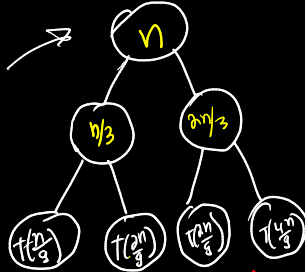


$T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + n$ . Considere que  $T(1) = \Theta(1)$ .

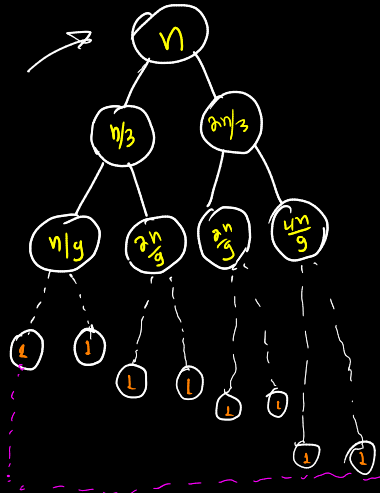
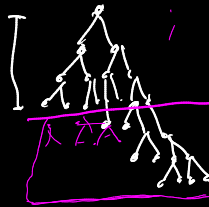
$T(n)$



$$\frac{n}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2n}{9}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2n}{3} = \frac{2n}{9}$$

$$\frac{2n}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4n}{9}$$



Nível TSP (+ longo) Custo

0  $n = \left(\frac{2}{3}\right)^0 n$   $n$

1  $\frac{2n}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^1 n$   $n$

2  $\frac{4n}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 n$   $n$

...

k  $1 = \left(\frac{2}{3}\right)^k n$  ?

$$TSP(i) = \left(\frac{2}{3}\right)^i \cdot n$$

$$Custo(i) = n$$

O TSP no caminho mais longo da raiz às folhas em um nível  $i$  é  $\left(\frac{2}{3}\right)^i \cdot n$ . Portanto, chegamos ao caso base quando

$$1 = \left(\frac{2}{3}\right)^k n \Leftrightarrow k = \log_{3/2} n$$

Supondo que a árvore é binária completa, temos  $2^i$  nós em um nível  $i$ . Portanto no último nível, há

$$2^k = 2^{\log_{3/2} n} = n^{\log_{3/2} 2} \text{ nós}$$

Portanto, o custo das folhas é  $\Theta(n^{\log_{3/2} 2}) \cdot \Theta(1) = \Theta(n^{\log_{3/2} 2})$

$$1 = \left(\frac{2}{3}\right)^k n$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^k = n$$

$$\log_{3/2} \left(\frac{3}{2}\right)^k = \log_{3/2} n$$

$$k = \log_{3/2} n$$

$$1 < \log_{3/2} 2 < 2$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} > 2$$

$$T(n) = \sum_{i=0}^{\log_{3/2} n - 1} n + \Theta(n^{\log_{3/2} 2})$$

$$= n \cdot (\log_{3/2} n) + \Theta(n^{\log_{3/2} 2})$$

$$= n \cdot \Theta(\lg n) + \Theta(n^{\log_{3/2} 2})$$

$$= \Theta(n \lg n) + \Theta(n^{\log_{3/2} 2})$$

$$= \Theta(n^{\log_{3/2} 2})$$

$$\log_b = \Theta(\lg(n))$$

$$f(n) = O(g(n))$$

$$f(n) \leq c g(n)$$

$$n \lg n = O(n^{1+\epsilon}), \epsilon > 0$$

Assim, o custo total é dado pela soma dos níveis intermediários e o custo das folhas:

Como superestimamos  $T(n)$  ao completar a árvore com nós, temos o palpite que  $T(n) = O(n^{\log_{3/2} 2})$ .

Entretanto, como este custo reflete um grande número de folhas "fictícias", vamos verificar se  $T(n) = O(n \lg n)$  pelo método da substituição.

$$f(n) = O(g(n))$$

$$f(n) \leq c g(n)$$