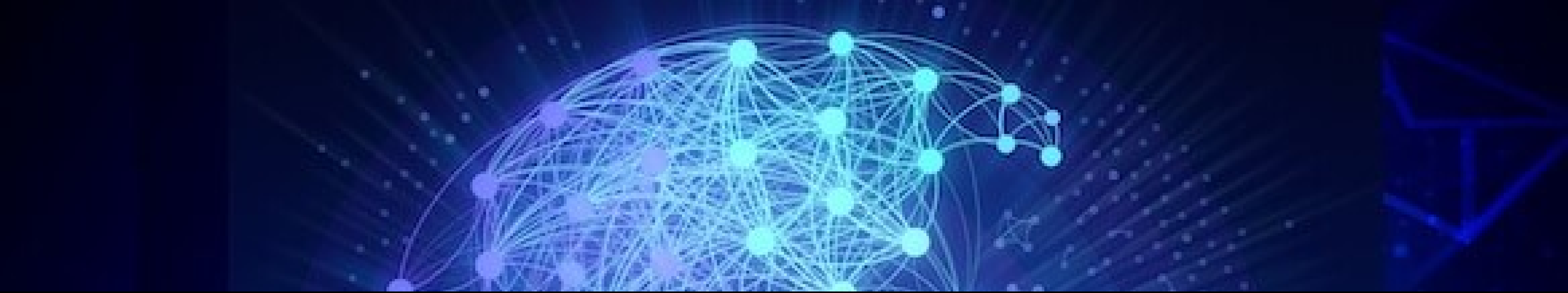


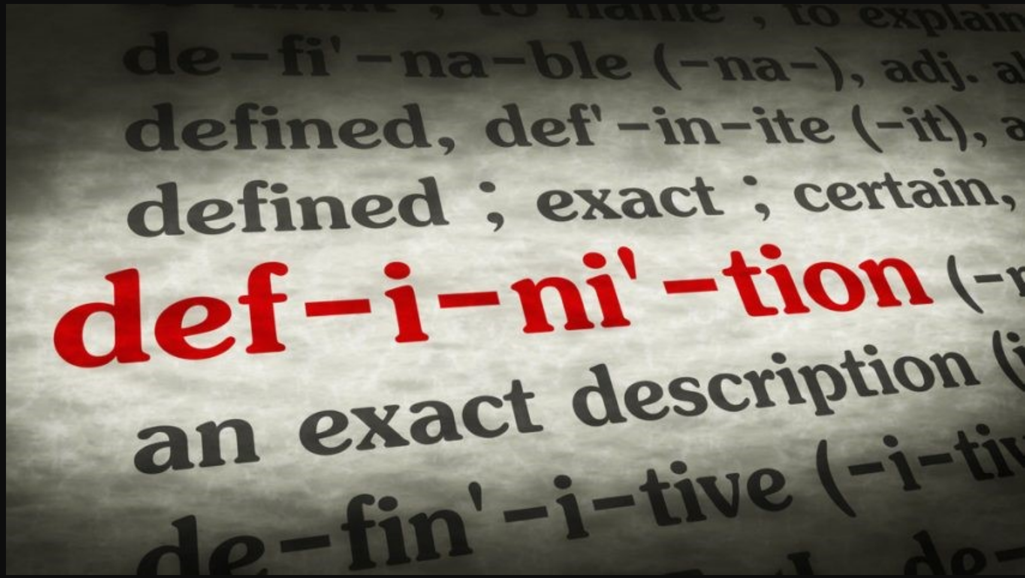
Teoria dos Grafos Conceitos Básicos

André Kawamoto

Grafo

- Matematicamente, um grafo é um par formado por 2 conjuntos:
  - Um conjunto finito de Vértices (V) - *Vertices*
  - Um conjunto de Arestas (E) – *Edges*
    - Cada aresta “e” é um par ordenado
    - $e = (v, w)$, onde v e $w \in$ E

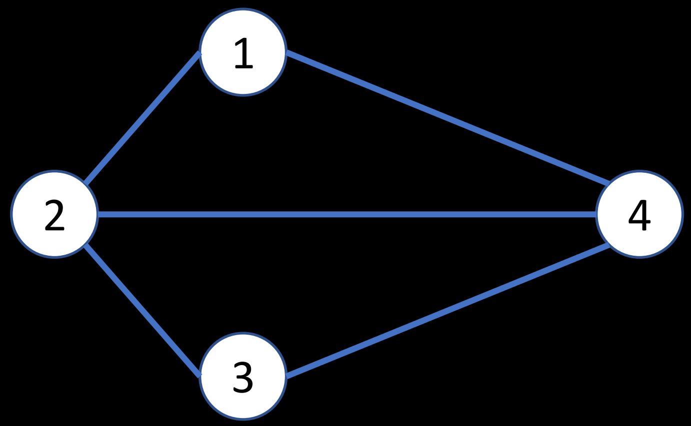
- G = {V,E}



Grafo

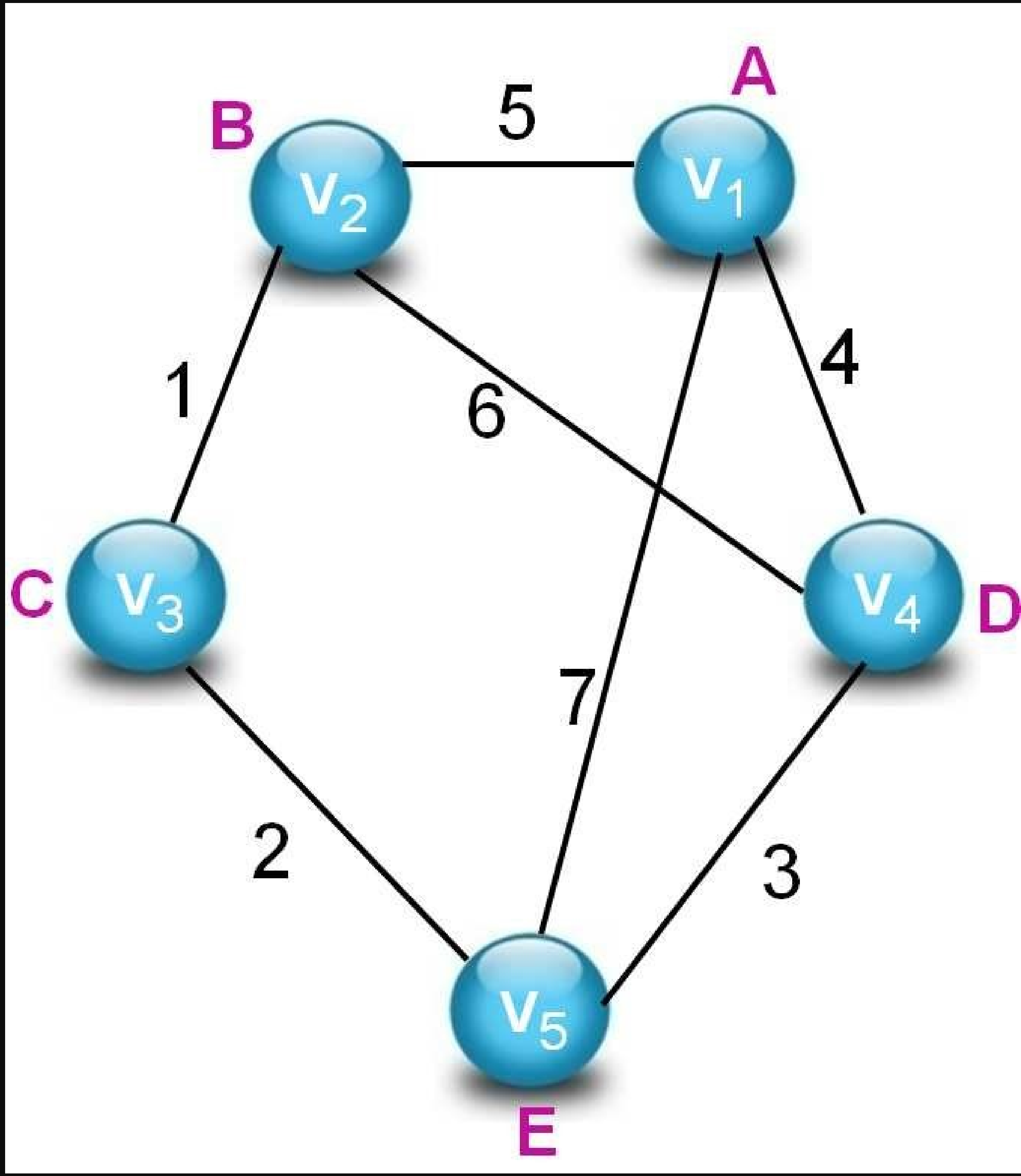
- Exemplo

- G = {V, E}
- V = {1, 2, 3, 4}
- E = {(1,2), (1,4), (2,3), (3,4), (2,4)}



Grafo Rotulado e Grafo Valorado

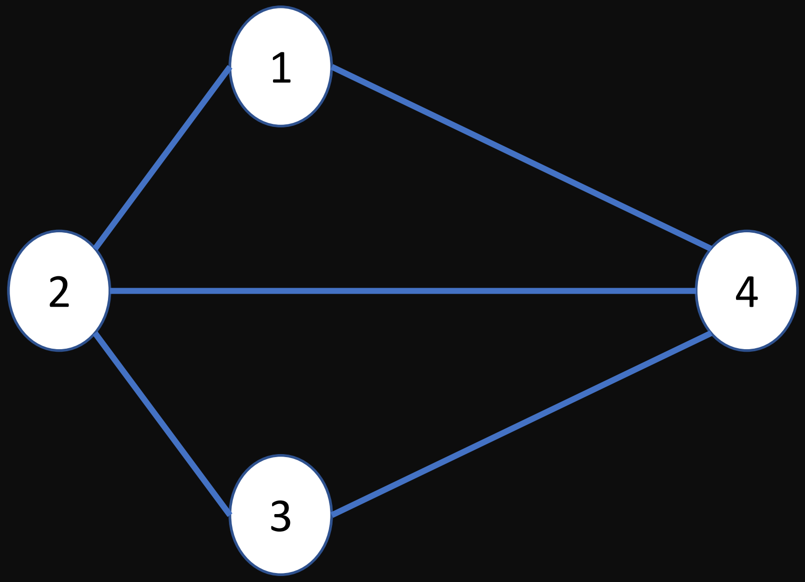
- Por questão de facilidade e para aplicar em diversas situações, é possível atribuir rótulos e/ou valores tanto para arestas quando para vértices



Adjacência entre Vértices

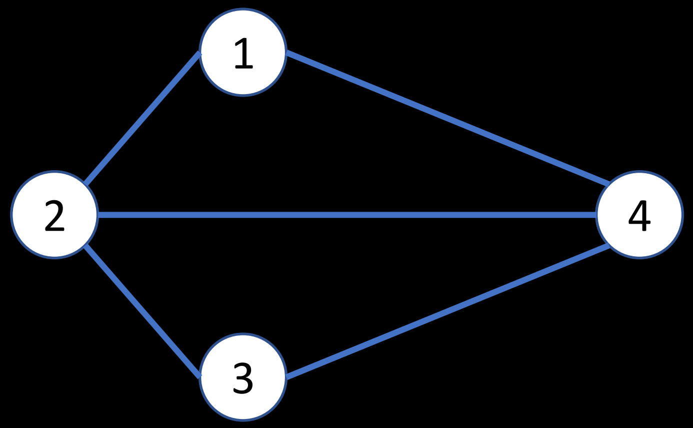
- Se existe uma aresta (v,w) no conjunto E, então os vértices v e w são adjacentes

- No exemplo, são adjacentes os vértices
  - 1 e 2
  - 2 e 3
  - 1 e 4
  - 2 e 4
  - 3 e 4



Adjacência entre Arestas

- Duas arestas são adjacentes se elas compartilham um vértice em comum
- No exemplo, quem são as arestas adjacentes?



Conceitos

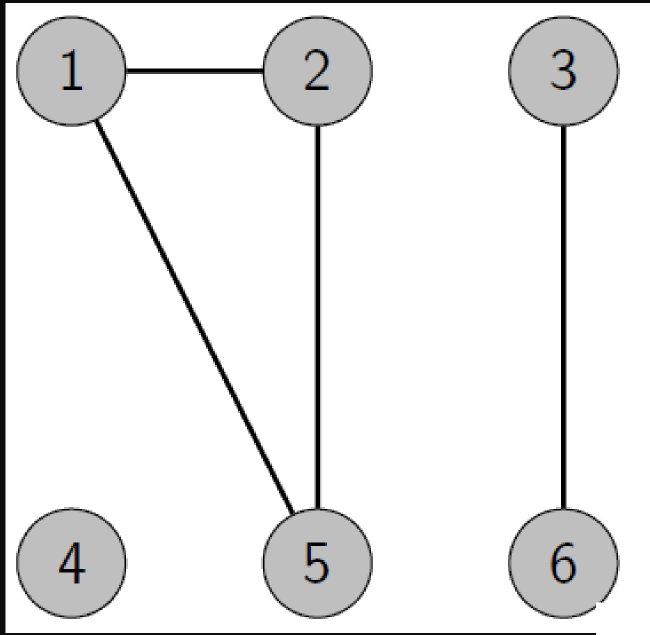
- Um grafo em que E é um conjunto vazio é chamado **vazio**
- Um grafo em que V e E são conjuntos vazios é chamado **nulo**
- Um grafo com apenas 1 vértice é chamado **trivial**

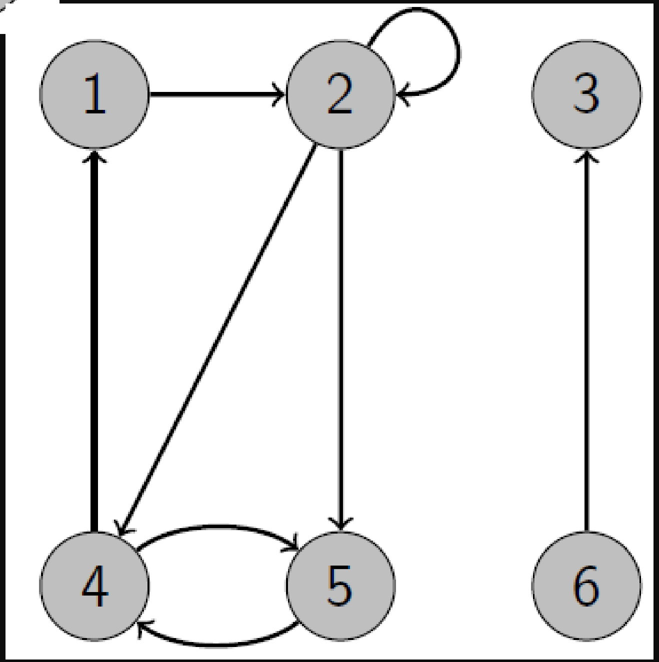
Grafos Dirigidos/Orientados

- Em um grafo dirigido, o conjunto de arestas E representa uma relação binária em V

- Na prática, (u,v) é uma aresta diferente de (v, u)
- Graficamente, denotamos por uma aresta (u, v) como uma seta que parte do vértice u e incide no vértice v

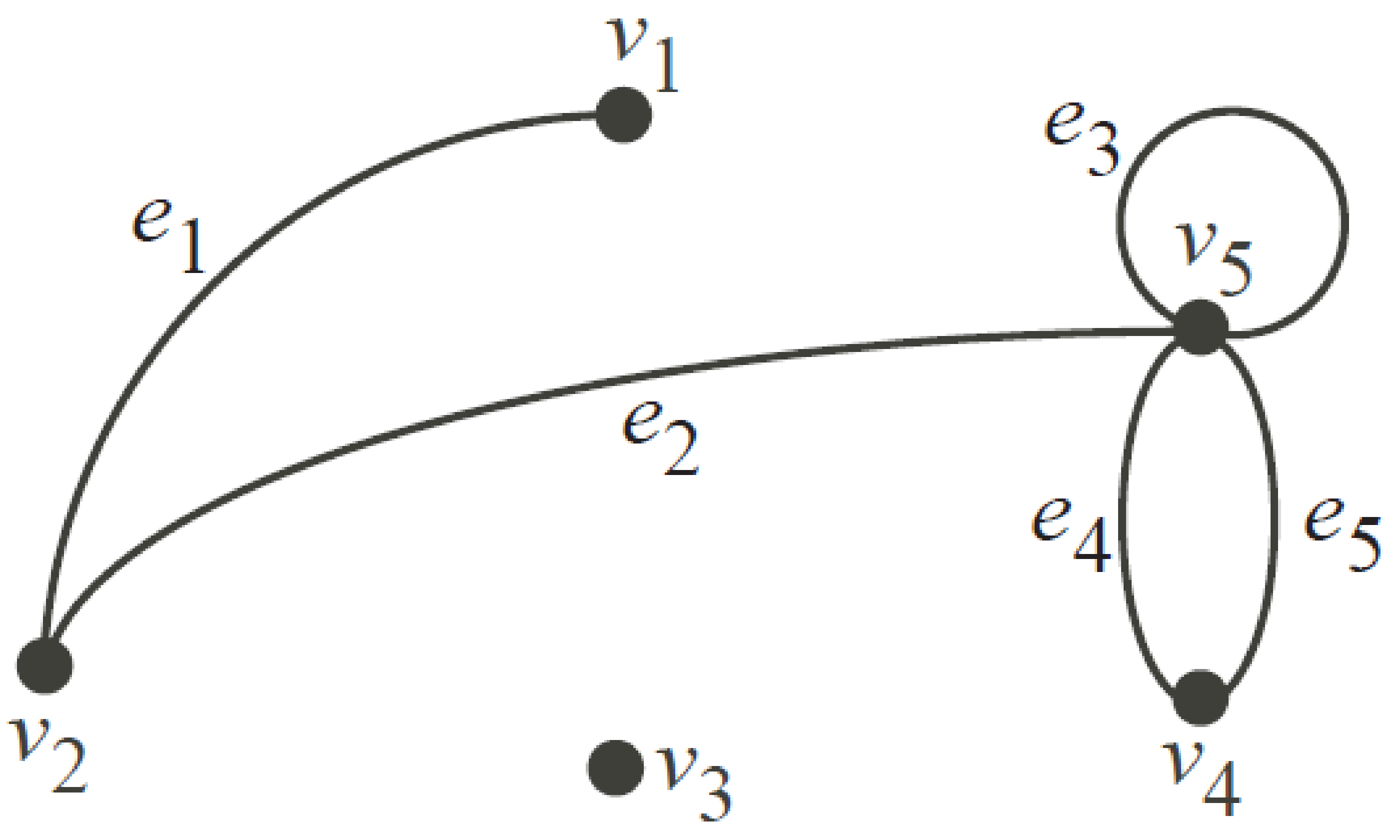
Grafos Dirigidos/ Não Dirigidos





Grau de um Vértice

- O **grau** (*Degree*) de um vértice V – D(V) é o número de arestas nas quais V é um dos terminais em um grafo não orientado

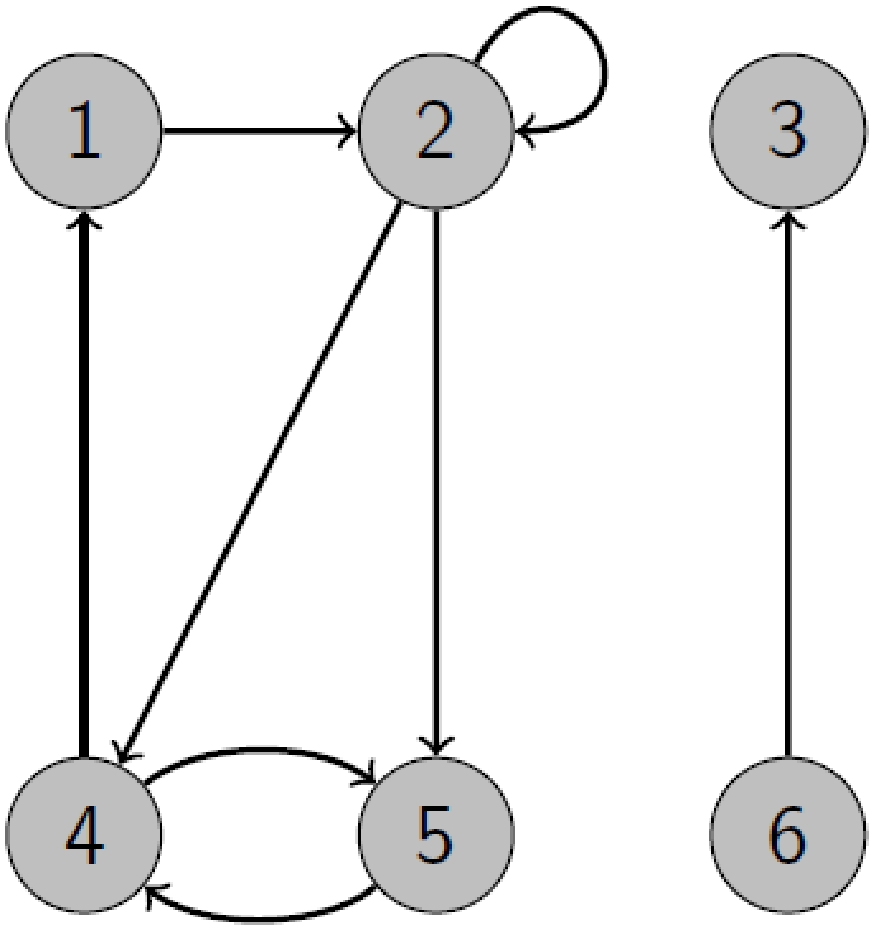


Grau de um Vértice

- Um Nó que possui grau de saída = 0 é chamado de “Sorvedouro”
- Um nó que possui grau de entrada = 0 é chamado de “Fonte”
- Um nó que possui tanto grau de entrada quanto grau de saída iguais a zero é chamado de nó isolado*

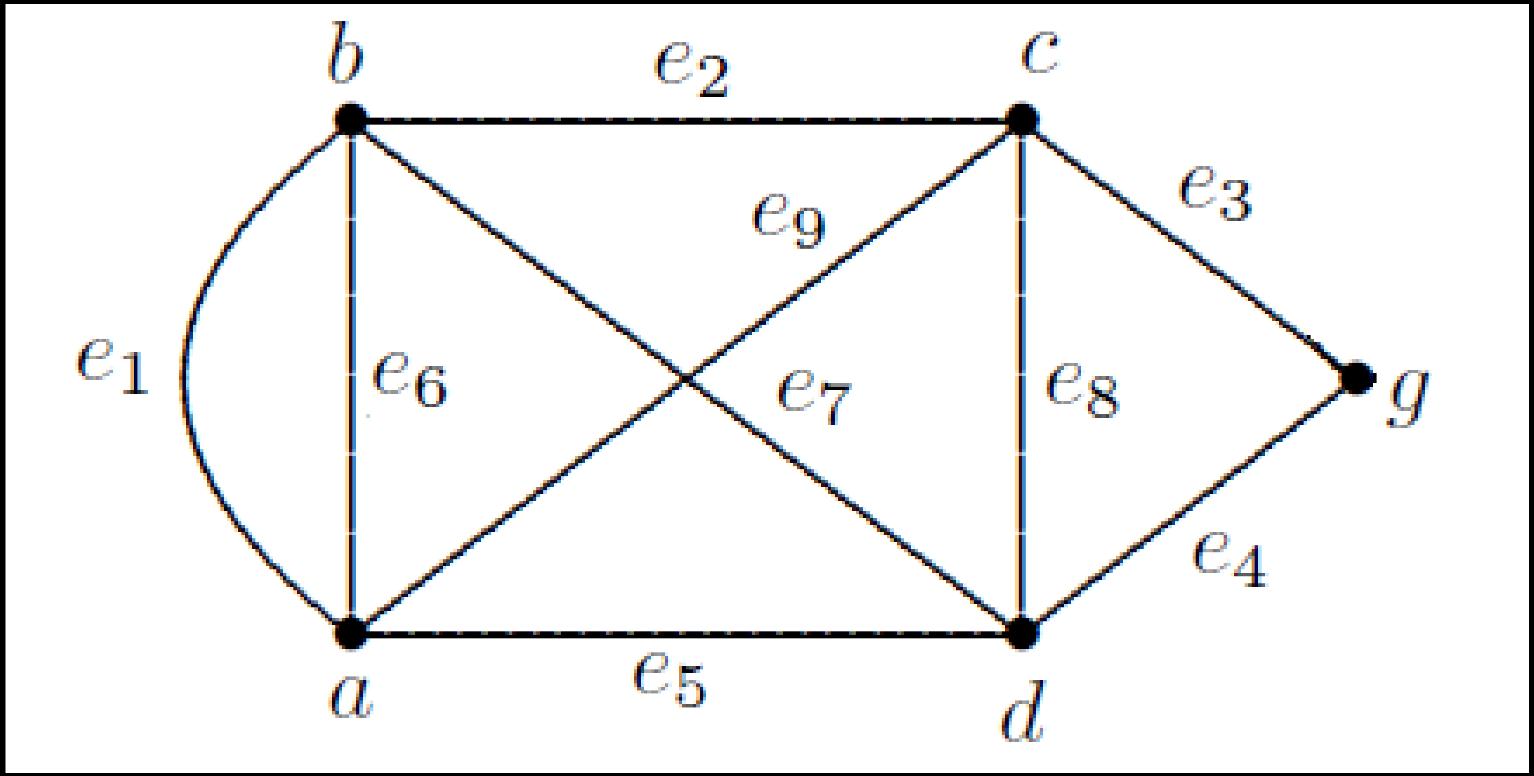
Em um Grafo Dirigido

- Grau de Saída:
  - Número de arestas que saem daquele vértice
- Grau de entrada:
  - Número de arestas que incidem naquele vértice
- Grau de um Vértice:
  - Soma do Grau de Entrada + Grau de Saída



Passeio, Caminho, Circuito

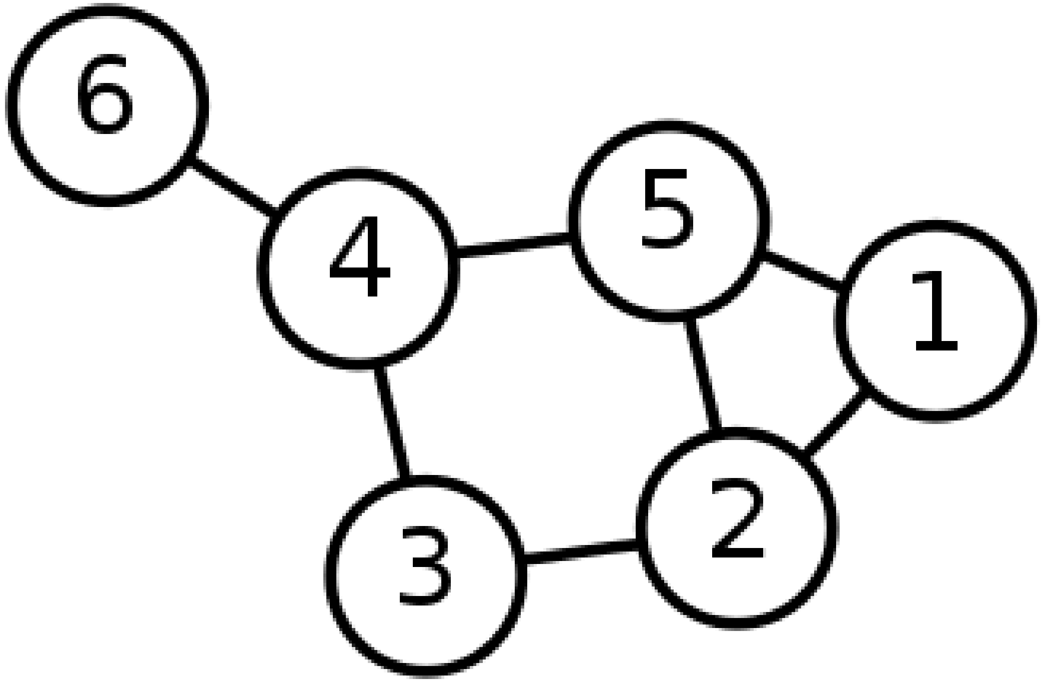
- Um passeio p entre dois vértices A e B é definido como uma **sequência alternada de vértices e arestas**
- P(A,B) = v0, e1, v1, e2, v2, ... , ek, vk
- Tal que
  - A = v0
  - B = vk
- Existe no mínimo 1 aresta
- Para 1<= i <= k, a aresta ei incide sobre vi-1 e vi



Exemplo de Passeio

Caminho

- Um caminho é uma sequência de vértices tal que de cada um dos vértices existe uma aresta para o vértice seguinte.
- Um caminho simples em um grafo é aquele em que todos os seus vértices são distintos.
- O **comprimento do caminho** é o número de arestas que o caminho usa, contando-se arestas múltiplas vezes



No grafo de exemplo,

(1, 2, 5, 1, 2, 3) é um caminho com comprimento 5,

(5, 2, 1) é um caminho simples de comprimento 2.

Caminho Euleriano e Hamiltoniano

- Caminho Euleriano
  - Usa cada aresta exatamente uma vez
- Caminho hamiltoniano
  - Visita cada vértice exatamente uma vez

Ciclo

- Ciclo (ou circuito)
- É um caminho que começa e termina no mesmo vértice
- Ciclo simples: todos os vértices aparecem 1 única vez, exceto o vértice inicial/final

- Ciclo Euleriano
- Ciclo Hamiltoniano

Grafo Conexo/Desconexo e Completo

- Conexo
  - Se existe um caminho conectando qualquer par de vértices do grafo
- Desconexo
  - Se pelo menos 2 vértices não podem ser conectados por um caminho
- Completo
  - Se todos os vértices possuem arestas conectando com todos os outros vértices

Quantas arestas possui um grafo completo de ordem n?

- Ordem de um grafo = quantidade de vértices que ele possui