

Lista Especial de Problemas 10

Jeferson Almir

1. Trinta e nove números não-nulos são escritos em fila. A soma de quaisquer dois números adjacentes é positiva, enquanto a soma de todos os números é negativa. O produto de todos os números é negativo ou positivo?
2. Qual é a quantidade máxima de inteiros distintos que podemos dispor numa fileira tal que a soma de quaisquer onze inteiros adjacentes é ou 100 ou 101?
3. Vários inteiros positivos são dispostos em fileira. Sua soma é 2019. Nenhum deles é igual a 40, e a soma de qualquer bloco de números adjacentes nunca é igual a 40. Qual é o comprimento máximo da fileira?
4. Os inteiros positivos são dispostos numa fileira em alguma ordem, cada um aparecendo exatamente uma vez. Sempre existe algum bloco de ao menos dois números adjacentes, em algum lugar da fileira, de tal forma que a soma dos números desse bloco é um número primo?
5. Ao redor de um círculo estão os inteiros de 1 a 33, em alguma ordem. A soma de cada par de números adjacentes é computada. É possível que essas somas sejam 33 inteiros consecutivos?
6. Ao redor de um círculo estão 2015 inteiros positivos tais que a diferença entre quaisquer dois adjacentes é igual ao seu máximo divisor comum. Determine o valor maximal de um número positivo que divide o produto desses 2015 números.
7. Ao redor de um círculo estão 999 números, cada um 1 ou -1, e há ao menos um de cada. O produto de cada bloco de 10 números adjacentes é computado. Seja S a soma desses 999 produtos.
 - (a) Qual é o valor mínimo de S ?
 - (b) Qual é o valor máximo de S ?
8. Num círculo estão 1000 números não-nulos pintados alternadamente de preto e branco. Cada número preto é a soma de seus dois vizinhos enquanto cada número branco é o produto de seus dois vizinhos. Quais são os valores possíveis da soma desses 1000 números?
9. É possível dispor os números $1, 2, \dots, 100$ num círculo em alguma ordem de forma que o valor absoluto da diferença entre quaisquer dois números adjacentes é ao menos 30 e no máximo 50?