

CAPÍTULO 23

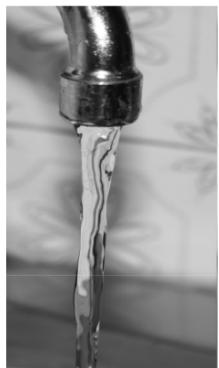
Lei de Gauss

Lei de Gauss



A lei de Gauss relaciona os campos elétricos nos pontos de uma superfície gaussiana (fechada) à carga total envolvida pela superfície.

Fluxo de água,,

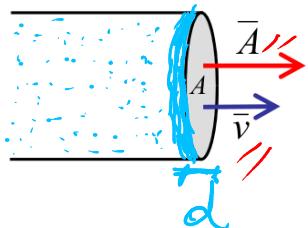


Fluxo de água pela seção transversal de área A de uma torneira

O que é fluxo



Taxa de algo atravessando uma superfície.



$$\phi = \bar{v} \cdot \bar{A}$$

$$\phi = v \cos \theta A$$

ϕ : Vazão ou fluxo

\bar{v} : velocidade da água

A : área da seção transversal por onde há o fluxo de água,

\bar{A} : vetor área.

O vetor área , é um vetor que tem módulo a área da seção transversal do cano e direção perpendicular a esse plano.

$$A_1 \vartheta_1 = A_2 \vartheta_2$$

p/ água (vazão)

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} : \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

$$\Delta V = A d$$

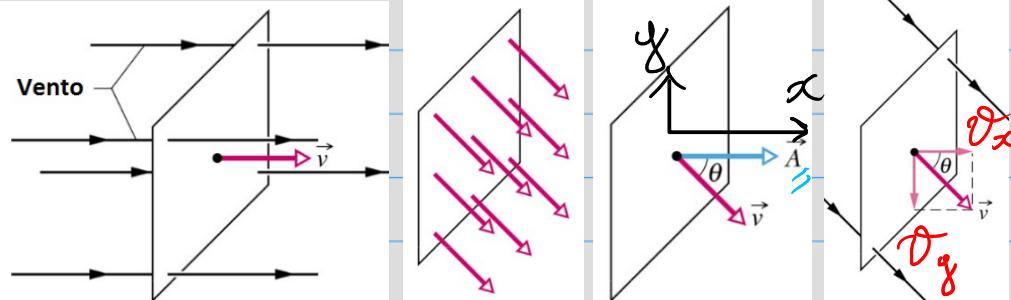
$$Q = \frac{A d}{\Delta t}$$

$$\vartheta = \frac{d}{\Delta t}; \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$Q = A \vartheta$$

Fluxo de vento //

Fluxo de vento em uma espira quadrada. //



Conjunto de vetores velocidade é denominado *Campo de velocidades*. //

$$\phi = \bar{v} \cdot \bar{A}$$

Fluxo de campo de velocidades através da espira. //

O fluxo depende: da velocidade (1), da área da superfície (2) e da relação entre as direções e sentidos dos vetores velocidade e área. //

Vetor normal

$$A^N = \text{Área}$$

$$v_x = v \cos \theta$$

$$v_y = v \sin \theta$$

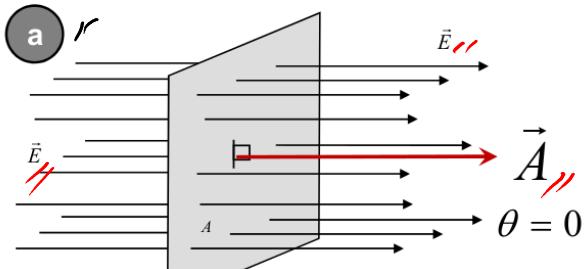
$$\phi = A v$$

$$\phi = A v_x$$

$$\phi = A v \cos \theta$$

Fluxo de elétrico //

Fluxo de campo elétrico: não temos um fluido mas linhas de campo que atravessam um determinada superfície.

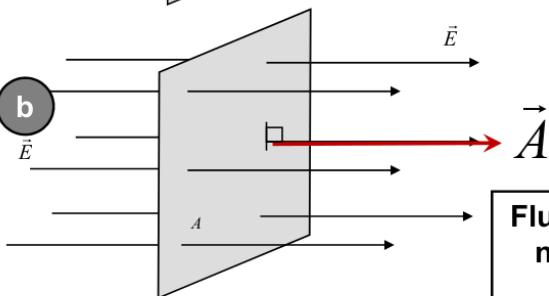


$$\vec{v} \Rightarrow \vec{E},$$

$$\phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

Fluxo de campo elétrico para \vec{E} uniforme ao longo da superfície plana A.

Φ : Fluxo de campo elétrico ($N.m^2/C$)



Fluxo de campo elétrico proporcional ao número total de linhas de campo que atravessam a área A

$$\Phi_a > \Phi_b$$

$$\Phi_E = \vec{A} \cdot \vec{E}$$

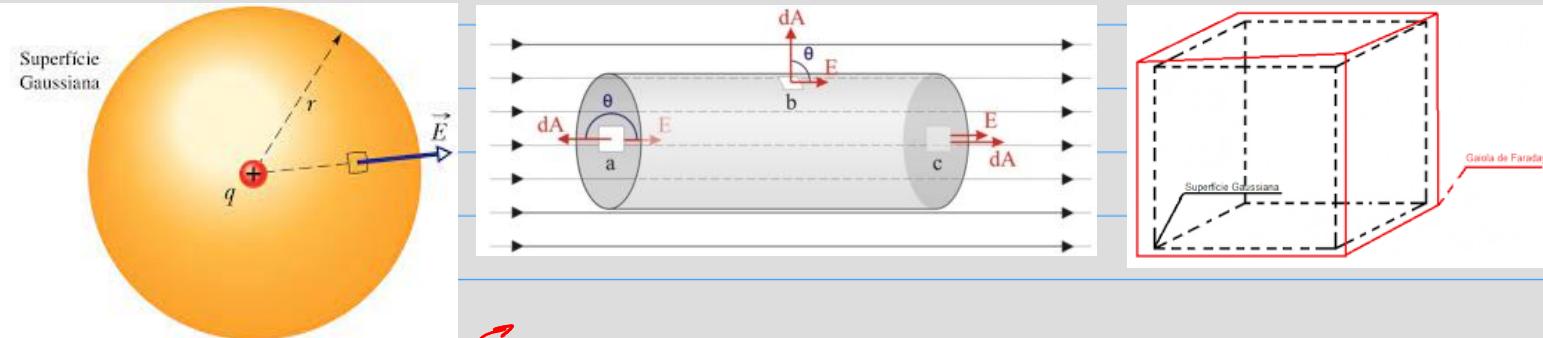
$$\Phi_E = A E \cos \theta$$

$$[\Phi_E] = \left[\frac{Nm^2}{C} \right]$$

$$[\Phi_E] = [Weber]$$

$$[\Phi_E] = [Wb]$$

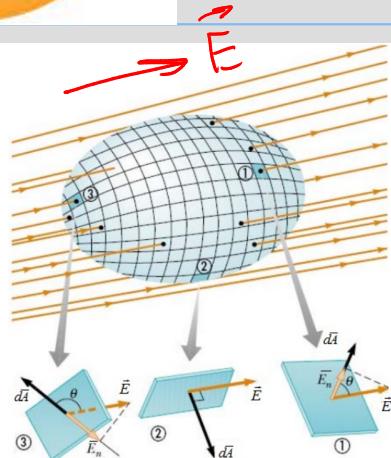
Superfície Gaussiana //



- Se \vec{E} não é uniforme ao longo da superfície de área A ? //

$$\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Fluxo de Campo Elétrico



$d\vec{A}$: vetor normal à superfície

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \Delta A = dA$$

$$L_2 = 3\mu$$

$$A = L_1 L_2$$

$$A = 3\Omega \mu \text{a.}$$

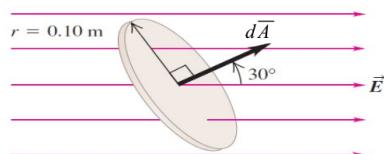
$$L_1 = 10\mu$$

$$A = \sum \Delta A$$

$\phi_E = \int E \cdot dA \cos \theta$

Exemplo - 1 //

1. Um disco com raio $r = 10\text{cm}$ está orientado de modo que seu vetor normal faça um ângulo de 30° com o campo elétrico uniforme de módulo $2 \times 10^3 \text{ N/C}$. (a) Qual é o fluxo do campo elétrico do disco? (b) Qual o fluxo de campo elétrico depois que ele gira e a normal fica perpendicular ao vetor campo elétrico? (c) Qual o fluxo elétrico através do disco quando sua normal é paralela à E? (54 N.m²/C; 0; 63 N.m²/C)



$$r = 10\text{ cm}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$E = 2 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

$$\text{a)} \Phi_E = ?$$

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \pi r^2 \\ A = \pi (10)^2 \\ A = \pi 100 \\ A = 3,14 \cdot 100 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 314 \text{ cm}^2 \\ A = 314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_E = 2 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 30^\circ \\ \Phi_E \approx 63 \text{ Wb} \end{array} \right.$$

$$\Phi_E = 2 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 10^{-4} \cos 30^\circ$$

$$\Phi_E = 54,39 \text{ Wb},$$

$$\text{b)} \Phi_E = EA \cos 90^\circ$$

$$\Phi_E = 0 \text{ Wb},$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{c)} \\ \Phi_E = 2 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 0^\circ \\ \Phi_E = 63 \text{ Wb} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_E = 2 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 0^\circ \\ \Phi_E = 63 \text{ Wb} \end{array} \right.$$

$$\Phi_E \approx 63 \text{ Wb}$$

$$\text{de } \theta = 180^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_E \approx -63 \text{ Wb} \end{array} \right.$$

Exemplo - 2

Exemplo 23.01 Fluxo de um campo uniforme através de uma superfície cilíndrica

A Fig. 23-6 mostra uma superfície gaussiana na forma de um cilindro oco, de raio R , cujo eixo é paralelo a um campo elétrico uniforme. Qual é o fluxo Φ do campo elétrico através do cilindro?

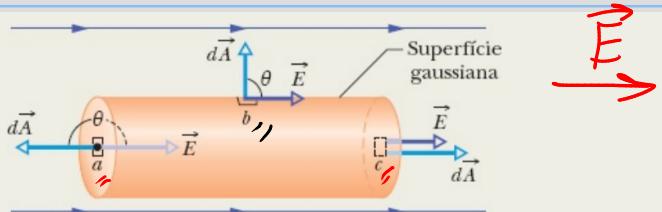


Figura 23-6 Uma superfície gaussiana cilíndrica, fechada pelos planos das bases, imersa em um campo elétrico uniforme. O eixo do cilindro é paralelo à direção do campo.

$$a: \Phi_E = EA \cos \theta \quad \{$$

$$A_a = \pi R^2$$

$$A = \int dA$$

$$\Phi_{Ea} = EA_a \cos 180^\circ$$

$$\Phi_{Ea} = -EA_a //$$

$$b: \Phi_{Eb} = EA_b \cos 90^\circ$$

$$\Phi_{Eb} = 0 //$$

$$c: \Phi_{Ec} = EA_c \cos 0^\circ$$

$$\Phi_{Ec} = EA_c //$$

$$A_a = A_c = A'$$

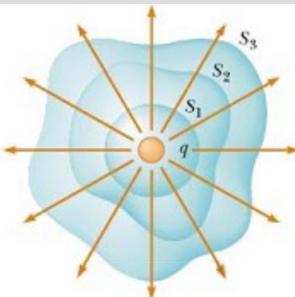
$$\Rightarrow \Phi_E = -EA' + 0 + EA'$$

$$\{ \Phi_E = 0 \text{ } Wb //$$

Lei de Gauss



A lei de Gauss relaciona os campos elétricos nos pontos de uma superfície gaussiana (fechada) à carga total envolvida pela superfície.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss

O fluxo elétrico total através de qualquer superfície fechada é igual à carga elétrica total (líquida) existente no interior da superfície dividida por ϵ_0 .

O fluxo resultante não depende da forma da superfície gaussiana, apenas da **carga líquida** contida nela. A superfície é escolhida de acordo com a situação.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss
(modo geral)

$$\vec{E} \cdot \vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

Lei de Gauss
(E uniforme)

Lei de Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$EA \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} \cdot \vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E dA \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Como utilizar a Lei de Gauss ?

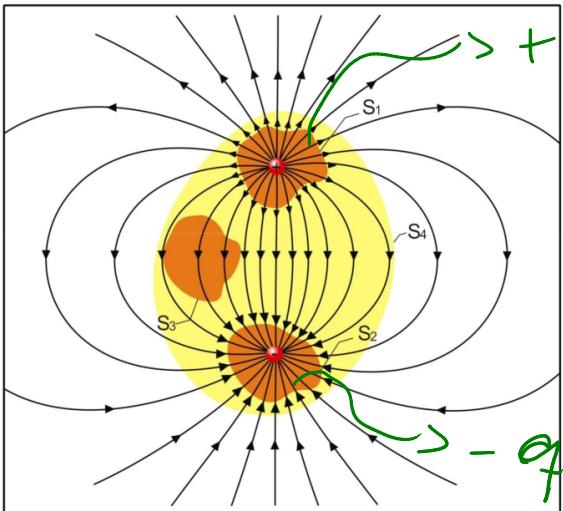
$$\phi = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$S_1: q_{\text{int}} = +q \rightarrow \Phi > 0$$

$$S_2: q_{\text{int}} = -q \rightarrow \Phi < 0$$

$$S_3: q_{\text{int}} = 0 \rightarrow \Phi = 0$$

$$S_4: q_{\text{int}} = (+q) + (-q) = 0 \rightarrow \Phi = 0$$



$$S_3: q_{\text{int}} = +q = \infty$$

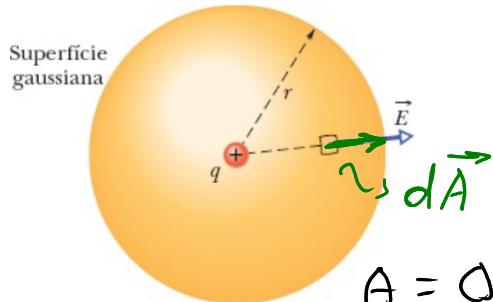
$$S_4: q_{\text{int}} = +q - q = 0$$

$$\psi = \infty_{||}$$

$$S_1: q_{\text{int}} = +q \rightarrow \psi_E > 0$$

$$S_2: q_{\text{int}} = -q \rightarrow \psi_E < 0$$

Lei de Gauss e a Lei de Coulomb



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{int}}}{r^2}$$

//

$$\left\{ F = q_0 E \right.$$

$$4\pi r^2$$

Figura 23-9 Uma superfície gaussiana esférica com centro em uma partícula de carga q .

$$\oint E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E dA \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\left\{ E \oint dA = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \right.$$

$$\left. E A \right\} = \frac{4\pi r^2}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow$$

$$\left\{ E 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \right.$$

$$\left. E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \right\}$$

Lei de Gauss e um condutor isolado //

Um Condutor Carregado

A lei de Gauss permite demonstrar um teorema importante a respeito dos condutores:

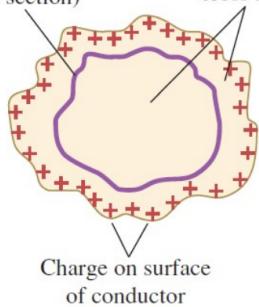


Se uma carga em excesso é introduzida em um condutor, a carga se concentra na superfície do condutor; o interior do condutor permanece neutro.

Gaussian surface A

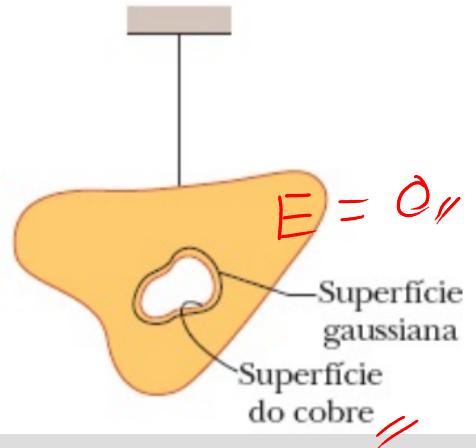
inside conductor
(shown in cross section)

Conductor
(shown in cross section)



Charge on surface
of conductor

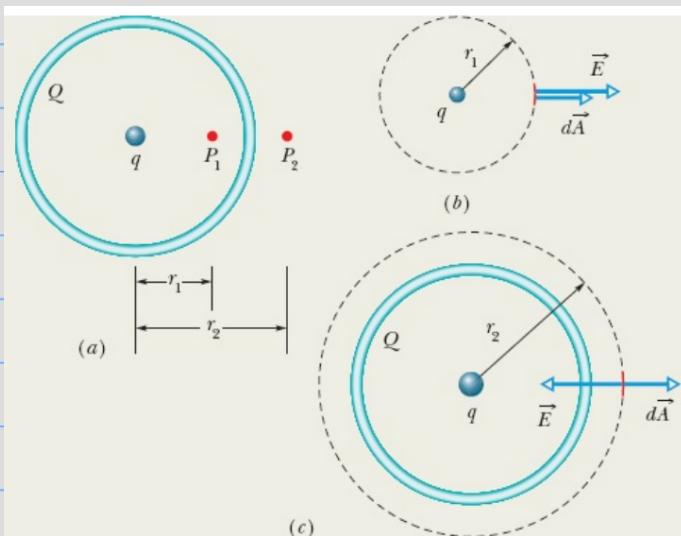
O campo elétrico no interior do condutor deve ser nulo. Caso contrário, o campo exerceria força sobre os elétrons.





Exemplo 23.03 Uso da lei de Gauss para determinar um campo elétrico

A Fig. 23-10a mostra, em seção reta, uma casca esférica de plástico de raio $R = 10\text{ cm}$ e espessura desprezível, com carga $Q = -16e$ distribuída uniformemente. No centro da casca está uma partícula de carga $q = +5e$. Qual é o campo elétrico (módulo e orientação) (a) em um ponto P_1 situado a uma distância $r_1 = 6\text{ cm}$ do centro da casca e (b) em um ponto P_2 situado a uma distância $r_2 = 12,0\text{ cm}$ do centro da casca?



a)

$$\oint \vec{E} = \frac{\partial}{\partial r} \vec{E}_0 \\ E \cdot 4\pi r_1^2 = \frac{\partial}{\partial r}$$

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r_1^2}$$

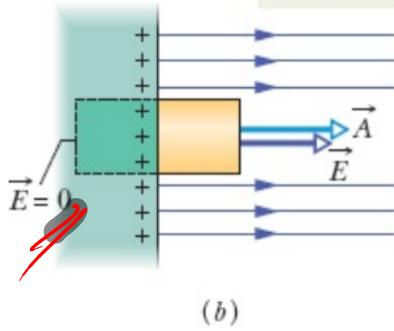
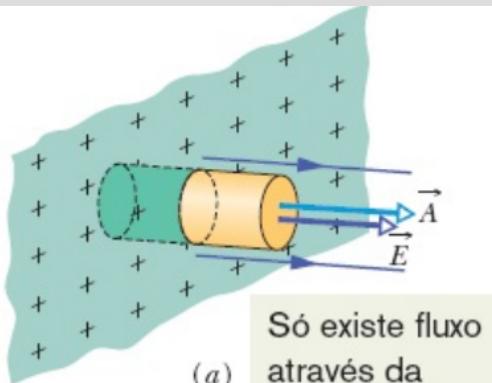
$$b) E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{(-16e + 5e)}{r_2^2} = ,$$

$$E = -\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{11e}{r_2^2}$$



Campo elétrico criado por uma placa condutora carregada e isolada.

Simetria plana //



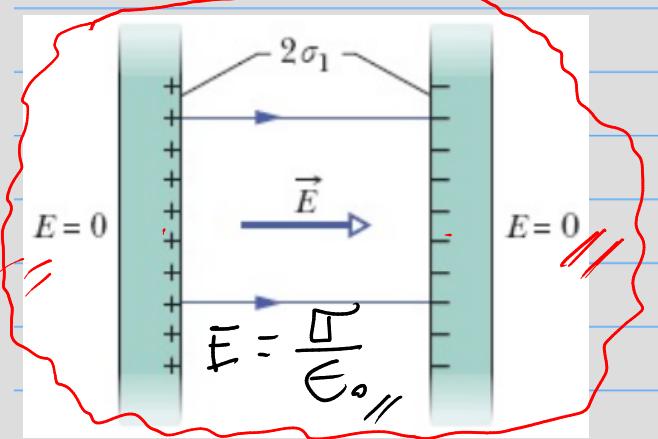
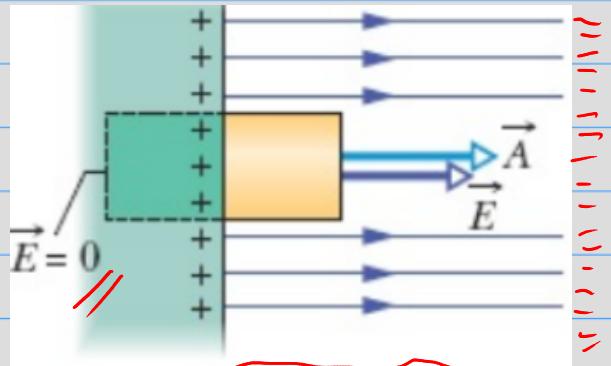
$$\Phi_E = q/\epsilon_0$$

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$$\sigma = \frac{q}{A}; \left[\frac{C}{m^2} \right] \Rightarrow$$

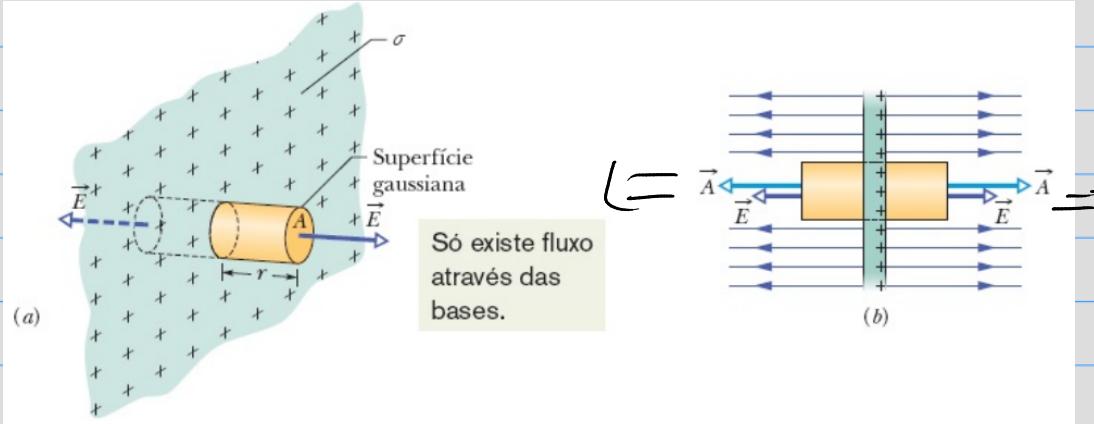
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Duas placas condutoras carregadas.



Campo elétrico criado por uma placa não condutora e carregada.

Simetria plana



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = q/\epsilon_0$$

$$E(2A) = q/\epsilon_0$$

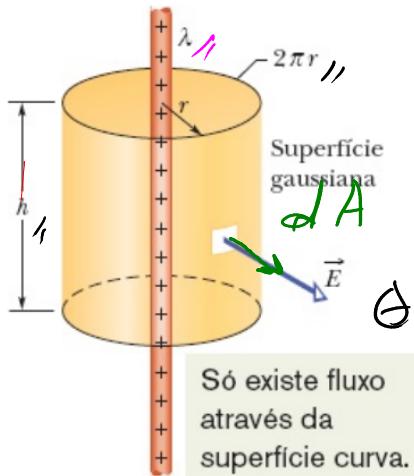
$$E = \frac{q}{2\epsilon_0 A}$$

$$q = \sigma A$$

$$\left. \begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= q/\epsilon_0 \\ E &= \frac{q}{2\epsilon_0 A} \end{aligned} \right\}$$

Campo elétrico criado por uma barra carregada.

Simetria cilíndrica



$$\oint \vec{E} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

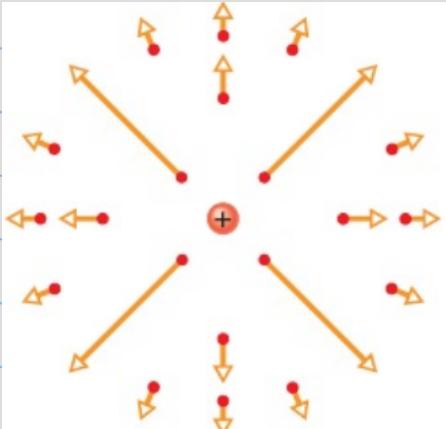
$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\left. \begin{array}{l} \oint \vec{E} = \frac{q}{\epsilon_0} \\ E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r h} \end{array} \right\} E(2\pi r h) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r h}$$

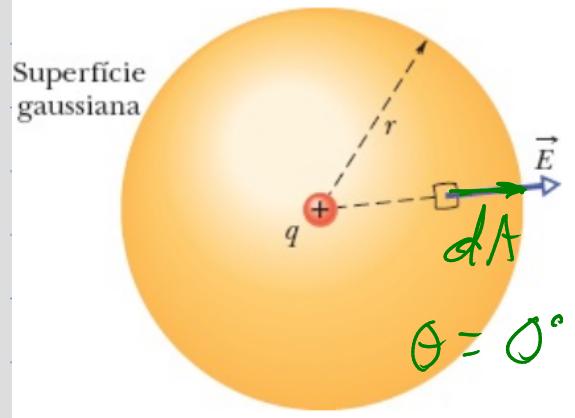
$$\lambda = \frac{q}{h}; [\frac{C}{m}]$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



Campo elétrico criado por uma esfera carregada.

Simetria esférica



$$\oint_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

