

## Tema: Aplicação de algoritmos genéticos e nuvem de partículas para otimização de funções Benchmark.

### Introdução

Este trabalho tem como objetivo a aplicação de algoritmo genético e algoritmo de nuvem de partículas na otimização de funções benchmark.

Funções benchmark são funções conhecidas na literatura cujos limites inferior ou superior são conhecidos. Tais funções são excelentes métodos para testar a implementação de algoritmos de otimização, uma vez que, conhecidos os limites das funções é possível calcular o quanto determinado algoritmo se aproxima do resultado ótimo.

Para este trabalho foram escolhidas três funções: Chung Reynolds, Rosenbrok e Zakharov. As três funções possuem seu limite inferior igual a zero.

### Motivação

O objetivo deste trabalho é comparar os resultados dos dois algoritmos propostos, genético e nuvem de partículas. Para isto é avaliado o quanto o algoritmo se aproxima ou a taxa com que converge para o valor ótimo desejado, considerando-se os parâmetros de calibragem e o tempo de execução para cada caso.

Ao final dos testes é possível analisar qual algoritmo apresenta o melhor desempenho considerando a qualidade dos resultados e o custo computacional.

### Algoritmos

#### Algoritmo Genético

A implementação deste algoritmo utiliza representação real dos parâmetros, que consiste em um vetor de tamanho  $n$ , sendo  $n$  o número de parâmetros da função a ser otimizada. Para cada posição do vetor é atribuído um valor dentro dos limites do intervalo definido para a função. Na primeira população estes valores são gerados aleatoriamente.

A função de cruzamento utilizada é a BLX-alfa. A escolha deste método é sua boa aplicação para parâmetros reais, retornando na maioria das vezes filhos com aptidão próxima a dos pais.

Para a função de mutação foi utilizada a função '*creep*' que consiste em multiplicar os parâmetros por um número aleatório no intervalo  $\{0.95, 1.05\}$ .

#### Nuvem de Partículas

Na implementação da nuvem de partículas foi definido que a intensificação do fator social é o dobro da intensificação do fator cognitivo. A velocidade inicial é gerada no intervalo  $\{-1, 1\}$  e a atualização das novas posições das partículas sempre considera os limites superior e inferior da função a ser otimizada.

## Funções

As funções escolhidas possuem a característica comum de ter seu mínimo global igual a zero e ambas são funções de minimização. Esta escolha facilita a implementação do algoritmo que não precisa de modificações entre um teste e outro, além da função objetivo.

### Função de Chung Reynolds

$$R_n(x) = \left( \sum_{j=1}^n x_j^2 \right)^2$$

Intervalo de busca:  $-100 \leq x_j \leq 100, j = 1, \dots, n$ ;

1 mínimo global:  $x = (0, \dots, 0)$ ;

Mínimo global:  $R_n(x^*) = 0$ .

### Função de Rosenbrock

$$R_n(x) = \sum_{j=1}^{n-1} [100(x_j^2 - x_{j-1})^2 + (x_j - 1)^2]$$

Intervalo de busca:  $-5 \leq x_j \leq 10, j = 1, \dots, n$ ;

1 mínimo global:  $x = (1, \dots, 1)$ ;

Mínimo global:  $R_n(x^*) = 0$ .

### Função de Zakharov

$$Z_n(x) = \left( \sum_{j=1}^n x_j^2 \right) + \left( \sum_{j=1}^n 0,5j * x_j \right)^2 + \left( \sum_{j=1}^n 0,5j * x_j \right)^4$$

Intervalo de busca:  $-5 \leq x_j \leq 10, j = 1, \dots, n$ ;

1 mínimo global:  $x = (0, \dots, 0)$ ;

Mínimo global:  $R_n(x^*) = 0$ .

## Execução

Para avaliação dos algoritmos foi realizado um experimento fatorial completo variando três parâmetros para cada algoritmo. A realização deste experimento permite uma melhor análise de qual cenário o algoritmo executa melhor e quais parâmetros se mostram mais relevantes na qualidade dos resultados.

Para o algoritmo genético foram variados os três parâmetros:

Tamanho da população com os valores: {10, 25, 50};

Número de gerações com os valores: {100, 250, 500};

Taxa de elitismo com valores: {0.333, 0.666, 0.999}.

A taxa de mutação foi calibrada com o valor 0.4, porém este parâmetro não varia durante a execução do algoritmo.

Para o algoritmo nuvem de partículas foram variados os três parâmetros:

Número de partículas: {10, 25, 50};  
Número de iterações: {100, 250, 500};  
Fator de diversificação: {0.2, 0.5, 0.8}.

A intensificação do fator cognitivo foi definida como 1 e a intensificação do fator social como 2. Estes parâmetros não variam durante a execução do algoritmo.

O parâmetro número de gerações no algoritmo genético é equivalente ao parâmetro número de iterações na nuvem de partículas. O mesmo vale para o parâmetro número de indivíduos e número de partículas nos respectivos algoritmos.

Os valores foram mantidos os mesmos para os dois algoritmos diferentes afim de avaliar qual deles necessita da menor população e do menor número de execuções para apresentar resultados satisfatórios.

## Análise dos resultados

Para medir o desempenho de uma combinação de parâmetros na execução dos algoritmos são considerados dois fatores: média dos resultados e a média com que o algoritmo converge para o mínimo global.

A média dos resultados é referente a média dos valores obtidos pela solução na função objetivo. A média com que o algoritmo converge pra o mínimo global mede quantas vezes a determinada solução quando aplicada a função objetivo, consegue atingir o valor zero.

Cada combinação de parâmetros do experimento fatorial foi executada 50 vezes.

### Função de Chung Reynolds

Para o algoritmo genético a função começa a convergir apenas a o tamanho da população chega ao máximo de 50 indivíduos, ainda assim a taxa de conversão é muito baixa, não superando os 8%. As três principais execuções são exibidas na tabela a seguir.

Tabela 1- Algoritmo genético aplicado a função Chung Reynolds

Gerações	Indivíduos	Elitismo	Converge	Média
500	50	33%	8%	1.9785406570670274e-27
500	50	66%	6%	2.866479719726023e-23
500	50	100%	0%	4.29235851981314e-24

O único fator que varia nas três melhores execuções listadas acima é a taxa de elitismo, o melhor resultado ocorre quando o elitismo está mais baixo, decrescendo à medida que este aumenta. Isto pode acontecer pois à medida que o elitismo aumenta o algoritmo perde a diversidade das soluções e tende a cair em ótimos locais.

Para a nuvem de partículas os resultados foram consideravelmente mais satisfatórios, sendo os principais deles observados na próxima tabela.

Tabela 2 - Algoritmo nuvem de partículas aplicado a função Chung Reynolds

Iterações	Partículas	W	Converge	Média
500	25	25%	18%	6.808380013658729e-48
500	50	25%	100%	0
500	50	50%	0%	7.913572293352429e-200

A nuvem de partículas com uma população de 25 elementos conseguiu um resultado duas vezes superior ao algoritmo genético com uma população de 50 elementos.

Com os parâmetros de número de iterações e de partículas configurados no valor máximo a nuvem de partículas atinge 100% de precisão nas execuções, sempre convergindo para o mínimo global.

#### Execuções extras

Afim de explorar melhor o algoritmo genético e obter melhores resultados com a calibragem dos parâmetros, foi realizado um experimento separado do experimento fatorial.

Calibrando os parâmetros com: 500 gerações, 100 indivíduos e 100% de elitismo, o algoritmo converge a uma taxa de 50%. Indo além e configurando a população para 200 indivíduos, o algoritmo genético também consegue uma taxa de 100% assim como o a nuvem de partículas.

Portando para a função Chung Reynolds os dois algoritmos conseguem uma taxa de 100% de precisão, porém a nuvem de partículas faz isto com maior facilidade.

#### Função de Rosenbrock

Com o algoritmo genético não foi possível obter nenhuma combinação de parâmetros que atingisse um mínimo de precisão. A função não converge para o mínimo global em nenhuma execução.

Testes feitos fora do experimento fatorial com parâmetros muito elevados de número de gerações e indivíduos também não conseguiram convergir. Porém, vale ressaltar que a qualidade da execução está sujeita não só ao algoritmo, mas também às características da função sendo testada.

Os melhores resultados podem ser observados na tabela que se segue.

*Tabela 3 - Algoritmo genético aplicado a função Rosenbrock*

Gerações	Indivíduos	Elitismo	Converge	Média
500	50	66%	0%	0.02002203821469394
500	50	100%	0%	0.04000234516584517

É possível observar mais uma vez uma queda na qualidade das execuções com o aumento da taxa de elitismo.

Diferente da função anterior a média dos resultados passa mais longe de atingir o zero. Isto porque as soluções iniciais possuem um valor muito alto na função objetivo, mesmo que as soluções finais passem muito perto de zero a média geral fica com um valor alto, ainda assim foi possível observar que o algoritmo evolui satisfatoriamente a população como um todo ao longo das execuções.

A nuvem de partículas mais uma vez se sobressai convergindo em duas situações para 100%.

*Tabela 3 – Algoritmo nuvem de partículas aplicado a função Rosenbrock*

Iterações	Partículas	W	Converge	Média
500	25	75%	24%	0.7862944717765873
500	50	25%	100%	0
500	50	50%	100%	0

## Função de Zakharov

Na última função avaliada o algoritmo genético finalmente se sobressai e os resultados convergem em 82% das execuções.

Tabela 4 – Algoritmo genético aplicado a função Zakharov

Gerações	Indivíduos	Elitismo	Converge	Média
500	50	33%	82%	1.2324855376537412e-29
500	50	66%	80%	4.60259587716894e-28
500	50	100%	60%	7.355258916233789e-44

A nuvem de partículas não convergiu nenhuma vez com os parâmetros testados no experimento fatorial.

Tabela 5 – Algoritmo nuvem de partículas aplicado a função Zakharov

Iterações	Partículas	W	Converge	Média
500	50	25%	0%	2.8522640065750904e-226
500	50	50%	0%	2.281813181478245e-120
500	50	75%	0%	4.0088780353755876e-45

## Execuções extras

Fora do experimento fatorial a nuvem de partículas foi testada com outros parâmetros: 1000 iterações, 100 partículas e fator de diversificação em 25%.

Para esta configuração o algoritmo converge para zero em 100% das execuções. Apesar dos valores dos parâmetros serem altos, o tempo de execução ainda é inferior ao algoritmo genético, tornando a nuvem de partículas uma opção mais viável.

## Comparações

O algoritmo genético e a nuvem de partículas foram comparados com AG\_Real de Honrato Cunha [2016], RCGA (Real-Coded Genetic Algorithm) de Bessaou e Siarry [2001] e o CGA (Continuous Genetic Algorithm) de Chelouah e Siarry [2000]. A comparação leva em consideração a taxa com que o algoritmo converge para o mínimo global nas funções Zakharoc e Rosenrock.

Tabela 6 - Comparação com outros resultados na literatura

Função	AG	PSO	AG REAL	RCGA	CGA
Rosenrock	0%	100%	47%	100%	100%
Zakharov	82%	100%	0%	100%	100%

A nuvem de partículas se mostra equivalente ou superior aos demais algoritmos analisados, presentes na literatura. O algoritmo genético se sobressai em um dos casos, mas não em todos. Apesar disso seu desempenho se mostrou superior ao AG REAL analisado.

## Conclusão

Analisando os experimentos foi possível observar um maior desempenho do algoritmo nuvem de partículas em relação ao algoritmo genético quando se trata de otimização de funções. Esta

análise porém está sujeita a qualidade da implementação dos algoritmos e a calibragem correta dos parâmetros de entrada, não deve então ser tomada como definitiva.

Com os experimentos foi possível observar também que o custo computacional do algoritmo genético considerando o tempo de execução e uso de memória é muito superior a nuvem de partículas.

A calibragem correta dos parâmetros é um fator essencial na qualidade dos resultados. Em funções de otimização os parâmetros devem ser calibrados de forma a fugir de ótimos locais e manter um certo grau de diversidade entre os indivíduos. Isto aumenta as chances de novos indivíduos melhores surgirem no decorrer das iterações.

Por fim também foi observado que a nuvem de partículas continua constantemente evoluindo ao longo das execuções, mesmo que minimamente e sem atingir o valor ótimo. Diferente do algoritmo genético que atinge mais facilmente um ótimo local e pode passar inúmeras execuções sem conseguir melhorias.

## Bibliografia

"A genetic algorithm with real-value coding to optimize ...."

<https://link.springer.com/article/10.1007/s00158-001-0166-y>.

"ALGORITMO GENÉTICO DE CODIFICAÇÃO REAL APLICADO À ...."

<http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2016/pdf/155947.pdf>.

"Chelouah, R. and Siarry, P. (2000) A Continuous Genetic ...."

<https://www.scirp.org/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=1294910>.