Autômatos Finitos com Saída

Autômato Finito possui aplicações práticas restritas, pois a saída é limitada à informação aceita/rejeita.
Assim, a definição de autômato finito é estendida prevendo saídas associadas aos estados (máquina de Moore) ou às transições (Máquina de Mealy).
Sem alterar a classe de linguagens reconhecidas, é possível estender a definição de autômato finito, incluindo-se a geração de uma palavra de saída.
Em ambas as máquinas, a saída não pode ser lida, ou seja, não pode ser usada como memória auxiliar.
A saída é definida sobre um alfabeto especial, denominado alfabeto de símbolos de saída, o qual pode ser igual ao alfabeto de entrada;
A saída é armazenada em uma fita de saída independente da de entrada.
A cabeça da fita de saída move uma célula para a direita a cada símbolo gravado.
O resultado do processamento do autômato finito é seu estado final (condição de aceita/rejeita) e a informação contida na fita de saída.
As máquinas de Mealy e Moore são modificações sobre o autômato finito determinístico. A extensão da definição, prevendo as facilidades de não determinismo e movimentos vazios, é sugerida como exercícios.

Máquina de Mealy

A máquina de Mealy é um autômato finito modificado de forma a gerar uma palavra de saída (a qual pode ser vazia) para cada transição da máquina.

Definição: Uma máquina de Mealy M é um autômato finito determinístico com saídas associadas às transições. É representada por uma 6-tupla:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F, \Delta), \text{ na qual:}$$

- Q é um conjunto de estados possíveis do autômato finito.
- Σ é o alfabeto de símbolos de entrada.
- δ é uma função de transição (função programa).

$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q \times \Delta^*$$

- q_0 é o estado inicial.
- F é o conjunto de estados Finais / Aceitação.
- Δ é um alfabeto de símbolos de saída, ou alfabeto de saída.

As componentes Σ, Q, q_0 e F são como no autômato finito determinístico.

A função programa pode ser representada como um diagrama como nos autômatos finitos, adicionando, na etiqueta / rótulo de cada transição, a saída associada, quando diferente da palavra vazia.

A computação de uma máquina de Mealy, para uma palavra de entrada w, consiste na sucessiva aplicação da função programa para cada símbolo de w (da esquerda para a direita) até ocorrer uma condição de parada.

A palavra vazia como saída da função de transição indica que nenhuma gravação é realizada e, obviamente, não move a cabeça da fita de saída.

Se todas as transições geram saídas vazia, então a máquina de Mealy processa como se fosse uma AF.

Exemplo: Criar e Atualizar arquivos.

A seguinte simbologia pode ser adotada no diagrama da função de transição.

<...> entrada fornecida pelo usuário.

"..." saída gerada

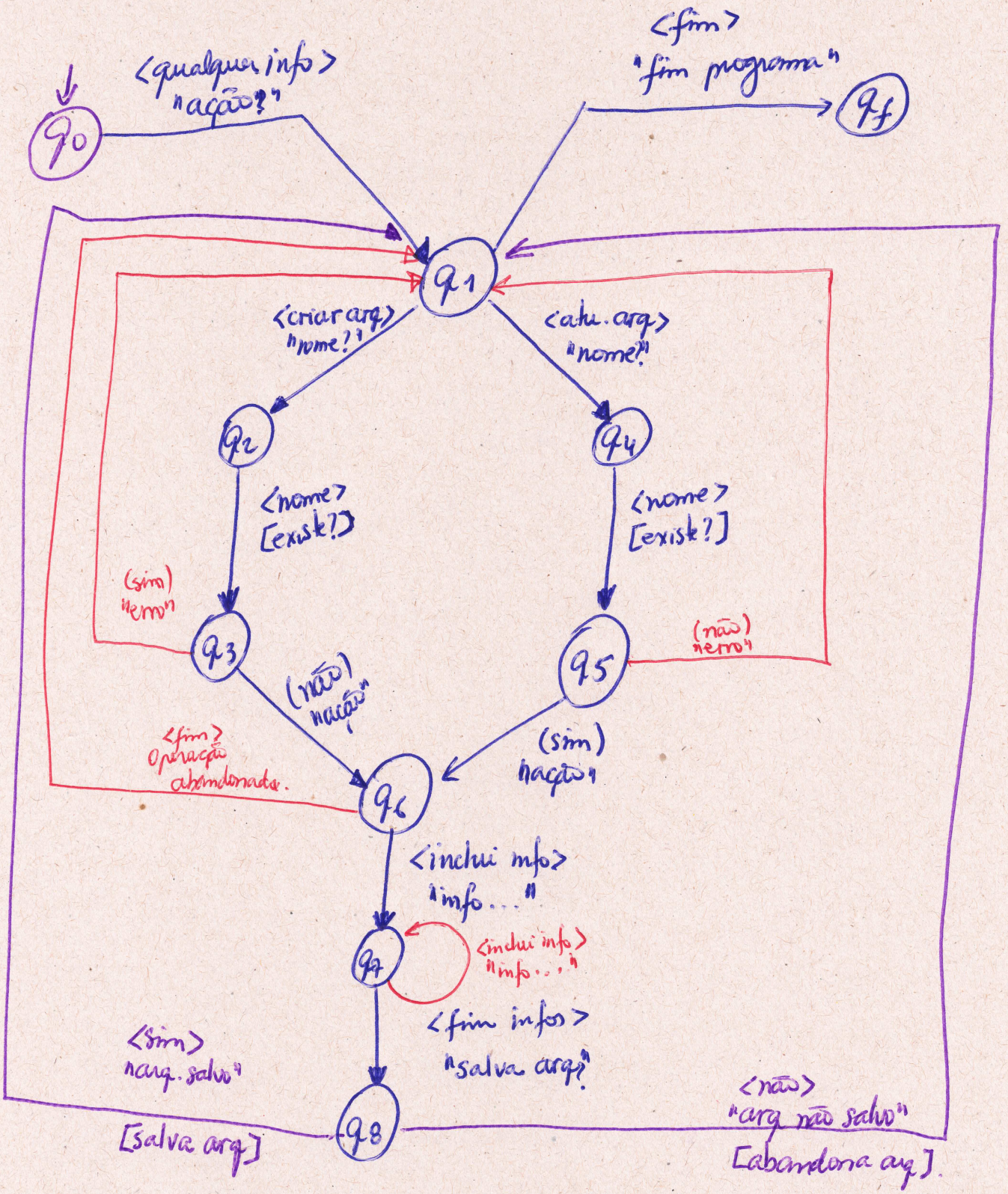
[...] ação interna do programa (sem interação com o usuário).

(...) resultado de uma ação interna ao programa, é usado como entrada no diagrama.

Exemplo: Máquina de Mealy

$$M = (\{q_0, q_1, \ldots, q_8, q_F\}, \Sigma, \delta, q_0, \{q_F\}, \Delta)$$

Σ e Δ representam o conjunto de símbolos (palavras do português) de entrada e de saídas válidas no diálogo com o usuário.



Máquina de Moore

A máquina de Moore possui uma segunda função, que gera uma palavra de saída (a qual pode ser vazia) para cada estado da máquina.

Definição: Uma máquina de Moore M é um autômato finito determinístico com saídas associadas aos estados. É representado por uma 7-tupla:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F, \Delta, \delta_s)$$

Na qual:

- Σ é o alfabeto de entrada.
- Q conjunto de estados possíveis.
- δ é uma função programa ou função de transição.

$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

(função parcial)

"cada elemento do domínio está relacionado com, no máximo, um elemento do codomínio.

- q_0 é o estado inicial.
- F é o conjunto de estados finais.
- Δ é um alfabeto de símbolos de saída.
- δ_s é uma função de saída:

$$\delta_s : Q \rightarrow \Delta^*$$

(função total)

"para todo $a \in A$ existe $b \in B$ tal que $f(a) = b$."

É uma função parcial definida para todos os elementos.

Os componentes Σ, Q, δ, q_0 e F são como no AFD e Δ é como na máquina de Mealy. A função programa pode ser representada com um diagrama como nos autômatos finitos, adicionando, na etiqueta, rótulo de cada estado, a saída associada quando diferente da palavra vazia.

A computação de uma Máquina de Moore, para uma palavra w, consiste na sucessiva aplicação da função programa para cada símbolo em w (da esquerda para a direita) até ocorrer uma condição de parada, juntamente com a sucessiva aplicação da função de saída a cada estado atingido.

A palavra vazia como resultado da função de saída indica que nenhuma gravação é realizada, e não move a cabeça da fita de saída. Se todos os estados geram saída vazia, a Máquina de Moore processa como se fosse um autômato finito.

Exemplo - Máquina de Moore: Análise léxica

Um exemplo comum de aplicação do conceito de máquina de Moore é o desenvolvimento de analisadores léxicos de compiladores ou tradutores de linguagens.

Basicamente, um analisador léxico é um autômato finito (em geral, determinístico) que identifica os componentes básicos de uma linguagem, os <u>tokens</u> ou <u>marcas</u>, como por exemplo, números, identificadores, separadores, símbolos, operadores.

Uma máquina de Moore como um analisador léxico:

- um estado final é associado a cada unidade léxica.
- cada estado final possui uma saída (definida na Função de Saída) que descreve ou codifica a unidade léxica identificada.
- para os demais estados (não finais), em geral, a saída gerada é a palavra vazia. Eventualmente, pode não ser vazia, se alguma informação adicional à codificação da unidade léxica é necessária.

Exercício: Defina formalmente:

a) A função programa estendida para a máquina de Mealy.

b) As funções estendidas para Máquina de Moore:

b.1) Função programa

b.2) Função de saída.

a) $\delta^*: Q \times \Sigma^* \to Q \times \Delta^*$

$\delta^*(q, \varepsilon) = (q, \varepsilon)$ $\qquad$ $\delta^*(q, a) = (q', z)$ com $z \in \Delta^*$.

$\delta^*(q, aw) = \delta^*(\delta(q, a), w)$

A função estendida consiste na sucessiva aplicação da função programa para cada símbolo da palavra, a partir de um dado estado. Entrada vazia o autômato fica parado no mesmo estado.

b) b.1 não muda, idêntico ao AFD.

b.2

$\delta_s: Q \to \Delta^*$

$\delta_s(q) = z \; ; \; z \in \Delta^*$.