UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
IME - Instituto de Matemática e Estatística
DMPA - Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01169-E1 - Cálculo Numérico
Prova 2 - B - Data: 12/06/2017

Nota

Nome: GABARITO Matrícula: ____________

- Responda às questões individualmente.
- O uso do computador é exclusivo para o `GNU Octave` disponível no sistema operacional `Ubuntu` logado na conta `Prova`.
- Não use rotinas prontas além das já disponíveis no `GNU Octave` instalado.
- As questões são de múltipla escolha, nelas assinale com X a alternativa correta.

Sistema linear

$$3x_1 + x_2 - x_3 = 1{,}6 \quad (1)$$
$$-3x_2 + x_3 - x_4 = -4{,}4 \quad (2)$$
$$-x_1 + x_2 + 3x_3 = 5{,}9 \quad (3)$$
$$-x_3 - 2x_4 = -2{,}9 \quad (4)$$

Questão 1 (1,0 Ponto)**.** Considere o sistema dado pelas equações (1)-(4). Assuma que o método de Jacobi seja usado para encontrar uma aproximação para a solução deste sistema, empregando como aproximação inicial o vetor coluna $x^{(1)} = (3, 2, -3, 2)$. Faça, então, quatro iterações deste método de forma a calcular $x^{(5)}$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $x_1^{(5)}$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

X a) $-5{,}62345679 \times 10^{-1}$

b) $-5{,}62354679 \times 10^{-1}$

c) $-5{,}62363679 \times 10^{-1}$

d) $-5{,}62372679 \times 10^{-1}$

e) $-5{,}62336679 \times 10^{-1}$

Questão 2 (1,0 Ponto)**.** Considere o sistema $Ax = b$ dado pelas equações (1)-(4). Assuma que o método de Gauss-Seidel seja usado para encontrar uma aproximação para a solução deste sistema, empregando como aproximação inicial o vetor coluna $x^{(1)} = (3, 2, -3, 2)$. Faça, então, três iterações deste método de forma a calcular $x^{(4)}$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $\|x^{(4)} - x^{(3)}\|_3$ com 8 dígitos significativos por arredondamento.

X a) $6{,}5074131 \times 10^{-1}$

b) $6{,}5083131 \times 10^{-1}$

c) $6{,}5065131 \times 10^{-1}$

d) $6{,}5056131 \times 10^{-1}$

e) $6{,}5047131 \times 10^{-1}$

Questão 3 (1,0 Ponto)**.** Considere o seguinte sistema de equações

$$x_1^2 - \text{sen}(x_2) + x_1 x_2 = 5{,}4 \qquad (5)$$
$$-x_2 x_1 = -3 \qquad (6)$$

Assuma que o método de Newton seja usado para encontrar uma aproximação para a solução deste sistema, empregando como aproximação inicial o vetor coluna $x^{(1)} = (-1, 3)$. Faça, então, três iterações deste método de forma a computar $x^{(4)}$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $x_2^{(4)}$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) 3,58595188

b) 3,58584188

c) 3,58573188

d) 3,58562188

e) 3,58596188

Tabela 1

i	x_i	y_i
1	0,262	-0,928
2	0,785	0,214
3	1,309	1,317
4	2,879	1,804

Questão 4 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. Encontre o polinômio

$$p(x) = a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4$$

que interpola este conjunto de pontos. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de a_2 com 8 dígitos significativos por arredondamento.

a) $6{,}2897436 \times 10^{-1}$

b) $6{,}2888436 \times 10^{-1}$

c) $6{,}2879436 \times 10^{-1}$

d) $6{,}2806436 \times 10^{-1}$

e) $6{,}2815436 \times 10^{-1}$

Questão 5 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. O polinômio interpolador deste conjunto de pontos pode ser escrito na seguinte forma

$$p(x) = y_1 L_1(x) + y_2 L_2(x) + y_3 L_3(x) + y_4 L_4(x),$$

onde $L_i(x)$ é o i-ésimo polinômio de Lagrange associado a este conjunto de pontos. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $y_3 L_3(0{,}5)$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) $-2{,}46731394 \times 10^{-1}$

b) $-2{,}46722394 \times 10^{-1}$

c) $-2{,}46713394 \times 10^{-1}$

d) $-2{,}46704394 \times 10^{-1}$

e) $-2{,}46740394 \times 10^{-1}$

Questão 6 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. O polinômio interpolador deste conjunto de pontos pode ser escrito na seguinte forma

$$\begin{aligned} p(x) &= a_1 + a_2(x - x_1) + a_3(x - x_1)(x - x_2) \\ &\quad + a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \end{aligned}$$

onde o i-ésimo coeficiente a_i é dado pela diferença dividida de Newton, i.e.

$$\begin{aligned} a_i &= f[x_1,x_2,\ldots,x_i] \\ &:= \frac{f[x_2,\cdots,x_i] - f[x_1,\cdots,x_{i-1}]}{x_i - x_1}, i > 1, \end{aligned}$$

e $a_1 = f[x_1] := y_1$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de a_3 com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) $-7{,}50664501 \times 10^{-2}$

b) $-7{,}50653501 \times 10^{-2}$

c) $-7{,}50644501 \times 10^{-2}$

d) $-7{,}50675501 \times 10^{-2}$

e) $-7{,}50686501 \times 10^{-2}$

Questão 7 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. Encontre o polinômio

$$p(x) = a_1x^2 + a_2x + a_3$$

que melhor se ajusta a este conjunto de pontos no sentido de mínimos quadrados. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de a_3 com 9 dígitos significativos por arredondamento.

~~a)~~ $-1{,}75566687$

b) $-1{,}75577687$

c) $-1{,}75588687$

d) $-1{,}75567687$

e) $-1{,}75565687$

Questão 8 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. Encontre a função

$$f(x) = a_1 \operatorname{sen}(x) + a_2x^2$$

que melhor se ajusta a este conjunto de pontos no sentido de mínimos quadrados. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de a_1 com 9 dígitos significativos por arredondamento.

~~a)~~ $4{,}78561487 \times 10^{-1}$

b) $4{,}78552487 \times 10^{-1}$

c) $4{,}78543487 \times 10^{-1}$

d) $4{,}78533487 \times 10^{-1}$

e) $4{,}78524487 \times 10^{-1}$

Questão 9 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. Encontre a função

$$f(x) = \begin{cases} a_1x + b_1 & , x_1 \le x < x_2 \\ a_2x + b_2 & , x_2 \le x < x_3 \\ a_3x + b_3 & , x_3 \le x \le x_4 \end{cases}$$

que interpola este conjunto de pontos. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $f(0{,}9)$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

~~a)~~ $4{,}56070611 \times 10^{-1}$

b) $4{,}56071611 \times 10^{-1}$

c) $4{,}56060611 \times 10^{-1}$

d) $4{,}56090611 \times 10^{-1}$

e) $4{,}56072611 \times 10^{-1}$

Questão 10 (1,0 Ponto)**.** Considere o seguinte sistema

$$x_1 - x_{11} = 5$$
$$x_{i-1} - 3x_i - 1{,}2x_{i+1} = \operatorname{sen}\left(\frac{5+i}{10}\right), \quad 2 \le i \le 11,$$
$$x_4 - 2x_{12} = 6.$$

Use o método de sua preferência para computar ao valor de x_6 com pelo menos 6 dígitos significativos corretos. Assinale, então, o valor computado de x_6 representado com 5 dígitos significativos por arredondamento.

~~a)~~ -2.5963×10^{-1}

b) -2.5863×10^{-1}

c) -2.5953×10^{-1}

d) -2.5763×10^{-1}

e) -2.5973×10^{-1}