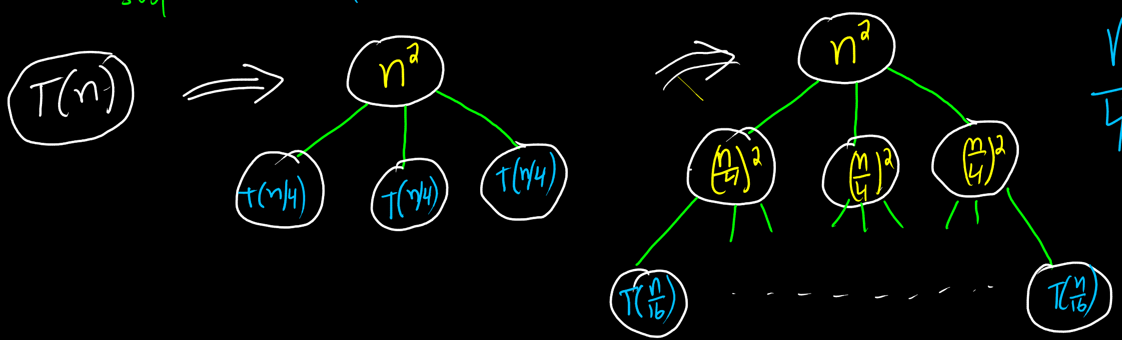
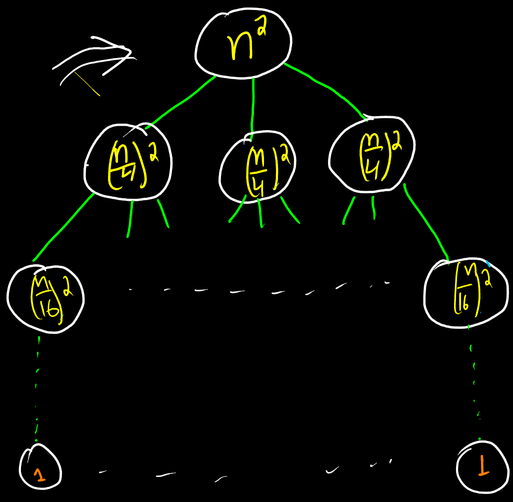
$T(n) = 3T(n/4) + n^2$. Considere que $T(1) = 1$.

$\underbrace{3}_{\text{qtos subproblemas}}$ $\underbrace{n/4}_{\text{Taxa de divisão do problema}}$ $\underbrace{n^2}_{\text{custo do subproblema}}$ $\underbrace{T(1)=1}_{\text{custo do caso base}}$



$\frac{n}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{n}{16}$



nível	TSP	custo
0	$n = \frac{n}{4^0}$	$n^2 = \left(\frac{3}{16}\right)^0 n^2$
1	$\frac{n}{4} = \frac{n}{4^1}$	$3\left(\frac{n}{4}\right)^2 = \frac{3n^2}{16} = \left(\frac{3}{16}\right)^1 n^2$
2	$\frac{n}{16} = \frac{n}{4^2}$	$9\left(\frac{n}{16}\right)^2 = \frac{9}{256} n^2 = \left(\frac{3}{16}\right)^2 \cdot n^2$
⋮	⋮	⋮
k	$1 = \frac{n}{4^k}$	?

$TSP(i) = \frac{n}{4^i}$

$custo(i) = \left(\frac{3}{16}\right)^i \cdot n^2$

$\log(x^y) = y \log x$

$1 = \frac{n}{4^k}$

$4^k = n$

$\log_4(4^k) = \log_4(n)$

$k \log_4(4) = \log_4(n)$

$\boxed{k = \log_4(n)}$

O TSP em um nível i é $\frac{n}{4^i}$.
Chegamos no caso base no nível k (último nível) quando $1 = \frac{n}{4^k} \iff 4^k = n \iff k = \log_4(n)$. Como esta é uma árvore ternária completa há 3^i nós em um nível i. Portanto, no último nível (k), há $3^k = 3^{\log_4 n} = n^{\log_4 3}$ nós. Como o custo do caso base é 1, então o custo do último nível $1 \cdot n^{\log_4 3} = \Theta(n^{\log_4 3})$.
Portanto, o custo total da árvore é a soma do custo dos níveis intermediários mais o custo do último nível.

$x^{\log y} = y^{\log x}$

$\overbrace{\log_4 3}^{x} \iff 4^x = 3$

$0 < \log_4 3 < 1$

$$T(n) = \underbrace{\sum_{i=0}^{\log_4 n - 1} \left(\frac{3}{16}\right)^i n^2}_{\text{custo dos níveis } 0..k-1} + \underbrace{\Theta(n^{\log_4 3})}_{\text{custo do nível } k}$$

$$= n^2 \sum_{i=0}^{\log_4 n - 1} \left(\frac{3}{16}\right)^i + \Theta(n^{\log_4 3})$$

$$\leq n^2 \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{3}{16}\right)^i + \Theta(n^{\log_4 3})$$

$$\leq \frac{16}{13} n^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) = \Theta(n^2).$$

$$\sum_{i=0}^{k} x^i = \frac{x^{k+1} - 1}{x - 1}$$

Se $|x| < 1$,

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x}.$$

$1 - \frac{3}{16} = \frac{16-3}{16} = \frac{13}{16}$

$\frac{1}{1 - \left(\frac{3}{16}\right)} = \frac{1}{\frac{13}{16}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{16}{13} = \frac{16}{13}$

$T(n) = \underbrace{T(n/3)}_{\text{TSP "+curto"}} + \underbrace{T\left(\frac{2n}{3}\right)}_{\text{TSP "+longo"}} + n$. Considere $T(1) = 1$.