Trecho 4

```
1: Soma = 0
2: for k = 1; k ≤ n; k* = 2 do
3:     for j = 1; j ≤ k; j++ do
4:         Soma++   Θ(1)
5:     end for
6: end for
```

quando $k = n$,

$n = 2^i$

$\lg(n) = \lg(2^i)$

$\lg(n) = i \cancel{\lg(2)}^{1}$

$\lg(n) = i$

$i = \lg(n)$

K	Valores de j	Linha 4 executa
1	1..1	$2^0 = 1$ vez
2	1..2	$2^1 = 2$ vezes
4	1..4	$2^2 = 4$ vezes
8	1..8	$2^3 = 8$ vezes
⋮		⋮
n	1..n	$2^i = n$ vezes

i iterações

+

Vamos supor que $n = 2^i$, $i \in \mathbb{Z}$ (n é potência de 2)

$$\sum_{k=0}^{y} x^k = \frac{x^{y+1} - 1}{x - 1}$$

$$x^{\lg(y)} = y^{\lg(x)}$$

$$\sum_{x=0}^{\lg(n)} 2^x = \frac{2^{\lg(n)+1} - 1}{2 - 1}$$

$$= 2^{\lg(n)+1} - 1$$

$$= 2 \cdot 2^{\lg(n)} - 1$$

$$= 2 \cdot n^{\cancel{\lg(2)}^{1}} - 1$$

$$= 2n - 1$$

$$= \Theta(n).$$

Trecho 5

```
if n é par then
    F_1(n) – Θ(n)
else
    F_2(n) – Θ(n lg n)
end if
```

custo da $F_1(n) = \Theta(n)$
custo da $F_2(n) = \Theta(n \cdot \lg n)$

Análise

No melhor caso n é par e $F_1(n)$ é executada. Logo o custo do trecho neste caso é $\Theta(n)$, que é o custo da $F_1(n)$.

No pior caso, n é ímpar e $F_2(n)$ é executada. Logo, o custo do trecho neste caso é $\Theta(n \lg n)$, que é o custo da $F_2(n)$.

TRECHO 6

Suponha que: • $F_1(n)$ tem custo n^2
• $F_2(n)$ tem custo $n \lg n$.

Soma = 0 — $\Theta(1)$

Soma += $F_1(n)$ — $\Theta(n^2)$

Soma += $F_2(n)$ — $\Theta(n \lg n)$

Análise As três linhas são executadas em sequência. Logo, cada uma contribui para o custo total do trecho. Assim, o custo deste trecho é dado por: $\Theta(1) + \Theta(n^2) + \Theta(n \lg n)$
$= \Theta(n^2)$.

Teorema $\Theta(f(n)) + \Theta(g(n)) = \Theta(\max(f(n), g(n)))$

EX $(n^2+2n) + (n+3) = \Theta(n^2)$

$\Theta(n^2) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$.

Lembre-se

$\Theta(n^2) + \Theta(n^2) = \Theta(n^2)$

$\Theta(n^2) \cdot \Theta(n^2) = \Theta(n^4)$.

j) Considere que o custo da função F(n) abaixo é $\Theta(n^2)$.

```
1. a = 0
2. FOR (i=0; i<n; i++) DO
3.     F(n)  - Θ(n²)
4.     FOR(j=0; j<n; j++) DO  } θ(n)
5.         a++
6.     END FOR
7. END FOR
```

$\Theta(n^2) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$.

o for externo executa n vezes o trecho das linhas 3-6, que tem custo $\Theta(n^2)$.
o custo total é $n \cdot \Theta(n^2) = \Theta(n^3)$.

Análise

Por hipótese, o custo de F(n) é $\Theta(n^2)$. O for das linhas 4-6 é independente do for externo. Portanto, podemos analisá-los separadamente. A linha 5 tem custo $\Theta(1)$ e executa n vezes. Portanto, o custo unitário do laço interno é $\Theta(1) \cdot n = \Theta(n)$. O custo de cada iteração do laço externo (o "miolo" das linhas 3-6) é $\Theta(n^2) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$. Como o laço externo executa n vezes, o custo total é

$$\Theta(n^2) \cdot n = \Theta(n^3).$$

1) Considere que o custo da função F(n) abaixo é $\Theta(n)$.

```
1. a = 0
2. FOR (i=1; i<n; i*=2) DO
3.     F(n)  ~ Θ(n)
4.     FOR(j=0; j<i; j++) DO
5.         a++
6.     END FOR
7. END FOR
```

Linhas 4–5: $\Theta(n)$

$\lg(n)$ iterações

i	Valores de j	linha 5 executa
1	0..0	$2^0 = 1$ vez
2	0..1	$2^1 = 2$ vezes
4	0..3	$2^2 = 4$ vezes
8	0..8	$2^3 = 8$ vezes
⋮		
n	0...n-1	$2^i = n$ vezes

$$\sum_{x=0}^{\lg(n)} 2^x = \Theta(n).$$

Custo total da linha 3: $\Theta(n \lg n)$

Custo total da linha 5: $\Theta(n)$

Custo total: $\Theta(n \lg n) + \Theta(n) = \Theta(n \lg n)$.

Conclusão: As linhas mais custosas do algoritmo são as linhas 3 e 5. A linha 5 tem custo $\Theta(n)$ e a linha 3 tem custo $\Theta(n \lg n)$. Portanto, o custo do algoritmo é

$$\Theta(n) + \Theta(n \lg n) = \Theta(n \lg n).$$