NOME: FELIPE ARCHANJO DA CUNHA MENDES
RA: 2252740

QUESTÃO 1: DERIVE A FUNÇÃO $f(x) = \dfrac{a^{3x^2}}{e^{3x^2-6x}}$

$$f'(x) = \frac{(a^{3x^2})' \cdot e^{3x^2-6x} - a^{3x^2} \cdot (e^{3x^2-6x})'}{(e^{3x^2-6x})^2}$$

$$= \frac{(a^{3x^2} \cdot \ln a \cdot 6x) \cdot e^{3x^2-6x} - a^{3x^2}(e^{3x^2-6x} \cdot \ln e \cdot (6x-6))}{(e^{3x^2-6x})^2}$$

$$= \frac{6x \ln a \cdot a^{3x^2} \cdot e^{3x^2-6x} - 6(x-1)\ln e \cdot a^{3x^2} \cdot e^{3x^2-6x}}{(e^{3x^2-6x})^2}$$

$$= \frac{6 \cdot a^{3x^2} \cdot \cancel{e^{3x^2-6x}}\left[x \ln a - (x-1)\ln e\right]}{(e^{3x^2-6x})^{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{6\, a^{3x^2}\left[x \ln a - (x-1)\ln e\right]}{e^{3x^2-6x}}$$

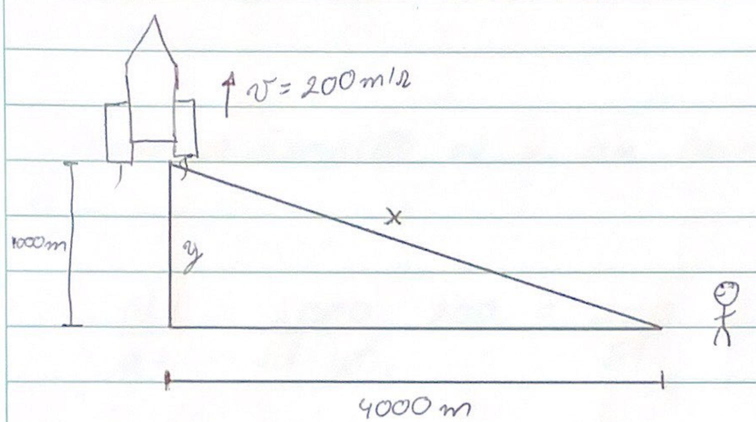
$$= 6 \cdot a^{3x^2} \cdot e^{-3x^2+6x}\left[x \ln a - (x-1)\ln e\right]$$

PORTANTO, $f'(x) = 6a^{3x^2} \cdot e^{-3x^2+6x}\left[x \ln a - (x-1)\ln e\right]$ //

NOME: FELIPE ARCHANJO DA CUNHA MENDES

RA: 2252740

QUESTÃO 2: Um espectador está observando o lançamento de um foguete a uma distancia de 4000 m do local do lançamento. Se o foguete levanta voo verticalmente e sobe uma velocidade de 200 m/s quando a altitude de 1000 m. Com que rapidez a distancia entre o foguete e o espectador esta variando naquele instante?



y: altitude do foguete

x: distancia entre o foguete e espectador em qualquer instante do tempo t.

São dados em certo instante de tempo $y = 1000$ m e $\frac{dy}{dt} = 200$ m/s, e vamos determinar $\frac{dx}{dt}$ naquele instante

Pelo teorema de pitagoras:

- $x^2 = y^2 + (4000)^2$

- Quando $y = 1000$ m, $x = \sqrt{1000^2 + 4000^2} = \sqrt{1 \cdot 10^6 + 16 \cdot 10^6} = \sqrt{17} \cdot 10^3$

DERIVANDO IMPLICITAMENTE $x^2 = y^2 + (4000)^2$ EM RELAÇÃO A t, TEMOS:

$$\frac{d(x^2)}{dt} = \frac{d(y^2)}{dt} + \frac{d((4000)^2)}{dt}$$

$$\therefore 2x\frac{dx}{dt} = 2y\frac{dy}{dt}$$

$$\therefore \frac{dx}{dt} = \frac{y}{x} \cdot \frac{dy}{dt}$$

ASSIM, A VARIAÇÃO DE X EM RELAÇÃO AO TEMPO É:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1000}{\sqrt{17} \cdot 10} \cdot 200 = \frac{200}{\sqrt{17}}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{200\sqrt{17}}{17} \text{ m/s} \quad //$$

NOME: FELIPE ARCHANJO DA CUNHA MENDES
RA: 2252740

QUESTÃO 3: DETERMINAR OS PONTOS DE INFLEXÃO E RECONHECER OS INTERVALOS ONDE A FUNÇÃO $f(x) = x^2 e^x$ TEM CONCAVIDADE VOLTADA PARA CIMA OU PARA BAIXO.

$$f(x) = x^2 e^x$$

* PRIMEIRA DERIVADA

$$f'(x) = (x^2)' \cdot e^x + (x^2) \cdot (e^x)'$$
$$= 2x e^x + x^2 e^x$$
$$= e^x (x^2 + 2x)$$

* SEGUNDA DERIVADA

$$f''(x) = (e^x)'(x^2+2x) + (e^x)(x^2+2x)'$$
$$= e^x(x^2+2x) + e^x(2x+2)$$
$$= e^x(x^2+4x+2)$$

* OS PONTOS DE INFLEXÃO SÃO ONDE $f''(x) = 0$ OU $f''(x) = \nexists$

$$f''(x) = 0 \therefore e^x(x^2+4x+2) = 0 \therefore x^2+4x+2 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{2} \begin{cases} \rightarrow x_1 = -2+\sqrt{2} \\ \rightarrow x_2 = -2-\sqrt{2} \end{cases}$$

$\therefore$ $x = -2+\sqrt{2}$ E $x = -2-\sqrt{2}$ SÃO PONTOS DE INFLEXÃO.

Os intervalos para analisar a concavidade da função são $(-\infty, -2-\sqrt{2})$, $(-2-\sqrt{2}, -2+\sqrt{2})$ e $(-2+\sqrt{2}, +\infty)$.

Intervalo	e^x	x^2+4x+2	$l''(x) = e^x(x^2+4x+2)$	Concavidade
$(-\infty, -2-\sqrt{2})$	+	+	+	CIMA
$(-2-\sqrt{2}, -2+\sqrt{2})$	+	−	−	BAIXO
$(-2+\sqrt{2}, +\infty)$	+	+	+	CIMA

Em suma, descobrimos que:

* $x = -2-\sqrt{2}$ e $x = -2+\sqrt{2}$ são pontos de inflexão de $l(x)$.

* Nos intervalos:

$(-\infty, -2-\sqrt{2}) \to$ Concavidade para cima
$(-2-\sqrt{2}, -2+\sqrt{2}) \to$ Concavidade para baixo
$(-2+\sqrt{2}, +\infty) \to$ Concavidade para cima

NOME: FELIPE ARCHANJO DA CUNHA MENDES

RA: 2252740

QUESTÃO 4: USANDO O TEOREMA DE L'HOSPITAL, CALCULE OS SEGUINTES LIMITES:

(a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^5}{e^x}$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^5}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{5x^4}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{20x^3}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{60x^2}{e^x}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{120x}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{120}{e^x} = 120 \cdot \frac{\lim\limits_{x \to +\infty} 1}{\lim\limits_{x \to +\infty} e^x}$$

$$= 120 \cdot \frac{1}{\infty} = 0$$

PORTANTO, $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^5}{e^x} = 0$ //

(b) $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$

* $f(x) = \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$

$$\ln(f(x)) = \ln\left[\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x\right] = x\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right) = \frac{\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)}{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \ln(f(x)) = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\left[\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)\right]'}{\left[\frac{1}{x}\right]'}$$

$$\to \left[\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)\right]' = \frac{\left(1+\frac{1}{2x}\right)'}{1+\frac{1}{2x}} = \frac{-1/2x^2}{\frac{2x+1}{2x}} = \frac{-1}{x(2x+1)}$$

$$\to \left[\frac{1}{x}\right]' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\to \lim_{x\to+\infty} \ln(f(x)) = \lim \frac{\left[\ln\left(1+\frac{1}{2x}\right)\right]'}{\left[\frac{1}{x}\right]'} = \frac{-1}{x(2x+1)} \cdot \frac{x^2}{-1} = \frac{x}{2x+1}$$

$$= \frac{[x]'}{[2x+1]'} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x\to+\infty} \ln(f(x)) = 1/2$$

$$\therefore \ln\left(\lim_{x\to+\infty} f(x)\right) = 1/2 \quad \therefore \lim_{x\to+\infty} f(x) = e^{1/2}$$

PORTANTO, $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x = \sqrt{e}$ //