

# Teoria dos Grafos

André Kawamoto

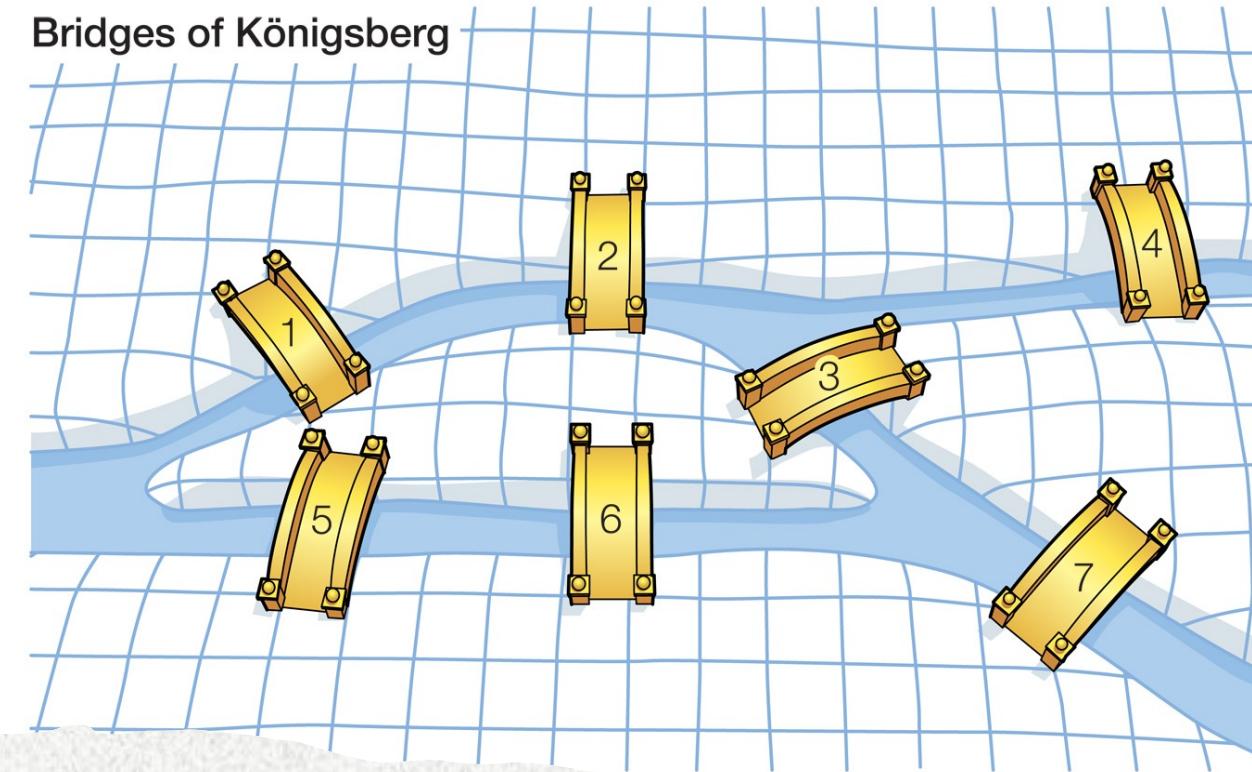
# Teoria dos Grafos

- A história da Teoria dos Grafos pode ser traçada especificamente até 1735, quando o matemático suíço **Leonhard Euler** resolveu o problema das **Pontes de Königsberg\***





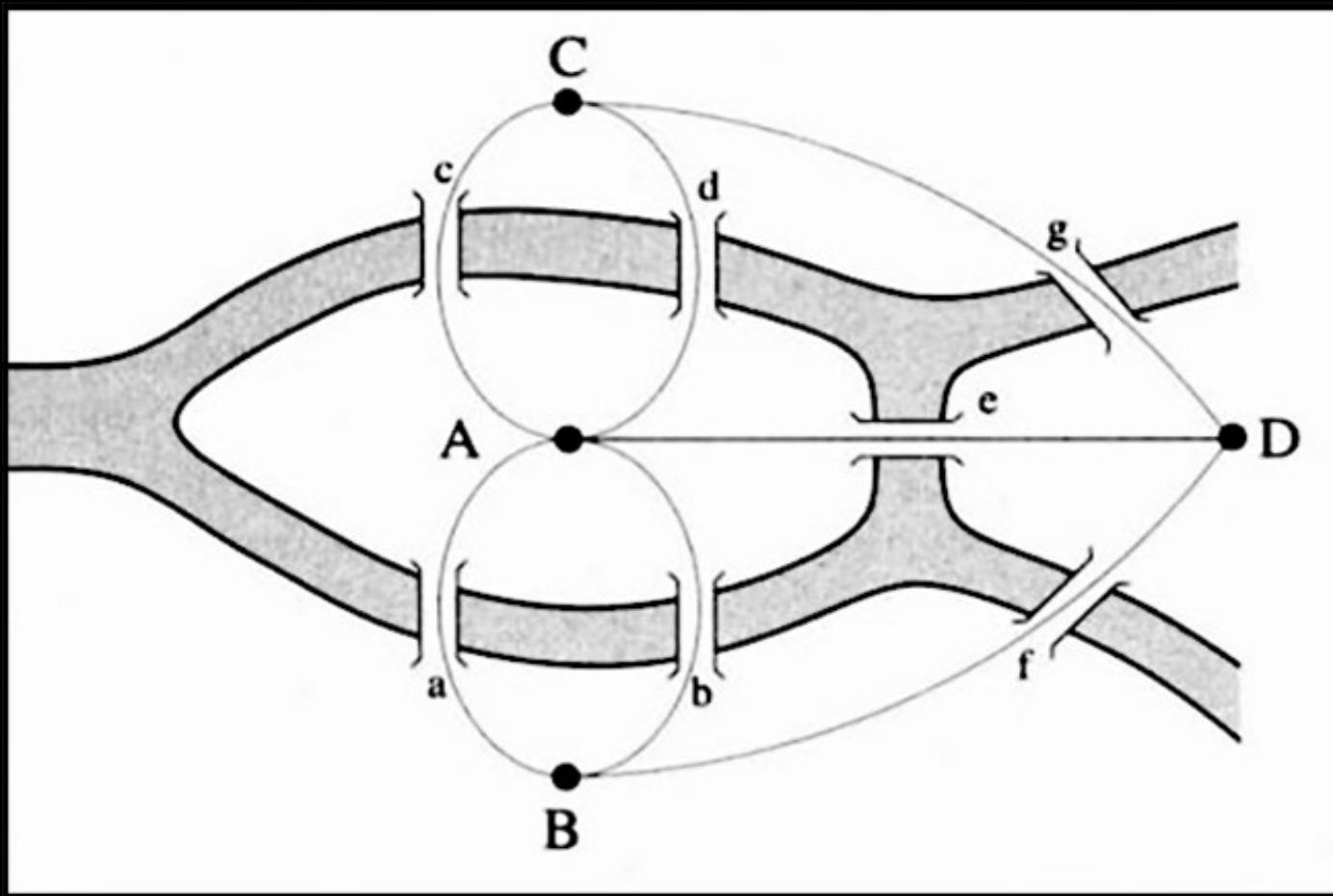
Bridges of Königsberg



## Teoria dos Grafos

- É possível atravessar todas as pontes apenas 1 vez e retornar ao mesmo lugar?

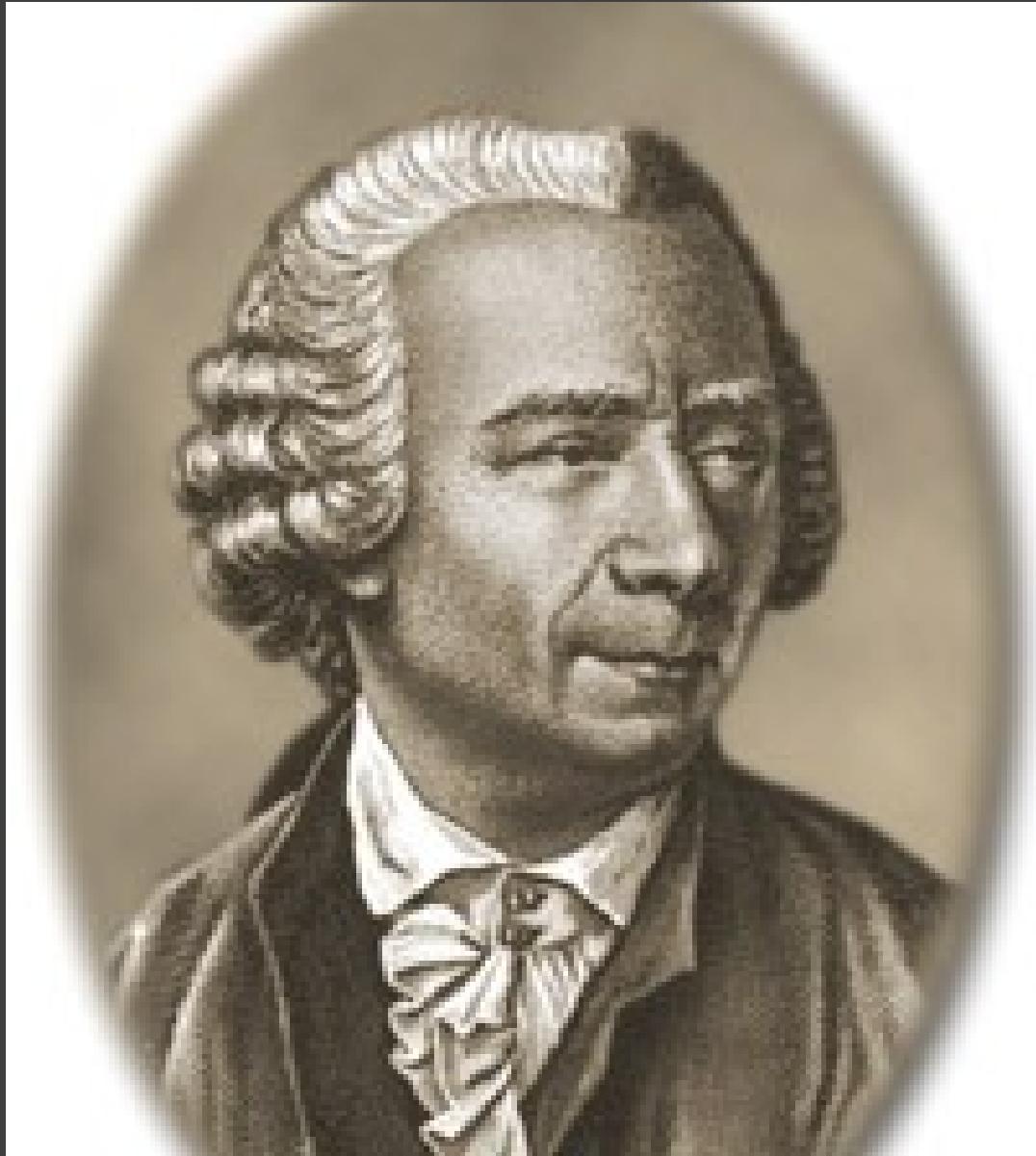
# Pontes de Königsberg



# A solução de Euler

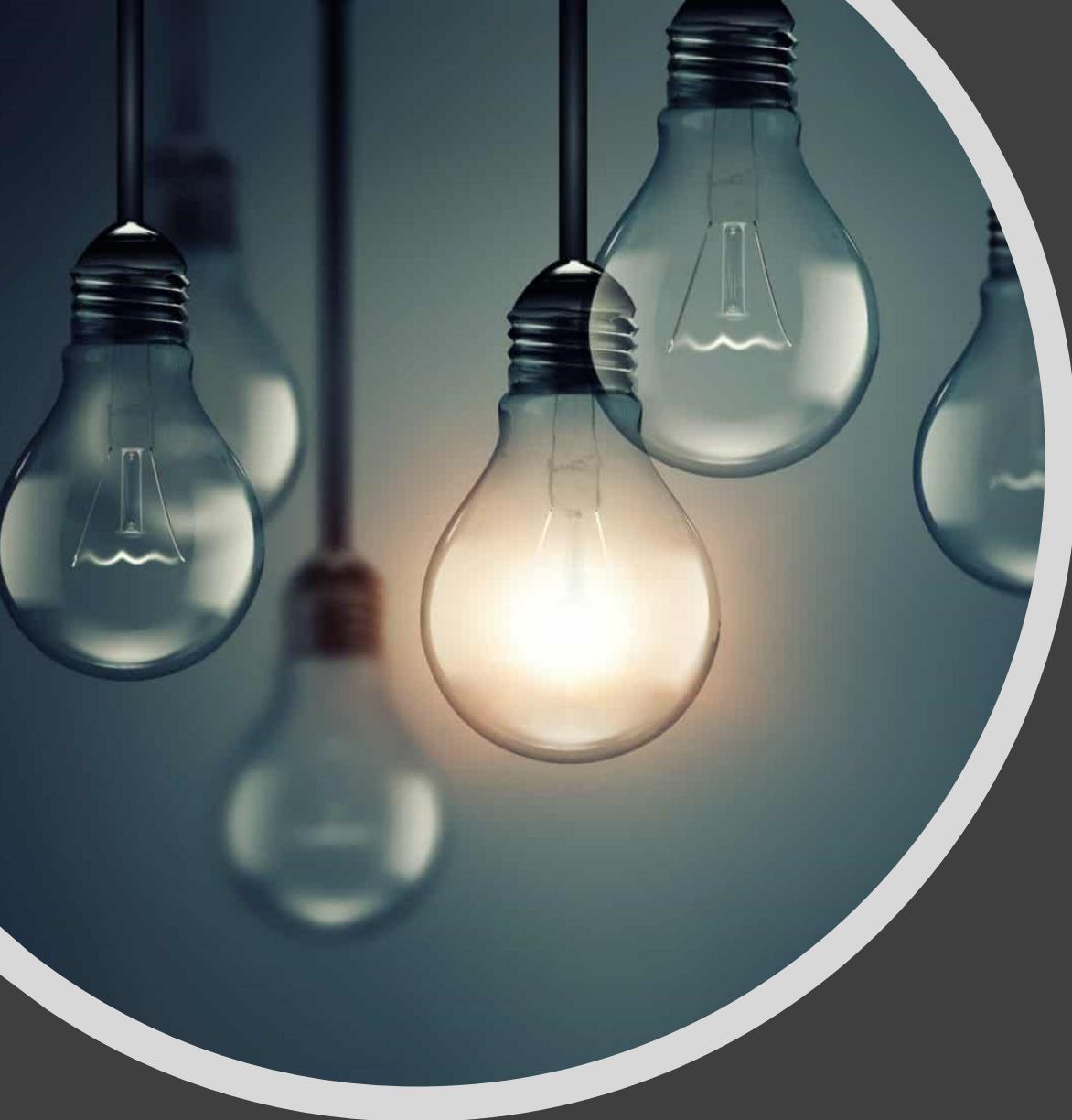
- Abstraiu todas as informações irrelevantes
  - Representou as porções de terra seca como pontos
  - Representou as pontes que conectavam essas porções de terra em traços
- A conclusão:
  - NÃO era possível fazer essa travessia





## Solução de Euler

- Ao desenhar o grafo, Euler observou que, para traçar a figura, deve existir
  - uma linha que “entra” no ponto.
  - Uma outra linha que “sai” do ponto.
- Portanto, a quantidade de linhas em cada ponto precisa ser um número **par**.

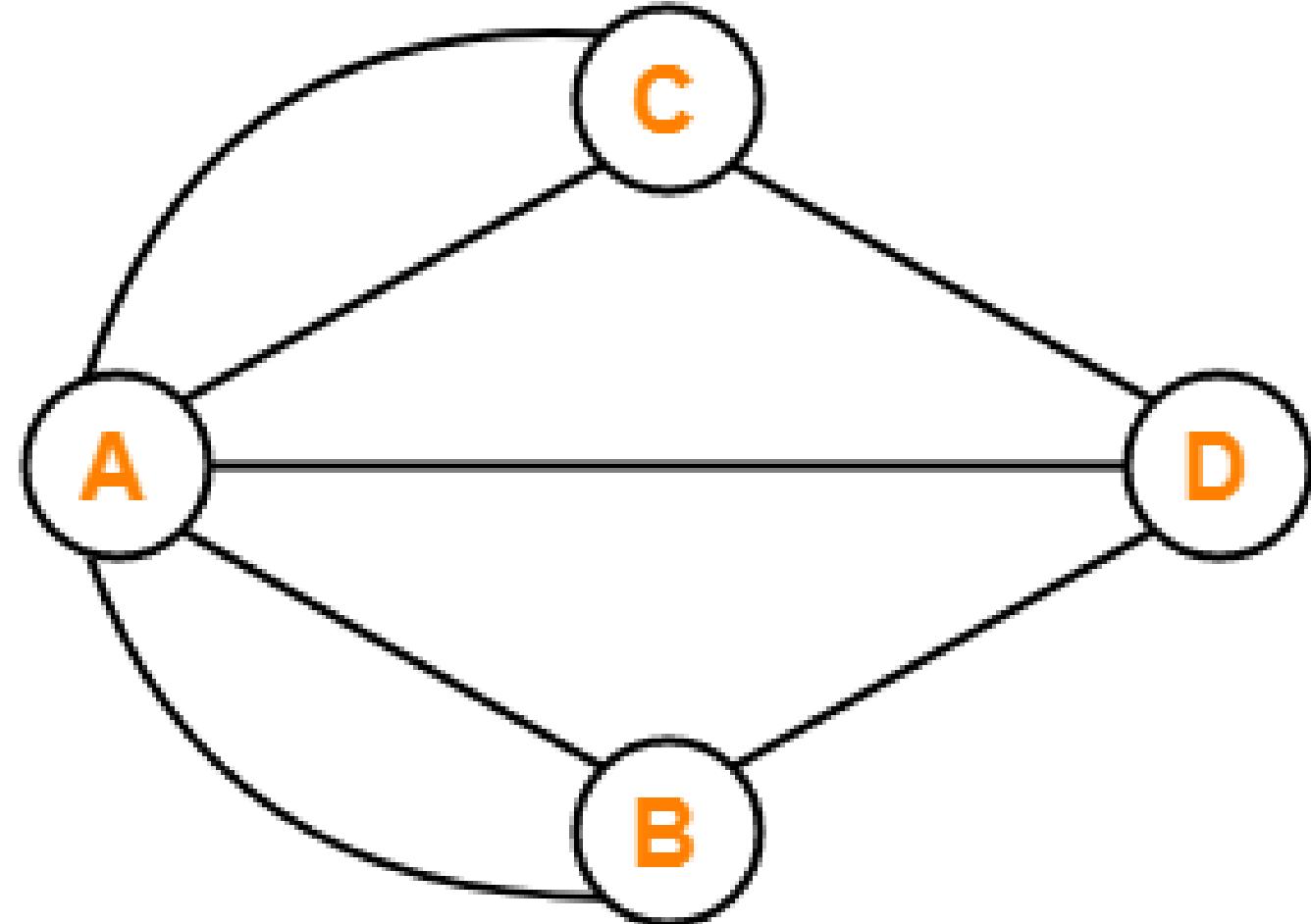


# A solução de Euler

- Baseado nessa observação, ele concluiu que o número de pontos com quantidade ímpar de linhas define se é possível fazer um percurso dessa natureza ou não. Uma rede pode ser percorrida se:
  - Não existir pontos com quantidade ímpar de linhas (então qualquer ponto pode ser o início e o mesmo ponto também será o final)
  - existem exatamente dois pontos com quantidade ímpar de linhas (então um ponto ímpar será o inicial e outro ponto ímpar será o final)

# Por que estudar grafos?

- Em uma explicação simples, voltada para leigos, um grafo é uma representação que permite definir e visualizar relacionamentos entre vários componentes.
- Nas pontes de Königsberg, os círculos representam os componentes, e as linhas a relação entre esses componentes



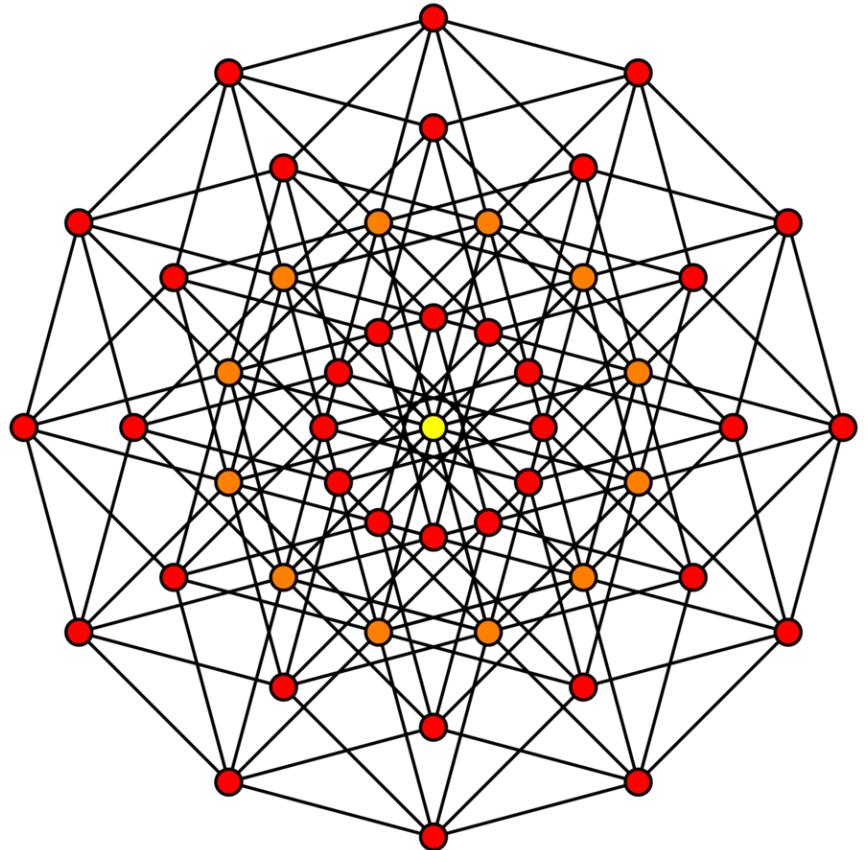
**Graph Representation**



# Vértices (ou Nós) e Arestas

Matematicamente (e também  
na Computação):

- os pontos são chamados de Vértices (ou Nós),
- as conexões são chamadas de Arestas



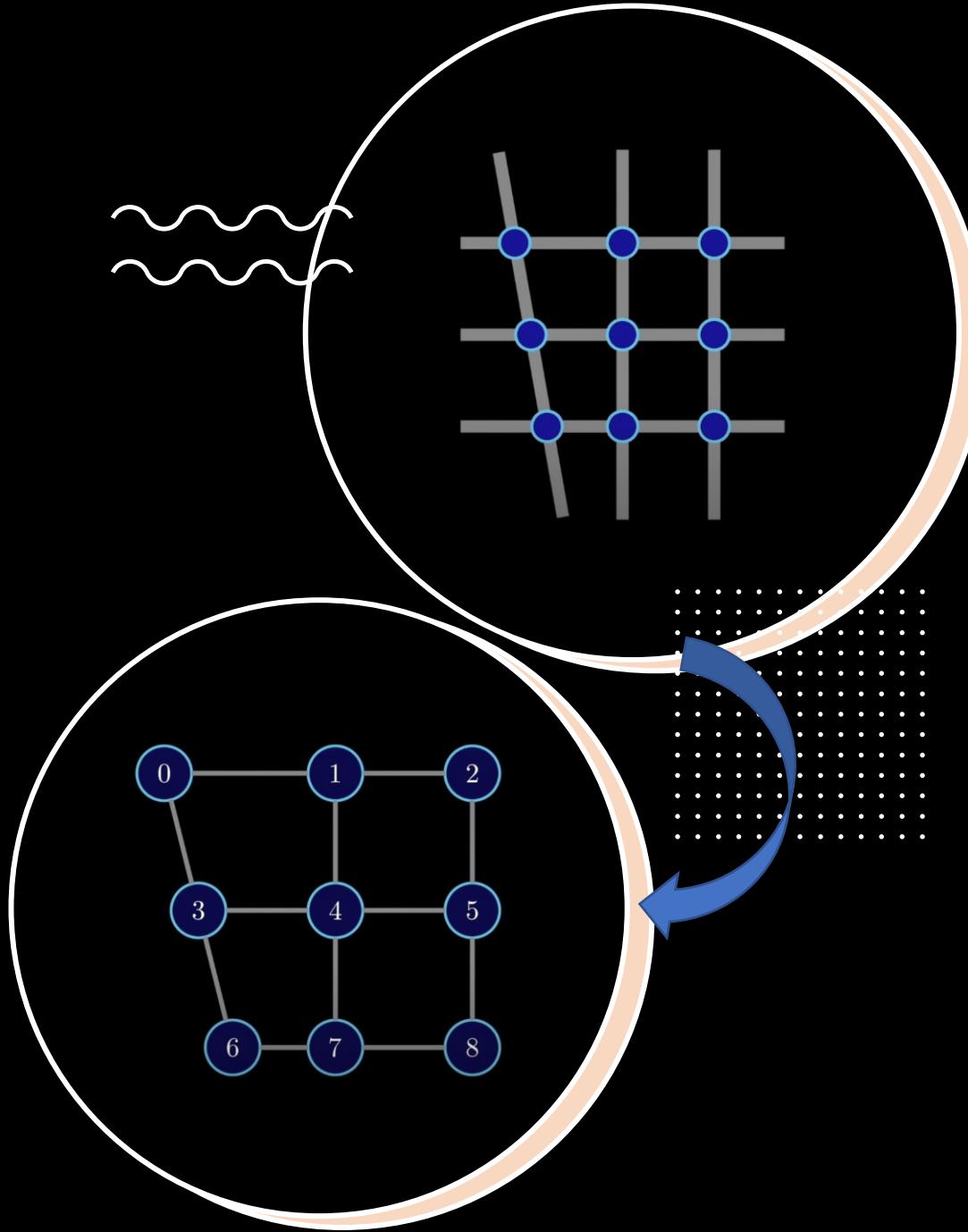
## Teoria dos Grafos

- A Teoria dos Grafos se dedica ao estudo de propriedades dessas representações e como elas podem ser usadas para modelar e resolver todo um conjunto de problemas

# Que tipos de Problemas?

- Grafos podem ser encontrados em quase todo o tempo!



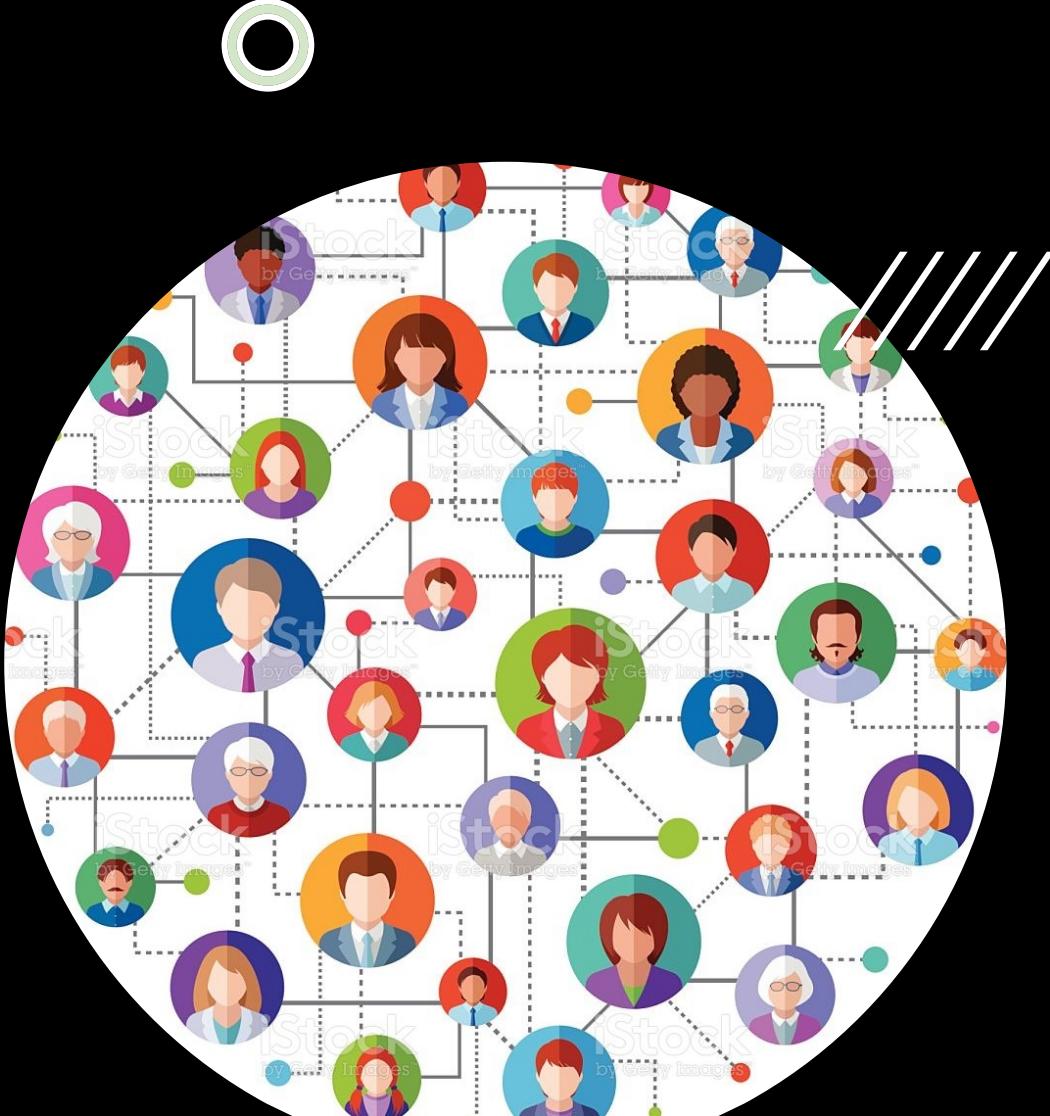


## Grafos em vários lugares

- Em um mapa, os cruzamentos podem ser mapeados para vértices, e as ruas entre esses cruzamentos para arestas
- Traçar rotas (GPS)

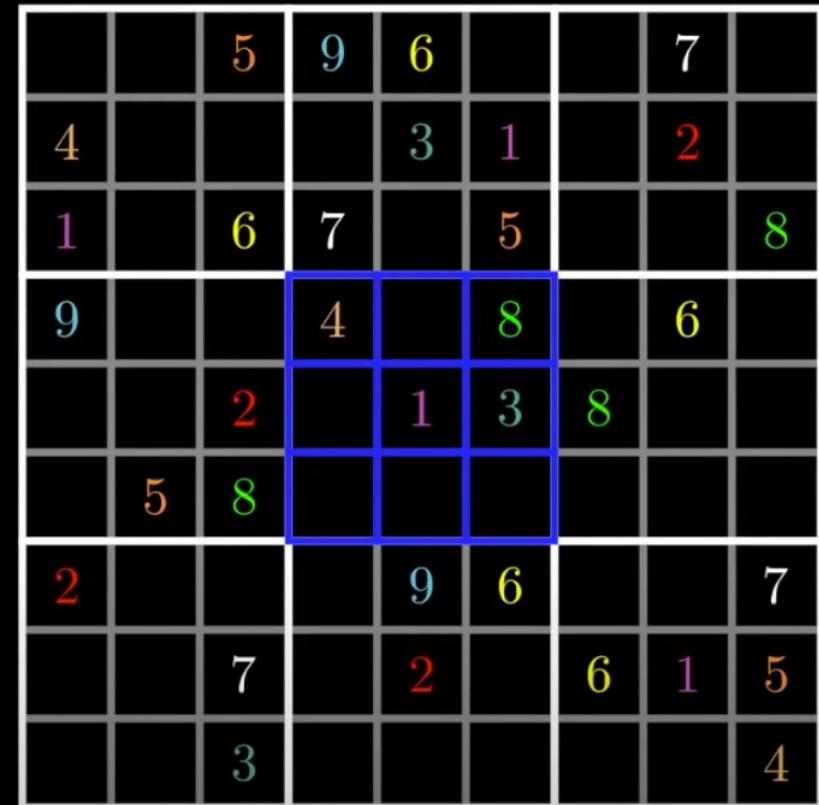
# Grafos em Vários Lugares

Em Redes Sociais,  
pessoas podem ser  
mapeadas para  
vértices e seus  
relacionamentos para  
arestas



# Grafos em Vários Lugares

# Sudoku

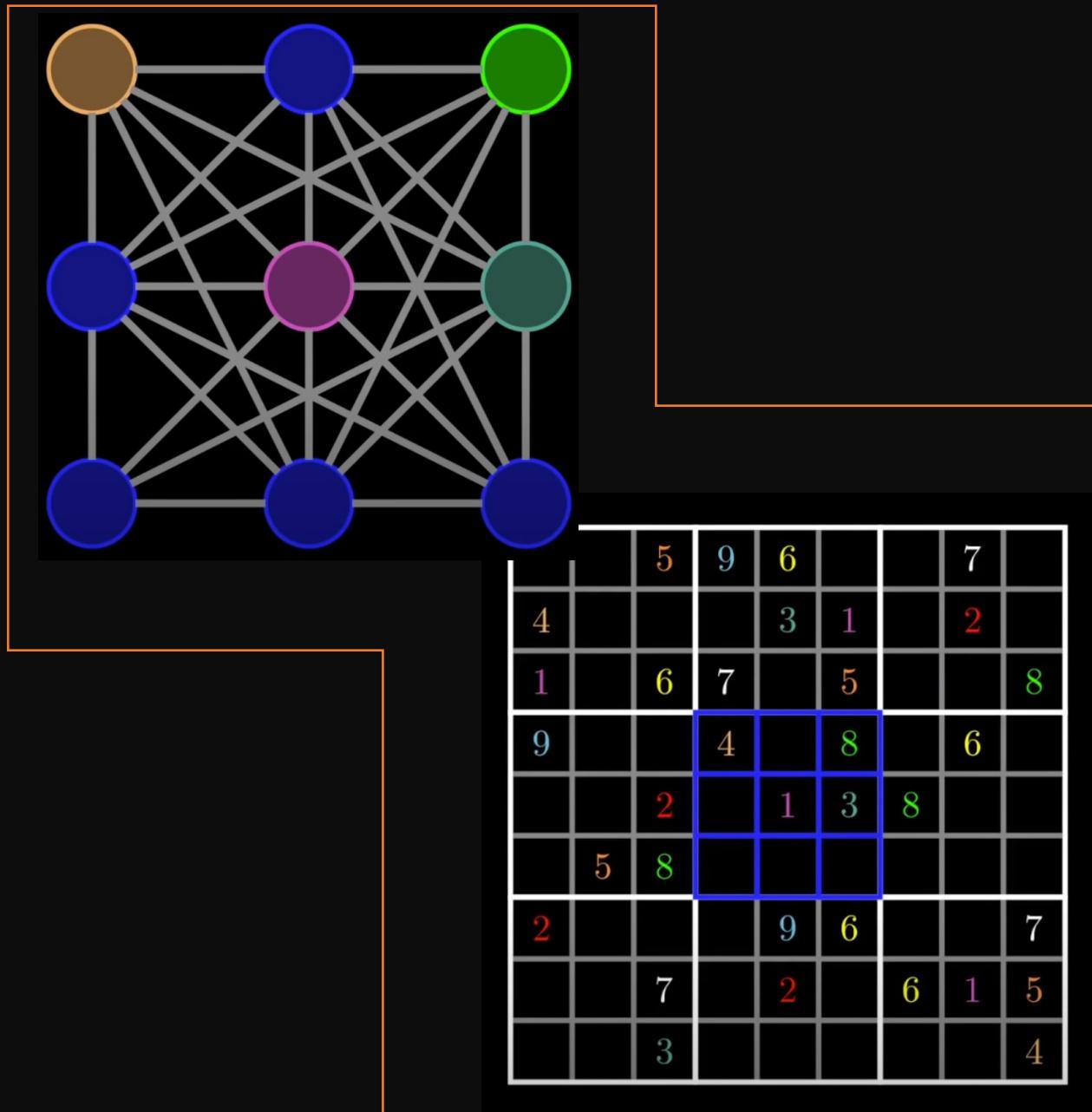


# Grafos em Vários Lugares

Sudoku

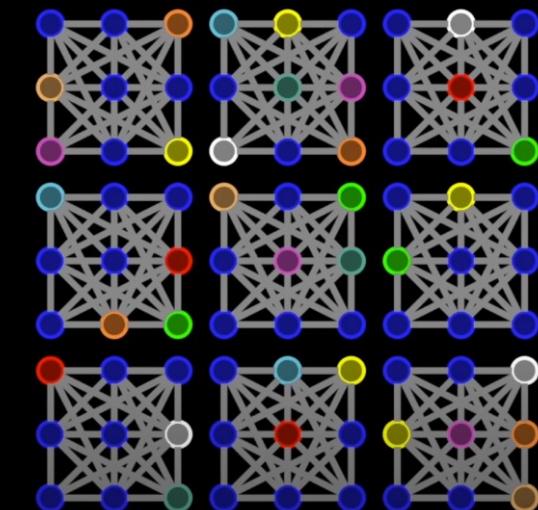
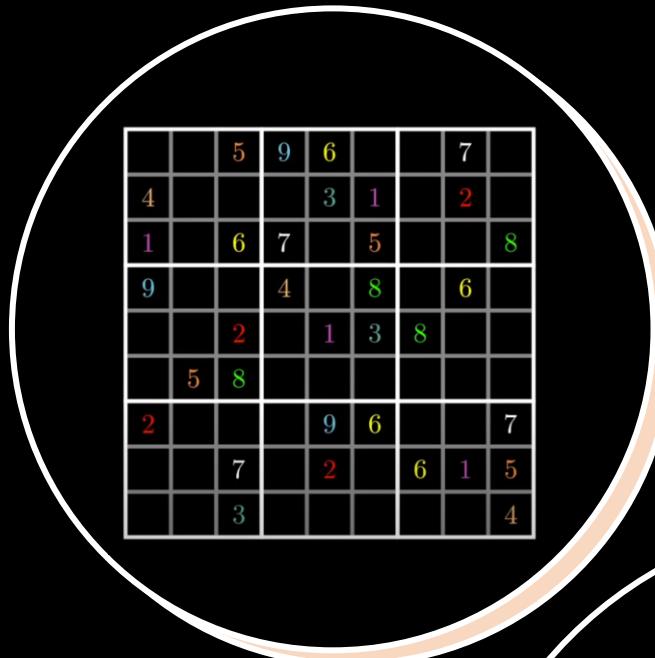
Para cada número, 1 cor

Para números desconhecidos, 1 cor



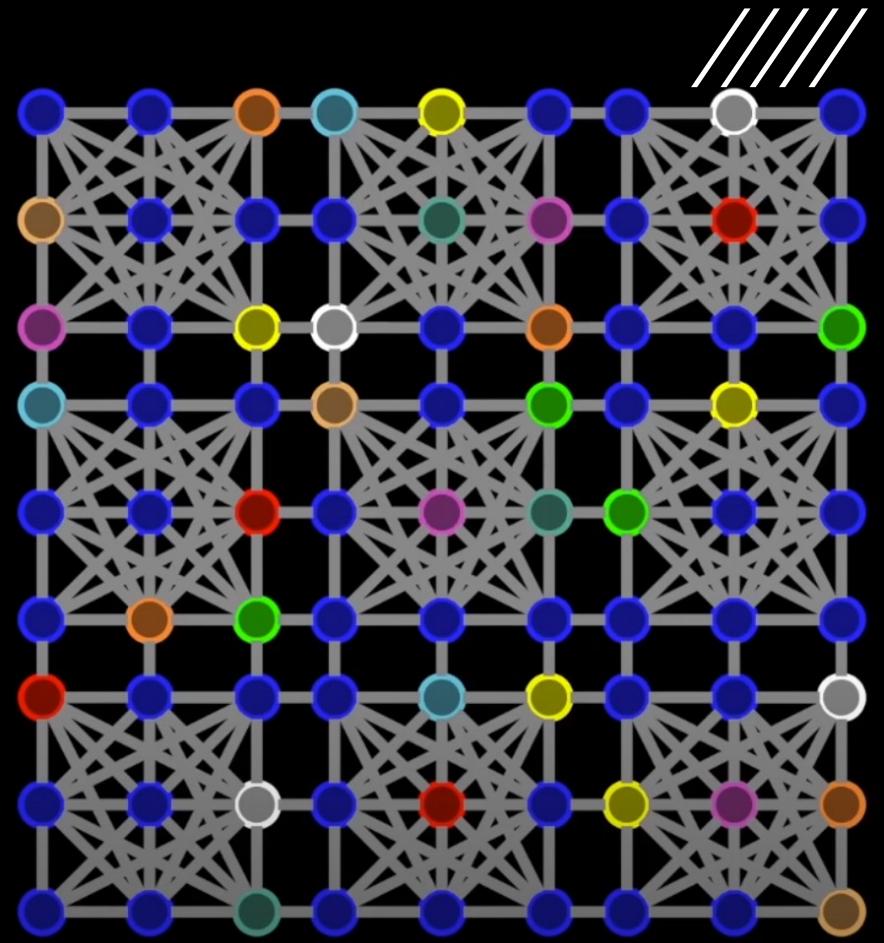
# Grafos em Vários Lugares

Repete esse processo  
para todos os  
conjuntos de 9 células  
da grade



# Grafos em Vários Lugares

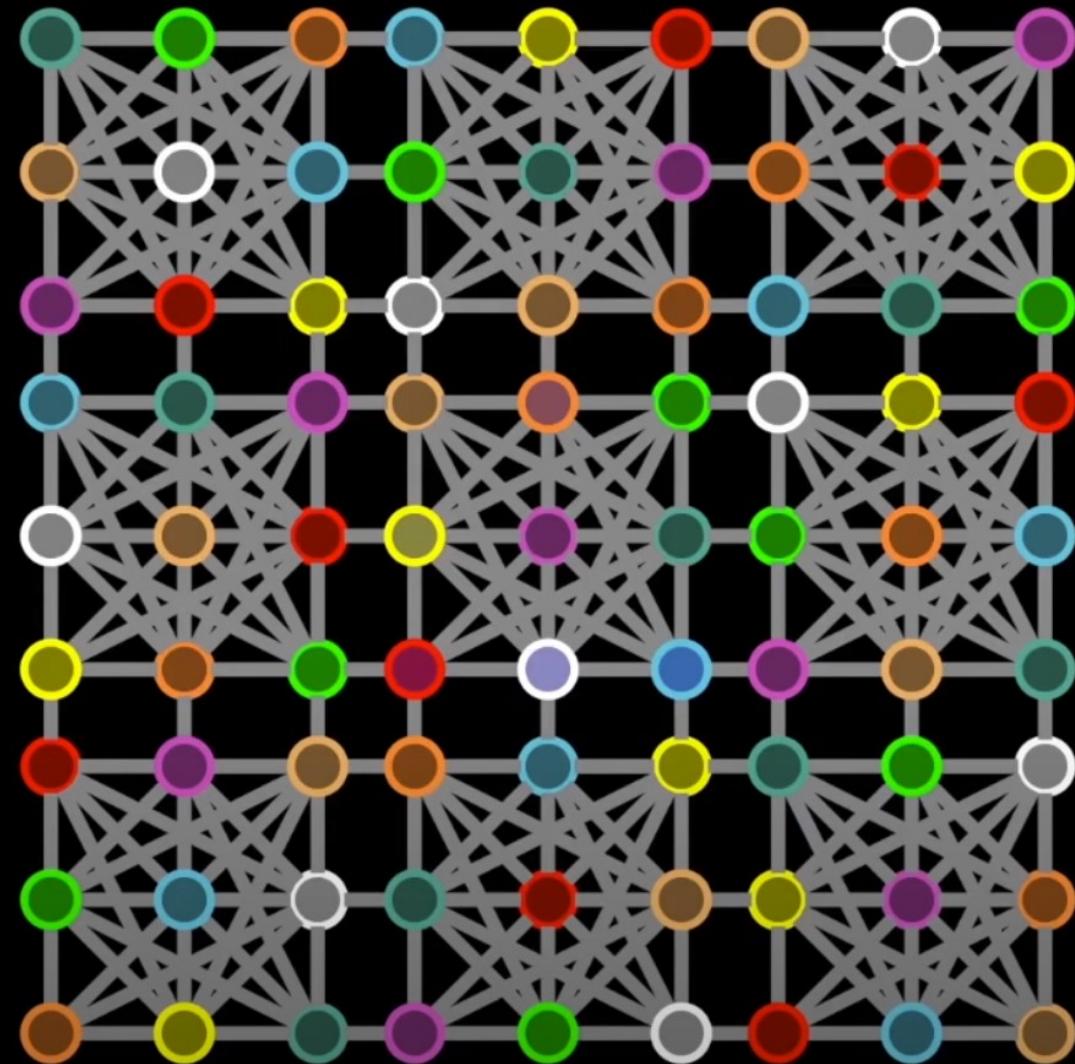
Conecta todos os conjuntos de 9 células  
da grade



# Grafos em Vários Lugares

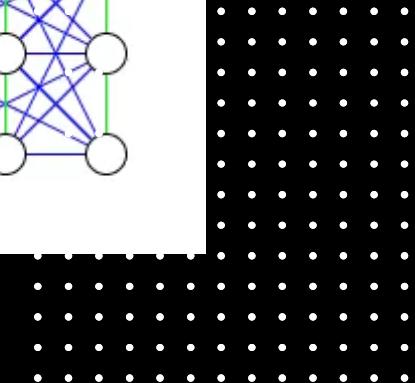
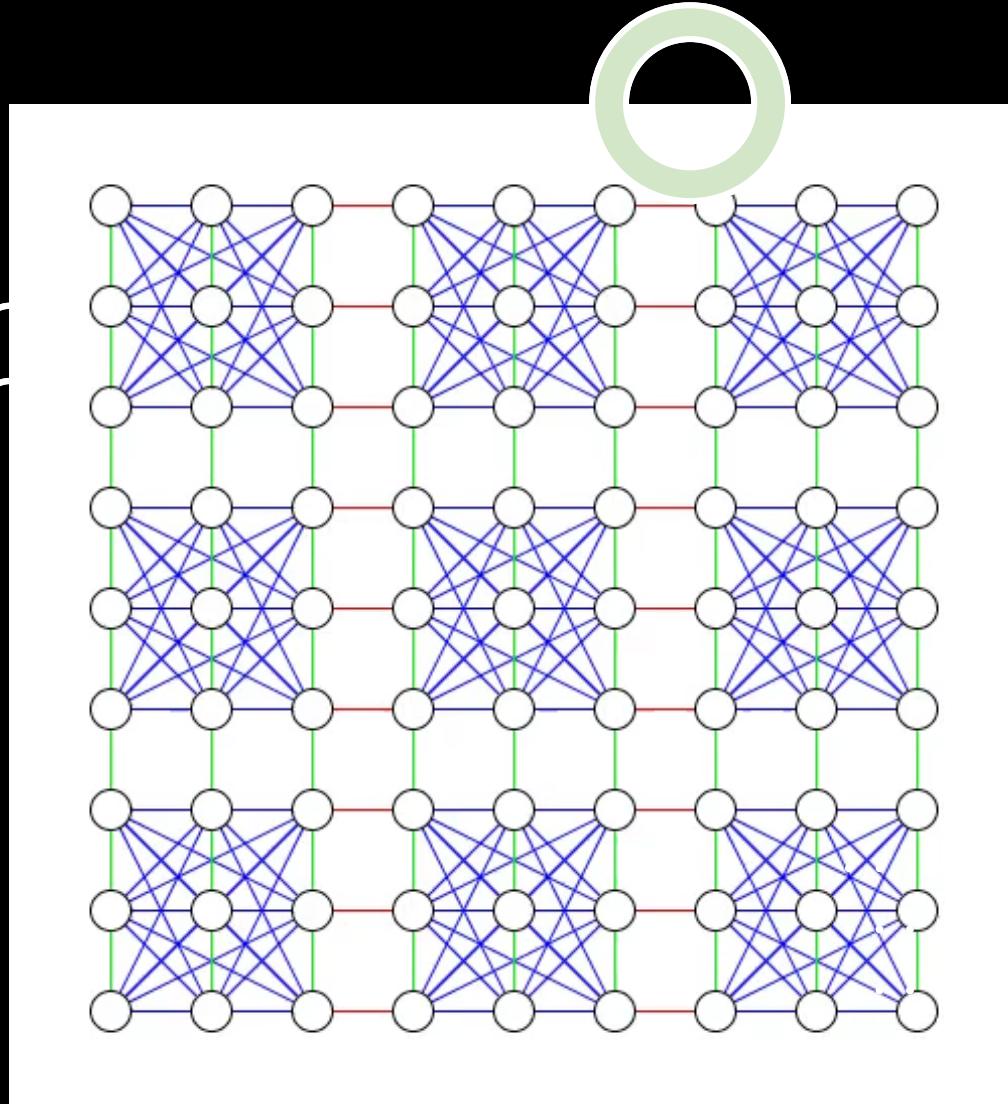
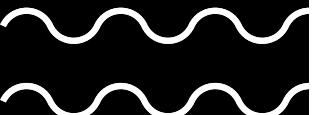
Aplica-se algoritmos de Teoria dos Grafos e obtém-se a solução do Sudoku

3	8	5	9	6	2	4	7	1
4	7	9	8	3	1	5	2	6
1	2	6	7	4	5	9	3	8
9	3	1	4	5	8	7	6	2
7	4	2	6	1	3	8	5	9
6	5	8	2	7	9	1	4	3
2	1	4	5	9	6	3	8	7
8	9	7	3	2	4	6	1	5
5	6	3	1	8	7	2	9	4



Grafos em Vários Lugares

# Grafos em Vários Lugares



# Grafos em Vários Lugares

---

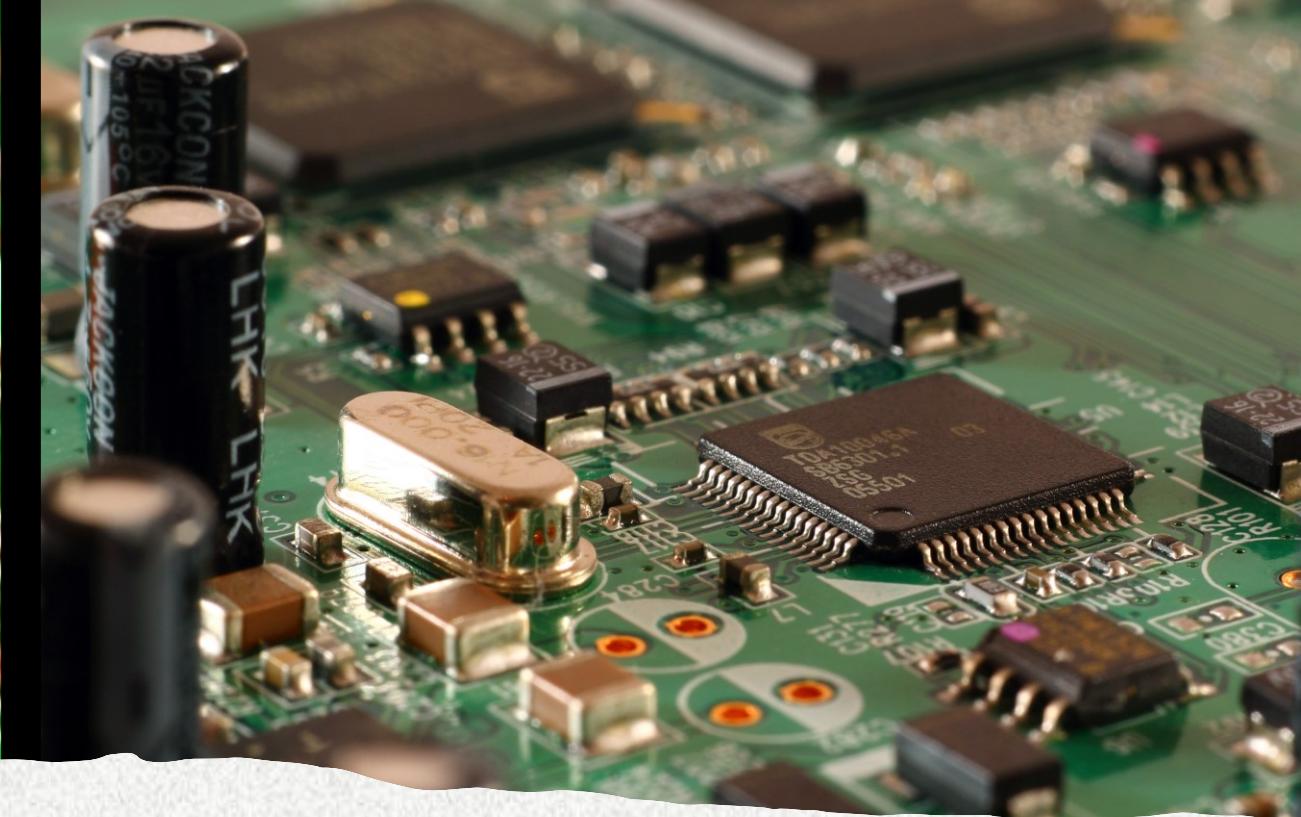
Conectar vários dispositivos em um edifício usando a menor quantidade de material





# Grafos em Vários Lugares

- Maximizar o fluxo de pessoas ao se deslocar entre diferentes localidades utilizando diferentes meios de transporte



# Grafos em Vários Lugares

- Verificar se é possível imprimir 1 circuito eletrônico em uma placa (plana)

TASK 1



TASK 2



TASK 3



TASK 1



Grafos em Vários Lugares

Ordenar tarefas em um processo

# Grafos em Vários Lugares

- E muitas outras aplicações:
- Associar 2 conjuntos distintos (alunos x projetos, hóspedes x quartos, produtores x consumidores, doadores e receptores de sangue) de forma a maximizar a quantidade de associações
- Colorir um mapa de forma que nenhum país tenha a mesma cor que seu vizinho
- E muitas outras...

# Próxima Aula

Conceitos e Definições Formais



WHAT'S  
NEXT?