

# Lógica Matemática – Lista de Exercícios de Lógica Proposicional

Prof. Juliano Henrique Foleiss, M. Sc.

## 1 Lógica Proposicional

I. Quais das frases a seguir são sentenças?

- a) A lua é feita de queijo verde.
- b) Ele é um homem alto.
- c) Dois é um número primo.
- d) As taxas do ano que vem serão maiores.
- e)  $x - 4 = 0$

II. Dadas as seguintes sentenças lógicas, faça a tabela verdade.

- a)  $a \wedge (b \vee c)$
- b)  $\neg(a \wedge b) \vee c$
- c)  $a \wedge b \wedge c$
- d)  $a \rightarrow (b \wedge c)$
- e)  $a \wedge (b \vee c)$
- f)  $\neg(a \leftrightarrow b)$  (Este é o “ou exclusivo”. Quando é verdadeiro? E falso?)

III. Qual os valores-verdade das seguintes sentenças?

- a) 8 é par ou 6 é ímpar.
- b) 8 é par e 6 é ímpar.
- c) 8 é ímpar ou 6 é par.
- d) 8 é ímpar e 6 é par.
- e) Se 8 é ímpar, então 6 é par.
- f) Se 8 é par, então 6 é ímpar.
- g) Se 8 é ímpar, então 6 é par.
- h) Se 8 é ímpar e 6 é par, então  $8 < 6$ .

IV. Qual é a negação das afirmações a seguir?

- a) A resposta é 2 ou 3.
- b) Pepinos são verdes e têm sementes.
- c)  $2 < 7$  e 3 é ímpar.

V. Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  as seguintes proposições:

$a$  = “Rosas são vermelhas”  
 $b$  = “Violetas são azuis”  
 $c$  = “Açúcar é doce”

Traduza as seguintes sentenças compostas para notação simbólica. Fique atento à precedência dos operadores lógicos e use parênteses se julgar necessário.

- a) Rosas são vermelhas e violetas são azuis.
- b) Rosas são vermelhas e, ou violetas são azuis ou açúcar é doce.
- c) Sempre que violetas são azuis, as rosas são vermelhas e o açúcar é doce.
- d) Rosas são vermelhas apenas se as violetas não forem azuis e se o açúcar for azedo (não doce).
- e) Rosas são vermelhas e, se o açúcar for azedo, então as violetas não são azuis ou o açúcar é doce.

**VI.** Suponha que  $a$ ,  $b$  e  $c$  representam condições que podem ser verdadeiras ou falsas quando um programa é executado. Suponha ainda que desejamos que este programa realize alguma tarefa somente quando  $a$  ou  $b$  forem verdadeiras (mas não ambas) e  $c$  for falsa. Usando  $a$ ,  $b$  e  $c$  e os conectivos  $\wedge$ ,  $\vee$  e  $\neg$ , escreva uma sentença que será verdadeira apenas nessas condições. Use uma tabela verdade para mostrar os valores-lógicos de sua sentença.

## 2 Equivalência Lógica

Lembrando que a notação  $p \Leftrightarrow q$  indica que a proposição  $p$  é equivalente a  $q$ . Para demonstrar que  $p$  e  $q$  são equivalentes basta mostrar que  $p \leftrightarrow q$  é uma tautologia.  $T$  é tautologia e  $F$ , contradição

**I.** Use tabelas-verdade para verificar as seguintes equivalências.

- a)  $p \wedge T \Leftrightarrow p$
- b)  $p \wedge F \Leftrightarrow F$
- c)  $p \vee p \Leftrightarrow p$
- d)  $p \vee F \Leftrightarrow p$
- e)  $p \vee T \Leftrightarrow T$
- f)  $p \wedge p \Leftrightarrow p$
- g)  $\neg(\neg(p)) \Leftrightarrow p$
- h)  $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
- i)  $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
- j)  $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
- k)  $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
- l)  $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- m)  $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
- n)  $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$
- o)  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \vee q) \rightarrow r$
- p)  $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \vee r)$
- q)  $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$
- r)  $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow q \rightarrow (p \vee r)$
- s)  $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- t)  $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow \neg p \leftrightarrow \neg q$

**II.** Use tabelas-verdade para mostrar que as sentenças a seguir não são equivalências.

- a)  $(p \rightarrow q) \rightarrow r$  e  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- b)  $(p \wedge q) \rightarrow r$  e  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$
- c)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)$  e  $(p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow s)$

## 3 Inferência Lógica

Lembrando que a notação  $p_1, p_2, \dots, p_n \Rightarrow q$  indica que  $q$  pode ser inferida a partir de  $p$ . Assim, para demonstrar a inferência basta provar que  $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$  é uma tautologia.

**I.** Use tabelas-verdade para verificar as seguintes regras de inferência:

- a)  $(p \wedge q) \Rightarrow p$
- b)  $p \Rightarrow (p \vee q)$
- c)  $\neg p \Rightarrow (p \rightarrow q)$
- d)  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \rightarrow q)$
- e)  $\neg(p \rightarrow q) \Rightarrow p$
- f)  $\neg(p \rightarrow q) \Rightarrow \neg q$
- g)  $\neg p \wedge (p \vee q) \Rightarrow q$
- h)  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$
- i)  $p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$
- j)  $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow r$
- k)  $\neg q \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow \neg p$

**II.** Utilize as regras de inferência para argumentar as situações a seguir.

a) Randy trabalha bastante. Se Randy trabalha bastante, então ele é chato. Se Rando for chato, então ele não conseguirá o emprego. Portanto, Randy não conseguirá o emprego.

b) Se não chover ou se não estiver nublado, a corrida de barcos acontece e a demonstração de salva-vidas continua. Se a corrida acontecer, então um troféu é entregue. O troféu não foi entregue. Portanto, choveu.

c) Se Sócrates é humano, Sócrates é mortal. Sócrates é humano. Portanto, Sócrates é mortal.

d) Se George não tem oito pernas, então ele não é uma aranha. George é uma aranha. Portanto, George tem oito pernas.

e) Cagurus moram na Australia e são marsupiais. Portanto, cangurus são marsupiais.

f) Linda é uma ótima nadadora. Se Linda é uma ótima nadadora, ela pode trabalhar como salva-vidas. Portanto, Linda pode trabalhar como salva-vidas.

g) Se eu comer comidas apimentadas, tenho sonhos estranhos. Tenho sonhos estranhos se tiver trovoadas enquanto eu durmo. Não tive sonhos estranhos. Portanto, não comi comida apimentada e não houveram trovoadas enquanto eu dormia.

h) Allen é um garoto malvado ou Hillary é uma boa menina. Allen é um garoto bom ou David é feliz. Portanto, Hillary é uma boa menina ou David é feliz.

i) Se é bom para as corporações é bom para o país. Se é bom para o país, é bom para você. Se você comprar coisas, é bom para as corporações. Portanto, se você comprar coisas é bom para você.

j) Quando estou de folga, chove ou neva. Tirei folga na terça-feira ou na quinta-feira. Fez sol na terça-feira. Não choveu na quinta-feira. Portanto, nevou na quinta-feira.

k) Não está chovendo ou Ivete está com seu guarda-chuva. Ivete não está com seu guarda-chuva ou ela não se molha. Está chovendo ou Ivete não se molha. Portanto, Ivete não se molha.

l) Estou sonhando ou tendo alucinações. Não estou sonhando. Se estou alucinando, vejo elefantes correndo na estrada. Portanto, vejo elefantes correndo na estrada.

**III.** Avalie o argumento a seguir reescrevendo-o em forma simbólica. Se estiver incorreto, determine o erro cometido na argumentação.

Um carro conversível é divertido para dirigir. O carro do Isaac não é conversível. Portanto, o carro do Isaac não é divertido para dirigir.

**IV.\*** Mostre, utilizando resolução, que a proposição  $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$  é uma contradição.

**V.** Use regras de inferência para argumentar as inferências abaixo.

a)  $(a \rightarrow b), (a \rightarrow (b \rightarrow c)) \Rightarrow (a \rightarrow c)$

b)  $(c \rightarrow d) \rightarrow c \Rightarrow (c \rightarrow d) \rightarrow d$

c)  $(\neg a \rightarrow \neg b), b, (a \rightarrow c) \Rightarrow c$

d\*)  $p \rightarrow q \Rightarrow \neg q \rightarrow \neg p$

e)  $(a \wedge b) \Rightarrow \neg(a \rightarrow \neg b)$

f)  $p \vee (q \wedge r) \Rightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

g\*)  $p \wedge (q \vee r) \Rightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$