





# INTRODUÇÃO



**FERNANDA PERES**  
PROFESSORA E  
CONSULTORA NA ÁREA DE  
ANÁLISE DE DADOS

# Teorema de Bayes: teoria e prática



# AGENDA

- **Teorema de Bayes**
- **Teorema de Bayes na prática**
- **Calculando a probabilidade correta**

T

A vertical bar with a gradient from green at the top to blue at the bottom.

# TEOREMA DE BAYES

# Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$



**Thomas Bayes**

Matemático inglês  
(1701 - 1761)

## O FILTRO DE SPAM

Sabe-se que os e-mails spam têm maior probabilidade de conter expressões como "condição imperdível", palavras como "herança" e símbolos como "\$"

Sabendo que um determinado e-mail contém a expressão "condição imperdível", qual a probabilidade que seja spam?



# O FILTRO DE SPAM

**Evento A:** o e-mail recebido é spam

**Evento B:** o e-mail contém a expressão "condição imperdível"

$$P(A|B) = ?$$

---

$$P(A) = 0,80$$

$$P(B) = 0,15$$

$$P(B|A) = 0,12$$


$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{0,12 \times 0,80}{0,15}$$

$$P(A|B) = 0,64$$

A vertical bar with a gradient from green at the top to blue at the bottom.

# TEOREMA DE BAYES NA PRÁTICA

A vertical bar on the left side of the slide, transitioning from green at the top to blue at the bottom.

**Imagine que você fez um teste rápido de HIV e o resultado foi positivo. Qual a probabilidade de você, de fato, ter uma infecção por HIV?**

## Testes diagnósticos podem **falhar!**


### **Falsos positivos:**

O teste dá um resultado positivo, mas na realidade a pessoa não tem aquela doença/ condição

### **Falsos negativos:**

O teste dá um resultado negativo, mas na realidade a pessoa tem aquela doença/ condição

Testes diagnósticos podem **falhar!**



| <b>Teste diagnóstico</b> | <b>Realidade</b>  |                   |
|--------------------------|-------------------|-------------------|
|                          | <b>Com doença</b> | <b>Sem doença</b> |
| <b>Positivo</b>          |                   |                   |
| <b>Negativo</b>          |                   |                   |

## Testes diagnósticos podem **falhar**!

| <b>Teste diagnóstico</b> | <b>Realidade</b>         |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|                          | <b>Com doença</b>        | <b>Sem doença</b>        |
| <b>Positivo</b>          | Verdadeiro positivo (VP) | Falso positivo (FP)      |
| <b>Negativo</b>          | Falso negativo (FN)      | Verdadeiro negativo (VN) |

## Testes diagnósticos podem **falhar**!

### **Sensibilidade do teste:**

Probabilidade de o teste ter um resultado positivo, dado que o paciente tem a doença

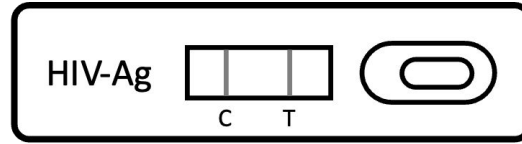
$$S = \frac{VP}{VP + FN}$$

### **Especificidade do teste:**

Probabilidade de o teste ter um resultado negativo, dado que o paciente não tem a doença

$$E = \frac{VN}{VN + FP}$$

Imagine que você fez um teste rápido de HIV e o resultado deu **positivo**. Qual a probabilidade de você, de fato, **ter uma infecção** por HIV?



Sensibilidade = 99,8%

Especificidade = 99,5%



A vertical bar with a gradient from light green at the top to light blue at the bottom.

# **CALCULANDO A PROBABILIDADE CORRETA**

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| <b>Teste diagnóstico</b> | <b>Realidade</b> |                |              |
|--------------------------|------------------|----------------|--------------|
|                          | <b>Com HIV</b>   | <b>Sem HIV</b> | <b>Total</b> |
| <b>Positivo</b>          |                  |                |              |
| <b>Negativo</b>          |                  |                |              |
| <b>Total</b>             |                  |                |              |

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| <b>Teste diagnóstico</b> | <b>Realidade</b> |                | <b>Total</b> |
|--------------------------|------------------|----------------|--------------|
|                          | <b>Com HIV</b>   | <b>Sem HIV</b> |              |
| <b>Positivo</b>          |                  |                |              |
| <b>Negativo</b>          |                  |                |              |
| <b>Total</b>             |                  |                | 100.000      |

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência ≈ 0,4%

| Teste diagnóstico | Realidade |         |         |
|-------------------|-----------|---------|---------|
|                   | Com HIV   | Sem HIV | Total   |
| Positivo          |           |         |         |
| Negativo          |           |         |         |
| Total             | 400       | 99.600  | 100.000 |

Sensibilidade = 99,8%

$$S = \frac{VP}{VP + FN}$$

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| Teste diagnóstico | Realidade |         | Total   |
|-------------------|-----------|---------|---------|
|                   | Com HIV   | Sem HIV |         |
| Positivo          |           |         |         |
| Negativo          |           |         |         |
| Total             | 400       | 99.600  | 100.000 |

Sensibilidade = 99,8%

$$S = \frac{VP}{VP + FN} \longrightarrow 0,998 = \frac{VP}{400} \longrightarrow VP = 399,2$$

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| Teste diagnóstico | Realidade |         |         |
|-------------------|-----------|---------|---------|
|                   | Com HIV   | Sem HIV | Total   |
| Positivo          | 399       |         |         |
| Negativo          | 1         |         |         |
| Total             | 400       | 99.600  | 100.000 |

Especificidade = 99,5%

$$E = \frac{VN}{VN + FP}$$

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| Teste diagnóstico | Realidade |         |         |
|-------------------|-----------|---------|---------|
|                   | Com HIV   | Sem HIV | Total   |
| Positivo          | 399       |         |         |
| Negativo          | 1         |         |         |
| Total             | 400       | 99.600  | 100.000 |

Especificidade = 99,5%

$$E = \frac{VN}{VN + FP} \longrightarrow 0,995 = \frac{VN}{99.600} \longrightarrow VN = 99.102$$

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| <b>Teste diagnóstico</b> | <b>Realidade</b> |                |              |
|--------------------------|------------------|----------------|--------------|
|                          | <b>Com HIV</b>   | <b>Sem HIV</b> | <b>Total</b> |
| <b>Positivo</b>          | 399              | 498            |              |
| <b>Negativo</b>          | 1                | 99.102         |              |
| <b>Total</b>             | 400              | 99.600         | 100.000      |



**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| <b>Teste diagnóstico</b> | <b>Realidade</b> |                |              |
|--------------------------|------------------|----------------|--------------|
|                          | <b>Com HIV</b>   | <b>Sem HIV</b> | <b>Total</b> |
| <b>Positivo</b>          | 399              | 498            | 897          |
| <b>Negativo</b>          | 1                | 99.102         | 99.103       |
| <b>Total</b>             | 400              | 99.600         | 100.000      |

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| Teste diagnóstico | Realidade |         |         |
|-------------------|-----------|---------|---------|
|                   | Com HIV   | Sem HIV | Total   |
| <b>Positivo</b>   | 399       | 498     | 897     |
| <b>Negativo</b>   | 1         | 99.102  | 99.103  |
| <b>Total</b>      | 400       | 99.600  | 100.000 |

Caso uma mulher pertencente a essa população  
tenha recebido um teste com resultado **positivo**,  
qual a probabilidade de ser um **positivo verdadeiro**?

**Cenário 1:** Mulher heterossexual, sem comportamentos de risco  
Prevalência  $\approx 0,4\%$

| Teste diagnóstico | Realidade |         |         |
|-------------------|-----------|---------|---------|
|                   | Com HIV   | Sem HIV | Total   |
| Positivo          | 399       | 498     | 897     |
| Negativo          | 1         | 99.102  | 99.103  |
| Total             | 400       | 99.600  | 100.000 |

$$P(PV) = \frac{399}{897} \longrightarrow P(PV) = 44,5\%$$

**Cenário 2:** Mulher heterossexual usuária de droga injetável  
Prevalência  $\approx 5,9\%$

| <b>Teste diagnóstico</b> | <b>Realidade</b> |                |              |
|--------------------------|------------------|----------------|--------------|
|                          | <b>Com HIV</b>   | <b>Sem HIV</b> | <b>Total</b> |
| <b>Positivo</b>          | 5.888            | 470            | 6.785        |
| <b>Negativo</b>          | 12               | 93.630         | 93.642       |
| <b>Total</b>             | 5.900            | 94.100         | 100.000      |

$$P(PV) = \frac{5.888}{6.785} \longrightarrow P(PV) = 92,6\%$$

