Exercícios - Lógica de Predicados

Prof. Frank Helbert Borsato, M. Sc.

Para os Exercícios de 1 a 5, decida se é possível chegar a alguma conclusão (e, no caso, qual) a partir das hipóteses dadas. Justifique sua resposta.

1. Todas as flores são plantas. Amores-perfeitos são flores.

2. Todas as flores são vermelhas ou roxas. Amores-perfeitos são flores. Amores-perfeitos não são roxos.

3. Algumas flores são roxas. Todas as flores roxas são pequenas.

4. Algumas flores são vermelhas. Algumas flores são roxas. Amores-perfeitos são flores.

5. Algumas flores são vermelhas e tem espinhos. Todas as flores com espinho cheiram mal. Toda flor que cheira mal é uma erva daninha.

Utilize as regras de inferência lógica para logica predicativa e as regras da lógica proposicional para resolver os problemas a seguir.

6. Justifique cada passo na sequencia de demonstração a seguir para a sentença:

   $(\exists x)[P(x) \to Q(x)] \to [(\forall x)P(x) \to (\exists x)Q(x)]$

   1. $(\exists x)[P(x) \to Q(x)]$
   2. $P(a) \to Q(a)$
   3. $(\forall x)P(x)$
   4. $P(a)$
   5. $Q(a)$
   6. $(\exists x)Q(x)$

7. Justifique cada passo na sequencia de demonstração a seguir para a sentença:

   $(\exists x)P(x) \wedge (\forall x)[P(x) \to Q(x)] \to (\exists x)Q(x)$

   1. $(\exists x)P(x)$
   2. $(\forall x)[P(x) \to Q(x)]$
   3. $P(a)$
   4. $P(a) \to Q(a)$
   5. $Q(a)$
   6. $(\exists x)Q(x)$

8. Considere a sentença:

   $(\forall x)[(\exists y)P(x,y) \wedge (\exists y)Q(x,y)] \to (\forall x)(\exists y)[P(x,y) \wedge Q(x,y)]$

   Sabendo que essa sentença é inválida, encontre o erro na seguinte "demonstração":

   1. $(\forall x)[(\exists y)P(x,y) \wedge (\exists y)Q(x,y)]$ HIP
   2. $(\forall x)[P(x,a) \wedge Q(x,a)]$ 1, IE
   3. $(\forall x)(\exists y)[P(x,y) \wedge Q(x,y)]$ 2, UE

9. Considere a sentença:

$(\forall y)(\exists x)Q(x,y) \rightarrow (\exists x)(\forall y)Q(x,y)$

Sabendo que essa sentença é inválida, encontre o erro na seguinte "demonstração":

1. $(\forall x)(\exists y)Q(x,y)$ HIP
2. $(\exists x)Q(x,y)$ 1, IU
3. $Q(a,y)2, IE$
4. $(\forall y)Q(a,y)$ 3, GU
5. $(\exists x)(\forall y)Q(x,y)$ 4, GE

Nos exercícios 10 a 14, prove que cada uma das sentenças é um argumento válido.

10. $(\forall x)P(x) \rightarrow (\forall x)[P(x) \vee Q(x)]$
11. $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x) \rightarrow (\exists x)[P(x) \wedge Q(x)]$
12. $(\exists x)(\exists y)P(x,y) \rightarrow (\exists y)(\exists x)P(x,y)$
13. $(\forall x)(\forall y)Q(x,y) \rightarrow (\forall y)(\forall x)Q(x,y)$
14. $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)\neg P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$

Usando a lógica de predicados, prove que cada argumento nos Exercícios a seguir é válido. Use os símbolos predicados dados.

15. Algumas plantas são flores. Todas as flores tem um cheiro doce. Portanto, algumas plantas têm um cheiro doce. $P(x), F(x), D(x)$

16. Todo crocodilo é maior do que qualquer jacaré. Samuca é um crocodilo. Mas existe uma serpente e Samuca não é maior do que essa serpente. Portanto, alguma coisa não é um jacaré. $C(X), J(x), M(x,y), s, S(x)$

17. Existe um astrônomo que não é míope. Todo mundo que usa óculos é míope. Além disso, todo mundo ou usa óculos ou usa lentes de contato. Portanto, existe um astrônomo que usa lentes de contato. $A(x), M(x), O(x), L(x)$

18. Todos os membros do conselho vêm da indústria ou do governo. Todos que vêm do governo e são advogados são a favor da moção. João não vem da indústria mas é advogado. Portanto, se João é um membro do conselho, ele é a favor da moção. $M(x), I(x), G(x), A(x), F(x), j$

19. Todo embaixador só conversa com diplomatas e alguns embaixadores conversam com alguém. Portanto, existe algum diplomata. $E(x), C(x,y), D(x)$

20. Todo estudante de Ciência da Computação trabalha mais do que alguém e todo mundo que trabalha mais que uma pessoa, dorme menos que essa pessoa. Maria é uma estudante de Ciência da Computação. Portanto, Maria dorme menos do que alguém. $C(x), T(x,y), D(x,y), m$

21. Existe um ator de cinema que é mais rico que todo mundo. Qualquer pessoa que é mais rica do que todo mundo paga mais imposto que todo o mundo. portanto, existe um ator de cinema que paga mais imposto do que todo o mundo. A(x), R(x, y), I(x, y).