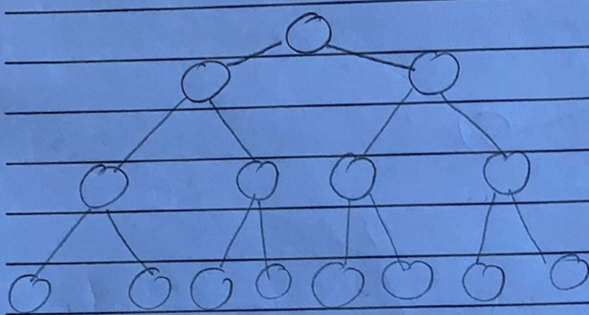
S T Q Q S S D

__/__/__

LISTA 11

EXERCÍCIOS DO LIVRO

$\boxed{6.1-1}$



2^0

2^1

2^2

2^3

$$n_{max} = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^H$$
$$= \sum_{i=0}^{H} 2^i = \frac{2^{H+1} - 1}{2 - 1} = 2^{H+1} - 1$$

elementos máximos

$$n_{min} = 2^{H+1} - (2^H + 1)$$
$$= 2^H \cdot 2 - 2^H + 1$$
$$= 2^H(2-1) + 1$$
$$= 2^H + 1$$

$\boxed{6.1-2}$

CONSIDERANDO QUE UM HEAP DE n ELEMENTOS SEJA UMA ÁRVORE BINÁRIA COMPLETA

TSD

$n = n/2^0$
$n/2 = n/2^1$
$n/4 = n/2^2$
$\vdots$
$1 = n/2^h$

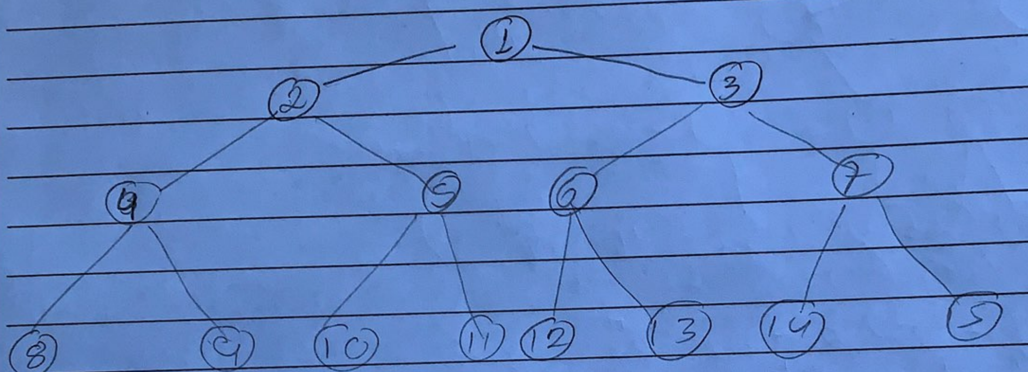
$2^h = n$
$\lg(2^h) = \lg n$
$h \lg(2) = \lg n$
$h = \lg n$

6.4.4

$\boxed{6.1\text{-}5}$

Vamos considerar um arranjo ordenado qualquer:

$A = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]$



Percebe-se que todo elemento raiz é menor ou igual a seus filhos, logo todo arranjo ordenado de forma crescente é um heap mínimo.

Agora, de forma geral, considere o seguinte arranjo:

$A = [l_1, l_2, l_3, l_4, \dots, l_n]$

$\forall\, l_i, l_j \,/\, i < j \longrightarrow l_i < l_j$

Considerando que:

$ESQ(i) = 2i$

$DIR(i) = 2i+1$

$PAI(i) = \lfloor i/2 \rfloor$

Considerando que a proposição inicial seja verdadeira, considerando qualquer nó i_{pai} da árvore, seus filhos terão os seguintes índices:

$i_{esq} = 2 \cdot i_{pai} > i_{pai}$
$i_{dir} = 2 \cdot i_{pai} + 1$

Como todo $i_{esq} > i_{pai}$ e todo $i_{dir} > i_{pai}$, pode-se afirmar que todo arranjo em sequência ordenada crescente é um heap mínimo.

$\boxed{6.1-6}$

$$A = [\underset{1}{23}, \underset{2}{17}, \underset{3}{14}, \underset{4}{6}, \underset{5}{13}, \underset{6}{10}, \underset{7}{1}, \underset{8}{5}, \underset{9}{7}, \underset{10}{12}]$$

Considerando que, para que o arranjo seja heap máximo, $A[i_{pai}] \geq A[i_{filho}]$

Sendo que:

$ESQ(i_{pai}) = 2 \cdot i_{pai}$
$DIR(i_{pai}) = 2 \cdot i_{pai} + 1$, e considerando apenas os elementos do índice 1 ao $\lfloor n/2 \rfloor$:
(5)

p/ $i=1$
$ESQ(1) = 2 \cdot 1 = 2 \Rightarrow 23 > 17$ OK
$DIR(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3 \Rightarrow 23 > 14$ OK

p/ $i=2$

$ESQ(2) = 2 \cdot 2 = 4 \Rightarrow 17 > 6$ OK

$DIR(2) = 2 \cdot 2+1 = 5 \Rightarrow 17 > 13$ OK

p/ $i=3$

$ESQ(3) = 2 \cdot 3 = 6 \Rightarrow 14 > 10$ OK

$DIR(3) = 2 \cdot 3+1 = 7 \Rightarrow 14 > 1$ OK

p/ $i=4$

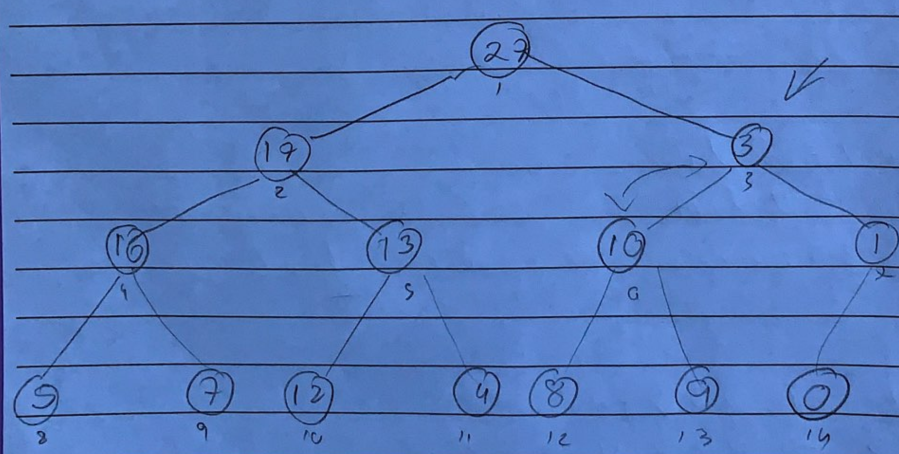
$ESQ(4) = 2 \cdot 4 = 8 \Rightarrow 6 > 5$ OK

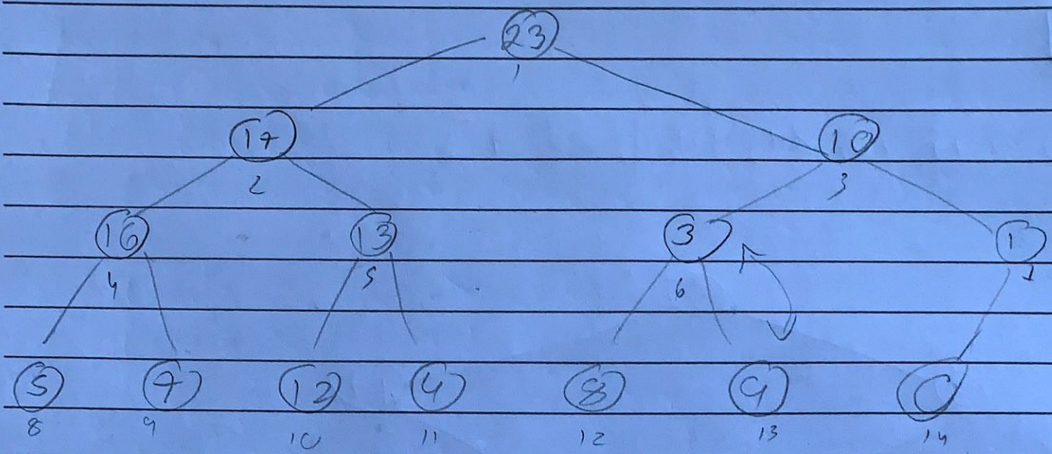
$DIR(4) = 2 \cdot 4+1 = 9 \Rightarrow 6 < 7$ X

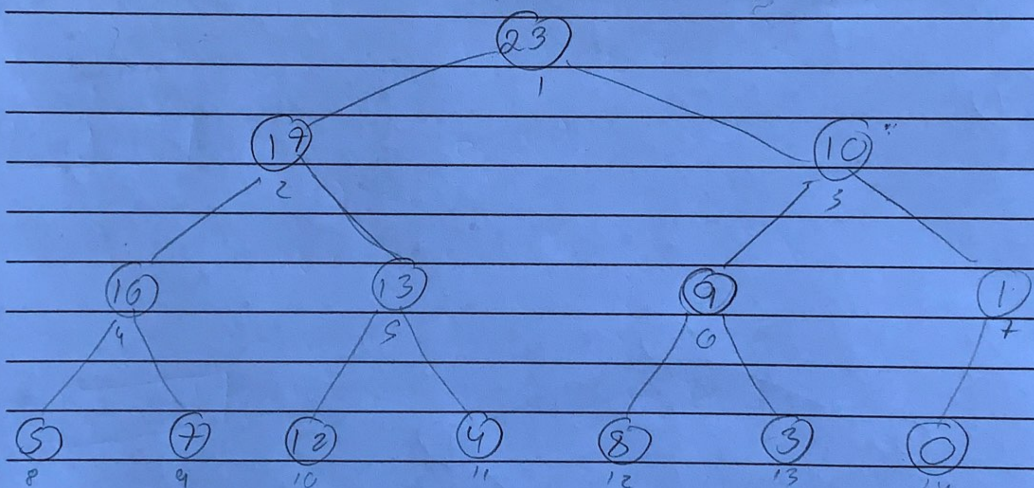
A SEQUENCIA NÃO É UM HEAP MAXIMO POIS $A(P(4)) < A(DIR(4))$

$\boxed{6.2-1}$

$A=[27, 17, 3, 16, 13, 10, 1, 5, 7, 12, 4, 8, 9, 0]$

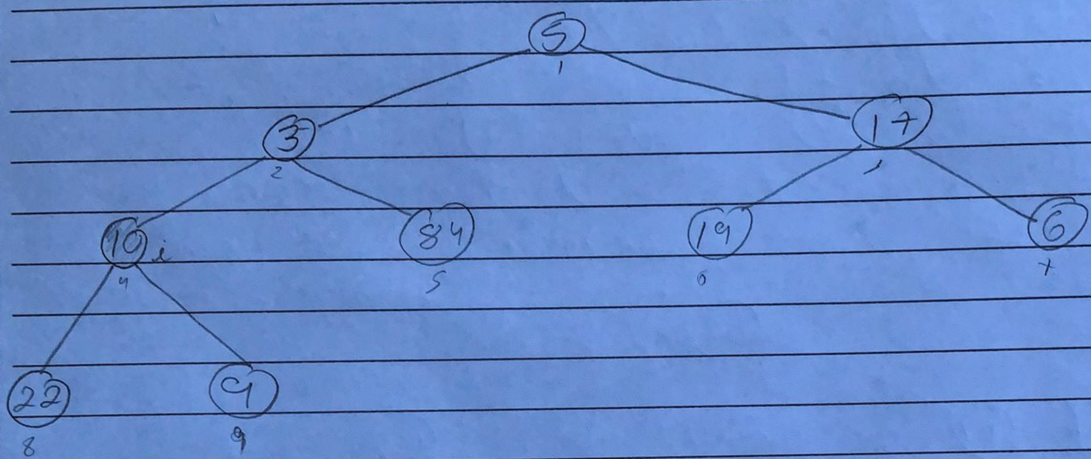



23
1
17
2
10
3
16
4
13
5
3
6
1
7
5
8
7
9
12
10
4
11
8
12
9
13
0
14

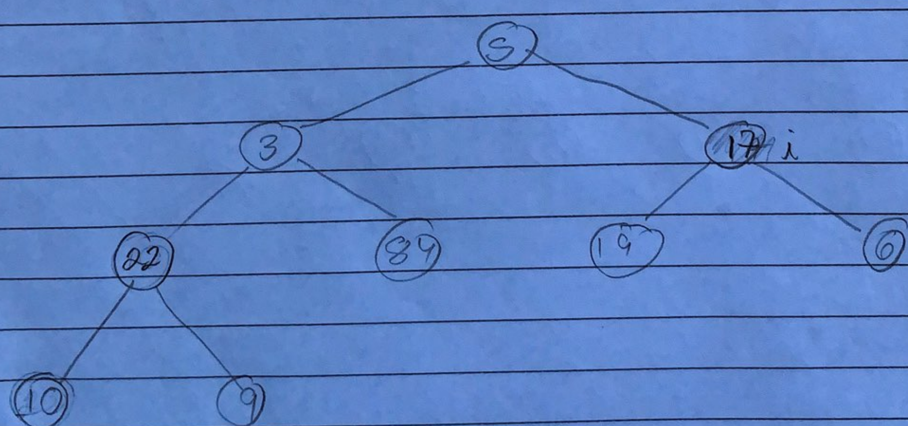

23
1
17
2
10
3
16
4
13
5
9
6
1
7
5
8
7
9
12
10
4
11
8
12
3
13
0
14

6.3-1

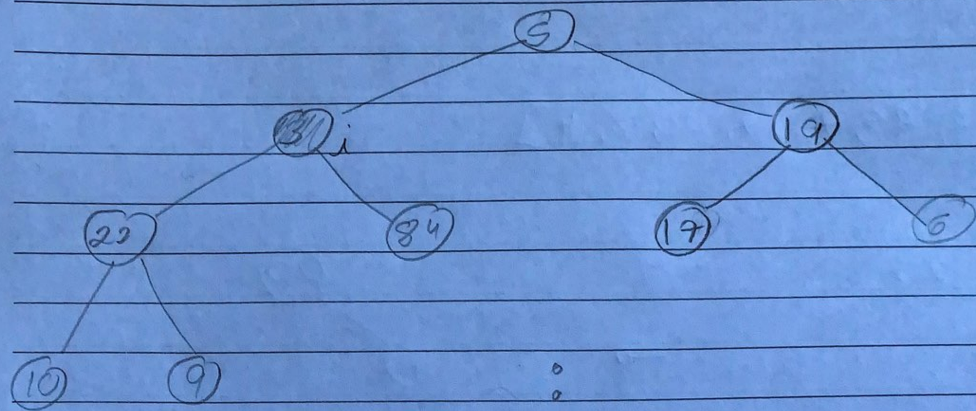
A = [5, 3, 17, 10, 84, 19, 6, 22, 9]

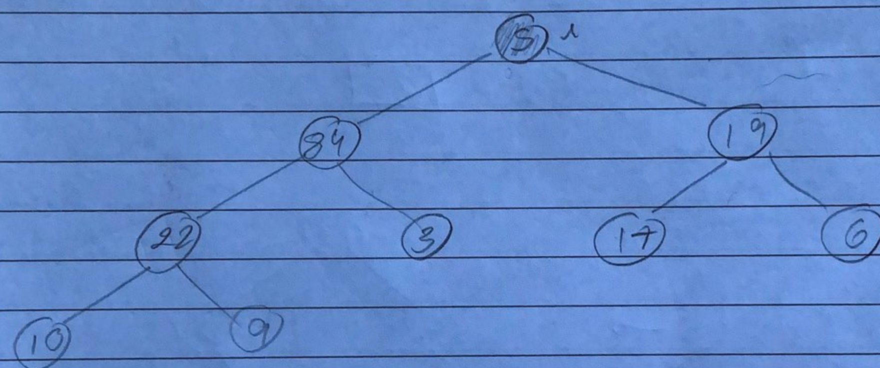


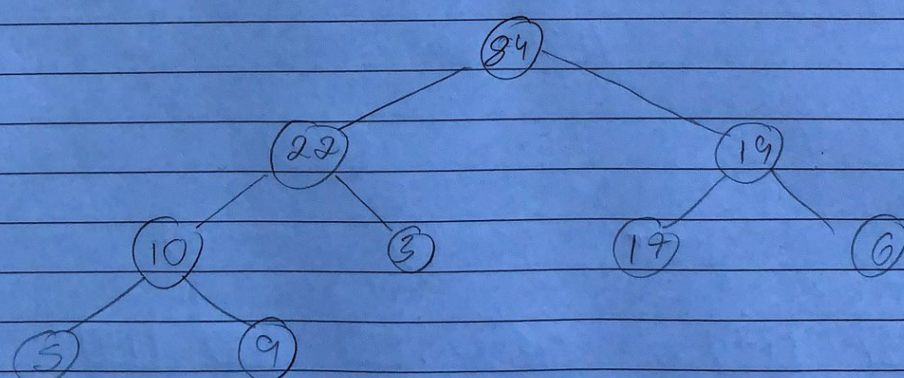
⋮



⋮

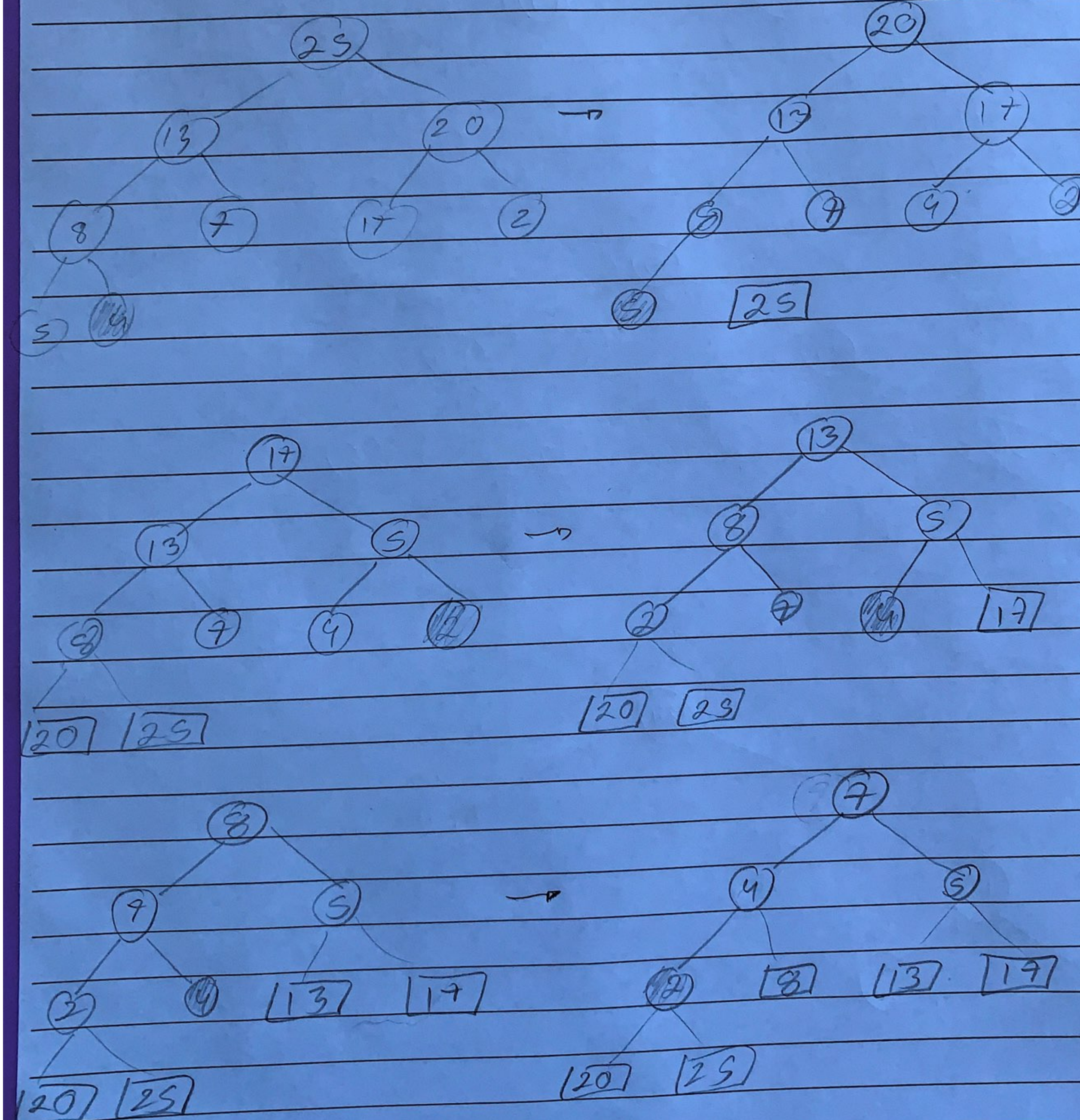

5
3
i
19
22
84
17
6
10
9


5
i
84
19
22
3
17
6
10
9

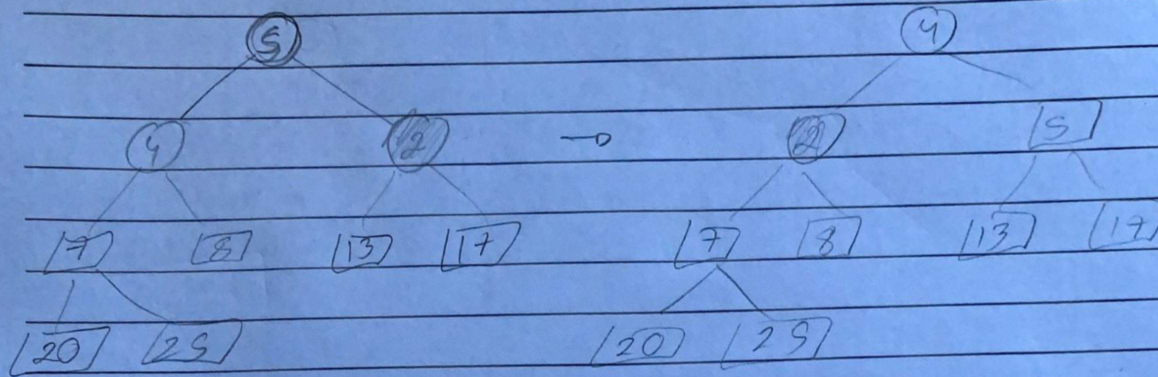

84
22
19
10
3
17
6
5
9

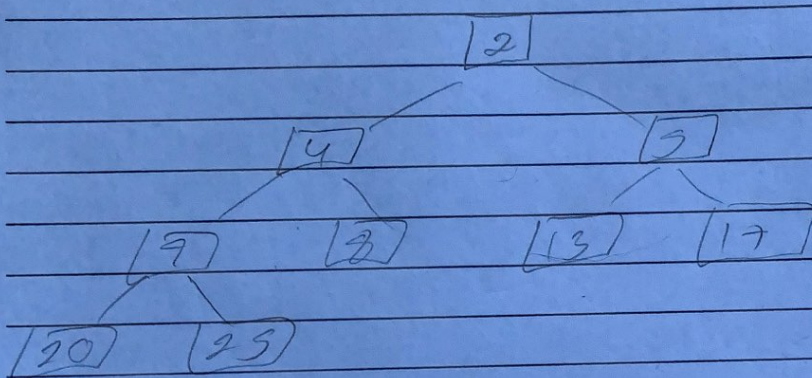
6.4-2

A = [5, 13, 2, 25, 7, 17, 20, 8, 4]



S T Q Q S S D __/__/__





$\boxed{6.4-3}$

O TEMPO DE EXECUÇÃO É $\Theta(n \lg n)$ EM AMBOS OS CASOS