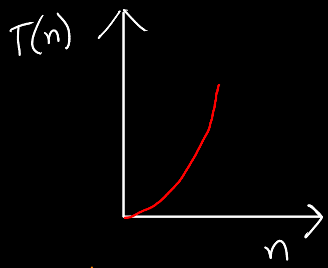
Notação Assintótica

Custo do insertionsort $T(n) = \alpha n^2 + \boxed{\cancel{\beta n + \gamma}}$

α, β e γ são ctes

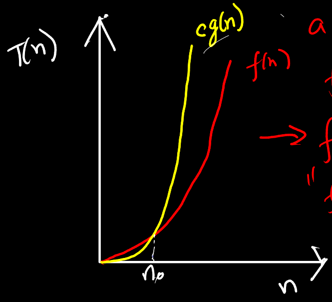
$\alpha > 0$.



T(n) tem comportamento quadrático

$T(n) = \Theta(n^2)$.

Notação O (big-oh)



a partir de n_0,

$f(n) \leq cg(n)$

$\rightarrow f(n) = O(g(n)) \leftarrow$

"$f(n)$ é $O(g(n))$"

$f(n) \in O(g(n))$

Definição (notação O)

$O(g(n)) = \{ f(n)$: existem constantes positivas n_0 e c tal que $f(n) \leq cg(n)$, $\forall n \mid n \geq n_0 \}$

Exemplo $T(n) = n^2 + 2n$

$T(n) = O(n^2)$?

Solução Por definição, $T(n) = O(n^2)$ se e somente se existem constantes positivas n_0 e c tal que $T(n) \leq cn^2$, $\forall n \mid n \geq n_0$.

$$\frac{n^2 + 2n}{n^2} \leq \frac{cn^2}{n^2}$$

$$1 + \frac{2}{n} \leq c \qquad \boxed{p/ n = 1}$$

$$1 + \frac{2}{1} \leq c$$

$$3 \leq c$$

$$\boxed{c \geq 3}$$

Como $T(n) \leq cn^2$ p/ $n_0 = 1$ e $c = 3$, então $T(n) = O(n^2)$.

Exemplo $T(n) = 3n + 2$, $T(n) = O(n^3)$?

Solução Por definição $T(n) = O(n^3)$ se e somente se existem constantes positivas n_0 e $c > 0$ tal que $T(n) \leq cn^3$, $\forall n \mid n \geq n_0$.

$$T(n) \leq cn^3$$

$$\frac{3n + 2}{n^3} \leq \frac{cn^3}{n^3}$$

$$\frac{3}{n^2} + \frac{2}{n^3} \leq c \qquad \boxed{p/ n = 1}$$

$$c \geq \frac{3}{n^2} + \frac{2}{n^3}$$

$$\frac{3}{(1)^2} + \frac{2}{(1)^3} \leq c$$

$$5 \leq c$$

$$\boxed{c \geq 5}$$

Como $3n + 2 \leq cn^3$ p/ $c = 5$ a partir de $n_0 = 1$, então $T(n) = 3n + 2 = O(n^3)$.

Exemplo $T(n) = n^3 + 20n$, $T(n) = O(n^2)$?

Solução Por definição, $T(n) = O(n^2)$ se e somente se existem constantes positivas n_0 e c tais que $T(n) \leq cg(n)$, $\forall n \mid n \geq n_0$.

$$T(n) \leq cn^2$$

$$\frac{n^3 + 20n}{n^2} \leq \frac{cn^2}{n^2}$$

$$n + \frac{20}{n} \leq c$$

$$c \geq n + \frac{20}{n}$$

Como $c \geq n + \frac{20}{n}$ então c é proporcional a n. Portanto, quanto maior o n, maior deve ser c. Portanto, c não é constante. Logo, não satisfaz a restrição imposta pela notação O. Assim, p/ $T(n) = n^3 + 20n$, $T(n) \neq O(n^2)$.