S T Q Q S S D __/__/__

LISTA 10

Exercícios do livro

2.1-3

```
1 BuscaLinear(A, n, v)
2     for (i=1; i≤n; i++) do
3         if (A[i] = v) do
4             return i
5         end if
6     end for
7     return NIL
```

Invariante: para todo valor i, existe um elemento do vetor A, tal que $A[i]$ é, i menor que n.

Inicialização: pode-se considerar verdadeiro dado que, no início do laço temos que $i = 1$, sendo $i < n$.

Manutenção: considere uma iteração qualquer no laço, ao final da qual o algoritmo novamente vai ao teste da linha 2. Logo, $i \leq n$ no início da iteração. E além disso a linha 5 é executada (enquanto a u não). Logo temos $i \leq n+1$ ao fim da iteração.

__/__/__

SEJA x O VALOR DE i NO INÍCIO DA ITERAÇÃO; LOGO $x \leq n$.

ALÉM DISSO i VALE $x+1$ AO FIM DA ITERAÇÃO.

COMO $x+1 \leq n+1$, ENTÃO $i \leq n+1$ VALE NO INÍCIO DA ITERAÇÃO.

ALÉM DISSO, COMO $1 \leq x+1$, ENTÃO $1 \leq i$ TAMBÉM VALE AO FIM DA ITERAÇÃO.

c.q.d ////

$\boxed{2.2-2}$

a)

ORDENAÇÃO

```
FOR (i=0; i<n; i++) DO
    MENOR = i
    FOR (j=i+1; j<n; j++) DO
        IF (A[j] < A[MENOR]) THEN
            MENOR = j
    TROCAR A[MENOR] <-> A[MENOR]
```

b) PARA CADA ITERAÇÃO i, O VETOR $A[1, i-1]$ ESTÁ ORDENADO

c) O ÚLTIMO ELEMENTO DO ARRANJO A SÓ SERÁ O MAIOR E NÃO PRECISA SER ORDENADO

d) MELHOR E PIOR CASO: $\Theta(n^2)$, POIS CADA ITERAÇÃO PRECISA FAZER $n-1$ ITERAÇÕES PARA BUSCAR O MENOR ELEMENTO DE $A[1 \ldots n]$, NÃO IMPORTANDO O CONTEÚDO DA ENTRADA.

SSTQQSSD

__/__/__

EXERCÍCIOS ADICIONAIS

①

QUEREMOS PROVAR QUE O ALGORITMO RETORNA $x \cdot y$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$.

INVARIANTE: NO INÍCIO DE CADA ITERAÇÃO DO LAÇO WHILE DAS LINHAS 4-7, $z = i * y$.

INICIALIZAÇÃO: LOGO ANTES DA PRIMEIRA ITERAÇÃO DO LAÇO WHILE, $z = 0$ E $i = 0$. A INVARIANTE DIZ QUE NO INÍCIO DE CADA ITERAÇÃO DO LAÇO WHILE,

$$z = i * y$$
$$0 = 0 * y$$
$$0 = 0$$

, PORTANTO A INVARIANTE É VERDADEIRA LOGO ANTES DA PRIMEIRA ITERAÇÃO WHILE.

MANUTENÇÃO: VAMOS SUPOR QUE A INVARIANTE É VERDADEIRA NO INÍCIO DE UMA ITERAÇÃO i QUALQUER. NESTE CASO SABEMOS QUE:

$$z = i * y$$
$$z = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_i$$

APÓS 5: $z = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_i + y_{i+1}$

APÓS 6: $z = y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_i$

PORTANTO, AO FINAL DA ITERAÇÃO A INVARIANTE CONTINUA VERDADEIRA.

COMO O ARGUMENTO É PARA UM i QUALQUER, A INVARIANTE É VERDADEIRA ENTRE 2 ITERAÇÕES QUAISQUER.

spiral

__/__/__ S T Q Q S S D

TÉRMINO: DEPOIS DA ÚLTIMA ITERAÇÃO DO LAÇO WHILE, $i = X$. COMO PROVAMOS QUE A INVARIANTE É MANTIDA ENTRE TODAS AS ITERAÇÕES, SABEMOS QUE:

$$z = i * y$$

SUBSTITUINDO i POR x, TEMOS QUE:

$$z = x * y$$

c.q.d ■