

Lógica Matemática – Exercícios Complementares

Prof. Juliano Henrique Foleiss, M. Sc.

1 Lógica de Predicados

1) Qual o valor de x após a execução do comando “if $P(x)$ then $x := 1$ ”, tal que $P(x) = “x > 1”$ quando o valor de x antes do comando é:

- a. $x = 0$ b. $x = 1$ c. $x = 10$

2) Seja $P(x) = “a$ palavra x contém a letra $a”$. Quais são os valores-verdade das alternativas a seguir?

- a. $P(\text{laranja})$ b. $P(\text{banana})$ c. $P(\text{verde})$ d. $P(\text{banana})$

2 Quantificadores

3) Seja $P(x) = “x$ não estuda pra prova”.

Considere $Dom(x) = “\text{todos os alunos desta sala}”$. Escreva, em português, o significado das sentenças a seguir.

- a. $\exists x P(x)$ b. $\forall x P(x)$ c. $\exists x \neg P(x)$ d. $\forall x \neg P(x)$

4) Traduza as expressões a seguir para português considerando $C(x) = “x$ é comediante” e $E(x) = “x$ é engraçado”, considerando $Dom(x) = “\text{todas as pessoas}”$.

- a. $\forall x (C(x) \rightarrow E(x))$ b. $\forall x (C(x) \wedge E(x))$ c. $\exists x (C(x) \rightarrow E(x))$ d. $\exists x (C(x) \wedge E(x))$

5) Seja $P(x) = “x$ fala russo” e $Q(x) = “x$ sabe C”.

Indique cada uma das sentenças a seguir em termos de $P(x)$, $Q(x)$, quantificadores e conectivos lógicos. Considere o domínio de todas as variáveis “todos os alunos da universidade”.

- a. Há um aluno na universidade que fala russo e que sabe C.
- b. Há um aluno na universidade de fala russo e que sabe C.
- c. Todo aluno da universidade ou fala russo ou sabe C.
- d. Ninguém da universidade fala russo nem sabe C.
- e. Todo aluno que fala russo sabe C.
- f. Nem todo aluno que sabe C fala russo.
- *g. Existe somente um aluno que fala russo na universidade.

6) Seja $G(x) = “x$ tem um gato”, $C(x) = “x$ tem um cachorro” e $F(x) = “x$ tem um furão”.

Indique cada uma das sentenças a seguir em termos de $G(x)$, $C(x)$, $F(x)$, quantificadores e conectivos lógicos. Considere o domínio de todas as variáveis “todos os alunos da universidade”.

- a. Há um aluno na universidade que tem um gato, um cachorro e um furão.
- b. Todos os alunos da universidade tem um gato, ou um cachorro ou um furão.
- c. Algum aluno da universidade tem um gato e um furão, mas não um cachorro.
- d. Nenhum aluno da universidade tem um gato, um cachorro e um furão.
- e. Todos os alunos da universidade que tem um gato e um cachorro não tem um furão.
- f. Todos os alunos da universidade que tem um cachorro não tem um furão nem um gato.
- g. Nenhum aluno da universidade tem um furão.

7) Determine o valor das expressões a seguir, considerando o domínio de discurso todos os números inteiros. Não coloque apenas a resposta. Explique seu raciocínio e apresente quaisquer cálculos necessários. DICA: considere as definições dos quantificadores apresentadas no material.

- a. $\forall n(n+1 > n)$ b. $\exists n(2n = 3n)$ c. $\exists n(n = -n)$ d. $\forall n(3n \leq 4n)$
e. $\forall n(n^2 \geq 0)$ f. $\exists n(n^2 = 2)$ g. $\forall n(n^2 \geq n)$ h. $\exists n(n^2 < 0)$

8) Repita o exercício anterior, desta vez considerando o domínio de discurso os números reais.

9) Determine o valor das expressões a seguir, considerando o domínio de discurso todos os números reais. Não coloque apenas a resposta. Explique seu raciocínio e apresente quaisquer cálculos necessários. DICA: considere as definições dos quantificadores apresentadas no material.

- a. $\exists x(x^3 = -1)$ b. $\exists x(x^4 < x^2)$ c. $\forall x((-x)^2 = x^2)$ d. $\forall x(2x > x)$
e. $\exists x(x^2 = -1)$ f. $\forall x(x^2 + 2 \geq 1)$ g. $\forall x(x^2 \neq x)$

10) Repita o exercício anterior, desta vez considerando o domínio de discurso os números inteiros.

11) Suponha que o domínio da função proposicional (predicado) $P(x)$ seja os inteiros 1, 2, 3, 4 e 5. Reescreva as expressões a seguir sem usar quantificadores. Use apenas negações, disjunções e conjunções. Simplifique o máximo possível, ou seja, caso haja subexpressões tautológicas ou contraditórias, remova-as adequadamente. Mostre seu trabalho.

- a. $\exists xP(x)$ b. $\forall xP(x)$ c. $\neg\exists xP(x)$
d. $\neg\forall xP(x)$ e. $\forall x((x \neq 3) \rightarrow P(x)) \vee \exists x\neg P(x)$ f. $\forall x((1 < x < 5) \rightarrow \neg P(x))$

12) Suponha que o domínio de x nas funções proposicionais $P(x)$ e $Q(x)$ seja os inteiros -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7. Reescreva as expressões a seguir sem usar quantificadores. Use apenas negações, disjunções e conjunções. Simplifique o máximo possível, ou seja, caso haja subexpressões tautológicas ou contraditórias, remova-as adequadamente. Mostre seu trabalho.

- a. $\exists xP(x)$ b. $\forall x((x \neq 1) \rightarrow P(x))$ c. $\exists x(\neg P(x) \vee Q(x))$
d. $\exists x(\neg P(x)) \wedge \forall x((x < 0) \rightarrow P(x))$ e. $\exists x((x \geq 0) \wedge P(x))$ f. $\forall x((x > 0) \rightarrow \neg P(-x)) \wedge \forall xP(x)$

3 Bibliografia

Gersting, Judith. Fundamentos Matemáticos para Ciência da Computação – Um Tratamento Moderno da Matemática Discreta. Ed. LTC. Quinta edição. Rio de Janeiro, 2012.

Rosen, Kenneth. Discrete Mathematics and its Applications. Ed. McGraw Hill. Sétima Edição. Nova Iorque, 2012.