

Árvores Binárias

1 Definição

Segundo Veloso, árvores são estruturas de dados que caracterizam uma relação entre os dados que a compõem. No caso de árvores, a relação existente entre os dados (denominados nós) é uma relação de hierarquia ou de composição, onde um conjunto de dados é hierarquicamente subordinado a outro.

Formalmente, uma árvore é um conjunto finito T de um ou mais nós, tais que:

- Existe um nó denominado raiz;
- os demais nós formam $m \geq 0$ conjuntos disjuntos S_1, S_2, \dots, S_m , onde cada um destes conjuntos é uma árvore. As árvores S_i ($1 \leq i \leq m$) recebem a denominação de subárvores.

Esquemáticamente, uma árvore pode ser representada como mostra a Fig.1:

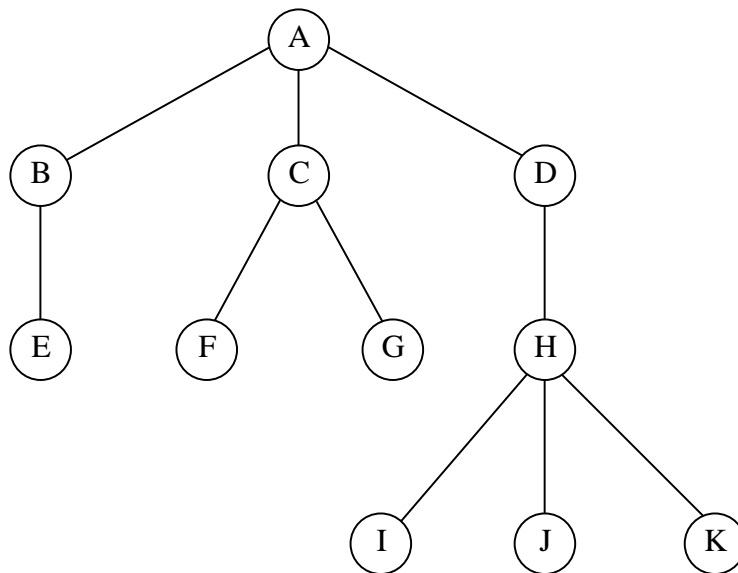


Figura 1: Representação Esquemática de uma árvore.

2 Terminologia

Os círculos representam os nós das árvores, onde a raiz é o nó 'A'.

Pela definição de árvore, cada nó da árvore é a raiz de uma subárvore.

O número de subárvores de um nó é o **grau** daquele nó. Um nó de grau igual a zero é denominado **folha** ou **nó terminal**.

O **nível** do nó é definido da seguinte forma: a raiz da árvore tem nível 0 (zero), enquanto o nível dos demais nós é igual ao número de “linhas” que o liga à raiz, isto é, é o comprimento do caminho que vai da raiz até este nó.

Nodo	Grau	Nível	Observações
A	3	0	Raiz da árvore
B	1	1	
C	2	1	
D	1	1	
E	0	2	Nó terminal (ou folha)
F	0	2	Nó terminal (ou folha)
G	0	2	Nó terminal (ou folha)
H	3	2	
I	?	?	?
J	?	?	?
K	?	?	?

A **altura** de uma árvore é definida como sendo o nível mais alto da árvore. Assim, a altura da árvore da Fig.1 é 3.

Denomina-se de **floresta** um conjunto de zero ou mais árvores disjuntas (separadas).

Quando a ordem das subárvores é significativa, dizemos que a árvore é **ordenada**. Desta forma, as duas árvores da Fig. 2 são diferentes.

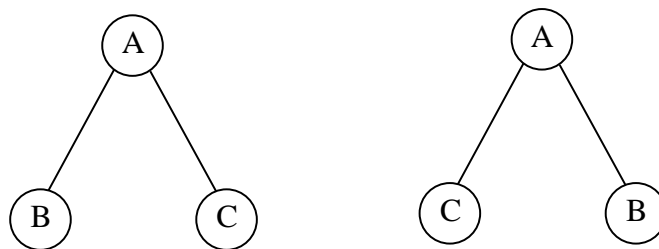


Figura 2: Árvores ordenadas.

Quando, entretanto, a ordem das subárvores não é relevante, dizemos que a árvore é **orientada**, uma vez que apenas a orientação dos nós é importante. Neste caso, as duas árvores da figura 2 são iguais.

A raiz de uma árvore é chamada de **pai** das raízes das suas subárvores. As raízes das subárvores de um nó são chamadas de **irmãos** que, por sua vez, são **filhos** de seu nó pai.

3 Representação

Existem muitas formas diferentes de representar graficamente uma árvore, sem que a relação de subordinação entre os dados seja alterada.

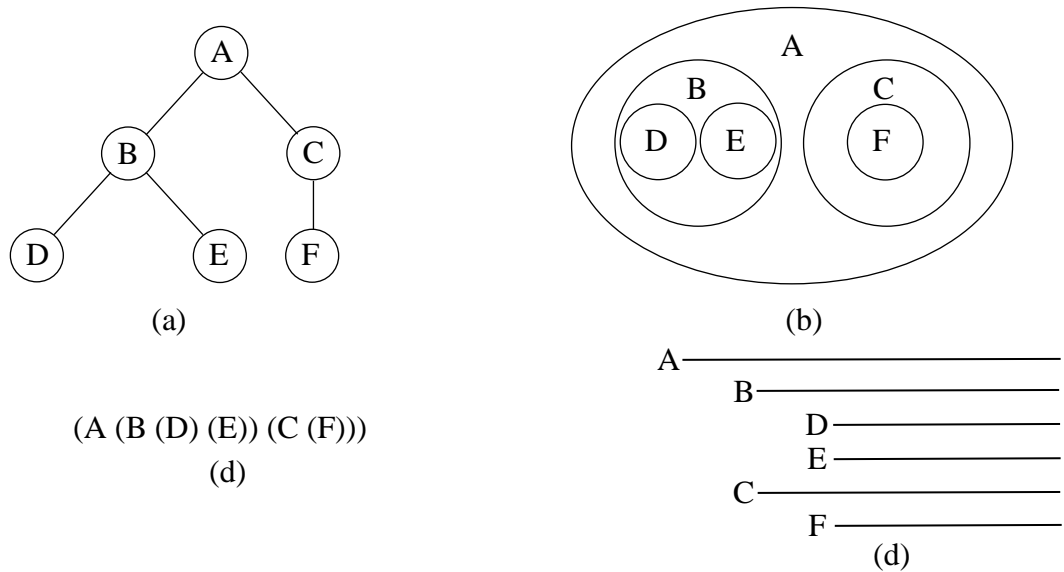


Figura 3: Diferentes representações de uma mesma árvore.

O sistema utilizado para numerar os capítulos e seções de um livro também pode ser usado para representar árvores. Usando esta notação, a árvore da Fig. 3 é representado como a seguir:

1A; 1.1B; 1.1.1D; 1.1.2E; 1.2C; 1.2.1F

4 Árvores Binárias

Árvores binárias são estruturas do tipo árvore, onde o grau de cada nó é menor ou igual a dois.

No caso de árvores binárias, distinguem-se as subárvores de um nó entre *subárvores da esquerda* e *subárvores da direita*. Assim, se o grau de um nó for igual a 1, deve ser especificado se a sua subárvore é a da esquerda ou a da direita. Uma árvore binária também pode ser vazia, isto é, não possuir nenhum nó.

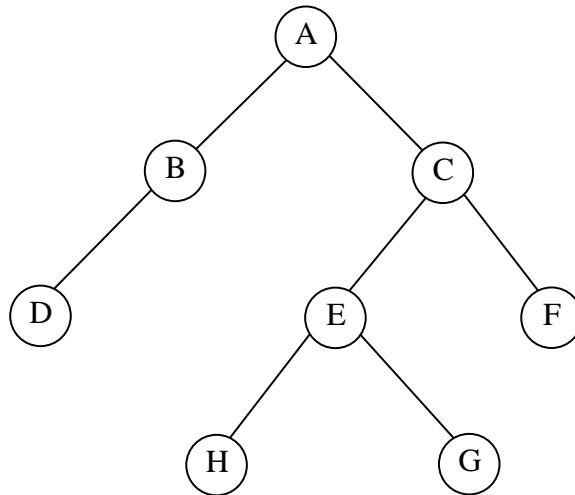


Figura 4: Árvores Binárias

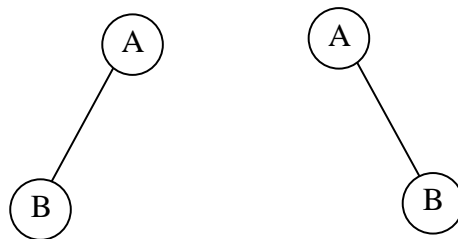


Figura 5: Árvores Binárias diferentes.

5 Aplicações

A estrutura de árvore é utilizada em casos onde os dados ou objetos a serem representados possuem relações hierárquicas entre si. Exemplos:

- Esquema hierárquico de uma universidade;
- Representação de uma expressão aritmética sob a forma de árvore binária.

6 Caminhamento em Árvores Binárias

É o ato de percorrer todos os nós da árvore, com o objetivo de consultar ou alterar a informação neles contida. Existem vários métodos de caminhamento em árvores, que permitem percorrê-la de forma sistemática e de tal modo que cada nó seja “visitado” apenas uma vez.

Um caminhamento completo sobre uma árvore produz uma sequência linear dos nós, de maneira que cada nó da árvore passa a ter um nó “seguinte” ou um nó “anterior”, ou ambos, para uma dada forma de caminhamento.

No caso de árvores binárias, existem determinadas ordens de caminhamento mais frequentemente utilizadas. As três ordens principais são:

- a) Caminhamento pré-fixado
 - 1 – visita a raiz
 - 2 – percorre a subárvore da esquerda
 - 3 – percorre a subárvore da direita
- b) Caminhamento central
 - 1 – percorre a subárvore da esquerda
 - 2 – visita a raiz
 - 3 – percorre a subárvore da direita
- c) Caminhamento pós-fixado
 - 1 – percorre a subárvore da esquerda
 - 2 – percorre a subárvore da direita
 - 3 – visita a raiz

As três ordens de caminhamento acima apresentadas, aplicadas sobre a árvore da esquerda da figura 6, produzem as seguintes sequências:

pré-fixado: A B D G C E H I F
central: D G B A H E I C F
pós-fixado: G D B H I E F C A

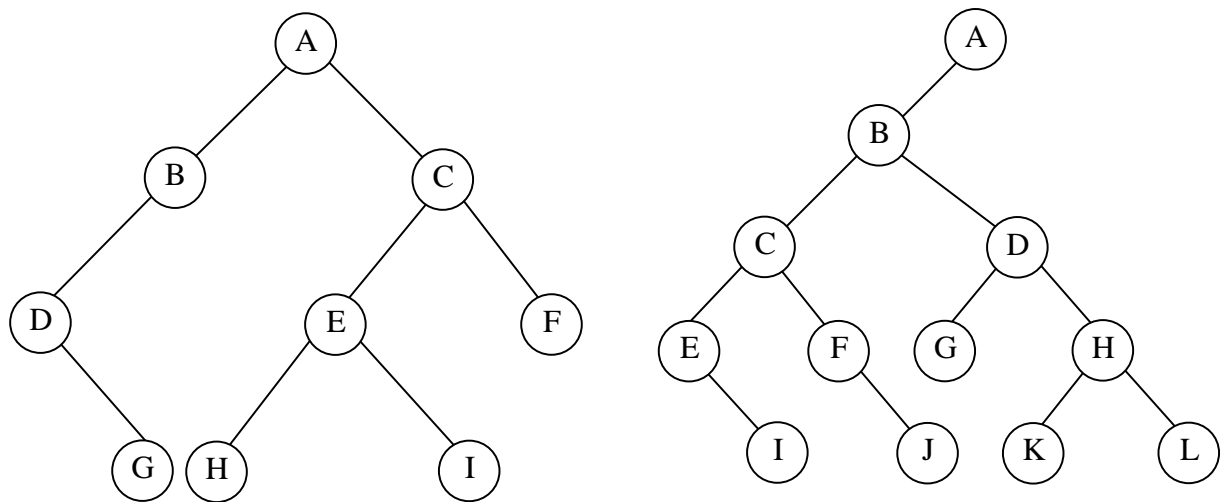


Figura 6: Caminhamento em árvores binárias.

Agora é com você. Descreva as sequências das três ordens de caminhamento para a árvore binária da direita representada na da Fig.6.