

# Lista Especial de Problemas 3

Jeferson Almir

1. É possível escolher 2016 inteiros cuja soma e produto são iguais a 2016?
2. Cinco números não-nulos somados por par. Cinco das somas são positivas e as outras cinco são negativas. Se eles são multiplicados em par, determine a quantidade de produtos positivos e negativos.
3. Determine todos os inteiros positivos  $n$  para os quais os números  $1, 2, \dots, 2n$  podem ser postos em pares de tal forma de que se calcularmos a soma de cada par, o produto dessas somas é um quadrado perfeito.
4. Para quais inteiros positivos  $n$  é possível escolher  $n$  inteiros positivos consecutivos cujo produto é igual à soma de  $n$  outros inteiros positivos consecutivos?
5. É possível dividir todos os inteiros positivos de  $100!$ , incluindo 1 e  $100!$ , em dois grupos de mesmo tamanho tais que o produto dos números de cada grupo é o mesmo?
6. Existe algum inteiro positivo  $n$  tal que para quaisquer reais  $x$  e  $y$ , existem  $n$  números reais tais que  $x$  é igual a sua soma e  $y$  é igual à soma de seus inversos?
7. Ana escreve vários 1s, pondo sempre um sinal de  $+$  ou um sinal de  $\times$  entre cada par de 1s adjacentes, e ponde vários pares de parênteses na expressão. Sabemos que o valor final dessa expressão é 2014. Boris então troca todos os sinais de  $+$  por sinais de  $\times$  e vice-versa. É possível que sua expressão também seja igual a 2014?
8. Gregório escreve 100 números num quadro negro e calcula seu produto. Em cada movimento, ele aumenta cada número em 1 e calcula seu produto. Qual a quantidade máxima de movimentos que Gregório pode realizar de forma que o produto nunca mude?
9. As 2016 somas de pares dentre 64 números são escritas num pedaço de papel. Elas são todas distintas e positivas. Os 2016 produtos de pares dentre os mesmos 64 números são escritos num outro pedaço de papel. Elas também são todas positivas e distintas. Depois, se esquece qual pedaço de papel é qual. É possível determinar qual é qual?