

# Lista Especial de Problemas 6

Jeferson Almir

1. Peças brancas e pretas são dispostas num tabuleiro  $8 \times 8$ , com no máximo uma peça em cada quadradinho. Qual é a quantidade máxima de peças que podem ser postas tais que cada linha e cada coluna tenha duas vezes mais peças brancas do que pretas?
2. Há uma peça em cada quadradinho de um tabuleiro  $10 \times 10$ . Podemos escolher uma diagonal contendo uma quantidade par de peças e remover qualquer peça dela. Qual é a quantidade máxima de peças que podem ser removidas do tabuleiro por essa operação?
3. O jogo Campo Minado é jogado num tabuleiro  $10 \times 10$ . Cada quadradinho ou contém uma bomba ou está vazio. Em cada quadrado vazio é registrado a quantidade de bombas dentre as oito casas vizinhas. Então, todas as bombas são removidas, e novas bombas são adicionadas em todas as casas que antes estavam vazias. Então, números são registrados nas novas casas vazias, como antes. É possível que a soma de todos os números no tabuleiro seja agora maior que a soma de todos os números na configuração anterior?
4. Seis torres são dispostas num tabuleiro  $6 \times 6$  de tal forma que não duas que se ataquem. É possível que toda casa vazia seja atacada por duas torres
  - (a) que estão distando o mesmo?
  - (b) em distâncias diferentes?
5. Pedro coloca 500 reis num tabuleiro  $100 \times 50$  de tal forma que não há dois que se ataquem. Berenice então coloca 500 reis em casas brancas de um tabuleiro  $100 \times 100$  de tal forma que não há dois que se ataquem. Quem tem mais formas de posicionar seus reis?
6. Para quais  $k$  é possível posicionar um número finito de rainhas nas casas de um tabuleiro infinito, de tal forma que a quantidade de rainhas em cada linha, coluna ou diagonal seja 0 ou exatamente  $k$ ?
7. Uma quantidade de formigas está num tabuleiro  $10 \times 10$ , cada uma numa casa diferente. Cada minuto, cada formiga se move para uma casa adjacente, ou para o leste, para o sul, para o oeste, ou para o norte. Ela continua nessa mesma direção enquanto for possível, mas inverte a direção se atingiu a borda do tabuleiro. Em uma hora, nunca duas formigas dividem a mesma casa. Qual a quantidade máxima de formigas no tabuleiro?
8. Duas formigas andam sobre os lados dos 49 quadrados de um tabuleiro  $7 \times 7$ . Cada formiga passa por todos os 64 vértices exatamente uma vez e retorna seu ponto inicial. Qual é a menor quantidade possível de lados cobertos por ambas as formigas?
9. Num tabuleiro  $100 \times 100$ , uma formiga começa do canto inferior esquerdo, visita o canto superior esquerdo e termina o percurso no canto superior direito. Ela navega por casas que compartilham algum lado em comum. Os movimentos são alternadamente na vertical ou na horizontal, sendo o primeiro na horizontal. É necessário que existam duas casas adjacentes tais que a formiga foi de uma para a outra pelo menos duas vezes?