Testes de Hipóteses

Introdução

Uma hipótese estatística é uma afirmativa a respeito de um parâmetro de uma distribuição de probabilidade. Por exemplo, podemos formular a hipótese que a produtividade é diferente de 2,5 peças/hora. Formalmente isso é escrito como:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 2{,}5 \\ H_1 : \mu \neq 2{,}5 \end{cases}$$

H_0 é chamada de hipótese nula e H_1 de hipótese alternativa. Nesse caso, a alternativa formulada é bilateral, mas também podem ser estabelecidas alternativas unilaterais, tais como:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 2{,}5 \\ H_1 : \mu < 2{,}5 \end{cases}$$

Os testes de hipótese são uma das aplicações da estatística mais usadas. Via de regra, a hipótese nula é feita com base no comportamento passado do produto/processos/serviços, enquanto a alternativa é formulada em função das alterações/inovações.

No ambiente atual de melhoria contínua, é fácil entender a importância dos testes de hipótese: eles permitem confirmar a eficácia das medidas de melhoria adotadas.

Ao testar a hipótese, toma-se uma amostra aleatória do sistema em estudo e calcula-se o valor da estatística do teste.

Conforme o valor calculado, a hipótese nula será não rejeitada ou rejeitada, a partir de procedimentos estatísticos.

Passos para realizar um T.H

Passo 1: Definição da hipótese

O primeiro passo é o estabelecimento das hipóteses:

Hipótese nula (H_0) e hipótese alternativa (H_1).

Hipótese Nula ($\boldsymbol{H_0}$): é um valor suposto para um parâmetro. Se os resultados da amostra não forem muito diferentes de H_0, ela não pode ser rejeitada.

Hipótese Alternativa ($\boldsymbol{H_1}$): é uma hipótese que contraria a hipótese nula, complementar de H_0. Essa hipótese somente será aceita se os resultados forem muito diferentes de H_0.

Passos para realizar um T.H

Passo 2: Calcular a estatística do Teste

É o valor calculado a partir da amostra, que será usado na tomada de decisão. Uma maneira de tomar-se uma decisão é comparar o valor tabelado com a estatística do teste. Para o caso dos testes de médias, a estatística do teste é a variável padronizada Z:

$$Z_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Passo 3: Região Crítica

A região crítica é a região onde H_0 é rejeitada. A área da região crítica é igual ao nível de significância (α), que estabelece a probabilidade de rejeitar H_0 quando ela é verdadeira.

Por exemplo, se utilizarmos o nível de significância de 5%, a probabilidade de rejeitar H_0 quando é verdadeira é de 5%. Na prática, os valores usuais de alfa são: $\alpha = 0,01; 0,05$ ou $0,10$.

Passos para realizar um T.H

Tipos de testes:

1) Unilateral à direita

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$$

2) Unilateral à esquerda

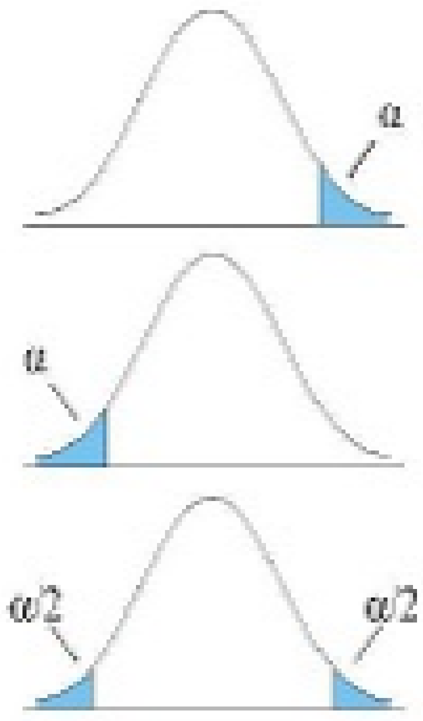
$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$$

3) Bilateral

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

Passos para realizar um T.H

Graficamente é possível observar cada uma dessas regiões nas figuras a seguir:



Passos para realizar um T.H

Passo 4: Regra de decisão

Se o valor da estatística do teste cair na região crítica, rejeita-se H_0. Ao rejeitar a hipótese nula (H_0) existe uma forte evidência de sua falsidade.

Ao contrário, quando não rejeitamos, dizemos que não houve evidência amostral significativa no sentido em permitir a rejeição de H_0.

Passos para realizar um T.H

Passo 5: Conclusão

Não rejeitar H_0, implica que a hipótese nula não pode ser rejeitada.

Rejeitar H_0 implica que temos evidências estatísticas para rejeitá-la com um risco conhecido α.

Teste para Média Populacional μ

1. $H_0 : \mu = \mu_0$
2. $H_1 : \begin{cases} a) & \mu & < & \mu_{H0} \\ b) & \mu & > & \mu_{H0} \\ c) & \mu & \neq & \mu_{H0} \end{cases}$
3. Fixar o nível de significância α;
4. Determinar a região de Rejeição;
5. Calcular a estatística de teste:

Caso 1: O desvio padrão populacional σ é conhecido

Para este caso, a estatística de teste é dada por:

$$z_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_{H0}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Teste para Média Populacional μ

Caso 2: O desvio padrão populacional σ é desconhecido e $n \leq 30$

Para este caso, a estatística do teste é dada por:

$$t_{cal} = \frac{\bar{x} - \mu_{H0}}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

6. Regras de decisão

(a) se $z < -z_\alpha$ ou $t < -t_\alpha$, rejeita-se H_0

(b) se $z > z_\alpha$ ou $t > t_\alpha$, rejeita-se H_0

(c) se $|z| > z\frac{\alpha}{2}$ ou $|t| > t\frac{\alpha}{2}$, rejeita-se H_0

Teste para Média Populacional μ

Exemplos

1) Uma fábrica de automóveis anuncia que seus carros consomem, em média, 11 litros por 100km, com desvio padrão de 0,8 litro. Uma revista decide testar essa afirmação e analisa 35 carros dessa marca, obtendo 11,4 litros por 100km, como consumo médio. Admitindo que o consumo tenha distribuição normal, ao nível de 10%, o que a revista concluirá sobre o anúncio da fábrica?

Teste para Média Populacional μ

2) Uma fábrica anuncia que o índice de nicotina dos cigarros da marca X apresenta-se abaixo de 26 mg por cigarro. Um laboratório realiza 10 análises do índice obtendo:

$$26, 24, 23, 22, 28, 25, 27, 26, 28, 24$$

Sabe-se que o índice de nicotina dos cigarros da marca X se distribui normalmente com variância $5,36mg$. Pode-se aceitar a afirmação do fabricante, ao nível de 5%?

Teste para Média Populacional μ

3. Um fabricante de lajotas de cerâmica introduz um novo material em sua fabricação e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206kg. A resistência das lajotas tem distribuição normal com desvio padrão de 12kg. Retira-se uma amostra de 30 lajotas obtendo-se $\bar{x} = 210kg$. Ao nível de 10%, pode o fabricante aceitar que a resistência média de suas lajotas tenha aumentado?

Teste para Média Populacional μ

4) A vida média de uma amostra de 100 lâmpadas produzidas por uma firma foi calculada em 1570 horas, com desvio padrão de 120 horas. Sabe-se que a duração das lâmpadas dessa firma tem distribuição normal com média de 1600 horas. Ao nível de 1%, testar se houve alteração na duração média das lâmpadas.

Teste para a proporção populacional p

1. $H_0 : p = p_{H0}$
2. $H_1 : \begin{cases} a) & p < p_{H0} \\ b) & p > p_{H0} \\ c) & p \neq p_{H0} \end{cases}$
3. Fixar o nível de significância α;
4. Determinar a região de Rejeição;
5. Calcular a estatística de teste

$$Z_{cal} = \frac{\hat{p} - p_{H0}}{\sqrt{\frac{p_{H0}(1 - p_{H0})}{n}}}$$

6. Regras de decisão

(a) se $z < -z_\alpha$ ou $t < -t_\alpha$, rejeita-se H_0

(b) se $z > z_\alpha$ ou $t > t_\alpha$, rejeita-se H_0

(c) se $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$ ou $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}$, rejeita-se H_0

Teste para a proporção populacional p

Exemplo 1: Sabe-se por experiência que 5% da produção de um determinado artigo é defeituosa. Um novo empregado é contratado. Ele produz 600 peças do artigo com 82 defeituosas. Ao nível de 15%, verificar se o novo empregado produz peças com maior índice de defeitos que o existente.

Teste para a proporção populacional p

Exemplo 2: Um candidato a deputado estadual afirma que terá 60% dos votos dos eleitores dessa cidade. Um instituto de pesquisa colhe uma amostra de 300 eleitores dessa cidade, encontrando 160 que votarão no candidato. Esse resultado mostra que a afirmação do candidato é verdadeira, ao nível de 5%?

Teste para a proporção populacional p

Exemplo 3: Em uma experiência sobre percepção extrassensorial (PES), um indivíduo A, em uma sala isolada, é solicitado a declarar a cor vermelha ou preta (em números iguais) de cartas tiradas ao acaso de um baralho de 50 cartas, por outro indivíduo B, posicionado em outra sala. Se A identifica corretamente 32 cartas, esse resultado é significativo ao nível de 5% para indicar que A tem PES?