

## Metody Numeryczne – Projekt 3

### Układy równań liniowych – metoda Gaussa-Seidela

#### Problem:

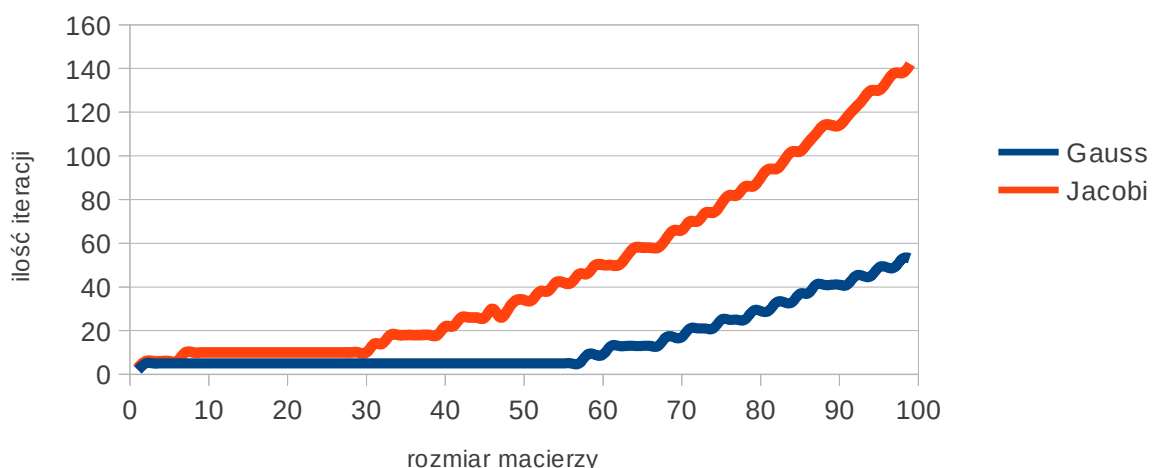
Porównać metodę Gaussa-Seidela oraz dowolną inną metodę iteracyjną, rozwiązujące układy równań liniowych postaci  $Ax = b$ . Z badać zależność liczby iteracji od odległości wektora początkowego od rozwiązania dokładnego oraz zależność liczby iteracji od dokładności obliczeń. Jako alternatywną metodę iteracyjną dla Gaussa-Seidela wybrałem metodę Jacobiego.

#### Testy:

Metody testowałem na 10 000 losowo wygenerowanych macierzach przekątniowo dominujących o rozmiarach od 1 na 1 do 100 na 100. Warunkiem zakończenia obliczeń było albo osiągnięcie z góry ustalonej precyzji wyniku, w moim przypadku to było 0.0001 lub  $10^{-16}$ , lub osiągnięcie narzuconego limitu iteracji. Jako precyzję wyniku brałem bezwzględną wartość z różnicy dwóch ostatnich iteracji: jeśli zmiana była mniejsza niż narzucona dokładność, uznawałem taki wynik za wystarczająco precyzyjny. Natomiast jeśli metoda osiągnęłaby narzucony limit iteracji, bezwzględnie przerwałem dalsze obliczenia. Dla limitu = 1000 iteracji nigdy nie osiągnąłem tego limitu.

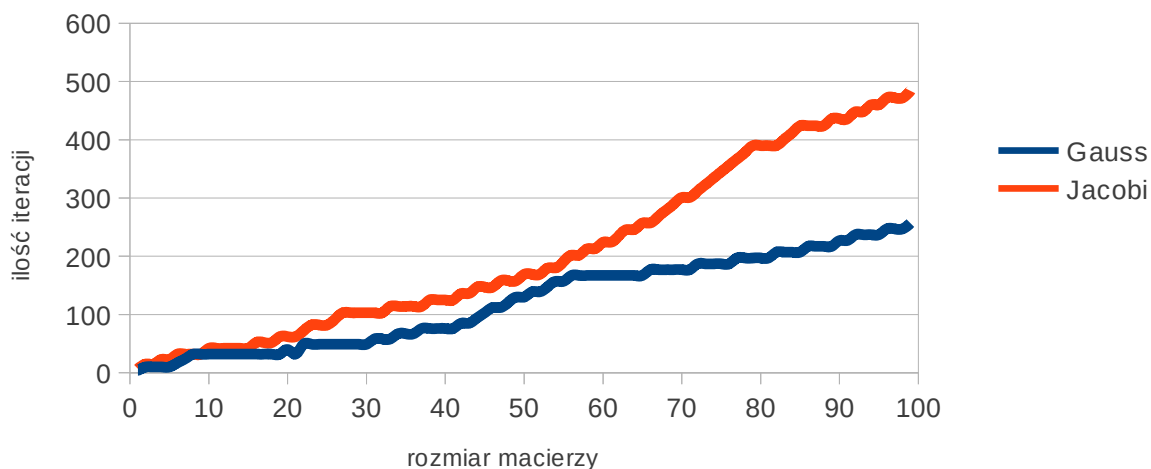
#### Porównanie ilości iteracji

Dokładność:  $10^{-4}$



## Porównanie ilości iteracji

Dokładność:  $10^{-16}$



### Obserwacja:

Wraz ze wzrostem dokładności zwiększa się ilość potrzebnych iteracji w obydwu metodach, co jest logiczne. Jednakże metoda Gaussa-Seidela potrzebuje zdecydowanie mniej, aby osiągnąć zadaną precyzję. Dla macierzy 100 na 100, przy dokładności  $10^{-16}$  metoda Jacobiego wypada aż 2 razy gorzej od metody Gaussa-Seidela. Zależność odległości wektora początkowego od wzorcowego rozwiązania jest dostrzegalna. Im bliżej prawidłowego wyniku wybierzemy wektor początkowy, tym mniej iteracji będzie musiał wykonać algorytm.

Odległość wektora początkowego	0	500	1000
Metoda Gauss-Seidela	53,6	54,6	54,6
Metoda Jacobiego	115,9	119,9	119,9

### Wnioski:

Ilość iteracji wykonywanych przez metodę Gaussa-Seidela jest mniejsza niż ilość dla metody Jacobiego. Do tego wraz z wzrostem rozmiaru macierzy różnica ta powiększa się coraz szybciej, sprawiając, że metoda Gaussa-Seidela jest bez wątpienia lepszym sposobem na znajdowanie rozwiązań macierzy. Nie bez znaczenia jest także odległość wektora początkowego od prawidłowego wyniku – odpowiednio go dobierając jesteśmy w stanie zmniejszyć ilość potrzebnych iteracji, jednak nawet gdybyśmy dokonali takiej optymalizacji na metodzie Jacobiego, metoda Gaussa-Seidela ciągle miałaby niemal dwa razy mniej wymaganych iteracji. Zauważalny jest wzrost ilości iteracji przy zwiększaniu dokładności wyniku. Przyrost ilości iteracji jest wolniejszy dla metody Gaussa-Seidela niż dla metody Jacobiego.