Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
Bacharelado em Ciência da Computação

BCC32B – Elementos de Lógica Digital

Prof. Rodrigo Hübner

Aula 06 – Equivalência entre portas lógicas.

Fundamentos de Lógica

<u>Até aqui:</u>

- **Obtemos a expressão booleana a partir do circuito**
- **Obtemos o circuito lógico a partir da expressão**
- **Obtemos a tabela verdade a partir da expressão**
- **Obtemos a expressão a partir da tabela verdade**

Fundamentos de Lógica

Equivalência entre Portas Lógicas

Motivação:

1. **Otimização na utilização dos circuitos integrados**
2. **Redução do número de componentes**
3. **Minimização de custos**

Fundamentos de Lógica

Equivalência entre Portas Lógicas

1. Inversor a partir de uma Porta NAND:

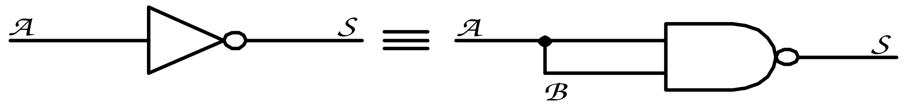
	A	B	S
Caso 0:	0	0	1
Caso 1:	0	1	1
Caso 2	1	0	1
Caso 3	1	1	0

TV da Porta NAND

Caso 0: A=0 E B=0 → S=1

Caso 3: A=1 E B=1 → S=0

Ligando as entradas A e B em curto-circuito → A = B sempre → corresponde a um <u>INVERSOR</u>



Fundamentos de Lógica

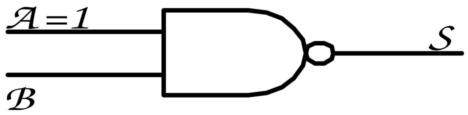
Equivalência entre Portas Lógicas

1. **Inversor a partir de uma Porta NAND:**

	A	B	S
Caso 0:	0	0	1
Caso 1:	0	1	1
Caso 2:	1	0	1
Caso 3:	1	1	0

TV da Porta NAND

Fixar a entrada A em "1" e usar B como a entrada do INVERSOR



Fundamentos de Lógica

Equivalência entre Portas Lógicas

1. Inversor a partir de uma Porta NOR:

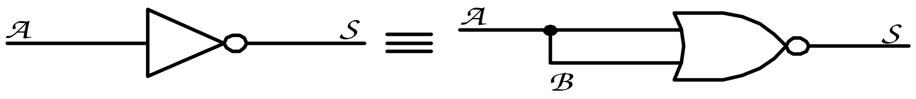
	A	B	S
Caso 0:	0	0	1
Caso 1:	0	1	0
Caso 2:	1	0	0
Caso 3:	1	1	0

TV da Porta NOR

Caso 0: A=0 E B=0 → S=1

Caso 3: A=1 E B=1 → S=0

Ligando as entradas A e B em curto-circuito → A = B sempre → corresponde a um INVERSOR



Fundamentos de Lógica

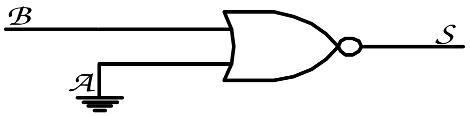
Equivalência entre Portas Lógicas

1. **Inversor a partir de uma Porta NOR:**

	A	B	S
Caso 0:	0	0	1
Caso 1:	0	1	0
Caso 2:	1	0	0
Caso 3:	1	1	0

TV da Porta NOR

Fixar a entrada A em “0” e usar B como a entrada do INVERSOR

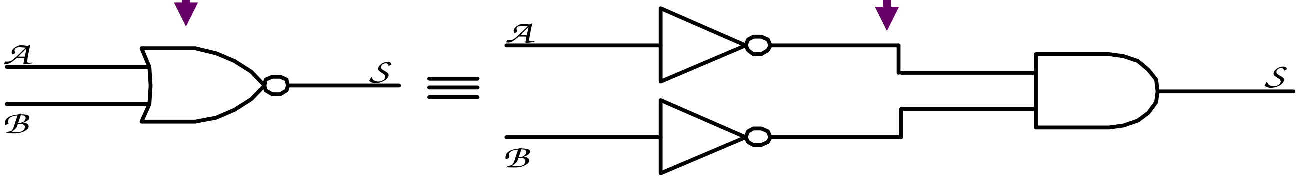


Fundamentos de Lógica

Equivalência entre Portas Lógicas

1. **Porta NOR a partir de AND e INVERSORES:**

Teorema de DeMorgan : $\overline{A+B} = \overline{A}\,.\,\overline{B}$



Fundamentos de Lógica

Equivalência entre Portas Lógicas

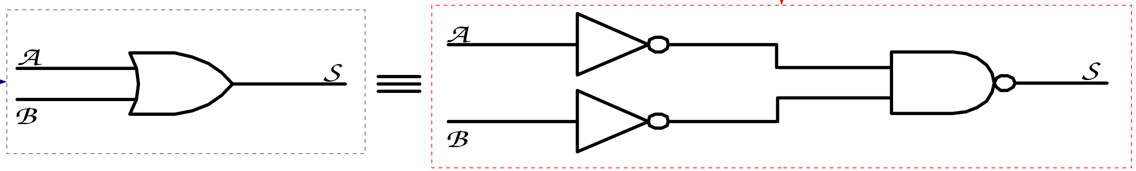
1. **Porta OR a partir de NAND e INVERSORES:**

$$\textit{Modificando o teorema de DeMorgan}: \overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$$

$$\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$$

$$\overline{\overline{A+B}} = \overline{\overline{A}.\overline{B}}$$

$$A+B = \overline{\overline{A}.\overline{B}}$$

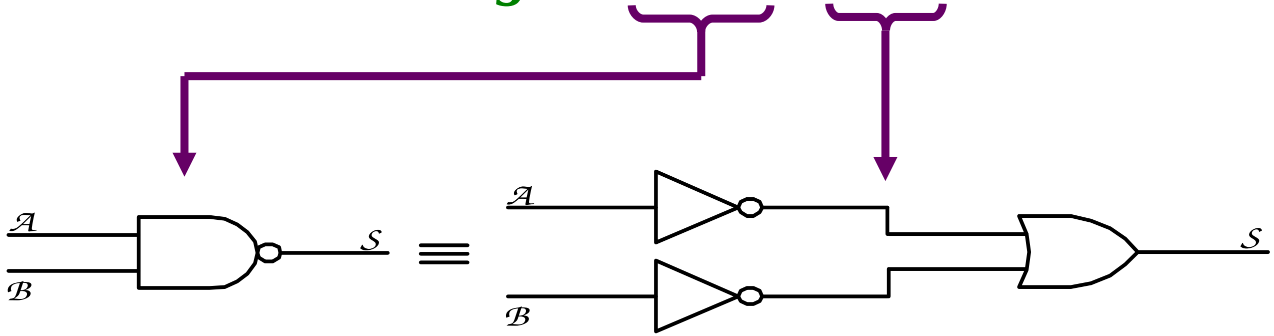


Fundamentos de Lógica

Equivalência entre Portas Lógicas

1. **Porta NAND a partir de OR e INVERSORES:**

$$\mathit{Teorema\ de\ DeMorgan}: \overline{A \,.\, B} = \overline{A} + \overline{B}$$



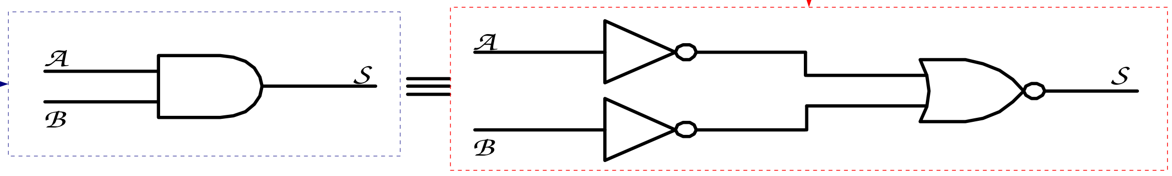
Fundamentos de Lógica

Equivalência entre Portas Lógicas

1. **Porta AND a partir de NOR e INVERSORES:**

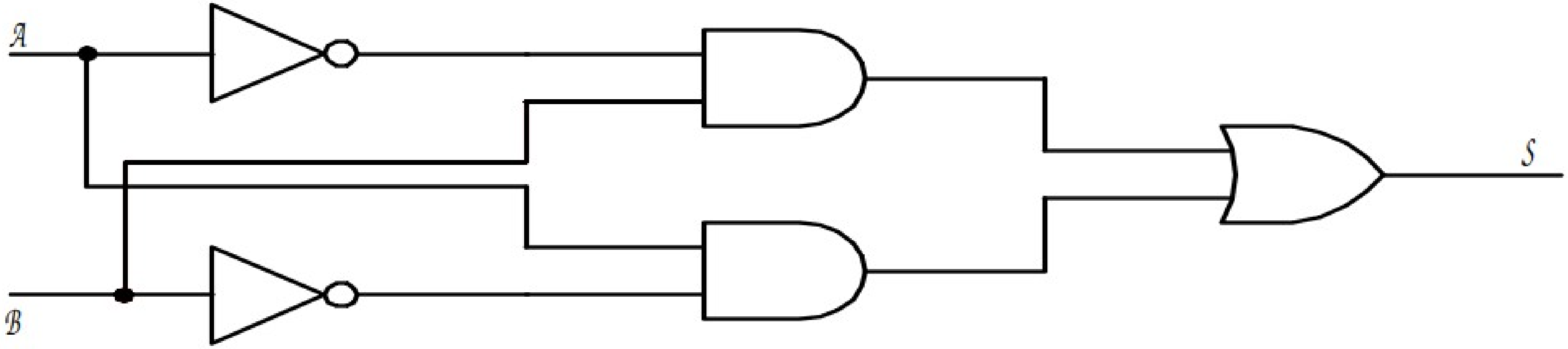
Modificando o teorema de DeMorgan : $\overline{A.B}=\overline{A}+\overline{B}$

$$\overline{A.B}=\overline{A}+\overline{B}$$
$$\overline{\overline{A.B}}=\overline{\overline{A}+\overline{B}}$$
$$A.B=\overline{\overline{A}+\overline{B}}$$



Exemplo

1. **Desenhe o circuito usando apenas Portas NAND:**

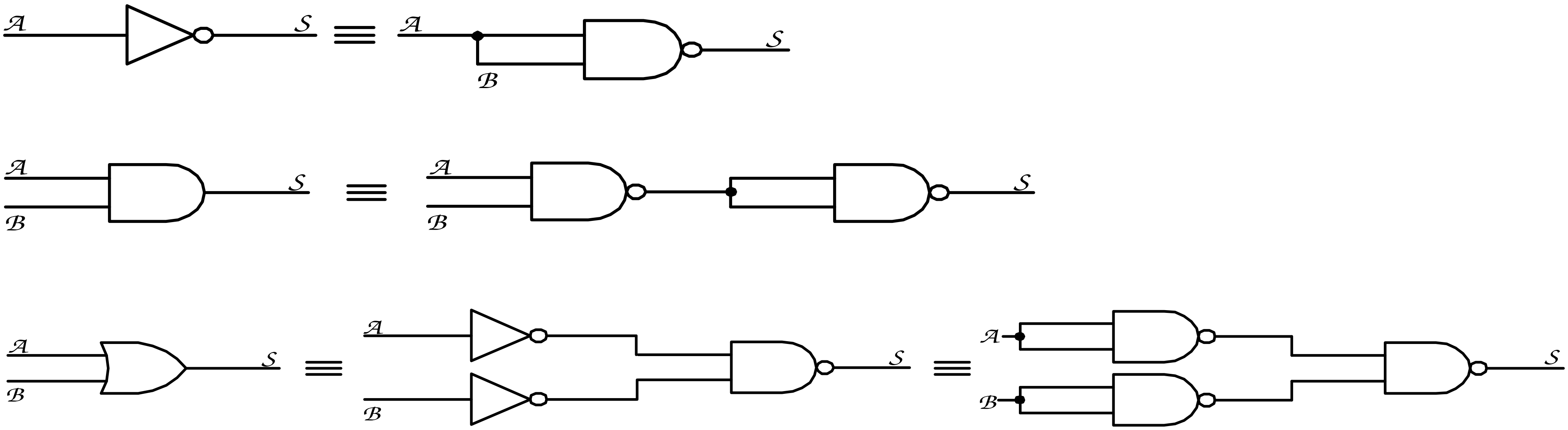


Exemplo - Solução

1. **Desenhe o circuito usando apenas Portas NAND:**

<u>Solução:</u>

Equivalências entre Portas Lógicas



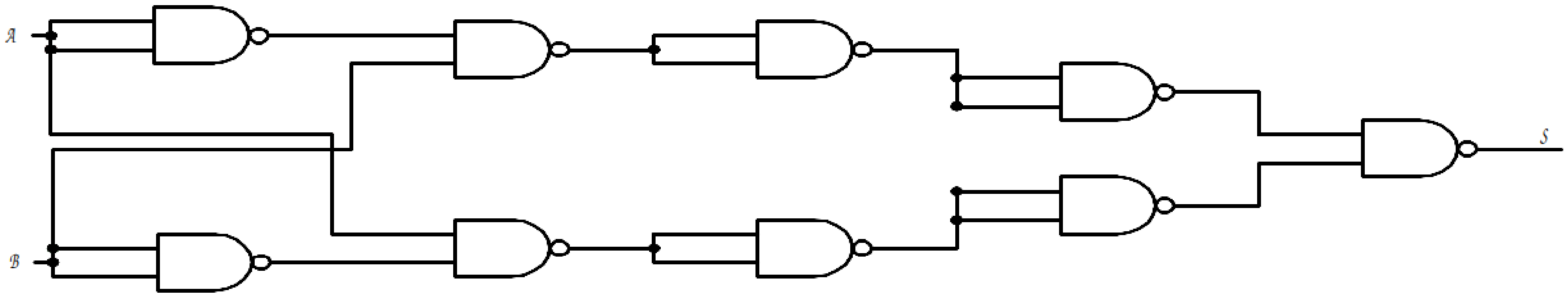
Exemplo - Solução

1. **Desenhe o circuito usando apenas Portas NAND:**

<u>Solução:</u>

Equivalências entre Portas Lógicas

Circuito com Equivalência de Portas Lógicas



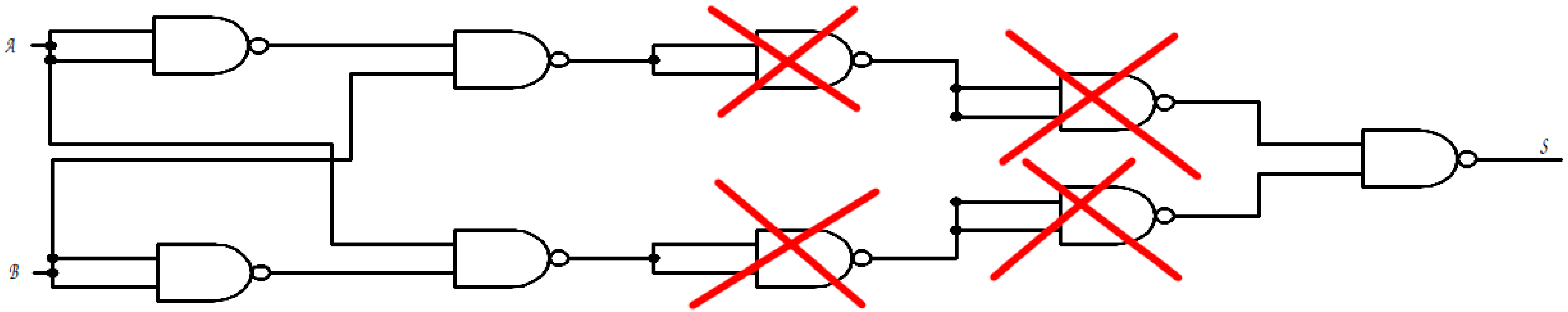
Exemplo - Solução

1. **Desenhe o circuito usando apenas Portas NAND:**

<u>Solução:</u>

Equivalências entre Portas Lógicas

Simplificação de Portas Lógicas



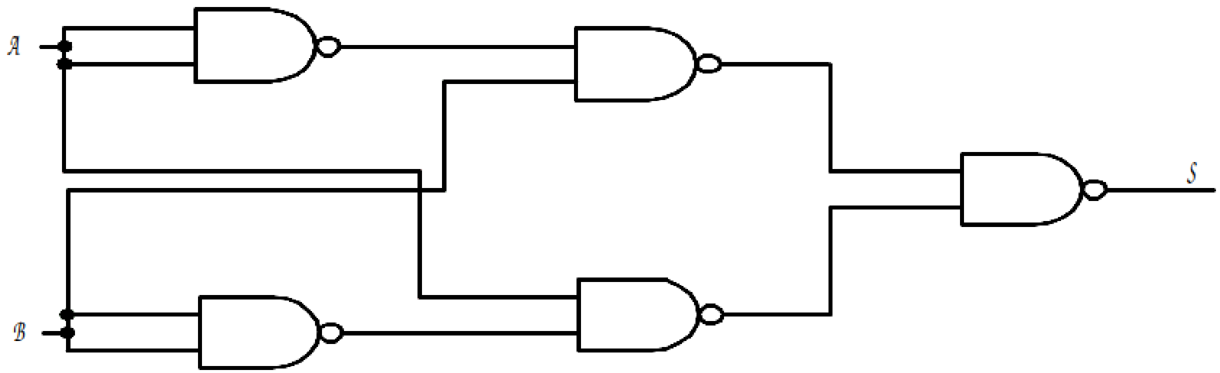
Exemplo - Solução

1. **Desenhe o circuito usando apenas Portas NAND:**

<u>Solução:</u>

Equivalências entre Portas Lógicas

Circuito Final com Equivalência de Portas Lógicas



Exemplo

2.1. Obtenha a expressão a partir da TV.

2.2. Use a expressão para fazer o diagrama do circuito.

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Exemplo - Solução

2.1. Obtenha a expressão a partir da TV.

2.2. Use a expressão para fazer o diagrama do circuito.

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

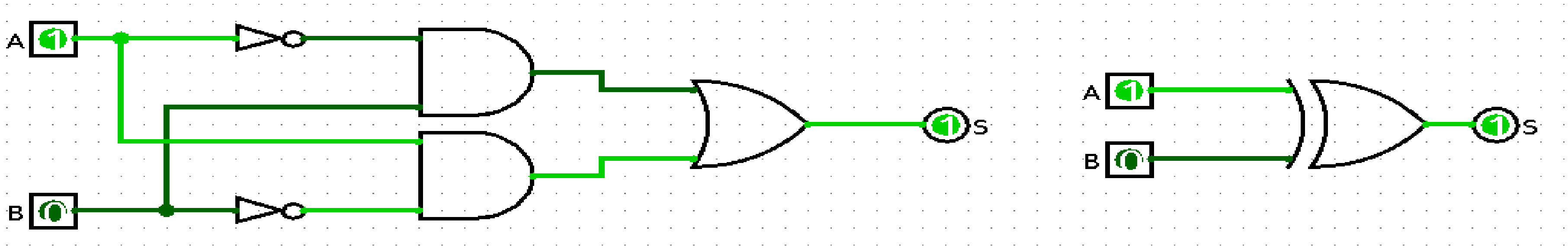
$$S=\overline{A}.B+A.\overline{B}$$

Exemplo - Solução

2.1. Obtenha a expressão a partir da TV.

2.2. Use a expressão para fazer o diagrama do circuito.

$$S = \overline{A}.B + A.\overline{B} = A \oplus B$$



Exemplo

3.1. Obtenha a expressão a partir da TV.

3.2. Use a expressão para fazer o diagrama do circuito.

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Exemplo - Solução

3.1. Obtenha a expressão a partir da TV.

3.2. Use a expressão para fazer o diagrama do circuito.

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

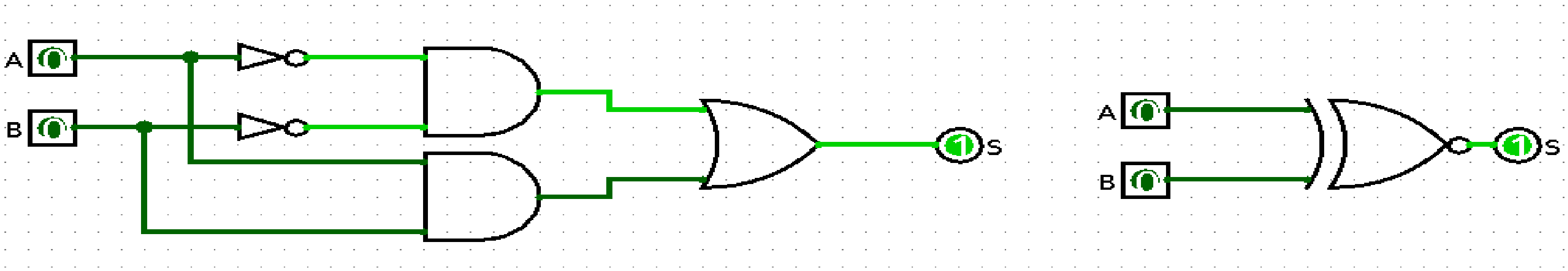
$$S = \overline{A} . \overline{B} + A . B$$

Exemplo - Solução

3.1. Obtenha a expressão a partir da TV.

3.2. Use a expressão para fazer o diagrama do circuito.

$$S=\overline{A}.\overline{B}+A.B=A\odot B$$



Fundamentos de Lógica

Simplificação de Expressões Booleanas

Exemplo:

Simplificar a expressão:

$$S = A.B.C + A.\overline{C} + A.\overline{B}$$

$$S = A.B.C + A.\overline{C} + A.\overline{B}$$

$$S = A.(B.C + \overline{C} + \overline{B})$$ A em evidência

$$S = A.[B.C + (\overline{B} + \overline{C})]$$

$$S = A.[B.C + (\overline{\overline{\overline{B} + \overline{C}}})]$$ Usando $\overline{\overline{X}}$=X

$$S = A.[B.C + (\overline{\overline{\overline{B}}.\overline{\overline{C}}})]$$ Aplic. DeMorgan

$$S = A.[B.C + (\overline{B.C})]$$

$$Chamando\ (\overline{B.C})\ de\ \overline{Y}\ e\ (B.C)\ de\ Y$$

$$S = A.[Y + \overline{Y}]$$

$$S = A.1$$

$$S = A$$

Fundamentos de Lógica

Regras da Álgebra de Boole

1. **Adjacência lógica - Prova**

$$15a.\quad A.B+A.\overline{B}=A$$
$$15a.\quad A.(B+\overline{B})=A$$
$$15a.\quad A.1=A$$
$$15a.\quad A=A$$

Exemplos

Simplifique as expressões:

1. $S=\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.B.C+\overline{A}.B.\overline{C}+A.\overline{B}.\overline{C}+A.B.\overline{C}$

2. $S=[\overline{(\overline{A.C})+B+D}]+C.(\overline{A.C.D})$

Soluções

Simplifique as expressões:

1. $S=\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.B.C+\overline{A}.B.\overline{C}+A.\overline{B}.\overline{C}+A.B.\overline{C}$

$$S=\overline{C}.\left(\overline{A}.\overline{B}+\overline{A}.B+A.\overline{B}+A.B\right)+\overline{A}.B.C$$

$$S=\overline{C}.\left[\overline{A}.\left(\overline{B}+B\right)+A.\left(\overline{B}+B\right)\right]+\overline{A}.B.C$$

$$S=\overline{C}.\left[\overline{A}.1+A.1\right]+\overline{A}.B.C$$

$$S=\overline{C}.\left[\overline{A}+A\right]+\overline{A}.B.C$$

$$S=\overline{C}.1+\overline{A}.B.C$$

$$S=\overline{C}+\overline{A}.B.C$$

Circuito Original:

- 9 Inversores
- 5 ANDs
- 1 OR de 5 entradas

Circuito Simplificado:

- 2 Inversores
- 1 AND
- 1 OR de 2 entradas

Soluções

Simplifique as expressões:

2. $S=[\overline{(\overline{A.C})+B+D}]+C.(\overline{A.C.D})$

$$S=[\overline{(\overline{A.C})+B+D}]+C.(\overline{A.C.D})\ (DeMorgan)$$

$$S=[\overline{(\overline{A}+\overline{C})+B+D}]+C.(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D})\ (Distributiva)$$

$$S=[\overline{(\overline{A}+\overline{C})}.\overline{(B+D)}]+C.\overline{A}+C.\overline{C}+C.\overline{D}$$

$$S=[\overline{\overline{A}}.\overline{\overline{C}}.\overline{B}.\overline{D}]+C.\overline{A}+0+C.\overline{D}$$

$$S=A.C.\overline{B}.\overline{D}+C.\overline{A}+C.\overline{D}$$

$$S=C.\overline{D}.[A.\overline{B}+1]+\overline{A}.C$$

$$S=C.\overline{D}.1+\overline{A}.C$$

$$S=C.\overline{D}+\overline{A}.C$$

$$S=C.(\overline{A}+\overline{D})$$

Próxima Aula

<u>Próxima Aula</u>

- **Mapas de Karnaugh de 2 à 5 variáveis**