Nome: Felipe Aratando de Cunha Mendes
RA: 2252740

Funções Contínuas

(1)

a) $\lim_{x \to \pi/2} [2 sen(x) - cos(x)]$

$= 2 sen(\lim_{x \to \pi/2} x) - cos(\lim_{x \to \pi/2} x)$

$= 2 sen(\pi/2) - cos(\pi/2) = 2 \cdot 1 - 0 = 2 //$

b) $\lim_{x \to -\pi} e^{sen(x)}$

$= e^{sen(\lim_{x \to -\pi} x)} = e^{sen(-\pi)} = e^0 = 1 //$

c) $\lim_{x \to \pi} (cos(x) \cdot sen(x+\pi))$

$= cos(\lim_{x \to \pi} x) \cdot sen(\lim_{x \to \pi}(x+\pi))$

$= cos(\pi) \cdot sen(\pi + \pi)$

$= cos \pi \cdot sen 2\pi$

$= -1 \cdot 0 = 0 //$

d) $\lim_{x \to -3} \log(x^4 - 3x + 10)$

$= \log\left[\lim_{x \to -3}(x^4 - 3x + 10)\right]$

$= \log\left((-3)^4 - 3\cdot(-3) + 10\right)$

$= \log_{10}(81 + 9 + 10) = \log_{10} 100 = 2$ //

2

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{x^2 - 4}, & \text{se } x \neq 2 \\ 3, & \text{se } x = 2 \end{cases}$

* $f(2) = 3$

* $\lim_{x \to 2} f(x) = \lim \dfrac{x^3 - 2^3}{x^2 - 2^2} = \lim \dfrac{(\cancel{x-2})(x^2 + 2x + 2^2)}{(\cancel{x-2})(x+2)}$

$= \dfrac{2^2 + 2.2 + 2^2}{x + 2}$

$= \dfrac{4 + 4 + 4}{4}$

$= 3$

Como o $\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$, então a função é contínua em $x = 2$ //

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}(1/x), & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$

* $f(0) = 0$

* $-1 \leq \operatorname{sen}(1/x) \leq 1$

$-x^2 \leq x^2 \operatorname{sen}(1/x) \leq x^2$

$\lim_{x\to 0} -x^2 \leq \lim x^2 \cdot \operatorname{sen}(1/x) \leq \lim_{x\to 0} x^2$

$= 0 \leq \lim x^2 \cdot \operatorname{sen}(1/x) \leq 0$

PELO TEOREMA DO CONFRONTO,

$\lim x^2 \cdot \operatorname{sen}(1/x) = 0$

LOGO, COMO $\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$, A FUNÇÃO É CONTÍNUA EM $x = 0$.

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & \text{se } x \neq 2 \\ 0, & \text{se } x = 2 \end{cases}$

* $f(2) = 0$ //

* $\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-2^2}{x-2} = \lim_{x\to 2} \dfrac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}$

$= \lim (x+2) = 4$ //

COMO $\lim_{x\to 2} f(x) \neq f(2)$, A FUNÇÃO NÃO É CONTÍNUA EM $x = 2$ //

3

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + px + 2, & se \quad x \neq 3 \\ 3, & se \quad x = 3 \end{cases}$

* $f(3) = 3$

* $\lim_{x \to 3} x^2 + px + 2 = 3^2 + 3p + 2 = 9 + 2 + 3p$

$= 11 + 3p$

COMO É CONTÍNUA, ENTÃO:

$\lim_{x \to 3} f(x) = f(3)$

$11 + 3p = 3 \therefore 3p = -8 \therefore \boxed{p = -8/3}$

b) $f(x) = \begin{cases} x + 2p, & se \quad x \leq -1 \\ p^2, & se \quad x > -1 \end{cases}$

$f(-1) = \lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^-} f(x)$

* $f(-1) = 2p - 1$

* $\lim_{x \to -1^+} f(x) = p^2$

* $\lim_{x \to -1^-} f(x) = 2p - 1$

* $2p - 1 = p^2$

$\therefore p^2 - 2p + 1 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$

$p = \frac{2}{2} = 1 \therefore p = 1$ //

4

$$\lim_{x \to 1} \arccos\left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}\right)$$

* DADO $\sqrt{x} = t$

* $\frac{1 - t}{1 - t^2} = \frac{\cancel{1-t}}{(\cancel{1-t})(1+t)} = \frac{1}{1+t}$

Ly* $\lim \arccos\left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}\right) = \arccos\left(\lim_{t \to 1} \frac{1}{1+t}\right)$

$= \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \pi/3$

5

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{x - 2} + 1}{x - 1}$$

* $\sqrt[3]{x - 2} = t$

Lo $x - 2 = t^3 \therefore x = t^3 + 2$

* $1 = t^3 + 2 \therefore t^3 = -1 \therefore t = -1$

$$\lim_{t \to -1} \frac{t+1}{t^3+2-1} = \lim \frac{t+1}{t^3+1^3}$$ → SOMA DE CUBOS

$$= \lim \frac{(\cancel{t+1})}{(\cancel{t+1})(t^2-t+1)} = \frac{1}{(-1)^2 - \cancel{1} + \cancel{1}}$$

$$= 1 \, //$$

6) $$\lim_{x \to 1} \frac{(3-x^3)^2 - 4}{x^3 - 1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(3-x^3)^2 - 2^2}{x^3 - 1^3} = \frac{(3-x^3-2)(3-x^3+2)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$= \frac{(1^3 - x^3)(5-x^3)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{-(x^3-1)(5-x^3)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$= \frac{-(\cancel{x-1})(\cancel{x^2+x+1})(5-x^3)}{(\cancel{x-1})(\cancel{x^2+x+1})} = -(5-x^3)$$

$$= -(5-1) = -4 \, //$$