NOME: FELIPE ARCHANJO DA CUNHA MENDES
RA: 2252740

FUNÇÕES EXPONENCIAIS

$a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$
$x \to f(x) = a^x$ FUNÇÃO EXPONENCIAL DE BASE A

SE $a = 1 \therefore f(x) = 1^x = 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

SE $a = 0 \therefore f(x) = 0^x$, NÃO EXISTE PARA DETERMINADOS VALORES DE X, POR EXEMPLO:

$x = -1 \therefore f(-1) = 0^{-1} = \frac{1}{0} \nexists$

SE $a < 0 \therefore f(x) = a^x$

$a = -2$ e $x = 1/2$

$f(\frac{1}{2}) = (-2)^{1/2} = \sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$

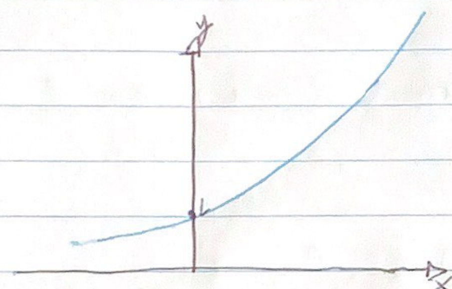
FUNÇÃO EXPONENCIAL NATURAL

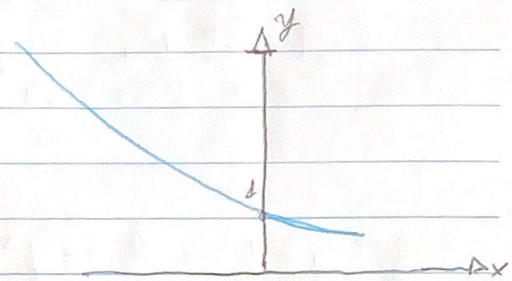
$f(x) = e^x$, $e \cong 2,718281828...$

$Dom(f) = \mathbb{R}$

$Im(f) = \mathbb{R}^*_+$

$f(0) = 1$





$a > 1$ a FUNÇÃO EXP É CRESCENTE

$0 < a < 1$ a FUNÇÃO EXP É DECRESCENTE

EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

* IGUALDADE DE POTÊNCIA DE MESMA BASE

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

* POTÊNCIA DE EXPOENTES IGUAIS

$$a^{f(x)} = b^{f(x)} \Leftrightarrow a = b \text{ se } f(x) \neq 0$$

$$a, b \in \mathbb{R}^*_+ - \{1\}$$

INEQUAÇÕES EXPONENCIAIS

se $a > 1$, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow f(x) > g(x)$

com $f(x) \neq 0$ e $g(x) \neq 0$

se $0 < a < 1$ $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow f(x) < g(x)$

com $f(x) \neq 0$ e $g(x) \neq 0$

LOGARITMO

$2^x = 10$

$2^3 < 2^x < 2^4 \Rightarrow 3 < x < 4$

DEFINIÇÃO: sejam $a, b \in \mathbb{R}^*_+ - \{1\}$

$\log_b a = x \Leftrightarrow$

a é o logaritmando ou antilogaritmo de x

b é a base

x é o logaritmo

$\log_b 1 = 0 \quad \therefore \quad b^0 = 1$

$\log_b b = 1 \quad \therefore \quad b^1 = b$

$\log_b b^m = m \therefore b^m = b^m$

$b^{\log_b a} = a \quad \therefore \log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a$

$\therefore b^{\log_b a} = b^x = a$

SENDO $a, b, c \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$, TEMOS

$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

SEJAM x, y e z TAIS QUE:

① $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$

② $\log_a c = y \Leftrightarrow a^y = c$

③ $\log_a (b \cdot c) = z \Leftrightarrow a^z = b \cdot c$

$a^z = b \cdot c = a^x \cdot a^y = a^{x+y} \Rightarrow z = x + y$

LOGO, $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

SENDO $a, b, c \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$ TEMOS

$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

① $\log_a b = x \therefore a^x = b$

② $\log_a c = y \therefore a^y = c$

③ $\log_a \frac{b}{c} = z \therefore a^z = b/c$

$$a^z = \frac{b}{c} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$\therefore z = x - y$

LOGO $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

$$\log_a \frac{1}{c} = \log_a 1 - \log_a c$$

$$= 0 - \log_a c$$

$$\log_a 1/c = \log_a c$$

• SENDO $a, b \in \mathbb{R}^*_+$; $a \neq 1$ e $m \in \mathbb{R}$

$$\log_a (b^m) = m \log_a b$$

① $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$

② $\log_a b^m = y \Leftrightarrow a^y = b^m$

$$a^y = b^m = (a^x)^m = a^{mx}$$

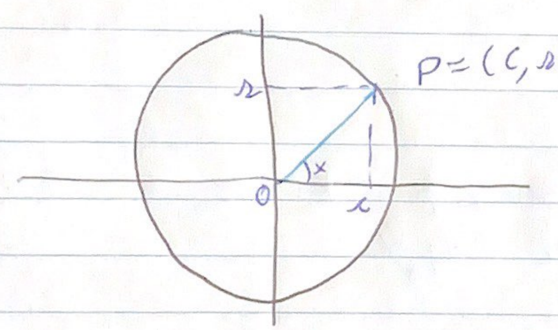
$y = mx \Rightarrow \log_a b^m = m \log_a b$

Logaritmo de Briggs que é o sistema de base 10, denotado por $\log x$, onde $x \in \mathbb{R}_+^*$

Logaritmo neperiano ou natural $\ln x$ onde $x \in \mathbb{R}_+^*$

$$\ln x = \log_e x$$

Funções Trigonométricas



$$\operatorname{sen} x = \frac{CP}{OP} \qquad \cos(x) = \frac{OC}{OP}$$

$$\operatorname{sen} x = OS \qquad \cos(x) = OC$$

$$\begin{cases} Dom(sen) = \mathbb{R} \\ Im(sen) = [-1, 1] \\ \\ sen(x) \text{ é função ímpar} \\ sen(-x) = -sen(x) \\ \\ [0, \pi/2] \text{ e } [3\pi/2, 2\pi] \text{ seno é crescente} \\ [\pi/2, 3\pi/2] \text{ seno é decrescente} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Dom(cos) = \mathbb{R} \\ Im(cos) = [-1, 1] \\ \\ cos(x) \text{ é função par} \\ cos(-x) = cos(x) \\ \\ [0, \pi] \text{ cosseno crescente} \\ [\pi, 2\pi] \text{ cosseno decrescente} \end{cases}$$

* $Tg(x) = \frac{sen x}{cos x}$; $sec(x) = \frac{1}{cos x}$

$\forall x \in \mathbb{R}$ tal que $cos(x) \neq 0$.

* $CoTg = \frac{cos x}{sen x}$; $cosec(x) = \frac{1}{sen x}$

$\forall x \in \mathbb{R}$ tal que $sen(x) \neq 0$

$\text{Dom}(tg) = \text{Dom}(sec)$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pi/2 + n\pi,\ n \in \mathbb{Z}\}$

$\text{Dom}(cotg) = \text{Dom}(cossec)$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq n\pi,\ n \in \mathbb{Z}\}$

IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - sen(a)\,sen(b)$

$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + sen(a)\,sen(b)$

$sen(a+b) = \cos(a)\,sen(b) + sen(a)\cos(b)$

$sen(a-b) = sen(b)\cos(a) - sen(a)\cos b$

$sen^2(a) + \cos^2 a = 1$