



5ª Lista de Cálculo Numérico

DAMAT, 2021

Nome: _____

Na maioria dos exercícios desta lista, o aluno terá que verificar suas respostas fazendo uso do *Google Colab*.

Regra dos Trapézios Generalizada

Exercício 1 Calcule o valor da integral $\int_3^{3,6} \frac{1}{x} dx$ empregando a regra dos trapézios generalizada para 6 subintervalos e determine um limitante para o erro.

Regra 1/3 de Simpson

Exercício 2 Mostre que a Regra 1/3 de Simpson é dada pela fórmula:

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x) dx \cong \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)], \quad h = \frac{x_2 - x_0}{2}.$$

Sugestão: Considere $f(x)$ definida nos pontos x_0, x_1 e x_2 no intervalo $[a, b]$. O polinômio interpolador de grau 2 é

$$P(u) = \Delta^0 f(x_0) + u \Delta^1 f(x_0) + u \cdot (u - 1) \frac{\Delta^2 f(x_0)}{2!} \quad (1)$$

onde $u = \frac{x - x_0}{h}$. Temos que

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x) dx \approx \int_{x_0}^{x_2} P(x) dx = h \int_0^2 P(u) du.$$

Substituindo $P(u)$ dado em (1) na integral acima e, repetindo o mesmo procedimento feito para a Regra dos Trapézios, obteremos o desejado.

Regra 1/3 de Simpson Generalizada

Exercício 3 Fazendo uso da regra 1/3 de Simpson generalizada com $n = 6$, estime o valor de π dada pela expressão:

$$\pi = 4 \int_0^1 \frac{dx}{1 + x^2}.$$

Regra 3/8 de Simpson

Exercício 4 Calcule o valor aproximado da integral $\int_{0,3}^{1,2} (e^x + 5x) dx$ usando a regra 3/8 de Simpson e um limitante superior para o erro.

Regra 3/8 de Simpson Generalizada

Exercício 5 Considere a função $f(x)$ dada através da seguinte tabela:

| | | | | | | | |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $f(x_i)$ | 0,21 | 0,32 | 0,42 | 0,51 | 0,82 | 0,91 | 1,12 |

Calcule o valor de $\int_0^6 f(x) dx$ usando:

- (a) A regra dos trapézios generalizada.
- (b) A regra 1/3 de Simpson generalizada.
- (c) A regra 3/8 de Simpson generalizada.

Exercício 6 Determine o menor número de subintervalos em que podemos dividir o intervalo $[0,2, 1,8]$ para calcular $\int_{0,2}^{1,8} (x^2 + \sin x + 3) dx$ com um erro de 0,0001 usando a :

- (a) Regra 1/3 de Simpson generalizada.
- (b) Regra 3/8 de Simpson generalizada.

Exercício 7 Seja t o intervalo de tempo, em minutos, que separa a chegada de duas mensagens consecutivas a uma caixa de entrada de certa conta de email. Esta variável t é aleatória e segue a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } t \leq 0 \\ e^{-t}, & \text{se } t > 0 \end{cases}$$

Calcule, numericamente, a probabilidade do intervalo de tempo entre duas mensagens seja menor ou igual a 2 minutos, ou seja, calcule $P(t \leq 2) = \int_0^2 f(t) dt$, utilizando a fórmula generalizada 3/8 de Simpson de forma que o erro seja inferior a 3×10^{-4} .

Exercício 8 Considere $f(x) = 0,2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$. Calcule $\int_0^{0,8} f(x) dx$ usando 5 segmentos.

Sugestão: Combine as Regras 1/3 e 3/8 de Simpson.

Quadratura de Gauss

Exercício 9 *Obtenha uma aproximação das integrais a seguir com os valores de n indicados.*

(a) $\int_1^{1,5} x^2 \ln x \, dx, n = 2$

(b) $\int_0^1 x^2 e^{-x} \, dx, n = 4$

(c) $\int_3^{3,5} \frac{x}{x^2 - 4} \, dx, n = 5$

Sucesso!!!