

# Árvores B

Prof. Othon M. N. Batista  
Estrutura de Dados

# Roteiro

---

- Introdução
- Definição
- Inserção
- Remoção
- Exercícios

# Introdução

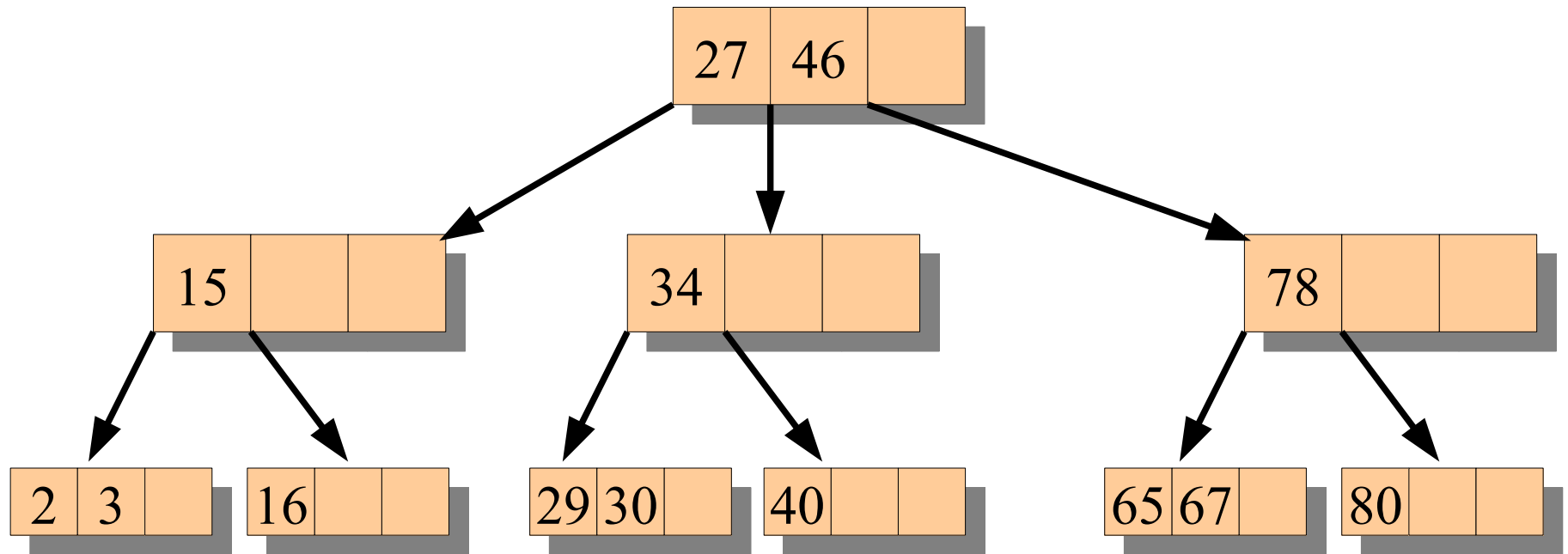
---

- Uma árvore B é uma generalização das árvores AVL.
- As árvores AVL são árvores binárias de pesquisa com altura mais ou menos balanceada (+1, 0 ou -1).
- As árvores B melhoram o conceito de AVL:
  - › dois ou mais filhos por nó;
  - › sempre balanceada;
  - › tamanho de nó = tamanho de bloco em disco.

# Introdução

---

- Exemplo de árvore B:



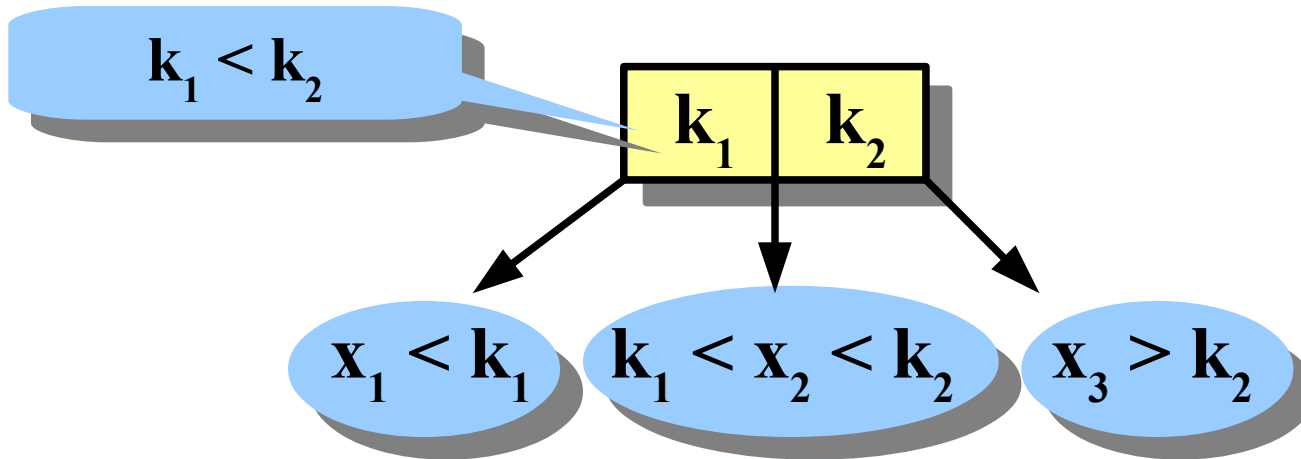
# Definição

---

- Uma árvore B de ordem  $m$  satisfaz:
  - › cada nó tem no máximo  $m$  filhos;
  - › cada nó, exceto a raiz, tem pelo menos  $m/2$  filhos;
  - › a raiz tem pelo menos dois filhos se ela não é folha;
  - › todas as folhas aparecem no mesmo nível;
  - › um nó não folha com  $k$  filhos contém  $k - 1$  chaves.

# Inserção

- Eis a estrutura do nó e subárvores para ordem 3:



- As respectivas subárvores tem valores ( $x_1, x_2, x_3$ ) conforme as relações de ordem:  $x_1 < k_1$ ,  $k_1 < x_2 < k_2$  e  $x_3 > k_2$ .
- Dentro de cada nó,  $k_1 < k_2$ .

# Inserção

---

- As inserções sempre ocorrem nos nós folhas seguindo as relações de ordem.
- Vamos inserir os valores de 1 a 7, nesta ordem, em uma árvore B de ordem 3.

- Inserindo o valor 1: 

- Inserindo o valor 2: 

# Inserção

---

- Inserindo o valor 3 temos um estouro:



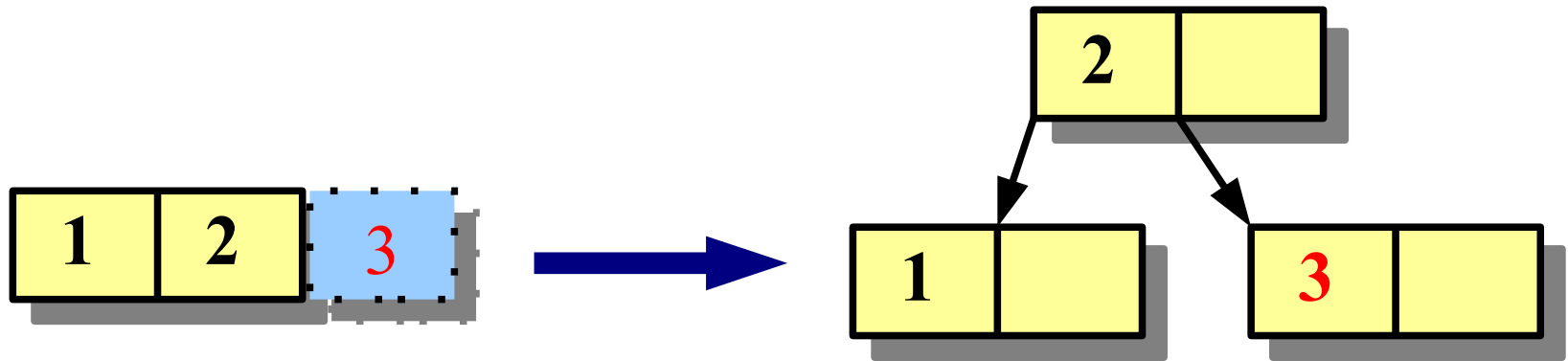
- Os estouros levam à divisão do nó em três, um pai e dois filhos.
- O pai é o elemento central do nó original.
- O filho da esquerda são os elementos à esquerda do pai no nó original.
- O filho da direita são os elementos à direita do pai no nó original.



# Inserção

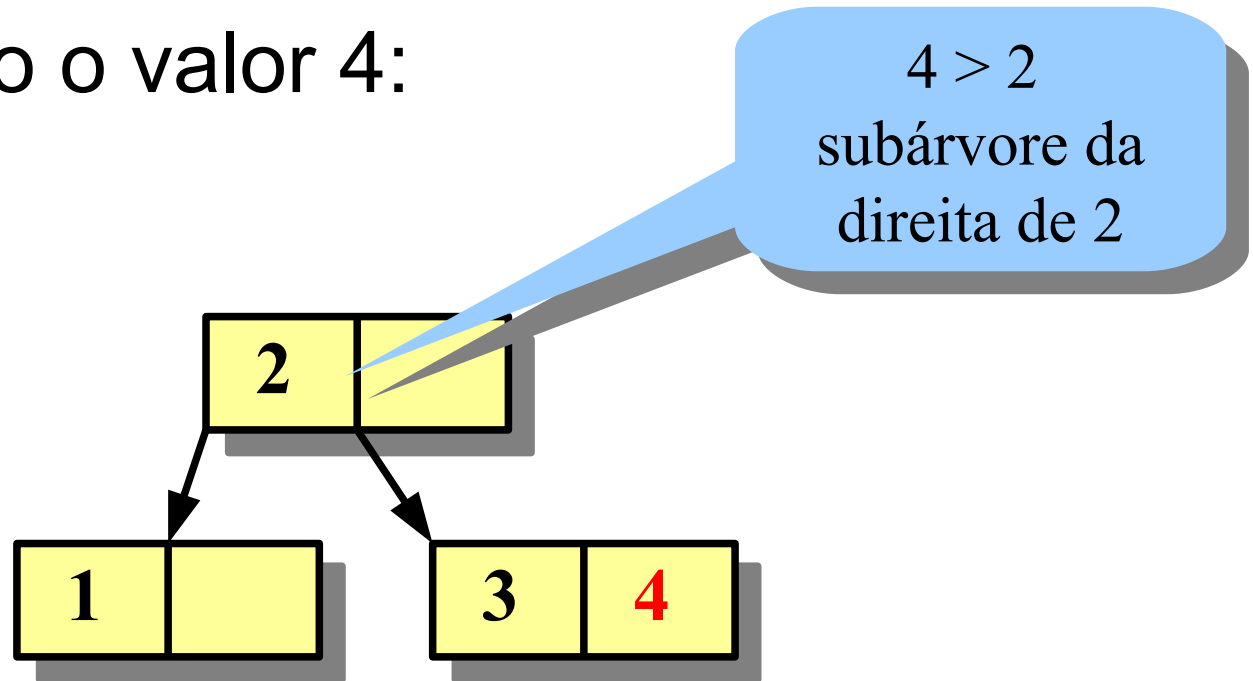
---

- Lidando com a divisão de um nó após a inserção do valor 3:



# Inserção

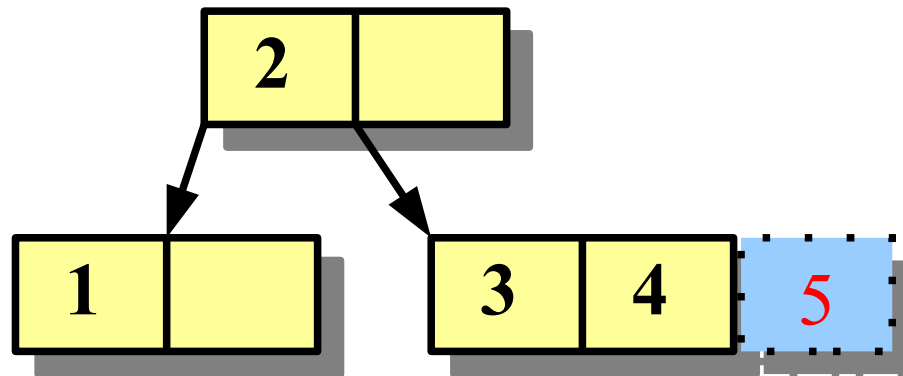
- Inserindo o valor 4:



# Inserção

---

- Inserindo o valor 5 há um estouro e o nó deve ser dividido:

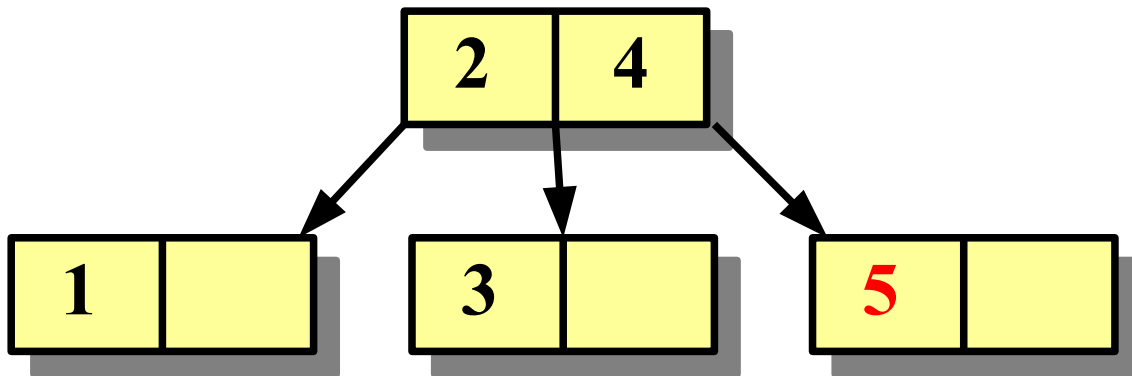


- O valor 4 é promovido para o nó raiz e os valores 3 e 5 são os filhos da esquerda e direita de 4, respectivamente.

# Inserção

---

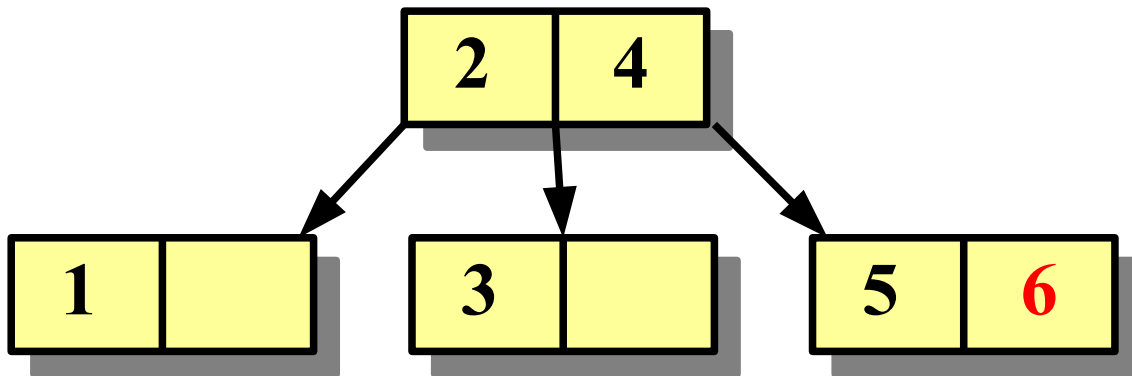
- Inserindo o valor 5:



# Inserção

---

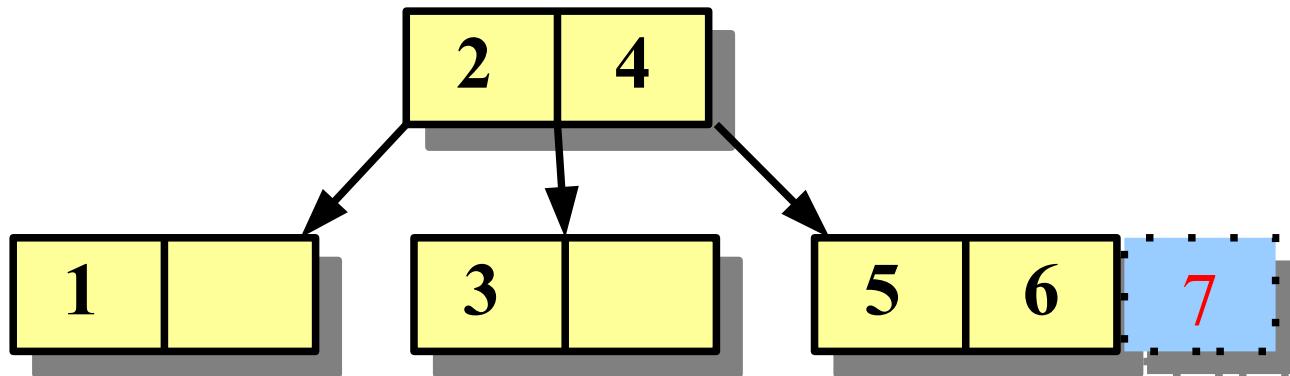
- Inserindo o valor 6:



# Inserção

---

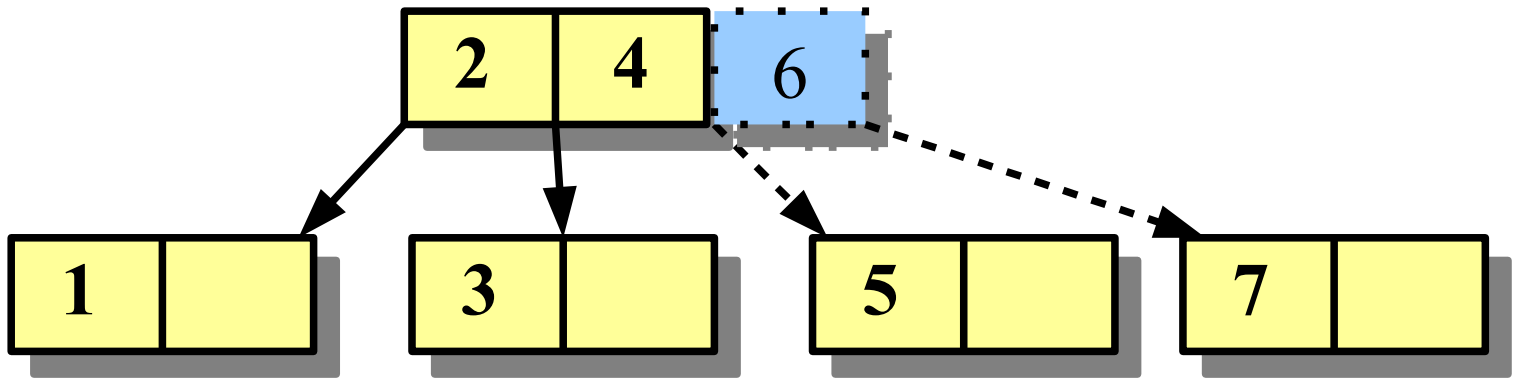
- Inserindo o valor 7, há um estouro, o valor 6 é promovido à raiz:



# Inserção

---

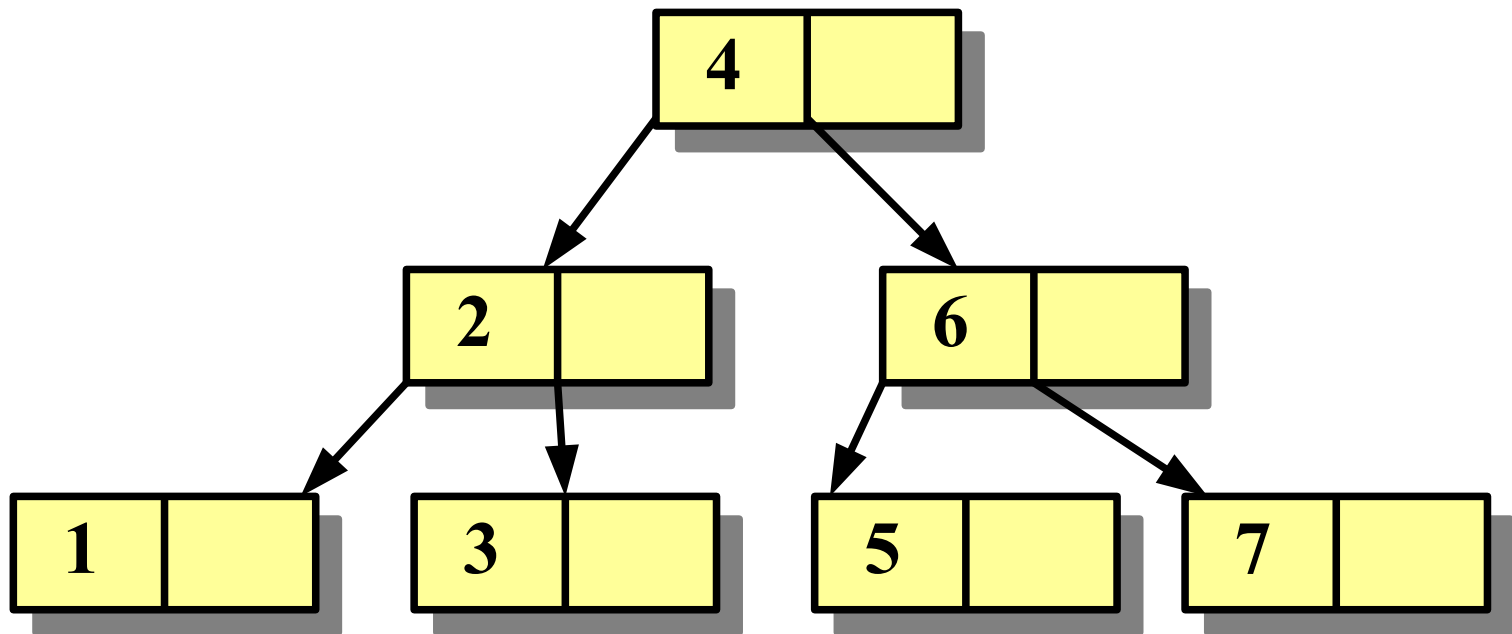
- O nó raiz também estoura e é dividido.
- O novo nó raiz é composto pelo valor 4.



# Inserção

---

- Árvore resultante:





# Remoção

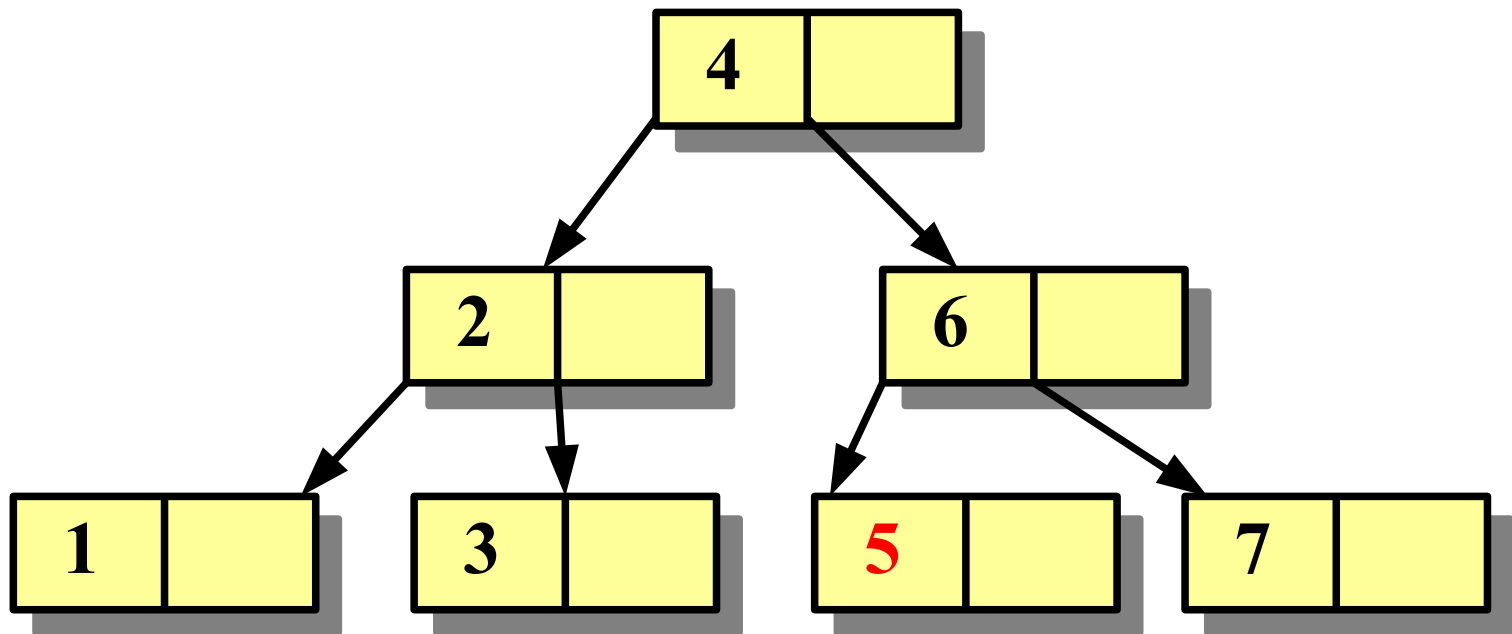
---

- A remoção de um valor de uma árvore B é feita em três passos:
  - › pesquisa do valor;
  - › remoção do valor;
  - › reestruturação da árvore.
- A reestruturação ocorre com fusões e diminuição da altura da árvore no sentido contrário das divisões nas inserções.

# Inserção

---

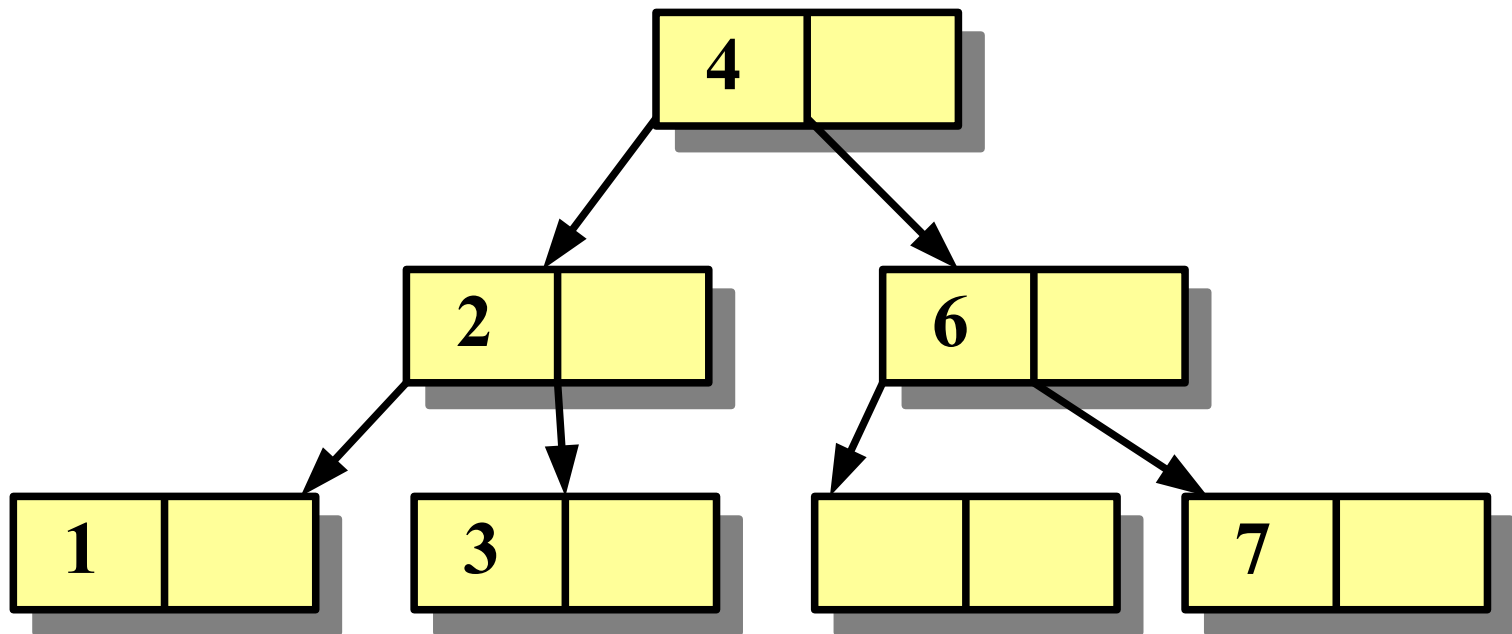
- Remoção do valor 5:



# Insertão

---

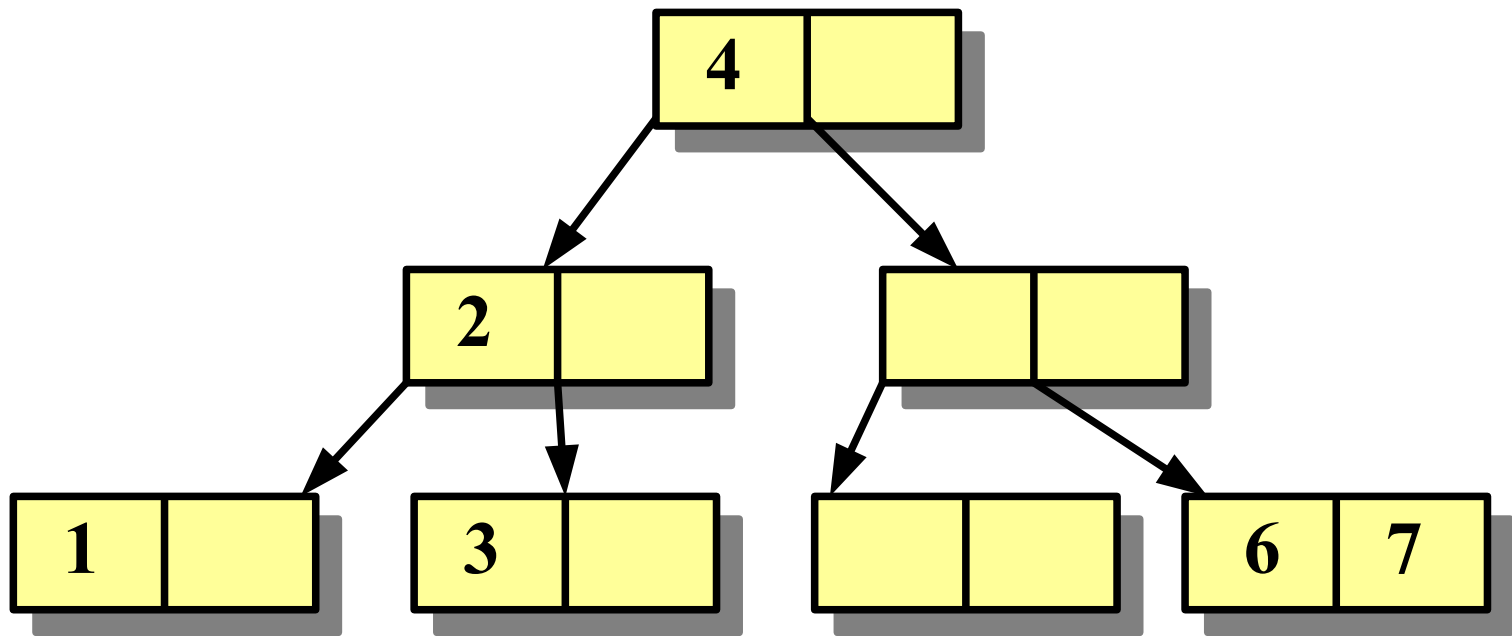
- Remoção do valor 5:



# Insertão

---

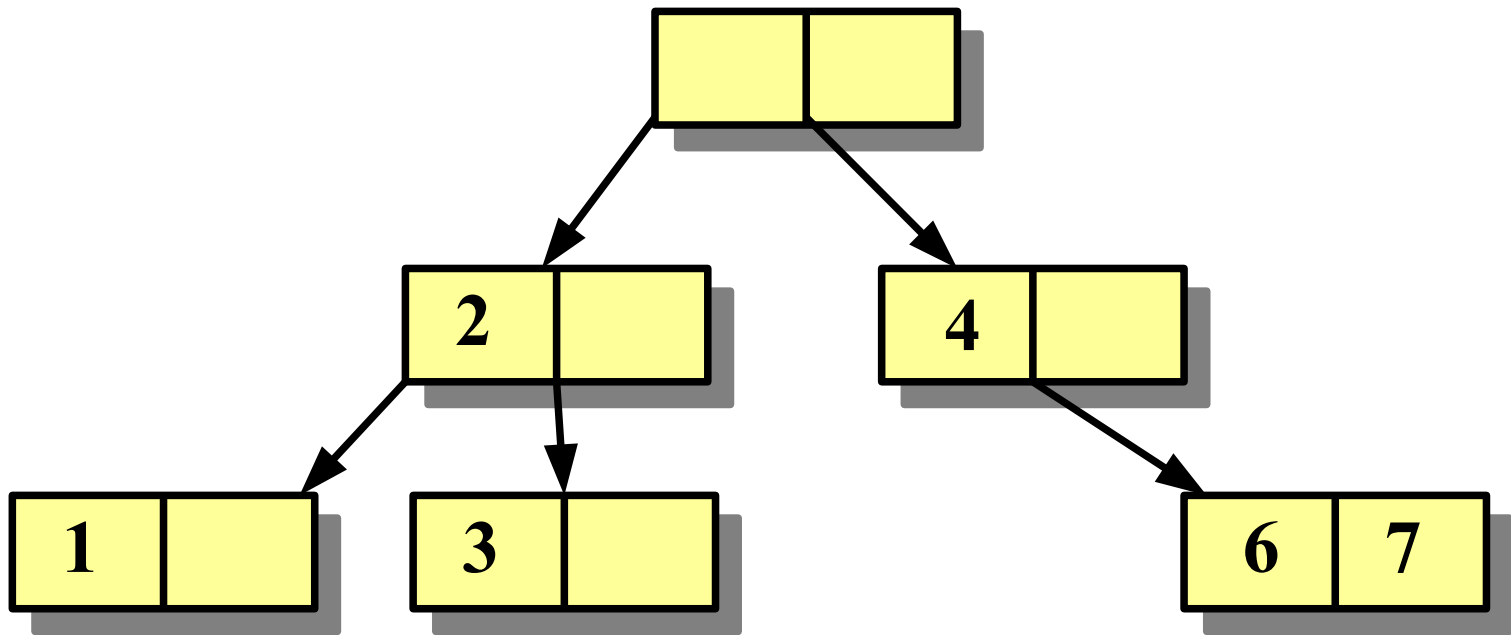
- Remoção do valor 5:



# Inserção

---

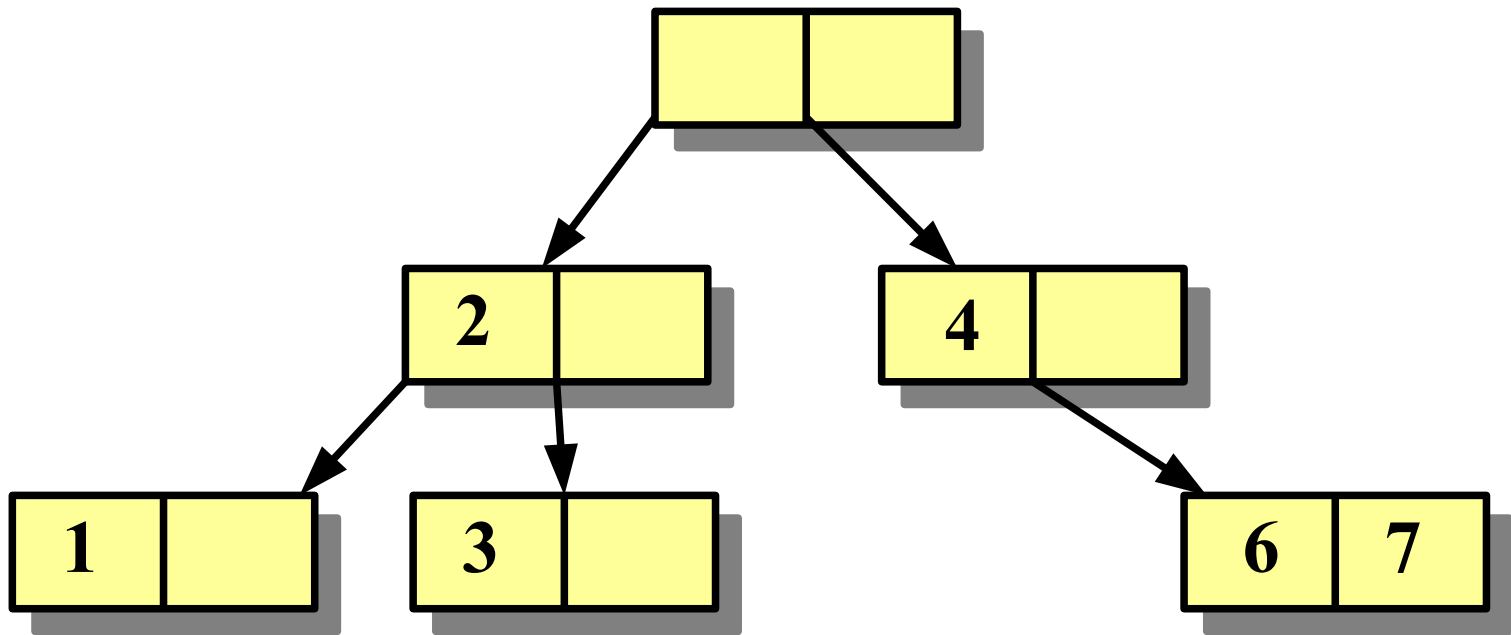
- Remoção do valor 5:



# Inserção

---

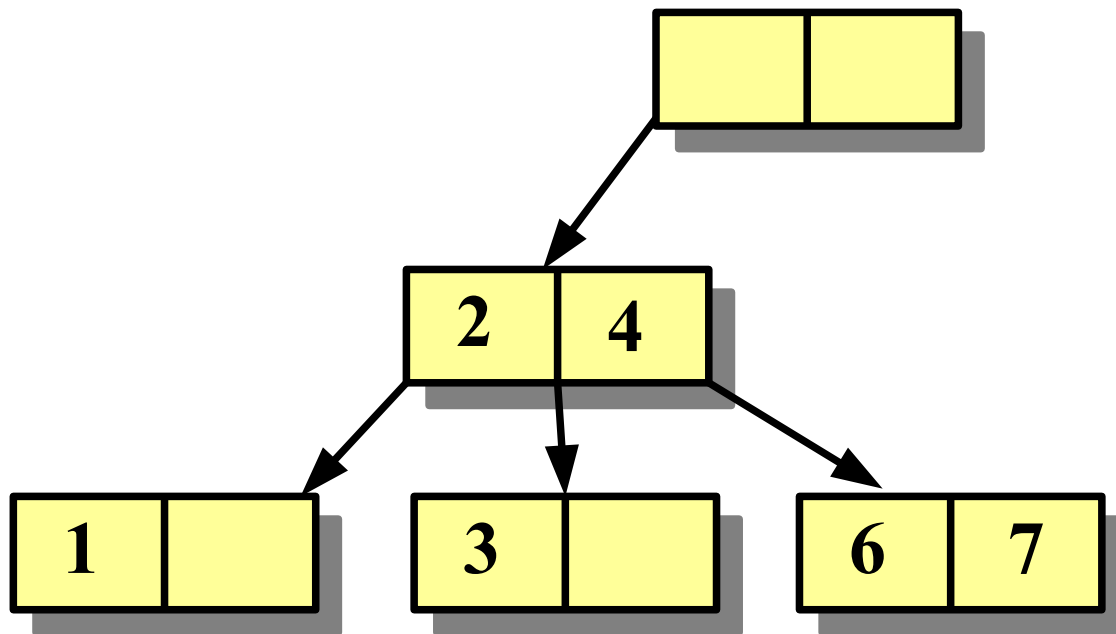
- Remoção do valor 5:



# Insertão

---

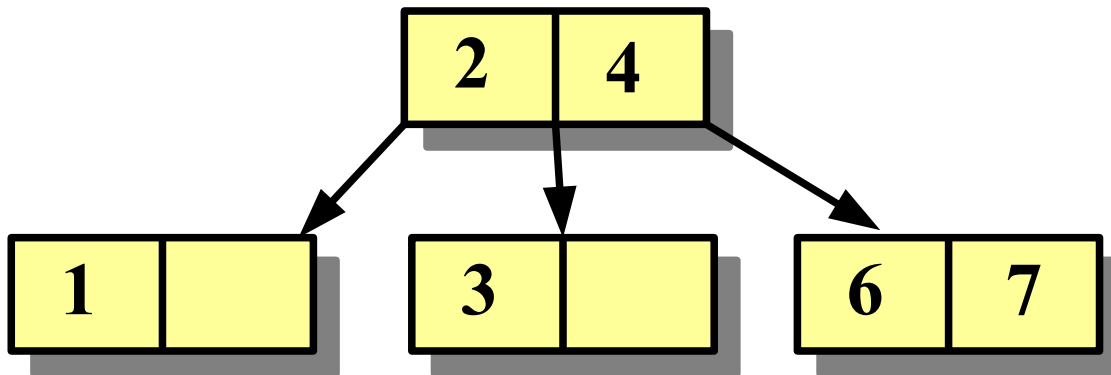
- Remoção do valor 5:



# Inserção

---

- Árvore resultante:





# Exercício

---

1. Mostre a evolução das inserções em uma árvore B de ordem 4 para os nomes dos meses do ano considerando ordenação alfabética, ou seja,  $a < b < c < d < e < \dots < z$ .
2. Mostre a árvore B de ordem 6 resultante da inserção nesta ordem dos valores 34, 2, 1, 4, 7, 5, 102, 23, 45, 67, 43, 112, 32, 765, 234, 12, 14, 15, 23, 25, 33, 46, 35, 18 e 26.

# Exercício

---

3. Mostre a árvore AVL resultante para os nomes dos meses do ano considerando ordenação alfabética, ou seja,  $a < b < c < d < e < \dots < z$ . Compare a altura com a árvore B do exercício 1. Qual é a conclusão que você pode tirar?
  
4. Mostre a árvore AVL resultante da inserção nesta ordem dos valores 34, 2, 1, 4, 7, 5, 102, 23, 45, 67, 43, 112, 32, 765, 234, 12, 14, 15, 23, 25, 33, 46, 35, 18 e 26. Compare a altura com a árvore B do exercício 2. Qual é a conclusão que você pode tirar?

# Exercício

---

5. Implemente em qualquer linguagem de programação o algoritmo de inserção em árvore B para o exercício anterior, mas que insere strings lidas do teclado.
6. Faça uma rotina que pesquisa na árvore B implementada.
7. Faça uma rotina que exibe toda a árvore inserida.