

## LISTA 9

## EXERCÍCIOS DO LIVRO

## 4.5-1

$$a) T(n) = 2T(n/4) + 1$$

$$a = 2 \quad n^{\log_4 a} = n^{\log_4 2} = n^{1/2}$$

$$b = 4$$

$$f(n) = 1 \quad n^0 = O(n^{0.5-\epsilon}) \quad \text{p/ } \epsilon = 0.1$$

Logo, temos o caso 1 do M.M

$$\text{Portanto, } T(n) = \Theta(n^{0.5})$$

$$b) T(n) = 2T(n/4) + n^{1/2}$$

$$a = 2 \quad n^{\log_4 a} = n^{\log_4 2} = n^{0.5}$$

$$b = 4$$

$$f(n) = n^{0.5} \quad n^{0.5} = \Theta(n^{0.5})$$

Logo, temos o caso 2 do M.M.

$$\text{Portanto, } T(n) = \Theta(n^{\log_4 2} \lg n) = \Theta(\sqrt{n} \lg n)$$

$$c) T(n) = 2T(n/4) + n$$

$$a = 2 \quad n^{\log_4 a} = n^{\log_4 2} = n^{0.5}$$

$$b = 4$$

$$f(n) = n^1 \quad n^1 = \Omega(n^{0.5+\epsilon}) \quad \text{p/ } \epsilon = 0.1$$



Como  $f(n) = \Omega(n^{\log_2 2 + \epsilon})$ , podemos aplicar o caso 3 do M.M. sob a seguinte condição para verificação:

$$\begin{aligned} a f\left(\frac{n}{2}\right) &\leq c f(n) & c < 1 & \text{e } c > 0 \\ 2 f\left(\frac{n}{2}\right) &\leq c n & \text{Como } c < 1 & \text{temos } c n < n \\ 2 \cdot \frac{n}{2} &\leq c \cdot n & \text{O caso 3 do M.M.} & \\ \frac{n}{2} &\leq c n & \text{Portanto, } T(n) = \Theta(n) & \end{aligned}$$

$$c > 0,5$$

$$d) T(n) = 2 + (n/4) + n^2$$

$$a = 2 \quad n^{\log_2 2} = n^{\log_2 2} = n^{0,5}$$

$$b = 4$$

$$f(n) = n^2 \quad n^2 = \Omega(n^{0,5 + \epsilon}) \quad \text{O, } \epsilon = 0,1$$

Como  $f(n) = \Omega(n^{\log_2 2 + \epsilon})$ , podemos aplicar o caso 3 do M.M. sob a seguinte condição para verificação:

$$\begin{aligned} a f\left(\frac{n}{2}\right) &\leq c f(n) \\ 2 f\left(\frac{n}{2}\right) &\leq c n^2 \\ 2 \cdot \frac{n^2}{4} &\leq c n^2 \\ \frac{n^2}{2} &\leq c n^2 \end{aligned}$$

Como  $c < 1$  temos  $c n^2 < n^2$  O caso 3 do M.M.  
Portanto,  $T(n) = \Theta(n^2)$



4.5-3

$a = 1$

$n^{\log_2 a} = n^{\log_2 1} = n^0 = 1$

$b = 2$

$f(n) = 1$

$1 = \Theta(1)$

Logo, temos o caso 2 do M.M

$\text{Portanto, } T(n) = \Theta(n^0 \lg n) = \Theta(\lg n) \quad \text{c.q.d.}$

4.5-4

$a = 4$

$n^{\log_2 a} = n^{\log_2 4} = n^2$

$b = 2$

$f(n) = n^2 \lg n$

$n^2 \lg n = \Omega(n^{2+\epsilon})$

① M.M não pode ser aplicado pois não existe  $\epsilon$  que satisfaça  $n^2 \lg n = \Omega(n^{2+\epsilon})$

EXERCÍCIOS ADICIONAIS

①

$a = 2$

$n^{\log_2 a} = n^{\log_2 2} = n^1$

$b = 2$

$f(n) = n^3$

$n^3 = \Omega(n^{1+\epsilon}) \text{ para } \epsilon = 1$

Como  $f(n) = \Omega(n^{\log_2 a + \epsilon})$ , podemos aplicar

① caso 3 do M.M. Se é suficiente concluir com recorrência.



\_ / \_ / \_

S T Q Q S S D

$$a f\left(\frac{n}{2}\right) \leq c f(n)$$

$$2 f\left(\frac{n}{2}\right) \leq c n^3$$

$$2 \frac{n^3}{8} \leq c n^3$$

$$c \geq \frac{1}{4}$$

Como  $c \geq \frac{1}{4}$ , temos então o caso 3 do M.M.

$$\text{Portanto, } T(n) = \Theta(n^3)$$

(2)

$$a = 1$$

$$n^{\log_a b} = n^{\log_{10} 1} = n^0$$

$$b = 10/9$$

$$f(n) = n$$

$$n = \Omega(n^{0+\epsilon}) \quad \forall \epsilon = 0,1$$

Como  $f(n) = \Omega(n^{\log_a b + \epsilon})$ , podemos aplicar o caso 3 do M.M. se a seguinte condição for verdadeira.

$$a f\left(\frac{n}{2}\right) \leq c f(n)$$

$$1 \frac{n}{10} \leq c n$$

$$c \geq \frac{9}{10}$$

Como  $c \geq \frac{9}{10}$ , temos então o caso 3 do M.M. Portanto,  $T(n) = \Theta(n)$ .



③

$$a = 16$$

$$n^{\log_4 a} = n^{\log_4 16} = n^2$$

$$b = 4$$

$$f(n) = n^2$$

$$n^2 = \Theta(n^2)$$

Logo, temos o caso 2 do M.M.

$$\text{Portanto, } T(n) = \Theta(n^2 \lg n)$$

$$= \Theta(n^2 \lg n)$$

④

$$a = 7$$

$$n^{\log_3 a} = n^{\log_3 7} = n^{1,47}$$

$$b = 3$$

$$f(n) = n^2$$

$$n^2 = \Omega(n^{1,47 + \epsilon}) \quad \text{DI } \epsilon = 0,1$$

Como  $f(n) = \Omega(n^{\log_3 a + \epsilon})$ , podemos aplicar o caso 3 do M.M. se a segunda condição for verdadeira

$$O\left(\frac{n}{b}\right) \leq C f(n)$$

$$7 \cdot \frac{n^2}{9} \leq C \cdot n^2$$

$$9$$

$$C \geq 7/9$$

Como  $C \geq 7/9$  temos então

o caso 3 do M.M. Portanto,

$$T(n) = \Theta(n^2)$$



\_ / \_ / \_

S T Q Q S S D

5

$$a = 7$$

$$n^{\log_2 a} = n^{\log_2 7} = n^{2.8}$$

$$b = 2$$

$$f(n) = n^2$$

$$n^2 = O(n^{2.8 - \epsilon}) \quad n / \epsilon = 0.1$$

Logo, temos o caso 1 do M.M.  
Pontante,  $T(n) = \Theta(n^{\log_2 a}) = \Theta(n^{2.8})$

6

$$a = 2$$

$$n^{\log_2 a} = n^{\log_2 2} = n^{1/2}$$

$$b = 4$$

$$f(n) = n^{1/2}$$

$$n^{1/2} = \Theta(n^{1/2})$$

Logo, temos o caso 2 do M.M.  
Pontante,  $T(n) \in \Theta(n^{\log_2 a} \cdot \lg n)$   
 $= \Theta(\sqrt{n} \lg n)$

7

NÃO SÓ SÓ CORNADO

8

NÃO SÓ SÓ CORNADO