# 1 Objetivos

- Verificar experimentalmente as leis do pêndulo e determinar a aceleração da gravidade local.

# 2 Material

- Massas aferidas;
- Cronômetro;
- Fios;
- Transferidor;
- Coluna graduada.

# 3 Fundamentos

O pêndulo simples é o sistema constituído por uma massa puntiforme, presa à extremidade de uma fio extensível e de massa desprezível, capaz de se mover, sem atrito, num plano vertical, em torno de um eixo situado em sua outra extremidade. Pela própria definição, vemos que o pêndulo simples é uma concepção ideal. O que montaremos é aproximadamente um pêndulo simples.

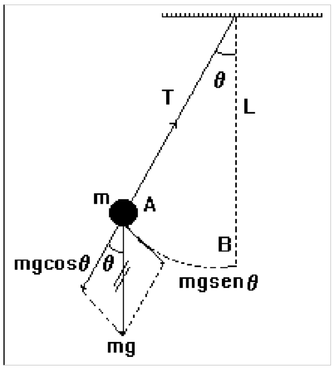


Figura 1: Pêndulo simples

Quando afastada da posição de equilíbrio e solto, o pêndulo oscila sob a ação da gravidade. O movimento é oscilatório e periódico. Numa posição qualquer, afastada de um ângulo $\theta$ da posição de equilíbrio, as forças aplicadas à massa são: $mg$ (peso) e $T$ (tração no fio). Decompondo o peso conforme indica a Figura 1, obtemos as componentes $mg\cos\theta$ e $mg\sin\theta$. A resultante da tração e $mg\cos\theta$ produz a aceleração centrípeta. A outra componente, $mg\sin\theta$, é a força restauradora que age sobre $m$. Ela não é proporcional à alongação $\theta$ e sim a $\sin\theta$,

$$F = -mg\sin\theta \tag{1}$$

Para que o movimento seja harmônico simples é necessário que a força restauradora seja proporcional ao deslocamento e dirigida no sentido oposto.

Podemos substituir $\sin\theta$ por $\theta$, caso $\theta$ seja pequeno. Esta aproximação é válida para $\theta < \frac{\pi}{12} rad$ ($\theta < 15^o$)

Na Figura 1 podemos ver que: $\overline{AB} = \theta L$, ou $\theta = \frac{\overline{AB}}{L}$, logo,

$$F = -mg(\frac{\overline{AB}}{L}) \tag{2}$$

Assim, no caso de pequenas oscilações, a força restauradora é proporcional e de sentido oposto à elongação medida sobre o arco considerado retilíneo. Note que esta é, exatamente, a característica do movimento harmônico simples.

Como $m$, $g$ e $L$ são constantes, podemos expressá-las por

$$k = \frac{mg}{L} \tag{3}$$

Temos então:

$$F = -kx \tag{4}$$

Sabemos que o período $T$, de um movimento harmônico simples é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{5}$$

Substituindo o valor de $k$, Equação 3, na equação 5, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{6}$$

que é a equação do período do pêndulo simples, para pequenas amplitudes. Vemos daí que o período de um pêndulo simples depende apenas do comprimento do pêndulo e do valor da aceleração da gravidade.

### 3.1 Determinação Experimental da Aceleração da Gravidade ($g$)

Elevando ao quadrado a Equação 6, vem:

$$T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g} \tag{7}$$

Depois de medir o comprimento $L$ e o período $T$ do pêndulo, podemos facilmente calcular o valor da acelaração da gravidade $g$. Basta isolar $g$ na 6.

$$g = 4\pi^2\frac{L}{T^2} \tag{8}$$

## 4 Procedimento Experimental

1. Anote as massas dos corpos $m_1$ e $m_2$.

2. Ajuste o comprimento do pêndulo de modo que tenha $20cm$ de extensão do ponto de suspensão até o centro de massa do corpo.

3. Desloque o corpo da posição de equilíbrio (deslocamento angular igual a $15^o$) e determine o tempo necessário para o pêndulo executa dez oscilações completas. Para minimizar os erros, é recomendável que o operador do cronômetro seja o mesmo que larga o pêndulo para oscilar.

   Obs.: O tempo de reação humano é de alguns décimos de segundo; Embora o cronômetro registre até centésimos de segundo, só faz sentido você anotar o tempo obtido manualmente até os décimos de segundo.

   Repita o experimento três vezes e determine o período médio em segundos. Use somente a massa $m_1$ como indicado na Tabela 1 na página 3.

| $L(cm)$ | $\theta(graus)$ | $m(g)$ | $10T(s)$ | | | $T(s)$ | $T(s^2)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $L_1 = 20$ | $\theta_1 = 15$ | $m_1 =$ | $10T_1 =$ | $10T_1 =$ | $10T_1 =$ | $T_1 =$ | $T_1^2 =$ |
| $L_2 = 40$ | $\theta_1 = 15$ | $m_1 =$ | $10T_2 =$ | $10T_2 =$ | $10T_2 =$ | $T_2 =$ | $T_2^2 =$ |
| $L_3 = 60$ | $\theta_1 = 15$ | $m_1 =$ | $10T_3 =$ | $10T_3 =$ | $10T_3 =$ | $T_3 =$ | $T_3^2 =$ |
| $L_4 = 80$ | $\theta_1 = 15$ | $m_1 =$ | $10T_4 =$ | $10T_4 =$ | $10T_4 =$ | $T_4 =$ | $T_4^2 =$ |
| $L_5 = 100$ | $\theta_1 = 15$ | $m_1 =$ | $10T_5 =$ | $10T_5 =$ | $10T_5 =$ | $T_5 =$ | $T_5^2 =$ |
| $L_6 = 120$ | $\theta_1 = 15$ | $m_1 =$ | $10T_6 =$ | $10T_6 =$ | $10T_6 =$ | $T_6 =$ | $T_6^2 =$ |
| $L_7 = 140$ | $\theta_1 = 15$ | $m_1 =$ | $10T_7 =$ | $10T_7 =$ | $10T_7 =$ | $T_7 =$ | $T_7^2 =$ |

Tabela 1: Resultados experimentais para o pêndulo simples.

| $L(cm)$ | $\theta(graus)$ | $m(g)$ | $10T(s)$ | | | $T(s)$ | $T(s^2)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $L_7 = 140$ | $\theta_1 = 15$ | $m_1 =$ | $10T_7 =$ | $10T_7 =$ | $10T_7 =$ | $T_7 =$ | $T_7^2 =$ |
| $L_8 = 140$ | $\theta_2 = 10$ | $m_1 =$ | $10T_8 =$ | $10T_8 =$ | $10T_8 =$ | $T_8 =$ | $T_8^2 =$ |
| $L_9 = 140$ | $\theta_1 = 15$ | $m_2 =$ | $10T_9 =$ | $10T_9 =$ | $10T_9 =$ | $T_9 =$ | $T_9^2 =$ |
| $L_10 = 140$ | $\theta_2 = 10$ | $m_2 =$ | $10T_{10} =$ | $10T_{10} =$ | $10T_{10} =$ | $T_{10} =$ | $T_{10}^2 =$ |

Tabela 2: Resultados experimentais para o pêndulo simples.

4. Repita a experiência para os comprimentos $40cm$, $60cm$, $80cm$, $100cm$, $120cm$ e $140cm$ e complete a Tabela 1.

5. Mantenha o comprimento de $140cm$ e estude a influência da massa e da amplitude sobre o período. Proceda como indicado na Tabela 2.

## 5 Questionário

1. Dos resultados experimentais é possível concluir-se que os períodos independem das massas? Justifique.

2. Dos resultados experimentais o que se pode concluir sobre os períodos quando a amplitude passa de $10^o$ para $15^o$? Justifique.

3. Determine o valor de $g$ a partir da Equação 8.

4. Qual o peso de um objeto de massa $9,00kg$ no local onde foi realizada a experiência?

5. Compare o valor médio de $T$ obtido experimentalmente para $L = 140cm$ com o seu valor calculado pela Equação 5 (use $g = 9,81m/s^2$). Comente.

6. Discuta as transformações de energia que ocorrem durante o período do pêndulo.

7. Chama-se *pêndulo que bate o segundo* aquele que passa por sua posição de equilíbrio, uma vez em cada segundo. Qual o período deste pêndulo?