

Lista Especial de Problemas 9

Jeferson Almir

1. Cada casa de um tabuleiro 29×29 contém um dos inteiros $1, 2, 3, \dots, 29$, e cada um desses inteiros aparece 29 vezes. A soma dos números acima da diagonal principal é igual ao triplo da soma dos números abaixo dessa diagonal. Determine o número da casa central desse tabuleiro.
2. Cada uma das casas de um tabuleiro 5×7 contém um número. Pedro sabe apenas que a soma das 6 casas de qualquer retângulo 2×3 ou 3×2 é 0. Ele pode perguntar pelo número em qualquer posição do tabuleiro. Qual é a quantidade mínima de perguntas que ele deve fazer para determinar a soma dos 35 números do tabuleiro?
3. Num tabuleiro 4×4 , a soma dos números em cada linha e em cada coluna é a mesma. Nove dos números são apagados, deixando apenas os 7 mostrados a seguir. É possível unicamente
 - (a) um
 - (b) doisdos números apagados?

1			2
	4	5	
	6	7	
3			

4. É possível preencher um tabuleiro 40×41 com inteiros de tal forma que o número de cada casa é igual à quantidade de casas vizinhas (compartilham aresta) com o mesmo número nelas?
5. Num tabuleiro 1000×1000 preenchido de números, a soma dos números em cada retângulo de n casas é a mesma. Ache todos os valores de n para os quais todos os números do tabuleiro devem ser iguais.
6. Para quais inteiros $n \geq 2$ é possível preencher um tabuleiro $n \times n$ com números reais de tal forma que todo inteiro de 1 a $2n(n-1)$ aparece exatamente uma vez como soma de números em duas casas adjacentes?
7.
 - (a) Um tabuleiro $2 \times n$ preenchido de números (com $n > 2$) é tal que as somas das colunas são todas distintas. É sempre possível permutar os números no tabuleiro para que as somas de colunas continuem diferentes, mas as somas de linhas também sejam diferentes?
 - (b) É sempre possível num tabuleiro 10×10 ?
8. Há 64 inteiros positivos nas casas de um tabuleiro 8×8 . Sempre que o tabuleiro é coberto com 32 dominós, a soma dos dois inteiros cobertos por cada dominó é única. É possível que o maior inteiro no tabuleiro não ultrapasse 32?
9. Cem números distintos são escritos nas casas de um tabuleiro 10×10 . A cada movimento, você pode retirar um retângulo formado pelas casas, girá-lo 180° , e então colocá-lo de volta. É sempre possível rearranjar os números no tabuleiro de forma que eles fiquem em ordem crescente em cada linha da esquerda para a direita, e em cada coluna, de cima para baixo, em não mais que 99 movimentos?