NOMBRE: Luis Felipe Silva De Vidts NOTA:

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas

# Tarea 5 – Respuesta Pregunta 1

## Pregunta 1

Sean $f(n)$ y $g(n)$ dos funciones de $\mathbb{N}$ a $\mathbb{R}^+$. Demuestre o refute las siguientes afirmaciones:

1. $f(n) \notin \mathcal{O}(g(n))$, entonces $g(n) \in \mathcal{O}(f(n))$.

   Lo primero es equivalente a que no existe un $c$ tal que

   $$f(n) \leq c * g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

   lo que implica que existe un $c$ tal que

   $$f(n) > c * g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

   entonces

   $$\exists c. \ \frac{1}{c} f(n) > g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

   que implica que $g(n) \in \mathcal{O}(f(n))$, por lo tanto la afirmacion es verdadera.

2. $f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$, entonces $2^{f(n)} \in \mathcal{O}(2^{g(n)})$.

   De lo primero tenemos que (Estaba en esa página `https://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_asint%C3%B3tico`)

   $$f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \Leftrightarrow f(n) - g(n) = o(g(n))$$

   Entonces si tomamos el límite de los argumentos de la derecha tendremos

   $$\lim_{n\to\infty} \frac{2^{f(n)}}{2^{g(n)}} = \lim_{n\to\infty} 2^{f(n)-g(n)} = 2^{o(g(n))}$$

   lo que nos da una constante, por lo que $2^{f(n)} \in \mathcal{O}(2^{g(n)})$

NOMBRE: Luis Felipe Silva De Vidts NOTA:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas

# Tarea 5 – Respuesta Pregunta 2

## Pregunta 2

Demuestre formalmente (usando la definición formal de la notación $\mathcal{O}$) que:

1. $(\log_2(n))^k \in \mathcal{O}(n^\epsilon)$ para $k \geq 1$ y $\epsilon > 0$

   Notamos que para el caso $\epsilon \geq 1$ tenemos que

   $$\log_2(n) \leq n \Leftrightarrow (\log_2(n))^k \leq n^k = n^\epsilon$$

   Mientras que para el caso en que $0 < \epsilon < 1$

   $$(\log_2(n))^k \leq n^\epsilon * \max_{n > n_0} |(\log_2(n))^k - n^\epsilon|$$

   Donde $n_0$ es el valor de $n$ que hace que las funciones dadas se igualen. Ese máximo representa la distancia que hay entre $n^\epsilon$ y la funcion logaritmica dada. Este valor es distinto de infinito ya que las funciones tienen un crecimiento similar.

2. $\sum_{i=1}^{n} n^i \in \mathcal{O}(2^{n * \log_2(n)})$