

Lista Especial de Problemas 5

Jeferson Almir

1. Quando um certo inteiro positivo é aumentado em 10%, o resultado é outro inteiro positivo, cuja soma dos dígitos é 10% menor. Existe algum inteiro positivo com essa propriedade?
2. Começamos com um inteiro não-negativo n . A cada movimento, podemos adicionar 9 ao número atual ou, se o número contém um dígito 1, podemos deletar este dígito. Se surgem zeros à esquerda como resultado, eles também são deletados. É sempre possível encontrar o número $n + 1$ num número finito de passos?
3. É possível que os dez dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 sejam ordenados numa linha de tal forma que, quaisquer seis dígitos sejam retirados, os quatro dígitos restantes, na ordem em que estão, formem um número composto?
4. É possível escolher cinco inteiros positivos tais que suas dez somas em pares terminem todas em dígitos distintos?
5. Um múltiplo positivo de 2020 tem dígitos distintos, e se quaisquer dois de seus dígitos trocam de posição, o número resultante não é múltiplo de 2020. Quantos dígitos esse número pode ter?
6. É possível que a soma dos dígitos de um inteiro positivo n seja 100 enquanto a soma dos dígitos de n^3 seja 100³?
7. Determine o menor múltiplo positivo de 2017 tal que seus quatro primeiros dígitos sejam 2016.
8. Existe algum inteiro positivo de 2020 que contém cada um dos dez dígitos a mesma quantidade de vezes?
9. Determine todos os inteiros positivos n que possuem um múltiplo de soma dos dígitos k para todo $k \geq n$.