

Modelagem e Otimização de Marcha Dinâmica para Robôs Humanoides

Relatório Parcial

Candidato: Felipe Gonçalves Galiza
Orientador: Marko Ackermann
Departamento: Engenharia Mecânica
Nº FEI: 11.210.357-7
Data: 27/10/2015

1) Resumo

O presente trabalho consiste em um projeto de geração de trajetórias de marcha dinâmica para robôs humanoides. A metodologia adotada fundamenta-se em desenvolver a modelagem das equações de movimento do sistema, aplicar conceitos como o ZMP (Zero Moment Point) [9] e CoP (Center of Pressure) [10] para determinação de critérios de estabilidade dinâmica, e implementar a otimização de trajetórias através de algoritmos provenientes da Teoria de Controle Ótimo. Robôs utilizados pela equipe RoboFEI [12] serão utilizados como plataforma de validação do método.

Palavras Chave: Robôs Humanóides; Zero Moment Point; Locomoção Bípede; Controle Ótimo; Robocup; Humanoid League.

1.2) Objetivo

Nesta iniciação científica, tem-se como objetivo o desenvolvimento de trajetórias para locomoção bípede através de técnicas que utilizam critérios de estabilidade e otimização de parâmetros, dando continuidade a trabalhos prévios e permitindo a participação do Centro Universitário da FEI em campeonatos mundiais de futebol de robôs, como a *RoboCup* [15].

2) Revisão Bibliográfica

2.1) O Robô Humanoide do Centro Universitário da FEI

O projeto de um robô humanoide capaz de competir na Humanoid-League KidSize [14] pelo Centro Universitário da FEI, iniciou-se no ano de 2010 com a Iniciação Científica “Projeto Mecânico de um Robô Humanoide” desenvolvida pelo aluno Milton Cortez [11]. Naquela ocasião, foi desenvolvido um robô humanoide com 22 graus de liberdade, distribuídos da seguinte forma: seis em cada uma das pernas, três em cada braço, dois no tronco e dois no pescoço, conforme representado esquematicamente na Fig.1 [7].

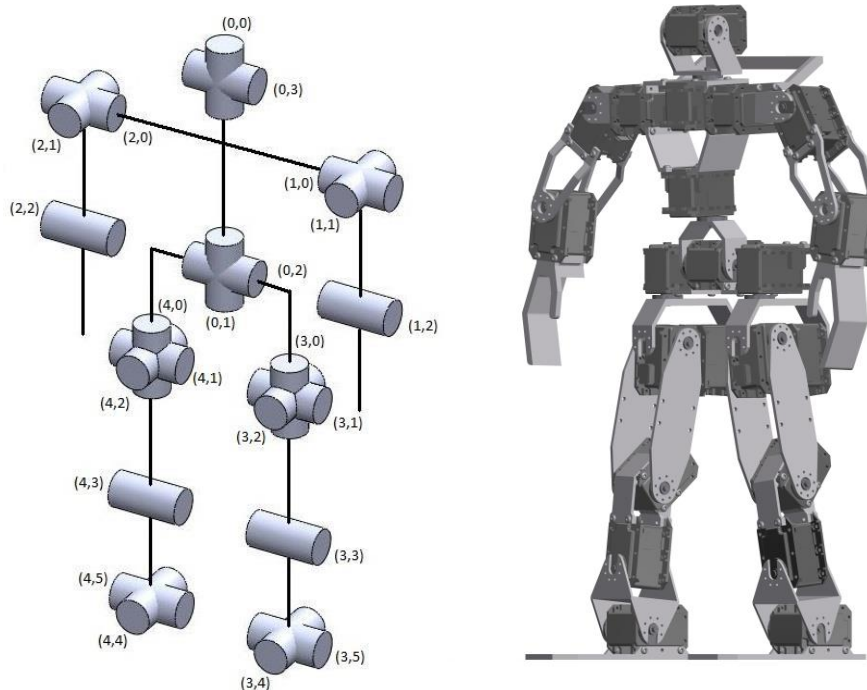


Fig. 1 – Representação esquemática dos graus de liberdade e numeração das juntas.

A estrutura mecânica do robô humanoide é composta por peças de alumínio aeronáutico de série (7XXX) e por 22 servo motores. A união dos componentes dá origem ao robô humanoide e determina a posição do centro de massa do robô (Fig. 2).

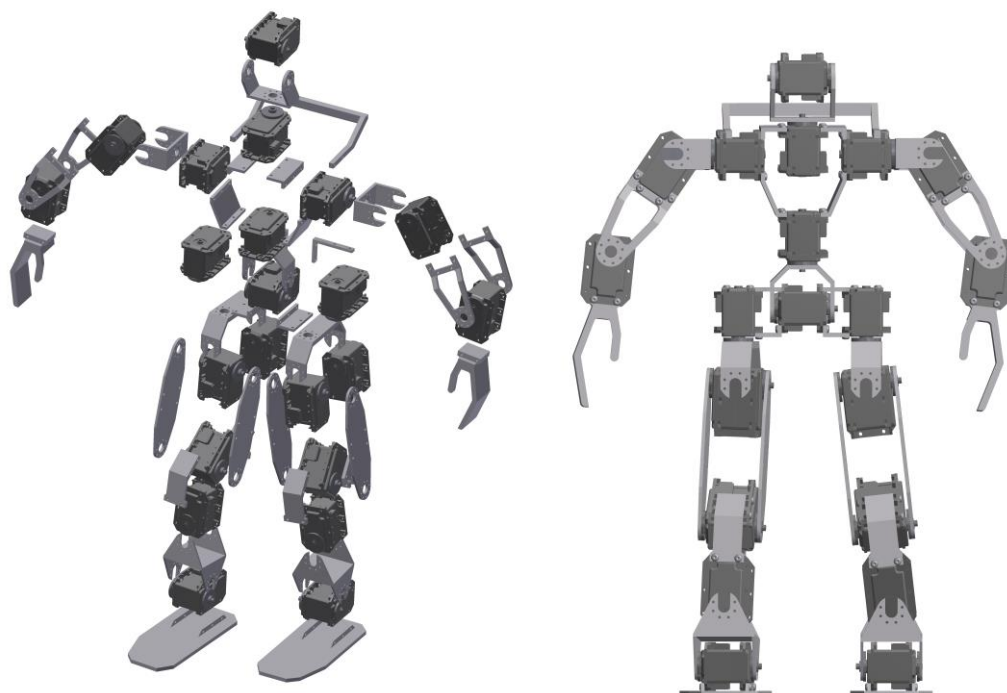


Fig. 2 – Estrutura Mecânica do Robô Humanoide

2.2) Darwin-OP

O Darwin-OP (Figs. 3 e 4) é um robô humanoide desenvolvido e fabricado pela empresa Coreana ROBOTIS [16] em colaboração com as universidades Virginia Tech, Purdue University, e a University of Pennsylvania, com o propósito principal de servir pesquisadores e programadores interessados em robôs humanoides, inteligência artificial, algoritmos de marcha, visão computacional, etc.. O robô possui vinte graus de liberdade.



Fig. 3 – Robô Darwin-OP

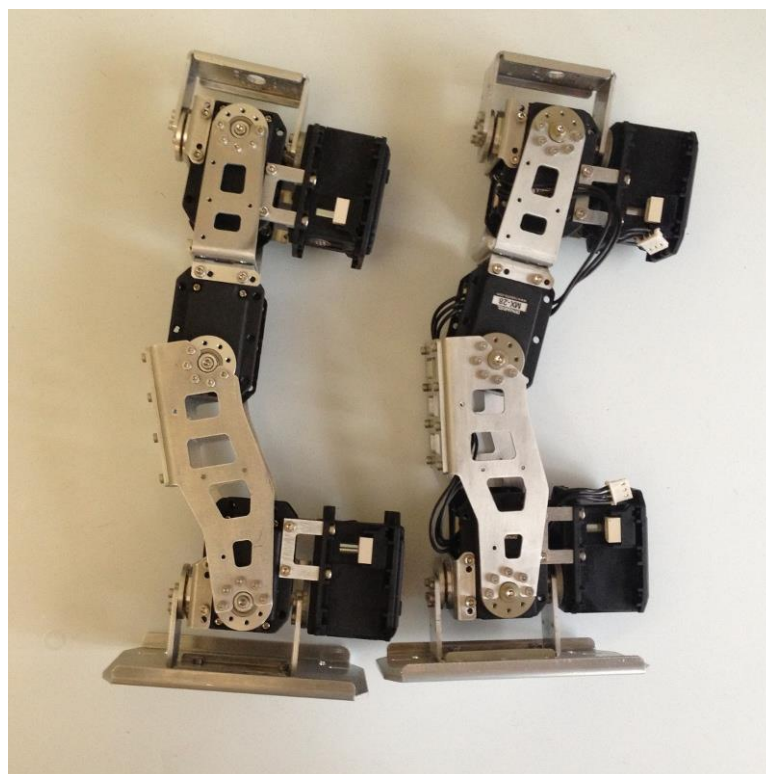


Fig. 4 – Estrutura mecânica da perna do robô Darwin-OP

2.3) Marcha Estática

A locomoção de um robô humanoide é definida como marcha estática quando a projeção do centro de massa do robô no solo está contida dentro do polígono de suporte dos pés do robô. O Polígono de Suporte é delimitado pela posição das arestas dos pés apoiados no solo. Podemos verificar este conceito através da Fig. 5. Esta condição proporciona apenas equilíbrio estático, de forma que a estabilidade só pode ser garantida a baixas velocidades de movimentação [8].

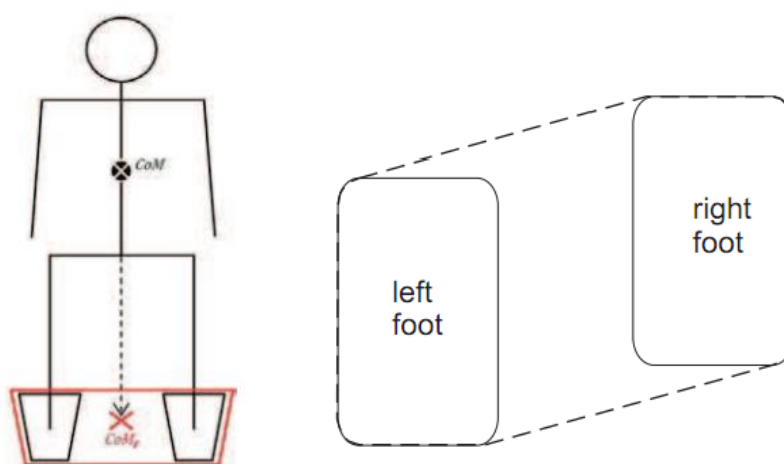


Fig. 5 – Projeção do Centro de Massa e Polígono de Suporte dos pés.

2.4) Marcha Dinâmica

Existem diversas abordagens e métodos acerca do equilíbrio dinâmico em movimentação bípede, contudo a grande maioria é baseada nos conceitos do ZMP (Zero Moment Point) [9] e CoP (Center of Pressure) [10]. Estas condições garantem estabilidade do robô bípede também em altas velocidades. A seguir descreve-se cada um desses conceitos.

2.4.1) Zero Moment Point (ZMP)

Em robôs humanóides todas as juntas do mecanismo são motorizadas e podem ser diretamente controladas, com exceção do contato entre o chão e o pé do robô, que se pode considerar como um grau de liberdade adicional não atuado a partir do momento em que existe movimento relativo entre as duas superfícies, ou a planta do pé do robô não está totalmente em contato com o solo. O contato do pé com o solo tem extrema importância

na movimentação pois exerce influência sobre o tipo de estabilidade da caminhada (estabilidade estática ou dinâmica) [9]. Nas condições em que apenas uma das arestas da planta do pé está em contato com o solo, emerge um grau de liberdade adicional não atuado. Pelo fato de não ser motorizado, esse grau de liberdade não pode ser controlado diretamente como os outros. Em decorrência disso, surgem dificuldades no controle e estabilidade do robô. Dessa forma, o indicador geral do comportamento do mecanismo em termos de estabilidade é o contato completo da base do pé com o solo.

O ponto no qual age uma única força equivalente a (ou que substitui) todas as forças atuantes sobre o sistema é denominado Zero Moment Point, que doravante trataremos por ZMP. A teoria relativa a este método foi proposta por Vukobratovic [9] há aproximadamente quarenta anos. A permanência do ZMP no polígono de suporte dos pés (Fig. 5) garante que as bases dos pés permanecerão em contato com o solo e o sistema estará em equilíbrio dinâmico. Por muito tempo esta abordagem foi utilizada como o único procedimento na síntese da movimentação bípede e ainda hoje é largamente utilizada em conjunto com outras teorias.

2.4.2) Equacionamento do ZMP

O ZMP é definido como o ponto sobre o solo onde a resultante dos momentos de todas as forças externas, inerciais e gravitacionais não possui componente ao longo do eixo horizontal. Em outras palavras, é o ponto onde $\mathbf{M}_x = 0$ e $\mathbf{M}_y = 0$ representam os momentos em torno dos eixos ortogonais x e y, respectivamente, que definem o plano do solo. Neste ponto atuam apenas a força de reação \mathbf{F}_p e momento de reação \mathbf{T}_p na direção normal ao solo. O ZMP está localizado em:

$$\mathbf{P}_{ZMP} = (x_{ZMP}, y_{ZMP}, 0) \in S \quad (1)$$

onde \mathbf{P}_{ZMP} é o ponto dado pelas coordenadas x_{ZMP} e y_{ZMP} e S é a região que delimita a superfície de suporte sob os pés. Enquanto o \mathbf{P}_{ZMP} encontra-se dentro da região S, o contato entre o solo e o pé é estável [9]. Em outras palavras, como podemos ver na Figura 6, as forças e momentos que atuam no sistema podem ser substituídas pelas resultantes de Força F_a e Momento M_a , ambos num ponto qualquer A, onde em geral há componente horizontal do momento M_a . No ponto particular P, que representa a posição do ZMP na

região de contato do pé com o solo temos ação da força de reação F_p e do Momento de reação M_p com componente apenas normal ao plano do solo, direção z [8].

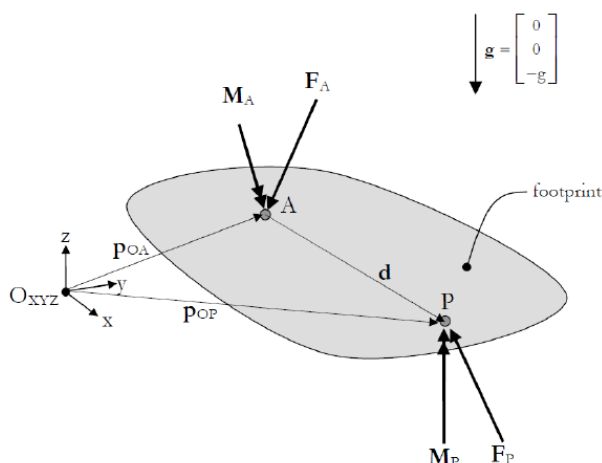


Fig. 6 – Zero Moment Point [8].

2.4.3) Centro de Pressão

Considerando-se o robô apoiado apenas em uma das pernas, existe um carregamento distribuído (de reação do solo) agindo sob o pé. Esse carregamento pode ser representado por uma única força resultante aplicada em um ponto em relação ao qual a resultante dos momentos na direção tangente ao solo é nula [10], Fig. 7. Este ponto denomina-se Centro de Pressão, abreviadamente tratado por CoP (devido ao termo em inglês Center of Pressure). Esse conceito é bastante parecido com o de ZMP, entretanto, este último está relacionado às forças transmitidas sem contato (gravidade, inércia), enquanto que o conceito de CoP está atrelado às forças transmitidas por contato e, por isso, ao contrário do ZMP, não pode existir fora da área do polígono de suporte S (Fig. 8) [9].

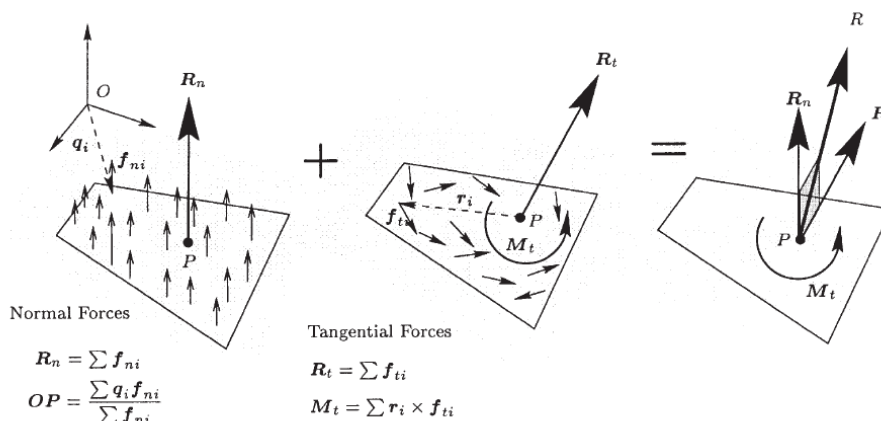


Fig. 7 – CoP (Center of Pressure)

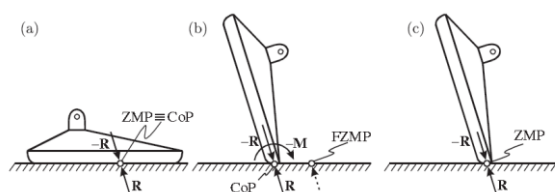


Fig. 8 – Vínculo entre pé e solo / posição do ZMP [9].

(a) Pé totalmente apoiado, (b) pé inclinado e ZMP fora do vértice, (c) pé inclinado e ZMP no vértice.

3) Complexidade associada à modelagem de uma Marcha Dinâmica

A locomoção bípede é reconhecida como um dos problemas fundamentais não-resolvidos em Robótica. Os desafios para a conclusão desta tarefa vão desde o projeto mecânico do robô até outros fatores como a formação de cadeias cinemáticas fechadas e o aparecimento de sistemas subatuados que fazem com que exista uma variação do número de graus de liberdade em função da configuração do sistema ao longo do tempo, implicando em limitações de modelagem e controle do sistema [5].

3.1) Definição de Sistemas Subatuados

A dinâmica de um sistema multicorpo formado por corpos rígidos é descrita pelas equações de movimento, através da formulação de Euler-Lagrange, **pela equação**

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (2)$$

Onde o Lagrangiano é a diferença entre a energia cinética e potencial. Para um sistema multicorpo, as equações de Euler-Lagrange são descritas como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = (B(q) \cdot u)_k \quad (3)$$

Para $k = \{1, 2, \dots, n\}$

onde q é o vetor de coordenadas generalizadas, \dot{q} é o vetor de velocidades generalizadas e u é o vetor de controles (forças e torques). $B(q)$ é a matriz das forças de entrada, com $B(q) \cdot \tau$ descrevendo as forças generalizadas resultantes das entradas de controle τ .

3.1.1) Sistema Completamente Atuado

Um sistema de controle descrito pela equação (3) é classificado como completamente atuado na configuração (q, \dot{q}, t) , se for possível comandar uma aceleração instantânea em uma direção arbitrária de q , i.e. se

$$\text{rank}[B(q)] = \dim(q). \quad (4)$$

3.1.2) Sistemas Subatuados

Um sistema de controle descrito pela equação 3 é classificado como subatuado na configuração (q, \dot{q}, t) , se não for possível comandar uma aceleração instantânea em uma direção arbitrária de q , i.e., se:

$$\text{rank}[B(q)] < \dim(q). \quad (5)$$

Em resumo, sistemas subatuados são aqueles para os quais as entradas de controle não conseguem acelerar o estado do sistema em direções arbitrárias. Como consequência, diferente de sistemas completamente atuados, sistemas subatuados não possuem a propriedade de seguirem trajetórias arbitrárias apenas com a ação das entradas de controle [5].

Contudo, para robôs com pés compostos por bases de apoio, dentro de certos limites, como o ZMP dentro da base de apoio, é possível acelerar o estado do sistema em direções arbitrárias.

3.2) Cadeias Cinemáticas e Sistemas Sobre-Atuados

Uma cadeia cinemática é constituída por um conjunto de elos conectados em série por juntas. A maneira como esses elos são conectados, implica em restrições cinemáticas que influenciam a modelagem dinâmica do sistema [7].

3.2.1) Cadeia Cinemática Aberta

Uma cadeia cinemática aberta ocorre quando o sistema se encontra em uma configuração onde em um de seus últimos elos não existe nenhum tipo de restrição cinemática aplicada, por exemplo uma garra vazia, mão, cabeça, etc. [7].

3.2.2) Cadeia Cinemática Fechada

Uma cadeia cinemática fechada ocorre quando uma cadeia cinemática “fecha” nela mesma, formando assim um circuito fechado. Neste caso, o número de graus de liberdade é reduzido, esse fenômeno pode ser observado na Fig. 10 onde um sistema com três graus de liberdade em cadeia cinemática aberta transforma-se em um sistema de apenas um grau de liberdade em cadeia cinemática fechada [7].

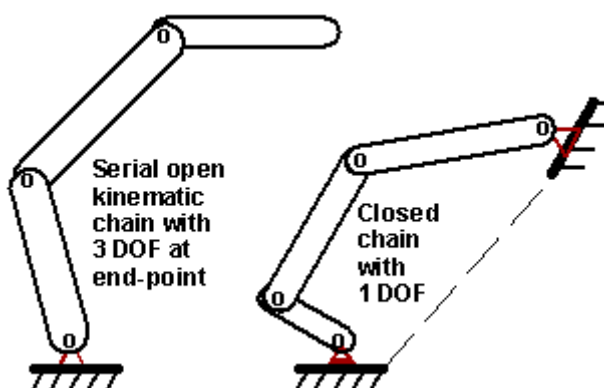


Fig. 9 - a) Cadeia Cinemática Aberta. b) Cadeia Cinemática Fechada.

4) Ciclo de Marcha para Robôs Bípedes

A configuração cinemática de robôs bípedes altera-se entre fase de apoio simples e fase de apoio duplo durante o contato do pé com o solo

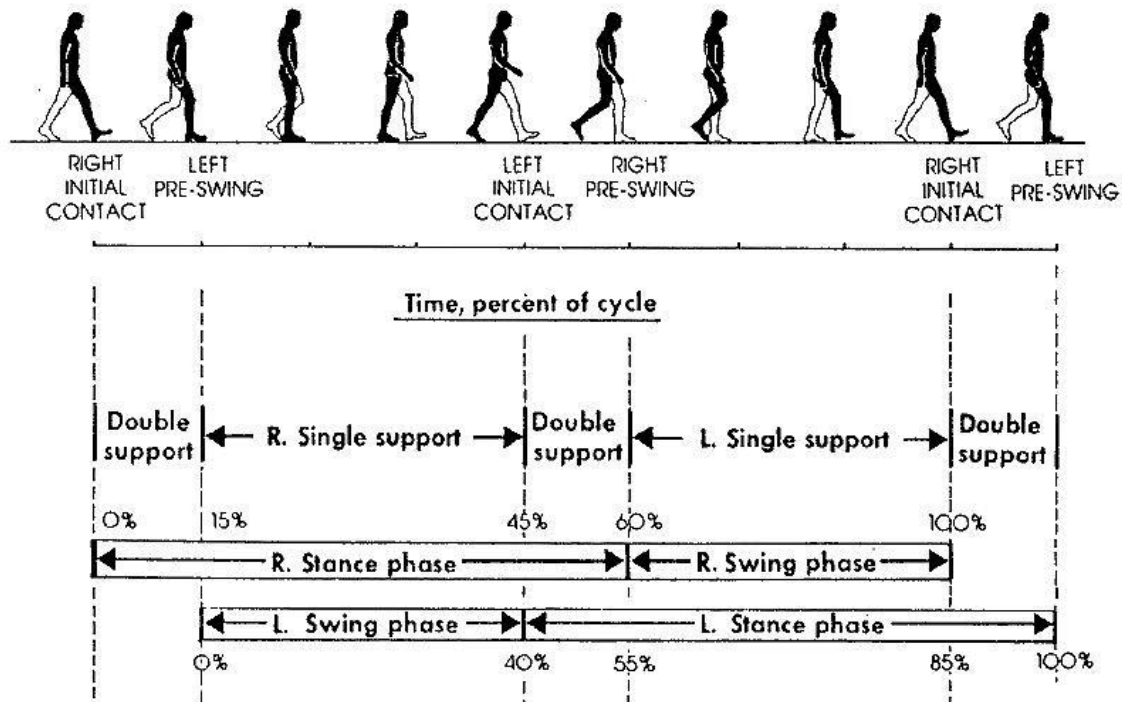


Fig. 10 – Transição entre a fase de apoio simples e apoio duplo.[7]

4.1) Fase de apoio duplo (Double Support Phase)

A fase de apoio duplo ocorre quando os dois pés estão em contato com o solo. Nesta fase, o sistema movimenta-se com cadeia cinemática fechada, caracterizando assim um sistema sobre-atuado, ou seja, cujo número de torque atuantes é maior que o número de graus de liberdade, isso implica em problemas de redundância na solução de problemas de Dinâmica Inversa e aplicações de Controle.

4.2) Fase de apoio simples (Single Support Phase)

A fase de apoio simples ocorre quando apenas um dos pés está em contato com o solo. Nesta fase o sistema movimenta-se com cadeia cinemática aberta. Caso fosse adicionado uma reação de engastamento entre o pé do robô bípede e o solo, o sistema tornar-se-ia completamente atuado.

5) Formulação de um problema de Controle Ótimo

Um problema de controle ótimo consiste em determinar a série temporal dos controles e dos estados de um sistema dinâmico de forma a minimizar um determinado critério de otimização[17].

A formulação de um problema de controle ótimo requer os seguintes parâmetros:

- Modelo matemático do sistema e das equações de movimento correspondentes
- Especificação do critério de otimização
- Especificação de todas as condições de contorno a serem satisfeitas relacionadas com os estados e entradas de controle do sistema
- Especificação de parâmetros livres.

O objetivo de um problema de controle ótimo não-lineares é minimizar o seguinte funcional:

$$J = \int_t^{t_f} L(x, u) \cdot dt \quad (6)$$

onde t é o tempo corrente e t_f é o tempo final, sujeito a restrições dadas pelas equações dinâmicas

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (7)$$

aqui escritas na forma de espaço de estados, inequações algébricas na forma

$$\mathbf{b}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \leq \mathbf{0}, \quad (8)$$

e condições de contorno:

$$\phi[\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f] = 0 \quad (9)$$

5.1) Problema de Erro de Rastreamento Mínimo

O objetivo neste tipo de problema é levar a trajetória das variáveis de estado $x(t)$ para uma trajetória desejada x_d [17].

Exemplo:

$$L(x, u) = |x - x_d| \text{ ou} \quad (10)$$
$$L(x, u) = (x - x_d)^T \cdot (x - x_d)$$

5.2) Problema de Energia Mínima ou Esforço Mínimo

Neste tipo de problema, o objetivo é ir do estado inicial ao estado final utilizando o mínimo de energia ou esforço [17].

Exemplo:

$$L(x, u) = |u| \quad (11)$$
$$L(x, u) = u^T \cdot u$$

5.3) Problema de Minimização Combinada ou Multiobjetivo

Neste tipo de problema, existe mais de um objetivo a ser atingido pelo sistema de controle ótimo [17].

Exemplo:

$$L(x, u) = (x - x_d)^T \cdot Q \cdot (x - x_d) + u^T \cdot R \cdot u \quad (12)$$

onde Q e R são pesos para os estados e entrada, respectivamente.

$Q \uparrow \rightarrow$ chegar no estado x_d com maior precisão

$R \uparrow \rightarrow$ economizar energia

6) Metodologia

6.1) Equações de Movimento

Devido ao grau de complexidade do sistema, simplificações foram aplicadas à representação matemática do modelo referente a robôs humanoides presentes no mundo real, de modo a facilitar a derivação das equações de movimento e a validação dos métodos propostos por esse projeto de iniciação científica. São adotadas as seguintes simplificações:

- O modelo representará apenas o movimento realizado no plano (x,y), sagital.
- A massa dos pés do robô é considerada desprezível.

- Os braços, cabeça e outros membros ligados ao tronco do robô serão reduzidos a um único corpo rígido, representado por um ponto de massa e momento de inércia com relação ao centro de gravidade.
- Apenas um pé de cada vez estará em contato com o solo durante todo o ciclo da marcha. Para garantir isso, é necessário que exista a troca instantânea dos pés exatamente no instante em que o robô estiver prestes a assumir a configuração de apoio duplo. Dessa forma, o robô permanecerá sempre na fase de apoio simples.
- Na resolução do problema de Controle Ótimo, o robô dará um passo do tamanho de seu pé, para que não existam descontinuidade na trajetória do ZMP no momento de transição dos pés.

O modelo é representado pela Fig. 11, onde o seguimento:

- L_1 representa o comprimento da tíbia da perna esquerda do robô;
- L_2 representa o comprimento da coxa da perna esquerda do robô;
- L_3 representa o comprimento do conjunto tronco, braços e cabeça do robô reduzidos a um único corpo rígido;
- L_4 representa o comprimento da coxa da perna direita do robô;
- L_5 representa o comprimento da tíbia da perna direita do robô.

Os seguimentos do robô são conectados através de juntas de revolução, onde:

- θ_1 representa a posição angular do tornozelo da perna esquerda do robô;
- θ_2 representa a posição angular do joelho da perna esquerda do robô;
- θ_3 representa a posição angular do quadril lateral esquerdo do robô;
- θ_4 representa a posição angular do quadril lateral direito do robô;
- θ_4 representa a posição angular do joelho da perna direita do robô;

Por fim podemos descrever os parâmetros dinâmicos, onde:

- m_i é a massa do seguimento i ;
- r_i é a distância entre uma junta e o centro de massa do seguimento i ;

- I_i e ω_i são o momento de inércia e a rotação do seguimento i com relação à posição do seu centro de massa;
- τ_i é o torque externo aplicado à junta θ_i ;
- g é a aceleração da gravidade.

O contato entre o pé e o solo é modelado como uma junta de engastamento, dada a restrição imposta pela condição do ZMP. O problema de controle ótimo garantirá que a solução será tal que o ZMP ficará sob a área de apoio do pé ao longo de todo o movimento. As equações de movimento obtidas através do método de Euler-Lagrange.

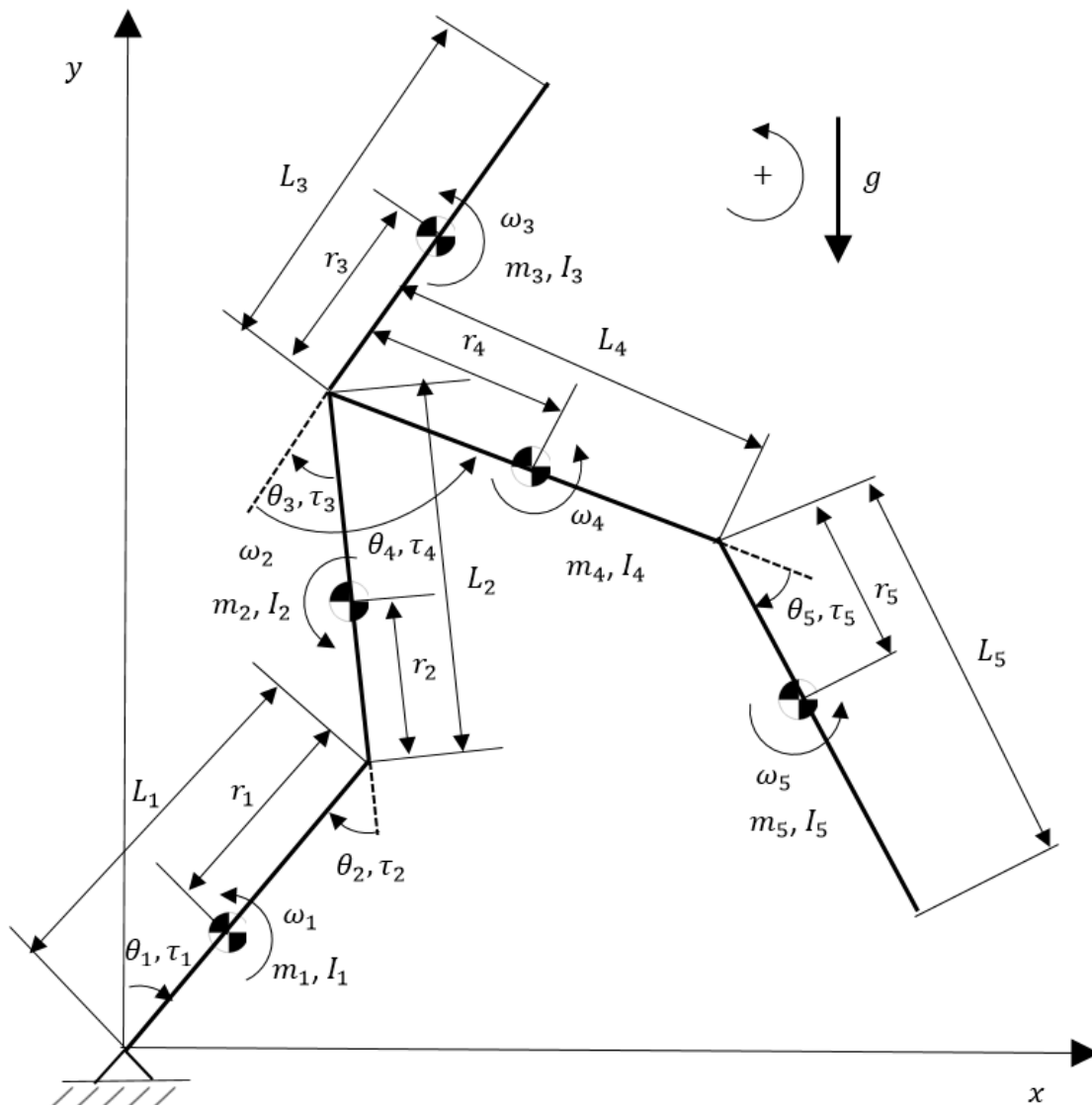


Fig. 11 – Modelagem dinâmica de um robô humanoide

O sistema possui 5 graus de liberdade descritos pelas coordenadas generalizadas no vetor:

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{pmatrix} \quad (13)$$

6.1.1) Cinemática Direta

Com o eixo de referência z saindo do plano (x, y), a orientação do centro de massa de cada corpo é definida como:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\theta_1 \\ -\theta_1 - \theta_2 \\ -\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 \\ -\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 \\ -\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 - \theta_5 \end{pmatrix} \quad (14)$$

A posição do centro de massa de cada corpo é definida como:

$$p_{cm_1} = \begin{pmatrix} x_{cm_1} \\ y_{cm_1} \\ z_{cm_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (r_1 - L_1) \cdot \sin(\varphi_1) \\ (L_1 - r_1) \cdot \cos(\varphi_1) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$p_{cm_2} = \begin{pmatrix} x_{cm_2} \\ y_{cm_2} \\ z_{cm_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_1 \cdot \sin(\varphi_1) + (r_2 - L_2) \cdot \sin(\varphi_2) \\ L_1 \cdot \cos(\varphi_1) + (L_2 - r_2) \cdot \cos(\varphi_2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$p_{cm_3} = \begin{pmatrix} x_{cm_3} \\ y_{cm_3} \\ z_{cm_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_1 \cdot \sin(\varphi_1) - L_2 \cdot \sin(\varphi_2) - r_3 \cdot \sin(\varphi_3) \\ L_1 \cdot \cos(\varphi_1) + L_2 \cdot \cos(\varphi_2) + r_3 \cdot \cos(\varphi_3) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$p_{cm_4} = \begin{pmatrix} x_{cm_4} \\ y_{cm_4} \\ z_{cm_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_1 \cdot \sin(\varphi_1) - L_2 \cdot \sin(\varphi_2) + r_4 \cdot \sin(\varphi_4) \\ L_1 \cdot \cos(\varphi_1) + L_2 \cdot \cos(\varphi_2) - r_4 \cdot \cos(\varphi_4) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$p_{cm_5} = \begin{pmatrix} x_{cm_5} \\ y_{cm_5} \\ z_{cm_5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_1 \cdot \sin(\varphi_1) - L_2 \cdot \sin(\varphi_2) + L_4 \cdot \sin(\varphi_4) + r_5 \cdot \sin(\varphi_5) \\ L_1 \cdot \cos(\varphi_1) + L_2 \cdot \cos(\varphi_2) - L_4 \cdot \cos(\varphi_4) - r_5 \cdot \cos(\varphi_5) \end{pmatrix} \quad (18)$$

A velocidade de cada corpo é definida como:

$$v_{cm_i} = \begin{pmatrix} \dot{x}_{cm_i} \\ \dot{y}_{cm_i} \\ \dot{z}_{cm_i} \end{pmatrix} \quad (20)$$

O vetor rotação de cada segmento é:

$$\omega_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$\omega_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\omega_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\omega_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\omega_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5 \end{pmatrix} \quad (25)$$

6.1.2) Energia Cinética Total

No sistema de corpos rígidos em que o corpo i de massa m_i e matriz de inércia em relação ao centro de massa I_{cm_i} , se move com velocidade do centro de massa v_{cm_i} e vetor rotação ω_i , a energia cinética total do sistema é dada por:

(26)

$$T = \sum_{i=1}^5 \left(\frac{1}{2} \cdot m_i v_{cm_i}^T v_{cm_i} + \frac{1}{2} \omega_i^T I_{cm_i} \omega_i \right)$$

onde:

$$I_{cm_i} = \begin{pmatrix} \int (y^2 + z^2) \cdot dm & - \int x \cdot y \cdot dm & - \int x \cdot z \cdot dm \\ - \int x \cdot y \cdot dm & \int (x^2 + z^2) \cdot dm & - \int y \cdot z \cdot dm \\ - \int x \cdot z \cdot dm & - \int y \cdot z \cdot dm & \int (x^2 + y^2) \cdot dm \end{pmatrix} \quad (27)$$

I_{cm_i} e ω_i precisam ser expressos na mesma base de referência, mas o produto $\omega_i^T \cdot I_{cm_i} \cdot \omega_i$ é invariante com relação à qualquer referência escolhida.

6.1.3) Cálculo de velocidades através do Jacobiano

A matriz Jacobiana para o corpo i de um sistema multicorpo esclerônomos é definida pelas equações

$$v_{cm_i} = J_{p_i}(q) \cdot \dot{q} \quad (28)$$

$$\omega_i = J_{o_i}(q) \cdot \dot{q} \quad (29)$$

onde

$$J_{p_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_{cm_i}}{\partial q_1} & \frac{\partial x_{cm_i}}{\partial q_2} & \frac{\partial x_{cm_i}}{\partial q_3} & \frac{\partial x_{cm_i}}{\partial q_4} & \frac{\partial x_{cm_i}}{\partial q_5} \\ \frac{\partial y_{cm_i}}{\partial q_1} & \frac{\partial y_{cm_i}}{\partial q_2} & \frac{\partial y_{cm_i}}{\partial q_3} & \frac{\partial y_{cm_i}}{\partial q_4} & \frac{\partial y_{cm_i}}{\partial q_5} \\ \frac{\partial z_{cm_i}}{\partial q_1} & \frac{\partial z_{cm_i}}{\partial q_2} & \frac{\partial z_{cm_i}}{\partial q_3} & \frac{\partial z_{cm_i}}{\partial q_4} & \frac{\partial z_{cm_i}}{\partial q_5} \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$J_{o_i} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_2} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_3} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_4} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial q_5} \end{pmatrix} \quad (31)$$

6.1.4) Matriz de Massa de um Sistema Multicorpo

Substituindo os jacobianos na equação da energia cinética:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^5 (m_i \cdot \dot{q}^T \cdot J_{p_i}^T \cdot J_{p_i} \cdot \dot{q} + \dot{q}^T \cdot J_{o_i}^T \cdot I_{cm_i} \cdot J_{o_i} \cdot \dot{q}) = \frac{1}{2} \cdot \dot{q}^T \cdot H(q) \cdot \dot{q} \quad (26)$$

Onde

$$H(q) = \sum_{i=1}^5 (m_i \cdot J_{p_i}^T \cdot J_{p_i} + J_{o_i}^T \cdot I_{cm_i} \cdot J_{o_i}) \quad (32)$$

A matriz $H(q)$ contém todas as propriedades de massa presentes no sistema dinâmico. Essa matriz é conhecida como matriz de massa de um sistema multicorpo.

6.1.5) Energia Potencial Total

A energia potencial total é dada por:

$$U(q) = \sum_{i=1}^5 m_i \cdot g \cdot y_{cm_i} \quad (39)$$

6.1.6) Equação de Euler-Lagrange

A função de Lagrange L é definida por :

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (40)$$

Usando a função de Lagrange, as equações de movimento do sistema dinâmico são dadas por

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k \quad (41)$$
$$k = 1, 2, 3, 4, 5.$$

onde Q são as forças generalizadas correspondentes às coordenadas generalizadas q_k .

A equação (41) pode ser reescrita como [1] :

$$H(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = Q \quad (41)$$

onde H é a matriz de massa, C é o vetor de forças generalizadas centrífuga e de Coriolis e G é o vetor de forças generalizadas gravitacionais [1].

6.1.8) Forças Generalizadas

Considerando o princípio do trabalho virtual realizado pelas forças não conservativas podemos identificar as forças generalizadas agindo no sistema

$$\delta W = \sum_{i=1}^5 Q_i \cdot \delta q_i \quad (44)$$

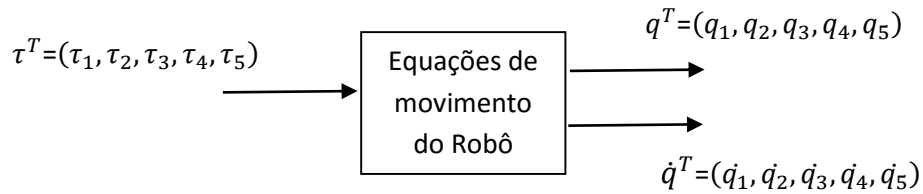
Se o trabalho virtual é dado pelo produto interno dos torques das juntas e os deslocamentos virtuais das articulações, e se os deslocamentos virtuais das articulações coincidirem com os deslocamentos virtuais das coordenadas generalizadas, os torques nas articulares correspondem às próprias forças generalizadas [1].

$$Q_i = \tau_i \quad (45)$$

6.2) Representação no espaço de estados

$$\ddot{q} = H(q)^{-1} \cdot (\tau - C(q, \dot{q}) - G(q)) \quad (46)$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ H(q)^{-1} \cdot (\tau - C(q, \dot{q}) - G(q)) \end{pmatrix} \quad (47)$$



6.3) Cálculo do ZMP

A massa total do sistema é dada pela equação

$$m_{tot} = \sum_{i=1}^5 m_i \quad (50)$$

O momento linear total P e o momento angular total H com relação à origem são calculados como:

$$P = \sum_{i=1}^5 m_i \cdot \dot{p}_{cm_i} \quad (51)$$

$$H = \sum_{i=1}^5 (p_{cm_i} \times m_i \cdot \dot{p}_{cm_i} + I_{cm_i} \cdot \omega_i) \quad (52)$$

$$\dot{P} = \sum_{i=1}^5 m_i \cdot \ddot{p}_{cm_i} \quad (53)$$

$$\dot{H} = \sum_{i=1}^5 (\dot{p}_{cm_i} \times (m_i \cdot \dot{p}_{cm_i}) + p_{cm_i} \times (m_i \cdot \ddot{p}_{cm_i}) + I_{cm_i} \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_{cm_i} \cdot \omega_i)) \quad (54)$$

onde $(\dot{p}_{cm_i} \times (m_i \cdot \dot{p}_{cm_i})) = 0$ porque os vetores são paralelos.

$$\dot{H} = \sum_{i=1}^5 (p_{cm_i} \times (m_i \cdot \ddot{p}_{cm_i}) + I_{cm_i} \cdot \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_{cm_i} \cdot \omega_i)) \quad (54)$$

$$F_p = -F_A = \dot{P} - m_{tot} \cdot g \quad (55)$$

$$M_o = \dot{H} - p_{COM} \times m_{tot} \cdot g \quad (56)$$

onde F_p e M_o são as resultantes das forças e momentos externos, provenientes da reação do solo no robô.

Sendo O a origem e p_{zmp} o ponto onde a força F_p está agindo

$$M_o = p_{ZMP} \times F_p + M_p \quad (57)$$

Igualando 56 e 57, temos:

$$M_p = \dot{H} - p_{COM} \times m_{tot} \cdot g + (\dot{P} - m_{tot} \cdot g) \times p_{ZMP} \quad (58)$$

Como o ZMP é um ponto localizado no solo $y_{zmp} = 0$, e como reduzindo o problema apenas para o plano sagital (x,y), $z_{mp} = 0$ Portanto:

$$p_{zmp} = \begin{pmatrix} x_{ZMP} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (59)$$

$$M_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_z \end{pmatrix} \quad (60)$$

Para que

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{H}_x \\ \dot{H}_y \\ \dot{H}_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{COM} \\ y_{COM} \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -m_{tot} \cdot g_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y + m_{tot} \cdot g_y \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_{ZMP} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (61)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{H}_x \\ \dot{H}_y \\ \dot{H}_z - x_{zmp} \cdot (\dot{P}_y + g_y \cdot m_{tot}) + g_y \cdot m_{tot} \cdot x_{COM} \end{pmatrix} \quad (62)$$

$$M_z = 0$$

$$x_{zmp} = \frac{m_{tot} \cdot g_y \cdot x_{COM} + \dot{H}_z}{\dot{P}_y + m_{tot} \cdot g_y} \quad (63)$$

$$x_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^5 (m_i \cdot x_{cm_i} \cdot g_y + I_{zcm_i} \cdot \omega_{z_l})}{\sum_{i=1}^5 m_i \cdot (y_{cm_i} \ddot{y}_{cm_i} + g_y)} \quad (63)$$

6.4) Formulação do Problema de Controle Ótimo

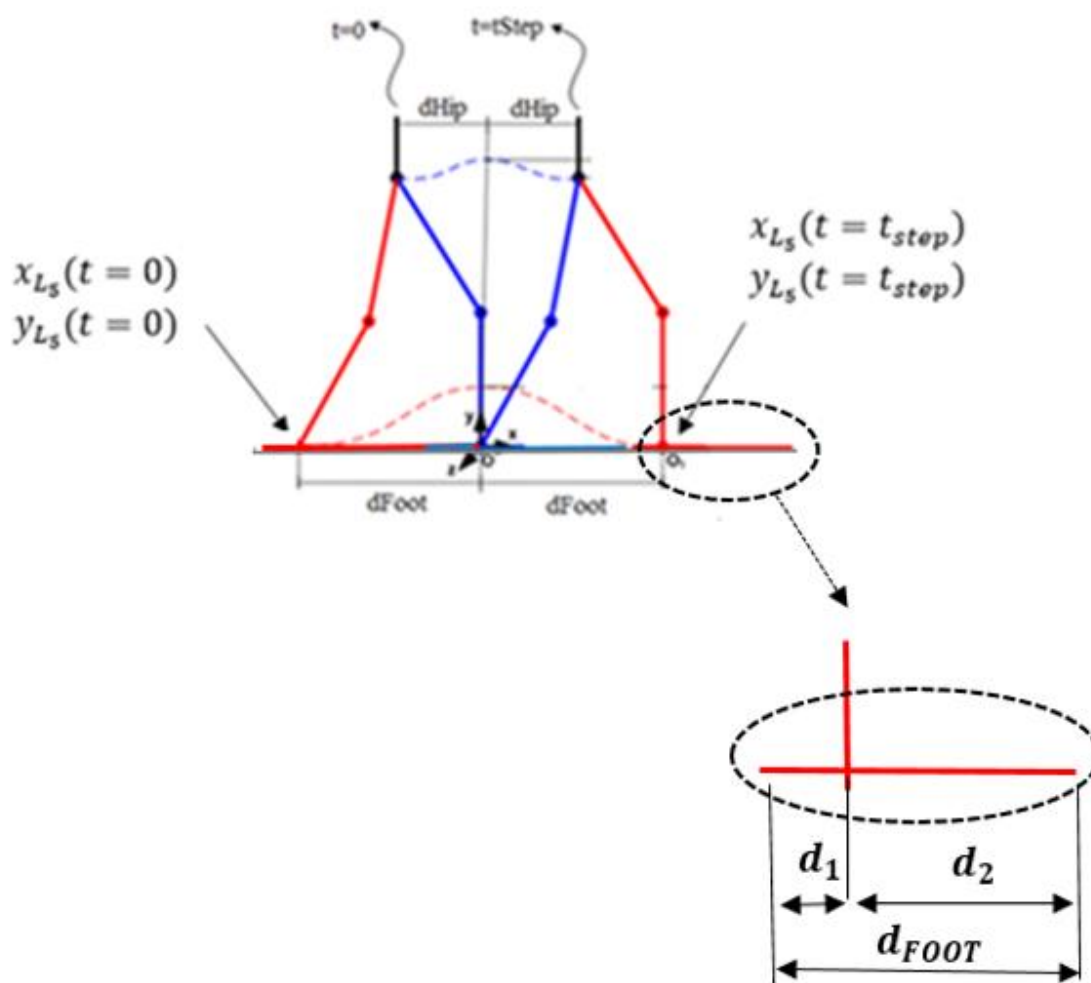


Fig. 12 – Modelo fundamentado para a formulação do problema de Controle Ótimo

Onde

- x_{L_5} e y_{L_5} são definidos como a posição da extremidade distal do elo L_5 no plano (x, y) ;

- d_1 é definido como o comprimento da parte anterior do pé;
- d_2 é definido como o comprimento da parte posterior do pé;
- d_{FOOT} é definido como o comprimento do pé, e também o tamanho do passo do robô.

6.4.1) Candidatos à Função Custo

$$J_1 = \int_{t=0}^{t=t_{step}} \sum_{i=1}^5 \tau_i^2 \cdot dt \quad (64)$$

$$J_2 = \int_{t=0}^{t=t_{step}} -\dot{x}_{COM} \cdot dt \quad (65)$$

6.4.2) Restrições

a) Equações do Movimento

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{q} \\ H(q)^{-1} \cdot (Q - C(q, \dot{q}) - G(q)) \end{pmatrix} \quad (47)$$

b) ZMP na base de suporte

$$-d_2 \leq x_{ZMP}(t) \leq d_1$$

c) Condições Iniciais e Finais do Estados

$$x_{L_5}(t = 0) = -d_1 - d_2 = -d_{FOOT}$$

$$y_{L_5}(t = 0) = 0$$

$$x_{L_5}(t = t_f) = d_1 + d_2 = d_{FOOT}$$

$$y_{L_5}(t = t_f) = 0$$

d) Periodicidade

$$x(t = tf) = x^*(t = 0)$$

Onde x^* são os valores espelhados do estado x . A imposição desta condição faz com que o movimento seja periódico, sendo assim a solução completa do problema de controle ótimo pode ser obtida apenas realizando cálculos referentes à metade do ciclo de marcha e utilizando os valores espelhados para realizar a simulação dinâmica do ciclo de marcha completo.

e) Restringir torque nos motores, ou hipertensão do joelho

$$\tau_{MÍN_i} < \tau_i < \tau_{MAX_i}$$

7) Atividades Propostas e Cronograma

Cada um dos itens do cronograma, tabela 1, é explicado a seguir:

- 1) **Revisão bibliográfica** – Refere-se ao período de pesquisa e aprendizagem de assuntos necessários ao desenvolvimento do projeto;
- 2) **Geração de movimentos empíricos** – A tarefa consiste em movimentar os servo motores do robô até que seja obtida uma trajetória que permita que o robô ande de maneira estável a baixas velocidades, isto é, garantindo equilíbrio estático;
- 3) **Aproximação de trajetória** – Aproximar os pontos da trajetória obtida empiricamente por uma série de Fourier Truncada;
- 4) **Relatório parcial** – Nesse período, o desenvolvimento do projeto e dados coletados até então serão devidamente registrados, descritos e discutidos para apreciação dos revisores;
- 5) **Determinar modelo dinâmico do robô** – Desenvolver as equações do movimento para a fase de apoio simples, ou seja, a fase em que o robô fica apoiado apenas em uma de suas pernas.

- 6) **Algoritmo para cálculo do ZMP e análise de sua trajetória** – Com o modelo dinâmico, será possível calcular a posição do ZMP para a trajetória obtida. Através do algoritmo de cálculo para o ZMP, será possível analisar a estabilidade dinâmica do robô em diversas velocidades.
- 7) **Otimização de trajetória** – Ajuste da trajetória para garantia de estabilidade dinâmica utilizando algoritmos de otimização matemática.
- 8) **Testes de equilíbrio dinâmico** – Nesses testes será avaliada a estabilidade dinâmica do robô real durante sua caminhada;
- 9) **Ajustes de parâmetros e refinamento do modelo** – Serão realizados refinamentos no modelo matemático do robô como adição do efeito do contato, e expansão para um modelo 3D onde existirá uma distância entre as pernas ao longo do eixo z;
- 10) **Testes finais** – Depois de concluídos todos os ajustes serão realizados os testes finais para avaliação da metodologia e implementação do projeto;
- 11) **Relatório final** – Nesta última etapa do projeto, serão documentados os algoritmos, modelo dinâmico adotado, testes e seus resultados.

Tabela 1 – Cronograma.

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Atividade												
1) Revisão bibliográfica												
2) Geração de movimentos empíricos												
3) Aproximação de trajetória												
4) Relatório parcial												
5) Determinar modelo dinâmico do robô												
6) Algoritmo e análise do ZMP												
7) Otimização de trajetória												
8) Testes de equilíbrio dinâmico												
9) Ajustes de parâmetros e refinamento do modelo												
10) Testes finais												
11) Relatório Final												

Referências Bibliográficas

- [1] H. Harry Asada, ***“Lecture Notes for MIT 2.12 (Fall 2005) : Introduction to Robotics, Chapter 7 Dynamics”***. Disponível em <http://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-12-introduction-to-robotics-fall-2005/lecture-notes/chapter7.pdf> Acesso em 02/11/2015.
- [2] THORNTON, STEPHEN T., MARION, JERRY B.; ***“Classical Dynamics of Particles and Systems”***.
- [3] DEKKER, M. H. P. ***“Zero-moment point method for stable biped walking.”***. Eindhoven, July (2009).
- [4] DE LUCA, ALESSANDRO. ***“Lecture Notes on Robotics 2 – Dynamic Model of Robots: Lagrangian approach”***. Disponível em: http://www.diag.uniroma1.it/~deluca/rob2_en/03_LagrangianDynamics_1.pdf Acesso em: 02/11/2015
- [5] TEDRAKE, RUSS. ***“Underactuated Robotics: Learning, Planning, and Control for Efficient and Agile Machines”. Course Notes for MIT 6.832***
- [6] RUDY JOSEPH, “Zero Moment Point Walking Controller for Humanoid Walking using Darwin-OP”. Disponível em: <https://ame.nd.edu/undergrad-programs/RudyThesis.pdf> Acesso em 02/11/2015.
- [7] WINTERS, JACK M.; ***“Terminology and Foundations of Movement Science”***. Disponível em: http://www.eng.mu.edu/wintersj/bien-168/Biomech-Neurocontrol_Chapter-1_JW.htm Acesso em 26/10/2015
- [8] MAXIMO, Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo. ***“Otimização de Caminhada de Robôs Humanóides”***, 2012. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.
- [9] VUKOBRATOVIC, M.; BOROVAC, B.; ***“Zero-Moment Point — Thirty Five Years Of Its Life”***, International Journal of Humanoid Robotics, Vol. 1, No. 1, 157–173, 2004.
- [10] SARDAIN, P.; BESSONET, G., ***“Forces Acting on a Biped Robot. Center of Pressure - Zero Moment Point”***, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans, Vol. 34, No. 5, 2004.
- [11] CORTEZ, M., ***“Projeto Mecânico de um Robô Humanóide Futebol de Robôs – Humanóide League”***, Projeto de Iniciação Científica - Centro Universitário da FEI, São Bernardo do Campo, São Paulo, 2011.
- [12] MELLO, E.; CORTEZ, M.; TONIDANDEL, F.; BIANCHI, R.; GONÇALVES, F. ***“RoboFEI 2013 Humanoid Team Description Paper”***, Competição Brasileira de Robótica, Fortaleza (CBR 2013), 2013.

[13] MELLO, E.; ***“Implementação do Sistema Eletrônico de um Robô Humanoide”***, Projeto de Iniciação Científica - Centro Universitário da FEI, São Bernardo do Campo, São Paulo, 2012.

[14] ***RoboCup – Humanoid League*** . Disponível em:
<http://www.tzi.de/humanoid/bin/view/Website/WebHome> Acesso em 11 de dezembro de 2013.

[15] ***RoboCup***. Disponível em:
<http://www.robocup.org> Acesso em 11 de dezembro de 2013.

[16] **ROBOTIS-OP** (a.k.a. Darwin project); Disponível
em: <http://sourceforge.net/projects/darwinop/> Acesso em 26/10/2015.

[17] MENDES, EDUARDO M. A. M. ***“Ideias Básicas do Controle Ótimo”***. Disponível
em: <http://www.cpdee.ufmg.br/~emmendes/otimo.pdf>. Acesso em 27/10/2015

[18] SHAFIL, N.; REIS, L. P.; LAU, L.; ***“Biped Walking using Coronal and Sagittal Movements based on Truncated Fourier Series”***, Faculty of Engineering of the University of Porto, Portugal; University of Aveiro, Portugal, 2009. RocoCup 2010: Robot Soccer World Cup XIV.