CAPÍTULO VI
CAMPO MAGNÉTICO Y FUERZA MAGNETICA

Campo magnético

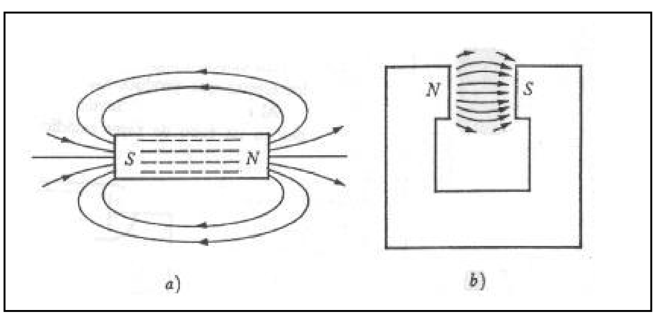
La región en el espacio donde un imán experimenta una atracción o repulsión se conoce como campo magnético. El vector campo magnético se conoce también por Inducción Magnética $\vec{B}$.
Las fuentes de campo magnético son las corrientes eléctricas (cargas eléctricas en movimiento) y los campos eléctricos variables en el tiempo.

6.1. Líneas de inducción y Flujo magnético

Así como el campo eléctrico se representa gráficamente por medio de las líneas de fuerza, el campo magnético se va a representar por las líneas de inducción que son muy útiles en el análisis cualitativo y en algunos casos ayudan a resolver problemas analíticamente.

De la figura siguiente, se observan las siguientes relaciones entre las líneas de inducción y el campo magnético.

1. La tangente a la línea de inducción en cualquier punto es paralela al campo magnético en ese punto.
2. El número de líneas de inducción por unidad de área de sección transversal en una región del espacio está en relación directa a la magnitud del campo magnético. Por consiguiente donde las líneas están muy cercanas entre sí, el campo es más intenso que donde están separadas.



3. La dirección de las líneas de inducciones es del Polo Norte al Polo Sur.
4. Las líneas de inducción nunca se cruzan.

Cuando se trabaja con problemas de campos magnéticos en un plano se adopta la convención de representar el campo magnético entrando en un plano por una cruz$(\times)$ y saliendo del plano por un punto $(\bullet)$.

El flujo magnético se define en forma similar al flujo eléctrico, como una integral de superficie sobre la componente normal del campo magnético $\vec{B}$, un diferencial de flujo magnético está dado por:

$$d\Phi_M = B_n ds$$

donde B_n es la componente normal del campo magnético y ds el diferencial de área, es decir, el flujo magnético para una superficie determinada (abierta o cerrada) es la integración del producto punto del vector campo magnético y el vector diferencial de área. Esto es:

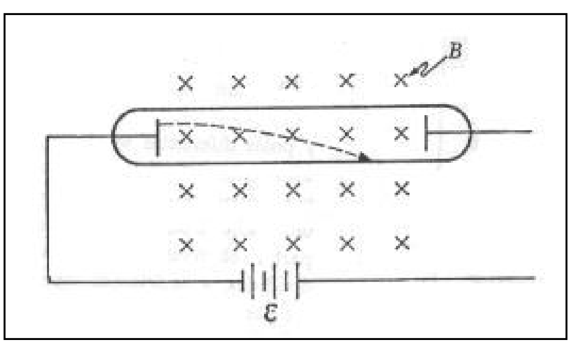
$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \tag{6.1}$$

Como se verá en los capítulos siguientes, tanto el flujo magnético como el flujo eléctrico, son conceptos básicos para realizar el estudio del Electromagnetismo.

6.2. Fuerza magnética sobre una partícula cargada en movimiento.

(Definición de campo magnético).

Un campo magnético se puede estudiar experimentalmente observando los efectos que produce sobre cargas en movimiento. En la siguiente figura se observa que la fuerza con que es desviado el flujo de electrones depende de la intensidad del campo magnético B, la velocidad de los electrones y del seno del ángulo entre el vector campo magnético y el vector velocidad.



La relación entre el campo magnético, el vector velocidad de la partícula cargada y su carga se puede expresar con la siguiente ecuación:

$$\vec{F} = q\,(\vec{\upsilon} \times \vec{B}) \tag{6.2}$$

De la ecuación anterior se puede definir el campo magnético *B*, y encontrar que:

$$B = \frac{F}{q\,\upsilon\, sen\,\theta} \tag{6.3}$$

Las unidad del campo magnético en el sistema MKS es el ***Tesla*** **[T]**, que también se conoce como ***Weber/m²***, que según la ecuación anterior corresponde a:

$$1\left[\frac{Weber}{m^2}\right] \equiv 1\left[\frac{N}{A\,m}\right] = 1[T]$$

.

La unidad que se usó inicialmente para el campo magnético fue el Gauss (sistema cgs.) y la relación entre Tesla y el Gauss es:

$$1\text{Tesla} = 10^4 \text{ Gauss.}$$

6.3. Fuerza sobre un conductor con corriente

En la sección 6.3 encontrarnos la fuerza que ejerce un campo magnético sobre una partícula cargada en movimiento (Ec. 6.2). La corriente eléctrica es un conjunto de cargas en movimiento con una misma dirección en un conductor, es decir que si ponemos un conductor con corriente en un campo magnético éste sufre una fuerza ya que los electrones no pueden salirse del conductor.

De la Ec. (6.2) tenemos la fuerza que se ejerce para un portador de carga, para *N* portadores de carga en el conductor obtenemos que la fuerza es:

$$\vec{F} = N\,q\,\vec{\upsilon} \times \vec{B} \tag{6.4}$$

para facilitar el análisis se supone que el campo magnético es perpendicular a la velocidad de los portadores de carga, entonces:

$$F = N\,q\,\upsilon\,B \tag{6.5}$$

de la Ec. (4.3) se tiene que la relación entre la corriente ($I = i$) y el número de portadores de carga por unidad de volumen que es igual a:

$$i = n q \upsilon A$$

que se puede escribir como:

$$i = \left(\frac{N}{AL}\right) A q \upsilon$$

o bien:

$$i L = N q \upsilon$$

sustituyendo en la Ec. (6.11) se obtiene que:

$$F = i L B \tag{6.6}$$

En forma vectorial se representa por:

$$\vec{F} = i \vec{L} \times \vec{B} \tag{6.7}$$

donde L nos indica la dirección de la corriente y es la longitud de alambre que está dentro del campo magnético.

Una forma más general de expresar la Ec. (6.13) es en forma diferencial que es muy útil para los casos de los cuales el alambre no es recto o que el campo magnético es variable, esto es:

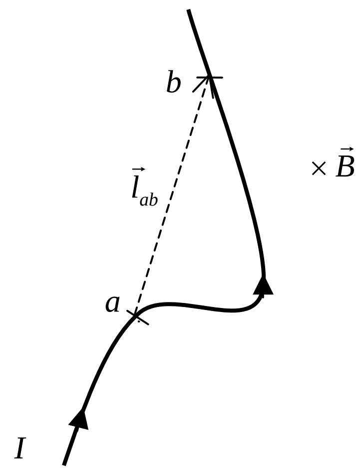
$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B} \tag{6.8}$$

y de aquí se puede calcular la fuerza total integrando sobre la longitud de alambre que está dentro del campo magnético.

Comentario:

Supongamos que se desea calcular la fuerza magnética sobre el conductor de la figura entre los puntos a y b. Si ocurre que el campo magnético $\vec{B}$ y la corriente I, son constantes, entonces se puede escribir

$$\vec{F}_{ab} = I \int_a^b d\vec{l} \times \vec{B} \equiv I \left(\int_a^b d\vec{l} \right) \times \vec{B} = I(\vec{l}_{ab}) \times \vec{B} \tag{6.9}$$

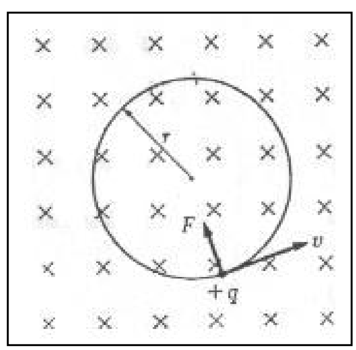


Cabe destacar que el método propuesto anteriormente, es de gran utilidad para determinar la fuerza magnética sobre segmentos curvos de los conductores con corriente.

6.4. Movimiento de partículas cargadas en un campo magnético.

Suponiendo que el campo magnético es uniforme y la velocidad es perpendicular al campo, la partícula experimenta una fuerza $F = q\upsilon B$ que cambia la dirección de la velocidad pero no varía su magnitud, y este describe un movimiento circular en un plano, como se muestra en la figura siguiente, para que la partícula describa la trayectoria circular es necesario que la fuerza sea centrípeta, de acuerdo a la segunda ley de Newton se tiene que:

$$F = m\frac{\upsilon^2}{r} \tag{6.10}$$



que es igual a la fuerza que obtiene en la Ec. (6.2) y sustituyendo en la Ec. (6.10), se tiene que:

$$q\upsilon B = m\frac{\upsilon^2}{r}$$

o bien: $$r = \frac{m\upsilon}{qB} \tag{6.11}$$

donde r es el radio de la trayectoria circular que describe la partícula. De la relación $\upsilon = \omega r$ sustituyéndola en la Ec. (6.11) encontramos la velocidad angular ω, esto es:

$$\omega = \frac{qB}{m} \tag{6.12}$$

en la anterior observamos que la velocidad angular depende de la relación *q/m* que son características propias de la partícula y de la intensidad del campo magnético.

En la siguiente figura se esquematizan los componentes principales del ciclotrón, que es una cavidad cilíndrica dividida en dos mitades que reciben el nombre de *"De"*, cada una por su forma. Las Des se colocan en un campo magnético uniforme paralelo a su eje, y ambas están aisladas eléctricamente entre sí y conectadas a una fuente de voltaje oscilante.

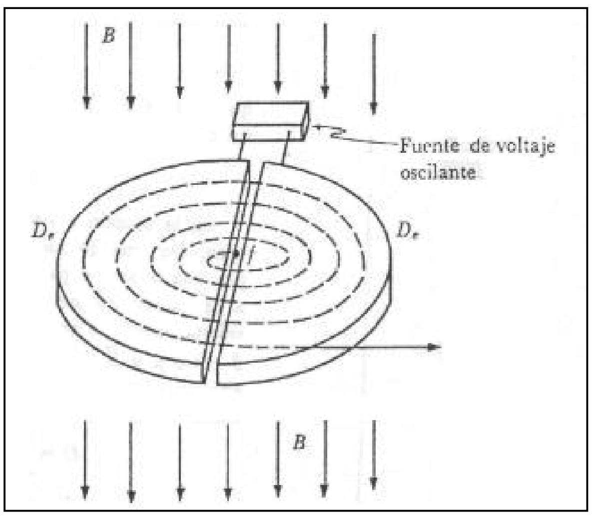


Fig (*) Componentes principales del ciclotrón.

6.5. Problemas resueltos

Problema 6.1

En un campo magnético uniforme, $\vec{B} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ [T], es disparado un electrón con una velocidad $\vec{\upsilon} = 2\times10^8\,\hat{k}$ [m/s]. Calcule la fuerza en magnitud y dirección que experimenta el electrón. $e = 1.6\times10^{-19}$ [C].

Solución:

De la ecuación 6.2 tenemos que:

$$\vec{F}_M = q\vec{\upsilon}\times\vec{B}$$

Sustituyendo datos:

$$\vec{F}_M = -(2\hat{k})\times(2\hat{i} + 4\hat{j})(10^8)(1.6\times10^{-19})$$

Obteniendo:

$$\vec{F}_M = -1.6\times10^{-11}\,(-8\hat{i} + 4\hat{j})$$

La magnitud de $\vec{F}_M$ es:

$$\left|\vec{F}m\right| = 14.24\times10^{-11}$$

Y en notación vectorial:

$$\vec{F}_M = 12.8\times10^{-11}\ \hat{i} - 6.4\times10^{-11}\ \hat{j}\ \text{[N]}.$$

Problema 6.2

Para el caso de una partícula cargada que se mueve en un campo magnético uniforme constante, aplicado en la dirección del eje z. Determine:

a) Cada una de las componentes de la velocidad υ_x, υ_y y υ_z.

b) Las posiciones, $y(t)$ y $z(t)$.

c) La ecuación de la trayectoria.

Solución:

a) De la segunda ley de Newton y de la fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada, se puede escribir

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = q\vec{\upsilon}\times\vec{B}$$

En componentes

$$m\left(\frac{d\upsilon_x}{dt},\frac{d\upsilon_y}{dt},\frac{d\upsilon_z}{dt}\right)=q\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ \upsilon_x & \upsilon_y & \upsilon_z\\ 0 & 0 & B_{0z}\end{vmatrix}$$

De donde se tiene que

$$\frac{d\upsilon_x}{dt}=\omega\upsilon_y \qquad \textit{(componente x)} \qquad (*)$$

con

$$\omega=\frac{qB_{0z}}{m}$$

$$\frac{d\upsilon_y}{dt}=-\omega\upsilon_x \qquad \textit{(componente y)} \qquad (**)$$

$$\frac{d\upsilon_z}{dt}=0 \qquad \textit{(componente z)}$$

Multiplicando por i la componente y (**), luego sumando la componente x (*) se tiene

$$\frac{d}{dt}\left(\upsilon_x+i\upsilon_y\right)=-i\omega(\upsilon_x+i\upsilon_y)$$

de donde se encuentra

$$(\upsilon_x+i\upsilon_y)=ae^{-i\omega t}$$

Eligiendo adecuadamente la constante $a=\upsilon_{0xy}e^{-i\alpha}$ se obtiene

$$(\upsilon_x+i\upsilon_y)=\upsilon_{0xy}e^{-i(\omega t+\alpha)}$$

separando partes real e imaginaria se encuentra

$$\upsilon_x=\upsilon_{0xy}\cos(\omega t+\alpha)$$

$$\upsilon_y=-\upsilon_{0xy}sen(\omega t+\alpha)$$

De donde se encuentra el valor de la constante $\upsilon_{0xy}=\sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2}$, que corresponde al valor de la velocidad (módulo) de la partícula en el plano XY.

La componente z de la velocidad se obtiene de $\frac{d\upsilon_z}{dt}=0$, de donde se encuentra que

$$\upsilon_z=\upsilon_{0z}=Cte$$

Por otro lado, integrando las ecuaciones que corresponde a las componentes de la velocidad se obtiene

$$x(t) = x_0 + Rsen(\omega t + \alpha)$$

$$y(t) = y_0 + R\cos(\omega t + \alpha) \quad ; \quad R = \upsilon_{0xy} / \omega$$

$$z(t) = z_0 + \upsilon_{0z} t$$

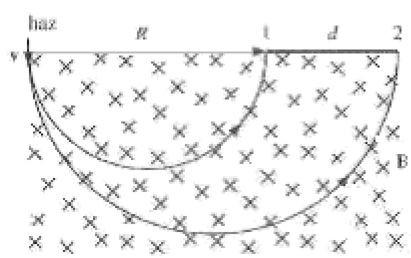
c) Las ecuaciones anteriores muestran que la partícula cargada se mueve a lo largo de una hélice, cuyo eje está dirigido en el sentido del campo magnético, con un radio dado por $R = \upsilon_{0xy} / \omega$.

Si $\upsilon_{0z} = 0$, entonces el movimiento de la partícula es en el plano XY (perpendicular al campo magnético), y describe una órbita circular.

Problema 6.3

Un estrecho haz de protones de diferentes velocidades penetra en un campo magnético uniforme, de módulo *B*, que es perpendicular al plano del haz. ¿Qué velocidades deben tener los protones para que produzcan impacto en la lámina de longitud *d*, colocada a una distancia *R* de la entrada del haz, como se indica en la figura? Aplicación numérica:

B = 0,1 [T], R = 10 [cm], d = 2 [cm], $e/m_p = 9{,}58 \cdot 10^7$ [C/k].



Solución:

Al entrar los protones en el campo magnético experimentan una fuerza $\vec{F} = q\vec{\upsilon} \times \vec{B}$ que es, en cada instante, perpendicular a $\vec{\upsilon}$ y a $\vec{B}$, por lo que los protones describen arcos de circunferencia de radio *r*, de modo que se verifica

$$q\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{r}$$

luego

$$\upsilon = \frac{qBr}{m}$$

Para que se produzca el impacto en el punto 1 la velocidad de los protones deberá ser

$$\upsilon_1 = \frac{qB}{m}\frac{R}{2}$$

y para que se produzca el impacto en el punto 2, la velocidad de los protones deberá ser

$$\upsilon_2 = \frac{qB}{m}\frac{(R+d)}{2}$$

Aplicación numérica

$$\upsilon_1 = \frac{9{,}58}{2}10^7[\mathrm{C/k}]\cdot 0{,}1[\mathrm{T}]\cdot 10^{-1}\,[\mathrm{m}] = 4{,}97\cdot 10^5\,[\mathrm{m/s}]$$

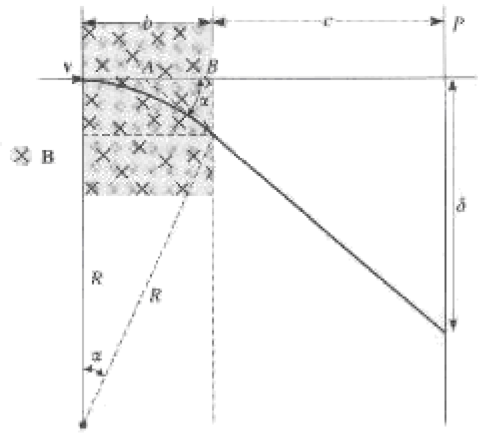
$$\upsilon_2 = \frac{9{,}58}{2}10^7[\mathrm{C/k}]\,0{,}1[\mathrm{T}]1{,}2\cdot 10^{-1}\,[\mathrm{m}] = 5{,}75\cdot 10^5\,[\mathrm{m/s}]$$

Los protones con velocidades comprendidas entre υ_1 y υ_2 producirán impactos en la lámina.

Problema 6.4

Se coloca un tubo de rayos catódicos entre las piezas de un electroimán, de modo que el campo magnético *B*, que es uniforme a lo largo de una longitud *b* del haz y nulo fuera de esta longitud, sea perpendicular al haz catódico. Si *c* es la distancia entre el borde del campo magnético y la pantalla fluorescente del tubo, V_0 la diferencia de potencial aceleradora de los electrones y *e/m* la carga específica del electrón:

a) Calcule la desviación δ del impacto de los electrones en la pantalla.



b) Simplifique la expresión obtenida en el caso en que *b* sea mucho menor que el radio de la trayectoria circular de los electrones en el campo magnético.

Solución:

b) Los electrones acelerados por el potencial V_0 adquieren una energía cinética

$$\frac{1}{2} m\upsilon^2 = e\, V_0$$

Al entrar en el campo magnético con la velocidad *v* experimentan una fuerza perpendicular a *v* y a *B*; esta fuerza da lugar a una trayectoria circular de radio *R* de los electrones mientras están dentro del campo *B*

$$e\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{R} \qquad\qquad R = \frac{m\upsilon}{eB} = \sqrt{\frac{2V_0}{(e/m)B^2}} \qquad (1)$$

De la geometría del problema se tiene

$$\delta = (c + \overline{AB})\tan\alpha$$

$$\overline{AB} = \frac{R(1-\cos\alpha)}{tg\alpha} = \frac{R-\sqrt{R^2-b^2}}{b/\sqrt{R^2-b^2}}$$

$$\delta = \left(c + \frac{R-\sqrt{R^2-b^2}}{b}\sqrt{R^2-b^2} \right) \frac{b}{\sqrt{R^2-b^2}} =$$

$$= \left(\frac{cb}{\sqrt{R^2 - b^2}} + R - \sqrt{R^2 - b^2} \right)$$

Sustituyendo *R* por su valor (1)

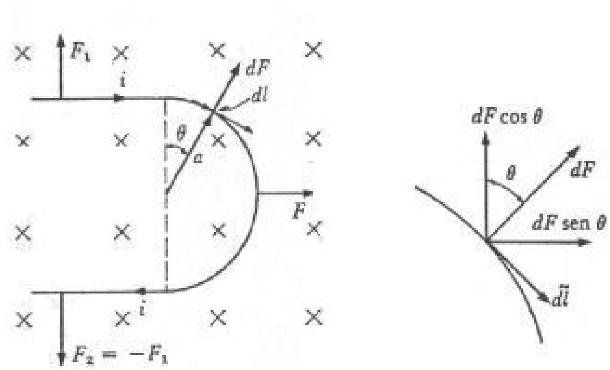
$$\delta = \frac{cb}{\sqrt{\frac{2V_0}{(e/m)B^2} - b^2}} + \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2V_0}{(e/m)}} - \sqrt{\frac{2V_0}{(e/m)B^2} - b^2}$$

c) Si $b << R$

$$\delta = \frac{cb}{R} + R - R = cb\,B\sqrt{\frac{e/m}{2V_0}}$$

Problema 6.5

Un alambre de la forma que se muestra en la Fig. 6.8 lleva una corriente de 2 [A]. Calcule la fuerza magnética resultante que obra sobre el alambre si el campo magnético *B* es de 100 [T] y *a* = 0.1 [m].



Solución:

La fuerza magnética sobre un conductor con $I = i$, está dada por

$$d\vec{F} = i\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

En la figura anterior vemos que la fuerza de la parte superior del alambre es igual a la fuerza que actúa en la parte inferior. El cálculo de la fuerza en la parte semicircular se obtiene de la integral sobre $dF\ sen\ \theta$ ya que las componentes de $dF\ cos\ \theta$ es anulada por la parte simétrica en el semicírculo del alambre, la fuerza resultante se obtiene integrando:

$$F = \int dF\, sen\theta = \int (i\, B\, dl\, sen 90°) sen\theta$$

ya que $d\vec{l} \perp \vec{B}$, como $dl = a\ d\theta$ entonces:

$$F = \int_0^{\pi} i\, B\, a\, sen\theta\ d\theta$$

Integrando:

$$F = -\, i\, B\, a\, [\cos\theta]_0^{\pi}$$

Obteniendo la fuerza resultante:

$$F = 2\, i\, a\, B$$

en la dirección que se muestra en la Fig.

Sustituyendo datos obtenemos su magnitud $F = 40[N]$

Problema 6.6

Resuelva el problema anterior, utilizando directamente la expresión

$$\vec{F}_{ab} = I \int_a^b d\vec{l} \times \vec{B} \equiv I \left(\int_a^b d\vec{l} \right) \times \vec{B}$$

Solución:

Dado que el campo magnético $\vec{B}$ y la corriente I son constantes, entonces se puede escribir

$$\vec{F}_{ab} = I \int_a^b d\vec{l} \times \vec{B} \equiv I \left(\int_a^b d\vec{l} \right) \times \vec{B} = I(\vec{l}_{ab}) \times \vec{B}$$

Para el segmento semicircular $\vec{l}_{ab} = \vec{l}_{semicir.} = 2a(-\hat{j})$, $\quad \vec{B} = B(-\hat{k})$

$$\vec{F}_{semicirc} = I\, 2aB(-\hat{j}) \times (-\hat{k}) = 2IaB\hat{i}$$

Para el segmento superior e inferior se tiene que $\vec{l}_{\sup} = l_{\sup}\hat{i}$; $\vec{l}_{\inf} = l_{\inf}(-\hat{i})$

luego la fuerza sobre estos segmentos es

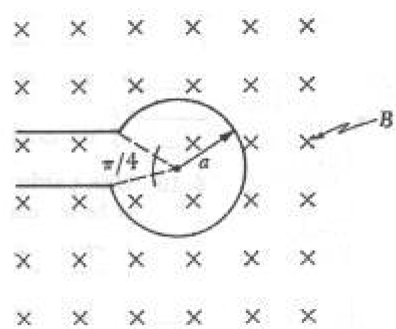
$$\vec{F}_{\sup} + \vec{F}_{\inf} = I(\vec{l}_{\sup}) \times \vec{B} + I(\vec{l}_{\inf}) \times \vec{B} = I\, l_{\sup} B(\hat{i}) \times (-\hat{k}) + I\, l_{\inf} B(-\hat{i}) \times (-\hat{k})$$

$$\vec{F}_{\sup} + \vec{F}_{\inf} = I\, l_{\sup} B\, \hat{j} + I\, l_{\inf} B(-\hat{j}) = IB(l_{\sup} - l_{\inf})\, \hat{j}$$

Si ocurre que $l_{\sup} = l_{\inf}$. Entonces $\vec{F}_{\sup} + \vec{F}_{\inf} = 0$

Problema 6.7

Un alambre de la forma que se muestra en la siguiente figura; pasa una corriente por el de 12 [A], calcule la fuerza magnética que experimenta el alambre al colocarlo en un campo magnético de 20 [T]. Considere el radio *a* = 0.2 [m]



Solución:

Dado que el campo magnético y la corriente, son constantes, entonces se puede escribir

$$\vec{F}_{ab} = I\int_a^b d\vec{l} \times \vec{B} \equiv I\left(\int_a^b d\vec{l}\right) \times \vec{B} = I(\vec{l}_{ab}) \times \vec{B}$$

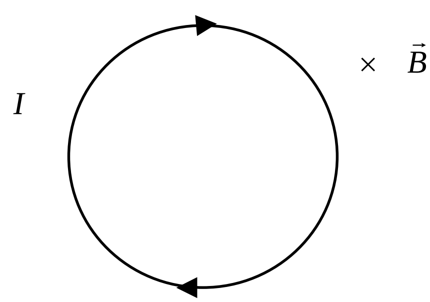
Del problema anterior, se observa que la fuerza sobre los segmentos horizontales se anula.

Luego, para el segmento curvo, de la fig. se tiene que $\vec{l}_{ab} = \vec{l}_{semicir.} = 2asen(\pi/8)(-\hat{j})$, $\vec{B} = B(-\hat{k})$

$$\vec{F}_{semicirc} = 2IaBsen(\pi/8)(-\hat{j}) \times (-\hat{k}) = 36.74[N]\hat{i}$$

Problema 6. 8

Determine la fuerza magnética sobre un espira circular de la figura.



Solución:

Dado que el campo magnético y la corriente, son constantes, entonces:

$$\vec{F}_{ab} = I\int_a^b d\vec{l} \times \vec{B} \equiv I\left(\int_a^b d\vec{l}\right) \times \vec{B} = I(\vec{l}_{ab}) \times \vec{B}$$

Por tratarse de de un conductor cerrado, se tiene que: $\vec{l}_{ab} \equiv \vec{l}_{aa} = 0$. Entonces

$$\vec{F} = 0$$

Problema 6.9

Se desea diseñar un ciclotrón como el que se muestra en la Fig.(*) con un radio de la *"De"* de 1 metro y que el valor del campo magnético sea de 0.65 tesla, *a)* ¿Cuál es el valor de la frecuencia de oscilación?, *b)* ¿Cuál es la energía del protón al salir del ciclotrón?

Solución:

a) De la Ec. (6.12) obtenemos la frecuencia ν del protón que es la misma frecuencia ν_0 de la fuente de voltaje oscilante, que es el principio de operación del ciclotrón.

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{q\,B}{2\pi\,m}$$

sustituyendo valores:

$$\nu = \frac{(1.6\times 10^{-19}[C])(0.65\,[T])}{(2)(3.14)(1.67\times 10^{-27}[k])} = 1\times 10^{7}\ [Hz]$$

b) De la Ec. (6.11) se tiene que la velocidad depende del radio de la partícula que en este caso es el radio de las *"Des"*, despejando la velocidad y sustituyendo en la ecuación de la energía cinética tenemos:

$$K = \tfrac{1}{2} m\upsilon^2 = \tfrac{1}{2} m\left(\frac{qBR}{m}\right)^2$$

sustituyendo valores:

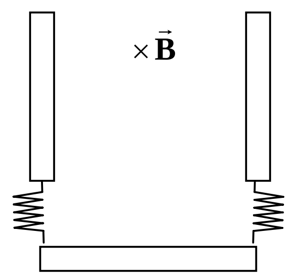
$$K = \frac{(1.6\times 10^{-19}\,coul)^2\ (0.65\,tesla)^2\ (1m)^2}{2\,(1.67\times 10^{-27}\,Kg)} = 3.1\times 10^{-12}\ [J].$$

Convirtiendo a *MeV:*

$$K = 3.1\times10^{-12}\left(\frac{1}{1.6\times10^{-13}}\right) = 19.4\,[M\,eV].$$

Problema 6.10

Un alambre que tiene una densidad lineal de masa de $\lambda = 0.06$[km/m], está suspendido por un par de puntas flexibles, dentro de un campo magnético de 440[mT]. Determine la magnitud y dirección de la corriente en el alambre para que la tensión en las puntas sea cero



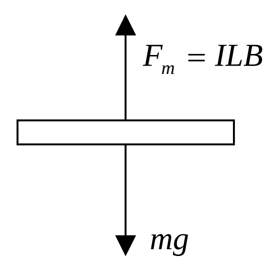
Solución:

De diagrama del cuerpo libre se tiene que

$$F_m = ILB = mg$$

Luego

$$I = \frac{mg}{LB} = \frac{(m/L)g}{B}$$



Reemplazando los valores se encuentra $I = 1.34[A]$

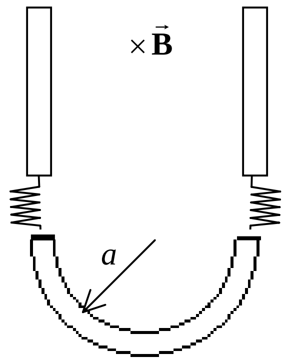
Dado que $\vec{F}_m = I\vec{L}\times\vec{B}$ y como $\vec{B} = B(-\hat{k})$ y $\vec{F}_m = F_m\,\hat{j}$, entonces se debe cumplir que

$$IL\hat{u}\times(-B\hat{k}) = F_m\,\hat{j} \;\Rightarrow \hat{u} = \hat{i}$$

Dado que el sentido de la corriente es la del vector $\vec{L} = L\hat{u}$, se tiene que la dirección de la corriente es a lo largo del eje *x*

Problema 6.11

Un alambre cuya masa es *m*, está suspendido mediante unos alambres flexibles en un campo magnético **B** que apunta hacia fuera del plano del papel. Determine: ¿Cuál es la magnitud y dirección de la corriente necesaria para eliminar la tensión de los alambres flexibles.



Solución:

La fuerza magnética sobre el alambre semicircular, está dada por

$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

Dado que el campo es constante y perpendicular con $d\vec{l}$, se tiene que:

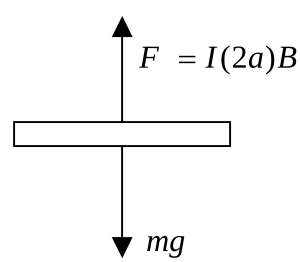
$$\vec{F} = I\left(\int_0^{2a} d\vec{l}\,\right) \times \vec{B} = I(2a)B\,\hat{j}$$

Entonces el módulo de la fuerza magnética es

$$F = I(2a)B$$

Notamos que el alambre semicircular (dentro del campo magnético) se comporta como un alambre recto de longitud $2a$, tal como se muestra en la siguiente figura.

Del diagrama del cuerpo libre se tiene que



$$I(2a)B = mg$$

Luego

$$I = \frac{mg}{2aB}$$

Dado que $\vec{B} = B(-\hat{k})$ y $\vec{F} = F\hat{j}$, entonces se debe cumplir que la corriente circula de izquierda a derecha.