INTERVALO DE CONFIANÇA

IC PARA A MÉDIA μ DE UMA POPULAÇÃO NORMAL COM VARIÂNCIA σ^2 DESCONHECIDA

Quando queremos estimar a média de uma população normal com variância desconhecida, consideremos dois procedimentos:

1. Se $n \leq 30$, então usa-se a distribuição t de Student, que veremos adiante.

2. Se $n > 30$, então usa-se a distribuição normal com o estimador s^2 de σ^2.

IC PARA A MÉDIA μ DE UMA POPULAÇÃO NORMAL COM VARIÂNCIA σ^2 DESCONHECIDA

IC para $\boldsymbol{\mu}$ com o uso da distribuição $\boldsymbol{t}$ de Student

Usando a tabela, com gl $= n - 1$, podemos escolher o valor de $t_{\frac{\alpha}{2}}$ em função do nível de confiança $1 - \alpha$ desejado, tal que

$$P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}} \leq t \leq t_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

onde $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ com gl $= n - 1$ graus de liberdade.

Ou ainda,

$$P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}} \leq t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \leq t_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

que isolando μ teremos o IC de $(1 - \alpha)100\%$ para a média μ será:

$$\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{s}{\sqrt{n}}$$

IC PARA A MÉDIA μ DE UMA POPULAÇÃO NORMAL COM VARIÂNCIA σ^2 DESCONHECIDA

Exemplo 1

Uma amostra aleatória de uma população normal com $n = 25$ tem média amostral $\bar{X} = 50$ e desvio padrão amostral $s = 8$. Construa o intervalo de confiança de 95% para a média populacional μ.

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A DIFERENÇA ENTRE DUAS MÉDIAS: VARIÂNCIA CONHECIDA

Sejam X_1 e X_2 duas variáveis aleatórias com médias μ_1 e μ_2 desconhecidas e variâncias ${\sigma_1}^2$ e ${\sigma_2}^2$ conhecidas.

Um intervalo de confiança $100(1-\alpha)\%$ para a diferença entre as médias pode ser construído a partir dos resultados de amostras aleatórias de cada uma dessas populações.

A variância das diferenças entre as médias vem dada por:

$$\sigma^2 = \left(\frac{{\sigma_1}^2}{n_1} + \frac{{\sigma_2}^2}{n_2}\right)$$

O intervalo de confiança de $100(1-\alpha)\%$ será:

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - Z_{\alpha/2}\sigma \le (\mu_1 - \mu_2) \le (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + Z_{\alpha/2}\sigma$$

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A DIFERENÇA ENTRE DUAS MÉDIAS: VARIÂNCIA DESCONHECIDA

Sejam X_1 e X_2 duas variáveis aleatórias normais com médias μ_1 e μ_2 e variâncias ${\sigma_1}^2$ e ${\sigma_2}^2$ desconhecidas.

Assumindo que as variâncias sejam iguais, ou seja, ${\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2$ uma estimativa da variância pode ser obtida como:

$$S_p{}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1{}^2 + (n_2 - 1)S_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Uma vez encontrada a estimativa da variância dos valores individuais, temos que a estimativa da variância da diferença entre as médias será:

$$S^2 = \left(\frac{S_p{}^2}{n_1} + \frac{S_p{}^2}{n_2}\right) = S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)$$

com graus de liberdade $v = n_1 + n_2 - 2$.

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A DIFERENÇA ENTRE DUAS MÉDIAS: VARIÂNCIA DESCONHECIDA

De modo que o intervalo de confiança $100(1-\alpha)\%$ será:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\alpha/2,\nu} S \leq (\mu_1 - \mu_2) \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\alpha/2,\nu} S$$

Exemplo 2

Um eixo deve ser montado no interior de um rolamento. Uma amostra de doze unidades indicou para o diâmetro interno do rolamento $\bar{X}_1 = 2{,}538\ cm$ e $S_1 = 0{,}008$; e para o diâmetro do eixo $\bar{X}_2 = 2{,}520\ cm$ e $S_2 = 0{,}006$. Calcule o intervalo de confiança de 99% para a folga de montagem.

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA PROPORÇÕES

Sabemos que para amostras suficientemente grandes, a distribuição amostral das proporções é aproximadamente normal, com $z = \frac{P-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$.

Para construirmos o IC para a proporção p populacional, determinamos $\hat{p}$ na amostra, onde $\hat{p} = P = \frac{h}{n}$ e $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - P$. Dessa forma, temos o IC de $100(1-\alpha)\%$ para p dado por:

$$P - z_{\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq P + z_{\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

INTERVALO DE CONFIANÇA PARA PROPORÇÕES

Exemplo 3

Um empresário deseja conhecer a satisfação de seus clientes em relação aos serviços prestados por sua empresa. Em uma amostra aleatória de $n = 100$ clientes entrevistados, 4 pessoas demonstraram insatisfação com os serviços prestados. Construa um intervalo de 95% de confiança para a proporção de clientes insatisfeitos.

EXERCÍCIOS

1) Sabe-se que a vida em horas de um bulbo de lâmpada de 75W é distribuída de forma aproximadamente normal com desvio padrão de $\sigma = 25$. Uma amostra aleatória de 20 bulbos tem uma vida média de 1014 horas. Construa um intervalo de confiança de 95% para a vida média.

2) Calcular o intervalo de confiança de 95% para seguinte amostra, com variância populacional desconhecida:

19,8	18,5	17,6	16,7	15,8
15,4	14,1	13,6	11,9	11,4
11,4	8,8	7,5	15,4	15,4
19,5	14,9	12,7	11,9	11,4
10,1	7,9			

EXERCÍCIOS

3) Uma marca particular de margarina diet foi analisada para determinar o nível em porcentagem de ácidos graxos insaturados. Uma amostra de seis pacotes resultou nos seguintes dados: 16,8; 17,2; 17,4; 16,9; 16,5 e 17,1. Encontre o intervalo de confiança de 99% para a amostra.

4) Em uma amostra aleatória de 85 mancais de eixos de manivelas de motores de automóveis, 10 têm acabamento superficial mais rugoso do que as especificações permitidas. Calcule um intervalo de confiança para o 95% da proporção.