TEORIA DA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

TEORIA DA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Um dos métodos para realizar inferências a respeito dos parâmetros, é a estimação, que determina estimativas dos parâmetros populacionais. Consiste em utilizar dados amostrais para estimar (ou prever) os valores de parâmetros populacionais desconhecidos, tais como média, desvio padrão, proporções, etc. Existem dois tipos de estimação de um parâmetro populacional: a estimação por pontos e a estimação por intervalo.

QUALIDADES DE UM BOM ESTIMADOR

Quanto maior o grau de concentração da distribuição amostral do estimador em torno do verdadeiro valor do parâmetro populacional, tanto melhor será o estimador.

As principais qualidades que deve ter um estimador são:

a) consistência;

b) ausência de vício;

c) eficiência;

d) suficiência.

ESTIMAÇÃO POR PONTOS

É a estimativa de um parâmetro populacional dado por um único número. A partir das observações, usando o estimador, procura-se encontrar um valor numérico único (estimativa) que esteja bastante próximo do verdadeiro valor do parâmetro. Este procedimento não permite julgar a magnitude do erro que podemos estar cometendo, mas a distribuição por amostragem dos estimadores torna possível o estudo das qualidades do estimador. Na estimativa pontual, raramente os estimadores estatísticos coincidem com os valores populacionais. Assim, é importante delimitar a faixa de valores onde o parâmetro populacional deve ser procurado. Isso ocorre através das estimativas intervalares.

ESTIMAÇÃO POR PONTOS

Estimador da média populacional $\boldsymbol{\mu}$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Estimador da variância populacional $\boldsymbol{\sigma^2}$

Se μ conhecido

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}$$

Se μ desconhecido

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

ESTIMAÇÃO POR PONTOS

Estimador do desvio padrão populacional $\boldsymbol{\sigma}$

Se μ conhecido

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}}$$

Se μ desconhecido

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Estimador da proporção populacional

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

ESTIMAÇÃO POR INTERVALO

Essa estimativa consiste em uma amplitude (ou um intervalo) de valores, no qual se admite que esteja o parâmetro populacional. Procura determinar um intervalo que contenha o valor do parâmetro populacional, com certa margem de segurança. Este procedimento permite julgar a magnitude do erro que podemos estar cometendo.

Seja o parâmetro θ, tal que

$$P(t_1 \leq \theta \leq t_2) = 1 - \alpha$$

1) O intervalo $t_1 \leq \theta \leq t_2$ é denominado de intervalo de confiança (I.C);

2) Os extremos desse intervalo, t_1 e t_2, são denominados de limites de confiança;

3) A probabilidade conhecida $1 - \alpha$ é denominada de nível de confiança;

A escolha do nível de confiança depende da precisão com que se deseja estimar o parâmetro. É bastante comum a utilização dos níveis 95% e 99%. Evidentemente, o aumento da confiança no intervalo implica no aumento de sua amplitude.

IC PARA A MÉDIA μ DE UMA POPULAÇÃO NORMAL COM VARIÂNCIA σ^2 CONHECIDA

Considere uma população normal com média desconhecida que desejamos estimar e variância σ^2 conhecida, ou seja, $X \sim N(?\,, \sigma^2)$.

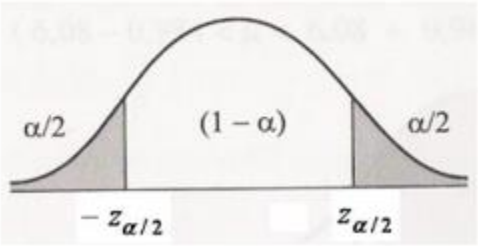
Procedimento para a construção do IC:

1) Retiramos uma amostra casual simples de tamanho n.

2) Calculamos a média amostral $\bar{X}$.

3) Calculamos o desvio padrão da média amostral: $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

4) Fixamos o nível de significância α, e com ele determinamos $z_{\frac{\alpha}{2}}$, tal que $P\left(Z > z_{\alpha/2}\right) = \frac{\alpha}{2}$ e $P\left(Z < -z_{\alpha/2}\right) = \frac{\alpha}{2}$. Graficamente temos:

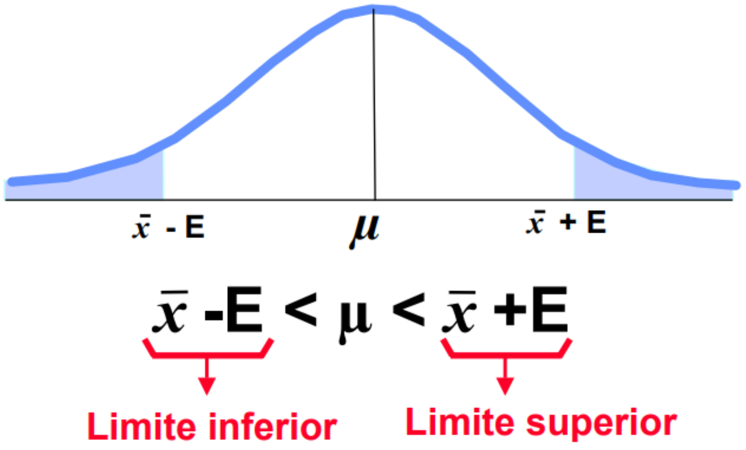


IC PARA A MÉDIA μ DE UMA POPULAÇÃO NORMAL COM VARIÂNCIA σ^2 CONHECIDA

Valores Críticos de Z para $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\frac{\alpha}{2}}$

α	10%	5%	1%	0,5%	0,2%
Z_{α}	1,28	1,64	2,36	2,58	2,88
$Z_{\alpha/2}$	1,64	1,96	2,58	2,81	3,06

Margem de Erro: É a máxima diferença provável entre a média amostral observada $\bar{X}$ e a verdadeira média populacional μ. É denotada por E.



IC PARA A MÉDIA μ DE UMA POPULAÇÃO NORMAL COM VARIÂNCIA σ^2 CONHECIDA

Exemplo 1

A experiência com trabalhadores de uma certa indústria indica que o tempo necessário para um trabalhador, aleatoriamente selecionado, realize uma tarefa é distribuído de maneira aproximadamente normal, com desvio padrão de 12 minutos. Uma amostra de 25 trabalhadores forneceu $\bar{X} = 140$ minutos. Determinar os limites de confiança de 95% para a média μ de todos os trabalhadores que fazem aquele mesmo serviço.

IC PARA A MÉDIA μ DE UMA POPULAÇÃO NORMAL COM VARIÂNCIA σ^2 CONHECIDA

Exemplo 2

Um pesquisador está estudando a resistência de um certo material sob determinadas condições. Ele sabe que essa variável é Normalmente distribuída com variância igual a 4 unidades^2.

Foi extraída uma amostra aleatória de tamanho 10 obtendo-se os seguintes valores:

7,9 6,8 5,4 7,5 7,9 6,4 8,0 6,3 4,4 5,9

(a) Calcule a estimativa pontual da média populacional, com base nesta amostra.

(b) Determine o intervalo de confiança para a resistência média com um coeficiente de confiança de 90%.

IC PARA MÉDIA COM AMOSTRA GRANDE

- Consideremos uma amostra grande quando $n > 30$.
- Não vamos supor que as variáveis tem distribuição normal e nem que a variância é conhecida.
- Temos uma amostra

$$X_1, \ldots, X_n$$

com uma média μ e variância σ^2 desconhecidas.

- Mesmo não sabendo a distribuição da população, o Teorema Central do Limite garante que a distribuição de $\bar{X}$ se aproxima de uma normal padrão.
- O valor de σ é estimado por

$$S = \sqrt{\frac{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

IC PARA MÉDIA COM AMOSTRA GRANDE

- Queremos estimar μ.
- A estimativa pontual é $\bar{x}$.
- Não sabemos o valor de σ^2.
- Se n é grande

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

tem uma distribuição que se aproxima da normal padrão.

- O intervalo com $100(1 - \alpha)\%$ de confiança é dado por

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}}.$$

IC PARA MÉDIA COM AMOSTRA GRANDE

Exemplo 3

Considere uma amostra de 100 alturas retirada a partir de alunos de uma universidade. A média e o desvio padrão dessa amostra são, respectivamente, $\bar{x} = 1{,}58$ e $s = 0{,}2$. Encontre o IC no nível de 95% para a média das alturas dos alunos da amostra.