Análise de Trechos Iterativos (Análise Assintótica)

Trecho 1

```
1: Soma = 0
2: for i = 1; i ≤ n; i++ do
3:     for j = 1; j ≤ n; j++ do
4:         Soma++   Θ(1)
5:     end for
6: end for
```

$$\Theta(1) \cdot n = \Theta(n)$$

numero de vezes que a linha 4 executa

custo de 1 execução da linha 4

custo total da linha 4 em relação ao "for" interno.

```
1: Soma = 0
2: for i = 1; i ≤ n; i++ do
3:     //
4:     //Θ(n)
5:     //
6: end for
```

$$\Theta(n) \cdot n = \Theta(n^2)$$

numero de vezes que o laço externo repete

custo do laço interno

custo do trecho.

Análise n é o tamanho do problema. Note que a linha 4 é a mais executada do algoritmo. O custo da linha 4 é constante, ou seja, $\Theta(1)$. Como a variável de controle do laço interno (j) não depende do valor atual da variável de controle do laço externo, podemos analisar os laços separadamente.

Como o laço interno executa n vezes a linha 4, que tem custo $\Theta(1)$, o custo do laço interno é $n \cdot \Theta(1) = \Theta(n)$.

O laço externo executa n vezes o laço interno, que custa $\Theta(n)$. Portanto o custo do laço externo, que é o custo do trecho todo, é $n \cdot \Theta(n) = \Theta(n^2)$.

Trecho 2

```
1: Soma = 0
2: for i = 1; i ≤ n; i++ do
3:     for j = 1; j ≤ i; j++ do
4:         Soma++
5:     end for
6: end for
```

i	VALORES DE j	LINha 4 executa
1	1 .. 1	1
2	1 .. 2	2
3	1 .. 3	3
⋮		
n	1 .. n	n

$+$

ANÁLISE n é o tamanho do problema.

Note que a linha 4 é a mais executada do algoritmo. O custo da linha 4 é constante, ou seja, $\Theta(1)$.

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = \Theta(n^2).$$

Note que neste trecho a variável de controle do laço interno (j) depende diretamente do valor atual da variável de controle do laço externo (i). Portanto, temos que avaliar o número de vezes que a linha 4 é executada analisando os dois laços simultaneamente. A Tabela acima mostra quantas vezes a linha 4 é executada p/ cada valor de i. Note-se que p/ dado i, a linha 4 executa i vezes. Como i varia de 1 a n, a linha 4 executa:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = \Theta(n^2) \text{ vezes}$$

Como o custo da linha 4 é $\Theta(1)$ e ela é executada $\Theta(n^2)$ vezes, o custo deste trecho é $\Theta(1) \cdot \Theta(n^2) = \Theta(n^2)$.

Trecho 3

```
1: Soma = 0
2: for k = 1; k ≤ n; k* = 2 do
3:     for j = 1; j ≤ n; j++ do     } Θ(n)
4:         Soma++
5:     end for
6: end for
```

VALORES ASSUMIDOS POR K

$\log_2(n) = \lg(n)$

$1, 2, 4, 8, 16 \dots n$

$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 \dots 2^i \quad i \in \mathbb{Z}^+$

$\log_b b = 1$

Na ultima iteração,

$K = n = 2^i$

$n = 2^i$

$\lg(n) = \lg(2^i)$

$\lg(n) = i \cancel{\lg(2)}$

$\lg(n) = i$

Portanto, o laço externo executa $\lg(n)$ vezes.

$\log_b a \iff b^x = a$

Análise: n é o tamanho do problema. Note que a linha 4 é a mais executada do algoritmo. O custo da linha 4 é $\Theta(1)$. Como argumentado no trecho 1, o custo do laço interno é $\Theta(n)$. Supondo que n é potência de 2, k do laço externo assume os valores $1, 2, 4, 8, \dots, n$, ou seja, assume $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^i, i \in \mathbb{Z}^+$. Portanto p/ chegar em n são necessárias i iterações. Portanto, na última iteração, $k = n = 2^i \iff i = \lg(n)$. Desta forma, o laço externo executa $\Theta(\lg n)$ vezes. Como o laço externo executa $\Theta(\lg(n))$ vezes o laço interno, que tem custo $\Theta(n)$, o custo total do trecho é $\Theta(n) \cdot \Theta(\lg(n)) = \Theta(n \lg n)$.