitos autores, sendo aplicada tanto no futebol como no beisebol, voleibol, futebol americano, entre outros esportes (Courneya e Carron, 1992; Pollard, 2001). Outros trabalhos avaliam a adaptação dos jogadores oriundos da faculdade e do colegial para as ligas profissionais como em Bolonchuck et al. (1991).

Neste trabalho, propomos avaliar através da metodologia DEA, a eficiência de times de basquete pertencentes a NBA nas temporadas 2006-2007, 2007-2008, 2008-2009, 2009-2010 e 2010-2011. Assim, os times são considerados as DMUs, a folha de pagamentos de cada time e a média de público dos seus jogos em casa são os inputs enquanto o número de vitórias e a média de pontos por jogo de cada time são os outputs.

Primeiramente, com intuito de fazer uma análise da evolução temporal de cada equipe, calculamos as eficiências dos times pelo método DEA BCC output clássico considerando que cada time em cada temporada representa uma DMU diferente. Em seguida, fazemos uso de um modelo DEA multiobjetivo (MOLP-DEA) para a obtenção, para cada DMU ineficiente, de não apenas um, mas diversos alvos na fronteira eficiente, possibilitando que cada DMU escolha o alvo mais adequado a sua política.

Este trabalho está dividido da seguinte maneira. Seção 2 explica o objetivo do artigo. Seção 3 descreve os dados utilizados. Seção 4 faz uma revisão modelos de DEA. Seção 5 mostra técnica MOLP-DEA utilizada. Seção 6 mostra os resultados obtidos. Seção 7 apresenta conclusões.

2. Objetivo

O objetivo principal do presente trabalho é entender melhor o desempenho e a administração de cada equipe do basquete profissional americano, pois além das renovações de contrato e trocas, cada equipe seleciona jogadores no *Draft* (escolha de jogadores oriundos de faculdade e colegial) e isso pode transformar um time de baixo em uma determinada temporada em um time com alto rendimento na temporada subsequente.

Neste contexto, serão calculadas as eficiências temporais das equipes e possíveis modelos que visam encontrar um número considerável de *benchmarks* para cada time considerado ineficiente são analisados.

3. Dados

Para o presente estudo serão utilizados o número de vitórias, média de público de jogos em casa, folha salarial, e média de pontos de cada equipe da NBA (*National Basketball Association*) em cada uma das temporadas analisadas (2006-2007 a 2010-2011).

4. Análise envoltória de dados

A Análise de Envoltória de Dados é um método não-paramétrico, surgido formalmente com o trabalho de Charnes et al. (1978), com o objetivo de medir a eficiência de unidades tomadoras de decisão, as DMUs, na presença de múltiplos fatores de produção (*inputs*) e múltiplos produtos (*outputs*).

As DMUs caracterizam-se por desempenhar tarefas semelhantes, ou seja, utilizam os mesmos insumos e desempenham as mesmas tarefas para produzir um mesmo produto, diferindo nas quantidades de recursos (*inputs*) utilizados e de produtos (*outputs*) gerados; a comparação entre as DMUs gera o conceito de eficiência.

A técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores de eficiência produtiva relativa teve origem no trabalho de Farrel (1957) e foi generalizada por Charnes et al. (1978), no sentido de trabalhar com múltiplos insumos e múltiplos produtos.

A adequação das informações conforme a necessidade dos modelos permite avaliar as eficiências de unidades produtivas em diversas áreas de interesse. Com isso, o tratamento dado a *inputs* e *outputs* deve ser homogêneo e utilizado na hora de se fazer as escolhas.

Alguns termos como, produtividade, eficiência e unidade tomadora de decisão (DMU) são muito utilizados em DEA e por isso faz-se necessária uma explicação mais detalhada.

A produtividade de uma unidade tomadora de decisão é o quociente entre o valor dos produtos gerados e dos recursos empregados. Na forma mais simplificada, onde existe um único recurso e um único produto, a produtividade é a razão entre o *output* e o *input*.

No entanto, em sua grande maioria, o número de variáveis de entrada e de variáveis de saída é superior a 1. Desta forma, faz-se necessário uma adaptação do modelo a uma forma mais genérica, calculando-se a produtividade de cada DMU dividindo uma combinação linear dos produtos por uma combinação linear dos recursos.

Eficiência é a relação entre o que poderia ser produzido e o que efetivamente foi produzido. Diante disso Farrell (1957) sugeriu alguns tratamentos que se revelaram apropriados ao cálculo da eficiência.

Com base em Farrell (1957), surgiu uma forma de tentar mensurar a eficiência produtiva através da Análise Envoltória de dados (DEA). Essa técnica foi desenvolvida por Charnes et al (1978), escolhendo como unidade balizadora aquela que tiver o melhor desempenho.

A Análise Envoltória de Dados (DEA) não faz nenhuma suposição funcional para determinar a eficiência da DMU. A DMU eficiente é a que obtem o melhor desempenho na relação entre seus *inputs* e *outputs*. A maneira como isso é feito pode ser considerada uma medida de excelência, pois, ao utilizar a melhor DMU como referência, faz com que todas as outras unidades sejam comparadas a ela.

Essa abordagem é diferente de outras técnicas, onde uma unidade que tem um desempenho muito superior às outras pode, eventualmente, ser eliminada da amostra por ser considerada *outlier* e, dessa forma, distorcer a aplicação do modelo.

Para o desenvolvimento de um modelo com mais de uma entrada e mais de uma saída, Farrell (1957) apresenta o conceito de eficiência na formulação seguinte:

$$EF = \frac{\sum_j u_j Y_{jk}}{\sum_i v_i X_{ik}}$$

onde:

Y_{jk} representa a saída j da unidade k ;

X_{ik} é a entrada i da unidade k ;

u_j e v_i representam os pesos de cada saída j e de cada entrada i respectivamente. Esses pesos precisam de alguma forma ser determinados.

Há dois modelos DEA clássicos: CCR (de Charnes, Cooper e Rhodes) e BCC (de Banker, Charnes e Cooper). Os modelos DEA-CCR devido a Charnes, Cooper e Rhodes (Charnes et al., 1978) apresentam retornos constantes de escala, enquanto os modelos DEA-BCC de Banker, Charnes e Cooper (Banker et al., 1984) apresentam retornos de escala variáveis. O modelo CCR é também conhecido por CRS (constant returns to scale) e o BCC por VRS (variable returns to scale).

No modelo CCR, admite-se que qualquer mudança nos *inputs* (insumos) gera uma mudança proporcional nos *outputs* (produtos) e vice-versa. Isto faz com que esse modelo seja bastante utilizado para medir a eficiência de linhas de produção, manutenção de equipamento e medição do controle de qualidade.

No modelo BCC, essa proporcionalidade entre as variáveis não existe, fazendo com que esse tipo de modelo seja mais indicado para rankings em competições ou ordenação de preferência.

Nos modelos de DEA, faz-se necessário definir o tipo de orientação que se deseja utilizar, as orientações mais utilizadas são a *outputs* e a *inputs*. Caso o modelo seja orientado a *input*, o objetivo será minimizar a matéria prima, isto é, produzir a mesma quantidade com menos insumos. Por outro lado, a orientação a *output* no modelo é utilizada quando o objetivo é maximizar as saídas, mantendo as entradas inalteradas.

Outro fator que deve ser considerado em modelagem DEA é o uso de pesos. Inicialmente o modelo calcula com total liberdade o peso de cada variável de forma a encontrar DMUs eficientes da melhor maneira possível. Desta forma, é preciso utilizar restrições aos pesos quando as variáveis do estudo não possuem o mesmo grau de relevância em relação ao modelo (Allen et al., 1997). Para maiores informações sobre uso de pesos em modelos DEA, ver Mello et al. (2008) e Cooper et al. (2009).

Além dos fatores supracitados, pode-se confrontar as DMU's ineficientes com as eficientes, ou seja, estabelecer metas para que as DMU's ineficientes tornem-se eficientes. Essas DMUs eficientes passam a ser os benchmarks. Tais metas apontam os pontos fortes e fracos das DMUs ineficientes, e, mais precisamente, quanto precisam evoluir para atingir os "melhores desempenhos". Como exemplo, podemos citar Wu (2008), que cria metas para os países participantes dos jogos olímpicos de verão de 2008 através da análise dos resultados dos jogos olímpicos de 1984 a 2004.

4.1 Modelo DEA-BCC orientado a *input*

Nos modelos BCC, a proporcionalidade entre os *inputs* e os *outputs* é substituída pelo axioma da convexidade. O modelo determina uma fronteira VRS (Variable Return to Scale) que admite retornos crescentes ou decrescentes de escala na fronteira eficiente, permitindo que DMUs que possuem baixos valores de *inputs* tenham retornos crescentes de escala, enquanto as que têm altos valores tenham retornos decrescentes de escalas.

A convexidade é introduzida no Modelo do Envelope de Charnes et al. (1978) através de uma restrição adicional que requer que o somatório dos λ seja igual a 1, ou seja, a contribuição das DMUs na formação do alvo da DMU é 1. Dessa forma, se obtém uma envoltória como a apresentada na figura 1 (Angulo-Meza, 1998):

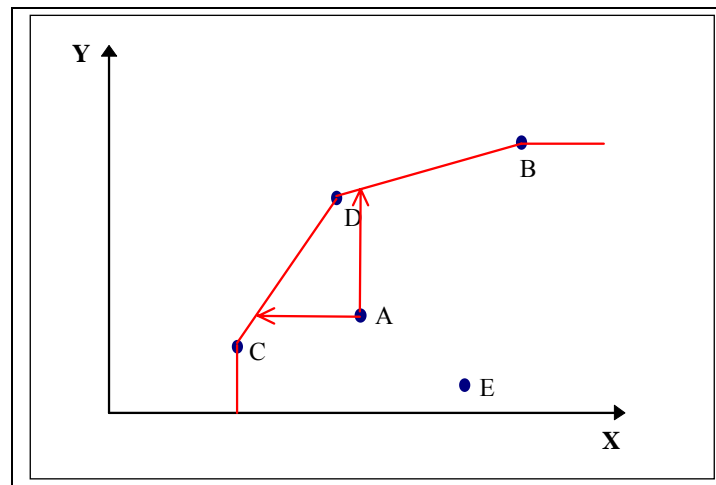


Figura 1 - Projeções das Orientações na Fronteira VRS

O modelo do envelope, com orientação a *input*, é apresentado a seguir.

Min h_0

sujeito a

$$h_0 x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i$$

$$-y_{j0} + \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k \geq 0, \quad \forall j$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

$$\lambda_k \geq 0, \quad \forall k$$

4.2 Modelo DEA-BCC orientado a *output*

Outra forma de calcular as eficiências seria mudando a orientação do modelo. Ao modificar a orientação, utiliza-se a equação a seguir para efetuar o cálculo das eficiências de cada DMU.

Max h_0

sujeito a

$$x_{i0} - \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k \geq 0, \quad \forall i$$

$$\begin{aligned} -h_0 y_{j0} - \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k &\geq 0, \quad \square j \\ \sum_{k=1}^n \lambda_k &= 1 \\ \lambda_k &\geq 0, \quad \forall k \end{aligned}$$

Os modelos de Multiplicadores BCC diferem dos de Multiplicadores CCR pelas variáveis u_i e v_i , para orientações a *input* e a *output*, respectivamente. Essa diferença é vista de forma mais clara ao apresentarmos os duais para o BCC. Apresenta-se aqui a formulação do modelo orientado a *output*.

$$\begin{aligned} \text{Min Eff0} &= \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} - v_i \\ \text{sujeito a} \\ \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} &= 1 \\ -\sum_{i=1}^r v_i x_{ik} - \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - v_i &\leq 0, \quad \forall k \\ u_j \geq 0, v_i \geq 0, \quad \square j, i \\ v_i &\square \square \end{aligned}$$

5. Enfoque multiobjetivo para obtenção de alvos e benchmarks em DEA

O modelo clássico do DEA envelope indica um único alvo na fronteira eficiente para cada DMU não eficiente porque apresenta estrutura mono-objetivo. Contudo, o alvo indicado pode não ser adequado às políticas e às estratégias daquela DMU (Lobianco & Angulo-Meza, 2007). Com o objetivo de dar maior liberdade aos tomadores de decisão, diversos trabalhos propõem a obtenção de diferentes alvos para cada DMU ineficiente como, por exemplo, Portela et al. (2002) e Mello et al. (2002). Neste trabalho, utilizamos um modelo de programação linear multiobjetivo (MOLP, do inglês Multi-objective Linear Programming), já usado por Angulo-Meza (2002), para obtenção de alvos alternativos na fronteira eficiente. Tal modelo, como já relatado por Mello et al. (2002), permite minimizar os inputs e maximizar os outputs de maneira independente. Assim, para cada DMU não eficiente, existirá uma infinidade de pontos na fronteira eficiente que serão os seus alvos. Seja j_0 o índice de uma determinada DMU. O modelo multiobjetivo para se encontrar os alvos de j_0 é descrito abaixo:

$$\begin{aligned}
 & \max \phi_1 \\
 & \square \\
 & \max \phi_s \\
 & \max \square_1 \\
 & \square \\
 & \max \square_m \\
 & \text{Sujeito a:} \\
 & \phi_r \cdot y_{rj_0} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \cdot \lambda_j \quad \square r = 1, \dots, s \\
 & \square_i \cdot x_{ij_0} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot \lambda_j \quad \square i = 1, \dots, m \\
 & \phi_r \geq 0 \quad \square r \\
 & \square_i \leq 0 \quad \square i \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad \square j
 \end{aligned}$$

Onde

j_0 – índice da DMU que se pretende encontrar os alvos.

ϕ_r – variável contínua que representa o fator de incremento do output r;

ϕ_i – variável contínua que representa o fator de decremento do input i;

λ_j – variável contínua que representa o coeficiente da DMU j na combinação linear

convexa para definição de alvos da DMU j_0 ;

y_{rj} – valor do output r da DMU j;

x_{ij} – valor do input i da DMU j;

Note que, para DMUs eficientes, o valor ótimo encontrado pelo modelo para todas as variáveis ϕ e \square é igual a 1, uma vez que estas DMUs por estarem na fronteira eficiente não precisam sofrer incremento ou decremento em seus inputs ou outputs.

Existem diferentes formas de resolver problemas de programação linear multiobjetivo (MOLP). Com relação ao tipo de soluções encontradas, existem 2 (duas) formas de resolução. A primeira delas é através da ponderação das funções objetivo, onde são encontradas as soluções básicas não dominadas, ou seja, DMUs extremo eficientes e DMUs virtuais que limitam a região viável de projeção. O outro método percorre a região de projeção, que é Pareto Eficiente, de forma interativa e encontra uma infinidade de pontos nesta.

Para que seja possível realizar uma análise global dos alvos e com intuito de encontrar alvos realmente representativos, utilizamos neste estudo o primeiro método através do software ADBASE (Steuer, 1983). A figura 2 apresenta um exemplo de alvos obtidos por este software.

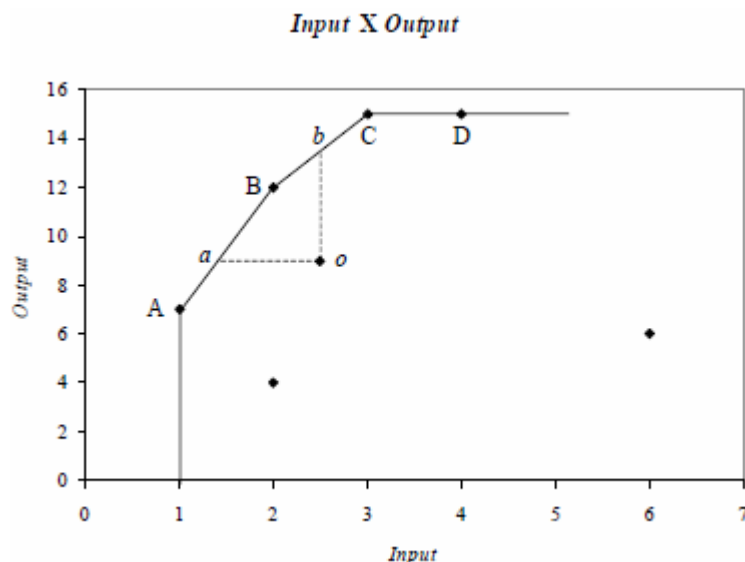


Figura 2 - Exemplo de projeções obtidas pelo software adbase.

Os pontos A, B, C e D representam as DMUs da fronteira eficiente; o ponto O representa uma DMU não eficiente. Note que qualquer ponto sobre a fronteira eficiente pode ser considerado um alvo para a DMU O. Os seguimentos de reta aB e Bb representam a região de projeção, que é Pareto Eficiente, e qualquer ponto nestes seguimentos é combinação linear dos pontos encontrados. Os alvos encontrados neste caso, com o uso do método da ponderação das funções objetivo, são a, B e b, onde a e b são DMUs virtuais.

6 Resultados Obtidos

A tabela 1 mostra o resultado da análise temporal feita utilizando o modelo DEA-BCC com orientação output onde os times são considerados as DMUs (onde cada time em cada temporada representa uma DMU diferente), a folha de pagamentos de cada time e a média de público dos seus jogos em casa são os inputs enquanto o número de vitórias e a média de pontos por jogo de cada time são os outputs. A coluna *média* da tabela 1 indica a média das eficiências obtidas durante as cinco temporadas analisadas enquanto a coluna *Rank* indica a posição da DMU no ranking que ordena as DMUs por ordem decrescente da coluna *média*.

Ao observar a tabela 1, pode-se concluir que apesar de estarmos analisando somente a temporada regular, times campeões após a disputa dos *playoffs* dos anos estudados foram considerados eficientes. Isto é um ponto importante, já estas equipes provavelmente devem ter tido a melhor campanha da liga e isso garante o mando de quadra durante toda a fase de *playoffs*, o que dá direito a disputar uma partida a mais do que os adversários em sua quadra.

Um ponto que mostra a benevolência do modelo DEA BCC é o ranking final, onde alguns times como Memphis Grizzlies, Golden State Warriors e Sacramento Kings aparecem nas primeiras posições do ranking, pois estes times têm uma folha salarial baixa e estádios menores, o que os torna mais eficientes. Vale ressaltar que, nas duas últimas temporadas, a equipe do Memphis Grizzlies teve um salto de qualidade grande uma vez que em 2010-2011 acabou se classificando em oitavo na sua conferência e eliminou o San Antonio Spurs, que era a equipe com melhor campanha da conferencia Oeste.

Outra observação pertinente é em relação ao desempenho da equipe Denver Nuggets, que durante as cinco temporadas teve um ótimo desempenho ocupando a segunda posição no ranking criado, apesar de terem ocorrido grandes mudanças em seu elenco da metade da temporada 2010-2011 até o final. Este ótimo desempenho se explica, pois é uma equipe que sempre esteve entre as seis melhores equipes da sua conferência em todos os anos estudados, ou seja, sempre obteve um número significativamente alto de vitórias em todas as temporadas.

Uma vez que existem diversas DMUs, a análise de três times em três temporadas foi mais aprofundada. Tais times foram escolhidos por terem se destacado no decorrer das cinco

temporadas estudadas. São eles: *Chicago Bulls* na temporada 2010-2011, *Denver Nuggets* na temporada 2010-2011 e *Memphis Grizzlies* na temporada 2009-2010.

A primeira equipe é o Chicago Bulls, que fez um esforço grande para trazer o técnico Tom Thibodeau, que em sua carreira foi sempre assistente técnico de defesa. O Chicago sempre teve bom desempenho ofensivo com média de pontos próxima a 99 por jogo, porém sua defesa era muito frágil. Por isso, focou neste grande técnico de defesa e conseguiu ter um salto de qualidade muito grande em seus jogos, o que impactou num ganho muito grande de eficiência e na obtenção da melhor campanha da temporada. Vale ressaltar que, além do técnico, também foram contratados alguns jogadores com bom desempenho defensivo.

	Time	Temporadas					Média	Rank
		2006/2007	2007/2008	2008/2009	2009/2010	2010/2011		
1	76ers	1,0000	0,9159	0,8972	0,9274	0,9125	0,9306	14
2	Blazers	0,8649	0,8834	0,9484	0,9210	0,8729	0,8981	26
3	Bobcats	1,0000	0,9381	0,8766	0,8923	0,8595	0,9133	23
4	Bucks	0,9402	0,9021	0,9204	0,9235	0,8452	0,9063	24
5	Bulls	0,9253	0,8822	0,9207	0,8794	1,0000	0,9215	18
6	Cavaliers	0,8903	0,8703	0,9911	0,9513	0,9035	0,9213	19
7	Celtics	0,9019	1,0000	0,9590	0,8980	0,8890	0,9296	15
8	Clippers	0,8813	0,8577	0,8789	0,8949	0,9396	0,8905	30
9	Grizzlies	1,0000	1,0000	0,8970	1,0000	0,9328	0,9660	5
10	Hawks	0,9123	0,9132	0,9006	1,0000	0,8753	0,9203	21
11	Heat	0,8539	0,8236	0,9404	0,8741	0,9631	0,8910	29
12	Hornets	0,9005	1,0000	0,8852	0,9300	0,8860	0,9204	20
13	Jazz	0,9325	0,9985	0,9368	0,9430	0,8976	0,9417	9
14	Kings	0,9245	1,0000	0,9631	0,9666	1,0000	0,9708	4
15	Knicks	0,8792	0,8735	0,9481	0,9200	0,9663	0,9174	22
16	Lakers	0,9370	0,9884	1,0000	0,9265	0,9252	0,9554	6
17	Magic	0,8686	0,9571	0,9645	0,9659	0,8990	0,9310	13
18	Mavericks	1,0000	0,9086	0,9195	0,9290	0,9209	0,9356	11
19	Nets	0,8919	0,8870	0,9182	0,8998	0,8834	0,8961	28
20	Nuggets	0,9595	1,0000	0,9611	0,9654	1,0000	0,9772	2
21	Pacers	0,8933	1,0000	0,9874	0,9531	0,9300	0,9528	7
22	Pistons	0,8802	0,9371	0,8486	0,9271	0,8880	0,8962	27
23	Raptors	1,0000	0,9077	0,8928	0,9842	0,9060	0,9381	10
24	Rockets	0,9200	0,9039	0,9136	0,9359	0,9681	0,9283	17
25	Spurs	0,9442	0,8996	0,9058	0,9177	0,9951	0,9325	12
26	Suns	1,0000	0,9974	0,9872	1,0000	0,9530	0,9875	1
27	Thunder	0,9299	0,9612	0,8812	0,9716	0,9987	0,9486	8
28	Timberwolves	0,8860	0,9278	0,9198	0,9364	0,9716	0,9283	16
29	Warriors	0,9662	1,0000	0,9842	0,9916	0,9364	0,9757	3
30	Wizards	0,9464	0,8992	0,8788	0,8811	0,9009	0,9013	25

Tabela 1 - Análise Temporal das temporadas 2006/2007 até 2010/2011

O Denver Nuggets é um dos times mais consistentes das últimas cinco temporadas, o que pode ser facilmente observado pela média das eficiências, porém nesta última temporada conseguiu a eficiência 1 apesar de ter se desfeito de dois jogadores estrelas da NBA e que já atuaram na seleção americana em diversas competições (Carmelo Anthony e Chauncey Billups) para contratar quatro bons outros jogadores, o que conseguiu dar uma maior consistência defensiva e um maior número de opções no banco de reservas da equipe.

A estratégia adotada pelo Memphis Grizzlies no início da temporada de 2009-2010 foi a contratação de um jogador de renome como Zach Randolph, que é considerado um dos melhores de sua posição, e a contratação quatro jogadores oriundos do *draft*. A estratégia fez

com que a equipe aumentasse de 24 para 40 vitórias de um ano para o outro e culminou com a classificação para os *playoffs* na temporada 2010-2011, algo que não havia acontecido anteriormente com a equipe.

A tabela 2 mostra alguns resultados para o modelo multiobjetivo que visa encontrar diversos alvos na fronteira eficiente. Como mostrado na tabela 1, apenas 20 DMUs foram eficientes, sendo necessário gerar alvos para as outras 130.

Os seguintes cabeçalhos são usados na Tabela 2: a coluna *DMU* indica a qual DMU ineficiente os dados se referem. A DMU 40, por exemplo, é a DMU 10 na segunda temporada, já que são 30 times no total. A coluna *Alvos* indica a quantidade de alvos obtidos para a DMU em questão enquanto a coluna 3 mostra o número de vezes que cada DMU eficiente aparece em alvos da DMU não eficiente em questão (com $\lambda > 0,05$).

Na tabela 2, observa-se que cada uma das 130 DMUs ineficientes possui um número relativamente grande de alvos, sendo a média destes valores igual a 31,4. Assim, cada DMU ineficiente tem a possibilidade de escolher o alvo mais adequado, de acordo com sua política e características.

A tabela 3 mostra alguns alvos de algumas DMUs ineficientes, com as respectivas contribuição de cada DMU *benchmark* no alvo. Observando esta tabela, percebemos que a equipe Blazers na temporada 2006/2007 possui, por exemplo, dois alvos totalmente distintos. Um destes (alvo 1) é formado pelas equipes Mavericks na temporada 2006/2007 e Celtics e Hornets, ambas na temporada 2007/2008, enquanto o outro (alvo 4) é formado pelas equipes Grizzlies e Hawks, ambas na temporada 2009/2010. Assim, a equipe Blazers na temporada 2006/2007 poderia se tornar eficiente tendo como referência duas estratégias distintas com relação a acréscimos e decréscimos nos seus inputs ou outputs.

		DMUs Eficientes																			
DMU	Alvos	1	3	9	18	23	26	37	39	42	44	50	51	59	76	99	100	116	125	134	140
2	46	4	3	4	3	1	3	2	4	13	6	1	8	0	3	7	8	9	1	9	5
4	40	5	2	4	2	1	0	1	3	6	8	0	1	0	0	13	19	5	1	11	6
5	23	1	1	0	3	1	0	1	0	5	3	0	0	0	0	3	18	4	7	1	3
6	30	1	1	0	4	1	2	2	0	9	2	1	5	1	2	3	9	11	2	1	1
7	39	7	2	4	3	2	0	1	5	5	5	0	0	0	0	10	14	5	2	6	8
8	29	1	1	1	4	2	0	1	0	7	4	0	2	0	0	5	12	8	5	3	5
14	46	3	1	4	5	1	0	1	4	11	6	0	4	0	0	16	14	10	3	9	5
15	47	5	2	3	4	2	8	3	3	4	3	3	2	4	5	8	9	6	4	8	3
16	33	0	0	1	6	0	1	1	0	6	4	0	4	1	1	6	8	25	4	2	7
17	34	1	1	1	3	2	0	1	0	12	4	0	2	0	0	7	13	10	3	3	5
19	44	4	2	2	4	2	3	2	0	14	5	1	7	0	3	8	16	14	3	5	7
20	35	0	0	1	3	0	3	1	0	10	6	1	8	0	3	5	8	28	2	2	8
21	42	9	2	3	3	0	1	1	2	14	9	0	5	0	2	14	10	8	2	7	3
22	26	0	0	0	2	0	8	2	0	7	1	3	4	4	5	3	2	12	2	0	1
24	28	1	1	0	3	0	2	2	0	17	2	0	4	0	3	5	12	9	2	0	1

Tabela 2 – Estatísticas referentes à Análise Multiobjetivo.

DMU	Alvo 1	Alvo 2	Alvo 3	Alvo 4
Blazers 06/07	18 : 15,4%, 37 : 27,7%, 42 : 56,9%	18 : 22,2% , 42 : 61%, 76 : 16,7%	18 : 35,4%, 42 : 64,6%	99 : 6%, 100 : 94%
76ers 07/08	1 : 54,6%, 99 : 24,4%, 100 : 21%	42 : 70,9%, 100 : 29.1%	42 : 84,1%, 100 : 15,9%	99 : 54,7%, 100 : 45.3%

Tabela 3 - Alguns alvos de DMUs ineficientes.

7 Conclusões

O artigo fez a avaliação da eficiência das equipes da NBA durante as últimas cinco temporadas, o que mostrou a evolução das equipes com o passar dos anos na análise temporal, e em seguida a observação de possíveis alvos para equipes não eficientes, usando DEA-Multiobjetivo. Na análise temporal, três equipes que se destacaram foram escolhidas para um estudo mais profundo de suas respectivas atuações.

A vantagem do uso do modelo MOLP-DEA foi poder obter mais opções de metas para as DMUs ineficientes, levando o tomador de decisão (no caso, o administrador do time) a ter mais opções de *benchmarks*. Esta vantagem também ajuda no descarte de certas DMUs eficientes por detalhes matemáticos, como ter o menor valor para um determinado input ou o maior valor para determinado output, o que não garante que a DMU seja realmente a melhor opção de *benchmark*.

Vale ressaltar que, em todos os anos, as equipes campeãs foram eficientes na nossa avaliação, o que mostra que nestes anos do estudo todas as equipes com melhor campanha conseguiram manter o mando de quadra e se sagrar campeãs.

Para trabalhos futuros, pode-se utilizar a eficiência cruzada para o cálculo das eficiências em cada temporada. Um possível método de eficiência cruzada a ser utilizado é o *DEA game* (Liang et al, 2008), onde cada DMU é vista como um competidor em um ambiente não-cooperativo.

8 Referências Bibliográficas

- Allen R., Athanassopoulos A., Dyson R. G. and Thanassoulis, E. (1997). Weights restrictions and value judgments in data envelopment analysis: evolution, development and future directions. *Annals of Operations Research*, v. 73, p. 13-34.
- Angulo-Meza, L., Lins, E. e Pereira, M. (1998). Determinação da Eficiência dos programas de pós graduação da COPPE/UFRJ. In: IX CLAIO, *Congreso Latino Americano de Investigación Operativa*, Buenos Aires.
- Angulo-Meza, L. (2002). Um enfoque multiobjetivo para os modelos de determinação de alvos em DEA. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.
- Bai, F. (2009). Testing the effects of environmental variables on efficiency and generating multiple weight sets for cross-evaluation with DEA: an application to the National Basketball Association.
- Banker, R.D., Charnes, A. and Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30, 1078–1092.
- Dezman, B., Trninic, S., and Dizdar, D. (2001). Expert Model of Decision-Making System for Efficient Orientation of Basketball Players to Positions and Roles in the Game – Empirical Verification, *J Sports Med Phys Fitness*, 31(2):165-72.
- Bolonchuk, W. W., Lukaski, H. C. and Siders, W. A. (1991) The structural, functional, and nutritional adaptation of college basketball players over a season. United States Department of Agriculture, Grand Forks Human Nutrition Research Center, ND.
- Charnes, A., Cooper, W. W. and Rhodes, E. (1978). Measuring efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429–444.
- Cooper, W., Ruiz, J. and Sirvent, I. (2009). Selecting non-zero weights to evaluate effectiveness of basketball players with DEA. *European Journal of Operational Research* 195(2), 563–574.
- Courneya, K. S. and Carron, A.V. (1992). The home advantage in sport competitions: a literature review. *Journal of Sport and Exercise Psychology*, 14, 13–27.
- Lee, Y. H. and Berri, D. (2008). A Re-Examination of Production Functions and Efficiency Estimates for the National Basketball Association. *Scottish Journal of Political Economy*, Vol. 55, Issue 1, pp. 51-66.

- Liang, L., J. Wu, W. Cook, and J. Zhu** (2008). The dea game cross-efficiency model and its nash equilibrium. *Operations research* 56(5), 1278.
- Lobianco, A.T.M. e Angulo-Meza, L.** (2007). Uma comparação de métodos de solução para problemas de prog. linear multiobjetivo. In: X Simpósio de Pesquisa Operacional de Logística da Marinha, Rio de Janeiro. *Anais de X Simpósio de Pesquisa Operacional de Logística da Marinha*.
- Farrel, M.J.** (1957). The Measurement of Economic Efficiency. *Journal of Royal Statistical Society*, n.120, p. 253-81.
- Hofler, R. A. and Payne, J. E.** (1998). Measuring efficiency in the National Basketball Association. [purchase](#). [Economics Letters](#), [Volume 55, Issue 2](#), Pages 293-299.
- Pollard, R.** (2001). Evidence of a reduced home advantage when a team moves to a new stadium, *Journal of Sports Sciences*, [Volume 20, Issue 12](#), Pages 969 – 973, DOI: 10.1080/026404102321011724 .
- Portela, M. C. A. S., Borges, P. C. and Thanassoulis, E.** (2002). Closest targets in non-oriented DEA models. *Working Paper RP0205*, Aston Business School, 34p.
- Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, E. G., Angulo Meza, L., Serapião, B. P. e Lins, M. P. E.** (2002). Análise e envoltória de dados no estudo da eficiência e dos benchmarks para companhias aéreas brasileiras. *Pesquisa Operacional online*, vol.23, n.2, pp. 325-345.
- Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, E. G., Angulo Meza, L. and Biondi Neto, L.** (2008). Cross evaluation using weight restrictions in unitary input DEA models: Theoretical aspects and application to Olympic Games ranking. *WSEAS Transactions on Systems*, v. 7, p. 31-39.
- Steuer, R.E.** Operating Manual for the ADBASE Multiple Objective Linear Programming.
- Wu, J., Liang, L. and Chen, Y.** (2009). DEA game cross-efficiency approach to Olympic rankings. *Omega* 37(4), 909–918.