

MODELOS ESTOCÁSTICOS

Control 5 - Noviembre 2012

Se quiere realizar un modelo de la voz para una conversación de VoIP. La voz se digitaliza a 64kbps, suprimiéndose a continuación los períodos de silencio de manera tal de no transmitir paquetes cuando la persona no habla. El protocolo genera cada 20 ms un paquete con datos (de tamaño fijo en bytes) si se está hablando y no se generan paquetes si se está en silencio. De esta forma el tiempo queda dividido en intervalos (slots) de 20 ms. Definimos una variable aleatoria X_n que vale 1 si se está hablando en el intervalo n y 0 en caso contrario.

Supongamos que la probabilidad de que una persona siga hablando o deje de hablar en el siguiente slot depende del estado en el slot actual. Sea p la probabilidad de dejar de hablar en el siguiente slot, cuando se está hablando. Asimismo, sea q la probabilidad de comenzar a hablar en el siguiente slot, cuando se está en silencio.

- 1.Cuál es la matriz de Markov asociada a este proceso?

Resp:

$$P = \begin{pmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{pmatrix}.$$

2. Si $p = 0.5$, $q = 0.4$, determine las probabilidades de hablar o estar en silencio en una conversación que dura una cantidad suficiente de tiempo.

Resp:

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}.$$

Esta matriz es regular y ergódica. Consideremos π_p y π_q las probabilidades de estado límite de los estados de hablar y de estar en silencio, respectivamente. Luego, es fácil ver que se satisface:

$$\begin{aligned}
\pi_p &= 0.5\pi_p + 0.4\pi_q \\
\pi_q &= 0.5\pi_p + 0.6\pi_q \\
1 &= \pi_p + \pi_q
\end{aligned}$$

Se concluye $\pi_p = 0.44$ y $\pi_q = 0.56$.