UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
IME - Instituto de Matemática e Estatística
DMPA - Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01169-E1 - Cálculo Numérico
Prova 2 - B - Data: 12/06/2017

Nota

Nome: GABARITO Matrícula: ____________

- Responda às questões individualmente.
- O uso do computador é exclusivo para o `GNU Octave` disponível no sistema operacional `Ubuntu` logado na conta `Prova`.
- Não use rotinas prontas além das já disponíveis no `GNU Octave` instalado.
- As questões são de múltipla escolha, nelas assinale com X a alternativa correta.

Sistema linear

$$3x_1 + x_2 - x_3 = -1{,}5 \tag{1}$$
$$-3x_2 + x_3 - x_4 = -4{,}4 \tag{2}$$
$$-x_1 + x_2 + 3x_3 = 5{,}9 \tag{3}$$
$$-x_3 - 2x_4 = -2{,}9 \tag{4}$$

Questão 1 (1,0 Ponto)**.** Considere o sistema dado pelas equações (1)-(4). Assuma que o método de Jacobi seja usado para encontrar uma aproximação para a solução deste sistema, empregando como aproximação inicial o vetor coluna $x^{(1)} = (3, 2, -3, 2)$. Faça, então, quatro iterações deste método de forma a calcular $x^{(5)}$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $x_1^{(5)}$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

X a) $-5{,}47530864 \times 10^{-1}$

b) $-5{,}47531864 \times 10^{-1}$

c) $-5{,}47540864 \times 10^{-1}$

d) $-5{,}47520864 \times 10^{-1}$

e) $-5{,}47523864 \times 10^{-1}$

Questão 2 (1,0 Ponto)**.** Considere o sistema $Ax = b$ dado pelas equações (1)-(4). Assuma que o método de Gauss-Seidel seja usado para encontrar uma aproximação para a solução deste sistema, empregando como aproximação inicial o vetor coluna $x^{(1)} = (3, 2, -3, 2)$. Faça, então, três iterações deste método de forma a calcular $x^{(4)}$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $\|x^{(4)} - x^{(3)}\|_3$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

X a) $5{,}86639785 \times 10^{-1}$

b) $5{,}86640785 \times 10^{-1}$

c) $5{,}86628785 \times 10^{-1}$

d) $5{,}86617785 \times 10^{-1}$

e) $5{,}86640785 \times 10^{-1}$

Questão 3 (1,0 Ponto)**.** Considere o seguinte sistema de equações

$$x_1^2 - \text{sen}(x_2) + x_1x_2 = 5{,}3 \quad (5)$$
$$-x_2x_1 = -3 \quad (6)$$

Assuma que o método de Newton seja usado para encontrar uma aproximação para a solução deste sistema, empregando como aproximação inicial o vetor coluna $x^{(1)} = (-1, 3)$. Faça, então, três iterações deste método de forma a computar $x^{(4)}$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $x_2^{(4)}$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) 5,03280896

b) 5,03279896

c) 5,03281896

d) 5,03270896

e) 5,03280796

Questão 4 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. Encontre o polinômio

$$p(x) = a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$$

que interpola este conjunto de pontos. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de a_2 com 8 dígitos significativos por arredondamento.

a) $5{,}3781471 \times 10^{-1}$

b) $5{,}3779471 \times 10^{-1}$

c) $5{,}3792471 \times 10^{-1}$

d) $5{,}3782471 \times 10^{-1}$

e) $5{,}3783471 \times 10^{-1}$

Tabela 1

i	x_i	y_i
1	0,262	-0,918
2	0,785	0,224
3	1,309	1,307
4	2,879	1,814

Questão 5 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. O polinômio interpolador deste conjunto de pontos pode ser escrito na seguinte forma

$$p(x) = y_1L_1(x) + y_2L_2(x) + y_3L_3(x) + y_4L_4(x),$$

onde $L_i(x)$ é o i-ésimo polinômio de Lagrange associado a este conjunto de pontos. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $L_3(0{,}5)$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) $-1{,}87343504 \times 10^{-1}$

b) $-1{,}87334504 \times 10^{-1}$

c) $-1{,}87324504 \times 10^{-1}$

d) $-1{,}87354504 \times 10^{-1}$

e) $-1{,}87346504 \times 10^{-1}$

Questão 6 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^4$ dados na Tabela 1. O polinômio interpolador deste conjunto de pontos pode ser escrito na seguinte forma

$$\begin{aligned} p(x) &= a_1 + a_2(x - x_1) + a_3(x - x_1)(x - x_2) \\ &\quad + a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \end{aligned}$$

onde o i-ésimo coeficiente a_i é dado pela diferença dividida de Newton, i.e.

$$\begin{aligned} a_i &= f[x_1,x_2,\dots,x_i] \\ &:= \frac{f[x_2,\cdots,x_i] - f[x_1,\cdots,x_{i-1}]}{x_i - x_1}, i > 1, \end{aligned}$$

e $a_1 = f[x_1] := y_1$. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de a_3 com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) $-1{,}11521024 \times 10^{-1}$

b) $-1{,}11512024 \times 10^{-1}$

c) $-1{,}11523024 \times 10^{-1}$

d) $-1{,}11532024 \times 10^{-1}$

e) $-1{,}11545024 \times 10^{-1}$

Questão 7 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^{4}$ dados na Tabela 1. Encontre o polinômio

$$p(x) = a_1x^2 + a_2x + a_3$$

que melhor se ajusta a este conjunto de pontos no sentido de mínimos quadrados. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de a_2 com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) 3,13949014

b) 3,13948014

c) 3,13958014

d) 3,13969014

e) 3,13979014

Questão 8 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^{4}$ dados na Tabela 1. Encontre a função

$$f(x) = a_1 \operatorname{sen}(x) + a_2x^2$$

que melhor se ajusta a este conjunto de pontos no sentido de mínimos quadrados. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de a_1 com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) $4{,}77269362 \times 10^{-1}$

b) $4{,}77278362 \times 10^{-1}$

c) $4{,}77268362 \times 10^{-1}$

d) $4{,}77298362 \times 10^{-1}$

e) $4{,}77254362 \times 10^{-1}$

Questão 9 (1,0 Ponto)**.** Considere o conjunto de pontos $\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^{4}$ dados na Tabela 1. Encontre a função

$$f(x) = \begin{cases} a_1x + b_1 & , x_1 \le x < x_2 \\ a_2x + b_2 & , x_2 \le x < x_3 \\ a_3x + b_3 & , x_3 \le x \le x_4 \end{cases}$$

que interpola este conjunto de pontos. Assinale a alternativa que corresponde ao valor de $f(0{,}9)$ com 9 dígitos significativos por arredondamento.

a) $4{,}61681298 \times 10^{-1}$

b) $4{,}61672298 \times 10^{-1}$

c) $4{,}61663298 \times 10^{-1}$

d) $4{,}61654298 \times 10^{-1}$

e) $4{,}61645298 \times 10^{-1}$

Questão 10 (1,0 Ponto)**.** Considere o seguinte sistema

$$\begin{aligned} x_1 - x_{11} &= 5 \\ x_{i-1} - 3x_i - x_{i+1} &= \operatorname{sen}\left(\frac{5+i}{10}\right), \quad 2 \le i \le 11, \\ x_4 - 2x_{12} &= 6. \end{aligned}$$

Use o método de sua preferência para computar ao valor de x_6 com pelo menos 6 dígitos significativos corretos. Assinale, então, o valor computado de x_6 representado com 5 dígitos significativos por arredondamento.

a) -2.7343×10^{-1}

b) -2.7353×10^{-1}

c) -2.7543×10^{-1}

d) -2.7363×10^{-1}

e) -2.7643×10^{-1}