

LISTA 6

②

NOTE QUE

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{1,5-0}{3} = 0,5 \quad n = 3$$

Logo, o intervalo $[0; 1,5]$ é discretizado por

$$\begin{array}{cccc} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ | & | & | & | \\ 0 & 0,5 & 1 & 1,5 \end{array}$$

Pela fórmula de Euler $y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$, temos,#CÁLCULO DE y_1

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + h f(x_0, y_0) \\ &= 0 + 0,5(x_0 \cdot e^{3x_0} - 2y_0) \\ &= 0,5(0 \cdot e^{3 \cdot 0} - 2 \cdot 0) \\ &= 0 \end{aligned}$$

#CÁLCULO DE y_2 :

$$\begin{aligned} y_2 &= y_1 + h f(x_1, y_1) \\ &= 0 + 0,5(x_1 \cdot e^{3x_1} - 2y_1) \\ &= 0,5(0,5 \cdot e^{3 \cdot 0,5} - 2 \cdot 0) \\ &\approx 1,12042 \end{aligned}$$

#CALCULO DO y_3

$$\begin{aligned} y_3 &= y_2 + h f(x_2, y_2) \\ &= 1,12042 + 0,5(x_2 \cdot e^{3 \cdot x_2} - 2y_2) \\ &= 1,12042 + 0,5(1 \cdot e^{3 \cdot 1} - 2 \cdot 1,12042) \\ &= 10,0427684616 \end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{cases} y_0 = 0 \\ y_1 = 0 \\ y_2 = 1,12042 \\ y_3 = 10,04276 \end{cases}$$

②

$$\begin{cases} y' = f(x, y) = yx^2 - y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

a) $h = 0,5 \quad x \in [0, 2]$

○ INTERVALO $[0, 2]$ É DISCRETIZADO POR:

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
0	0,5	1	1,5	2

PELA FÓRMULA DO EULER $y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$

#CALCULO DO y_1

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + h f(x_0, y_0) = y_0 + h(y_0 x_0^2 - y_0) \\ &= 1 + 0,5(1 \cdot 0^2 - 1) \\ &= 0,5 \end{aligned}$$

CALCULO DE y_2

000

$$y_2 = 0,3125$$

CALCULO DE y_3

000

$$y_3 = 0,3125$$

CALCULO DE y_4

000

$$y_4 = 0,5078125$$

Logo,

$$\begin{cases} y_0 = 1 \\ y_1 = 0,5 \\ y_2 = 0,3125 \\ y_3 = 0,3125 \\ y_4 = 0,5078125 \end{cases}$$

b-)

$$\begin{cases} y' = f(x, y) = yx^2 - y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$[a, b] = [0, 2], \quad h = 0,5$$

Logo, o intervalo $[0, 2]$ é discretizado por

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
0	0,5	1	1,5	2

$$n = 4$$

CALCULO DE y_1

Para $y=0$, temos que $y(x_0) = y(0) = 1$, logo $x_0 = 0$ e $y_0 = 1$, logo

$$K_1 = f(x_0, y_0) = y_0 \cdot x_0^2 - y_0 \\ = 1 \cdot 0^2 - 1 = -1$$

$$K_2 = f(x_0 + h, y_0 + hK_1) \\ = f(0 + 0,5; 1 + 0,5(-1)) \\ = f(0,5; 0,5) \\ = 0,5 \cdot 0,5^2 - 0,5 \\ = -0,375$$

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2}(K_1 + K_2) \\ = 1 + \frac{0,5}{2}(-1 - 0,375) \\ = 0,65625$$

CALCULO DE y_2

Para $y=1$, temos que $x_1 = 0,5$ e $y_1 = 0,65625$

$$K_1 = f(x_1, y_1) = y_1 \cdot x_1^2 - y_1 \\ = 0,65625 \cdot 0,5^2 - 0,65625 \\ = -0,4921875$$

$$K_2 = f(x_1 + h, y_1 + hK_1) \\ = f(1; 0,15625) \\ = 0,15625 \cdot 1^2 - 0,15625 \\ = 0$$

$$y_2 = y_1 + \frac{h}{2}(K_1 + K_2)$$

$$= 0,65625 + \frac{0,5}{2}(-0,49211875 + 0)$$

$$= 0,533203125$$

#CALCULO DE y_3

Para $h=2$, tomamos Q10 $x_2 = 1$ e $y_2 = 0,533203125$

$$\begin{aligned} K_1 &= f(x_2, y_2) = y_2 \cdot x_2^2 - y_2 \\ &= 0,5332 \cdot 1^2 - 0,5332 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_2 &= f(x_2 + h, y_2 + hK_1) \\ &= 0,6665039062 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_3 &= y_2 + \frac{h}{2}(K_1 + K_2) \\ &= 0,699829016 \end{aligned}$$

#CALCULO DE y_4

$$K_1 = f(x_3, y_3) = y_3 \cdot x_3^2 - y_3$$

Para $h=3$, tomamos Q10 $x_3 = 1,5$ e $y_3 = 0,699829016$

$$\begin{aligned} K_1 &= f(x_3, y_3) \\ &= 0,8747863290 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_2 &= f(x_3 + h, y_3 + hK_1) \\ &= 3,4116668701 \end{aligned}$$

$$y_4 = 1,7914424133$$

c)

$$\begin{cases} y' = f(x, y) = yx^2 - y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$h = 0,5$$

Logo o intervalo $[0, 2]$ é discretizado por

$$\begin{array}{c} x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ 0 \quad 0,5 \quad 1 \quad 1,5 \quad 2 \end{array}$$

$$n = 4$$

Cálculo de $y = 1$

$$x_0 = 0 \quad y_0 = 1$$

$$\begin{aligned} K_1 &= f(x_0, y_0) = y_0 x_0^2 - y_0 \\ &= 1 \cdot 0^2 - 1 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_2 &= f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{h}{2} K_1\right) \\ &= -0,703125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_3 &= f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{h}{2} K_2\right) \\ &= -0,7727050781 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_4 &= f(x_0 + h, y_0 + h K_3) \\ &= -0,4002355959 \end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 + \frac{h}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ &= 0,6323420204 \end{aligned}$$

S T Q Q S S D

__/__/__

#CALCULO DE $y=2$

[...]

$$y_2 = 0,5133469130$$

#CALCULO DE $y=3$

[...]

$$y_3 = 0,6869952399$$

#CALCULO DE $y=4$

[...]

$$y_4 = 1,9332130425$$

③ ! EXERCÍCIO IGUAL DO ANTERIOR!