

Aula 001 – Apresentação da Disciplina

Visão Geral e Introdução aos Conceitos Básicos

Prof. Rogério Aparecido Gonçalves¹
rogerioag@utfpr.edu.br

¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Departamento de Computação (DACOM)
Campo Mourão - Paraná - Brasil

Bacharelado em Ciência da Computação
Ciência da Computação
BCC34B - Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade



Agenda i

1. Disciplina
2. Ensino
3. Visão Geral
4. Exercícios
5. Linguagem
6. Próximas Aulas

Disciplina

Objetivo

Oferecer ao aluno noções formais de algoritmo, computabilidade e do problema de decisão, de modo a deixá-lo consciente das limitações da Ciência da Computação e capacitá-lo a identificar tais limitações em problemas típicos de Computação.

Ementa

Linguagens regulares, livres e sensíveis a contexto. Autômatos. Máquina de Turing. Computabilidade. Problema da parada. Classes de Problemas P, NP, NP-Completo e NP-Difícil. Noções de Lambda calculus e funções recursivas.

Linguagens Formais, Autômatos e Computabilidade

- É uma disciplina básica para a Computação.
- Outros nomes: Teoria da Computação, Linguagens Formais e Autômatos...
- Cursos relacionados à computação necessitam de disciplinas dessa natureza para sua fundamentação conceitual/teórica.
- **Na Computação:** Ingresso na pós-graduação: POSCOMP
- **Para vocês:** Entendimento de Sistemas de Computação.
- **Dependência de Entrada:** Lógica Matemática (Teoria dos Conjuntos, Funções, Métodos de Prova...)
- **Dependência de Saída:** Compiladores - Análise Léxica (Autômatos, Expressões Regulares) e Análise Sintática (Gramática Livre de Contexto).

Relação disciplina e curso

Algoritmos	11 7 52 7 P 126	Algoritmos e Estruturas de Dados 1	21 6 42 6 11 P 108	Algoritmos e Estruturas de Dados 2	31 6 42 6 21 P 108	Análise de Algoritmos	41 4 31 4 P 72	Linguagens de Programação	51 4 22 4 P 72	Metodologia de Pesquisa	61 2 20 2 B 36	TCO 1	71 38 20 2 62 IC 72	TCO 2	81 72 90 0 71 IC 72
Lógica Matemática	12 4 40 4 P 72	Elementos de Lógica Digital	22 4 22 4 P 72	Arquitetura e Organização de Computadores	32 4 22 4 P 72	Linguagens Formais, Automatos e Computabilidade	42 4 31 4 P 72	Teoria dos Grafos	52 4 31 4 P 72	Compiladores	62 4 2 4 PE 72	Tópicos Avançados em Ciência da Computação 1	72 4 22 4 PE 72	Engenharia de Software	82 2 11 2 B 36
Introdução à Ciência da Computação	13 3 30 3 P 54	Física 3	23 5 32 5 14 B 90	Sistemas Operacionais	33 4 22 4 P 72	Sistemas Microcontrolados	43 4 22 4 PE 72	Projeto Integrador	53 4 22 4 PE 72	Sistemas Distribuídos	63 4 22 4 PE 72	Tópicos Avançados em Ciência da Computação 2	73 4 22 4 PE 72		
Cálculo Diferencial e Integral 1	14 6 60 6 B 108	Probabilidade e Estatística	24 4 40 4 B 72	Cálculo Numérico	34 4 22 4 B 72	Redes de Computadores 1	44 4 22 4 PE 72	Engenharia de Software 1	54 4 22 4 PE 72	Segurança e Auditoria de Sistemas	64 4 22 4 PE 72				
Geometria Analítica e Álgebra Linear	15 6 60 6 B 108	Fundamentos da Administração	25 4 40 4 B 72	Análise e Projeto Orientado a Objetos	35 4 22 4 PE 72	Programação de Aplicativos	45 4 22 4 36 PE 72	Redes de Computadores 2	55 4 22 4 PE 72	Engenharia de Software 2	65 4 22 4 PE 72				
Comunicação Oral e Escrita	16 2 20 2 B 36	Ética Profissional e Cidadania	26 2 20 2 B 36	Banco de Dados 1	36 4 22 4 PE 72	Banco de Dados 2	46 4 22 4 36 PE 72	Computação Gráfica	56 4 22 4 PE 72	Processamento de Imagens	66 4 22 4 PE 72				
Ciências Humanas, Sociais e Cidadania						Interação Homem-Computador	47 4 22 4 PE 52	Inteligência Artificial	57 4 22 4 PE 72	Opcionais					
Estilo Curricular Obrigatório															IC 400

Figura 1: Matriz Curricular

Ensino

Plano de Ensino i



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Campo Mourão



Informações da disciplina

Código Ofertado	Disciplina/Unidade Curricular	Modo de Avaliação	Modalidade da disciplina	Oferta
BCC34B	Linguagens Formais, Autômatos E Computabilidade	Nota/Conceito E Frequência	Presencial	Semestral

Carga Horária					
AT	AP	APS	ANP	APCC	Total
3	1	4	0	0	60
<ul style="list-style-type: none"> AT: Atividades Teóricas (aulas semanais). AP: Atividades Práticas (aulas semanais). ANP: Atividades não presenciais (horas no período). APS: Atividades Práticas Supervisionadas (aulas no período). APCC: Atividades Práticas como Componente Curricular (aulas no período, esta carga horária está incluída em AP e AT). Total: carga horária total da disciplina em horas. 					

Objetivo		
Oferecer ao aluno noções formais de algoritmo, computabilidade e do problema de decisão, de modo a deixá-lo consciente das limitações da Ciência da Computação e capacitá-lo a identificar tais limitações em problemas típicos de Computação.		
Ementa		
Linguagens regulares, livres e sensíveis a contexto. Autômatos. Máquina de Turing. Computabilidade. Problema da parada. Classes de Problemas P, NP, NP-Completo e NP-Difícil. Noções de Lambda calculus e funções recursivas.		
Conteúdo Programático		
Ordem	Ementa	Conteúdo
1	Linguagens regulares e livres de contexto. Autômatos.	Linguagens regulares. Autômatos finitos determinísticos e não determinísticos. Pumping lemma. Linguagens livres de contexto. Autômatos de pilha determinísticos e não determinísticos. Expressões regulares. Gramáticas regulares e livres de contexto. Forma Normal de Backus.
2	Linguagens sensíveis a contexto. Máquina de Turing.	Linguagens sensíveis a contexto. Máquina de Turing. Variações de máquinas de Turing.
3	Computabilidade. Problema da parada. Noções de Lambda calculus e funções recursivas.	Computabilidade. Problema da parada. Tese de Church-Turing. Cálculo lambda e funções recursivas. Máquina de Turing Universal. Redução.
4	Classes de Problemas P, NP, NP-Completo e NP-Difícil.	Definição de classes de problemas computacionais. Implicações de $P = NP$.

Bibliografia Básica

- HENEZES, Paulo Blauth. **Linguagens formais e autômatos**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011. 256 p. (Livros didáticos (Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Informática) ; 3). ISBN 9788577907639.
- SIPSEK, Michael. **Introdução à teoria da computação**. São Paulo, SP: Thomson Learning, c2006. xvi, 459 p. ISBN 9788522104994.
- HOPCROFT, John E.; ULLMAN, Jeffrey D.; MOTWANI, Rajeev. **Introdução à teoria de autômatos, linguagens e computação**. Rio de Janeiro, RJ: Campus, c2003. 560 p. ISBN 8533210725.

Bibliografia Complementar

- HOPCROFT, John E.; ULLMAN, Jeffrey D.; MOTWANI, Rajeev. **Introduction to automata theory, languages, and computation**. 3. ed. Boston, MA: Addison Wesley, 2007. 539 p. ISBN 0321455363.
- ROOGER, Susan H.; FINLEY, Thomas W. **JFLAP: An Interactive Formal Languages and Automata Package**. 1ª ed., Sudbury, MA, EUA: Jones and Bartlett, 2006. 192p. ISBN 9780763738341.
- VIEIRA, Newton José. **Introdução aos fundamentos da computação: linguagens e máquinas**. São Paulo, SP: Cengage Learning, 2014. 488, 319 p. ISBN 8522195081.
- MARTIN, John C. **Introduction to languages and the theory of computation**. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2011. 436 p. ISBN 9780071934603.
- SERAGAS, Aurélio Marinho. **Expressões regulares: uma abordagem divertida**. - 4. ed. rev. e ampl. São Paulo: Novatec, 2012. 223 p. ISBN 9788575222126.

#	Resumo da Alteração	Edição	Data	Aprovação	Data
1	Atualização de Plano de Ensino para aprovação.	Andre Luis Schwerz	24/08/2017	Andre Luis Schwerz	24/08/2017

01/03/2022

17:13

Planejamento das Aulas i



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Campo Mourão

UTPR

1º semestre de 2022

Planejamento de Aula
LINGUAGENS FORMAIS, AUTÔMATOS E COMPUTABILIDADE
BCC34B-1C4A
Professor(a): Rogério Aparecido Gonçalves

Exportar CSV (Excel)						
#	Data prevista	Tipo	Aulas/peso	Qtd Aulas Sincronas	Conteúdo previsto	
1	03/03/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Apresentação da disciplina, do plano de ensino e do planejamento das aulas. Introdução e visão geral da disciplina. Conceitos básicos de linguagem.
2	07/03/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Linguagens Regulares.
3	10/03/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Autômatos Finitos Determinísticos.
4	14/03/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Autômatos Finitos Determinísticos.
5	17/03/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Autômatos Finitos Não Determinísticos.
6	21/03/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Autômatos Finitos Não Determinísticos.
7	24/03/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Minimização de AFDs.
8	28/03/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Expressões Regulares.
9	31/03/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Lema do Bombeamento para Linguagens Regulares.
10	04/04/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Autômatos Finitos com saída (Máquinas de Mealy e Máquina de Moore).
11	07/04/2022	Quinta	Aula normal	2	2	1ª Avaliação (P1)
12	11/04/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Entrega e Apresentação do 1º Trabalho.
13	14/04/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Gramáticas Livres de Contexto.
14	18/04/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Gramáticas Livres de Contexto.
15	21/04/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Tiradentes
16	25/04/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Formas Normais.
17	28/04/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Formas Normais.
18	02/05/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Autômato com Pilha.
19	05/05/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Autômato com Pilha.
20	09/05/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Lema de Bombeamento para Linguagens Livre de Contexto.
21	12/05/2022	Quinta	Aula normal	2	2	2ª Avaliação.
22	16/05/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Entrega e Apresentação do 2º Trabalho.

Exportar CSV (Excel)						
#	Data prevista	Tipo	Aulas/peso	Qtd Aulas Sincronas	Conteúdo previsto	
22	19/05/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Máquinas de Turing.
23	23/05/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Máquinas de Turing.
24	26/05/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Máquina de Turing Universal.
25	30/05/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Complexidade. P. NP. NP-Completo. Problemas NP-Completo.
26	02/06/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Complexidade. P. NP. NP-Completo. Problemas NP-Completo.
27	06/06/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Complexidade. P. NP. NP-Completo. Problemas NP-Completo.
28	09/06/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Complexidade. P. NP. NP-Completo. Problemas NP-Completo.
29	13/06/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Complexidade. P. NP. NP-Completo. Problemas NP-Completo.
30	16/06/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Corpus Christi
31	20/06/2022	Segunda	Aula normal	2	2	3ª Avaliação.
32	23/06/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Entrega e Apresentação do 3º Trabalho.
33	27/06/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Atividades de Recuperação.
34	30/06/2022	Quinta	Aula normal	2	2	Atividades de Recuperação.
35	04/07/2022	Segunda	Avaliação	1,00		NF
36	04/07/2022	Segunda	Aula normal	2	2	Fechamento e Finalização das Atividades.

Procedimentos de ensino	
Atividade	Descrição
Atividades de Complementação de Carga Horária - CCH	As atividades de complementação de carga horária serão contempladas com exercícios e o desenvolvimento de atividades.
Procedimentos de Ensino - Aulas Teóricas - AT	As aulas combinarão métodos expositivos e ativos. A parte expositiva será realizada com auxílio de material audiovisual, exemplos e demonstrações. Os exemplos e leituras devem fomentar a discussão sobre o tema entre os estudantes e criar oportunidades de aprendizagem, com a apresentação de problemas. Quando possível, tal material será semanalmente disponibilizado antes da aula. Material necessário: Sala de aula teórica, projetor multimídia, quadro, pincéis, computador, JFlap, visualizador de documentos PDF, pacote de escritório LibreOffice, acesso à Internet, navegador Web, Moodle.
Procedimentos de Ensino - Aulas Práticas - AP	As aulas práticas serão realizadas, quando possível, em laboratório. As aulas serão utilizadas para conduzir estudos que contemplem os conceitos estudados nas aulas teóricas, implementação de soluções computacionais com autômatos e máquinas de Turing com o auxílio de ferramentas computacionais.
Procedimentos de Avaliação	Material necessário: Laboratório semanal de computação, projetor multimídia, quadro, pincéis, computador, JFlap, visualizador de documentos PDF, pacote de escritório LibreOffice, acesso à Internet, navegador Web, compilador Java, interpretador Python, Moodle.
	O procedimento de avaliação consistirá de três provas (P1, P2, P3), três trabalhos (T1, T2, T3) e uma nota de Aproveitamento e Cumprimento de Atividades (AT), que será calculada com base na entrega do conjunto de atividades, como exercícios e resumos, por exemplo.

Planejamento das Aulas ii

As provas serão individuais, os trabalhos serão individuais ou em dupla e as atividades serão individuais.
Cada prova e trabalho valerá 10,0.
O conjunto de Atividades desenvolvido no período valerá 10,0.
Os pesos das avaliações serão da seguinte forma: cada prova possuirá peso 3 e cada trabalho e o conjunto de atividades terão peso 1.

Desta forma, a nota final - NF - será calculada com a seguinte fórmula:

$$NF = (3 \times P1 + 3 \times P2 + 3 \times P3 + T1 + T2 + T3 + AT)/13$$

Ao estudante que não alcançar a média, será oferecida prova de recuperação (PR), abrangendo todo o conteúdo trabalhado na disciplina. Em caso de recuperação, a nota final de Avaliação após recuperação (NFR) será a média entre a nota final original (com peso 1) e a nota da prova de recuperação (com peso 2), ou seja:

$$NFR = (NF + 2 \times PR)/3$$

As notas de todas as avaliações serão divulgadas no Moodle da disciplina ou em planilha compartilhada com os estudantes, cujo endereço para acesso também será disponibilizado no Moodle.

Link para Aulas Sincronas

[Aula presencial no ambiente alocado conforme confirmação de matrícula](#)

Totais	
Aulas	68
Aulas síncronas	68
CCd	40
CHT da disciplina	60h

Histórico de alterações	
Data	Observação
13/02/2022 01:46	Planejamento de Aula (da turma) cadastrado
24/08/2017 07:50	Plano de Ensino (da disciplina) aprovado

28/02/2022

17:16

- Departamento: DACOM
- Coordenação: COCIC
- Sala: E006/12
- Horários de atendimento
- E-mail institucional: rogerioag@utfpr.edu.br
- Moodle: Informações, materiais e avaliações moodle.utfpr.edu.br
- Página da disciplina no Moodle.
- Código de Inscrição: BCC34B-IC4A
- Grupo de Whatsapp ou Telegram.
- E-mails dos Sistema Acadêmico? Redes Sociais?

- O procedimento de avaliação consistirá de três provas (P1, P2, P3), três trabalhos (T1, T2, T3) e uma nota de Aproveitamento e Cumprimento de Atividades (AT), que será calculada com base na entrega do conjunto de atividades, como exercícios e resumos, por exemplo.
- As provas serão individuais, os trabalhos serão individuais ou em dupla e as atividades serão individuais.
- Cada prova e trabalho valerá 10,0.
- O conjunto de Atividades desenvolvido no período valerá 10,0.
- Os pesos das avaliações serão da seguinte forma: cada prova possuirá peso 3 e cada trabalho e o conjunto de atividades terão peso 1.

Critério ii

Desta forma, a nota final - NF - será calculada com a seguinte fórmula:

$$NF = (3 \times P1 + 3 \times P2 + 3 \times P3 + T1 + T2 + T3 + AT)/13$$

Ao estudante que não alcançar a média, será oferecida prova de recuperação (PR), abrangendo todo o conteúdo trabalhado na disciplina. Em caso de recuperação, a nota final de Avaliação após recuperação (NFR) será a média entre a nota final original (com peso 1) e a nota da prova de recuperação (com peso 2), ou seja:

$$NFR = (NF + 2 \times PR)/3$$

As notas de todas as avaliações serão divulgadas no Moodle da disciplina ou em planilha compartilhada com os estudantes, cujo endereço para acesso também será disponibilizado no Moodle.

Visão Geral

- Existem basicamente/tradicionalmente três áreas centrais da Teoria da Computação: *Autômatos*, *Computabilidade* e *Complexidade*. Áreas que estão interligadas pela questão:

Quais são as capacidades e limitações fundamentais dos computadores?

- LFAC é uma disciplina que utiliza alguns conteúdos de outras disciplinas e gera conteúdos para outras.
- Autômatos, Expressões Regulares e Gramática Livre de Contexto são necessárias para a Análise Léxica e Análise Sintática de Compiladores.

- Modelos Matemáticos de Computação:
 - Definição.
 - Propriedades.
- Linguagens Formais / Autômatos
 - Modelo Matemático de Computação para a especificação e reconhecimento de linguagens.
- Linguagem
 - Conjunto de soluções para um problema computacional.

Máquina Automática de Venda de Produtos i

Qual a linguagem para a venda de um produto nessa máquina?



Alfabeto

Um **alfabeto** é um conjunto finito não vazio de símbolos ou caracteres. O alfabeto sobre o qual as cadeias são definidas pode variar com a aplicação.

Portanto:

- um conjunto infinito não é um alfabeto;
- o conjunto vazio é um alfabeto.
- Os membros do alfabeto são os símbolos do alfabeto.
- Geralmente, usamos letras gregas maiúsculas Σ e Γ para designar alfabetos e a escrita **máquina de escrever** para símbolos de um alfabeto.

Exemplos

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$ (Binário)
- $\Sigma_2 = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$ (26 símbolos)
- $\Sigma_3 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (10 símbolos)
- $\Gamma_1 = \{1, 5, 10, 25, 50, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O\}$ (20 símbolos)

Palavra, cadeia ou sentença

Uma **palavra** ou **cadeia** sobre um alfabeto é uma sequência finita de símbolos (do alfabeto) justapostos.

Portanto:

- uma cadeia sem símbolos é uma palavra válida.
- ϵ denota a cadeia vazia ou palavra vazia.

Exemplos

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$ (Binário)
 - 01001 é uma palavra sobre Σ_1 .
- $\Sigma_2 = \{a, b, c, \dots, z\}$
 - abracadabra
 - abacaxi
 - apple
 - wyyzywwzz
 - zyd
- $\Sigma_3 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 - 1
 - 33
 - 00031
 - 00

Exemplos

- $\Gamma_1 = \{1, 5, 10, 25, 50, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O\}$
 - 5 5 10 5 K (Chocolate Hershey's)
 - 1 1 1 1 1 A (Spearmint)

Comprimento

O **comprimento** de uma palavra é a quantidade de símbolos que compõem a palavra.

Se w é uma cadeia sobre um alfabeto, o **comprimento** de w , escrito $|w|$, é o número de símbolos que ela tem.

Se w tem comprimento n , podemos escrever $w = w_1 w_2 \dots w_n$, onde cada $w_i \in \Sigma$.

Exemplos

- $\Sigma_2 = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$
 - $|abacaxi| = 7$
 - $|apple| = 5$
 - $|wyyzywwzz| = 9$
 - $|zyd| = 3$
- $\Sigma_3 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 - $|1| = 1$
 - $|33| = 2$
 - $|00031| = 5$
 - $|00| = 2$

Exemplos

- $\Gamma_1 = \{1, 5, 10, 25, 50, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O\}$
 - $|55105K| = 5$
 - $|11111A| = 6$

Palavras: Palavra “vazia” i

Palavra vazia

A **palavra vazia** é uma palavra de comprimento zero, ou seja, uma palavra que não contém símbolos!

Representação

- ϵ (geralmente utilizaremos esta para palavra vazia.)
- λ (geralmente utilizaremos como representação de um símbolo “coringa”, sem tamanho)

Reverso

O reverso de w , escrito w^R , é a cadeia obtida escrevendo w em ordem inversa, isto é, $w_n w_{n-1} \dots w_1$

Exemplos

- $w = \text{abacate}$
- $w^R = \text{etacaba}$

Concatenação

Uma palavra pode ser concatenada/somada/anexada a outra palavra, formando uma nova palavra.

Se temos a cadeia x de comprimento m e a cadeia y de comprimento n , a **concatenação** de x e y , escrito como xy , é a cadeia obtida concatenando-se y ao final de x , como em $x_1 \dots x_m y_1 \dots y_n$.

Para concatenar uma cadeia com ela mesma muitas vezes usamos a notação com expoente.

$$\overbrace{xx \dots x}^k = x^k$$

$$x^k = xx^{k-1}$$

$$x^0 = \epsilon$$

Exemplos

- $\Sigma_2 = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$
 - $abacaxi \cdot apple = abacxiapple$
 - $apple \cdot abacaxi = appleabacaxi$
 - $abacaxi \cdot = abacaxi$
 - $\epsilon \cdot apple = apple$
 - $\epsilon \cdot \epsilon =$
- $\Sigma_3 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 - $1 \cdot 33 = 133$
 - $00031 \cdot 0 = 000310$

Palavras: Composição de palavras i

Composição de palavras

Uma palavra pode ser composta por outras (consequência das operações de concatenação).

Formas de Composição

- Sufixo
- Prefixo
- Subpalavra

Algumas Convenções

Representaremos palavras como “variáveis” nomeados com letras gregas em minúsculo: α, β, γ .

Palavras: Composição de palavras ii

Prefixo

Uma palavra α é prefixo de outra palavra β se é possível escrever β como $\alpha \cdot \gamma$

Exemplos de prefixo

- **ab** é prefixo de `__ab__c`
 - $\beta = abc$
 - $\alpha = ab$
 - $\gamma = c$
 - Logo: $\beta = \alpha \cdot \gamma$

Palavras: Composição de palavras iii

Prefixo

Uma palavra α é prefixo de outra palavra β se é possível escrever β como $\alpha \cdot \gamma$

Exemplos de prefixo

- ϵ é prefixo de **abc**
 - $\beta = abc$
 - $\alpha = \epsilon$
 - $\gamma = abc$
 - Logo: $\beta = \alpha \cdot \gamma$
 - $\alpha = abc$
 - $\gamma = \epsilon$
 - $\beta = \alpha \cdot \gamma$

Sufixo

Uma palavra α é sufixo de outra palavra β se é possível escrever β como $\gamma \cdot \alpha$

Exemplos de Sufixo

- bd é sufixo de $a_bc_$
 - $\beta = abc$
 - $\alpha = bc$
 - $\gamma = a$
 - Logo: $\beta = \gamma \cdot \alpha$

Sufixo

Uma palavra α é sufixo de outra palavra β se é possível escrever β como $\gamma \cdot \alpha$

Exemplos de Sufixo (com epsilon)

- ϵ é sufixo de abc
 - $\beta = abc$
 - $\alpha = \epsilon$
 - $\gamma = abc$
 - Logo: $\beta = \gamma \cdot \alpha$

Subpalavra

Uma palavra α é subpalavra de outra palavra β se é possível escrever β como $\gamma \cdot \alpha \cdot \delta$

Exemplos de Subpalavras

- **bc** é subpalavra de **abcd**
 - $\beta = abcd$
 - $\gamma = a$
 - $\alpha = bc$
 - $\delta = d$
 - Logo: $\beta = \gamma \cdot \alpha \cdot \delta$

Subpalavra

Uma palavra α é subpalavra de outra palavra β se é possível escrever β como $\gamma \cdot \alpha \cdot \delta$

Exemplos de Subpalavras (com epsilon)

- ϵ é subpalavra de **abcd**
 - $\beta = \text{abcd}$
 - $\gamma = \text{a}$
 - $\alpha = \epsilon$
 - $\delta = \text{bcd}$
 - Logo: $\beta = \gamma \cdot \alpha \cdot \delta$

Palavra Vazia

A *palavra vazia* é prefixo, sufixo e subpalavra de qualquer outra palavra.

Ordenação Lexográfica

A **ordenação lexográfica** de cadeias é a mesma que a ordenação familiar do dicionário, exceto que as cadeias curtas precedem as cadeias mais longas.

Exemplo

O ordenação lexográfica de todas as cadeias sobre o alfabeto $\Sigma_1 = \{0, 1\}$.

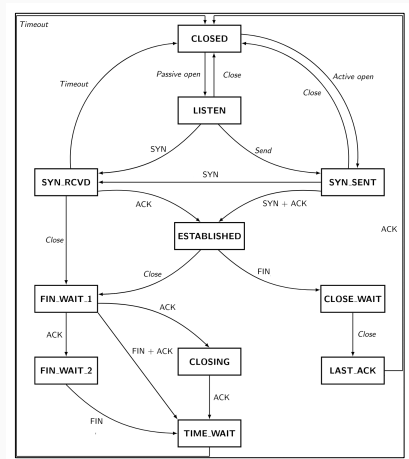
$(\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, \dots)$

Uma **linguagem** é um conjunto de cadeias.

Exercícios

Exercícios: Alfabetos e Palavras i

- Qual é o alfabeto?
- Quantos símbolos ele possui?
- Qual seria uma palavra para enviar dados e fechar uma conexão?
- A concatenação de qualquer palavra ainda é uma palavra válida?



Linguagem

Definição

Uma linguagem é um **conjunto**, finito ou infinito, de palavras sob um determinado alfabeto.

Uma **linguagem formal** ou simplesmente linguagem L sobre um alfabeto Σ , é um conjunto de palavras sobre Σ , ou seja:

$$L \subseteq \Sigma^*$$

Exemplos

- $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$
 - Língua Portuguesa
 - Língua Inglesa
- $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 - Números Naturais
 - Números quadrados perfeitos (0, 1, 4, 9, ...)

Operações Suportadas

- Operações de conjuntos (união, interseção, diferença, ...)
- Concatenação
- Fechamento ($*$, $+$)

Operações: Concatenação

A concatenação de duas linguagens X e Y ($X \cdot Y$) resulta em uma linguagem Z formada pela concatenação de todas as palavras em X com todas as palavras em Y .

$$Z = X \cdot Y = XY\{xy|x \in X \wedge y \in Y\}$$

Exemplo

- $X = \{a, b, c\}$
- $Y = \{d, ae\}$
- $X \cdot Y = \{ad, aae, bd, bae, cd, cae\}$
- $Y \cdot X = \{da, db, dc, aea, aeb, aec\}$

Concatenação

Também podemos concatenar uma linguagem com ele mesma.

Exemplo

- $X = \{a, b, c\}$
- $X \cdot X = \{aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc\}$
- $\{ac, ba\} \cdot \{ac, ba\} = \{acac, acba, baac, baba\}$

Concatenação e Potência de Alfabeto

Σ^i (potência de um alfabeto)

A concatenação $\Sigma\Sigma$, que gera cadeias de comprimento 2 formadas sobre o alfabeto Σ , é também representada por Σ^2 . Podemos generalizar para:

$$\Sigma^i = \Sigma \cdot \Sigma^{i-1}, i \geq 0.$$

Sendo, por definição, que $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$

Exemplo

Considere o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Temos que:

- $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$
- $\Sigma^1 = \Sigma \cdot \Sigma^0 = \{a, b\} \cdot \{\epsilon\} = \{a, b\}$
- $\Sigma^2 = \Sigma \cdot \Sigma^1 = \{a, b\} \cdot \{a, b\} = \{aa, ab, ba, bb\}$
- $\Sigma^3 = \Sigma \cdot \Sigma^2 = \{a, b\} \cdot \{aa, ab, ba, bb\} = \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\}$
- $\Sigma^4 = ?$

Fechamento: Fecho Reflexivo

Fecho Reflexivo: Σ^*

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \dots = \bigcup_{k=0}^{\infty} \Sigma^k$$

Exemplo

Considere o alfabeto $\Sigma = \{a, v\}$. Temos que:

- $\Sigma^* = \{\epsilon\} \cup \{a, b\} \cup \{aa, ab, ba, bb\} \cup \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\} \cup \dots$

Fechamento: Fecho Transitivo

Fecho Transitivo: Σ^+

$$\Sigma^+ = \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \dots = \bigcup_{k=1}^{\infty} \Sigma^k$$

ou

$$\Sigma^+ = \Sigma^* - \{\epsilon\} = \bigcup_{k=1}^{\infty} \Sigma^k$$

Exemplo

Considere o alfabeto $\Sigma = \{a, v\}$. Temos que:

$$\begin{aligned} \cdot \Sigma^+ &= \{a, b\} \cup \{aa, ab, ba, bb\} \cup \\ &\quad \{aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb\} \cup \dots \end{aligned}$$

Complemento

Complemento da linguagem $X : \overline{X}$

$$\overline{X} = \Sigma^* - X$$

Exemplo

Sejam $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ e $C = \{d, c, a, b\}$. Então, $\overline{A_B} = \{d\}$ e $\overline{B_C} = \emptyset$.

Sendo $D = \{a, b, c, d, e\}$ o conjunto universo, $\overline{A} = \{d, e\}$, $\overline{B} = \overline{C} = \{e\}$ e $\overline{D} = \emptyset$.

- O conjunto vazio \emptyset e o conjunto formado pela palavra vazia $\{\epsilon\}$ são linguagens sobre qualquer alfabeto. Obviamente, vale que:

$$\emptyset \neq \{\epsilon\}$$

- Os conjuntos Σ^* e Σ^+ são linguagens sobre um alfabeto Σ qualquer. Obviamente, que:

$$\Sigma^* \neq \Sigma^+$$

- Suponha o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Então, o conjunto de *palíndromos* (palavras que tem a mesma leitura da esquerda para a direita e vice-versa) sobre Σ é um exemplo de linguagem infinita. Assim, são palavras dessa linguagem:

$$\epsilon, a, b, aa, bb, aaa, aba, bab, bbb, aaaa, \dots$$

- O conjunto de todas as linguagens sobre um alfabeto Σ é o conjunto das partes de Σ^* , ou seja:

$$2^{\Sigma^*}$$

Exercício

Dados o alfabeto $\{a, b\}$ e as linguagens $L_1 = \{a, ab\}$ e $L_2 = \{\epsilon, a, ba\}$, determine:

1. $L_1 \cup L_2$

$$\{a, ab\} \cup \{\epsilon, a, ba\} \rightarrow \{a, ab, \epsilon, ba\}$$

2. $L_1 \cap L_2$

$$\{a, ab\} \cap \{\epsilon, a, ba\} \rightarrow \{a\}$$

3. $L_1 - L_2$

$$\{a, ab\} - \{\epsilon, a, ba\} \rightarrow \{ab\}$$

Exercícios

4. $L_2 - L_1$

$$\{\epsilon, a, ba\} - \{a, ab\} \rightarrow \{\epsilon, ab\}$$

5. $L_1 \cdot L_2$

$$\{a, ab\} \cdot \{\epsilon, a, ba\} \rightarrow \{a, aa, aba, ab, abba\}$$

6. $L_2 \cdot L_1$

$$\{\epsilon, a, ba\} \cdot \{a, ab\} \rightarrow \{a, ab, aa, aab, baa, baab\}$$

Exercícios

7. $L_1^2 = L_1 \cdot L_1$

$$\{a, ab\} \cdot \{a, ab\} \rightarrow \{aa, aab, aba, abab\}$$

8. $L_2^2 = L_2 \cdot L_2$

$$\{\epsilon, a, ba\} \cdot \{\epsilon, a, ba\} \rightarrow \{\epsilon, a, ba, aa, aba, baa, baba\}$$

9. $\overline{L_1} = A^* - L_1$

Exercícios iv

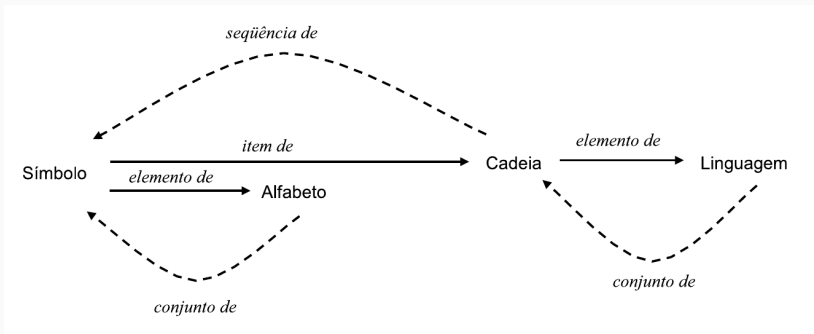


Figura 2: Relação entre símbolo, alfabeto, palavra e linguagem

Exercícios v

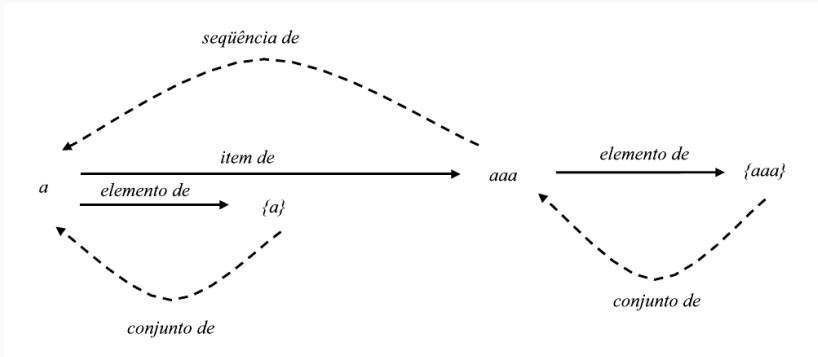


Figura 3: alfabeto $\Sigma = \{a\}$, palavra = aaa , linguagem = $\{aaa\}$

Próximas Aulas

Próximas Aulas: Linguagens Regulares

- Linguagens Regulares



MENEZES, P. B. Linguagens formais e autômatos. Porto Alegre: Bookman, 2011. ISBN 9788577807994.



SIPSER, M. Introdução à teoria da computação. [s. l.]: Thomson Learning, 2006. ISBN 9788522104994.

Word Cloud



Notas de Aula do Prof. Dr. Marco Aurélio Graciotto Silva.

Menezes, Paulo Blauth. 2011. *Linguagens Formais e Autômatos*. Bookman.
<https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsmib&AN=edsmib.000000444&lang=pt-br&site=eds-live&scope=site>.

Sipser, Michael. 2007. *Introdução à Teoria Da Computação*. Cengage Learning. <https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsmib&AN=edsmib.000008725&lang=pt-br&site=eds-live&scope=site>.