

Professor: Jeferson Almir

Aluno(a): _____ N.º: _____
 Data: ____/____/____

1 Problemas

- 001.** Seja ABC um triângulo. Prove que suas medianas CD , AE e BF são concorrentes. **Dicas:**
- 002.** Seja ABC um triângulo. Prove que suas alturas AE , CF e BD são concorrentes. **Dicas:**
- 003.** Prove que as bissetrizes internas de um $\triangle ABC$ são concorrentes. **Dicas:**
- 004.** Seja ABC um triângulo. Seu incírculo toca AB , BC e CA nos pontos C_1 , A_1 e B_1 respectivamente. Prove que as retas CC_1 , BB_1 e AA_1 são concorrentes. **Dicas:**
- 005.** Prove que as mediatrizes dos lados de um dado $\triangle ABC$ são concorrentes. **Dicas:**
- 006.** Seja ABC um triângulo de circuncírculo k . Sejam l_A , l_B e l_C as retas tangentes a k pelos pontos A , B e C respectivamente. Se $l_A \cap l_B = C_1$, $l_B \cap l_C = A_1$ e $l_C \cap l_A = B_1$, prove que as retas AA_1 , BB_1 e CC_1 são concorrentes. **Dicas:**
- 007.** Seja ABC um triângulo. Sejam A_1 , B_1 e C_1 os pontos de tangência dos segmentos BC , CA e AB com os excírculos de $\triangle ABC$. Prove que as retas AA_1 , BB_1 e CC_1 são concorrentes. **Dicas:**
- 008.** Seja ABC um triângulo e seja N seu ponto de Nagel (ponto de concorrência do exercício anterior). Digamos que AN , BN e CN intersectem o incírculo de $\triangle ABC$ nos pontos A_1 , B_1 e C_1 , e os lados BC , CA e AB nos pontos A_2 , B_2 e C_2 , respectivamente. Prove que $AA_1 = NA_2$, $BB_1 = NB_2$ e $CC_1 = NC_2$. **Dicas:**
- 009.** Seja ABC um triângulo. Os triângulos equiláteros $\triangle ABC_1$, $\triangle AB_1C$ e $\triangle A_1BC$ são construídos no exterior do triângulo ABC . Prove que as retas AA_1 , BB_1 e CC_1 são concorrentes. **Dicas:**
- 010.** Seja ABC um triângulo. Os triângulos equiláteros $\triangle ABC_1$, $\triangle AB_1C$ e $\triangle A_1BC$ são construídos no interior do triângulo ABC . Prove que as retas AA_1 , BB_1 e CC_1 são concorrentes. **Dicas:**
- 011.** Prove que para um dado $\triangle ABC$, existe algum ponto X tal que vale $AX \cdot BC = BX \cdot AC = CX \cdot AB$. **Dicas:**
- 012.** Prove que para um dado $\triangle ABC$, exatamente dois pontos satisfazem a condição da questão anterior. **Dicas:**
- 013.** Seja ABC um triângulo. Prove que existe um ponto único S tal que vale $BC + AS = CA + BS = AB + CS$. **Dicas:**
- 014.** Seja ABC um triângulo. Prove que existe um ponto único S tal que vale $BC - AS = CA - BS = AB - CS$. **Dicas:**
- 015.** Três circunferências $k_1(A)$, $k_2(B)$ e $k_3(C)$ são dadas, e elas são todas tangentes externamente entre si. Seja C_1 e B_1 os pontos de tangência de k_1 com k_2 , e de k_1 com k_3 , respectivamente. Seja A_1 o ponto de tangência de k_2 com k_3 . A circunferência k_4 toca as outras três circunferências externamente. Prove que o primeiro centro de Soddy do $\triangle ABC$ (problema 13) coincide com o centro de k_4 . **Dicas:**
- 016.** Três circunferências $k_1(A)$, $k_2(B)$ e $k_3(C)$ são dadas, e elas são todas tangentes externamente entre si. Seja C_1 e B_1 os pontos de tangência de k_1 com k_2 , e de k_1 com k_3 , respectivamente. Seja A_1 o ponto de tangência de k_2 com k_3 . A circunferência k_4 toca as outras três circunferências internamente. Prove que o segundo centro de Soddy do $\triangle ABC$ (problema 14) coincide com o centro de k_4 . **Dicas:**
- 017.** Seja ABC um triângulo e sejam S_1 e S_2 seus primeiro e segundo centros de Soddy (problemas 13 e 14), respectivamente. Prove que os pontos A , B e C estão sobre uma elipse de focos S_1 e S_2 . **Dicas:**
- 018.** Seja ABC um triângulo e seja S_1 seu primeiro centro de Soddy (problema 13). Prove que existe uma circunferência inscrita no quadrilátero convexo formado pelas retas CS_1 , BS_1 , AC e AB . **Dicas:**
- 019.** Seja ABC um triângulo e seja S_2 seu segundo centro de Soddy (problema 14). Prove que existe uma circunferência que toca as retas BA e BC e os segmentos AS_2 e CS_2 . **Dicas:**
- 020.** Seja ABC um triângulo com excírculos ω_a , ω_b e ω_c . Sejam I_a , I_b e I_c os centros de ω_a , ω_b e ω_c respectivamente. Seja A_1 o ponto de tangência de ω_a com o lado BC . Defina os pontos B_1 e C_1 analogamente. Prove que as retas C_1I_c , B_1I_b e A_1I_a são concorrentes. **Dicas:**
- 021.** Seja ABC um triângulo. O primeiro ponto de Brocard Br_1 é definido como o ponto para o qual $\angle BAB_{r_1} = \angle ACB_{r_1} = \angle CBB_{r_1}$. Prove que esse ponto sempre existe. **Dicas:**