



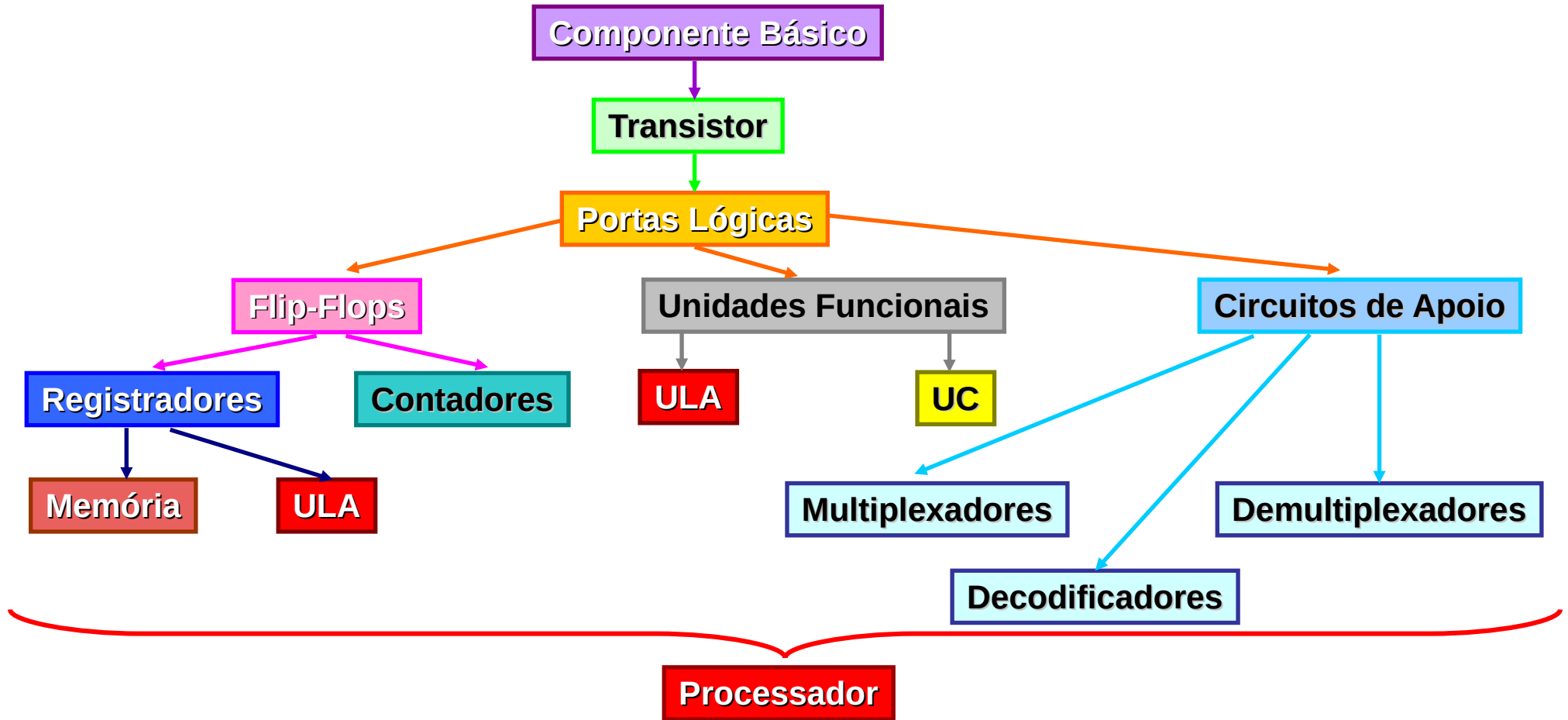
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR**  
**Bacharelado em Ciência da Computação**

## **BCC32B – Elementos de Lógica Digital**

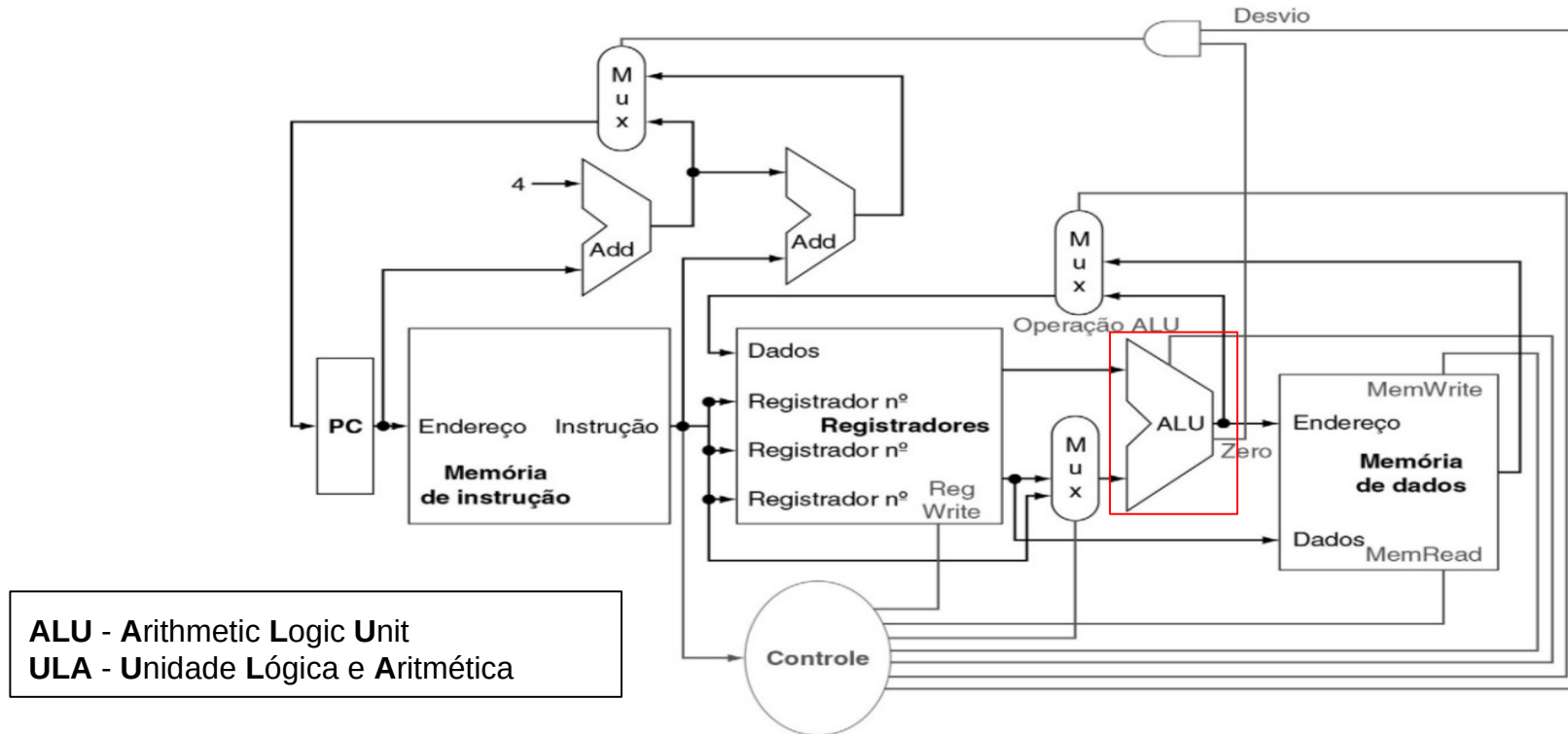
**Prof. Rodrigo Hübner**

**Aula 03 – Funções lógicas. Simbologia das portas lógicas. Tabela verdade e expressão das portas lógicas**

# Visão Geral

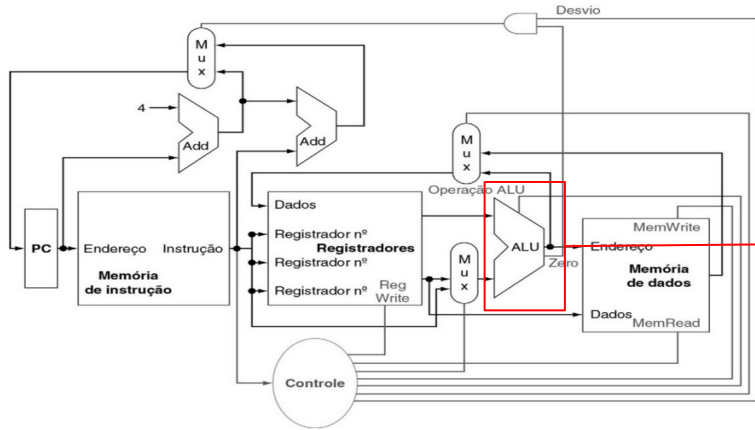


# Visão Geral

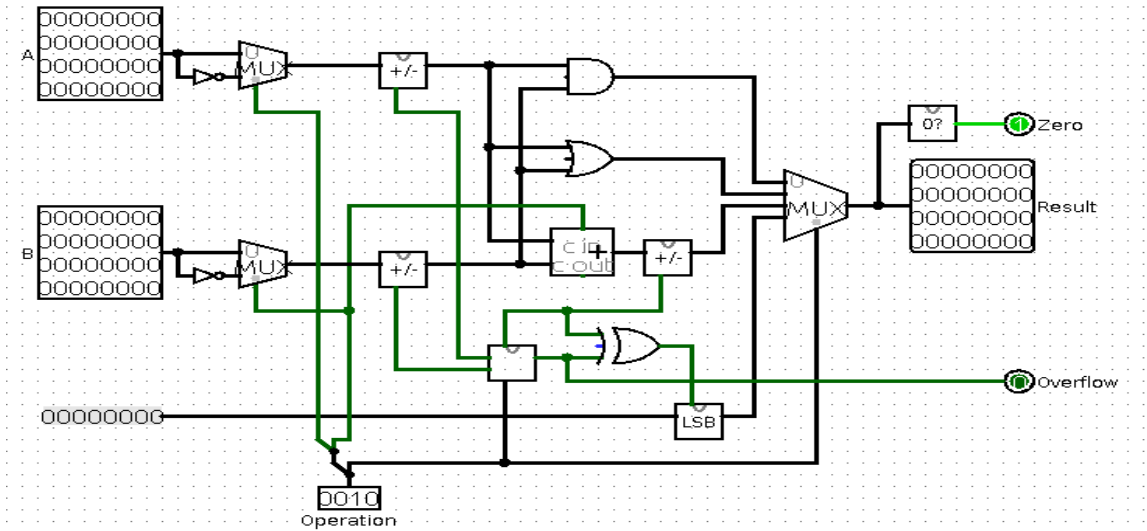


Processador MIPS

# Visão Geral



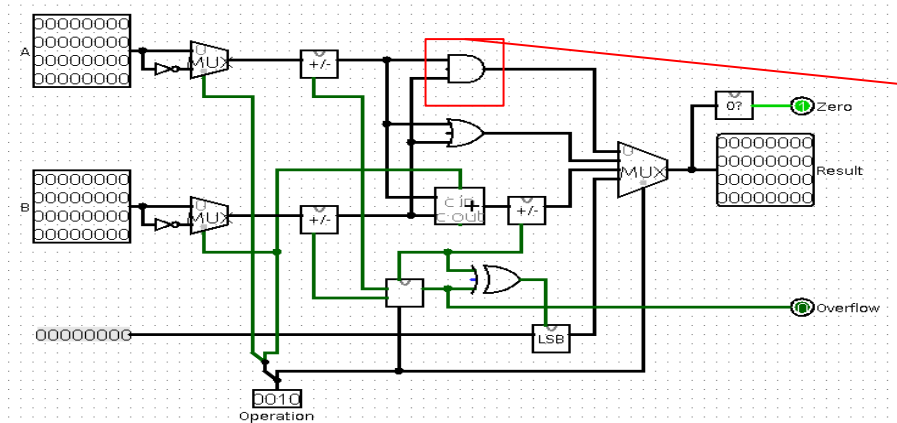
**Processador MIPS**



**ALU/ULA**

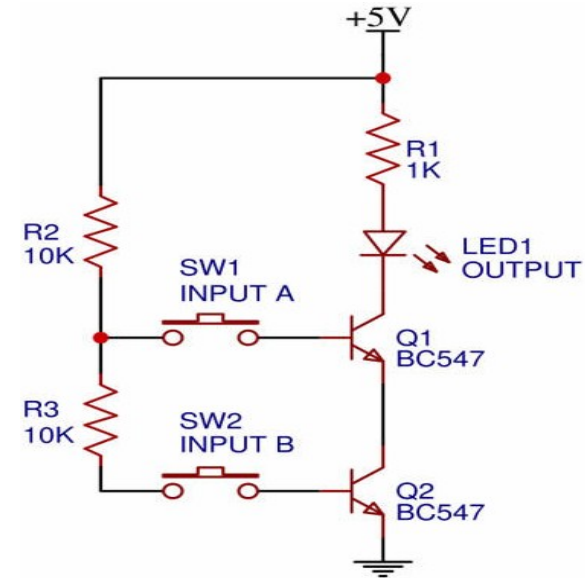
ALU - Arithmetic Logic Unit  
ULA - Unidade Lógica e Aritmética

# Visão Geral



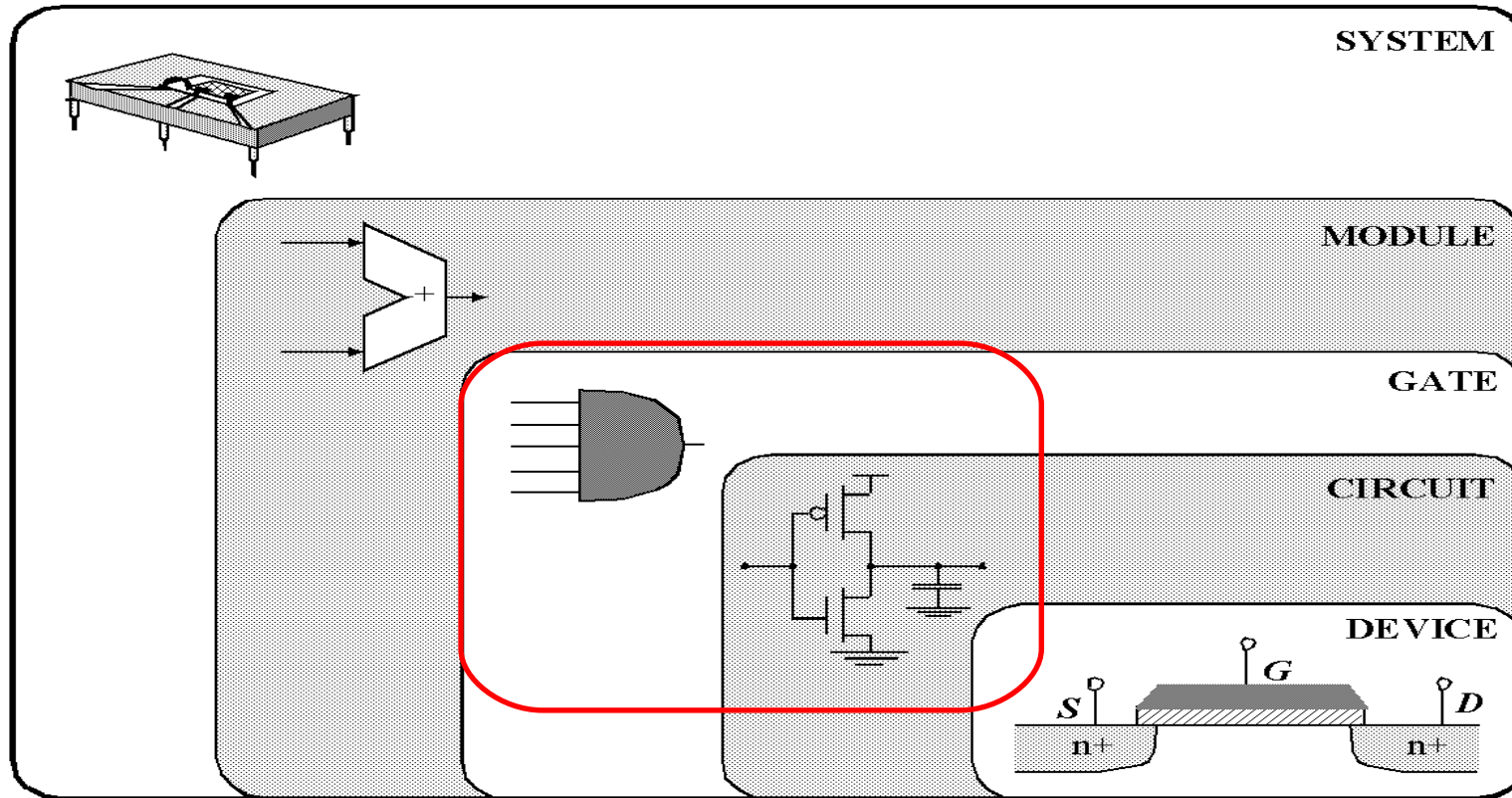
**ALU/ULA**

ALU - Arithmetic Logic Unit  
ULA - Unidade Lógica e Aritmética



**Porta Lógica AND com Transistor**

# Níveis de Abstração



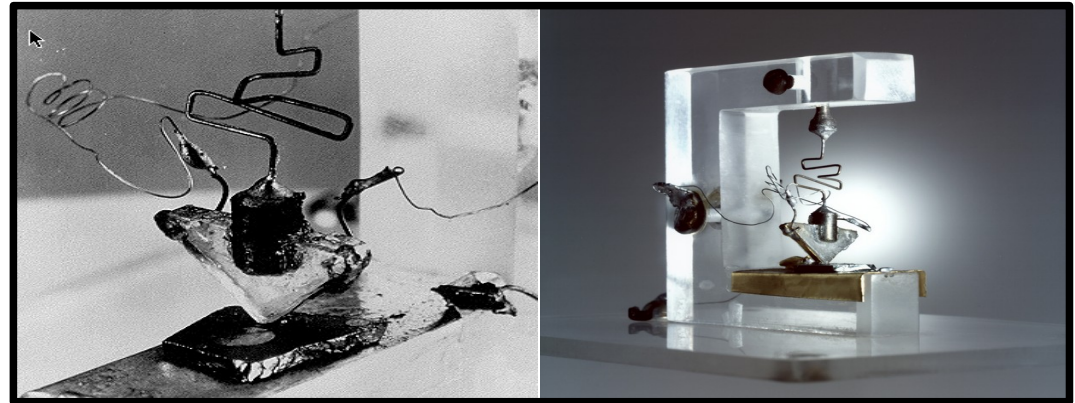
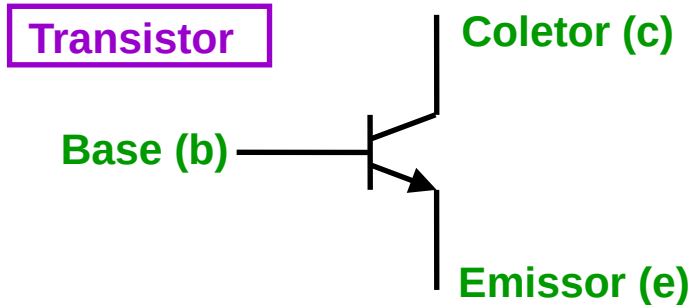
# Fundamentos de Lógica

## Transistor

É usado como componente básico para implementar as portas lógicas

Entrada na base = 1  $\Rightarrow$  “liga” a chave  $\Rightarrow$  c/e funciona como um fio em curto-circuito  $\Rightarrow$  transistor conduzindo

Entrada na base = 0  $\Rightarrow$  “desliga” a chave  $\Rightarrow$  c/e funciona como um fio cortado  $\Rightarrow$  transistor aberto ou cortado



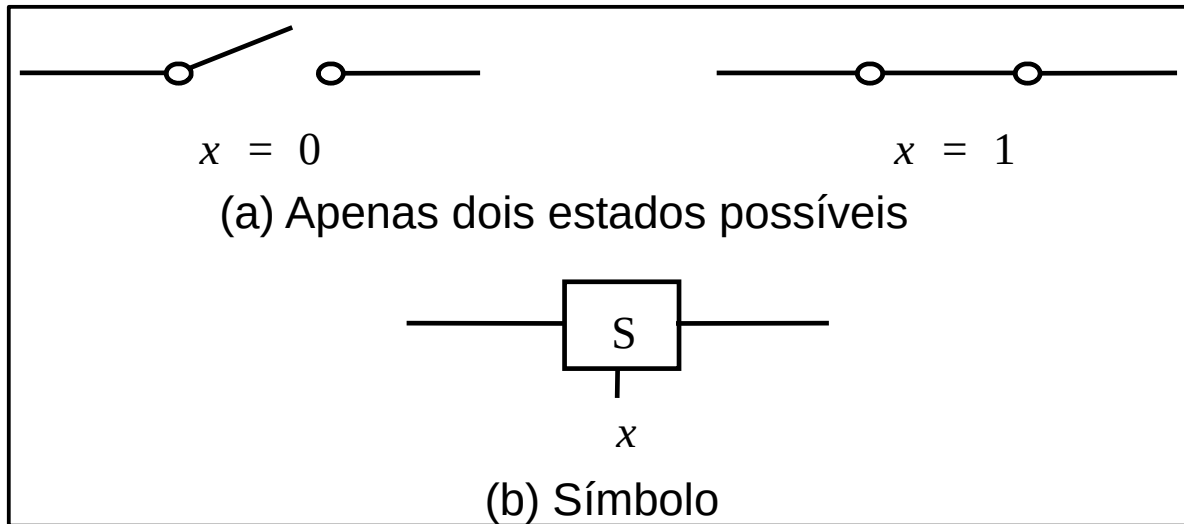
1º Transistor

# Fundamentos de Lógica

## Funções Lógicas

Variáveis têm apenas 2 estados: 0 ou 1, F ou V  
Também chamadas de Funções Booleanas devido a George Boole.

### Uma chave binária



### Funções:

AND

OR

NOT

NAND

NOR

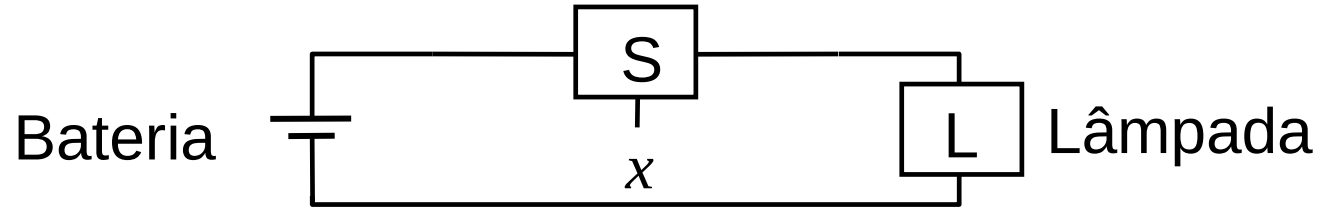
XOR

XNOR

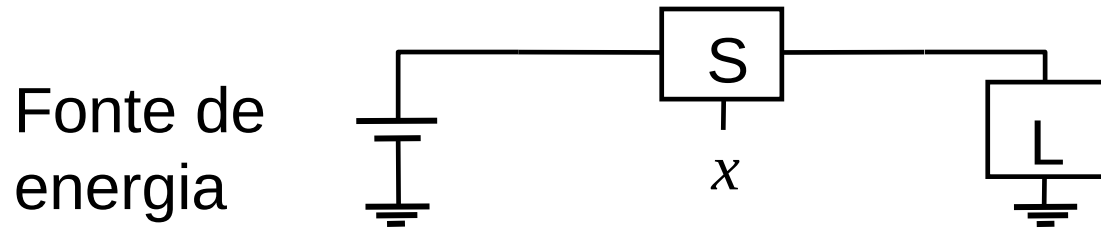


# Fundamentos de Lógica

## Uma lâmpada controlada por uma chave



(a) Conexão simples com uma bateria



(b) Usando uma conexão "terra" como caminho de retorno

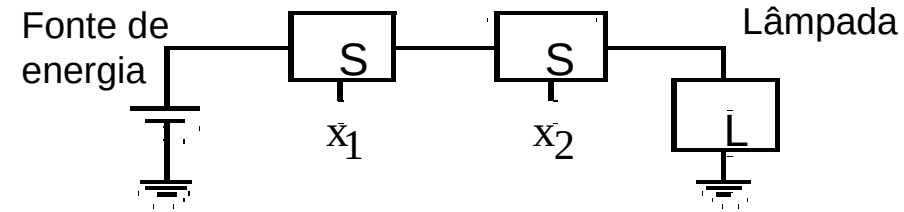
# Fundamentos de Lógica

*Representação :  $S = A . B$*

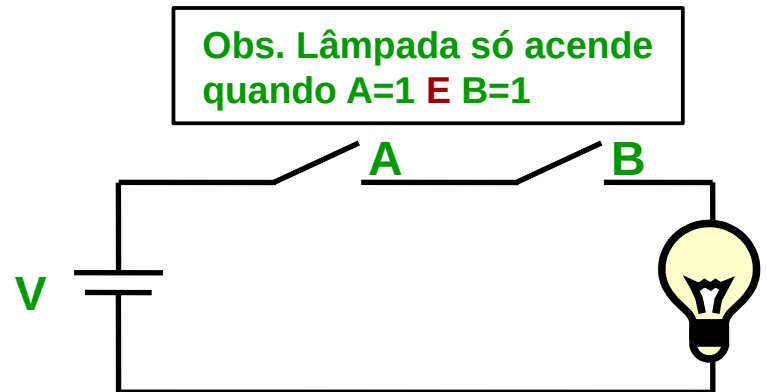
## Função AND

### Situações Possíveis:

Chave A aberta	$A=0$	$\left. \begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \end{array} \right\} S = A . B = 0 \text{ Lâmpada Apagada}$
Chave B aberta	$B=0$	
Chave A aberta	$A=0$	$\left. \begin{array}{l} A=0 \\ B=1 \end{array} \right\} S = A . B = 0 \text{ Lâmpada Apagada}$
Chave B fechada	$B=1$	
Chave A fechada	$A=1$	$\left. \begin{array}{l} A=1 \\ B=0 \end{array} \right\} S = A . B = 0 \text{ Lâmpada Apagada}$
Chave B aberta	$B=0$	
Chave A fechada	$A=1$	$\left. \begin{array}{l} A=1 \\ B=1 \end{array} \right\} S = A . B = 1 \text{ Lâmpada Acesa}$
Chave B fechada	$B=1$	



(a) Função lógica AND (ligação em série)



# Fundamentos de Lógica

## Tabela Verdade

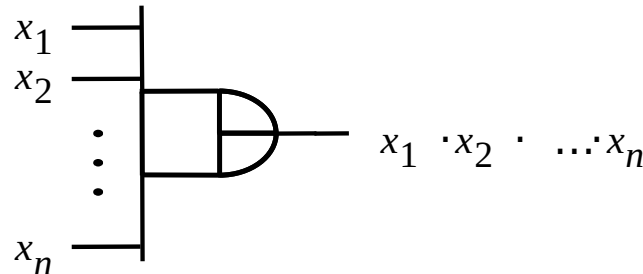
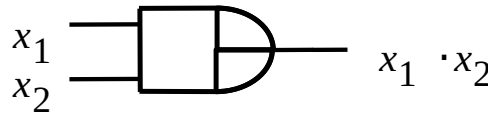
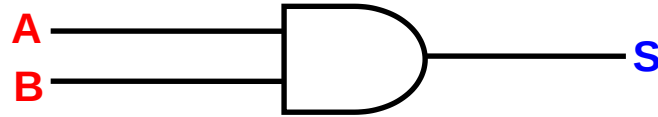
**Tabela Verdade:** Mapa onde se colocam todas as possíveis situações de entradas e saídas de um circuito lógico.

TV da Porta AND

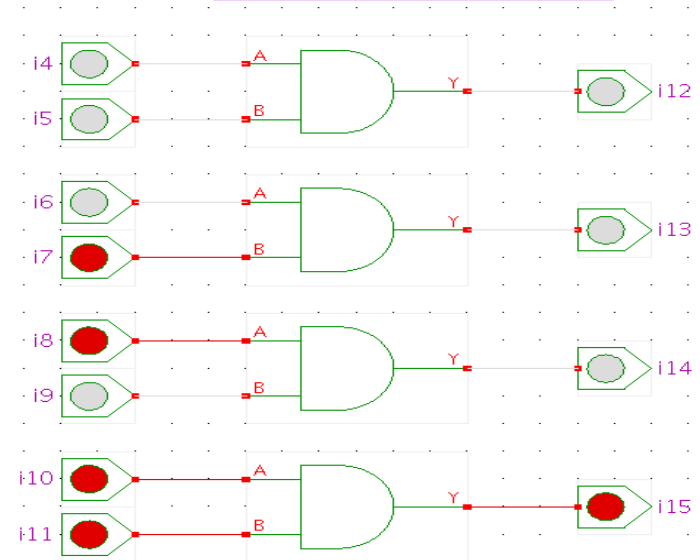
Entradas Saída

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Símbolo da Porta AND



Comportamento

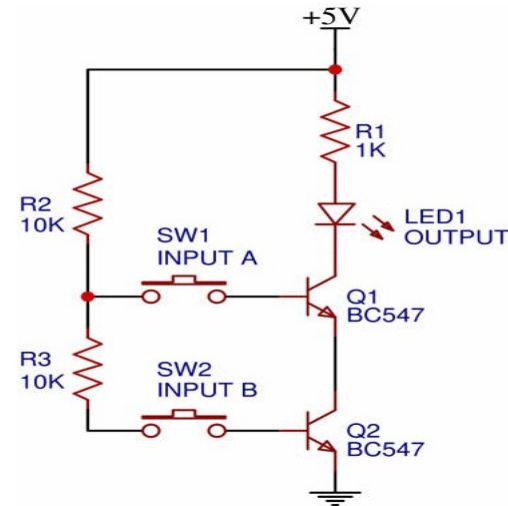
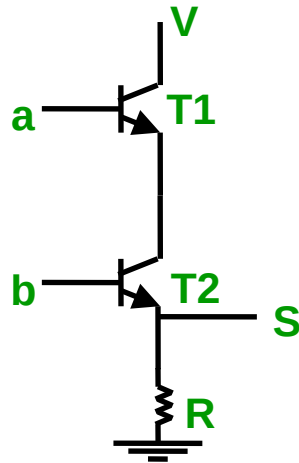


# Fundamentos de Lógica

## Porta AND

$a = 0$	$\Rightarrow$ T1 e T2 abertos	$\Rightarrow S = 0 \Rightarrow$ (mesmo que $b = 1$ )
$b = 0$	$\Rightarrow$ T2 aberto	$\Rightarrow S = 0 \Rightarrow$ (mesmo que $a = 1$ )
$a = b = 1$	$\Rightarrow$ T1 e T2 conduzem	$\Rightarrow S = 1 \Rightarrow$ (fechados)

### Porta AND implementada com transistores



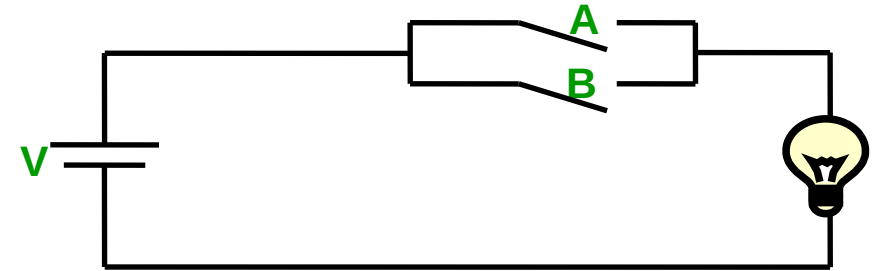
# Fundamentos de Lógica

## Função OR

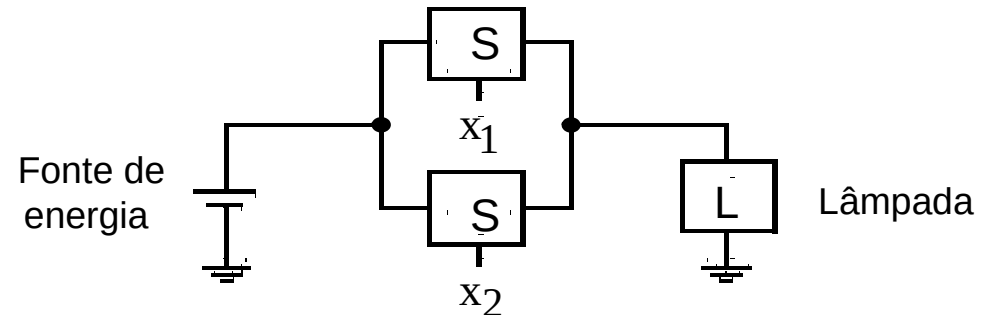
### Situações Possíveis:

Chave A aberta	$A=0$	$\left. \begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \end{array} \right\} S = A + B = 0 \text{ Lâmpada Apagada}$
Chave B aberta	$B=0$	
Chave A aberta	$A=0$	$\left. \begin{array}{l} A=0 \\ B=1 \end{array} \right\} S = A + B = 1 \text{ Lâmpada Acesa}$
Chave B fechada	$B=1$	
Chave A fechada	$A=1$	$\left. \begin{array}{l} A=1 \\ B=0 \end{array} \right\} S = A + B = 1 \text{ Lâmpada Acesa}$
Chave B aberta	$B=0$	
Chave A fechada	$A=1$	$\left. \begin{array}{l} A=1 \\ B=1 \end{array} \right\} S = A + B = 1 \text{ Lâmpada Acesa}$
Chave B fechada	$B=1$	

**Representação :  $S = A + B$**



**Obs. Lâmpada acende quando  $A=1$  OU  $B=1$**



(b) Função lógica OR (ligação em paralelo)

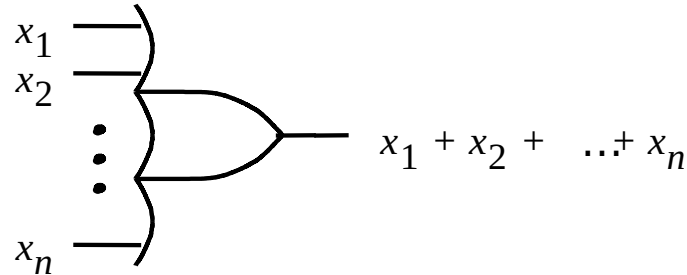
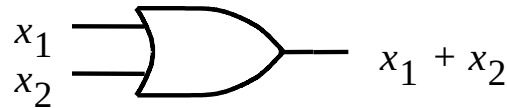
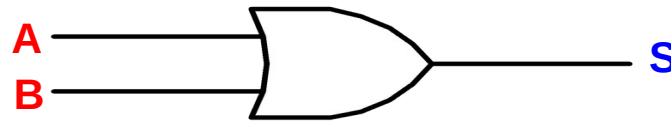
# Fundamentos de Lógica

## Tabela Verdade

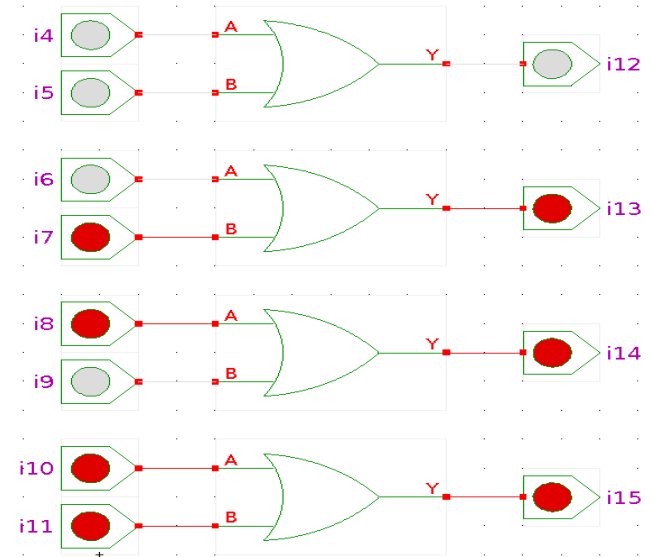
TV da Porta OR

Entradas		Saída
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

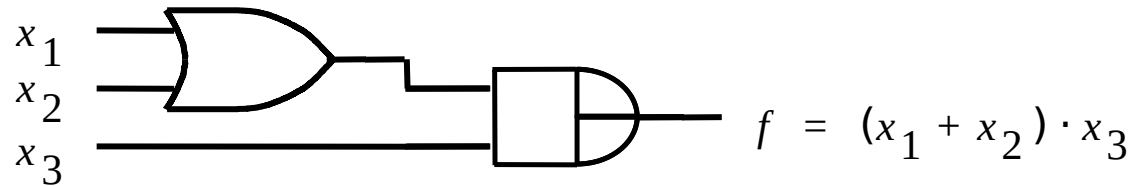
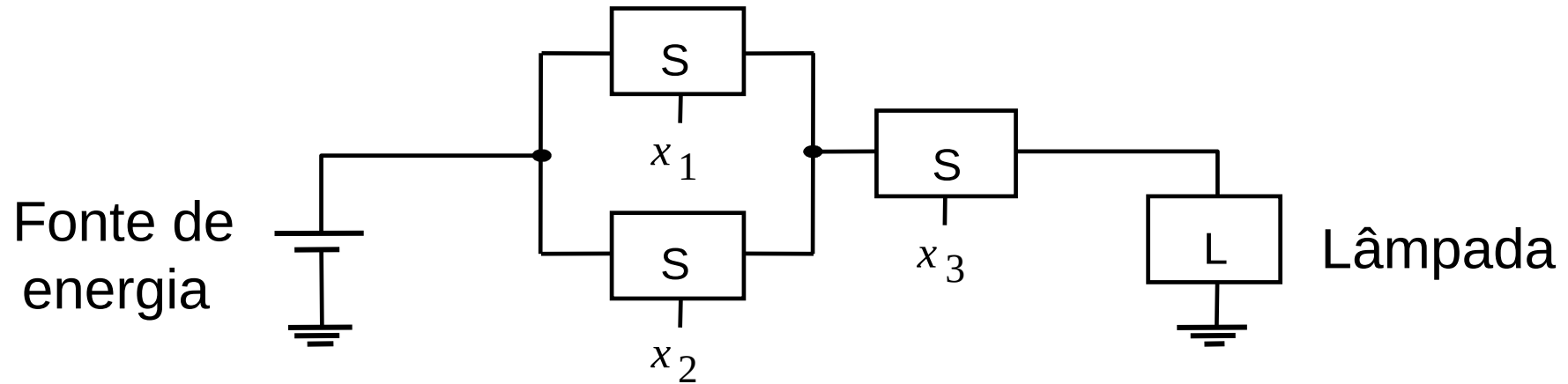
Símbolo da Porta OR



Comportamento



# Combinação de duas funções lógicas



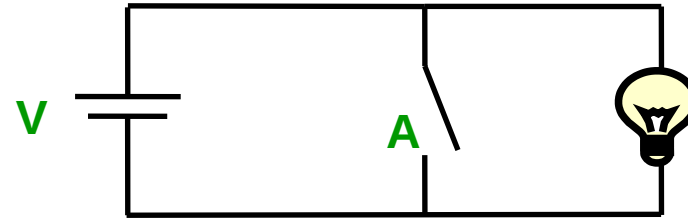
# Fundamentos de Lógica

## Função NOT

### Situações Possíveis:

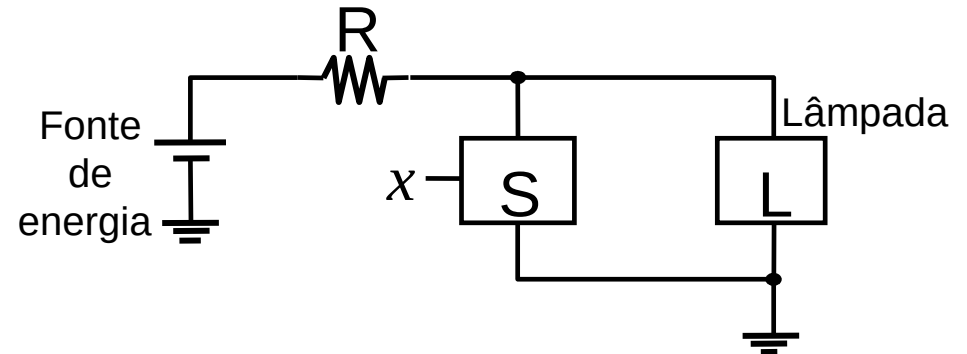
Chave A aberta  $A=0 \rightarrow S = \bar{A} = 1$  *Lâmpada Acesa*

Chave A fechada  $A=1 \rightarrow S = \bar{A} = 0$  *Lâmpada Apagada*



**Obs. Função NOT só tem uma entrada**

*Representação :  $S = \bar{A}$*





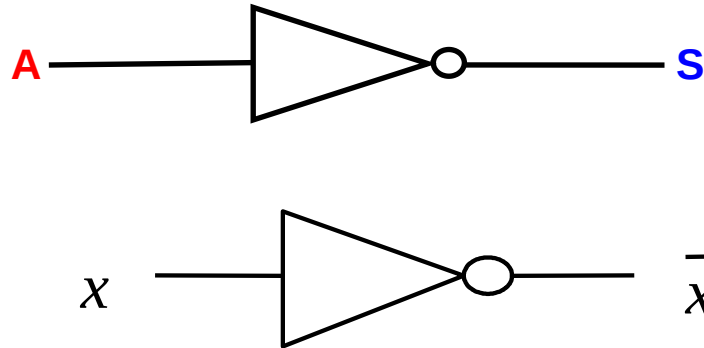
# Fundamentos de Lógica

## Tabela Verdade

TV da Porta NOT

Entrada Saída	
A	S
0	1
1	0

Símbolo da Porta NOT



# Fundamentos de Lógica

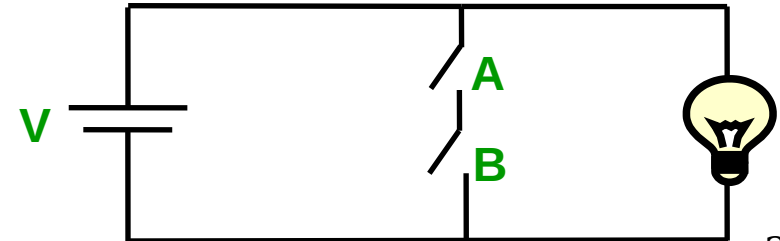
## Função NAND

### Situações Possíveis:

Chave A aberta	A=0	$S = \overline{A} \cdot \overline{B} = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B aberta	B=0	
Chave A aberta	A=0	$S = \overline{A} \cdot \overline{B} = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B fechada	B=1	
Chave A fechada	A=1	$S = \overline{A} \cdot \overline{B} = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B aberta	B=0	
Chave A fechada	A=1	$S = \overline{A} \cdot \overline{B} = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B fechada	B=1	

Representação :  $S = \overline{A \cdot B}$

Obs. Lâmpada só apaga  
quando A=1 E B=1



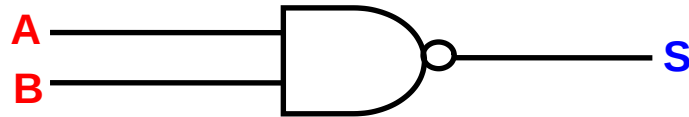
# Fundamentos de Lógica

## Tabela Verdade

TV da Porta AND

Entradas		Saída
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo da Porta NAND



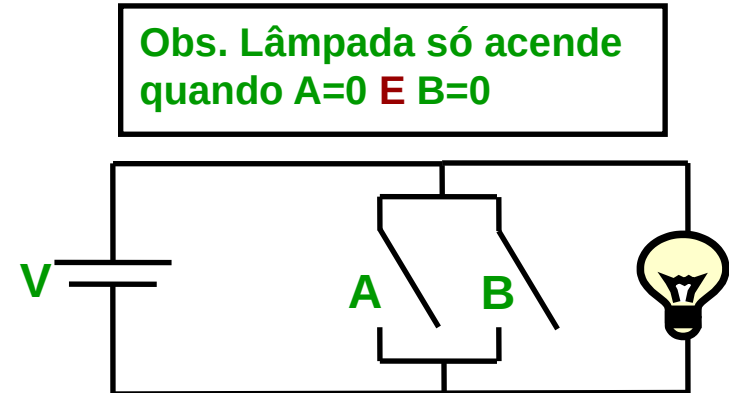
# Fundamentos de Lógica

## Função NOR

### Situações Possíveis:

Chave A aberta	A=0	$\left. \begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \end{array} \right\} S = \overline{A+B} = 1$	$Lâmpada\ Acesa$
Chave B aberta	B=0		
Chave A aberta	A=0	$\left. \begin{array}{l} A=0 \\ B=1 \end{array} \right\} S = \overline{A+B} = 0$	$Lâmpada\ Apagada$
Chave B fechada	B=1		
Chave A fechada	A=1	$\left. \begin{array}{l} A=1 \\ B=0 \end{array} \right\} S = \overline{A+B} = 0$	$Lâmpada\ Apagada$
Chave B aberta	B=0		
Chave A fechada	A=1	$\left. \begin{array}{l} A=1 \\ B=1 \end{array} \right\} S = \overline{A+B} = 0$	$Lâmpada\ Apagada$
Chave B fechada	B=1		

*Representação :  $S = \overline{A+B}$*



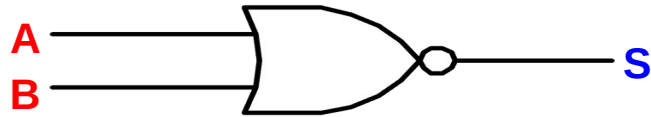
# Fundamentos de Lógica

## Tabela Verdade

TV da Porta NOR

Entradas		Saída
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Símbolo da Porta NOR



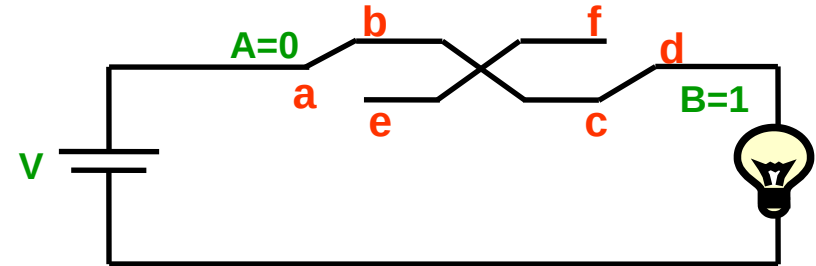
# Fundamentos de Lógica

## Função XOR (OU Exclusivo)

Chave A aberta	A=0	}	$S = A \oplus B = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B aberta	B=0		
Chave A aberta	A=0	}	$S = A \oplus B = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B fechada	B=1		
Chave A fechada	A=1	}	$S = A \oplus B = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B aberta	B=0		
Chave A fechada	A=1	}	$S = A \oplus B = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B fechada	B=1		

*Representação :  $S = A \oplus B$*

Obs. Lâmpada só  
acende quando  $A \neq B$



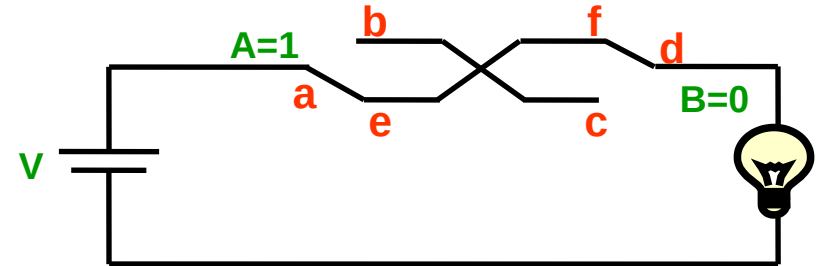
# Fundamentos de Lógica

## Função XOR (OU Exclusivo)

Chave A aberta	A=0	}	$S = A \oplus B = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B aberta	B=0		
Chave A aberta	A=0	}	$S = A \oplus B = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B fechada	B=1		
Chave A fechada	A=1	}	$S = A \oplus B = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B aberta	B=0		
Chave A fechada	A=1	}	$S = A \oplus B = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B fechada	B=1		

*Representação :  $S = A \oplus B$*

Obs. Lâmpada só  
acende quando  $A \neq B$



# Fundamentos de Lógica

## Tabela Verdade

TV da Porta XOR

Entradas		Saída
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo da Porta XOR





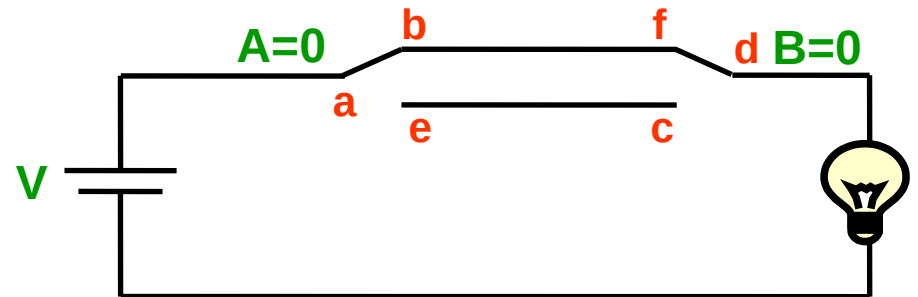
# Fundamentos de Lógica

## Função XNOR (Coincidência)

Chave A aberta	A=0	}	$S = A \odot B = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B aberta	B=0		
Chave A aberta	A=0	}	$S = A \odot B = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B fechada	B=1		
Chave A fechada	A=1	}	$S = A \odot B = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B aberta	B=0		
Chave A fechada	A=1	}	$S = A \odot B = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B fechada	B=1		

Obs. Lâmpada só  
acende quando  $A = B$

**Representação :  $S = A \odot B = \overline{A \oplus B}$**



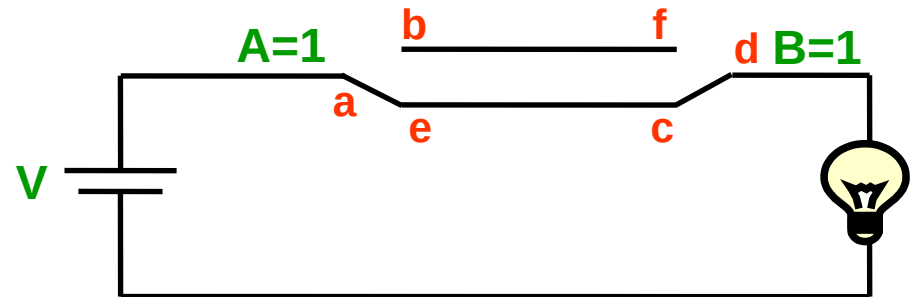
# Fundamentos de Lógica

## Função XNOR (Coincidência)

Chave A aberta	A=0	}	$S = A \odot B = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B aberta	B=0		
Chave A aberta	A=0	}	$S = A \odot B = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B fechada	B=1		
Chave A fechada	A=1	}	$S = A \odot B = 0$ Lâmpada Apagada
Chave B aberta	B=0		
Chave A fechada	A=1	}	$S = A \odot B = 1$ Lâmpada Acesa
Chave B fechada	B=1		

Obs. Lâmpada só  
acende quando  $A = B$

**Representação :  $S = A \odot B = \overline{A \oplus B}$**



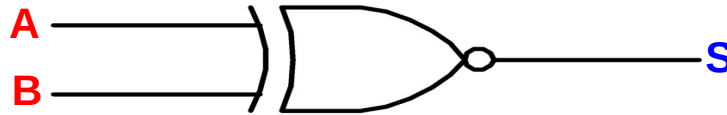
# Fundamentos de Lógica

## Tabela Verdade

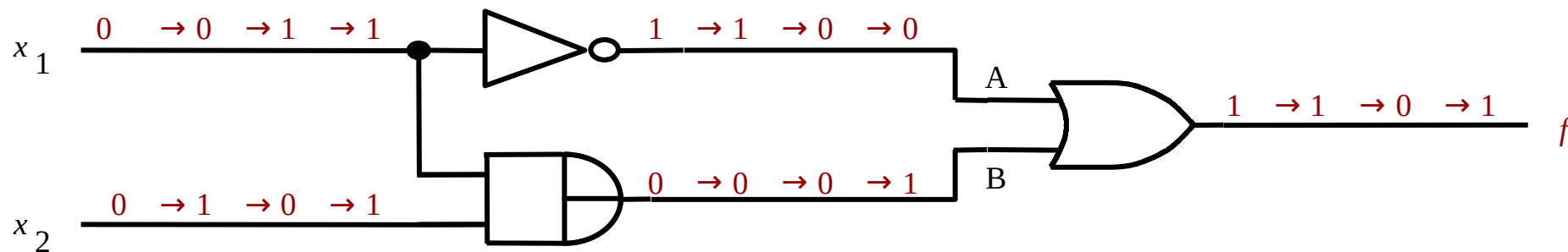
TV da Porta XNOR

Entradas		Saída
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Símbolo da Porta XNOR



# Outras representações



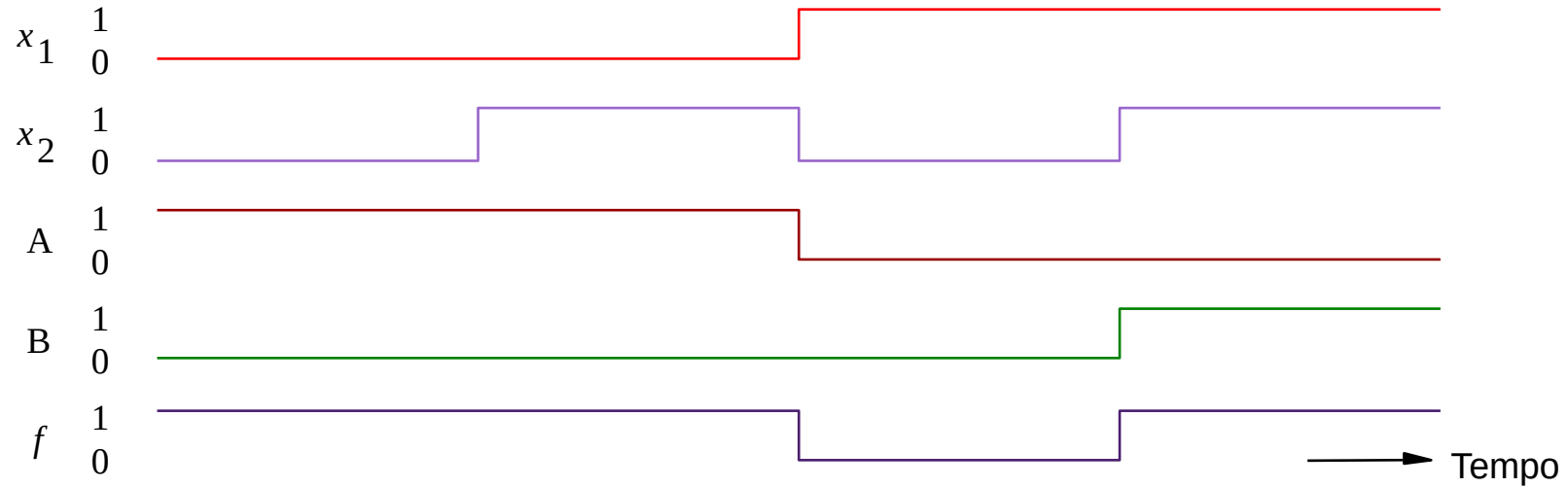
(a) Circuito que implementa

$$f = \bar{x}_1 + x_1 \cdot x_2$$

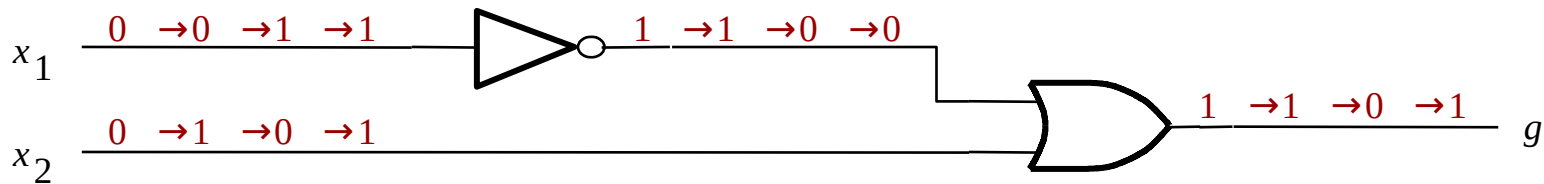
$x_1$	$x_2$	$f(x_1, x_2)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

(b) Tabela verdade para  $f$

# Outras representações



(c) Diagrama de tempo



(d) Circuito que implementa  $g = \bar{x}_1 + x_2$

# Fundamentos de Lógica

## Formas de Onda (Diagrama de Tempo)

Mostram o comportamento de uma função lógica durante um intervalo de tempo. Exemplo:

### Porta OR

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela Verdade: Representa uma situação estática

Mostra todos os valores que as entradas podem assumir, mas não mostra a variação desses valores durante um intervalo de tempo

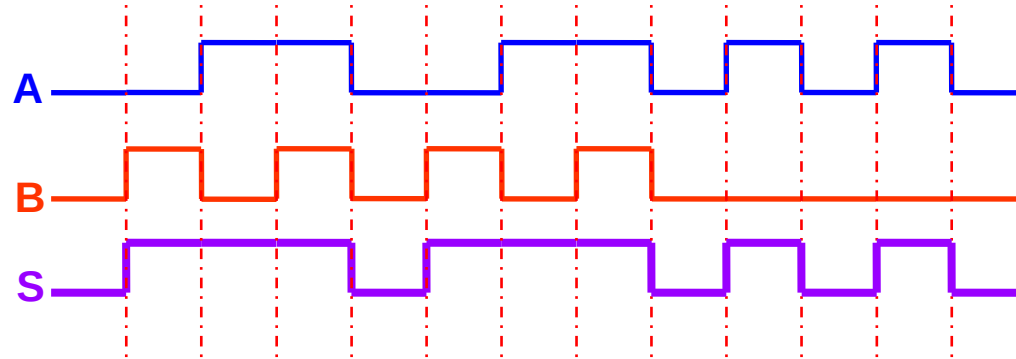
# Fundamentos de Lógica

## Formas de Onda

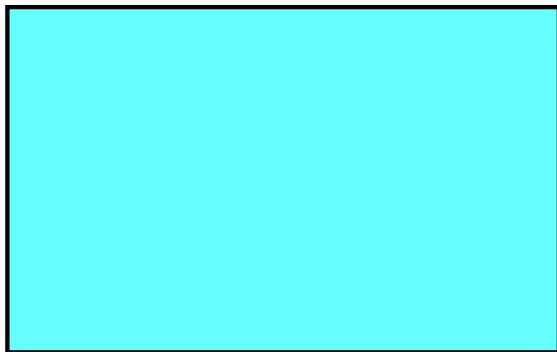
Representação dinâmica da função lógica

Exemplo: Porta OR

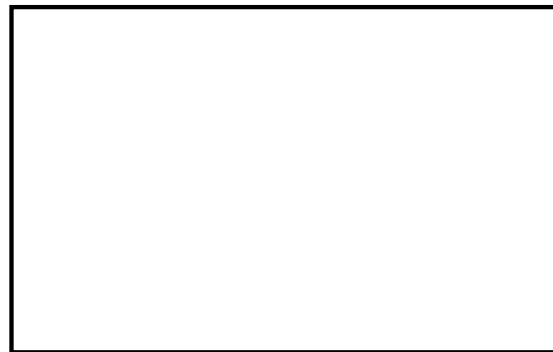
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



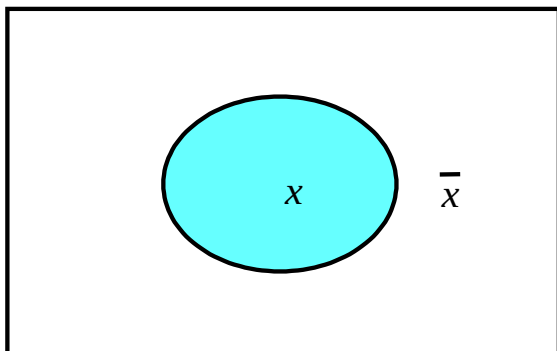
# Diagramas de Venn



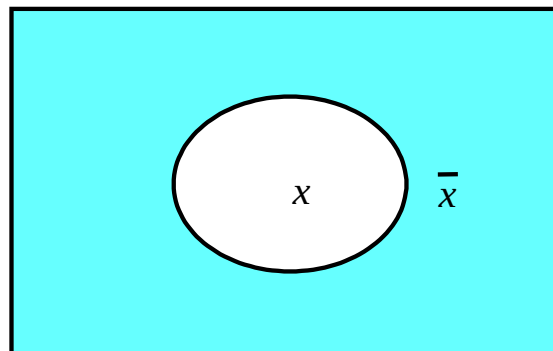
(a) *Constante 1*



(b) *Constante 0*



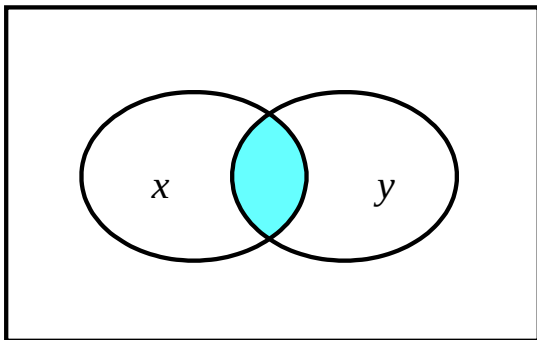
(c) *Variável  $x$*



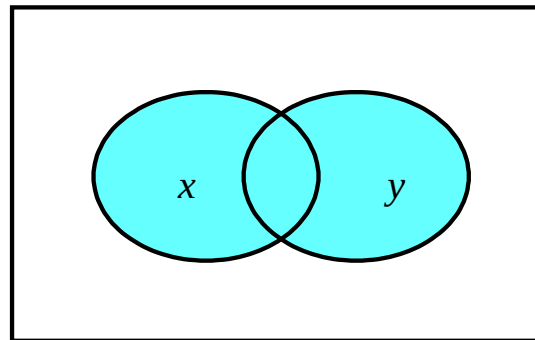
(d)  $\bar{x}$



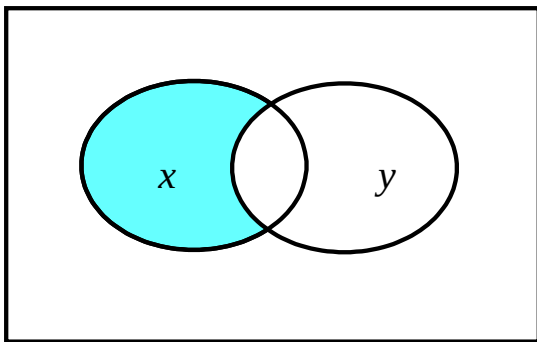
# Diagramas de Venn



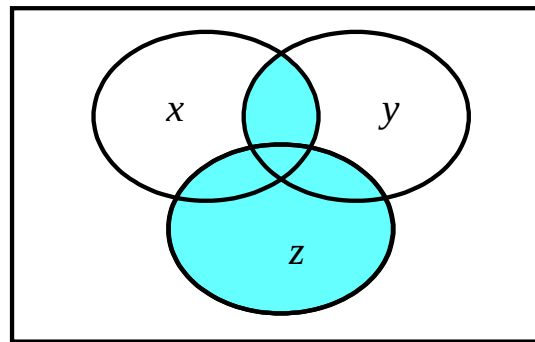
(d)  $x \cdot y$



(f)  $x + y$

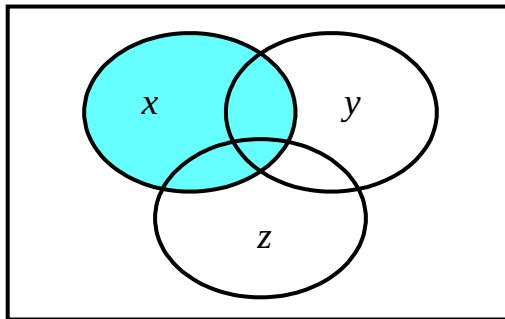


(g)  $x \cdot \bar{y}$

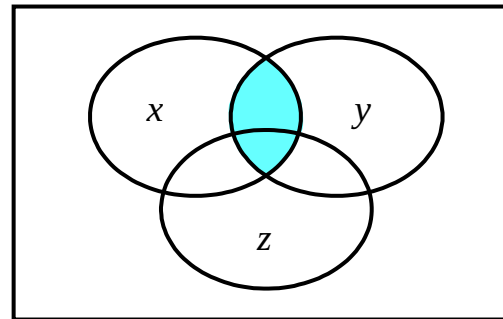


(h)  $x \cdot y + z$

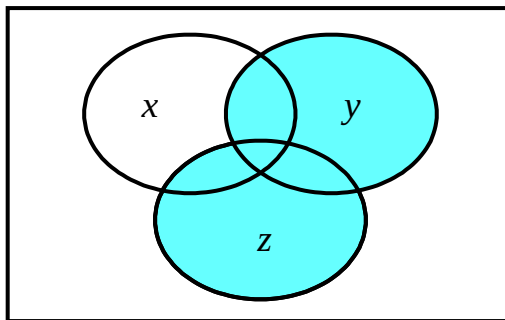
# Diagramas de Venn



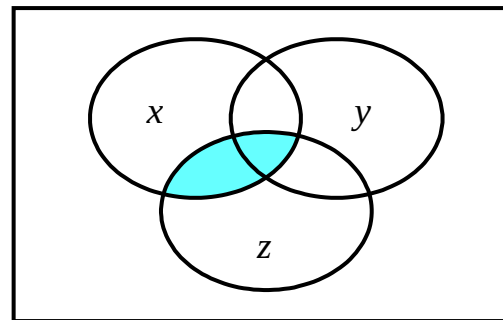
(i)  $x$



(j)  $x . y$

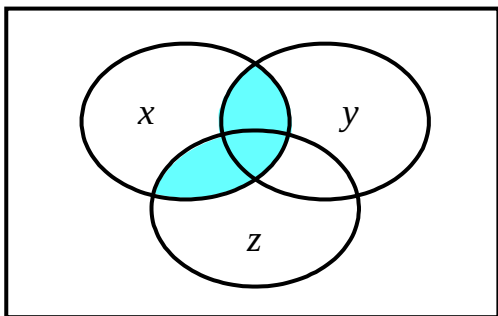


(k)  $y + z$

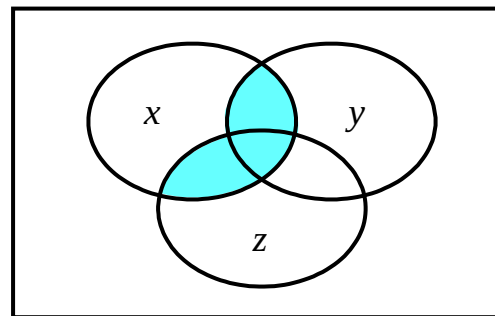


(l)  $x . z$

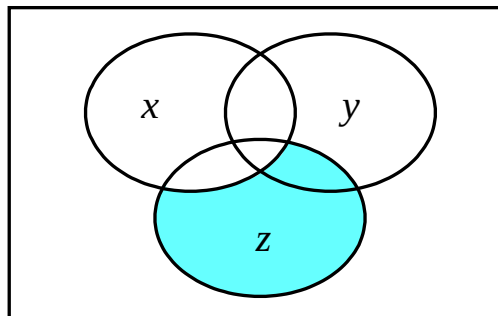
# Diagramas de Venn



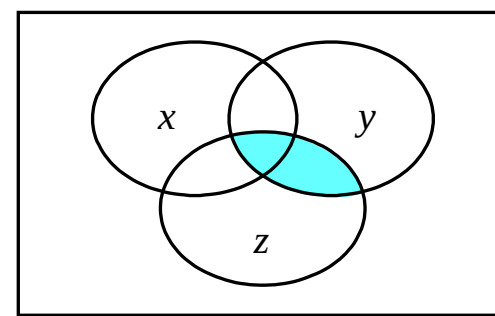
$$(m) x \cdot (y + z)$$



$$(n) x \cdot y + x \cdot z$$



$$(o) \bar{x} \cdot z$$



$$(p) y \cdot z$$

# Próxima aula

- **Álgebra de Boole**
- **Teoremas de DeMorgan**